

Canonical Forms

Lecture 3

Outlines

- Functions in Canonical Forms
 - Sum of Products (SOP)
 - Product of Sums (POS)

Canonical Form

- เป็นการเขียนสมการบูลีนเพื่อบรรยายฟังก์ชันตรรกที่ได้จากตารางค่าความจริง โดยใช้การเขียนในรูปแบบมาตรฐานเต็ม
- เขียนได้ 2 รูปแบบมาตรฐาน
 - Sum of Products (SOP)
 - Product of Sums (POS)

Sum of Products

- ในแต่ละแถวของตารางค่าความจริง เขียนสัญลักษณ์แทนอินพุตด้วยการนำตัวแปรอินพุตแต่ละตัวมา AND กันโดยตัวแปรอินพุตที่มีค่า 1 ให้แทนด้วยตัวแปรนั้น และตัวแปรอินพุตที่มีค่า 0 ให้แทนด้วยคอมพลีเมนต์ของตัวแปรนั้น
- เลือกอินพุตในแถวของตารางค่าความจริงที่ให้ค่าเอาต์พุตเป็น 1 แล้วนำมา OR กัน อินพุตเหล่านี้เรียกว่า minterms
- ตัวอย่าง จากตารางค่าความจริง เขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูป SOP

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = \overline{A}B + A\overline{B}$$

Minterms

Sum of Products (2)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

เลือกเฉพาะข้อที่ output → 1
 input 0 → มี complement
 input 1 → ไม่มี

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$$

Sum of Products (3)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

Combination 4 ชุดบ้างที่ Output เป็นจริง

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F(A, B, C) = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$

✓

5 minterms#

Sum of Products (4) ^{C_{in} pronounced C-in} ^{C_{out} pronounced C-out}

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร S, Cout ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

A	B	Cin	S	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \overline{A}\overline{B}C_{in} + \overline{A}B\overline{C}_{in} + A\overline{B}\overline{C}_{in} + ABC_{in}$$

$$C_{out} = \overline{A}BC_{in} + A\overline{B}C_{in} + ABC\overline{C}_{in} + ABC_{in}$$

*Form 2/มาตรฐาน

เสาะหาการทำให้สั้นอยู่รูป
short forms ก่อนค่อย
ทำวงจรจริงๆ

SOP in Short Form

๑๕ Gate ทำเอ็บบ่แต่แค่รูปการ

- เราสามารถเขียน SOP อย่างย่อโดยการ ใช้เลขฐาน 2 มาแทน minterm
 $3 \text{ bit} \rightarrow 2^3 = 8 \text{ combinations}$

A	B	C	Minterms
0	0	0	A'B'C' m0
0	0	1	A'B'C m1
0	1	0	A'BC' m2
0	1	1	A'BC m3
1	0	0	AB'C' m4
1	0	1	AB'C m5
1	1	0	ABC' m6
1	1	1	ABC m7

001 Binary
แปลงเป็น decimal
ได้ 1

$$F = \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C} + ABC$$

$$F = m_1 + m_4 + m_7$$

$$= \Sigma m(1, 4, 7) \quad Y(A, B, C, D) = m_5 + m_6 + m_7$$

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D + A \overline{B} \overline{C} \overline{D} + A B \overline{C} D ?$$

#๑๕๖๖ Binary, Hex

Product of Sums ทำตรงจั่ว SOP

- ในแต่ละแถวของตารางค่าความจริง เขียนสัญลักษณ์แทนอินพุตด้วยการนำตัวแปรอินพุตแต่ละตัวมา OR กัน โดยตัวแปรอินพุตที่มีค่า 0 ให้แทนด้วยตัวแปรนั้น และตัวแปรอินพุตที่มีค่า 1 ให้แทนด้วยคอมพลีเมนต์ของตัวแปรนั้น
- เลือกอินพุตในแถวของตารางค่าความจริง ที่ให้ค่าเอาต์พุตเป็น 0 แล้วนำมา AND กัน อินพุตเหล่านี้เรียกว่า Maxterms
- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง เขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ Product of Sums

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$$

Product of Sums (2)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ POS และเขียน Schematic Diagram

เลือก 0 Maxterm ที่ Output \rightarrow 0 แล้วเอา AND
 ลง Maxterm OR กัน
 ถ้า 1 ให้ complement

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A,B) = \bar{A} + \bar{B} \quad \text{Product of Sums}$$

$$F(A,B) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} \quad \text{Sum of Products}$$

$$= \bar{A}(\bar{B} + B) + A\bar{B}$$

$$= \bar{A} + A\bar{B} \quad \rightarrow \text{แจกแจงได้}$$

$$= (\bar{A} + A) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

$$= \bar{A} + \bar{B} \quad \#$$

Product of Sums (3)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีน ของตัวแปร F ในรูปของ POS และ เขียน Schematic Diagram

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)$$

Products of Sums (4)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร S, Cout ในรูป POS และเขียน Schematic Diagram

A	B	Cin	S	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$S =$
 $Cout =$

POS in Short Form

- เราสามารถเขียน POS อย่างย่อโดยการ ใช้เลขฐาน 2 มาแทน Maxterm

A	B	C	Maxterms
0	0	0	$A+B+C$ M0
0	0	1	$A+B+C'$ M1
0	1	0	$A+B'+C$ M2
0	1	1	$A+B'+C'$ M3
1	0	0	$A'+B+C$ M4
1	0	1	$A'+B+C'$ M5
1	1	0	$A'+B'+C$ M6
1	1	1	$A'+B'+C'$ M7

$$F = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$$

$$F = M_0 \cdot M_1 \cdot M_4$$

$$= \prod M(0, 1, 4)$$

↑
pi ในตัว

$$\sum \text{ ผลรวม}$$

$$\prod \text{ ผลคูณ}$$

Switching Between SOP and POS

- การแปลงฟังก์ชันระหว่าง SOP และ POS สามารถทำได้ง่ายโดยอาศัยการเปลี่ยน minterms และ Maxterms
- ตัวอย่าง *SOP และ POS ของรายการเดียวกัน*

$$F(A, B, C) = \Sigma m(1, 3, 5, 6, 7) = \Pi M(0, 2, 4)$$

Incomplete Function

- ในบางฟังก์ชันอาจมีอินพุตบางค่าที่เราไม่สนใจว่าเอาต์พุตสำหรับอินพุตเหล่านั้นจะเป็นอะไร
- ค่าของเอาต์พุตที่เราไม่สนใจนี้เรียกว่า don't cares และเราจะแทนค่าเหล่านี้ในตารางค่าความจริงด้วยเครื่องหมาย "x"

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

จะไม่นับ
ใช้เวลาน

ต้องเจียน don't cares เสมอ (ถ้ามี)

$$F(A, B, C) = m_1 + m_3 + m_4 + \overbrace{d_5 + d_6 + d_7}$$

$$F(A, B, C) = M_0 \cdot M_2 \cdot D_5 \cdot D_6 \cdot D_7$$

ex. ขั้วขาอินพุต 5 inputs (5 actions ในการควบคุม)
เลือกเอาต์พุต input 3 bit (8 combinations)
จะเหลือ 3 input ที่ไม่ได้ใช้ (60% ไม่ใช่นับเวลา)

