

1. ให้ $\mathbf{u} = (4, 0, -3, 5)$, $\mathbf{v} = (0, 2, 5, 3)$

จงหา (a) $\mathbf{u} - \mathbf{v}$

(b) $2(\mathbf{u} + 3\mathbf{v})$

(c) $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$

$$3\mathbf{v} = (0, 6, 15, 9)$$

$$2\mathbf{v} = (0, 4, 10, 6)$$

$$\begin{matrix} 4 & 0 & -3 & 5 \end{matrix}$$

a)

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = (4, -2, -8, 2)$$

b)

$$\begin{aligned} 2(\mathbf{u} + 3\mathbf{v}) &= 2(4, 6, 12, 14) \\ &= (8, 12, 24, 28) \end{aligned}$$

c)

$$2\mathbf{v} - \mathbf{u} = (-4, 4, 13, 1)$$

2. ให้ $\mathbf{u} = (1, -1, 0, 1)$ และ $\mathbf{v} = (0, 2, 3, 1)$ $3\mathbf{v} = (0, 6, 9, 3)$

จงหาผลเฉลยของ \mathbf{w} เมื่อ $2\mathbf{w} = \mathbf{u} - 3\mathbf{v}$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2}(\mathbf{u} - 3\mathbf{v})$$

$$= \frac{1}{2}(1, -7, -9, -2)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}, -1\right)$$

3. ให้ $\mathbf{u} = (-1, 1, 2)$ และ $\mathbf{v} = (1, -3, -2)$

จงหา (a) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$

(b) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$

(c) $\|\mathbf{u}\|^2$

$$\begin{aligned} \text{b) } \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} &= 1 + 1 + 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} &= -1(1) + (-3) - 4 \\ &= -1 - 3 - 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \|\mathbf{u}\|^2 &= \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \\ &= 6 \end{aligned}$$

4. ให้ $\mathbf{u} = (3, 1)$, $\mathbf{v} = (2, -4)$

จงหามุม θ ระหว่างเวกเตอร์

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$$

$$= \frac{6 - 4}{\sqrt{10} (\sqrt{20})}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{200}}$$

$$= \frac{2}{10\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)$$

$$\approx 1.4289 \text{ rad} \approx 81.87^\circ$$

5. ให้ $\mathbf{u} = (12, -3, 1)$, $\mathbf{v} = (-2, 5, -1)$

จงหาผลเฉลยของ $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ และแสดงว่าผลเฉลยตั้งฉากกับทั้งสองเวกเตอร์ \mathbf{u} และ \mathbf{v}

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 12 & -3 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} \\ 12 & -3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \cancel{3\mathbf{i}} - \cancel{2\mathbf{j}} + \cancel{60\mathbf{k}} - \cancel{6\mathbf{k}} - \cancel{5\mathbf{i}} + \cancel{12\mathbf{j}}$$

$$= -2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 54\mathbf{k}$$

$$(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u} = -24 - 30 + 54$$

$$= 0$$

$$(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} = 4 + 50 - 54$$

$$= 0$$