問題一：How do you select features for your model input, and what preprocessing did you perform?（如何選擇模型輸入的特徵，以及執行了哪些預處理？）

本專案的特徵選擇與預處理過程經過了多次迭代，最終採用了「先用領域知識精簡，再以模型驗證」的策略。整個流程如下：

第一部分：數據預處理(Data Preprocessing)

為了將原始的 `train.csv` 轉換為乾淨、可用的格式，執行了以下預處理步驟：

1. **數據清洗**
   原始數據中的無效值（如 `'A`, `*`, `x` 等）會被統一替換，以便後續進行數值計算
2. **插值填補**
   對於缺失的數據點，採用**線性插值法**進行填補。
   鑒於訓練數據為每個月的前 20 天，為避免不同月份數據的相互干擾（橫跨天數），插值是在每個月份內部獨立進行的
3. **數據重塑**
   將時序數據轉換為監督式學習的樣本格式
   採用大小為 9 的 Sliding Window，將連續 9 個小時的所有氣象數據作為模型輸入特徵 (X)，並以第 10 個小時的 PM2.5 數值作為預測目標 (y)

第二部分：特徵工程與選擇(Feature Engineering & Selection)

初版策略（已廢棄）：

最初嘗試先利用相關性篩選出 8 個核心特徵，並為其生成**二次項**和**交互項的**組合特徵。希望透過 Lasso (L1 正規化) 從中自動篩選出有效特徵。然而實驗證明，在本次的小型資料集上，過於複雜的特徵不僅沒有帶來提升，反而引入了大量噪音，導致模型過擬合，個人認為，這屬於維度的詛咒

最終策略：

經過數次的嘗試，最終採用了相對簡單卻成功的策略

1. **基於領域知識的核心特徵選擇**
   手動指定了在環境科學中最具相關性的 **4 個核心特徵**：`PM2.5` (自身歷史值), PM10, O3, CO
2. **簡化的特徵組合**
   僅使用了這 4 個核心特徵的 9 小時歷史值及其**平方項**，總共 4 * 9 * 2 = 72 個特徵
   這個數量的特徵既捕捉了數據的非線性關係，又避免了維度詛咒
3. **Lasso 篩選**
   此處依然使用 Lasso (alpha=0.05) 對這 72 個特徵進行篩選，它最終保留了 71 個特徵

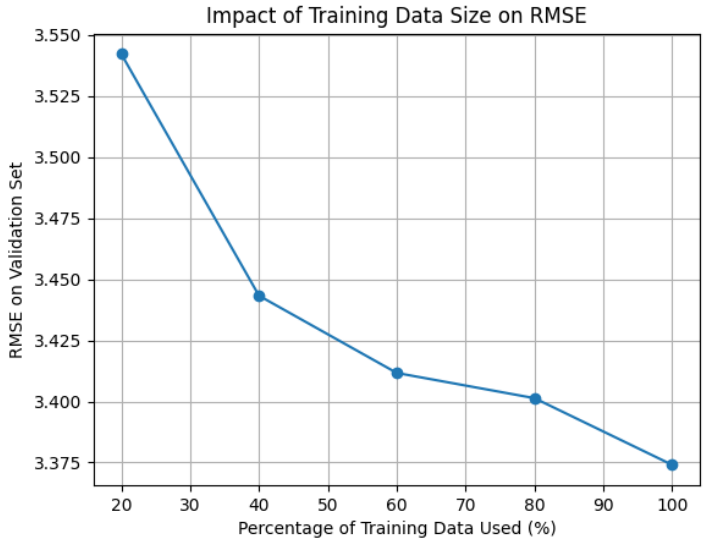
總結來說，最終特徵策略是：**以領域知識為基礎，進行小範圍、有根據的特徵擴展，得到少量卻實用的特徵**

問題二：比較不同數量的訓練數據對 PM2.5 預測準確度的影響，並視覺化呈現（Compare the impact of different amounts of training data on the PM2.5 prediction accuracy. Visualize the results and explain them.）

實驗方法

1. 固定驗證集不變
2. 從完整訓練集中，依序抽取 20%, 40%, 60%, 80%, 100% 的數據作為不同規模的訓練子集
3. 使用每個訓練子集分別訓練一個新的模型
4. 在固定的驗證集上評估各個模型的 RMSE，並將結果繪製成圖

結果與分析



上圖展示的學習曲線清晰地揭示了數據量與模型性能的關係

從圖中可以觀察到，隨著訓練數據量的增加（從 20%到 100%），模型在驗證集上的 RMSE 呈現出**穩定下降**的趨勢，這表明：

1. **模型並未飽和**
   即使使用了 100%的訓練數據，曲線仍未完全走平，這意代表如果能獲得更多的數據，模型的性能很可能還會繼續提升
2. **數據的重要性**

這個實驗有力地證明了數據量對模型性能的正面影響，更多的數據能讓模型學習到更普適、更穩健的規律，從而提高其泛化能力（不過這裡的數據量本身就不多，當數據量多到一個程度，RMSE 應該會再次出現不穩定，有點像盲人摸象，當數據量極大，我們就很難看清數據的規律）

問題三：討論正規化對 PM2.5 預測準確度的影響（Discuss the impact of regularization on PM2.5 prediction accuracy.）

正規化在模型中扮演了至關重要的角色，它能有效防止模型過擬合，提升泛化能力。此次作業，在兩個階段分別使用了不同目的的正規化

第一階段：使用 L1 (Lasso)進行特徵篩選

目的：

在面對上百個候選特徵時，利用 L1 正規化的稀疏性（Sparsity）特點，將不重要特徵的權重壓縮至零，從而自動篩選出一個更精簡、更高效的特徵子集

影響：

雖然在最終方案中，由於手動選擇的核心特徵質量很高，Lasso 只排除了極少數特徵，但在早期的複雜模型探索中，它是對抗維度詛咒、分析特徵重要性的重要工具

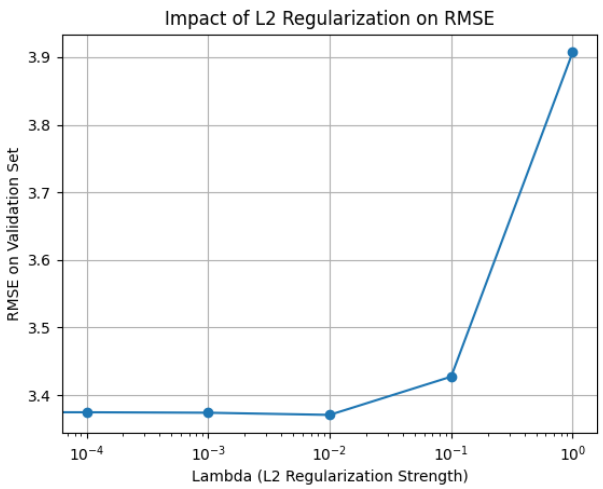
第二階段：使用 L2 (Ridge)提升模型穩定性

在最終模型的訓練時，加入了 L2 正規化項，並透過最佳正規化參數搜索尋找最佳的λ

實驗方法：

遍歷一組預設的λ值（如[0, 0.001, 0.01, 0.1, 1]），訓練多個模型並在驗證集上評估其 RMSE

結果與分析：



當λ過小（趨近於 0）時：

模型接近於一個普通的線性迴歸，沒有足夠的懲罰項來約束權重，容易過度擬合訓練數據中的噪音，導致在驗證集上表現不佳

當λ過大時：

對權重的懲罰過於嚴厲，導致模型欠擬合，模型更加專注於壓制權重，表現同樣會變差

結論：

根據訓練最終模型時，最佳正規化參數搜索的結果顯示，$\lambda = 0.001$是當下最佳選擇

不過先前訓練時根據特徵的不同也會出現$\lambda = 0.01$或其他值的情況下有更好的表現

這表明一個**適度**的 L2 正規化是必需的，只有在擬合參數與最小化權重間取得平衡，才能在使模型更平滑（增加泛化能力）的同時確保其準確性

Github：https://github.com/megrez33281/Linear-Regression-PM2.5-Prediction