

1. จงแสดงวิธีทำและหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ Cramer's Rule หรือ การกำจัดแบบเกาส์ด้วยการแทนค่าย้อนกลับ (Gaussian elimination with back-substitution) หรือการกำจัดแบบเกาส์-จอร์แดน (Gauss-Jordan elimination)

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = -7$$

$$2x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 8$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -8$$

Gaussian elimination used

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 2 & -2 & -2 & 8 \\ -1 & 3 & 4 & -8 \end{array} \right] \quad -\frac{1}{2}R_2 \rightarrow R_2$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ -1 & 1 & 1 & -9 \\ -1 & 3 & 4 & -8 \end{array} \right] \quad R_2 - R_3 \rightarrow R_3$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ -1 & 1 & 1 & -9 \\ 0 & -2 & -3 & 4 \end{array} \right] \quad R_1 + R_3 \rightarrow R_1$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & -9 \\ 0 & -2 & -3 & 4 \end{array} \right] \quad R_1 + R_2 \rightarrow R_2$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & -3 & 4 \end{array} \right] \quad 2R_2 + R_3 \rightarrow R_3$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & -5 & -10 \end{array} \right] \quad -\frac{1}{5}R_3 \rightarrow R_3$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$x - 2z = -3$$

$$y - z = -7$$

$$z = 2$$

$$y = -5, x = 1$$