

1. ระบบเลขฐาน:

(a) จงแปลงเลข  $110101_2$  ในระบบฐานสองให้เป็นเลขฐาน 10 (2 คะแนน)

$$\begin{aligned}2^5 &= 32 \\2^4 &= 16 \\2^3 &= 8 \\2^2 &= 4 \\2^1 &= 2 \\2^0 &= 1\end{aligned}\quad \begin{aligned}&= 32 + 16 + 8 + 1 \\&= 53\end{aligned}$$

(b) จงแปลงเลข  $0|110|1000|0001|1101_2$  ในระบบฐานสองให้เป็นเลขฐาน 16 (3 คะแนน)

$$\begin{aligned}1101 &= 8+4+1 = 13 = D \\0001 &= 1 \\1000 &= 8 \\1110 &= 8+4+2 = 14 = E \\0000 &= 0\end{aligned}\quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} E81D$$

โดย

(c) จงแปลงเลข  $249_{10}$  ในระบบฐานสิบให้เป็นเลขฐาน 2 (3 คะแนน)

$$\begin{array}{r} 2 | 249 \\ 2 | 124 \quad 1 \\ 2 | 62 \quad 0 \\ 2 | 31 \quad 0 \\ 2 | 15 \quad 2 \\ 2 | 7 \quad 1 \\ 2 | 3 \quad 1 \\ 2 | 1 \quad 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} 11111001$$

(d) จงแปลงเลข  $3A5_{16}$  ในระบบฐานสิบหกให้เป็นเลขฐาน 10 (2 คะแนน)

$$256 (3 \cdot 16^2) + (10 \cdot 16) \cdot (5)$$

$$= 768 + 160 + 5$$

$$= 933$$

พมว

2. พีชคณิตบูลีน:

(a) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อลดรูปสมการของ  $F$  จนได้สมการที่สั้นที่สุด (5 คะแนน)

$$F(A, B, C) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} C + A B \overline{C} + A B C$$

$$\begin{aligned} & \overline{A} \overline{B} (\overline{C} + C) + A \overline{B} (\overline{C} + C) + A B (\overline{C} + C) \\ &= \overline{A} \overline{B} + A \overline{B} + A B \\ &= \overline{B} + A B \\ &= (\overline{B} + A)(\overline{B} + B) \\ &= \overline{B} + A \end{aligned}$$

(b) จงใช้กฎของ De Morgan เพื่อหา  $\overline{F}$  และลดรูปต่อจนได้สมการของ  $\overline{F}$  ที่สั้นที่สุด (5 คะแนน)

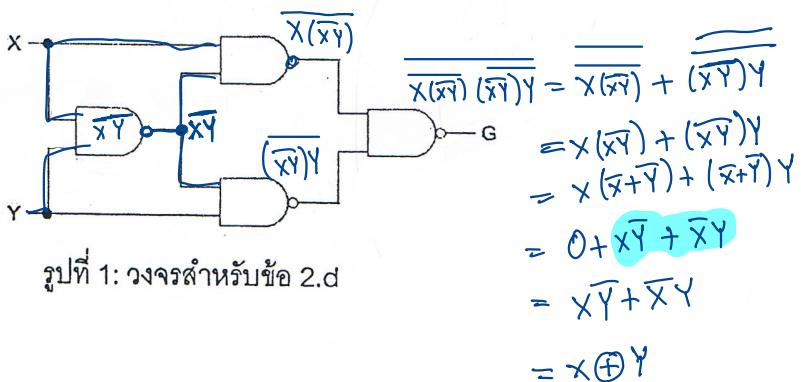
$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= ABC + B(\overline{C} + \overline{D}) \\ \overline{ABC + B(\overline{C} + \overline{D})} &= \overline{(ABC)} \left( \overline{B(\overline{C} + \overline{D})} \right) \\ &= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(\overline{B} + \overline{\overline{C} + \overline{D}}) \\ &= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(\overline{B} + \overline{\overline{C}} \overline{\overline{D}}) \\ &= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(\overline{B} + CD) \\ &= (\overline{B} + CD)\overline{A} + (\overline{B} + CD)\overline{B} + (\overline{B} + CD)\overline{C} \\ &= \overline{A}\overline{B} + \overline{ACD} + \overline{B} + \overline{BCD} + \overline{BC}\overline{C} + \overline{CCD} \\ &= \overline{ACD} + \overline{B} + \overline{BCD} + \overline{BC}\overline{C} + \overline{CCD} \\ &= \overline{ACD} + \overline{B} + \overline{BC}\overline{C} + \overline{CCD} \\ &= \overline{ACD} + \overline{B} + 0 \\ &= \overline{ACD} + \overline{B} \end{aligned}$$



(c) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า  $BC + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{C} = ABC + \overline{A}$  (10 คะแนน)

$$\begin{aligned}
 &= BC + \overline{A}(\overline{B} + \overline{C}) = BC + \overline{A} \\
 &= (BC + \overline{A})(BC + \overline{B} + \overline{C}) \\
 &= (BC + \overline{A})(C + \overline{B} + \overline{C}) \\
 &= (BC + \overline{A})(\overline{B} + 1) \\
 &= BC + \overline{A}
 \end{aligned}$$

(d) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า output ของวงจรในรูปที่ 1 คือ  $G = X \oplus Y = \overline{XY} + \overline{X}\overline{Y}$  (10 คะแนน)



$$\begin{aligned}
 \overline{X(\overline{X}Y)} \overline{Y} &= \overline{\overline{X(\overline{X}Y)}} + \overline{(\overline{X}Y)}Y \\
 &= X(\overline{X}Y) + (\overline{X}Y)Y \\
 &= X(\overline{X} + Y) + (\overline{X} + Y)Y \\
 &= 0 + \overline{XY} + \overline{XY} \\
 &= \overline{XY} + \overline{XY} \\
 &= X \oplus Y
 \end{aligned}$$

3. K-Map:

(a) จะใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ  $F(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 6, 7)$  (5 ค่าແນນ)

0000 0110  
0001 0111

	AB	00	01	11	10
CD	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	11	1	0	1	1
	10	1	0	1	1

$$F(A, B, C, D) = A + \bar{B}C + \bar{B}\bar{C}$$

(b) จะใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ  $F(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 5, 7, 9) + \sum d(6, 12, 13)$  (10 ค่าແນນ)

0002 0101 1001 1100  
/ 0011 0111 ↓ 0110 1102

	AB	00	01	11	10
CD	00	0	0	X	0
	01	1	1	X	1
	11	1	1	0	0
	10	0	X	0	0

$$F(A, B, C, D) = \bar{A}D + \bar{C}D$$

$$= D(\bar{A} + \bar{C})$$

(c) จะใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ (15 ค่าແນນ)

$F(A, B, C, D, E) = \sum m(3, 7, 12, 14, 15, 19, 23, 27, 28, 29, 31) + \sum d(4, 5, 6, 13, 30)$

00011 01100 01111 10111 11100 11111 00100 00110 11110  
↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑  
00111 01011 01110 10011 11011 11102 11101 00101 01101

	BC	00	01	11	10
DE	00	0	X	1	0
	01	0	X	X	0
A=0	11	1	1	1	0
	10	0	X	1	0

	BC	00	01	11	10
DE	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
A=1	11	1	1	1	1
	10	0	0	X	0

$$F(A, B, C, D, E) = BC + ADE + \bar{B}DE$$

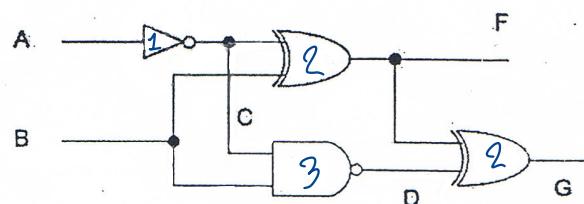
John

4. Time Response: จงเขียน Time Diagram ของ C, D, F, และ G โดยกำหนดให้ Delay ของเกตต่างๆ เป็นดังนี้  
 (20 คะแนน)

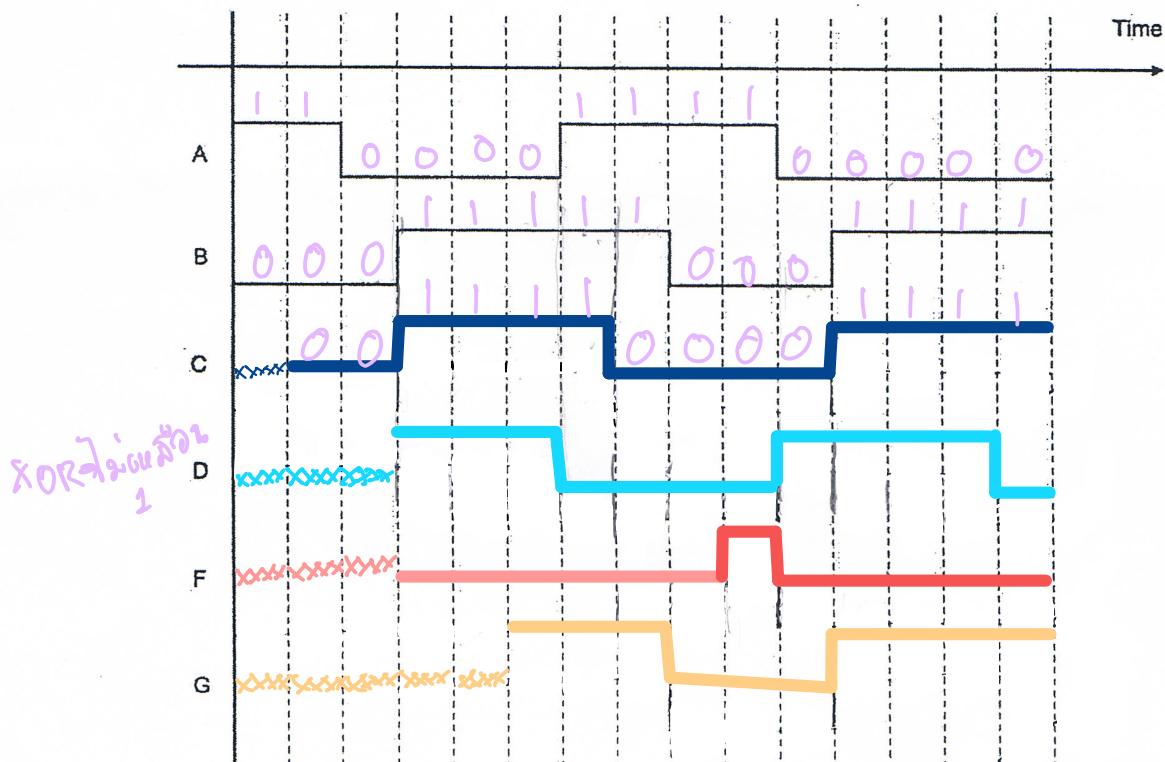
Inverter เกต มี Delay 1 หน่วยเวลา

XOR เกต มี Delay 2 หน่วยเวลา  $\rightarrow 1 \oplus 1 \rightarrow 0$

NAND เกต มี Delay 3 หน่วยเวลา  $\rightarrow 1 \cdot 1 \rightarrow 0$



รูปที่ 2: วงจรสำหรับโจทย์ข้อ 4



5. การออกแบบวงจร: วิศวกรรมต้องการสร้างวงจรสำหรับแสดงผลการเรียนของนักศึกษาในวิชา Digital โดยแสดงผลในรูปแบบตัวอักษร a,b,c,d,f บน 7-Segment Display ดังรูปที่ 3



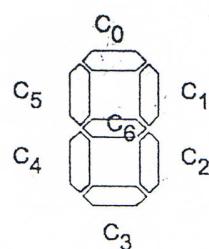
รูปที่ 3: การแสดงผลตัวอักษรบน 7-Segment Display

โดยกำหนด Input ขนาด 3 บิต (XYZ) เพื่อควบคุมการแสดงผลตามตารางที่ 1 สำหรับค่า input ไหนๆ ก็ได้ ให้ให้ถือว่า output เป็น don't care

ตารางที่ 1: Input และ การแสดงผล

XYZ	การแสดงผลบน 7-Segment Display	C <sub>0</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
001	a	1	1	1	1	1	0	1
010	b	0	0	1	1	1	1	1
011	c	1	0	0	1	1	1	0
100	d	0	1	1	1	1	0	1
101	f	1	0	0	0	1	1	1

กำหนดให้ส่วนต่างๆ ของ 7-Segment Display เป็นดังรูปที่ 4

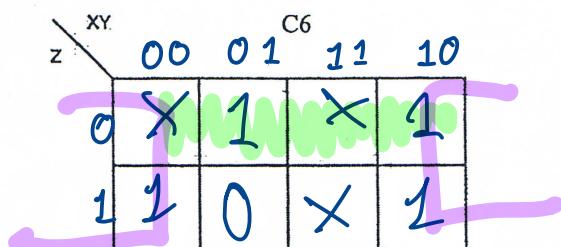
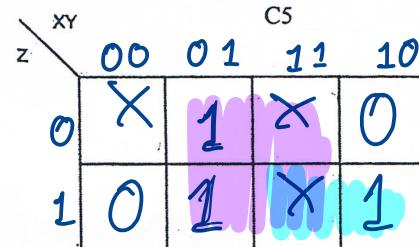
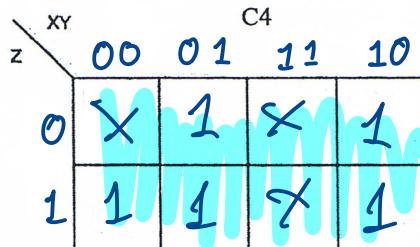
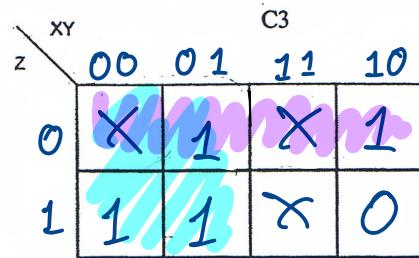
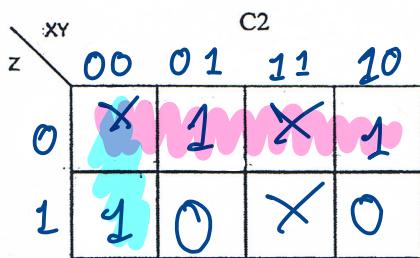
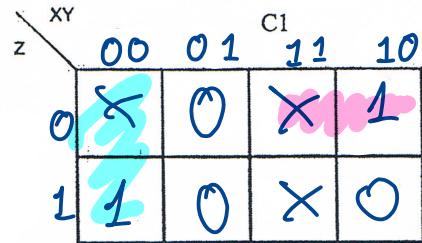
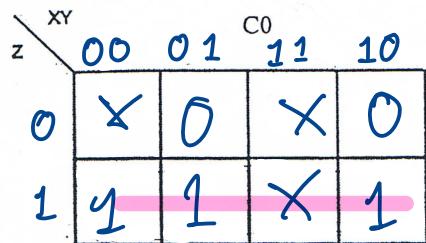


รูปที่ 4: ส่วนต่างๆ บน 7-Segment Display

(a) เขียน K-Map ของ  $C_0, C_1, \dots, C_6$  และสมการบูลีนที่ได้จาก K-map

(20 คะแนน)

$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
001	1	1	1	1	0	1
010	0	0	1	1	1	1
011	1	0	0	1	1	0
100	0	1	1	1	1	0
101	1	0	0	0	1	1



$$C_0 = Z$$

$$C_2 = \sum + \bar{X}\bar{Y}$$

$$C_4 = 1$$

$$C_6 = \sum + \bar{Y}$$

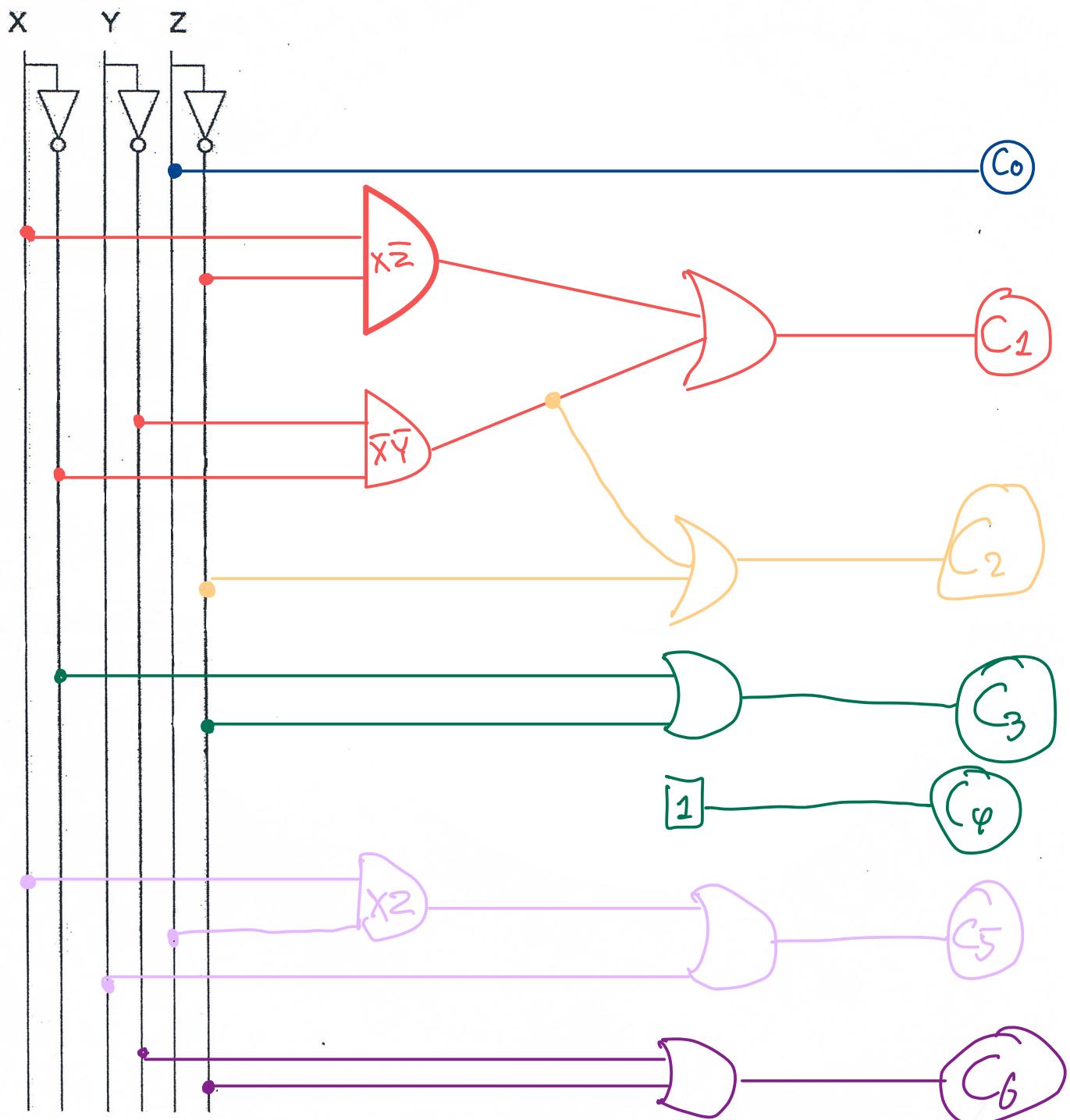
$$C_1 = X\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$$

$$C_3 = \bar{X} + \bar{Z}$$

$$C_5 = Y + X\bar{Z}$$

(b) เขียน Schematic Diagram ของ  $C_0, C_1, \dots, C_6$

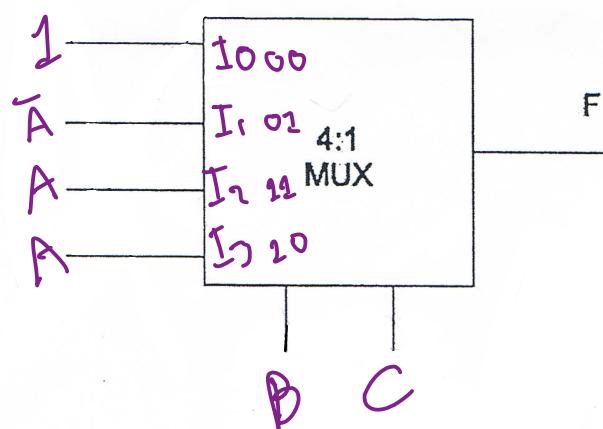
(10 คะแนน)



6. MUX: จากตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ ( $A, B, C$  เป็น inputs และ  $F$  เป็น output) จงออกแบบจรดโดยใช้ 4:1 MUX และใช้  $B$  และ  $C$  เป็น Control Inputs ให้นักศึกษาต่อโดยใช้สีค่า input ที่หาต่างๆ ของ 4:1 MUX ที่กำหนดให้ (คะแนนเสริม 10 คะแนน)

ตารางที่ 2: ตารางค่าความจริงสำหรับโจทย์ข้อ 6

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



6. MUX: จากตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ (A,B,C เป็น inputs และ F เป็น output) จงออกแบบจรดโดยใช้ 4:1 MUX และใช้ B และ C เป็น Control Inputs ให้นักศึกษาต่อ埠โดยใช้สคริปต์ภาษาต่างๆของ 4:1 MUX ที่กำหนดให้

(คะแนนเสริม 10 คะแนน)

ตารางที่ 2: ตารางค่าความจริงสำหรับโจทย์ข้อ 6

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

