(A)

0	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	8

$[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8]$

最佳狀況找到:
O(1); 目標為4:

① $l=0,\ r=7 \Rightarrow \lfloor \frac{0+7}{2} \rfloor = 3 \Rightarrow 4=4$ 找到目標

最差狀況找到:
O(log n); 目標為1

① $l=0,\ r=7 \Rightarrow \lfloor \frac{0+7}{2} \rfloor = 3 \Rightarrow 4 > 1$

② $l=0,\ r=2 \Rightarrow \lfloor \frac{0+2}{2} \rfloor = 1 \Rightarrow 2 > 1$

③ $l=0,\ r=0 \Rightarrow \lfloor \frac{0+0}{2} \rfloor = 0 \Rightarrow 1=1$ 找到目標

最差狀況找不到:
O(log n); 目標為10

① $l=0,\ r=7 \Rightarrow \lfloor \frac{0+7}{2} \rfloor = 3 \Rightarrow 4 < 10$

② $l=4,\ r=7 \Rightarrow \lfloor \frac{4+7}{2} \rfloor = 6 \Rightarrow 7 < 10$

③ $l=7,\ r=7 \Rightarrow \lfloor \frac{7+7}{2} \rfloor = 7 \Rightarrow 8 < 10$

④ ~~$l=8,\ r=7$,~~ $l > r \Rightarrow$ 失敗

(B)

改為3元素一組:

$T(n) = T(\frac{3}{4}n) + T(\frac{1}{3}n) + cn$

令 $T(n) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots\cdots$, $a_1 \neq 0$

$T(\frac{3}{4}n) = a_0 + \frac{3}{4}nx + \frac{9}{16}n^2x^2 + \cdots\cdots$

$T(\frac{1}{3}n) = a_0 + \frac{1}{3}nx + \frac{1}{9}n^2x^2$

$T(\frac{3}{4}n + \frac{1}{3}n) = T(\frac{13}{12}n) = a_0 + \frac{13}{12}nx + \frac{169}{144}n^2x^2 + \cdots\cdots$

$T(\frac{3}{4}n) + T(\frac{1}{3}n) = 2a_0 + \frac{13}{12}nx + \frac{97}{144}n^2x^2 + \cdots\cdots$

$T(\frac{3}{4}n + \frac{1}{3}n) + a_0 \geq T(\frac{3}{4}n) + T(\frac{1}{3}n)$

但是 $T(\frac{3}{4}n + \frac{1}{3}n) = T(\frac{13}{12}n) > T(n)$

$\Rightarrow$ 無法進行迭代

$\Rightarrow$ 故最壞狀況時間複雜度 $\neq O(n)$ #

(c) 6 元素一組:

$T(n) = T(\frac{3}{4}n) + T(\frac{1}{6}n) + cn$

令 $T(n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots,\ a_1 \neq 0$

$T(\frac{3}{4}n) = a_0 + \frac{3}{4}nx + \frac{9}{16}n^2x^2 + \cdots$

$T(\frac{1}{6}n) = a_0 + \frac{1}{6}nx + \frac{1}{36}n^2x^2 + \cdots$

$T(\frac{3}{4}n + \frac{1}{6}n) = T(\frac{11}{12}n) = a_0 + \frac{11}{12}nx + \frac{121}{144}x^2 + \cdots$

$T(\frac{3}{4}n) + T(\frac{1}{6}n) \leq T(\frac{11}{12}n) + a_0$

$\Rightarrow T(n) \leq c'n + T(\frac{11}{12}n)$

$\leq c'n + \frac{11}{12}c'n + T(\frac{121}{144}n)$

$\vdots$

$\leq c'n + \frac{11}{12}c'n + \cdots + \frac{11^p}{12^p}c'n + T((\frac{11}{12})^{p+1}n),\ (\frac{11}{12})^p n \geq 12(\frac{11}{12})^{p+1}n$

$\leq \lim_{p\to\infty} \frac{1-(\frac{11}{12})^{p+1}}{1-\frac{11}{12}} c'n + c'',\quad r = \frac{11}{12},\ a_1 = c'n,\ T((\frac{11}{12})^{p+1}n) = c''$

$= 12c'n + c'' = O(n) \Rightarrow T(n) = O(n)$ #

(D) $T(n) = T(\frac{7}{8}n) + cn^2$

①

$$T(n) = T(\frac{7}{8}n) + cn^2$$

$$= T(\frac{49}{64}n^2) + \frac{7}{8}cn^2$$

$$\vdots$$

$$= T((\frac{7}{8})^{p+1}n) + cn^2 + \frac{7}{8}cn^2 + \cdots + (\frac{7}{8})^p cn^2$$

, $(\frac{7}{8})^p n \geq 1 \geq (\frac{7}{8})^{p+1} n$

$$\leq \lim_{p\to\infty} \frac{1-(\frac{7}{8})^{p+1}}{1-\frac{7}{8}} cn^2 + c' \text{ , } r = \frac{7}{8}, a_1 = cn^2, T((\frac{7}{8})^{p+1}n) = c'$$

$$= 8cn^2 + c'$$

$$= O(n^2)$$ #

② 套入公式：

$T(n) = T((1-f)n) + cn^k$, $k>0$

$T(n) = O(n^k)$

$T(n) = T((1-\frac{1}{8})n) + cn^2$, $k=2$

$\Rightarrow T(n) = O(n^2)$ #

(E) $(0,0)\ (1,1)\ (2,2)\ (3,3)\ (4,2)\ (5,1)\ (6,0)\ (2,0)$

$y=0$

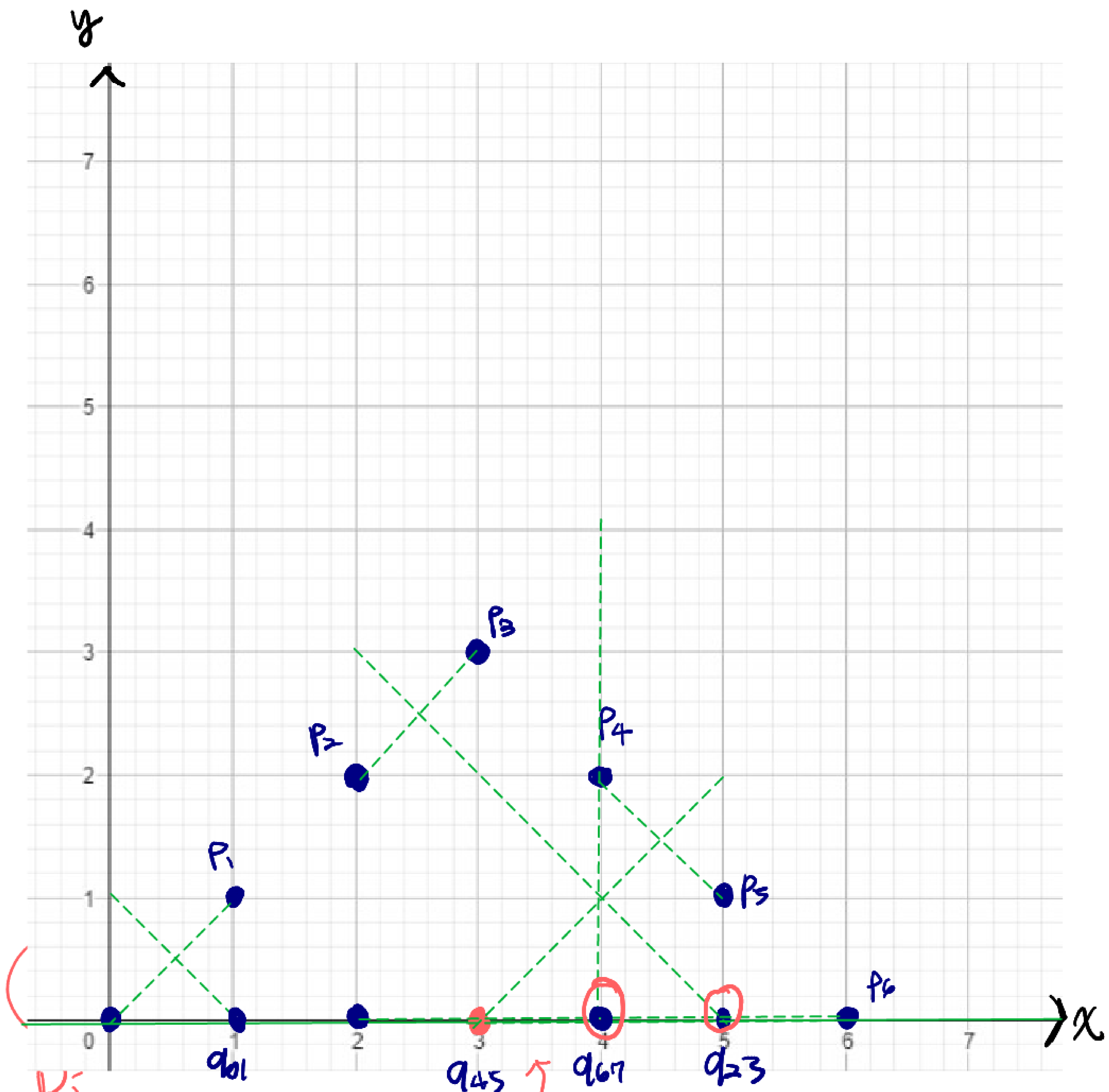
$x_m = \frac{3+4}{2} = 3.5$

$q_m = (3.5, 0)$

q_j在q_m左側

q^*在q_m左側

選$q_{i,i+1}$若在q_m右側者，刪除每組$q_{i,i+1}$中距q_m較近的點



p_j 離q_m最遠

q_m 所有q之x座標中位數

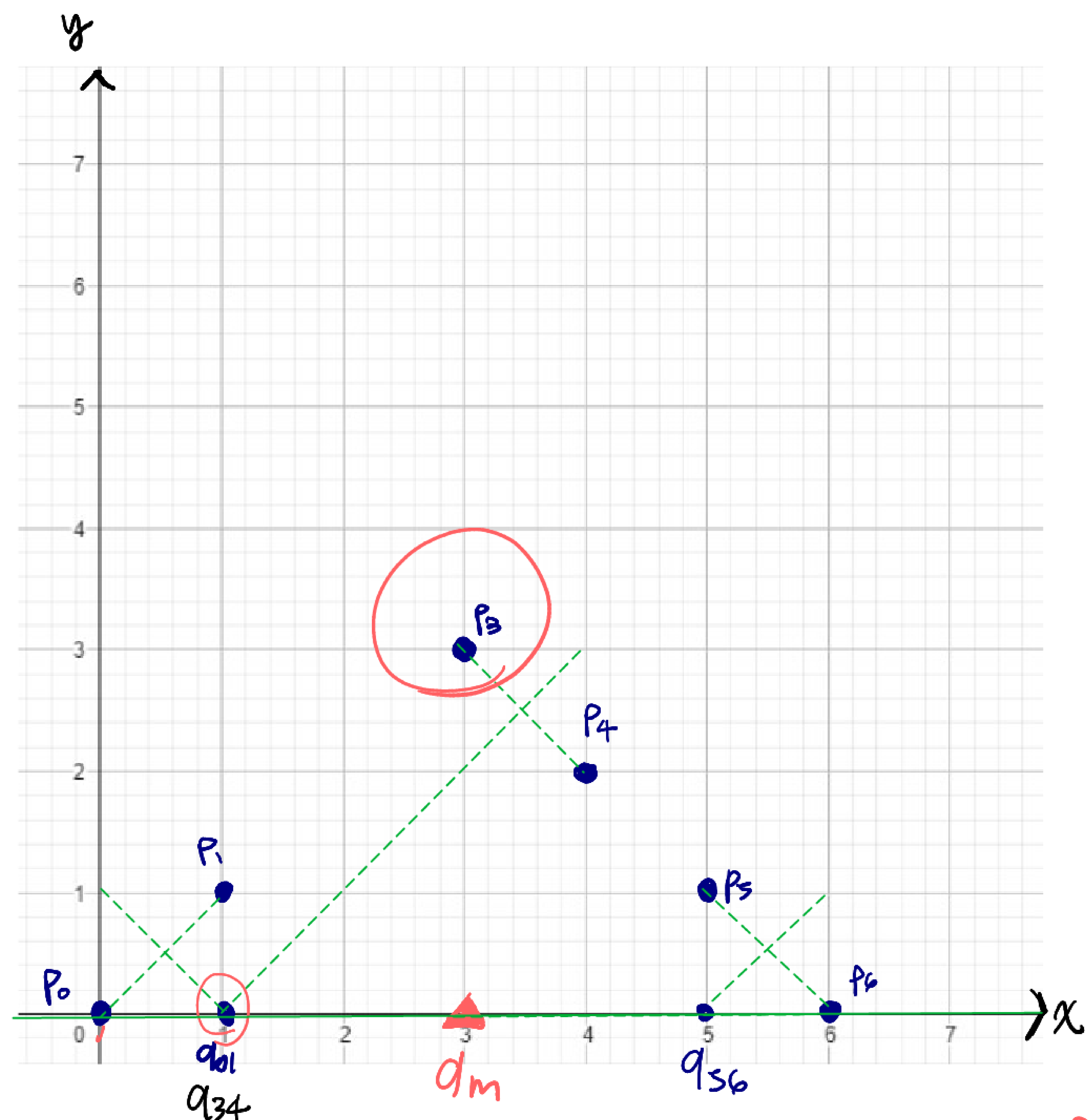
1

(E) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (2,0)

$y=0$

$x_m = \frac{1+5}{2} = 3$

$q_m = (3,0)$



距 q_m 最遠的 P_0、P_3、P_6 中，P_3 的 x 值與 q_m 相同 ⇒ $q^* = q_m$ (?)

⇒ 找到圓心、半徑

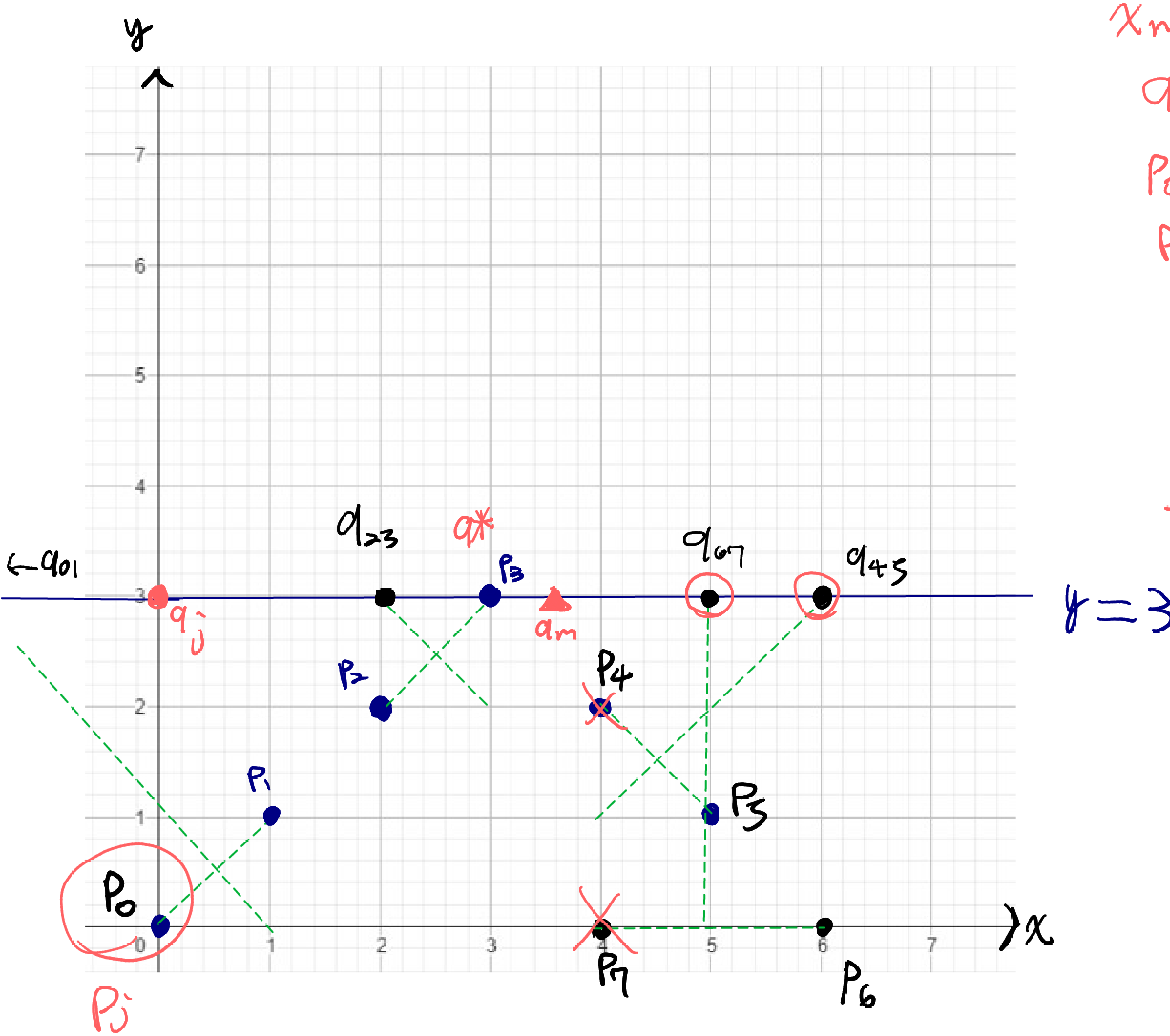
#

(P_0、P_3、P_6 與 q_m 距最遠)

2

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

$y=3$



$x_m = \frac{2+5}{2} = 3.5$

$q_m = (3.5, 3)$

P_0 離 q_m 最遠

P_0 為 P_j，P_0 在 $y=3$ 上

的投影為 q_j

q_j 在 q_m 左側

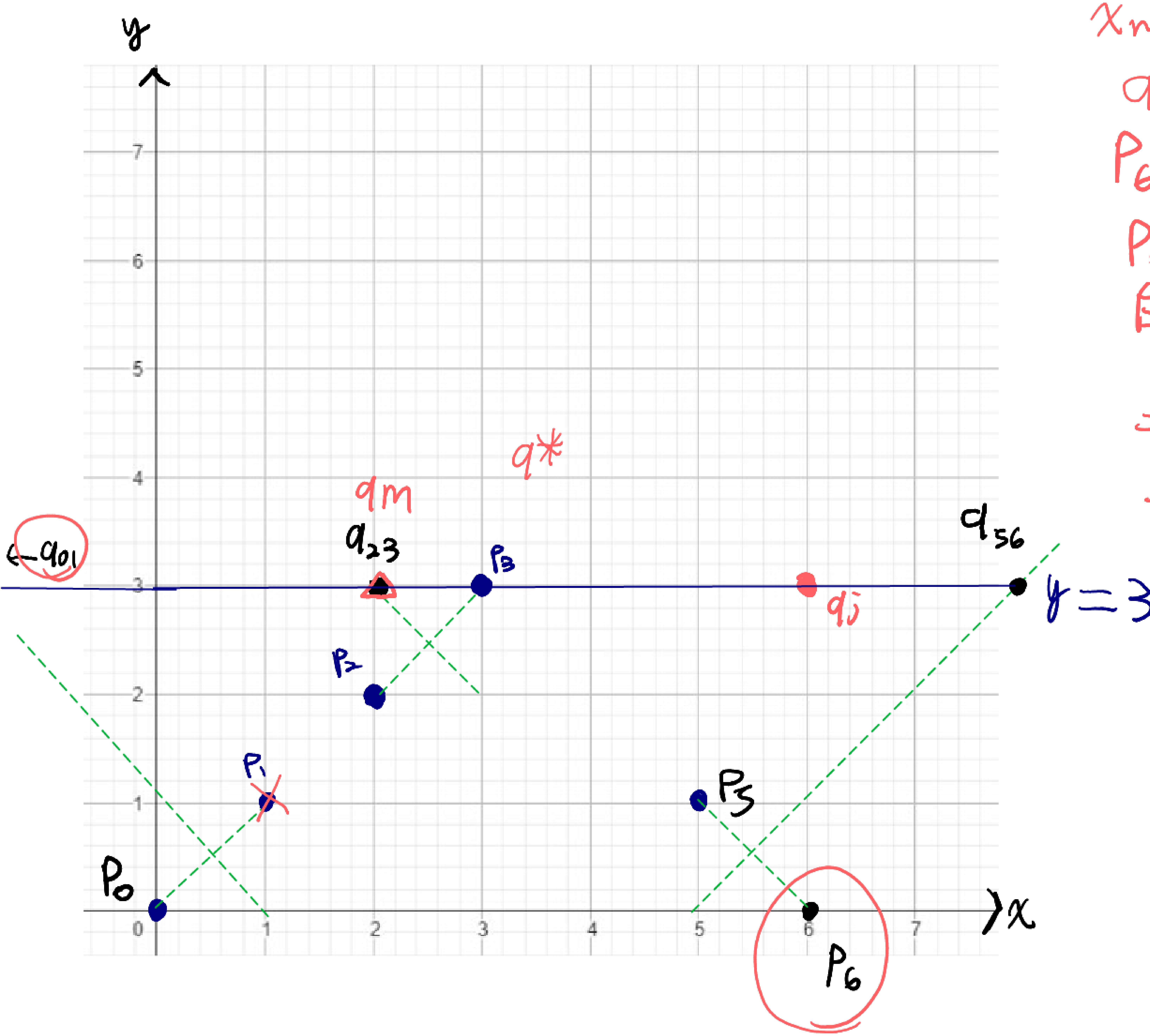
$\Rightarrow$ q^* 在 q_m 左側

$\Rightarrow$ 從 q 在 q_m 右側的

組中選距 q_m 最近者刪除

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

y=3



$x_m = 2$

$q_m = (2,3)$

P_6 離 q_m 最遠

P_6 為 P_j，P_6 在 $y=3$ 上

的投影為 q_j

q_j 在 q_m 右側

$\Rightarrow$ q^* 在 q_m 右側

$\Rightarrow$ 從 q 在 q_m 左側的組中選距 q_m 最近者刪除

②

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

$y=3$

與(E)不同的做法

$x_m = 3$

$q_m = (3,3)$

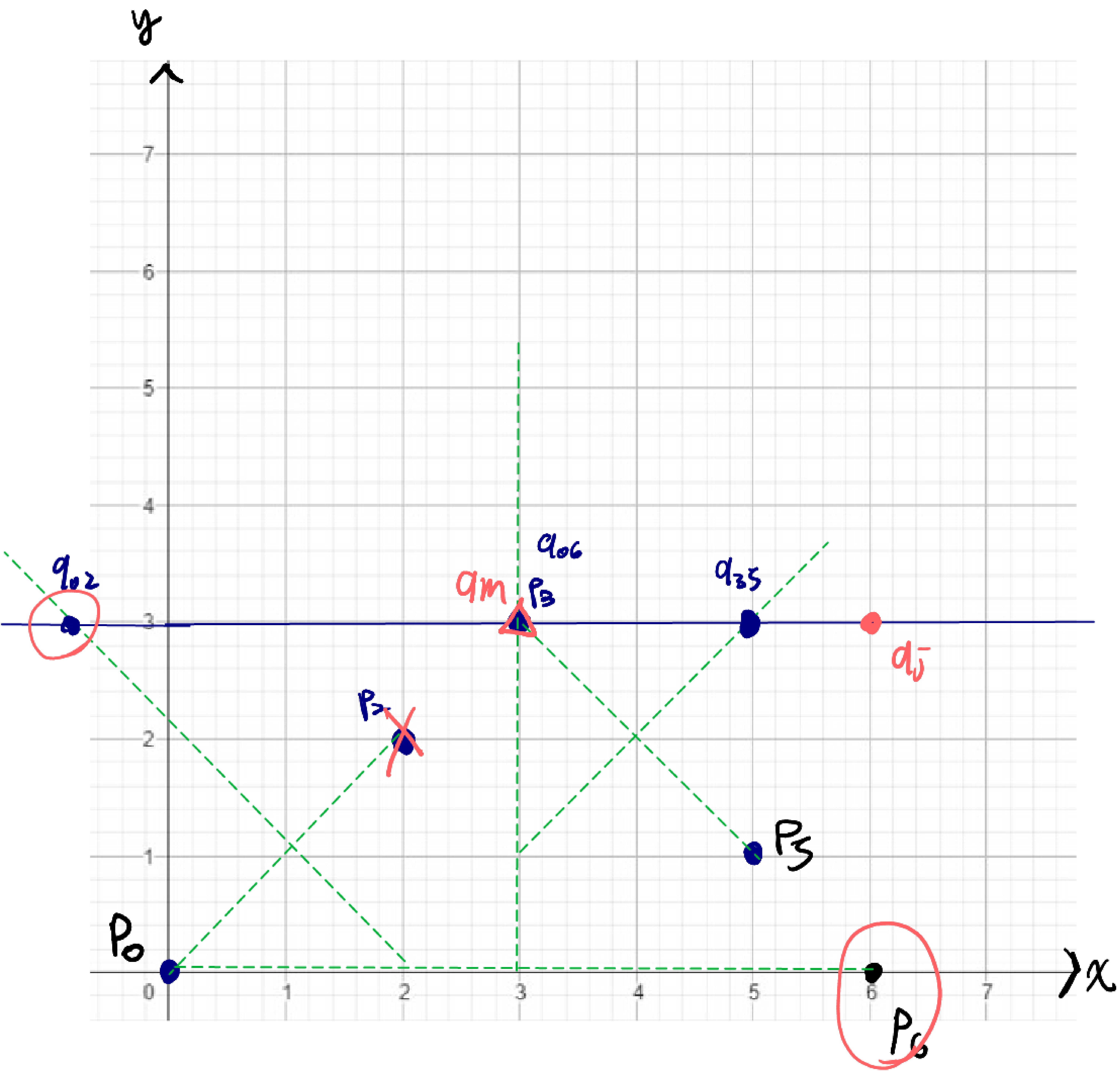
P_0, P_6 離 q_m 最遠

選 P_6 為 P_j，P_6 在 $y=3$ 上的投影為 q_j

q_j 在 q_m 右側

$\Rightarrow q^*$ 在 q_m 右側

$\Rightarrow$ 從 q 在 q_m 左側的組中選距 q_m 最近者刪除

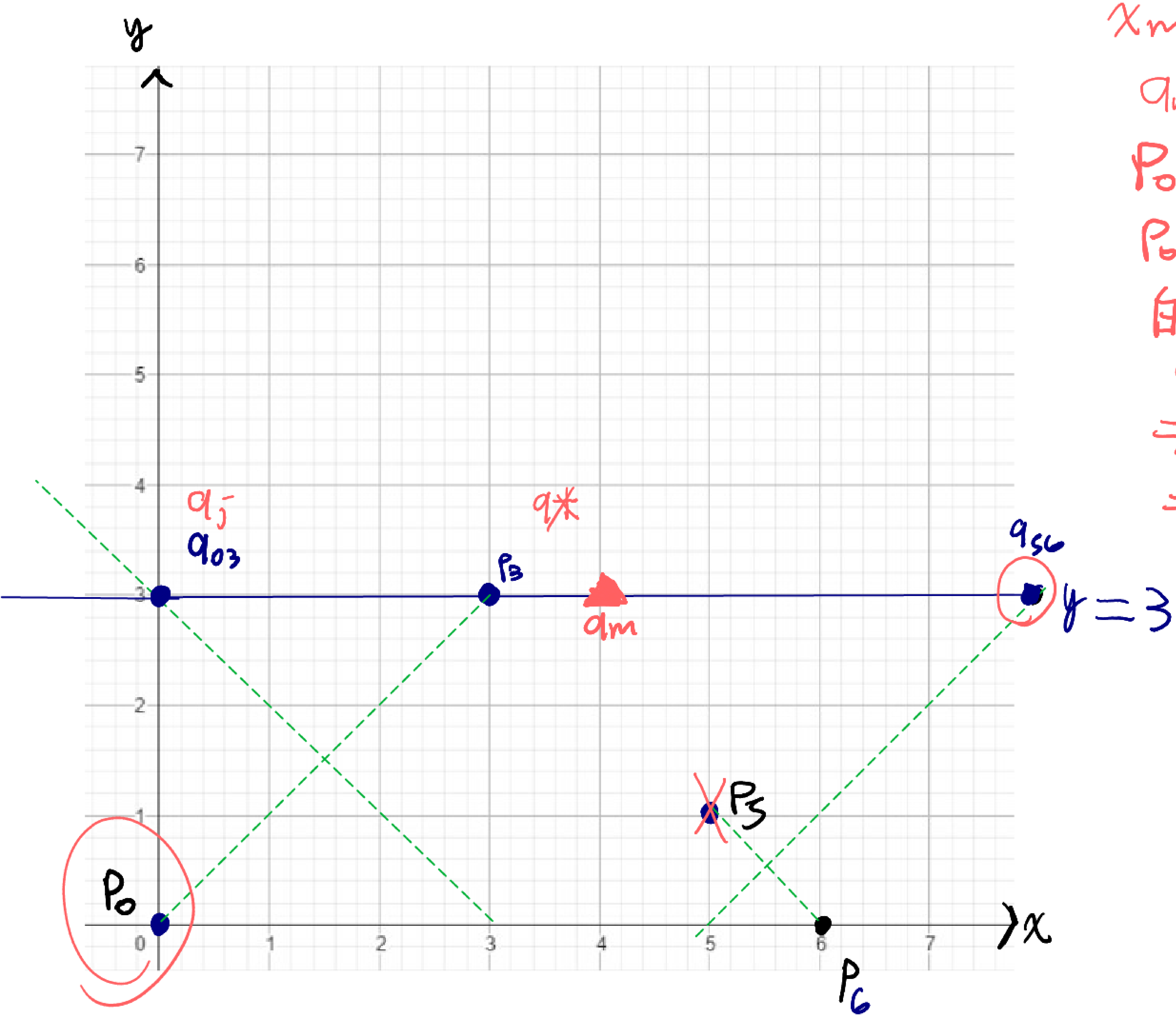


$y=3$

③

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

$y=3$



$x_m = \frac{0+8}{2} = 4$

$q_m = (4, 3)$

P_0 離 q_m 最遠

P_0 為 P_j，P_0 在 $y=3$ 上

的投影為 q_j

q_j 在 q_m 左側

$\Rightarrow q^*$ 在 q_m 左側

$\Rightarrow$ 從 q 在 q_m 右側的

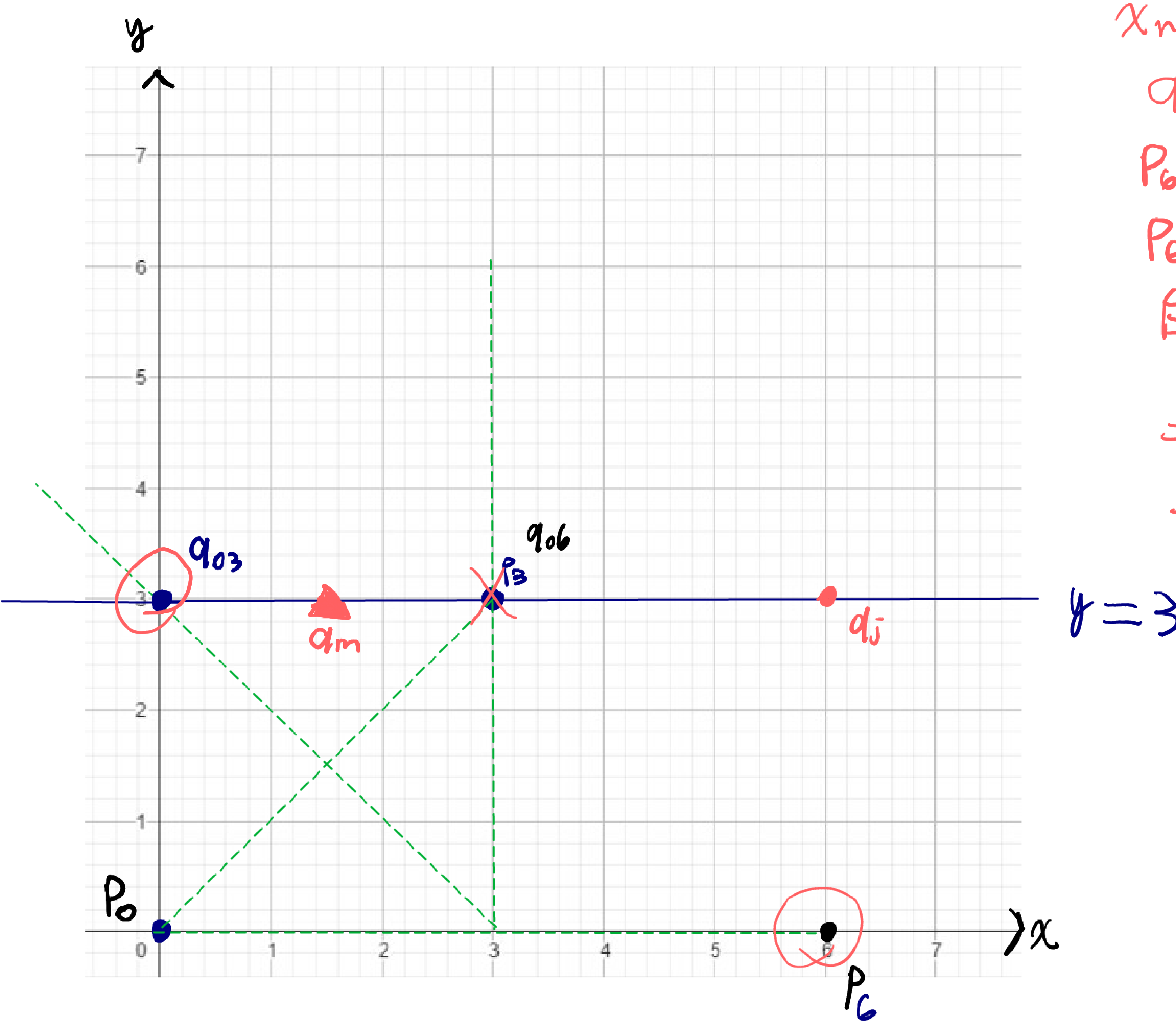
組中選距 q_m 最

近者刪除

4

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

$y=3$



$x_m = \frac{0+3}{2} = 1.5$

$q_m = (1.5, 3)$

P_6 離 q_m 最遠

P_6 為 P_j，P_6 在 $y=3$ 上的投影為 q_j

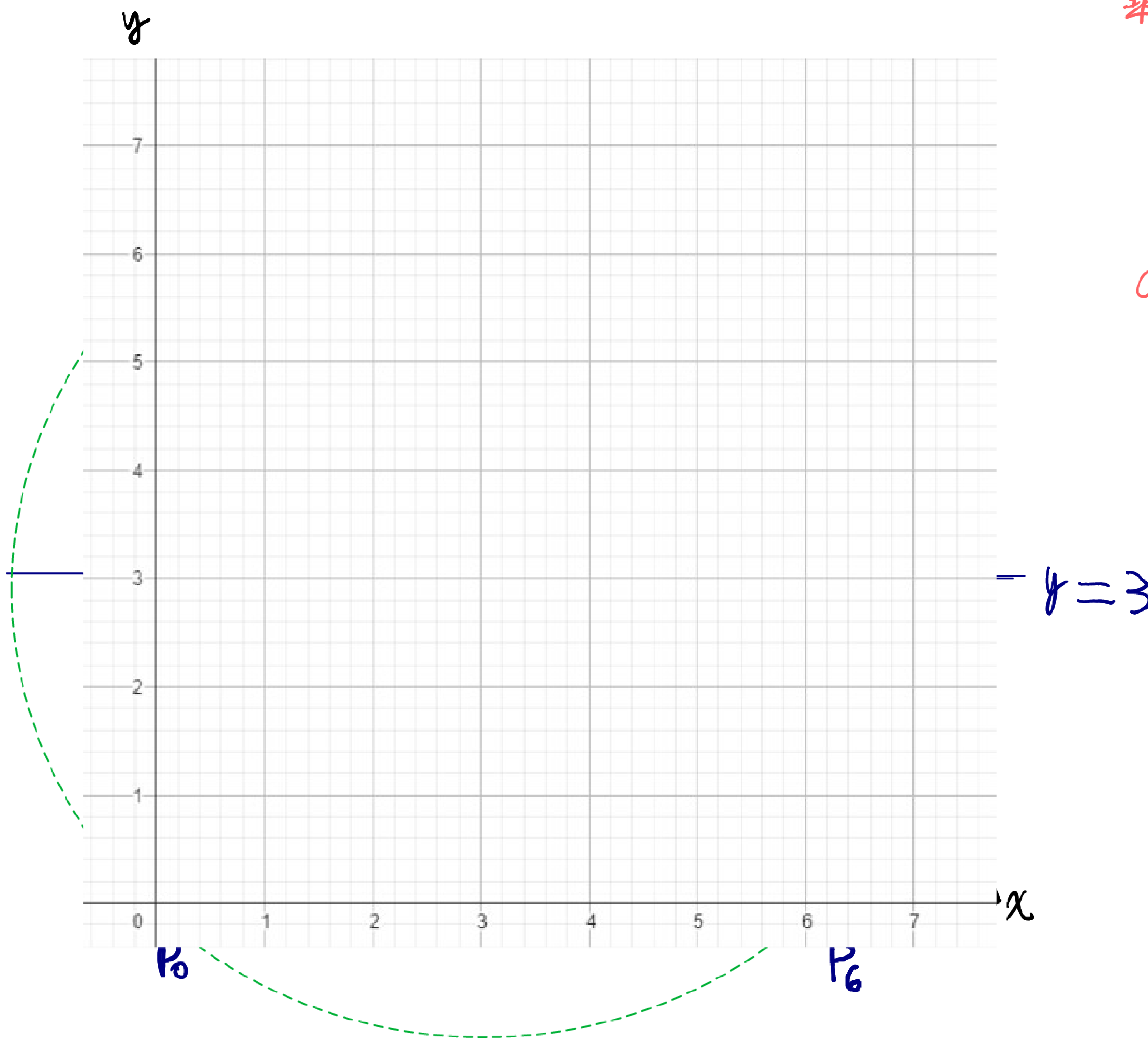
q_j 在 q_m 右側

$\Rightarrow q^*$ 在 q_m 右側

$\Rightarrow$ 從 q 在 q_m 左側的組中選距 q_m 最近者刪除

(F) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3) (4,2) (5,1) (6,0) (4,0)

$y=3$



剩餘 P_0、P_6兩點

$x_m = \frac{0+6}{2} = 3$

$q_m = (3,3)$

q_m 即 q^* (圓心)

(q_m 到 P_0、P_6距相同)

#