

Number Systems

Lecture 6

Outline

- One's Complement System
- Two's Complement System

Number Systems

- ที่ผ่านมาระยะนี้ เราใช้เลขฐานสองแทนจำนวนต่างๆ โดยจำนวนเหล่านั้นเป็นจำนวนบวกเท่านั้น
- การคำนวณจำเป็นต้องใช้ทั้งค่าบวกและค่าลบ
- รูปแบบการแทนจำนวนบวกและลบ
 - แบบ One's Complement
 - แบบ Two's Complement

One's Complement System

↗ most significant bit; bit with largest value

- ใช้ MSB เป็น Sign Bit สำหรับจำนวนบวกบิตนี้จะเป็ 0 และสำหรับจำนวนลบบิตนี้จะเป็ 1 *ดูจาก Bit ซ้ายสุด*
- การแทนจำนวนลบทำได้โดยหาคอมพลีเมนต์ของจำนวนบวกที่มีค่า Magnitude ตรงกับจำนวนลบที่ต้องการ
- ตัวอย่าง
 - +7 จะถูกแทนด้วย 0111 และ -7 สามารถหาได้โดยนำ 0111 มาหาคอมพลีเมนต์ ดังนั้น -7 จะถูกแทนด้วย 1000
 - -4 จะถูกแทนด้วย 1011 เมื่อหาคอมพลีเมนต์ ของ 1011 จะได้ 0100 ซึ่งก็คือ เลข +4

0 1 1 0 1 1 0 0

2^6 2^5 2^3 2^2
2 2 2 2

$$64 + 32 + 8 + 4 = 108$$

$$100\ 100\ 11 = -108$$

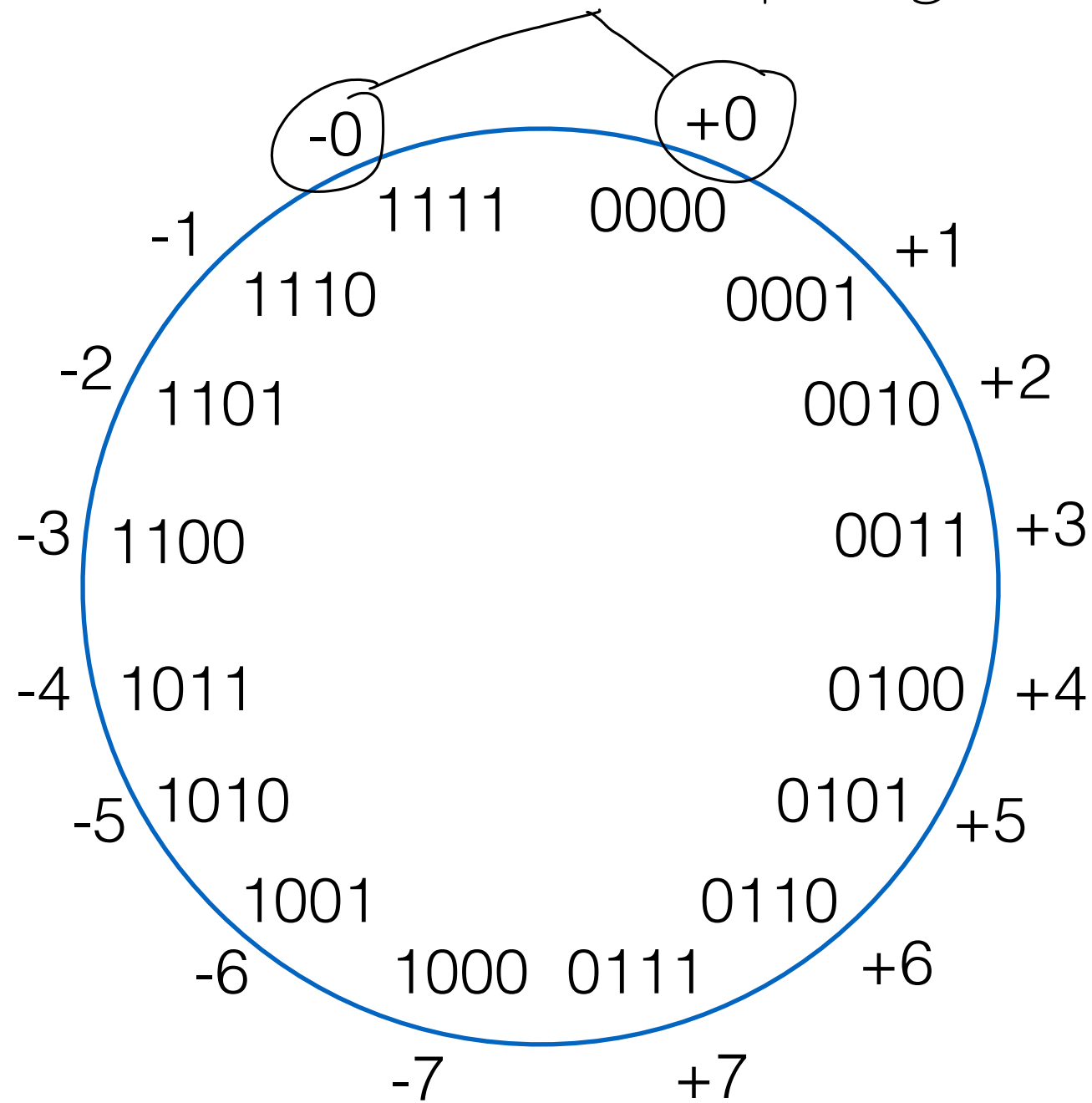
10101011 = -84
convert to positive num
→ 01010100

$$64\ 16\ 4 = 84$$

8 Bit → ตัวเลขในชุดเลข
ex. 8 bit ก็คือจำนวนในชุด
จะได้แค่เครื่องหมายได้

One's Complement Number

Wheel 4 bit 0 วน pos, neg ทำในวงล้อไป 1 ที



Addition in One's Complement System

$$\begin{array}{r}
 +4 \quad 0100 \\
 +3 \quad 0011 \\
 \hline
 +7 \quad 0111 \\
 \hline
 \end{array}$$

บวกเลข
ฐาน 10
ปกติ

$$\begin{array}{r}
 -4 \quad 1011 \\
 -3 \quad 1100 \\
 \hline
 -7 \quad 0111 \\
 \hline
 \end{array}$$

เอาตัวทดส่วนเกิน
บวกเข้าไปในข้อ

๑ ๑ ๑ = 3

$$\begin{array}{r}
 +4 \quad 0100 \\
 -3 \quad 1100 \\
 \hline
 +1 \quad 0000 \\
 \hline
 \end{array}$$

1

0001

$$\begin{array}{r}
 -4 \quad 1011 \\
 +3 \quad 0011 \\
 \hline
 -1 \quad 1110 \\
 \hline
 \end{array}$$

computer ใช้ ↓

Two's Complement System

เครื่องหมาย

- ยังใช้ MSB เป็น Sign Bit สำหรับจำนวนบวก บิตนี้จะเป็น 0 และสำหรับจำนวนลบบิตนี้จะเป็น 1
- การแทนจำนวนลบทำได้โดยหาคอมพลีเมนต์ของจำนวนบวกที่มีค่า Magnitude ตรงกับจำนวนลบที่ต้องการ แล้วนำค่าคอมพลีเมนต์นั้นมาบวกด้วย 1
complement $\rightarrow +1$
- ตัวอย่าง: +7 จะถูกแทนด้วย 0111 และ -7 สามารถหาได้โดยนำ 0111 มาหา คอมพลีเมนต์ ซึ่งจะได้ 1000 และบวก 1 เข้าไปจะได้ผลลัพธ์คือ 1001 ดังนั้น -7 ในระบบ Two Complement จะถูกแทนด้วย 1001

+4 Finding -4

$$\begin{array}{r}
 0100 \\
 1011 \\
 \hline
 1111 \\
 +1 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

-4 = 1000

Find -23

+23

$16 + 4 + 2 + 1$

00010111 = 23

11101000
 1 +

11101001 = -23#

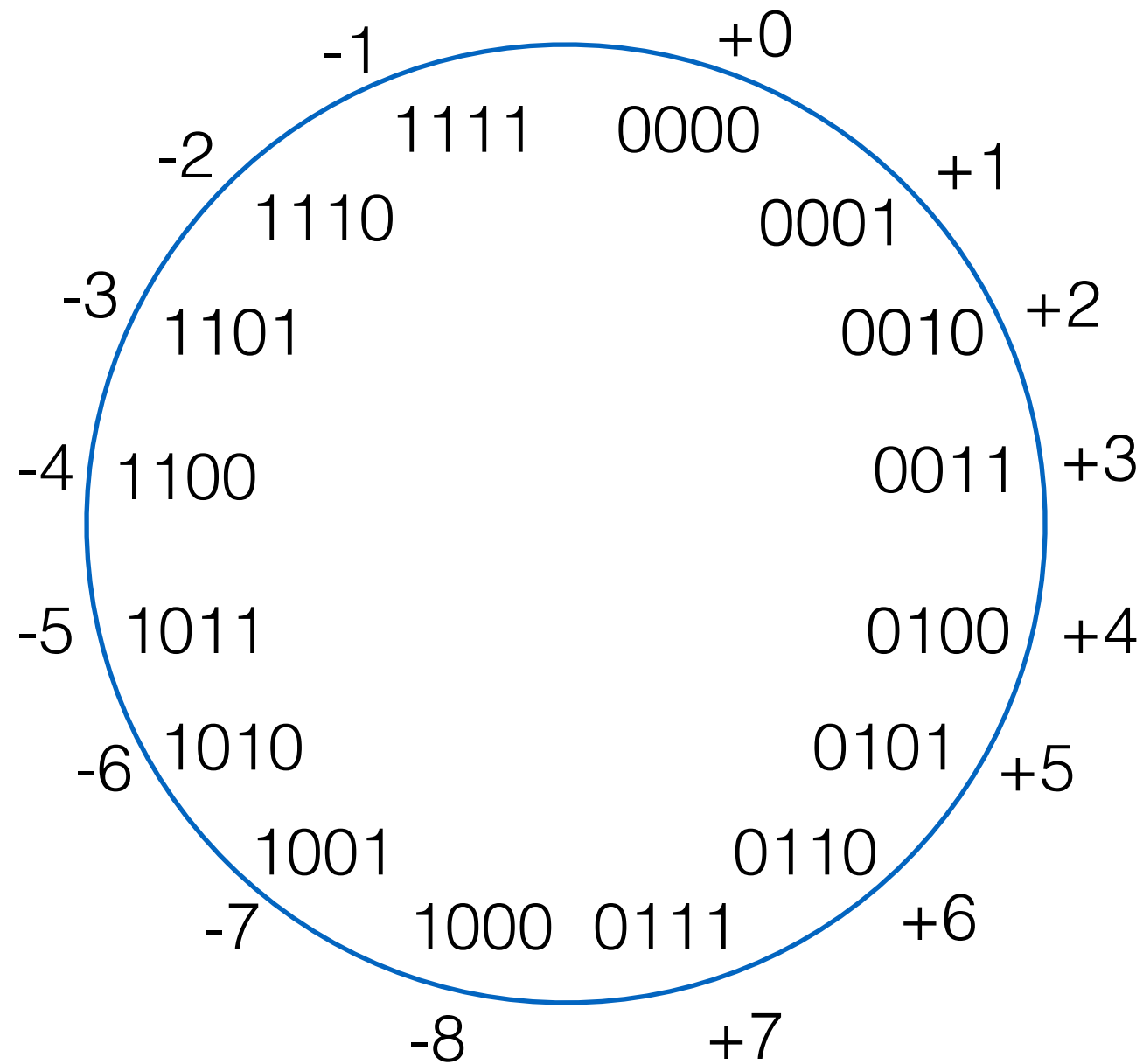
↘ 6720 negative

 ↓ 6720 complement, +1
 6 720 6720

00010110
 1 +

00010111

Two's Complement Number Wheel



Addition in Two's Complement System

$$\begin{array}{r}
 +4 \quad 0100 \\
 +3 \quad \underline{0011} \\
 +7 \quad \underline{\underline{0111}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 +4 \quad 0100 \\
 -3 \quad \underline{1101} \\
 +1 \quad \underline{\underline{0001}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -4 \quad 1100 \\
 -3 \quad \underline{1101} \\
 -7 \quad \underline{\underline{1001}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -4 \quad 1100 \\
 +3 \quad \underline{0011} \\
 -1 \quad \underline{\underline{1111}}
 \end{array}$$

↑ ข้อควรระวังใน Two's Complement
ที่จะได้เลข ไม่ควรบวกต่อ

1

Overflow

overflow เกิดขึ้นจนกว่า bit จำกัด

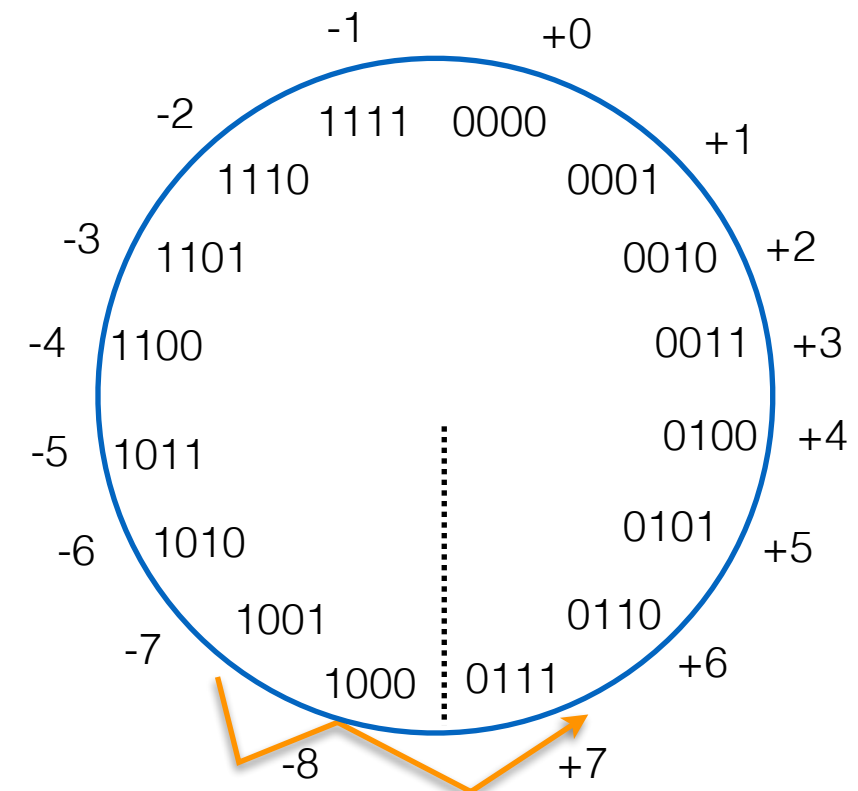
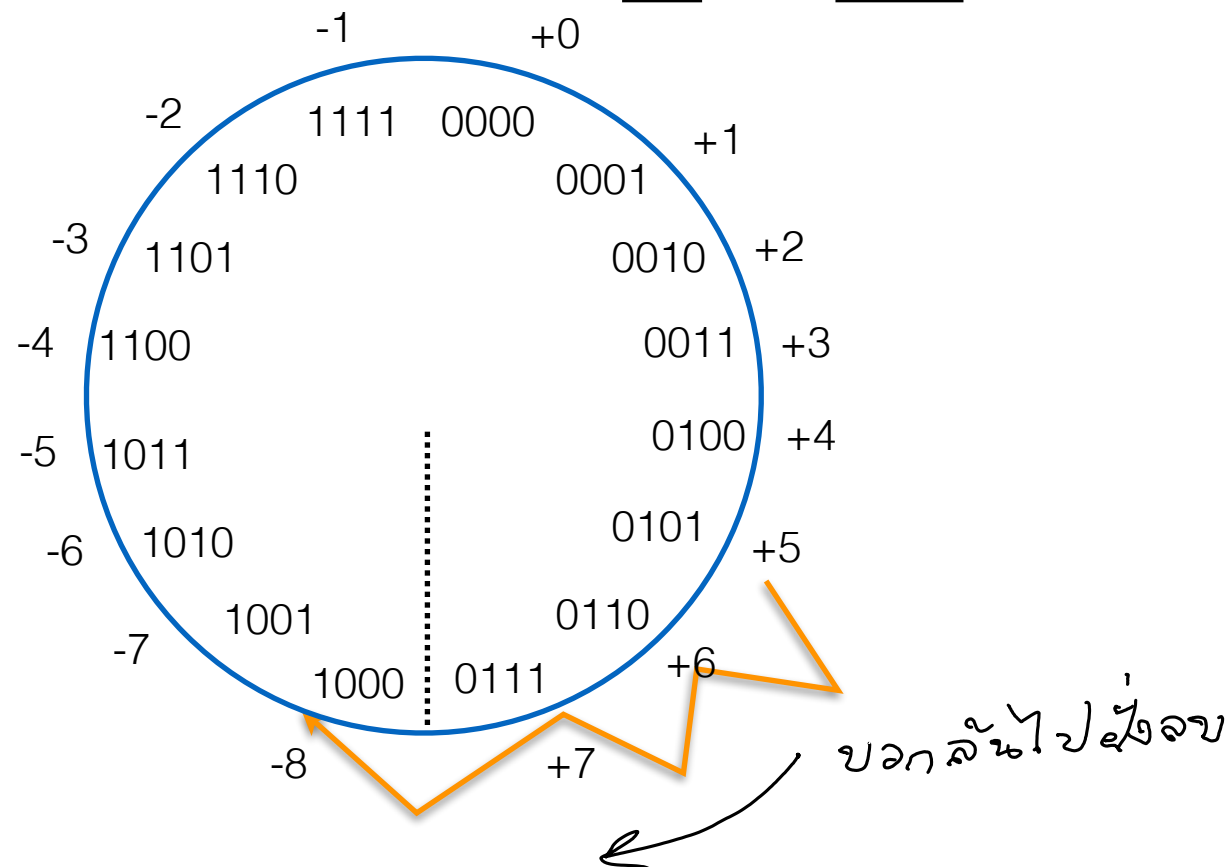
เราต้องบอก user ว่า error

- ใหญ่เกินกว่าระบบจะรองรับ
- Overflow เกิดขึ้นเมื่อผลบวกของจำนวนบวกกลายเป็นจำนวนลบ และผลบวกของจำนวนลบกลายเป็นจำนวนบวก

- ตัวอย่าง

$$\begin{array}{r}
 +5 \quad 0101 \\
 +3 \quad 0011 \\
 \hline
 -8 \quad 1000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -7 \quad 1001 \\
 -2 \quad 1110 \\
 \hline
 +7 \quad 0111
 \end{array}$$



Checking for Overflow

- เราสามารถตรวจสอบว่ามี Overflow เกิดขึ้นหรือไม่ โดยตรวจที่ Carry-in กับ Carry-out ของ MSB

พจน์เข้า & พจน์ออก

เอา gate XOR มาใช้

- ถ้าหาก Carry-in และ Carry-out ของ MSB ไม่เท่ากันแสดงว่ามี Overflow เกิดขึ้น

พจน์เข้า & พจน์ออก

Carry-in \neq Carry-out, Overflow

	0111		1000
+5	0101	-7	1001
+3	0011	-2	1110
-8	1000	+7	0111

Carry-in = Carry-out, No Overflow

	0000		1111
+5	0101	-3	1101
+2	0010	-5	1011
+7	0111	-8	1000