ให้ V เป็นเซตของเมทริกซ์ที่หาตัวผกผันได้ (invertible) ทั้งหมดที่มีการดำเนินการมาตรฐาน จงพิจารณาว่า V เป็นปริภูมิเวกเตอร์หรือไม่ เพราะเหตุใด

งั้นทำยังไงก็ได้ให้ det=0

Nonsingular Matrix, $\det(A) \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \det = 2-4 = -2$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \det = 2-4 = -2$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(A+B) = 0$$

ไม่เป็น Nonsingular Matrix

$\therefore$ V ไม่เป็น Vector Space เพราะไม่มี Addition Closure

จงหา A^{-1} และใช้มันเพื่อถอดรหัสหาข้อความ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$ 2x2 1x2

2x2 Decode

ข้อความที่เข้ารหัส คือ $-45 \ 34 \mid 36 \ -24 \mid -43 \ 37 \mid -23 \ 22 \mid -37 \ 29 \mid 57 \ -38 \mid -39 \ 31$

0 = _	14 = N
1 = A	15 = O
2 = B	16 = P
3 = C	17 = Q
4 = D	18 = R
5 = E	19 = S
6 = F	20 = T
7 = G	21 = U
8 = H	22 = V
9 = I	23 = W
10 = J	24 = X
11 = K	25 = Y
12 = L	26 = Z
13 = M	

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A) = \frac{1}{\cancel{1}} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -45 & 34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 36 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -43 & 37 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -23 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -37 & 29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 57 & -38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -39 & 31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 15 \end{bmatrix}$$

"ALL_SYSTEMS GO"

ให้ $\mathbf{u} = (1,1,1)$ และ $\mathbf{v} = (2,1,-1)$

จงหา

1. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$
2. $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$
3. $\|\mathbf{v}\|^2$
4. $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})\,\mathbf{v}$
5. มุม θ ระหว่างเวกเตอร์ โดยที่ $\cos\theta = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{v}\|}$

$\|u\| = \sqrt{3}$

$\|v\| = \sqrt{6}$

$u \cdot v = 2+1-1 = 2$

$v \cdot v = 4+1+1 = 6$

$\|v\|^2 = \sqrt{4+1+1}^{\,2} = 6$

$(u \cdot v)v = 2v = 4, 2, -2$

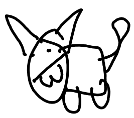
$$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|}$$

$$= \frac{2\sqrt{18}}{\sqrt{18}(\sqrt{18})} = \frac{2\sqrt{18}}{18}$$

18
$9 \quad 2$

$$= \frac{\cancel{3}\sqrt{2}\,(\cancel{2})^{1}}{\cancel{18}\ \cancel{6}\ 3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$


$= 61.87^\circ$

จงพิจารณาว่าการแปลงเชิงเส้นหาตัวผกผันได้หรือไม่ ถ้าหาได้ ให้แสดงการหาตัวผกผัน (T^{-1}) ด้วย

$T(x,y) = (x+y, x-y)$

$T^{-1} = A^{-1}x$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$T(e_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T(e_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} x$$

$$= \left(\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{2}y, \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}y\right)$$

จงหาสมการลักษณะเฉพาะ ค่าเจาะจง และเวกเตอร์เจาะจงที่สมนัยของเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$|\lambda - A$