НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Теория автономного управления

Лабораторная работа №3

«Астатизмы»

Выполнил студент:

Мысов М.С.

Группа № R33372

Руководитель:

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

Оглавление

Задание 1. Исследование задачи стабилизации с идеальным дифференцирующим звеном

Придумаем коэффициенты $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3, k_1, k_2}$:

$$a_1\ddot{y} + a_2\dot{y} + a_3 y = u, \qquad a_1 = 1;\ a_2 = -2;\ a_3 = -5$$

$$u = k_1 y + k_2\dot{y}, \qquad k_1 = -7;\ k_2 = -3$$

Начальные условия: $y(0) = 20,\ \dot{y}(0) = 30$

Запишем уравнение замкнутой системы:

$$1\ddot{y} - 2\dot{y} - 5y = -7y - 3\dot{y}$$

$$\ddot{y} + \dot{y} - 2y = 0$$

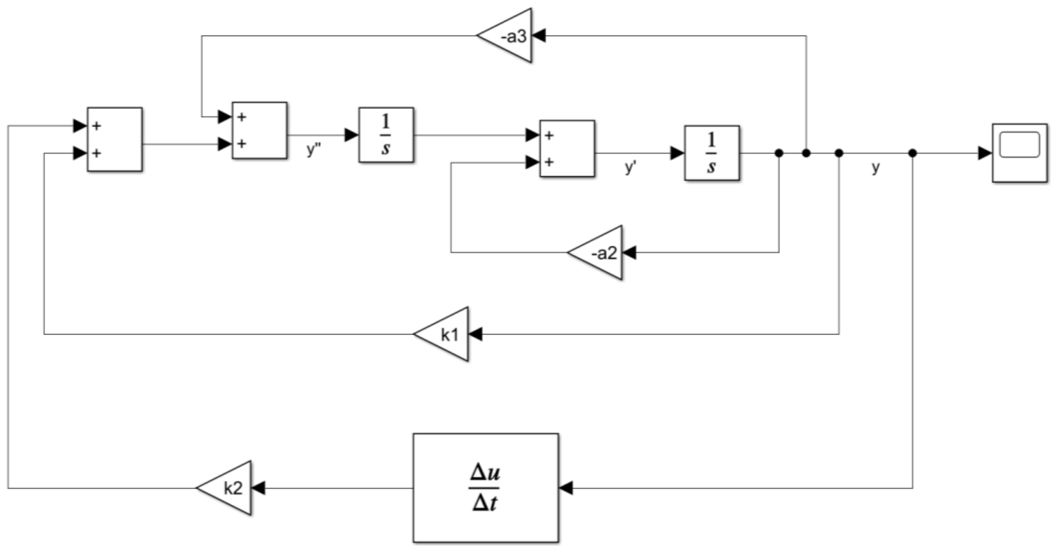

Схема 1. С блоком Derivative

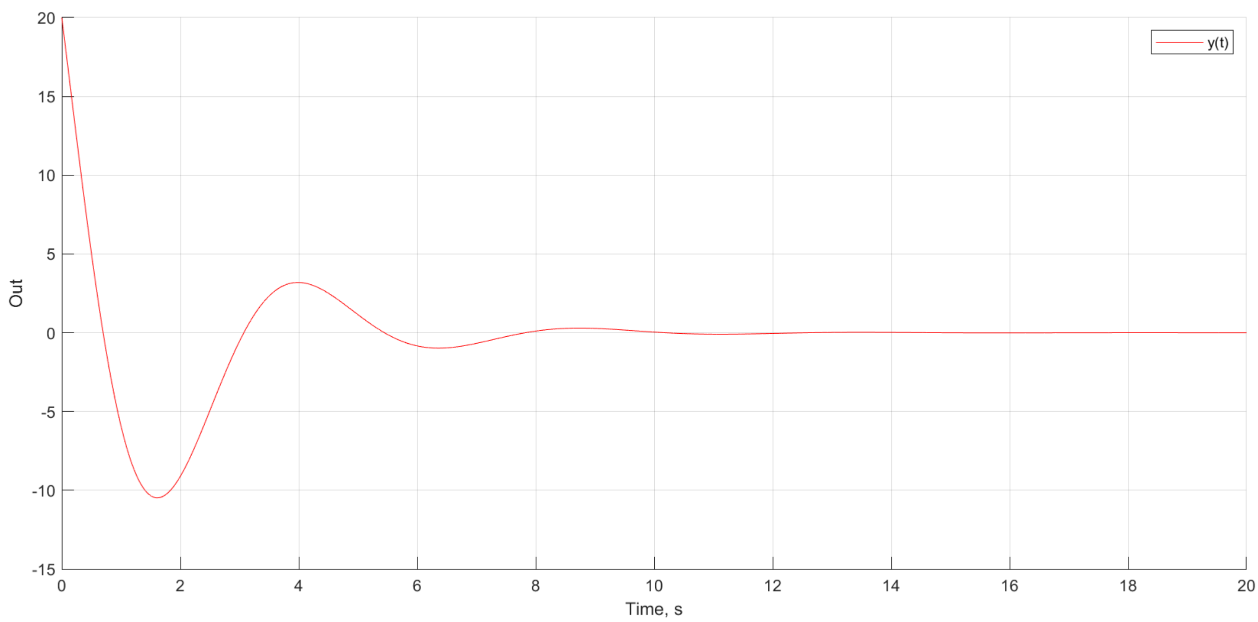

График 1. Замкнутая система

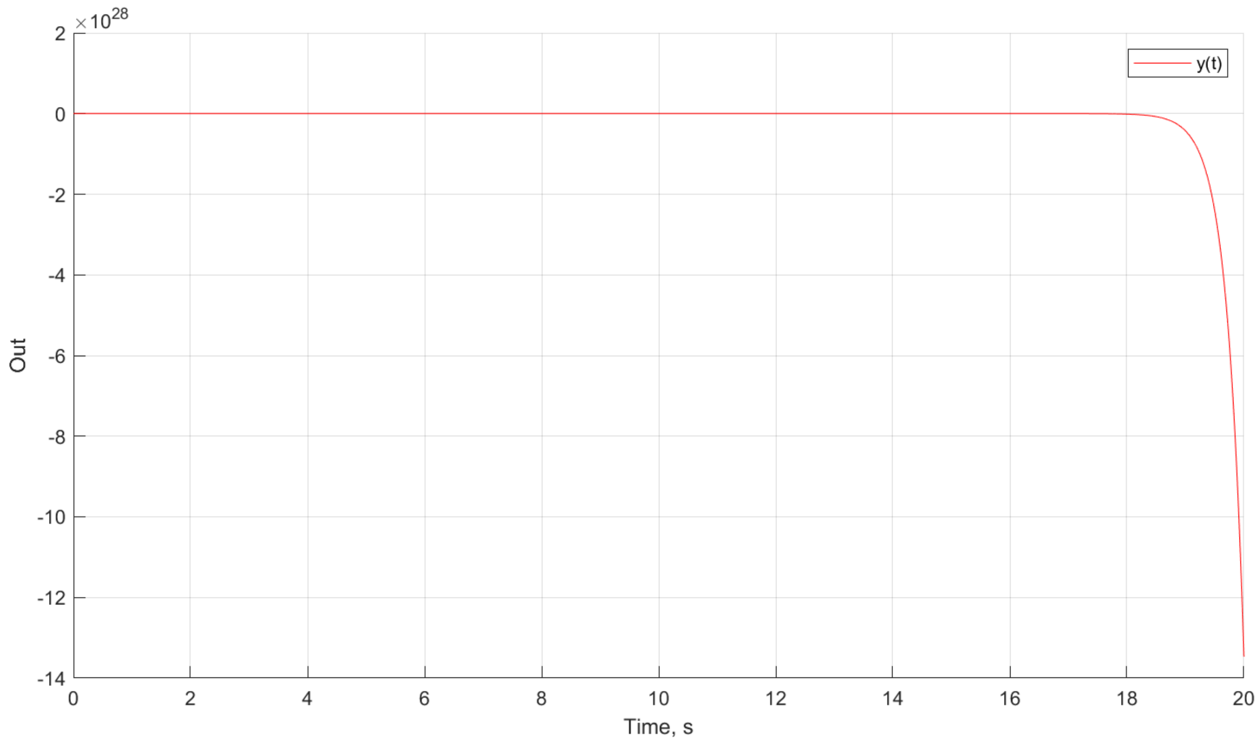

График 2. Разомкнутая система

На графиках прекрасно видно, что разомкнутая система является неустойчивой из-за отсутствия влияния регулятора.

Задание 2. Исследование задачи стабилизации с реальным дифференцирующим звеном

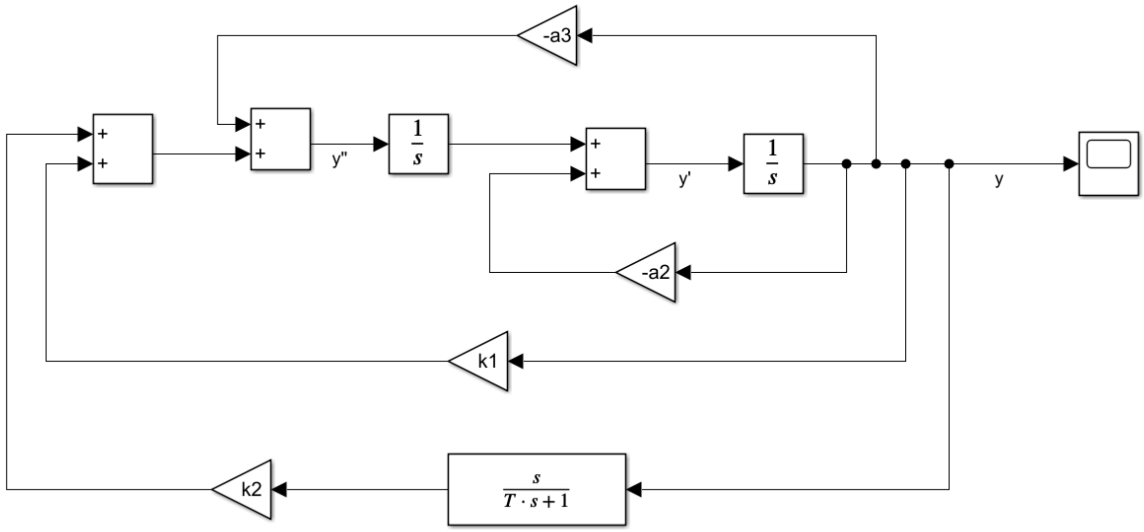

Схема 2. С передаточной функцией

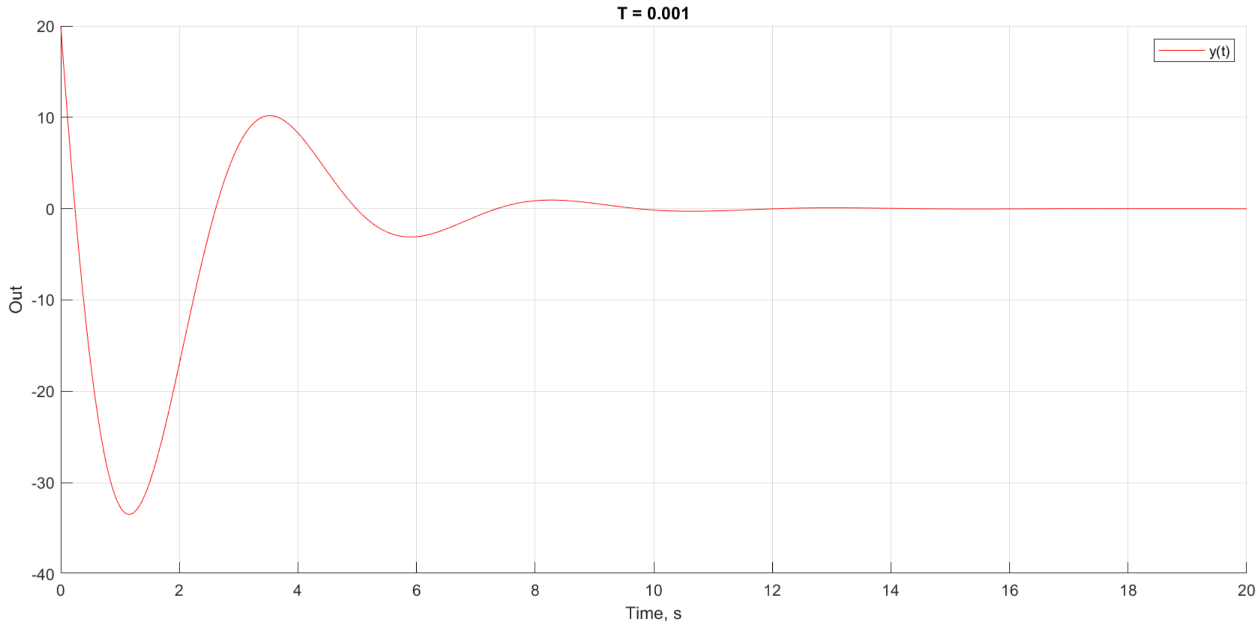

График 3. При T = 0.001

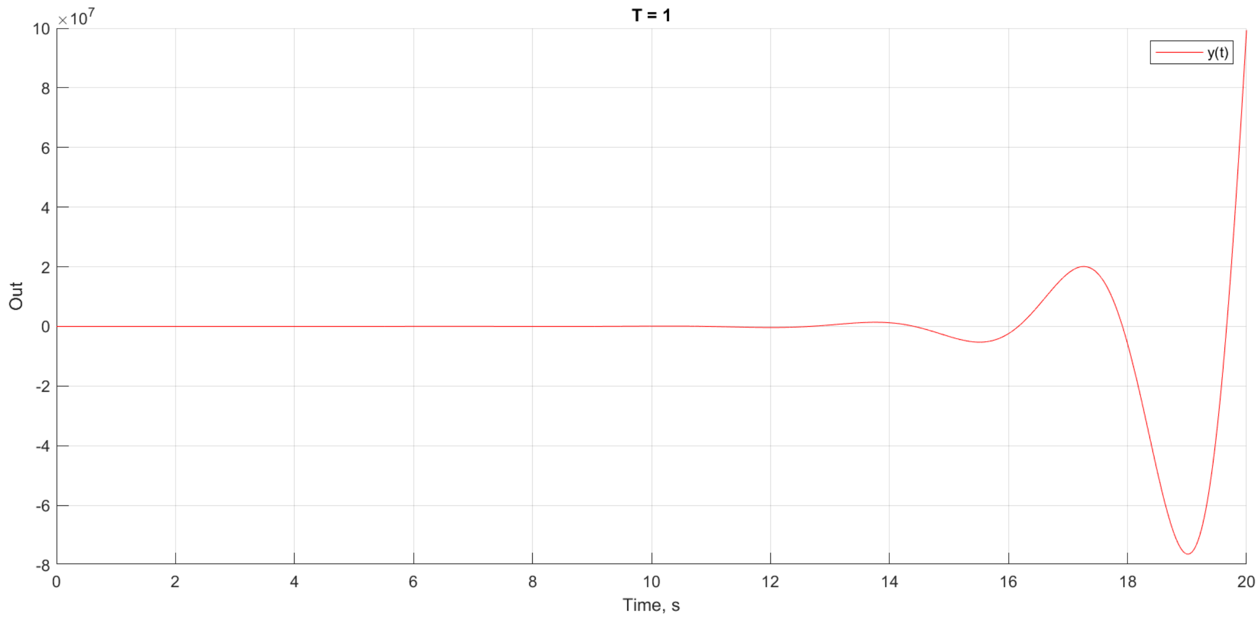

График 4. При T = 1

При T > 0.309 система становится неустойчивой. Чем коэффициент T становится меньше, тем система становится ближе к системе с идеальным дифференцирующим звеном.

Задание 3. Исследование влияния шума

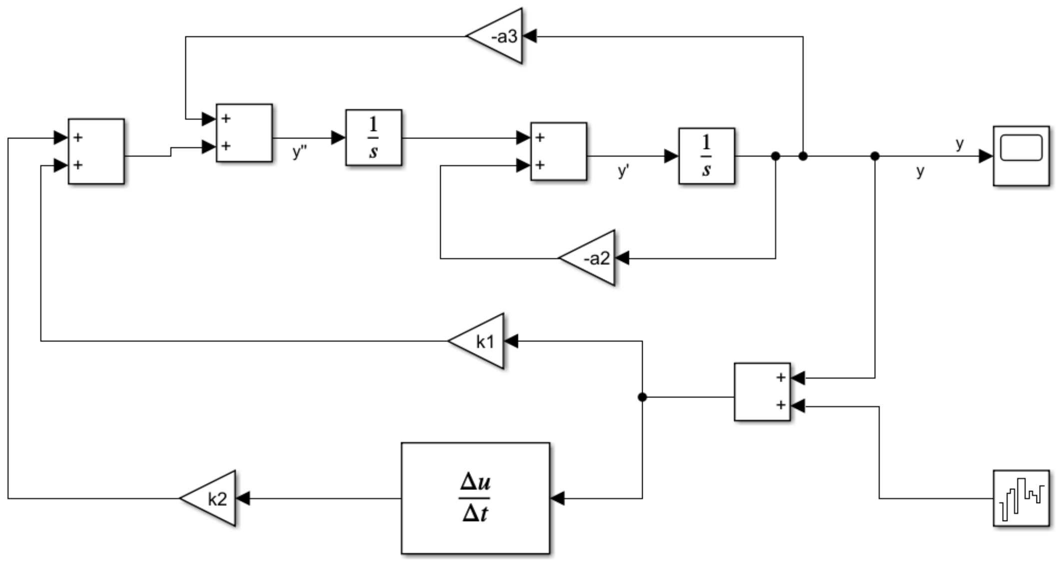

Схема 3. Derivative block

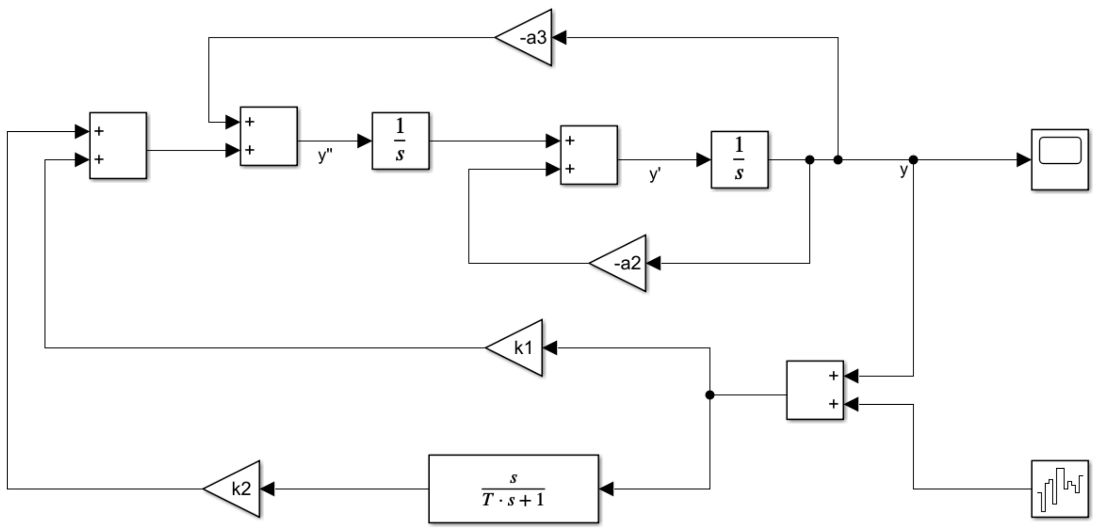

Схема 4. Transfer fcn

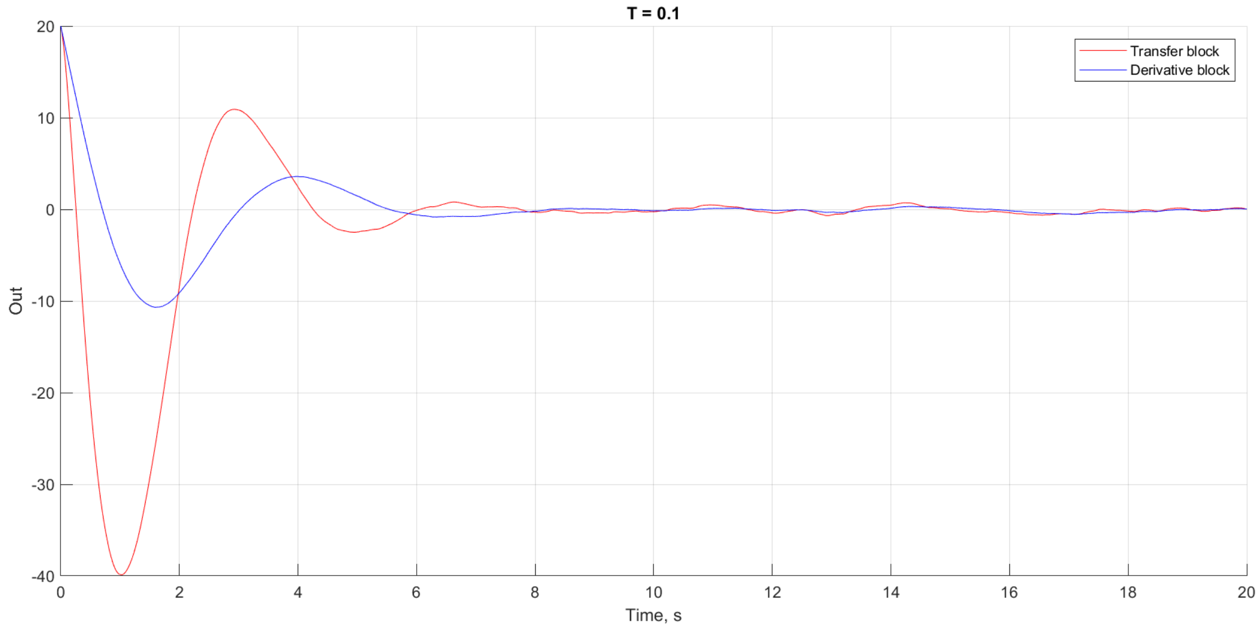

График 5

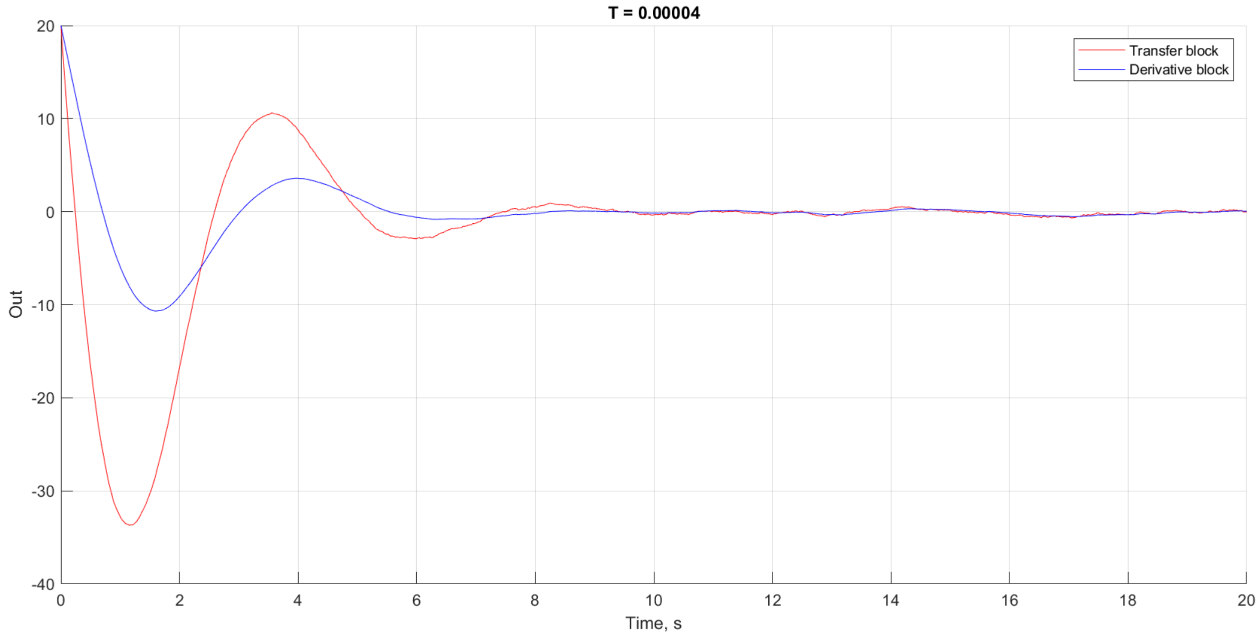

График 6

Чем меньше значение T, тем график с реальным дифференцирующим звеном становится приближеннее к графику с идеальным дифференцирующим звеном.

Задание 4. Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

Придумаем коэффициенты $\boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{a_2}, \boldsymbol{b_1}, \boldsymbol{b_2}$:

$$\boldsymbol{W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{p^2 + a_1 p + a_2} = \frac{5p + 6}{p^2 + 9p + 8}}$$

g(t) = α

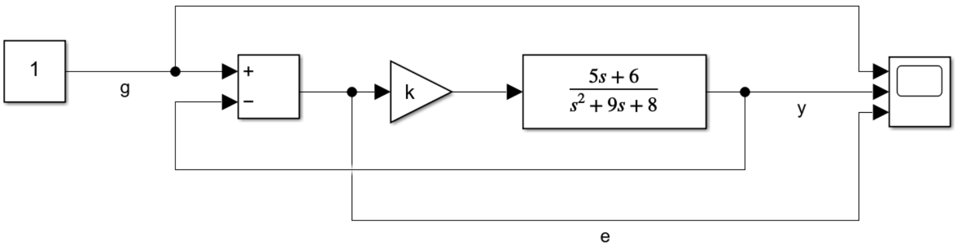

Схема 5. Система с астатизмом нулевого порядка. g(t) = α

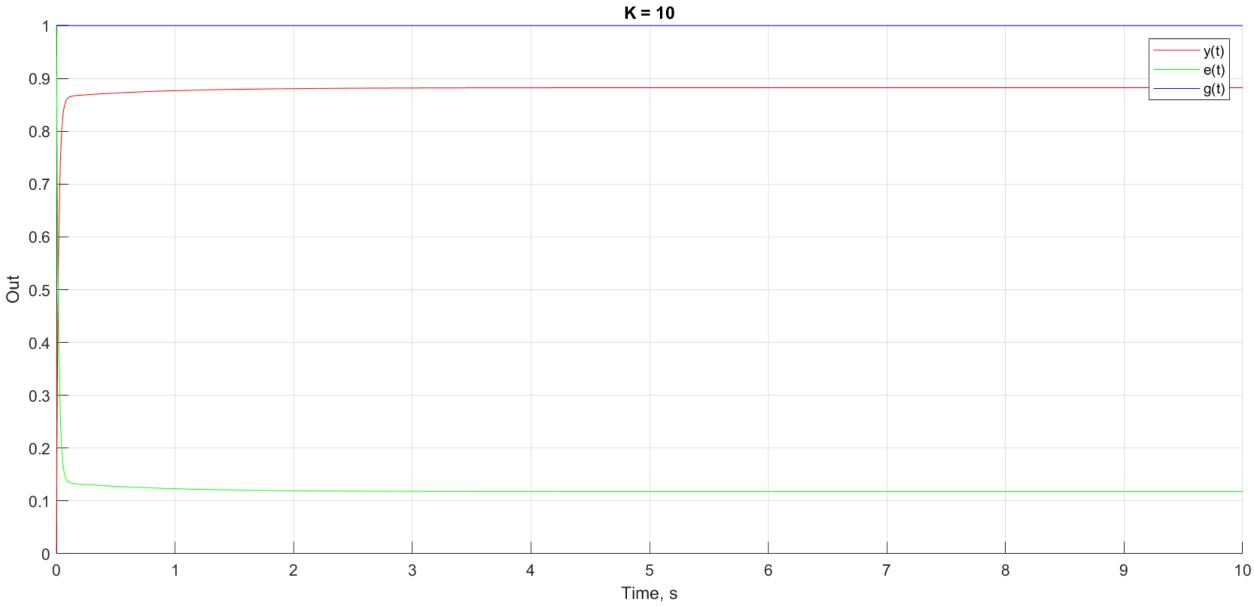

График 7. Установившаяся ошибка = 0.12. g(t) = 1

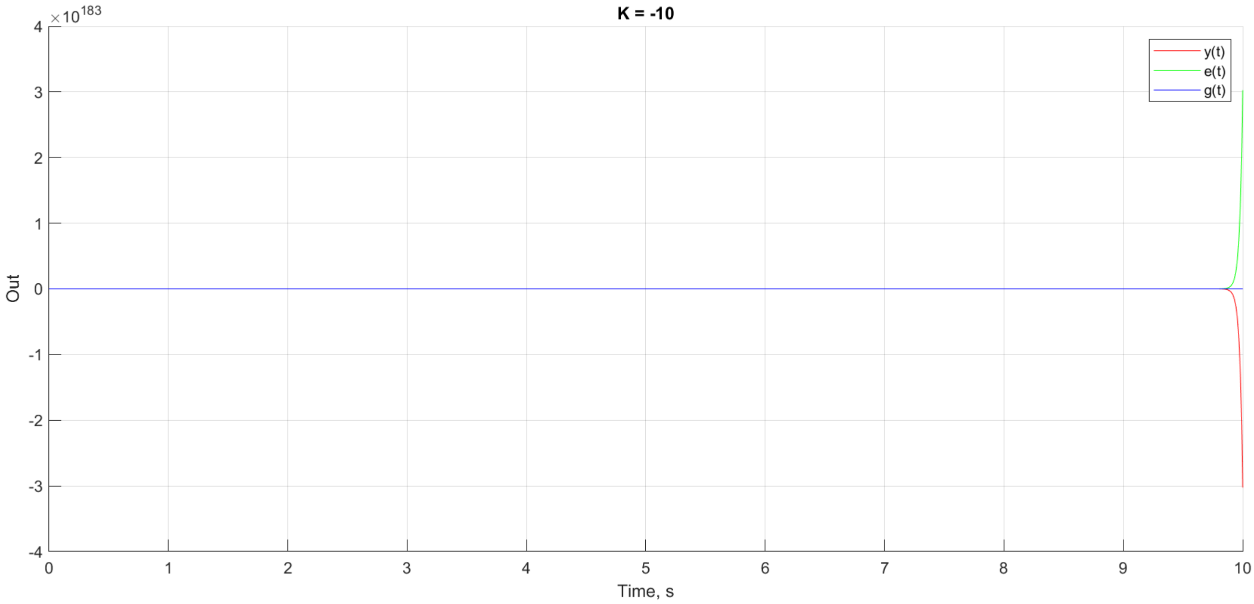

График 8. Система неустойчива

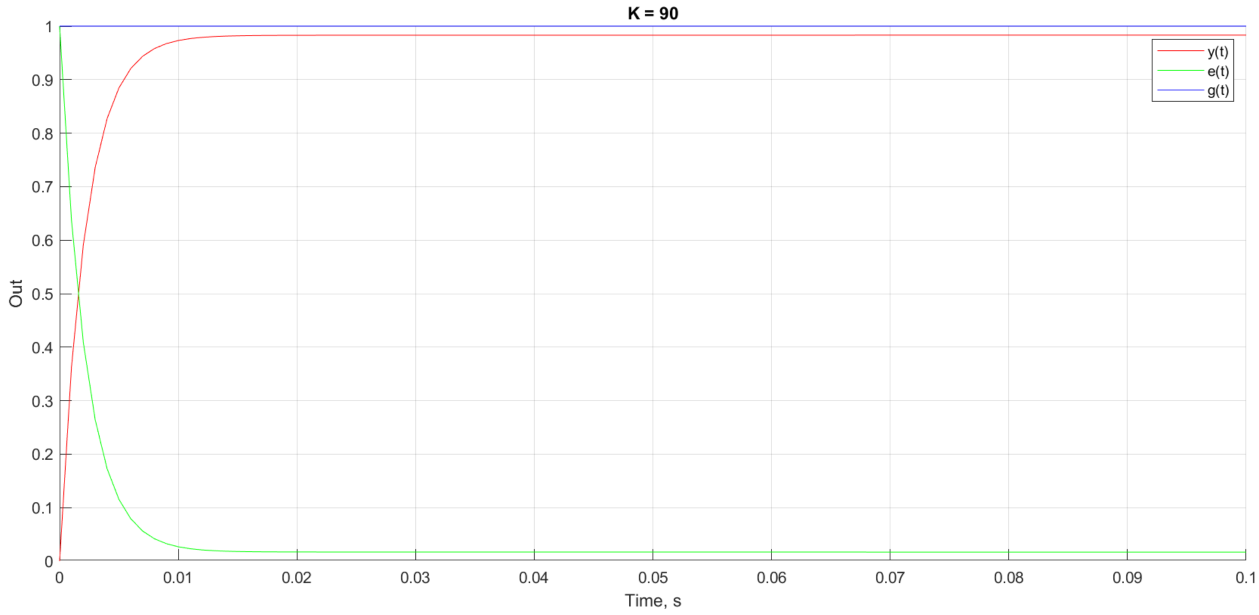

График 9. Установившаяся ошибка = 0.017. g(t) = 1

По графиками видно, что при увеличении параметра К установившаяся ошибка становится меньше, но никогда не будет равняться нулю, так как используется система с нулевым астатизмом и постоянное входное воздействие.

Расчеты

$$W(s) = W_{\text{рег}}(s) \cdot W_{\text{об}}(s) = \frac{k(5s+6)}{s^2+9s+8}$$

Передаточная функция от G к E:

$$W_{g\to e}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8 + k(5s+6)}$$

Образ Лапласа входного воздействия:

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Образ Лапласа установившейся ошибки:

$$E(s) = W_{g\to e}(s) \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8 + k(5s+6)}$$

Так как полюса $sE(s)$ имеют строго отрицательную вещественную часть при $k > 0$, то можем использовать теорема о конечном значении установившейся ошибки.

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} sW_{g\to e}(s) \cdot G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s} \cdot \frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8 + k(5s+6)}, \qquad k > 0$$

$$\varepsilon = \frac{8}{8+6k}$$

g(t) = βt + α

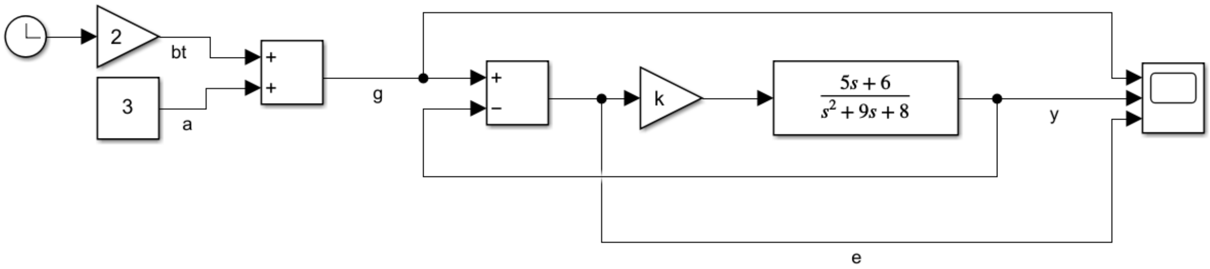

Схема 6. Система с астатизмом нулевого порядка. g(t) = βt + α

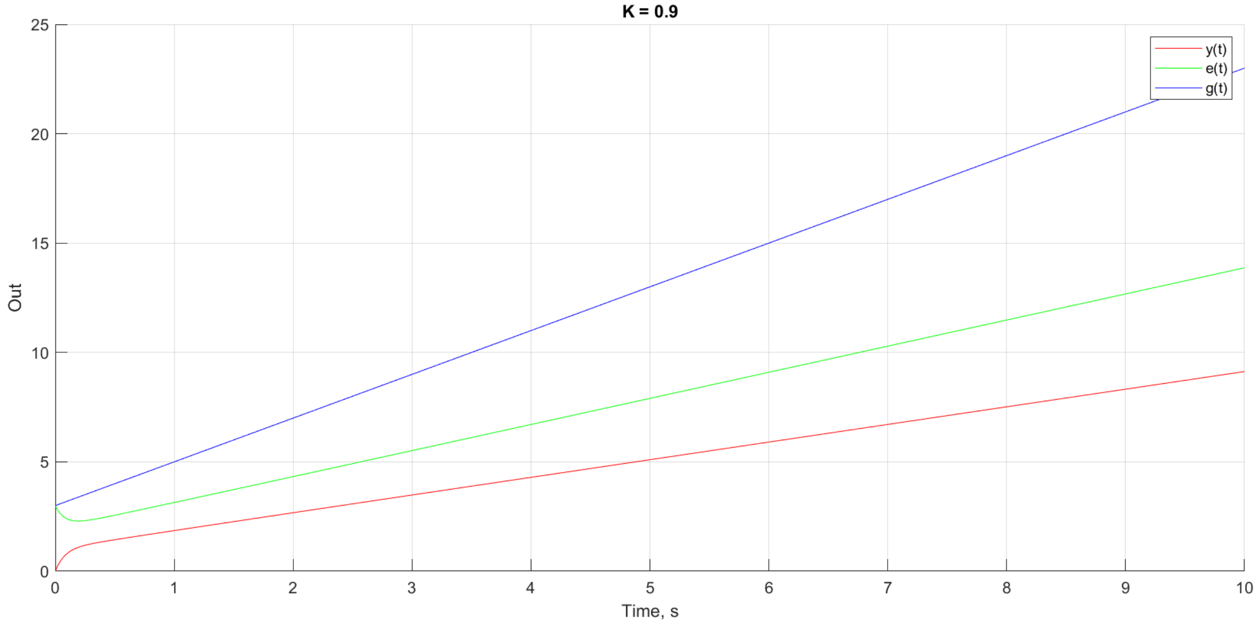

График 10. g(t) = 2t +3

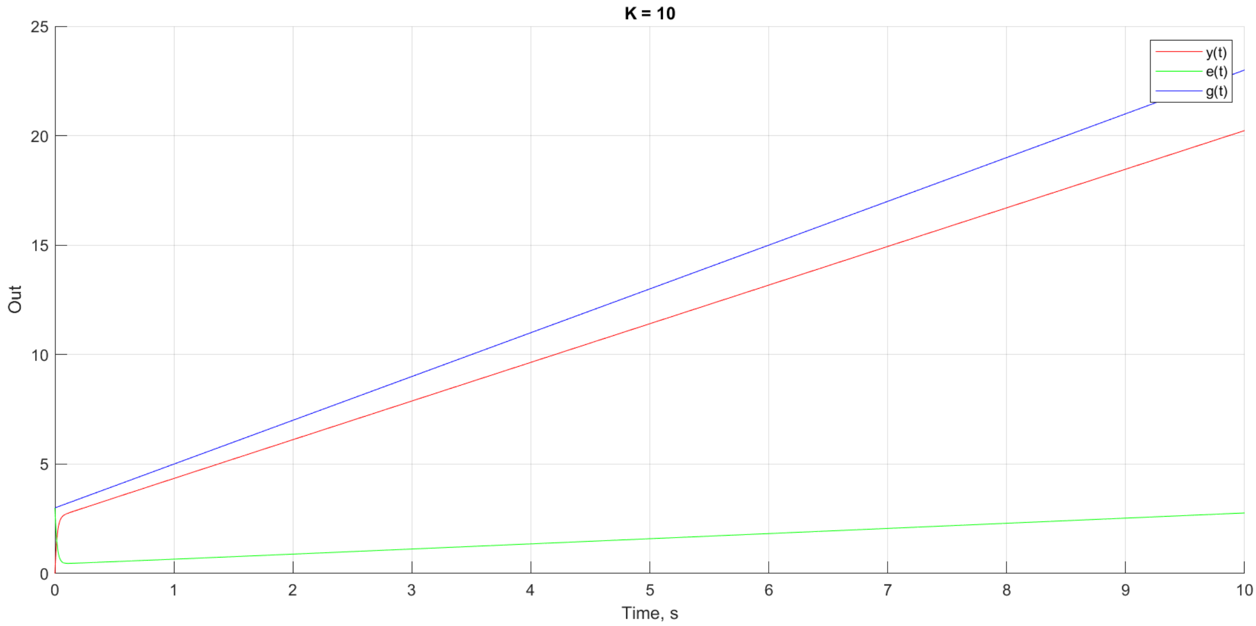

График 11. g(t) = 2t +3

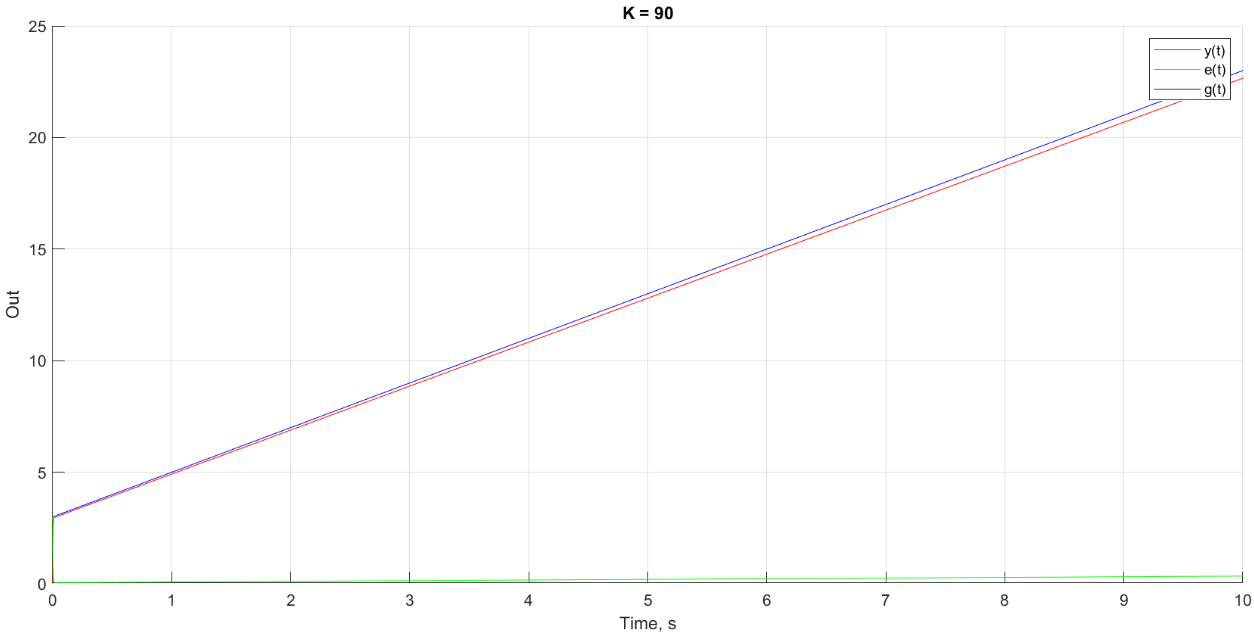

График 12. g(t) = 2t +3

По графиками видно, что при линейном воздействии при увеличении параметра K ошибка становится меньше, но нулевой астатизм не может обеспечить установившуюся ошибку, она будет бесконечно растущей.

Расчеты

Передаточная функция от G к E:

$$W_{g\to e}(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8\ +k(5s+6)}$$

Образ Лапласа входного воздействия:

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

Образ Лапласа установившейся ошибки:

$$E(s) = W_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \frac{1}{s^2}\cdot\frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8\ +k(5s+6)}$$

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} sW_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s^2}\cdot\frac{s^2+9s+8}{s^2+9s+8\ +k(5s+6)} = \infty, \qquad k > 0$$

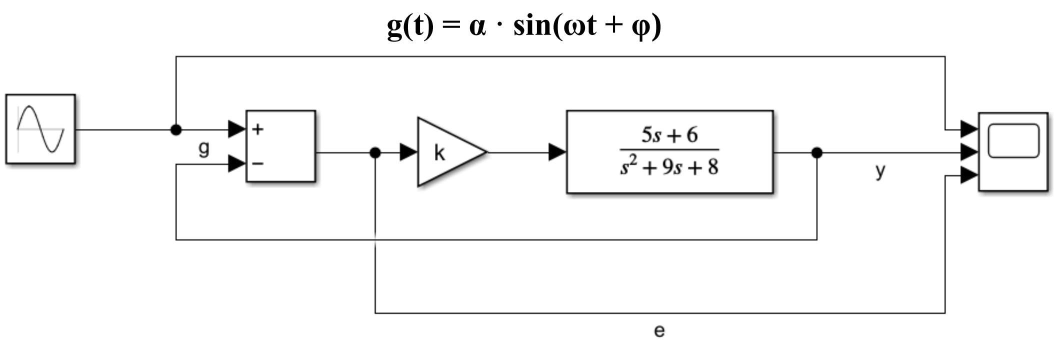

Схема 7. Система с астатизмом нулевого порядка. $g(t) = \alpha \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

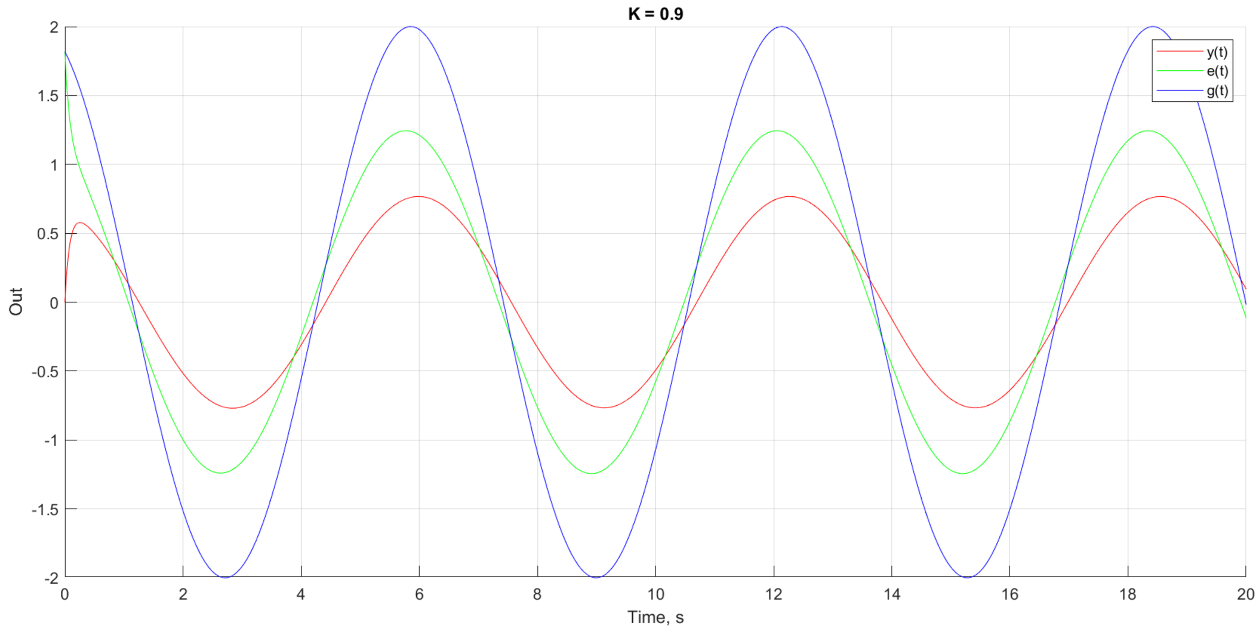

График 13. $g(t) = 2 \cdot \sin(t + 2)$

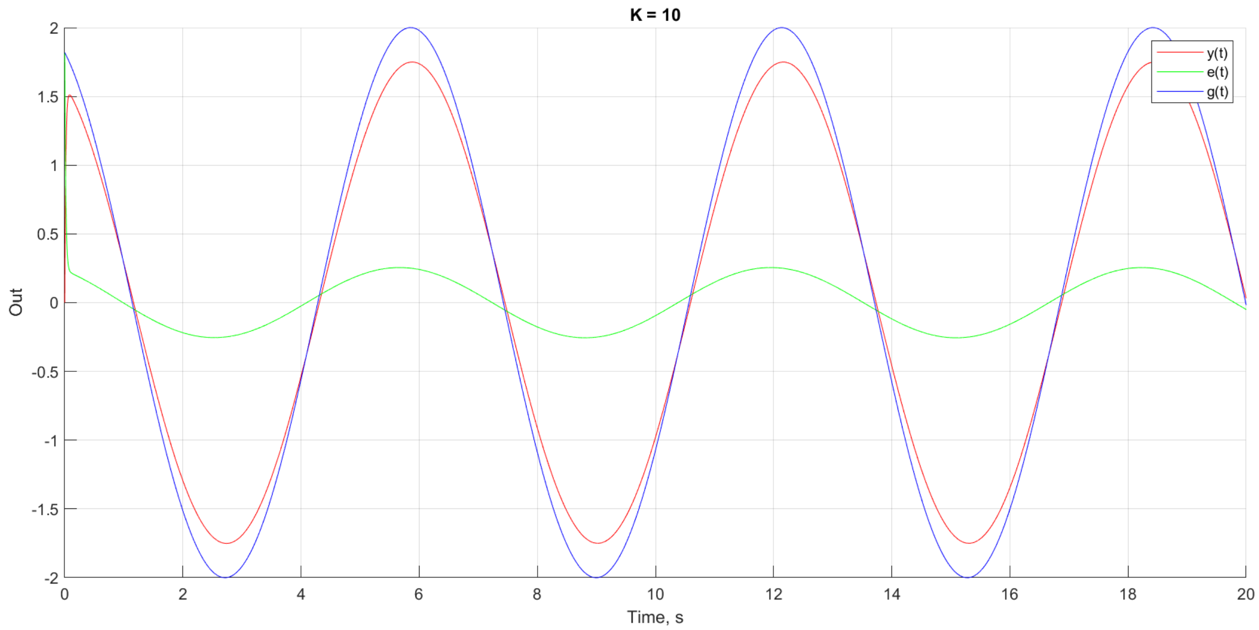

График 14. $g(t) = 2 \cdot \sin(t + 2)$

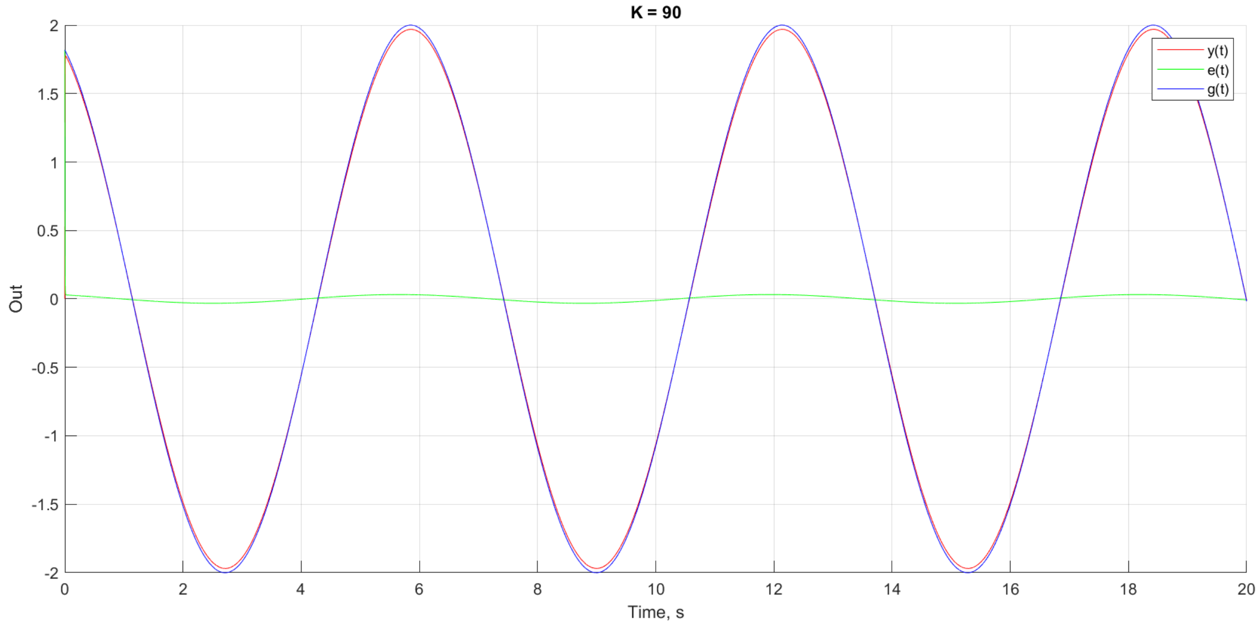

График 15. g(t) = 2 · sin(t +2)

При синусоидальном воздействии ошибка имеет тоже синусоидальный вид.

Задание 5. Исследование системы с астатизмом первого порядка

g(t) = α

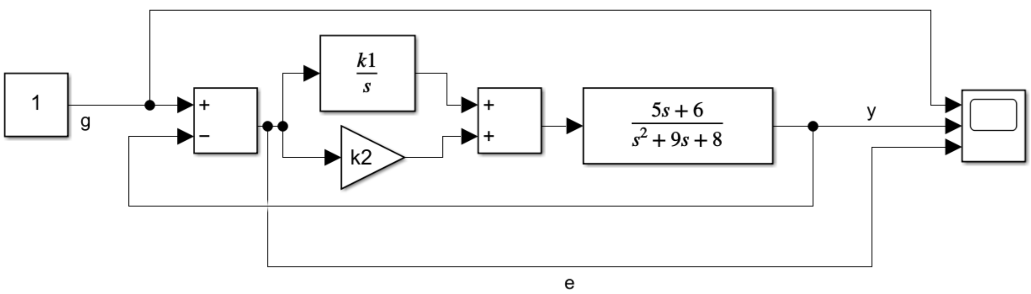

Схема 8. Система с астатизмом первого порядка. g(t) = 1

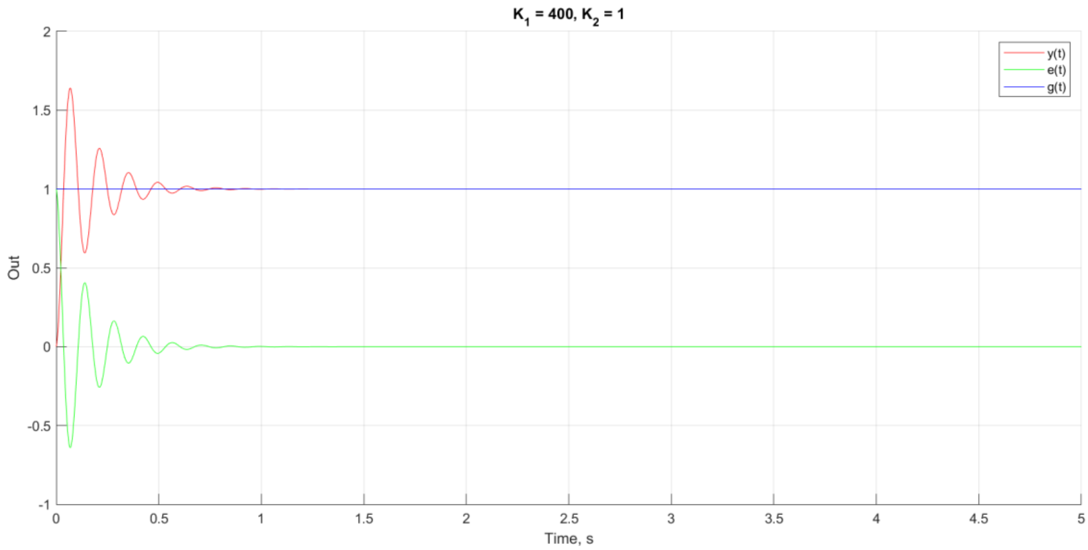

График 16. g(t) = 1

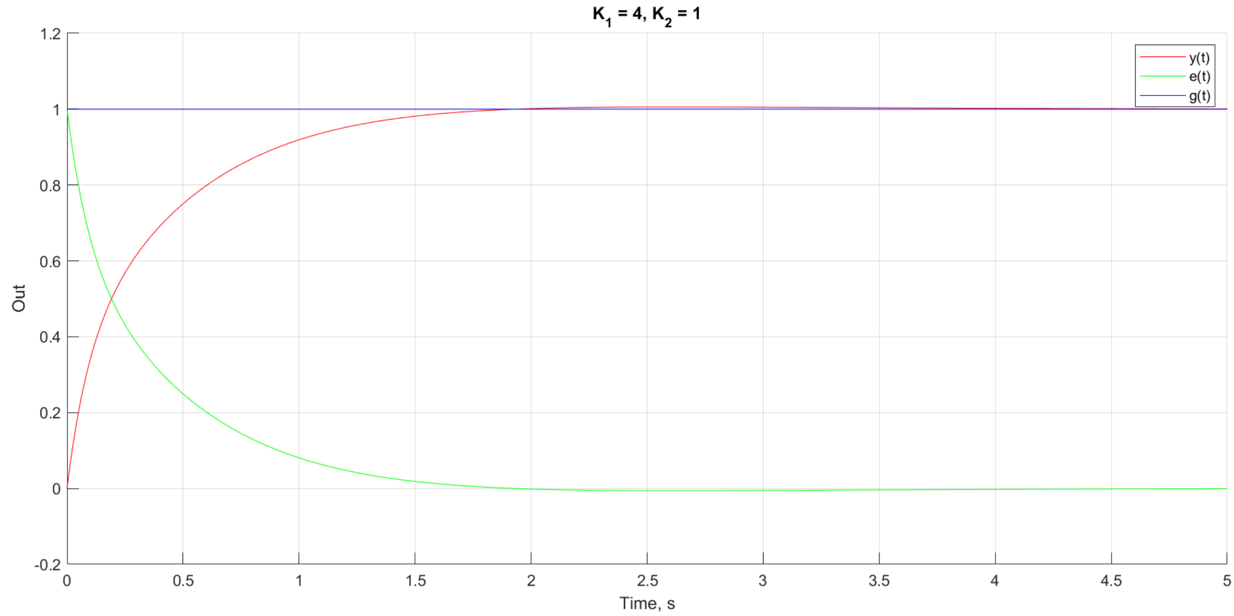

График 17. g(t) = 1

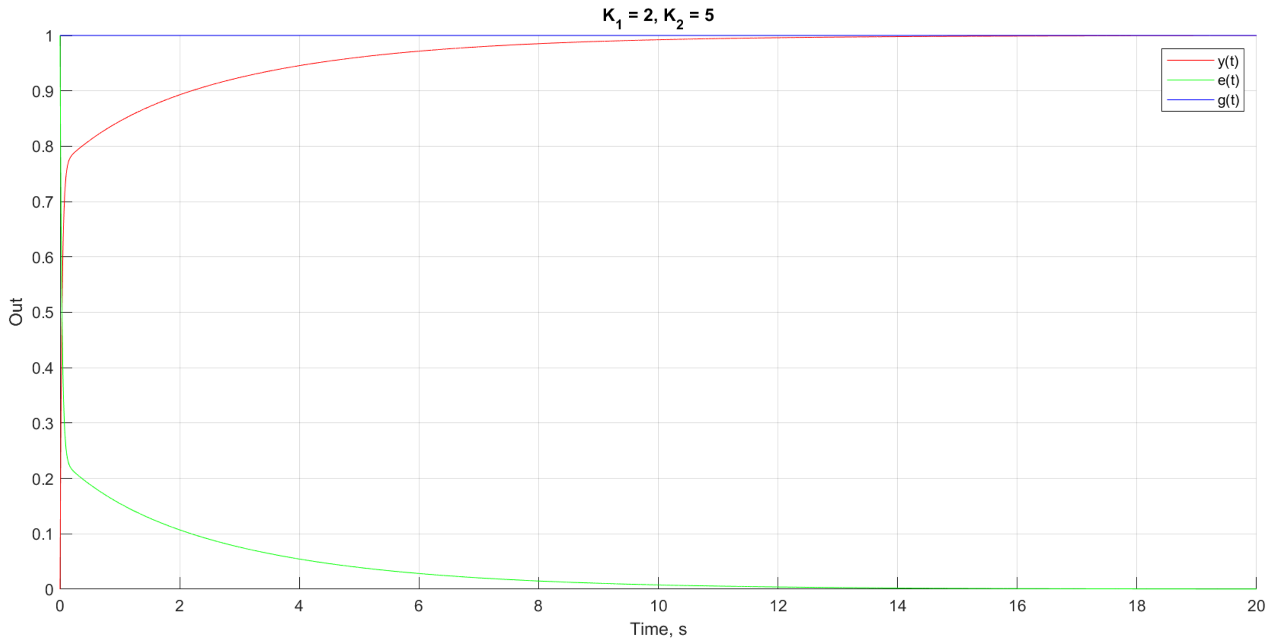

График 18. g(t) = 1

Установившаяся ошибка равняется нулю. Параметр K_2 влияет на время переходного процесса.

Расчеты

$$W(s) \;=\; W_{\text{рег}}(s)\cdot W_{\text{об}}(s) = \frac{(k_1+k_2 s)(5s+6)}{s(s^2+9s+8)}$$

Образ Лапласа установившейся ошибки:

$$E(s) \;=\; W_{g\to e}(s)\cdot G(s) \;=\; \frac{1}{s}\cdot\frac{s(s^2+9s+8)}{s(s^2+9s+8)\;+(k_1+k_2 s)(5s+6)}$$

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} sW_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \lim_{s\to 0}\frac{s(s^2+9s+8)}{s(s^2+9s+8) + (k_1+k_2 s)(5s+6)} = 0, \qquad k>0$$

g(t) = βt + α

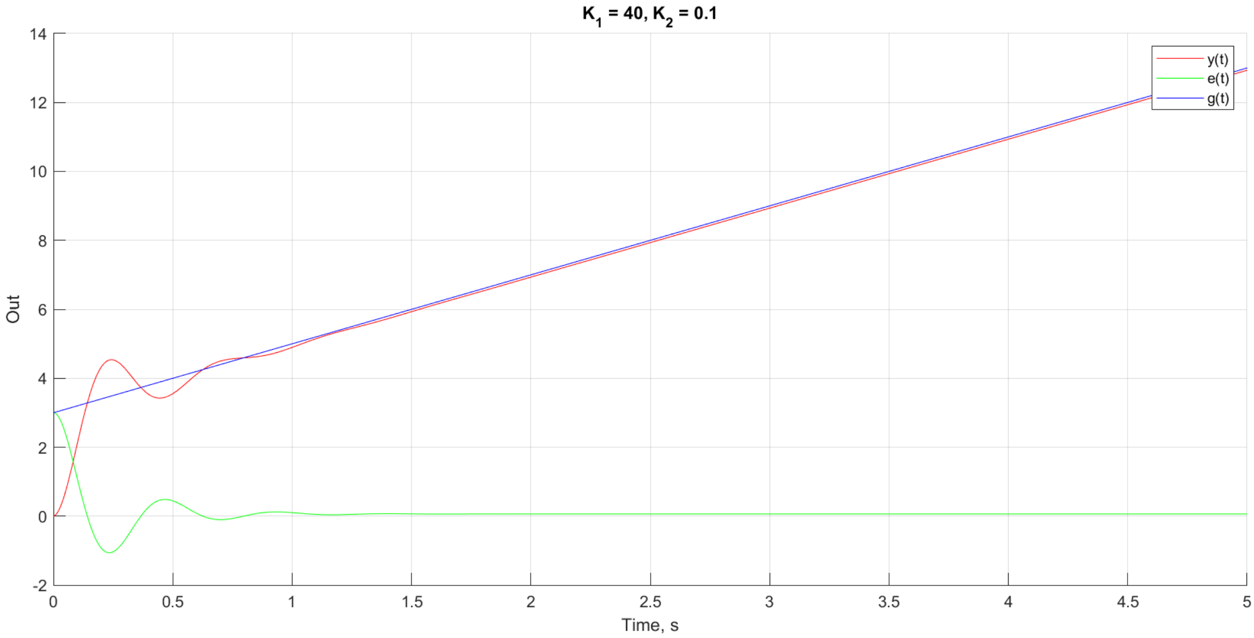

График 19. Установившаяся ошибка = 0.066. g(t) = 2t +3

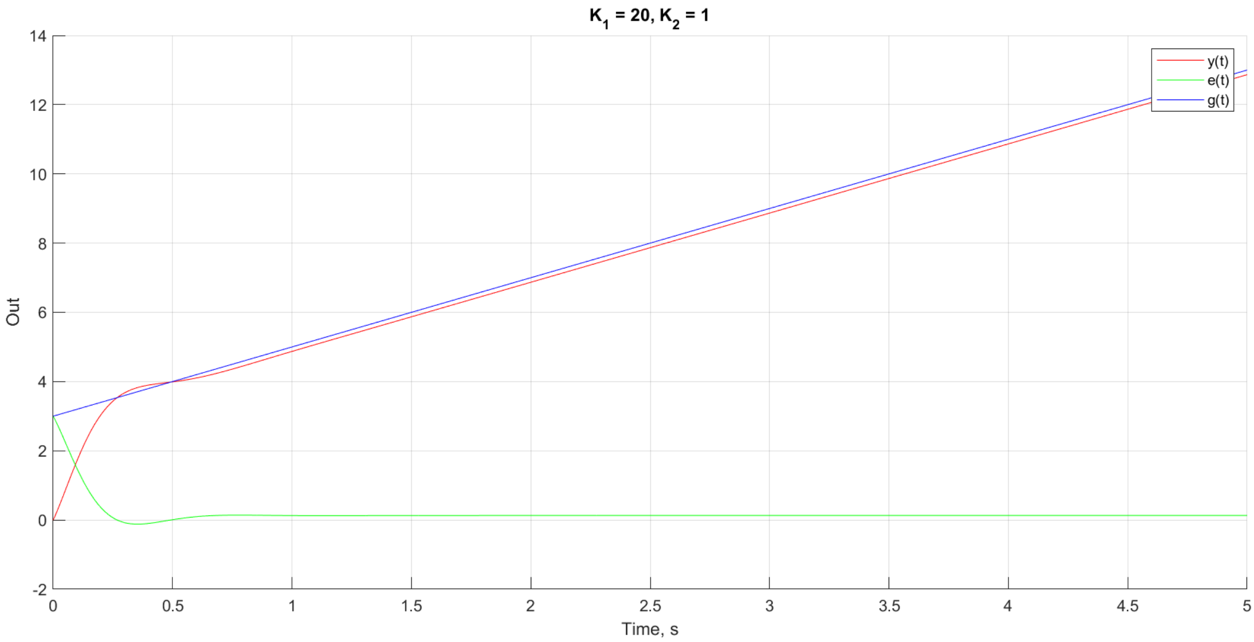

График 20. Установившаяся ошибка = 0.13. g(t) = 2t +3

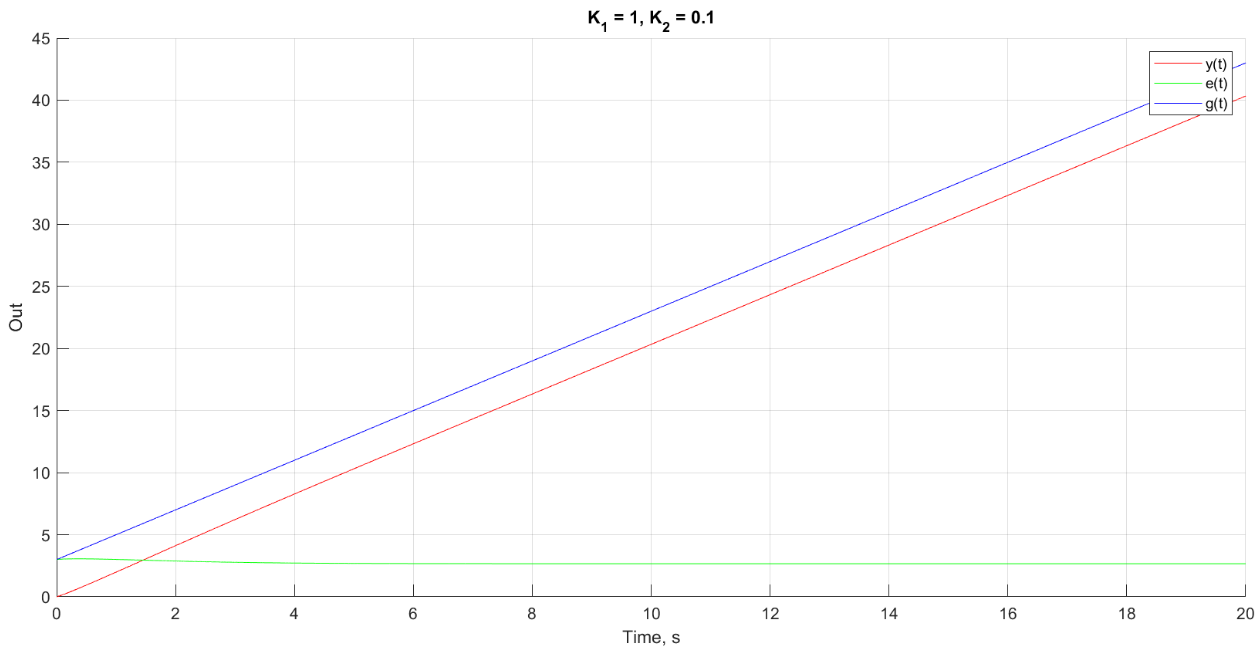

График 21. Установившаяся ошибка = 2.66. g(t) = 2t +3

K_1 влияет на значение установившейся ошибки, при увеличении K_1 ошибка уменьшается.

Расчеты

$$W(s) = W_{\text{рег}}(s) \cdot W_{\text{об}}(s) = \frac{(k_1 + k_2 s)(5s + 6)}{s(s^2 + 9s + 8)}$$

$$G(s) = \frac{3s + 2}{s^2}$$

Образ Лапласа установившейся ошибки:

$$E(s) = W_{g \to e}(s) \cdot G(s) = \frac{3s + 2}{s^2} \cdot \frac{s(s^2 + 9s + 8)}{s(s^2 + 9s + 8) + (k_1 + k_2 s)(5s + 6)}$$

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \to 0} s W_{g \to e}(s) \cdot G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s(s^2 + 9s + 8)}{s(s^2 + 9s + 8) + (k_1 + k_2 s)(5s + 6)} = \frac{8}{3k_1}, \qquad k > 0$$

g(t) = α · sin(ωt + φ)

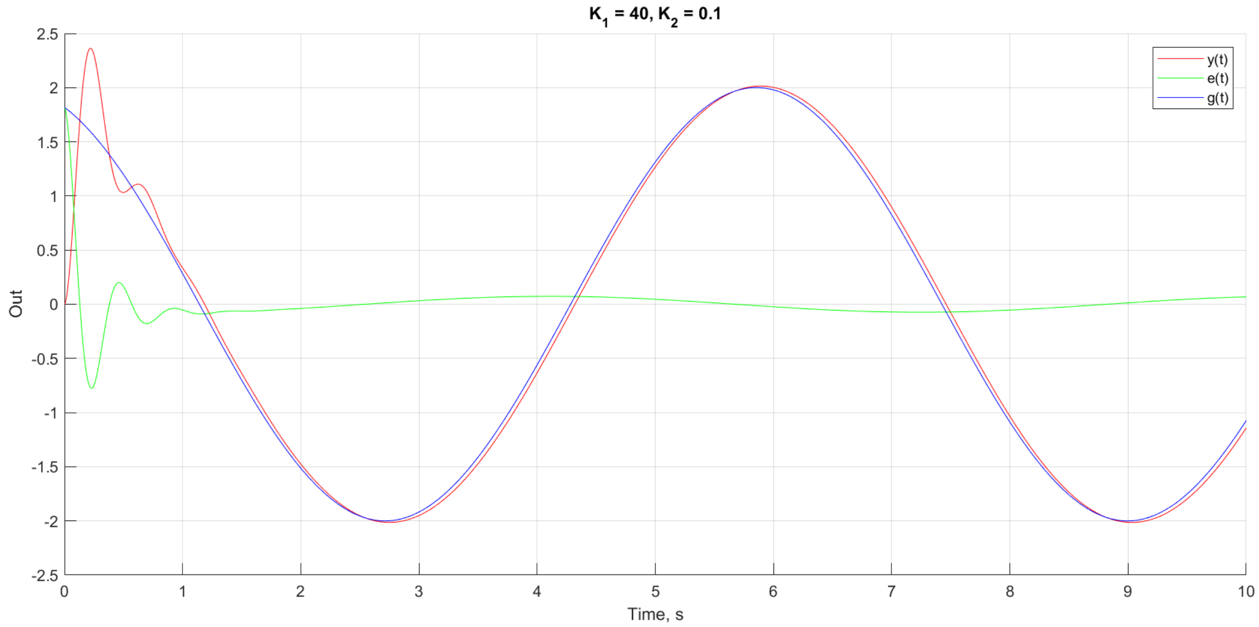

График 22. g(t) = 2 · sin(t +2)

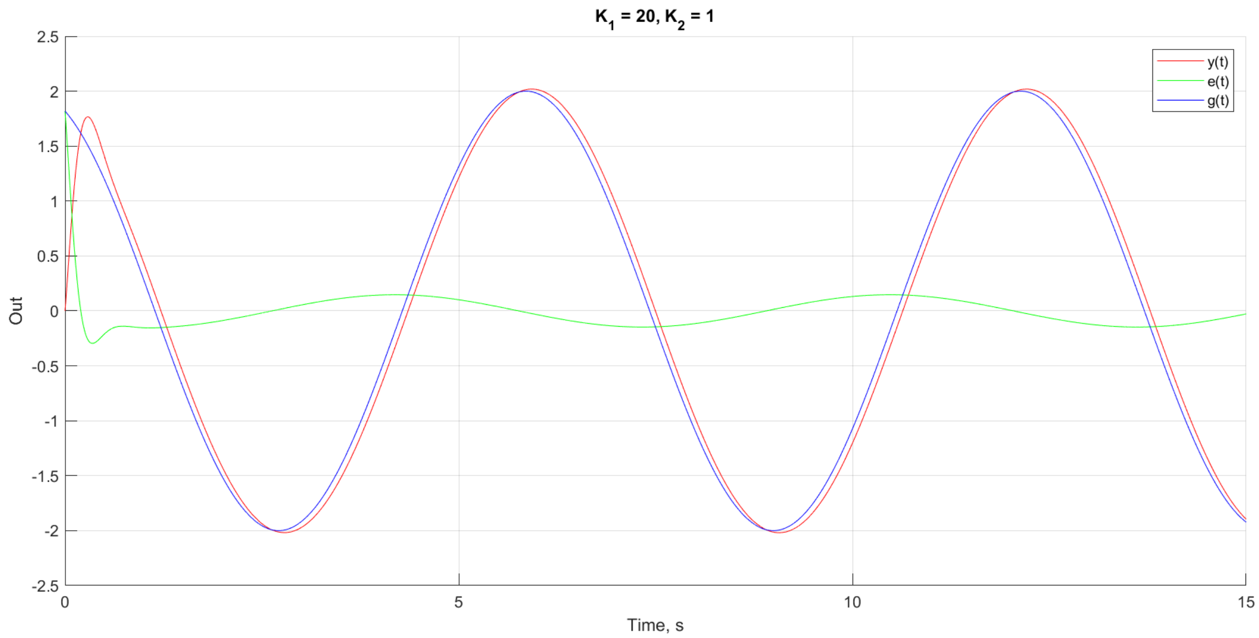

График 23. g(t) = 2 · sin(t +2)

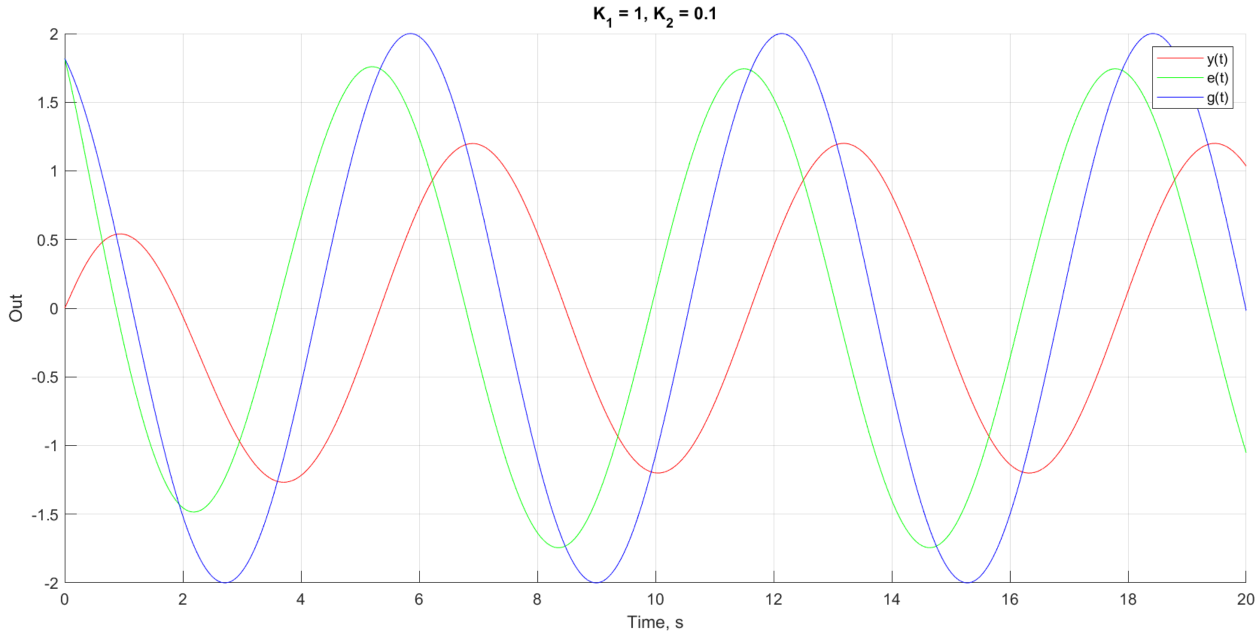

График 24. g(t) = 2 · sin(t +2)

При синусоидальном воздействии ошибка имеет тоже синусоидальный вид.

Задание 6. Исследование линейной системы, замкнутой регулятором общего вида

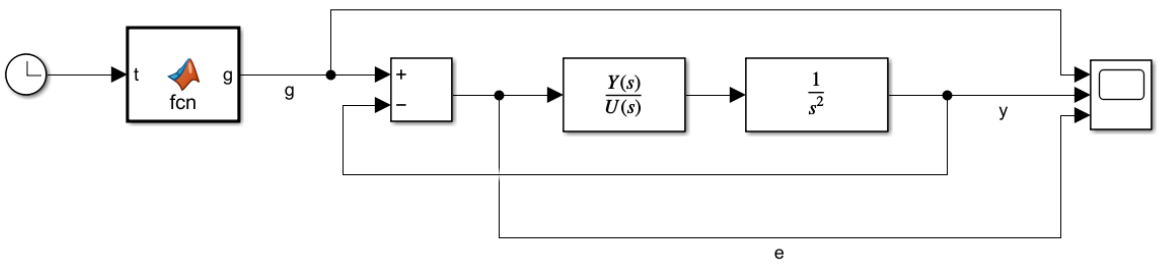

Схема 9. Модель тележки

Дифференциальное уравнение тележки:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}F$$

Выполним преобразование Лапласа и запишем входную передаточную функцию:

$$Wg = \frac{6s^2 - 96}{(s^2+4)(s^2+64)}$$

Передаточная функция объекта:

$$Wo = \frac{1}{s^2}$$

Запишем полином = ЗнаменательРегулятора · ЗнаменательОбъекта + ЧислительРегулятора · ЧислительОбъекта. И придумаем такие коэффициенты, чтобы все корни полинома были отрицательные.

Передаточная функция регулятора:

$$\mathrm{Wr} = \frac{-47s^5 - 441s^4 - 221s^3 - 1771s^2 + 7s + 1}{s^5 + 7s^4 + 68s^3 + 476s^2 + 256s + 1792}$$

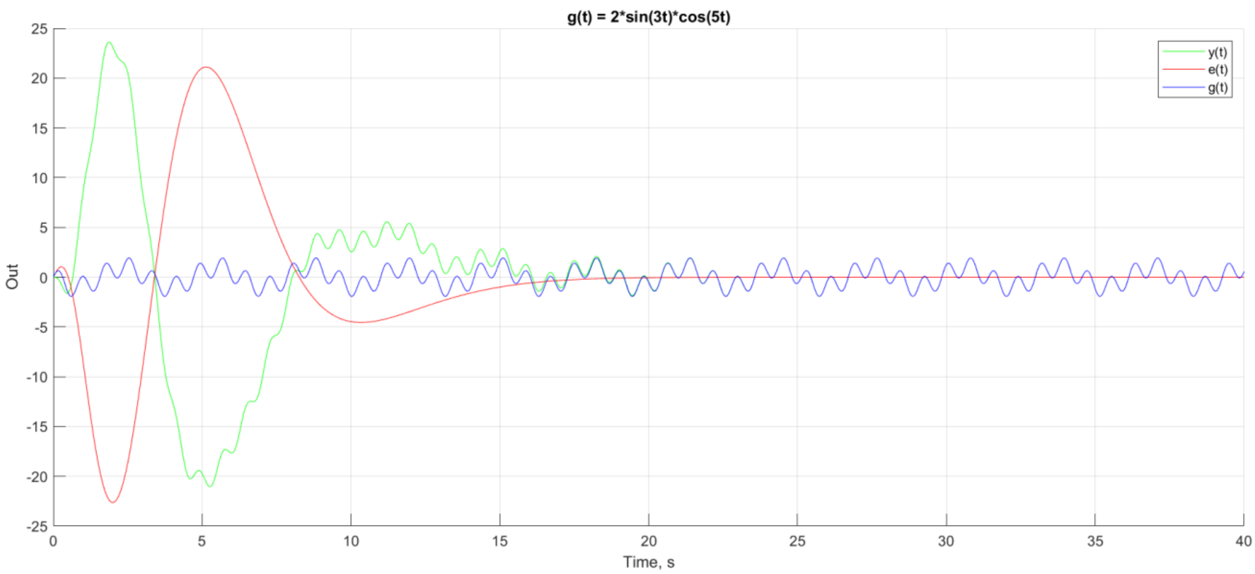

График 25

Задание 7

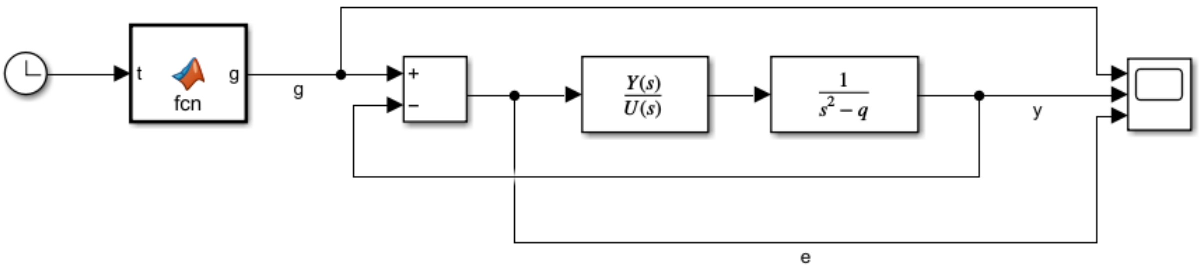

Схема 10. Модель маятника

Дифференциальное уравнение тележки:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} F$$

Выполним преобразование Лапласа и запишем входную передаточную функцию:

$$Wg = \frac{6}{s^2 + 9}$$

Передаточная функция объекта:

$$Wo = \frac{1}{s^2 - \frac{g_0}{l}}$$

Передаточная функция регулятора:

$$\mathrm{Wr} = \frac{3\mathrm{s}^3 \ - \ 25\mathrm{s}^2 + 23\mathrm{s} + 91}{\mathrm{s}^3 + 5\mathrm{s}^2 + 9\mathrm{s} + 45}$$

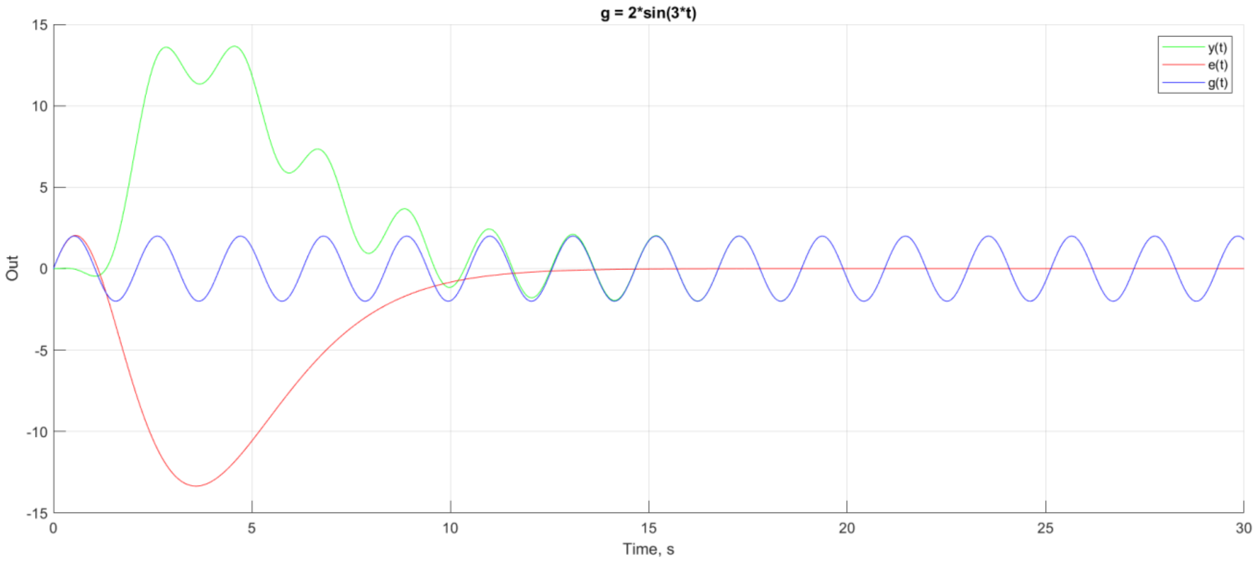

График 26

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы были исследованы задачи стабилизации с идеальным и реальным дифференцирующим звеном, а также влияние шума на них. Далее были исследованы системы с разным порядком астатизма, а также замкнутые регуляторами разных видов, в том числе и общего. Были исследованы значения установившейся ошибки при различных входных воздействиях.