姓名:范家齊

系級:資工 2B

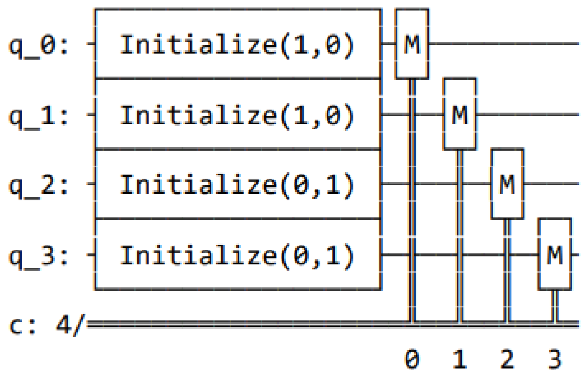
學號:110502018

- **請標記所寫題號以及截圖執行結果(執行結果長條圖 or 印出計次數 or 布洛赫球面圖)，截圖後請附上適當文字敘述輔助說明**
- **如果所選題目為手寫題，請將過程清楚寫下並拍照放上**

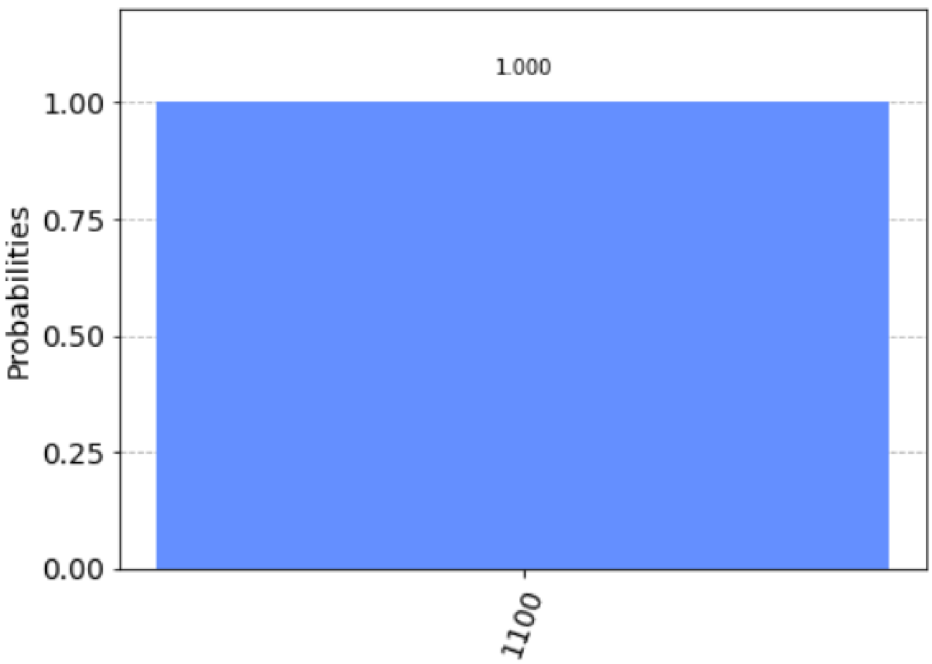
範例 ：(老師練習 #Program 2.3)

(注意！ 截圖時請一併印出量子線路及機率狀態圖)

內容 ：




```
Counts: {'1100': 1000}
Out[5]:
```



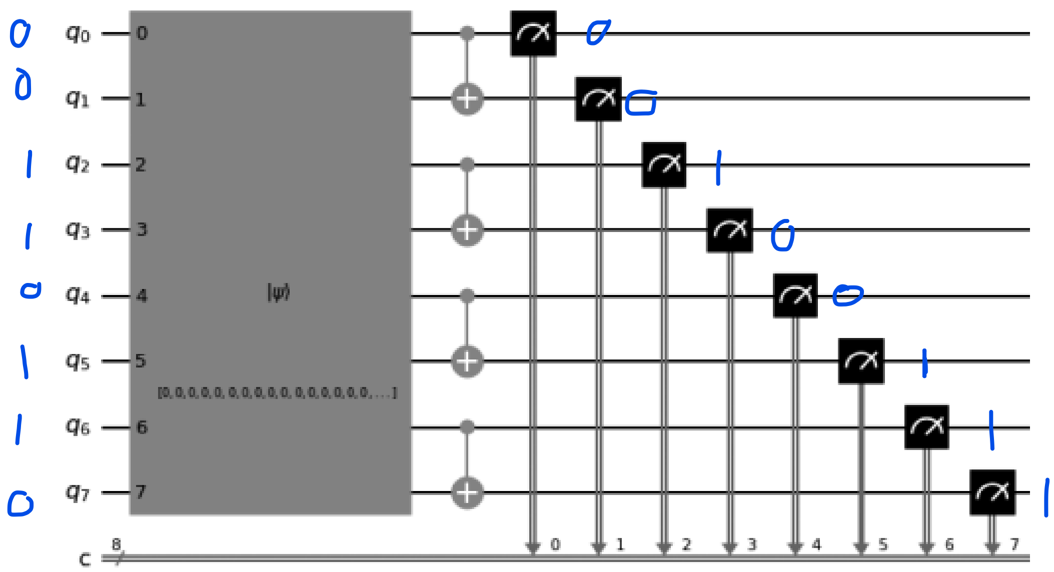
建構一個具有 4 個量子位元的量子線路，並使用量子位元的狀態向量來設定這 4 個量子位元的不同初始值(狀態)，最後針對這 4 個量子位元進行測量之後儲存於 4 個古典的位元中。然後我們將這個量子線路透過量子電腦模擬器執行 1000 次，並繪製出這 1000 次的模擬結果，來看出不同量子位元測量的值為 0 或是 1 的機率。

作業題目 ：

練習

練習 4.1

給定以下的量子線路，若量子位元的初始狀態為 |01101100⟩，當我們針對量子位元測量時，什麼量子狀態具有最高的測出機率？請說明原因？

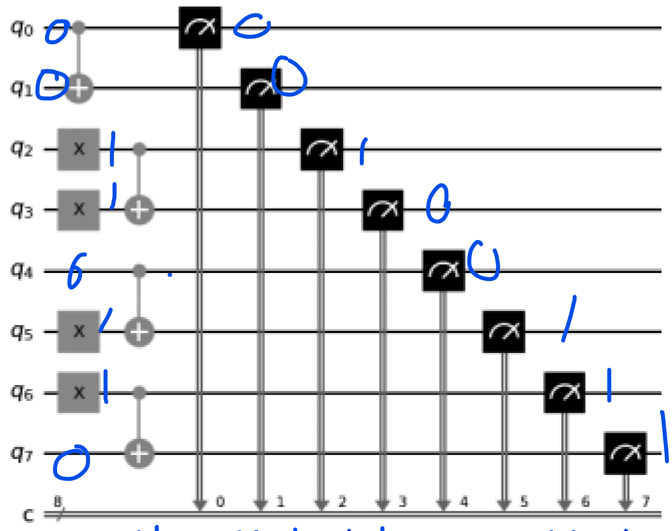


練習 4.2

IBM Qiskit 套件的 QuantumCircuit 類別提供 mcx 方法，可以建立多重控制位元與單一目標位元的量子閘。其用法為 mcx(control_qubits, target_qubit, ancilla_qubits=None, mode='noancilla')，其中 control_qubits 為控制位元索引串列，target_qubit 為目標位元索引值，ancilla_qubits 為輔助位元索引串列，預設值為 None，而 mode 的預設值為 'noancilla'，表示量子閘的建構預設不使用輔助位元。請寫出量子程式使用 mcx 方法建構並顯示 5 個控制位元作用在 1 個目標位元，而且不使用輔助位元的量子線路。

練習 4.3

設計量子程式建構下列的量子線路，以量子電腦模擬器執行這個線路，以文字模式顯示測量的量子位元狀態出現的次數，並以繪圖模式顯示其直方圖。



(1) control : |0⟩ , target : |0⟩

$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

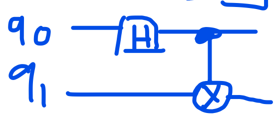
$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

疊加: $U\left(\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\otimes\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)$

$= \begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\0\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\0\\0\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

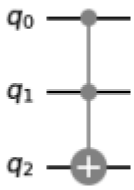


練習 4.4

請寫出量子程式使用 H 閘、X 閘及 CX 閘建構一個包含 2 個處於貝爾態量子位元的量子線路物件，此 2 個量子位元可能的雙位元量子態為 $|\Phi^+\rangle$、$|\Phi^-\rangle$、$|\Psi^+\rangle$、$|\Psi^-\rangle$，請以 H 閘、X 閘及 CX 閘的么正矩陣運算說明這 4 個雙位元量子態是由什麼量子位元的初始狀態推導而得？

練習 4.5

請寫出量子程式建構以下的量子線路，並以真值表說明這個線路的 8 種量子位元輸入所對應的輸出為何？



q0 q1 q2

q0	q1	q2	→	q0	q1	q2
0	0	0		0	0	0
0	0	1		0	0	1
0	1	0		0	1	0
0	1	1		0	1	1
1	0	0		1	0	0
1	0	1		1	0	1
1	1	0		1	1	1
1	1	1		1	1	0

練習

練習 5.1

基於下列常數 - 平衡函數判斷問題的黑箱函數 f，設計量子程式建構並顯示對應的 Deutsch-Jozsa 演算法量子線路，並在量子電腦模擬器上執行量子線路 1000 次，顯示其量子位元測量結果各種不同量子態被測量出的次數及其對應的直方圖，最後並說明為何測量結果代表黑箱函數 f 為常數函數。

$$f : \{0,1\}^4 \rightarrow \{0,1\}$$
$$y = f(x) = 1$$

練習 5.2

基於下列常數 - 平衡函數判斷問題的黑箱函數 f，設計量子程式建構並顯示對應的 Deutsch-Jozsa 演算法量子線路，並在實際量子電腦上執行量子線路 1000 次，顯示其量子位元測量結果各種不同量子態被測量出的次數及其對應的直方圖，最後並說明為何測量結果代表黑箱函數 f 為常數函數。

$$f : \{0,1\}^4 \rightarrow \{0,1\}$$
$$y = f(x) = 1$$

作業題目 ：

練習 5.3

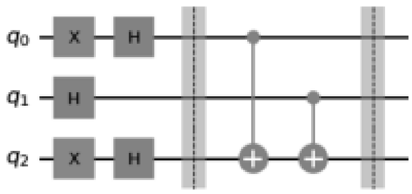
基於下列常數 - 平衡函數判斷問題的黑箱函數 f，設計量子程式建構並顯示對應的 Deutsch-Jozsa 演算法量子線路，並在量子電腦模擬器上執行量子線路 1000 次，顯示其量子位元測量結果各種不同量子態被測量出的次數及其對應的直方圖，最後並說明為何測量結果代表黑箱函數 f 為平衡函數。

$$f : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$$

$$y = f(x_2 x_1 x_0) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_0 = 1 \\ 0 & \text{if } x_0 \neq 1 \end{cases}$$

練習 5.4

設計量子程式建構以下量子線路，重新顯示這個量子線路，並以布洛赫球面呈現第一條壁壘線的量子位元狀態及第二條壁壘線的量子位元狀態。



q_2:

$$HX|0\rangle = H|1\rangle$$
$$= |-\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$$

X閘：$\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}|-\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}$

$= -|-\rangle \Rightarrow$ 相位回擊

大小不變

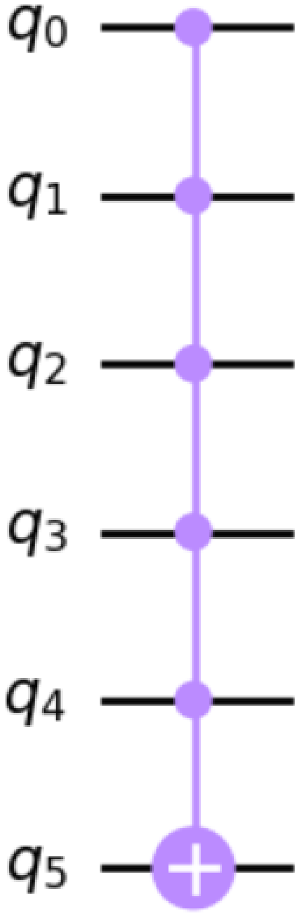
$$U\left[\underset{q_0}{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}} \otimes \underset{q_2}{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}}\right]$$

$$= \begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{bmatrix} = \left[\underset{q_0}{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}} \otimes \underset{q_2}{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}}\right]$$

$$= \left[\, |+\rangle \otimes |-\rangle \,\right]$$

第四章 : 4-2

內容 :



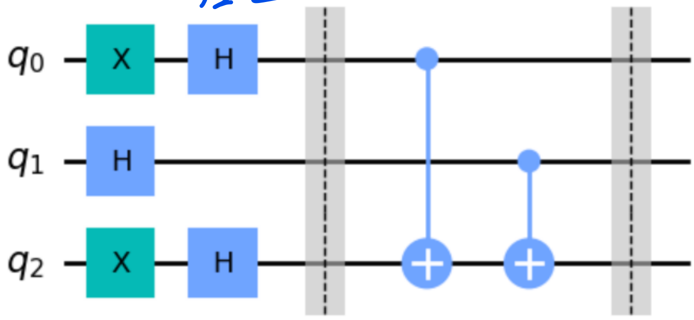
藉由mcx功能將第0，1，2，3，4bit設為控制位元，第5bit設為目標位元

第五章 :5-4

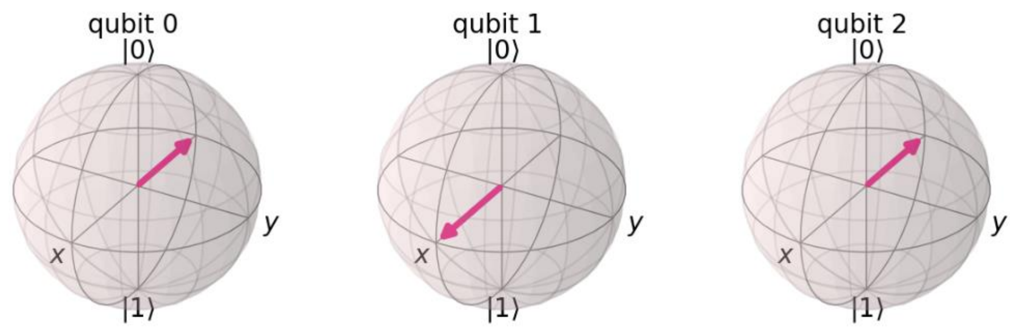
內容 :

$HX|0\rangle = H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$

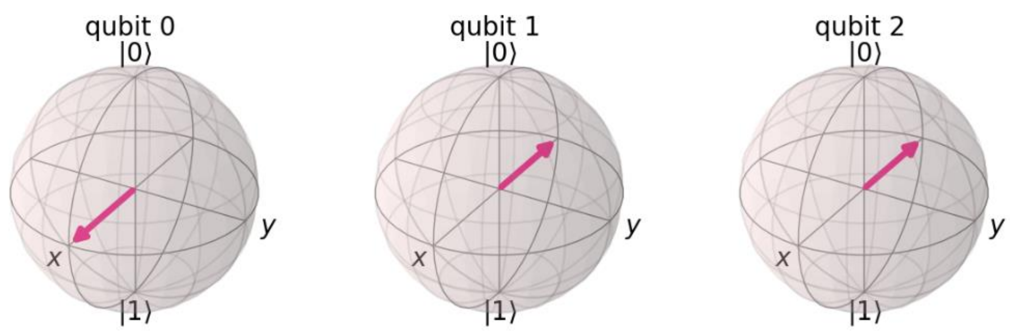
$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$



第一道屏障的布洛赫球：



第二道屏障的布洛赫球：



第 0，1bit 為控制位元，第 2bit 為目標位元，由圖片可以看出，由於作為目標位元的 q2 會產生相位回擊，使得 q2 沒有發生改變，反而作為控制位元的 q0 與 q1 被改變。