НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Теория автоматического управления

Лабораторная работа №6

«Практика с моторчиком»

Выполнили студенты:

Боровик А.М.

Мысов М.С.

Петров И.А.

Синицин Е.Е.

Группа № R33372

Руководитель:

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

СОДЕРЖАНИЕ

Задание 1. Определение параметров двигателя с помощью МНК

Ссылка на наш питоновский код

Используем математическую модель двигателя

$$\mathbf{T\ddot{\theta} + \dot{\theta} = Ku}$$

где θ, рад — угол поворота двигателя, U, В — напряжение, поданное на двигатель.

Заряд батареи, полученный с брика EV3 = 7.5 В

Аппроксимированные значения параметров T и k двигателя постоянного тока:

$$\mathbf{Tm = 0.0642}$$

$$\mathbf{k = 1.7993}$$

Задание 2. Астатизмы и регуляторы

П-регулятор

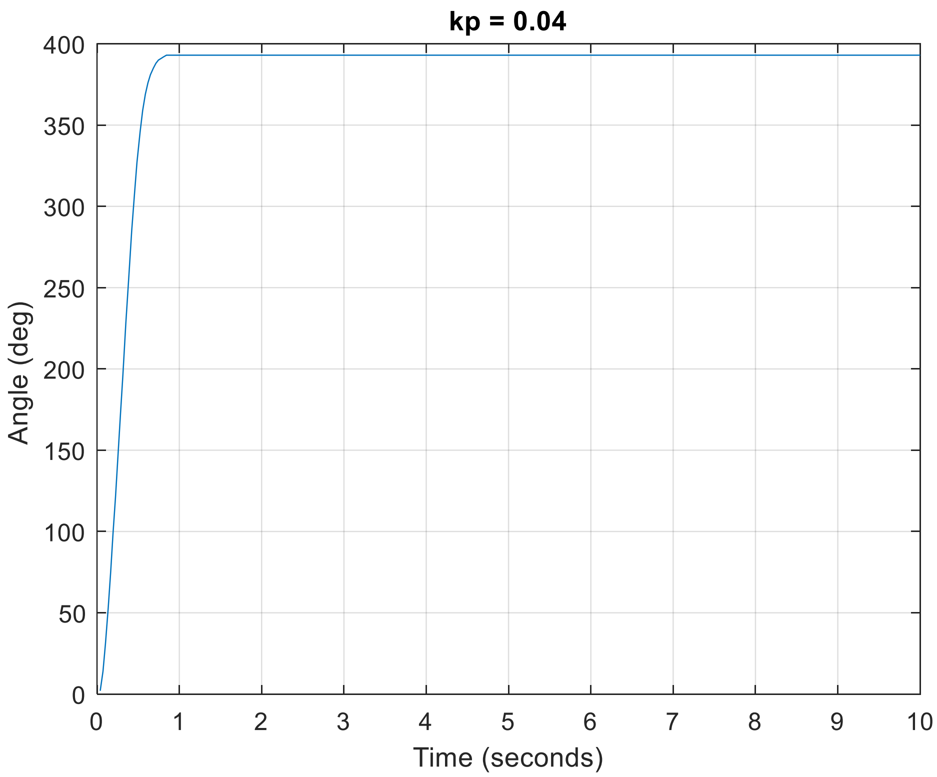

Рисунок 1 – график слежения по углу поворота за постоянным сигналом **u = 400, kp = 0.04**

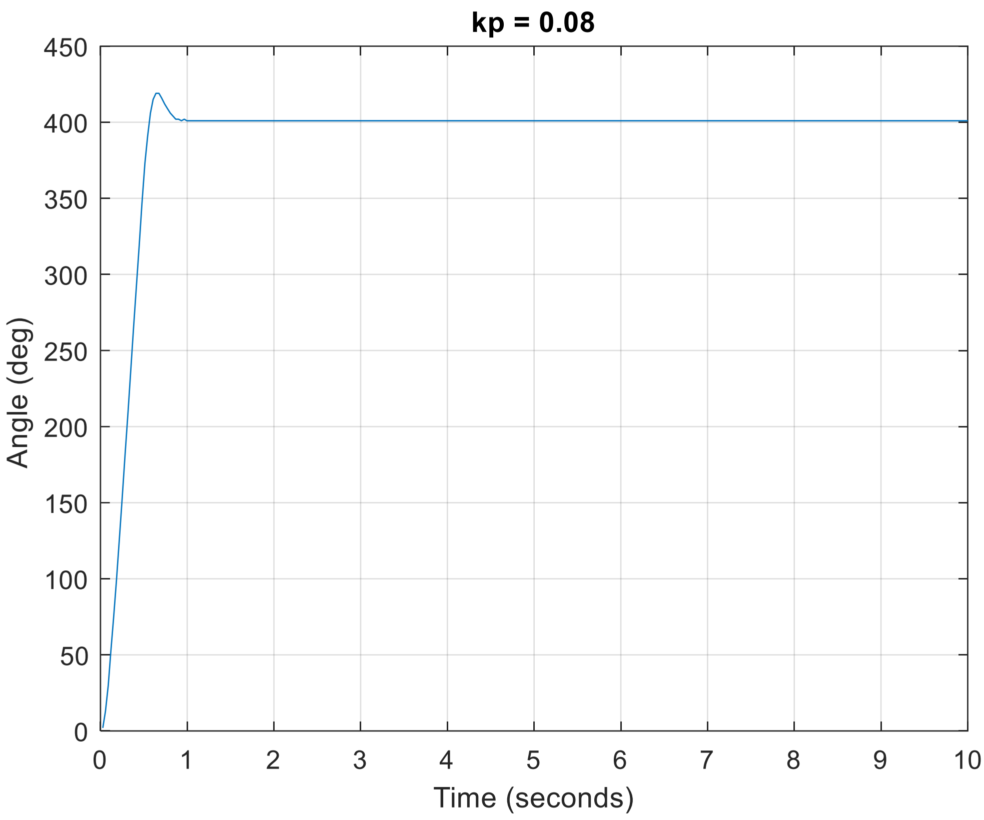

Рисунок 2 – график слежения по углу поворота за постоянным сигналом **u = 400, kp = 0.08**

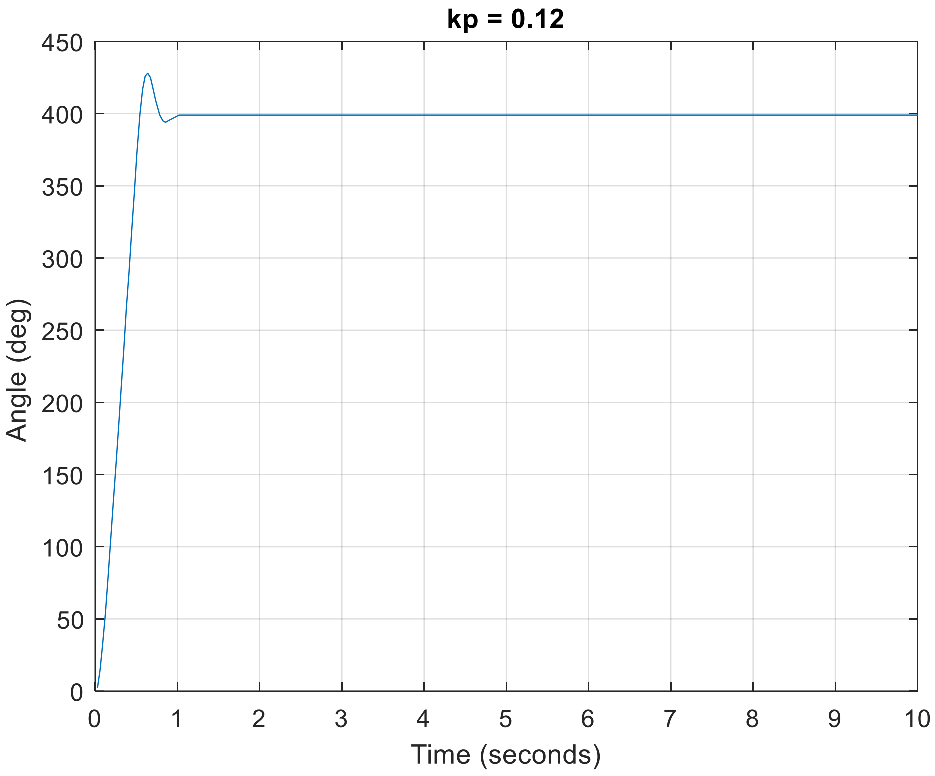

Рисунок 3 – график слежения по углу поворота за постоянным сигналом **u = 400, kp = 0.12**

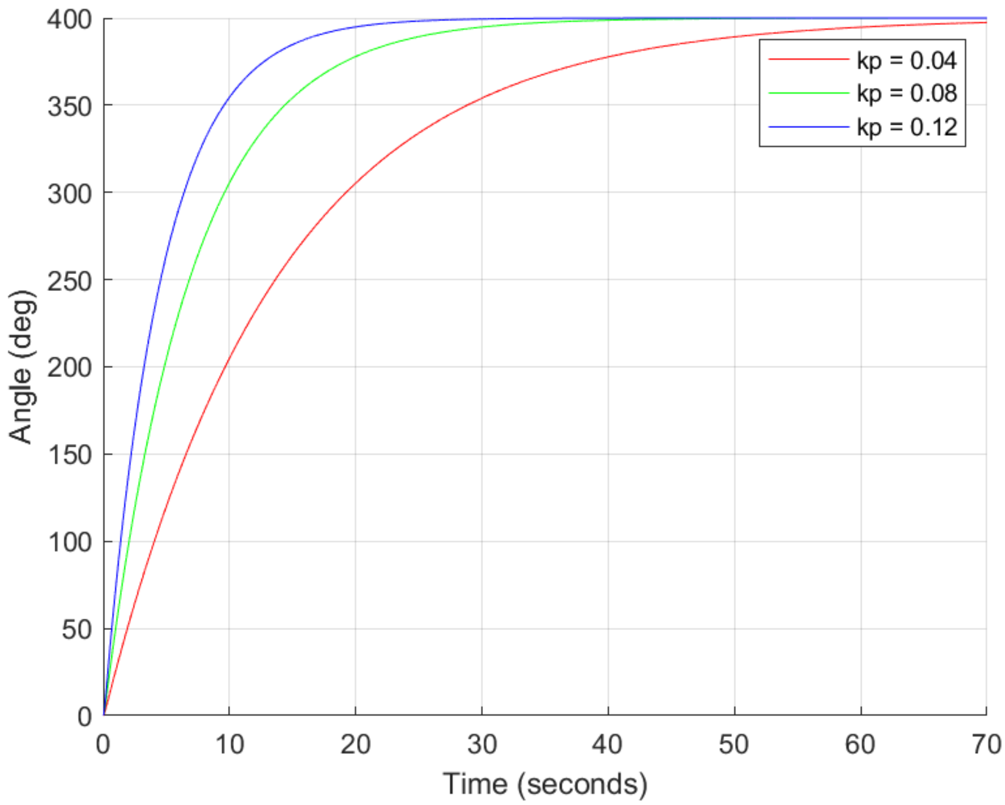

Рисунок 4 – график моделирования слежения по углу поворота за постоянным сигналом **u = 400**

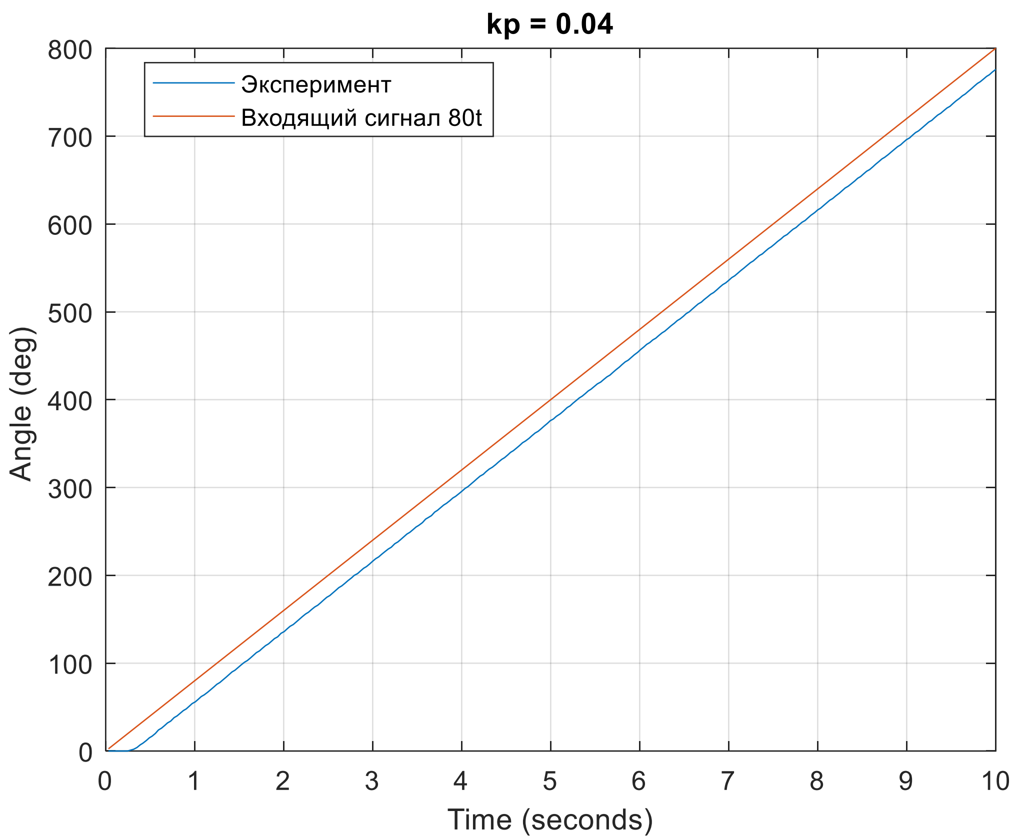

Рисунок 5 – график слежения по углу поворота за линейным сигналом **80t, kp = 0.04**

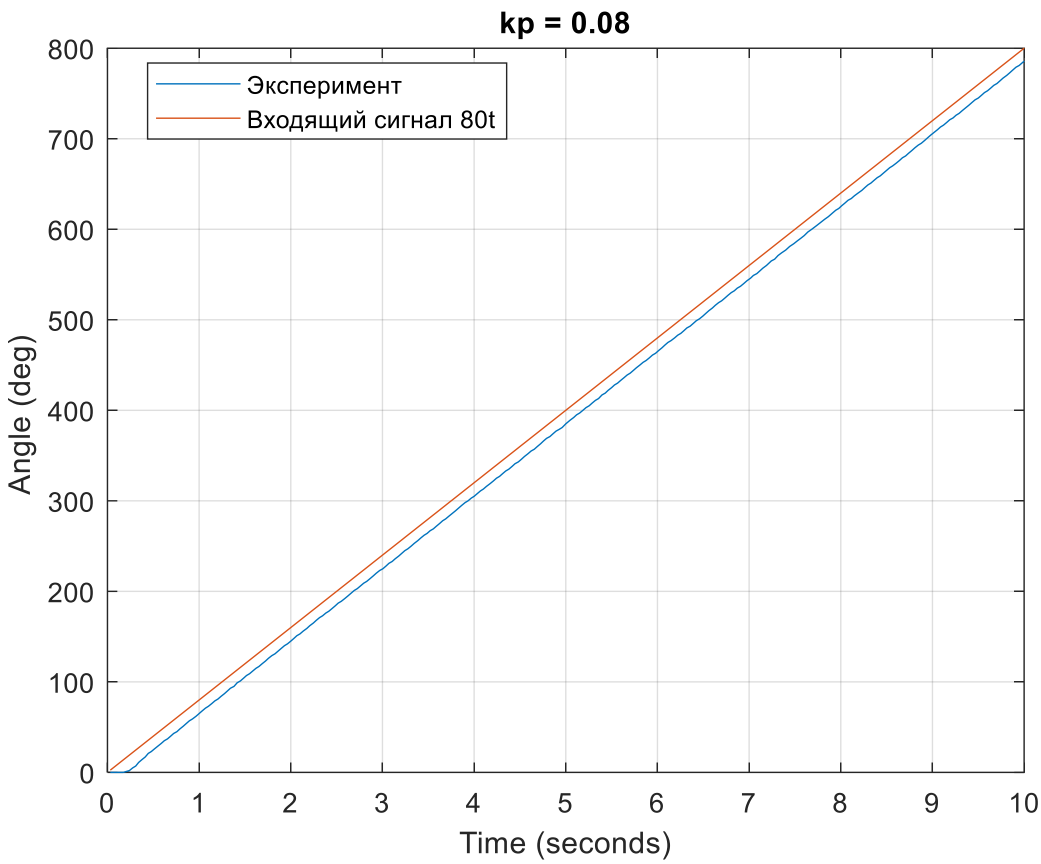

Рисунок 6 – график слежения по углу поворота за линейным сигналом **80t, kp = 0.08**

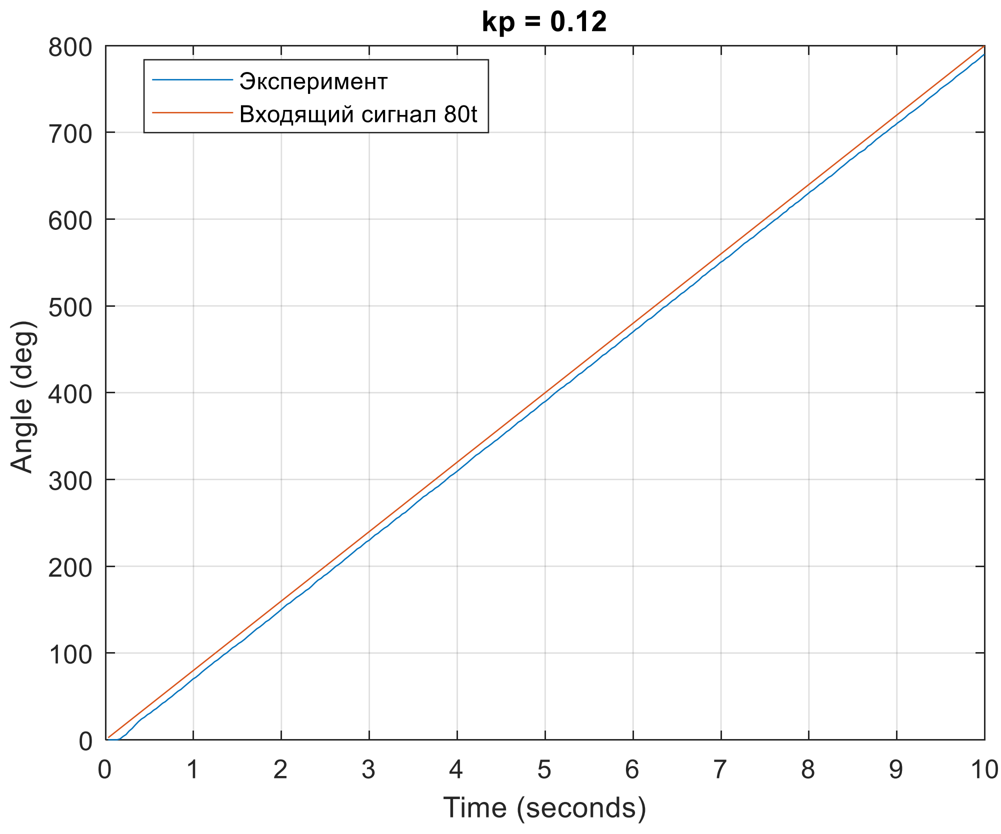

Рисунок 7 – график слежения по углу поворота за линейным сигналом **80t, kp = 0.12**

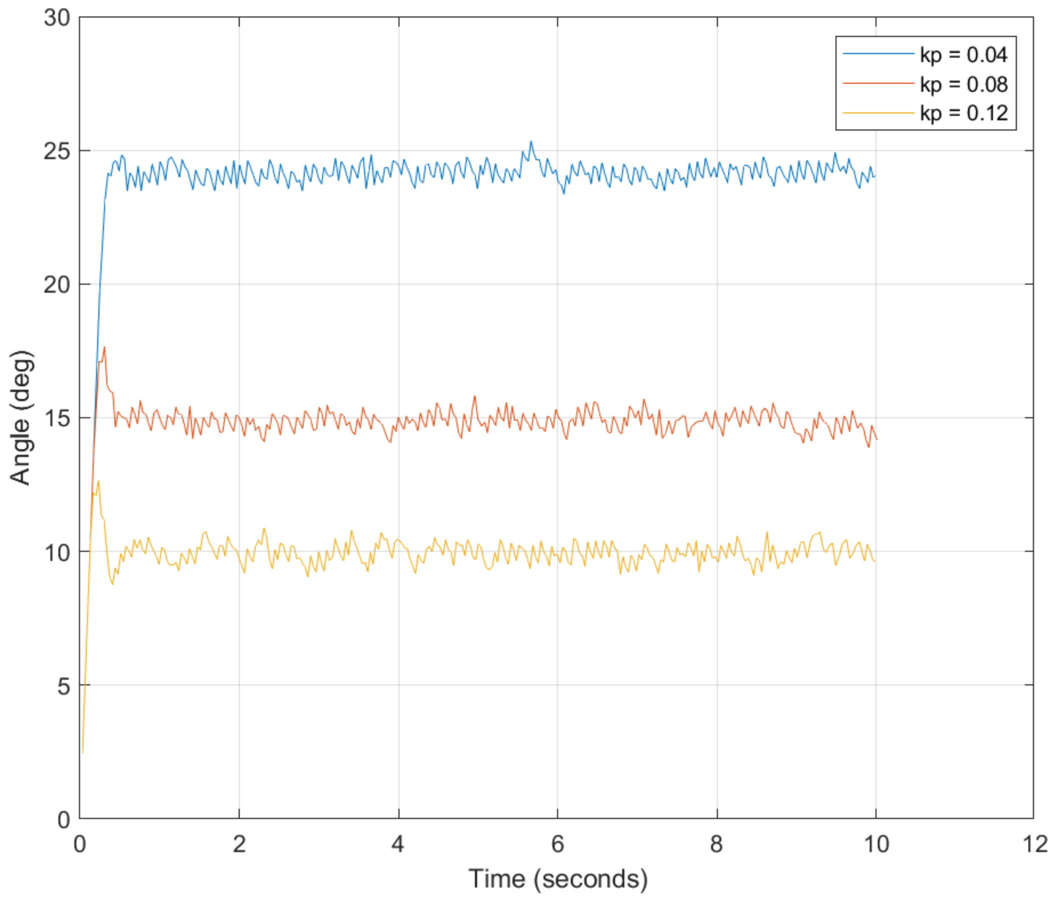

Рисунок 8 – графики ошибок по углу поворота за линейным сигналом при разных kp

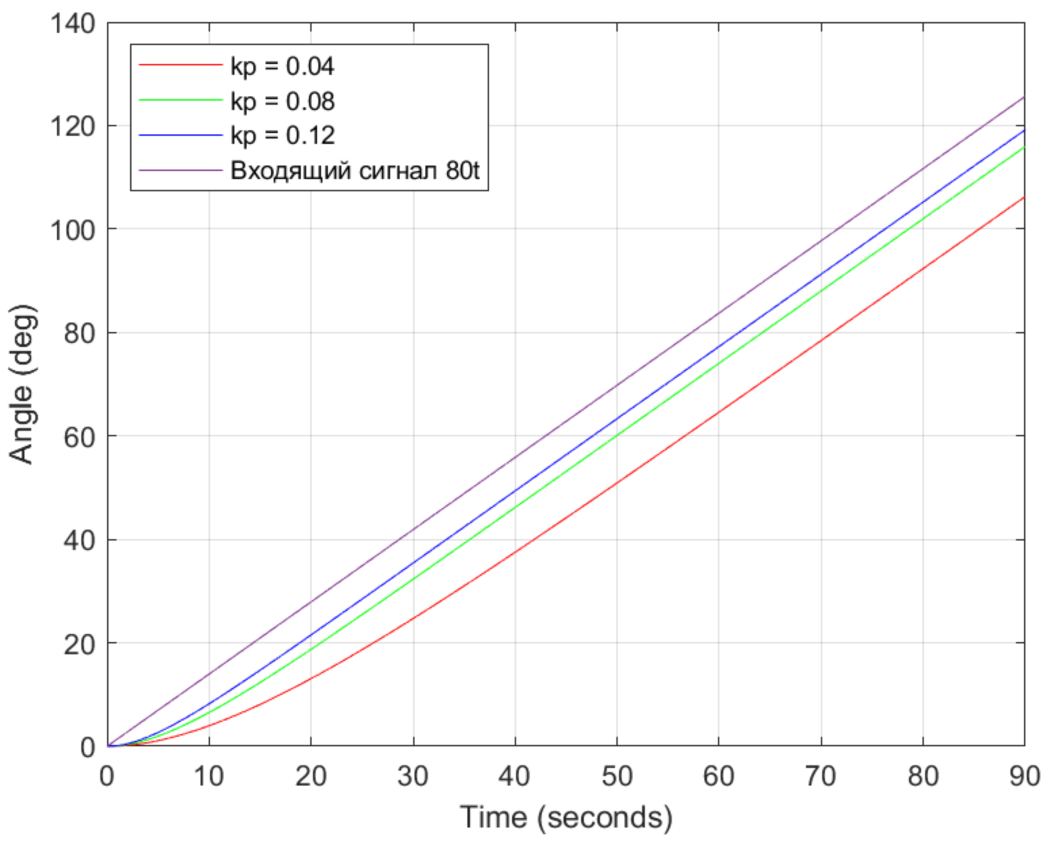

Рисунок 9 – график моделирования слежения по углу поворота за линейным сигналом **80t**

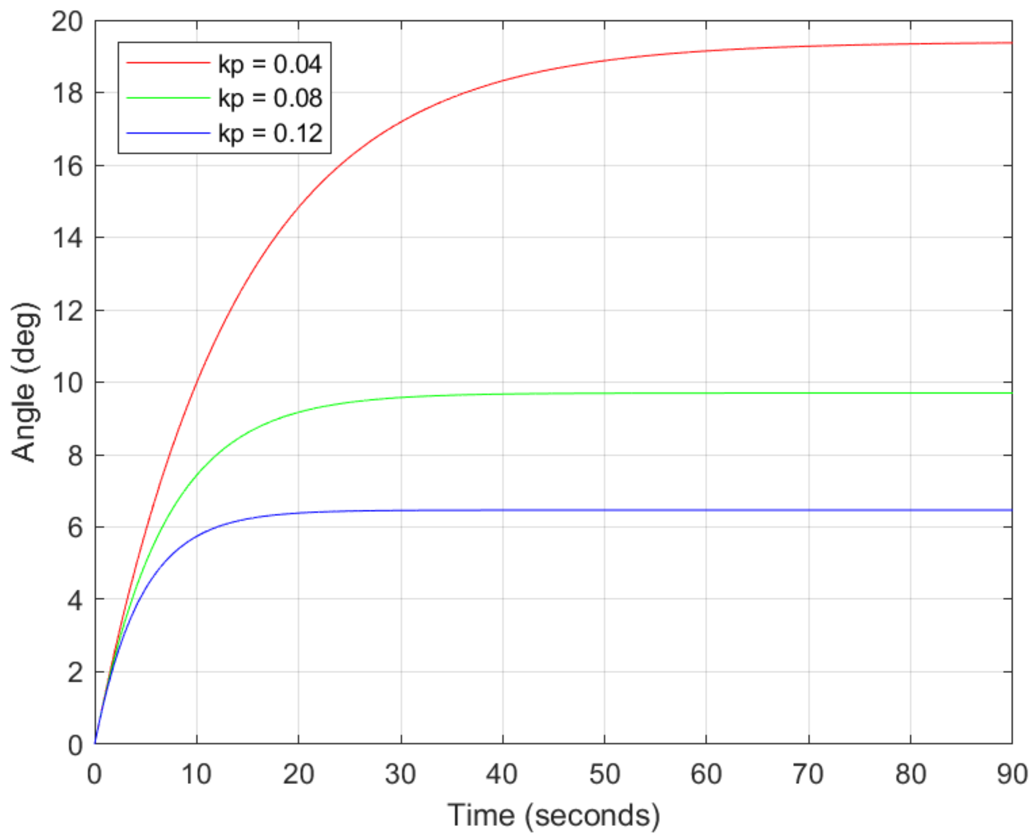

Рисунок 10 – графики ошибок при моделировании слежения по углу поворота за линейным сигналом при разных kp

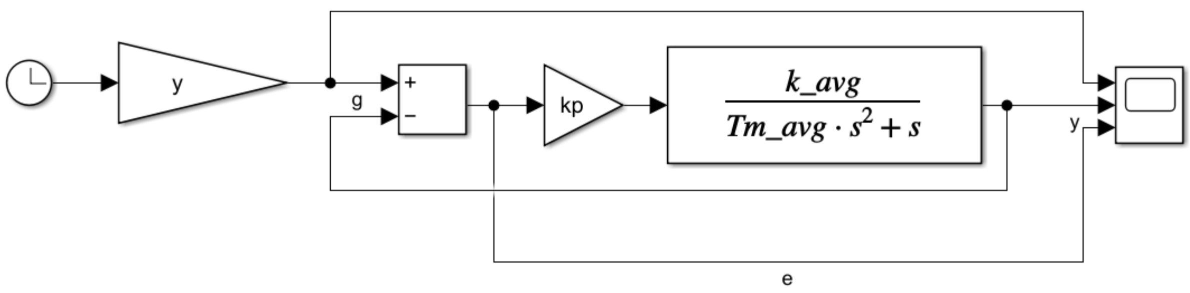

Рисунок 11 – схема с П-регулятором

Аналитический расчет предполагаемой ошибки слежения за линейным сигналом

$$W(s) = W_{\text{рег}}(s) \cdot W_{\text{об}}(s) = \frac{\text{kp} \cdot k\_\text{avg}}{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}$$

Передаточная функция от G к E:

$$W_{g \to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)} = \frac{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s + \text{kp} \cdot k\_\text{avg}}$$

Образ Лапласа входного воздействия:

$$G(s) \ = \frac{80 \cdot \dfrac{\pi}{180}}{s^2} = \frac{1{,}4}{s^2}$$

Образ Лапласа установившейся ошибки:

$$E(s) \ = \ W_{g\to e}(s) \cdot G(s) \ = \ \frac{1{,}4}{s^2} \cdot \frac{\mathrm{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}{\mathrm{Tm\_avg} \cdot s^2 + s + \mathrm{kp} \cdot k\mathrm{\_avg}}$$

Так как полюса $sE(s)$ имеют строго отрицательную вещественную часть при k> 0, то можем использовать теорему о конечном значении установившейся ошибки.

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon \ = \lim_{s\to 0} s\, W_{g\to e}(s) \cdot G(s) = \ \lim_{s\to 0} s \ \cdot \frac{1{,}4}{s^2} \cdot \frac{\mathrm{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}{\mathrm{Tm\_avg} \cdot s^2 + s + \mathrm{kp} \cdot k\mathrm{\_avg}} =$$

$$= \ \lim_{s\to 0} \frac{1{,}4}{s} \ \cdot \frac{s \cdot (\mathrm{Tm\_avg} \cdot s + 1)}{\mathrm{Tm\_avg} \cdot s^2 + s + \mathrm{kp} \cdot k\mathrm{\_avg}}, \ \ \mathrm{kp} > 0$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{1,4}{\mathbf{kp} \cdot \boldsymbol{k}\mathbf{\_avg}} = 6,45}$$

Реальная ошибка = 10

Увеличение коэффициента kp уменьшает значение теоретической ошибки.

ПИ-регулятор

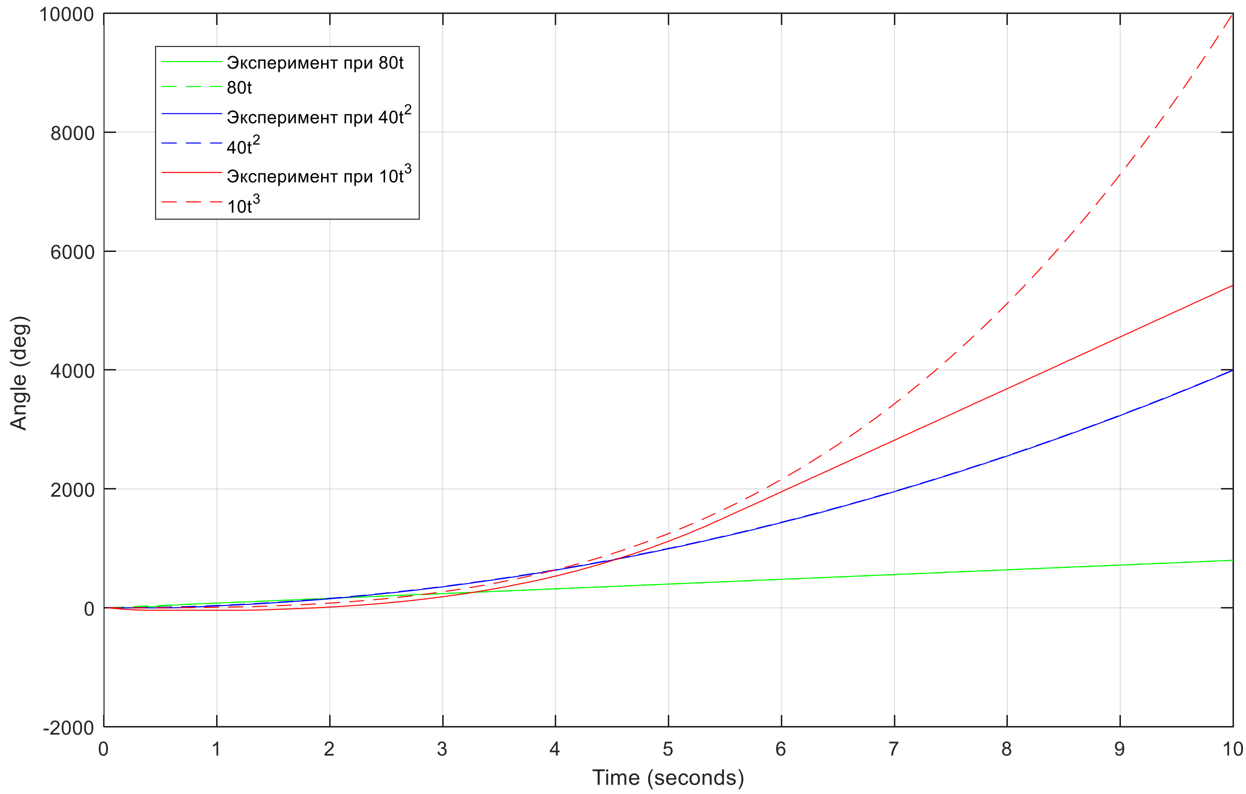

Рисунок 12 – графики слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

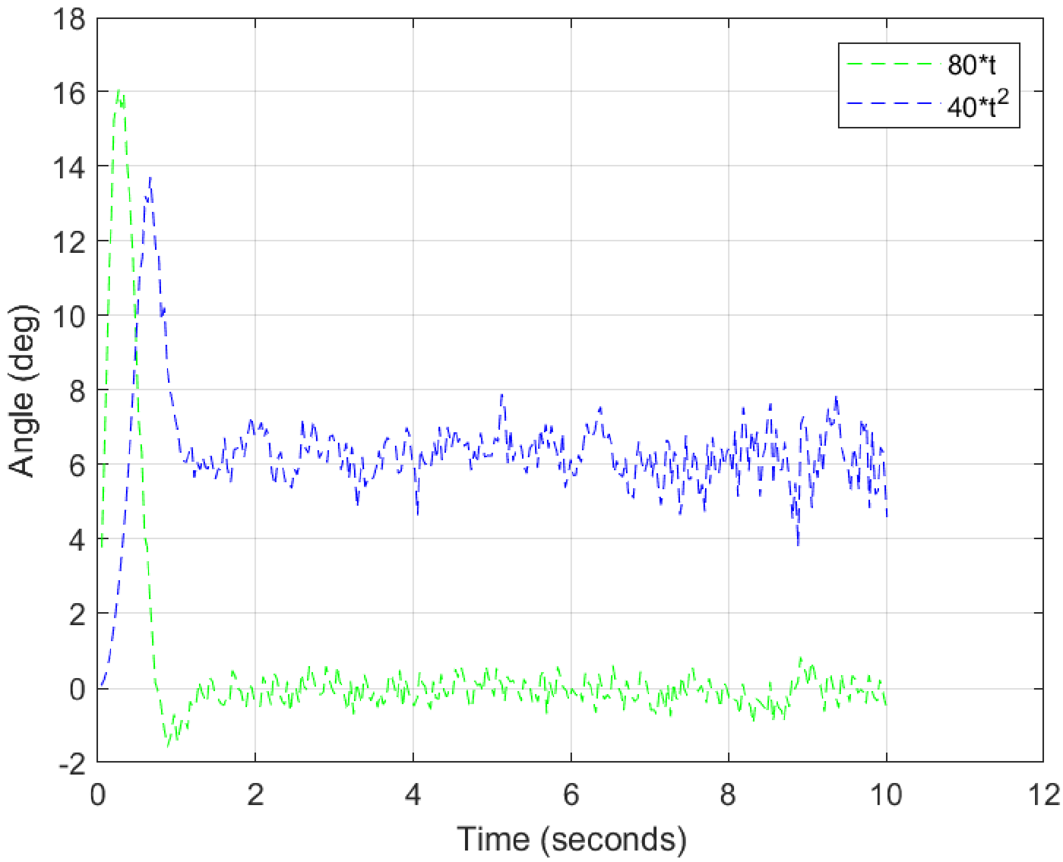

Рисунок 13 – графики ошибок слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

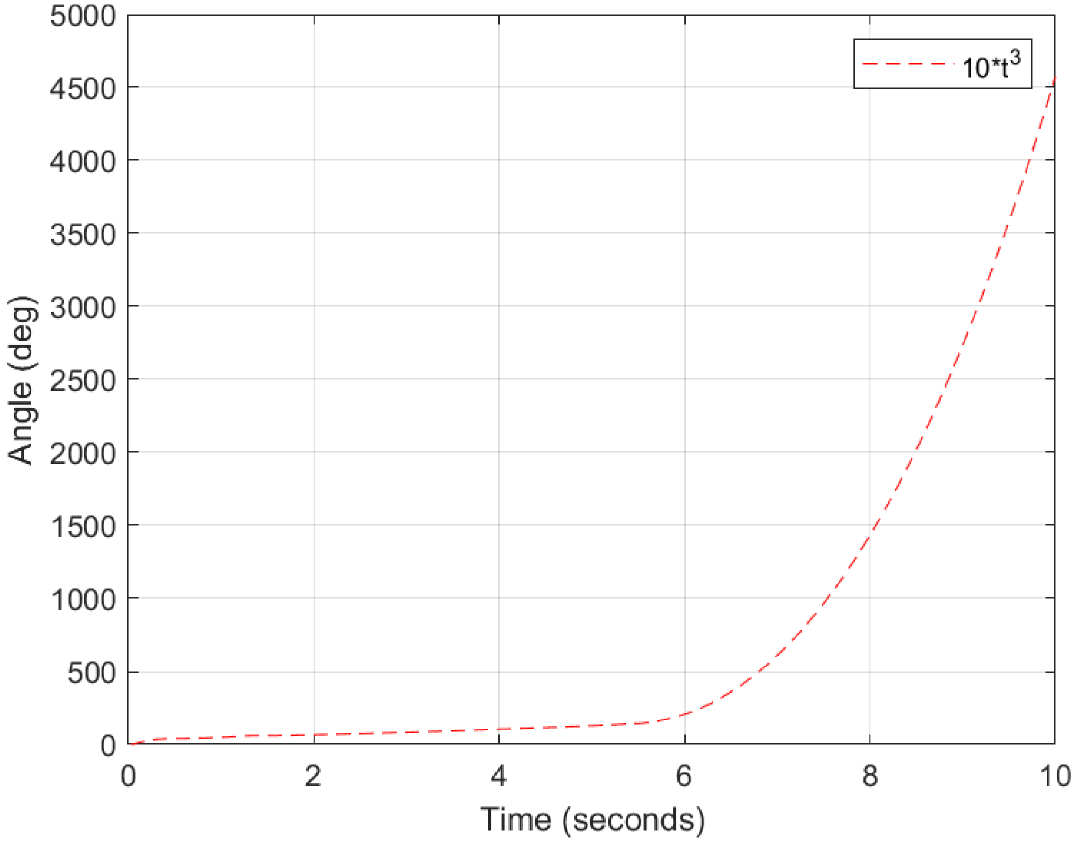

Рисунок 14 – графики ошибок слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

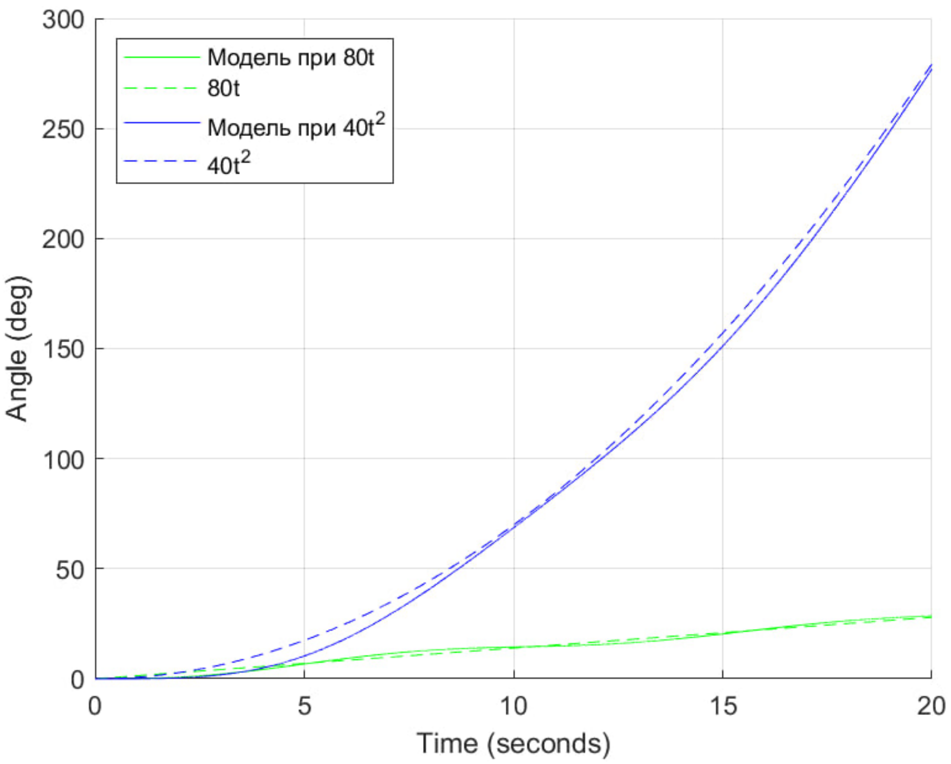

Рисунок 15 – графики моделирования слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

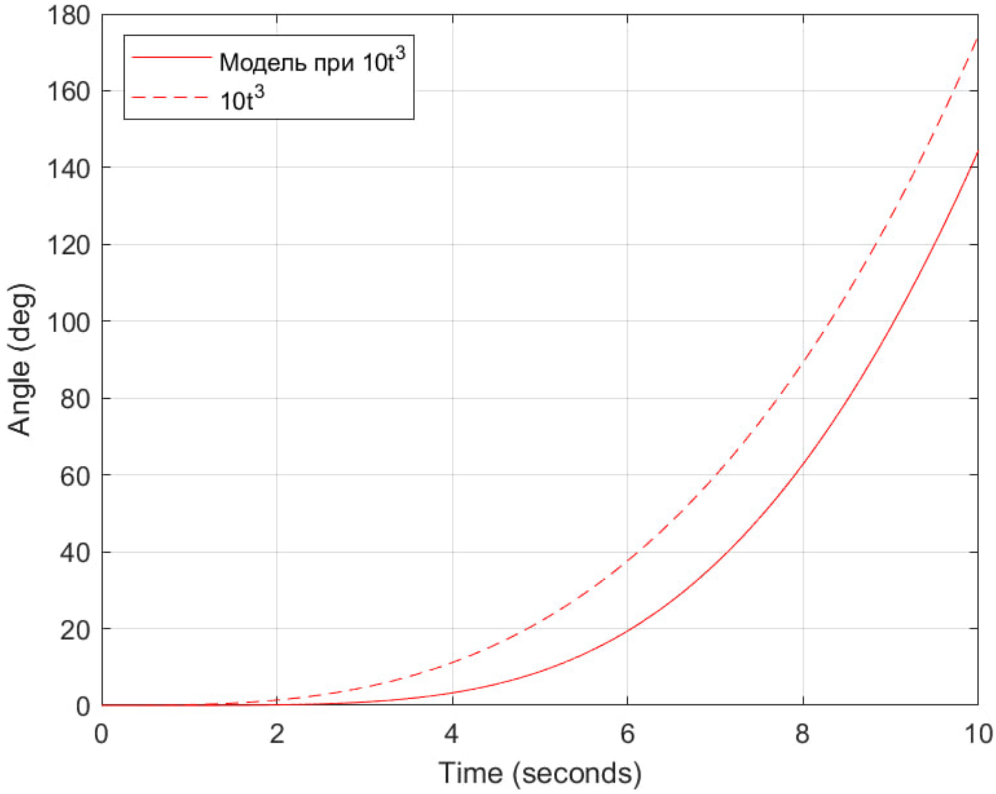

Рисунок 16 – графики моделирования слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

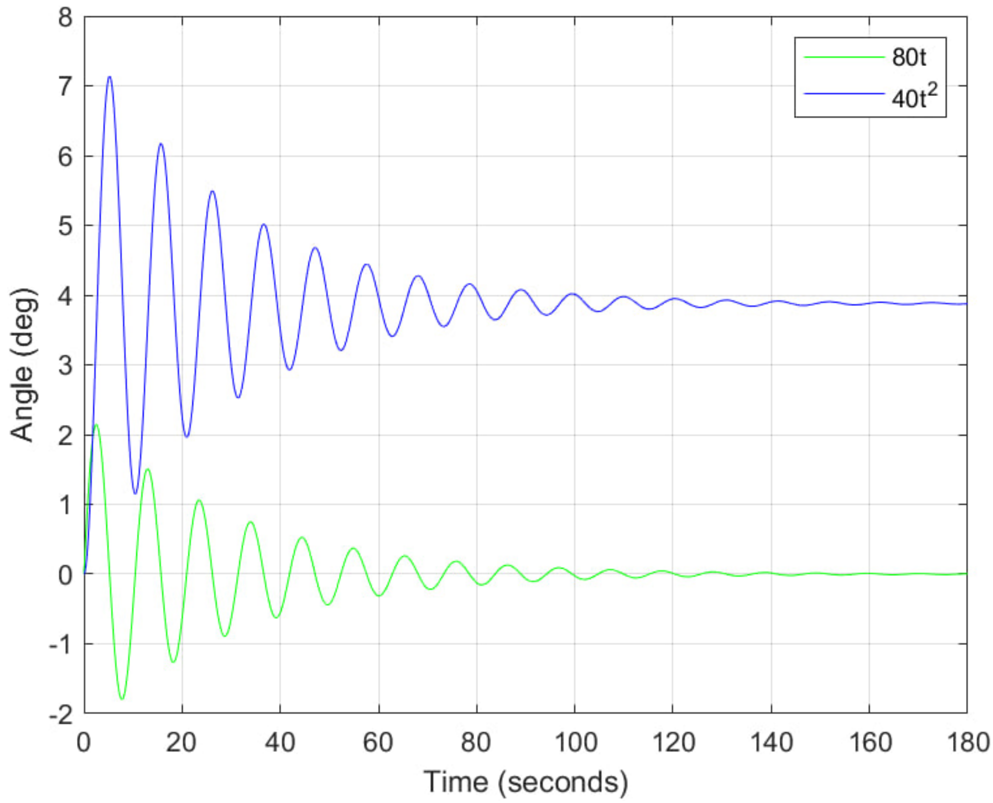

Рисунок 17 – графики ошибок при моделировании слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

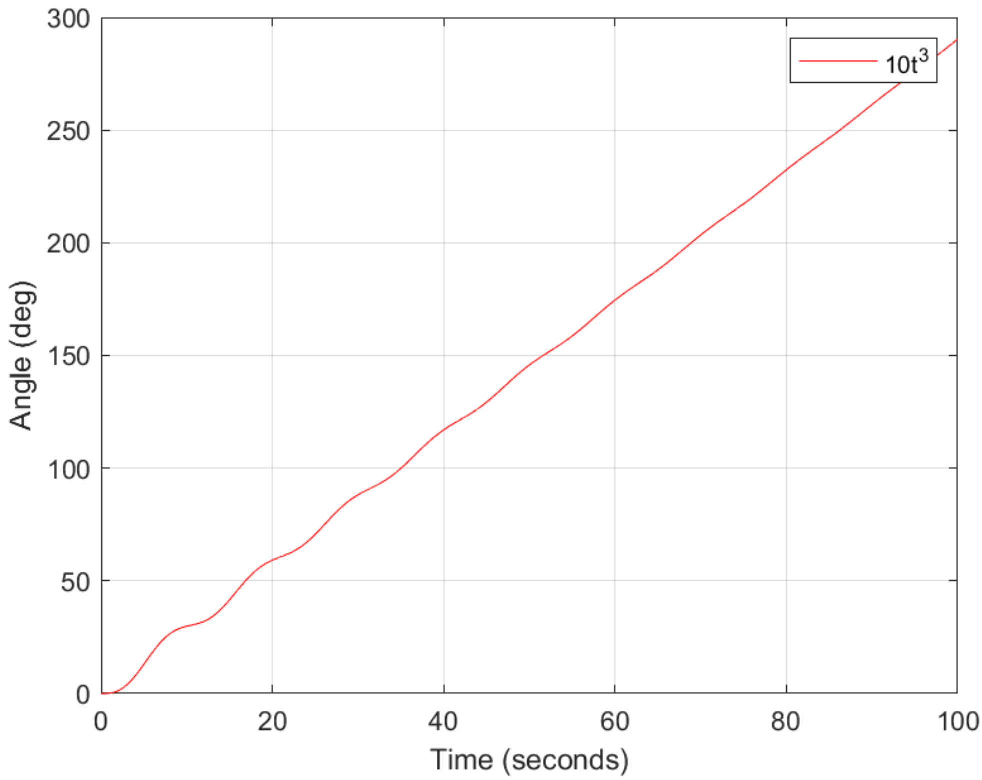

Рисунок 18 – графики ошибок при моделировании слежения за различными сигналами при **kp = 0.05, ki = 0.2**

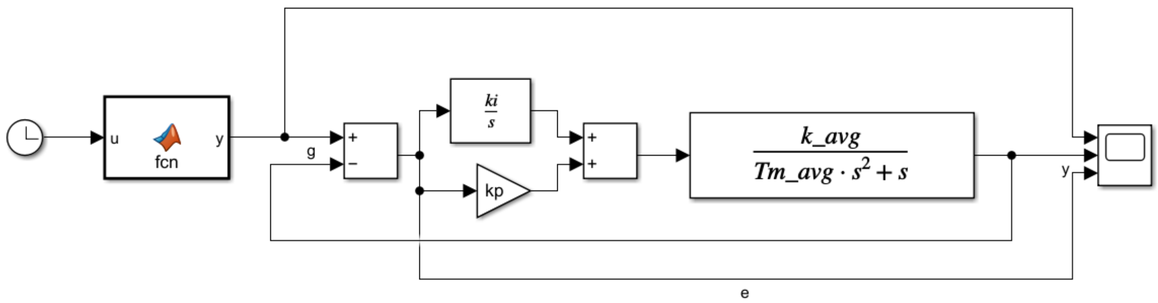

Рисунок 19 – схема с ПИ-регулятором

Аналитический расчет предполагаемой ошибки

$$W(s) = W_{\text{рег}}(s) \cdot W_{\text{об}}(s) = \frac{\left(\text{kp} + \frac{\text{ki}}{s}\right) \cdot k\_\text{avg}}{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}$$

Передаточная функция от G к E:

$$W_{g \to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)} = \frac{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s}{\text{Tm\_avg} \cdot s^2 + s + \left(\text{kp} + \frac{\text{ki}}{s}\right) \cdot k\_\text{avg}}$$

Для линейного сигнала

$$\varepsilon \;= \lim_{s\to 0} s\,W_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \;\lim_{s\to 0} s \;\cdot \frac{1{,}4}{s^2}\cdot \frac{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s + \left(\mathrm{kp} + \frac{\mathrm{ki}}{s}\right)\cdot \mathrm{k\_avg}} =$$

$$= \;\lim_{s\to 0} \frac{80}{s} \;\cdot \frac{s\cdot(\mathrm{Tm\_avg}\cdot s + 1)}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s + \left(\mathrm{kp} + \frac{\mathrm{ki}}{s}\right)\cdot \mathrm{k\_avg}}$$

$$= \;\lim_{s\to 0} \frac{80\cdot(\mathrm{Tm\_avg}\cdot s + 1)}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s + \left(\mathrm{kp} + \frac{\mathrm{ki}}{s}\right)\cdot \mathrm{k\_avg}}$$

$$\varepsilon = 0$$

Реальная ошибка = 0

В данном случае ошибки сошлись.

Для квадратичного сигнала

Образ Лапласа входного воздействия:

$$\boldsymbol{G(s)} \;= \mathbf{0{,}7}\cdot \frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{s^3}}$$

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon \;= \lim_{s\to 0} s\,W_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \;\lim_{s\to 0} s \;\cdot \frac{1{,}4}{s^3}\cdot \frac{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s + \left(\mathrm{kp} + \frac{\mathrm{ki}}{s}\right)\cdot k\mathrm{\_avg}} =$$

$$= \;\lim_{s\to 0} \frac{1{,}4}{s^2} \;\cdot \frac{s\cdot(\mathrm{Tm\_avg}\cdot s + 1)}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^2 + s + \left(\mathrm{kp} + \frac{\mathrm{ki}}{s}\right)\cdot k\mathrm{\_avg}} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{1{,}4\cdot \mathrm{Tm\_avg}\cdot s + 1{,}4}{\mathrm{Tm\_avg}\cdot s^3 + s^2 + (\mathrm{kp}\cdot s + \mathrm{ki})\cdot k\mathrm{\_avg}}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathbf{80}}{\mathbf{ki}\cdot \boldsymbol{k}\mathbf{\_avg}} = \mathbf{3{,}87}$$

Реальная ошибка = 6

Увеличение коэффициента *ki* уменьшает значение теоретической ошибки

Для кубического сигнала

Образ Лапласа входного воздействия:

$$\boldsymbol{G(s)} \;= \frac{\mathbf{1{,}05}}{\boldsymbol{s^4}}$$

Предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s\, W_{g\to e}(s)\cdot G(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1{,}05}{s^4}\cdot\frac{Tm\_avg\cdot s^2 + s}{Tm\_avg\cdot s^2 + s + \left(kp + \frac{ki}{s}\right)\cdot k\_avg} =$$

$$= \lim_{s\to 0}\frac{1{,}05}{s^2}\cdot\frac{Tm\_avg\cdot s + 1}{Tm\_avg\cdot s^2 + s + \left(kp + \frac{ki}{s}\right)\cdot k\_avg} = \infty$$

Реальная ошибка = ∞

В данном случае ошибки сошлись.

Специальный регулятор

$$\mathbf{0.1\cdot \cos(0.2t\ +\ 0.5)\ +\ 0.08\cdot \sin(0.1t\ +\ 0.8)}$$

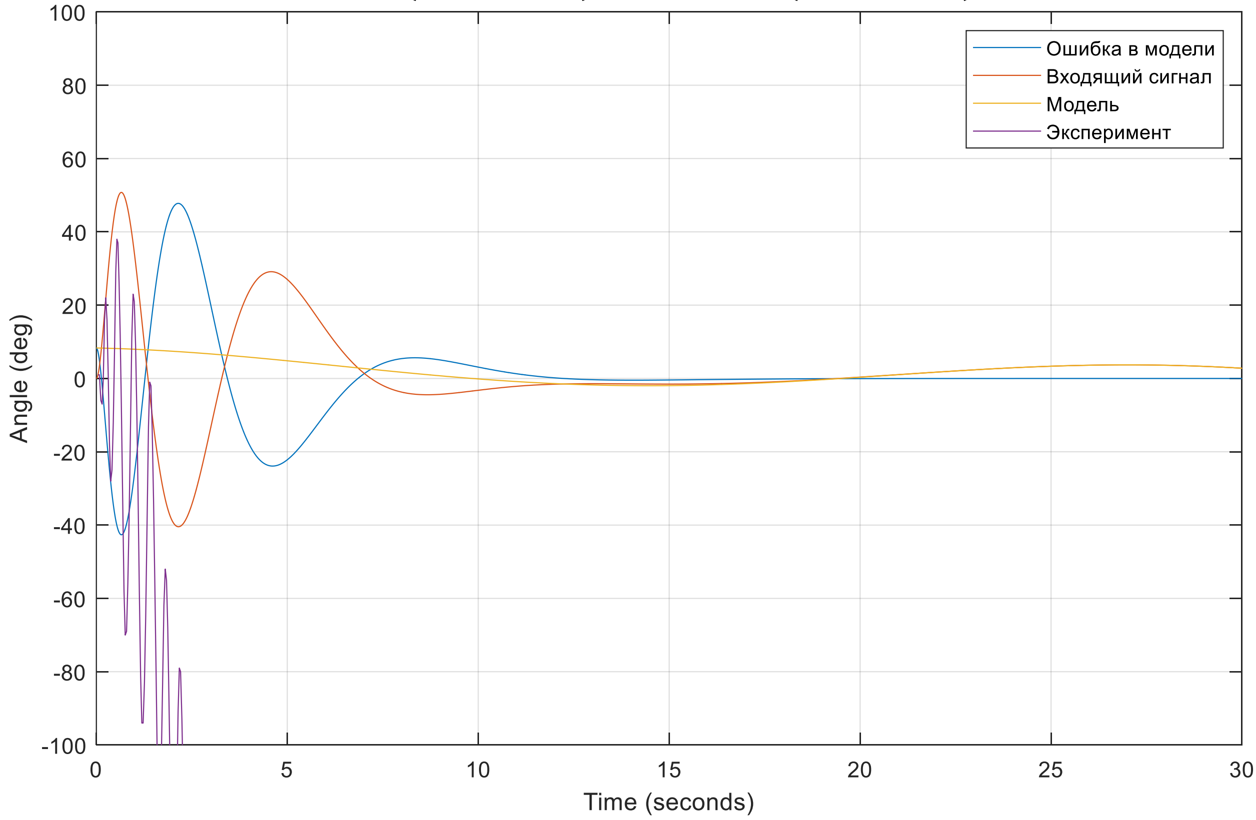

Рисунок 20 – график модели и эксперимента со специальным регулятором

$$\mathbf{0.3\cdot \cos\left(2t\ + \frac{\pi}{2}\right)\ +\ 0.16\cdot \sin(2t\ +\ 2\pi)}$$

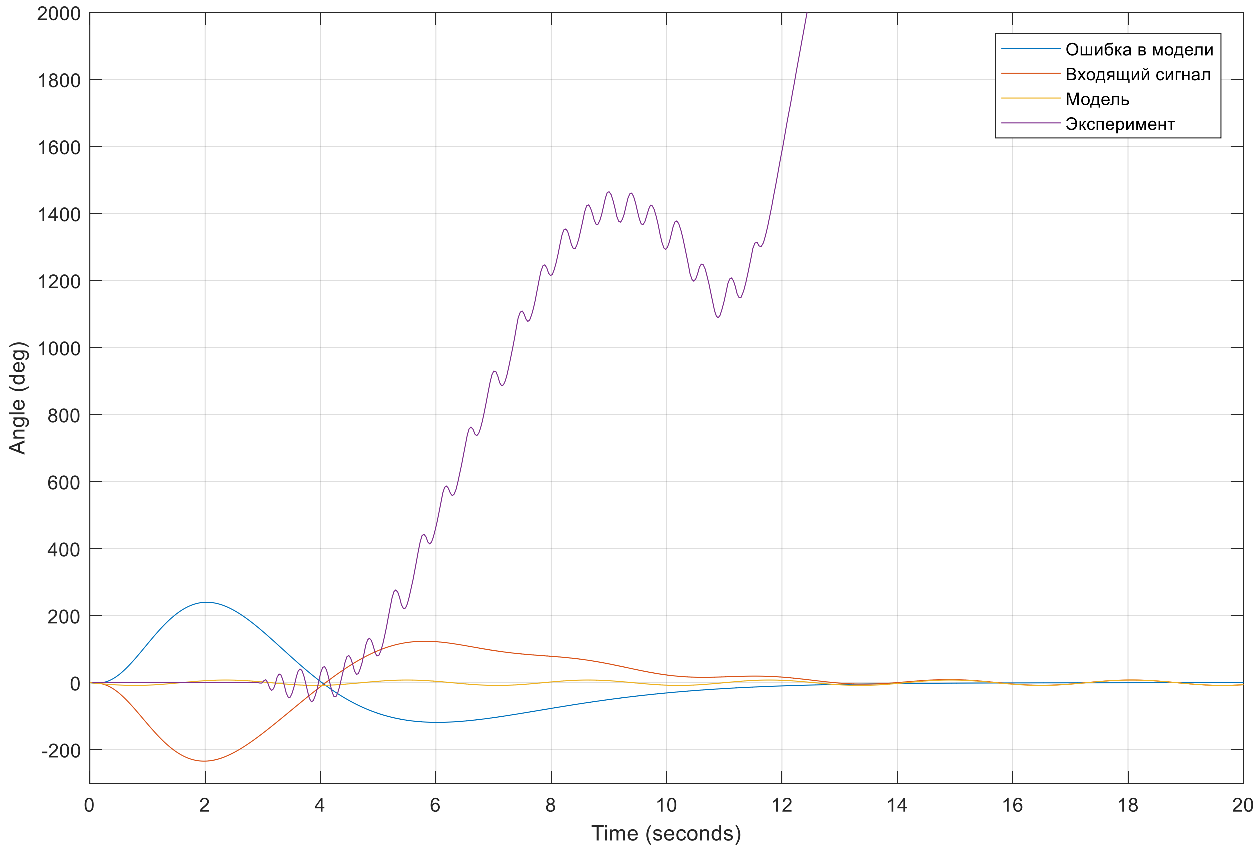

Рисунок 21 – график модели и эксперимента со специальным регулятором

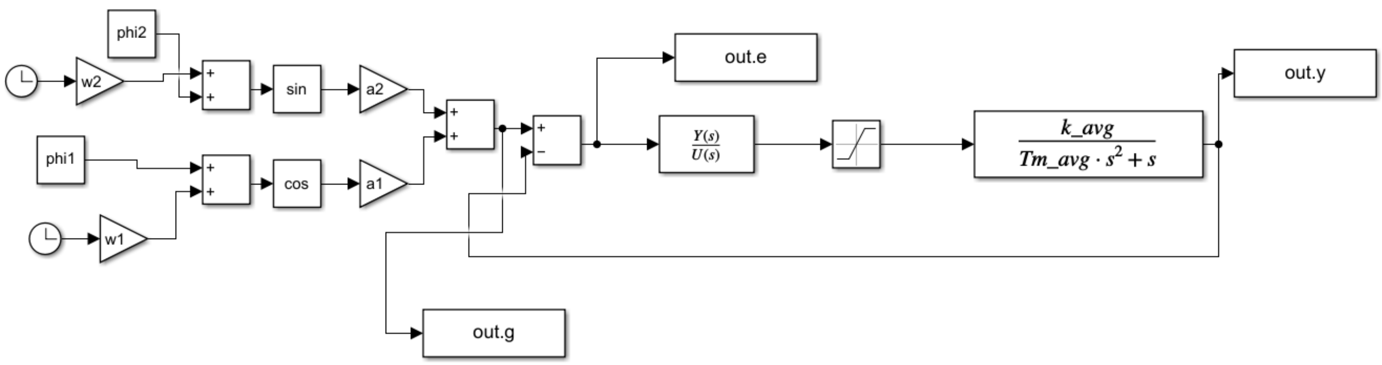

Рисунок 22 – схема со специальным регулятором и ограничением по напряжению

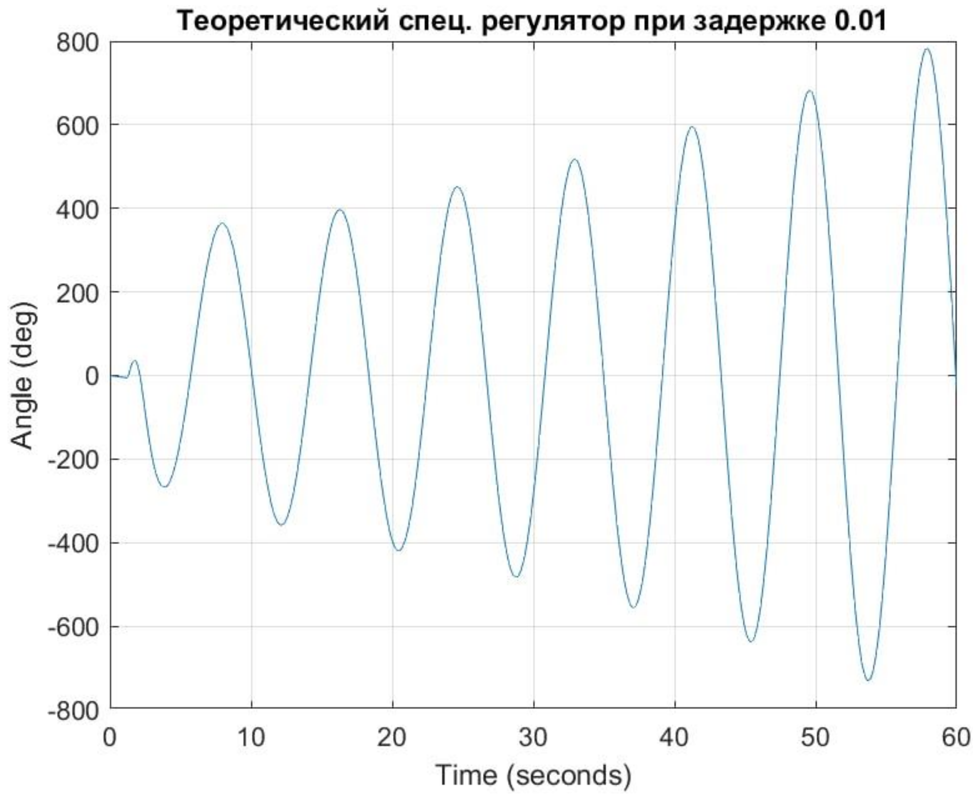

Рисунок 23 – график модели со специальным регулятором при задержке 0.01 с

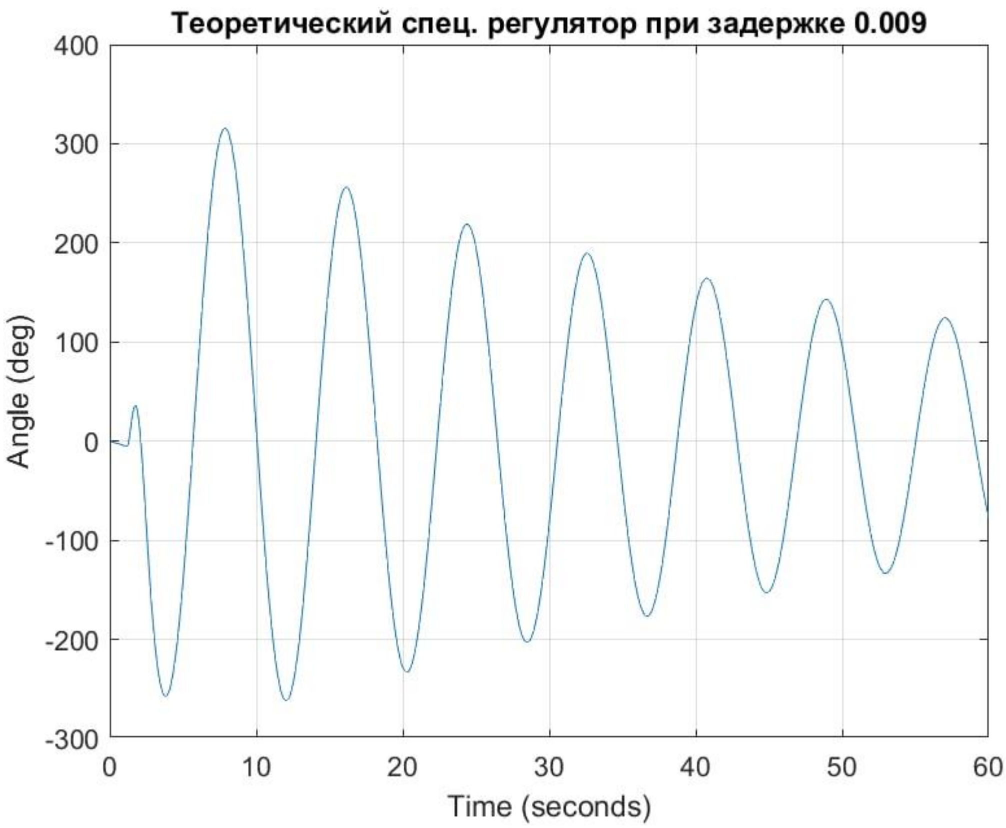

Рисунок 24 – график модели со специальным регулятором при задержке 0.009 с

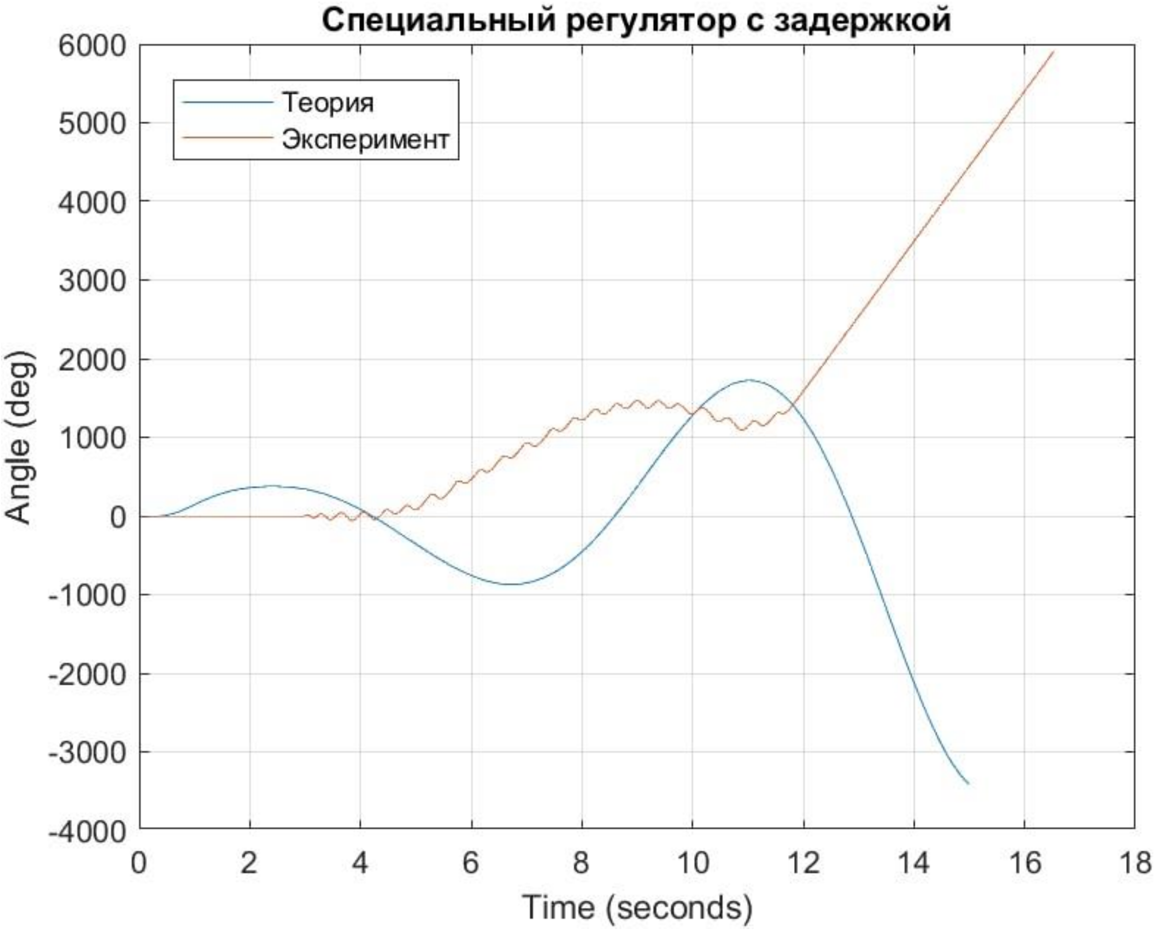

Рисунок 25 – графики модели и эксперимента со специальным регулятором при задержке 0.015 с

Нам кажется, что добиться хотя бы приемлемого результата специального регулятора не удалось, потому что в этом случае огромную роль играет задержка (а вычисление напряжения на каждую итерацию спец. регулятора не мгновенное).

При этом мы не знаем, как именно связаны специальный регулятор и задержка, но у нас получилось подобрать критическую задержку при моделировании. T = 0.009 с.

К сожалению, в реальности задержка больше. Но зато вид графиков экспериментального и теоретического сошелся! (рисунок 16)

Задание 3. Частотные характеристики

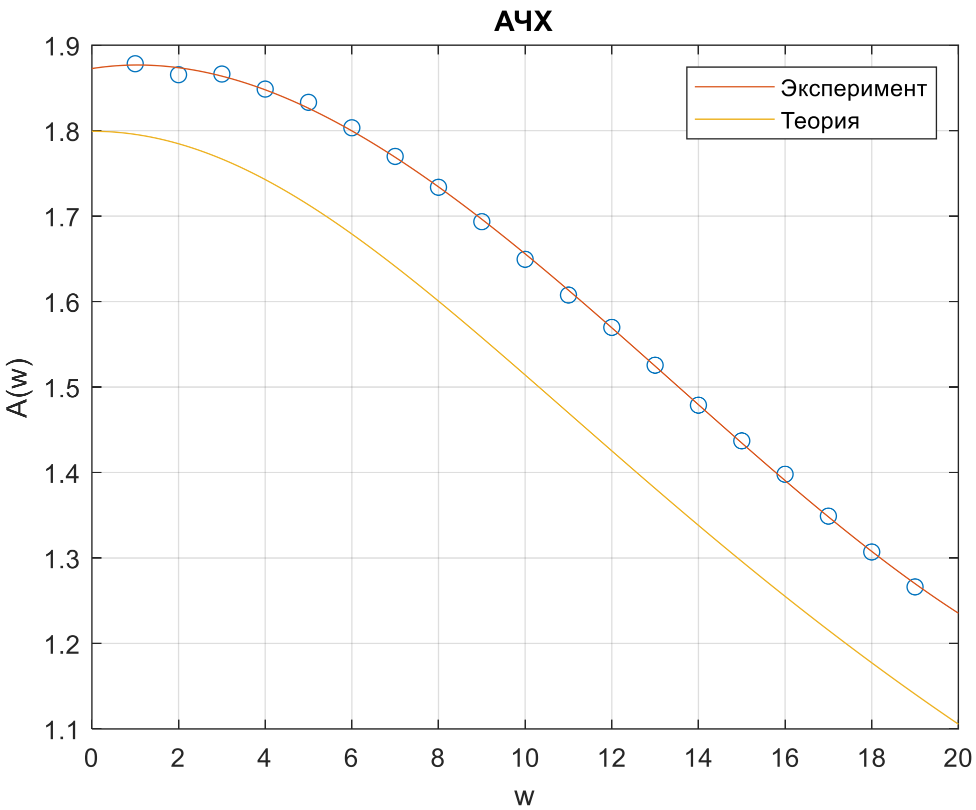

Рисунок 26 – график АЧХ

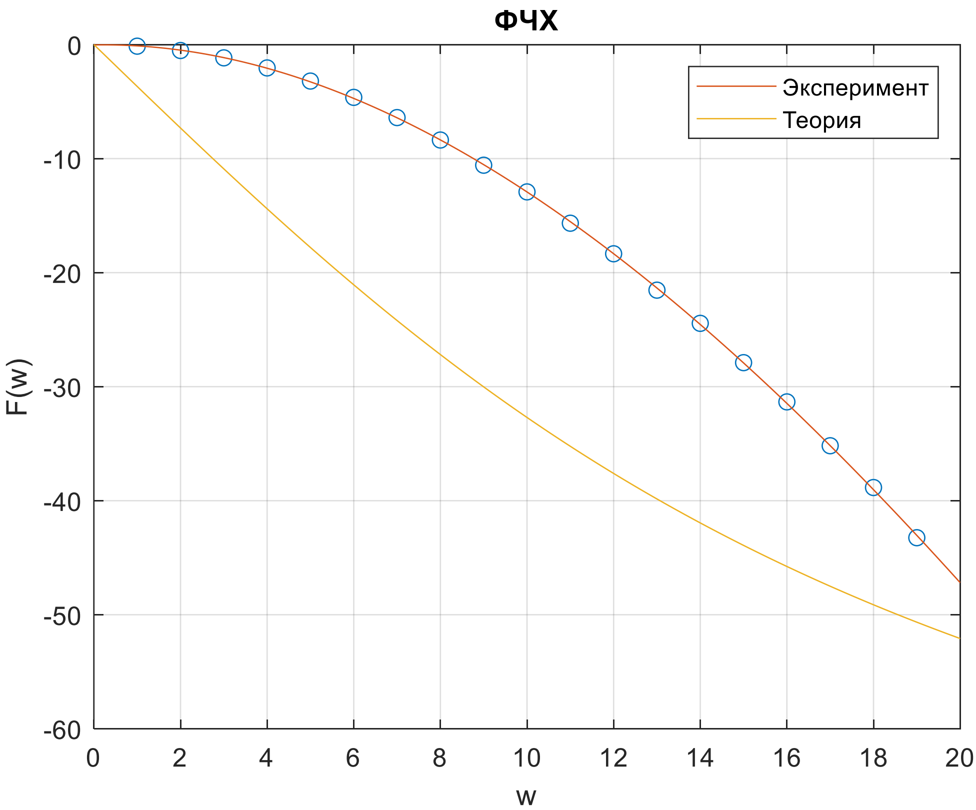

Рисунок 27 – график ФЧХ

Небольшое расхождение теории и эксперимента мы обуславливаем тем, что всё же имеется погрешность в вычислении *k_avg*, присутствует неполнота математической модели двигателя. Также на это влияют и задержки по времени при вычислении напряжения, доходящего до моторчика.

Задание 4. Критерий Найквиста

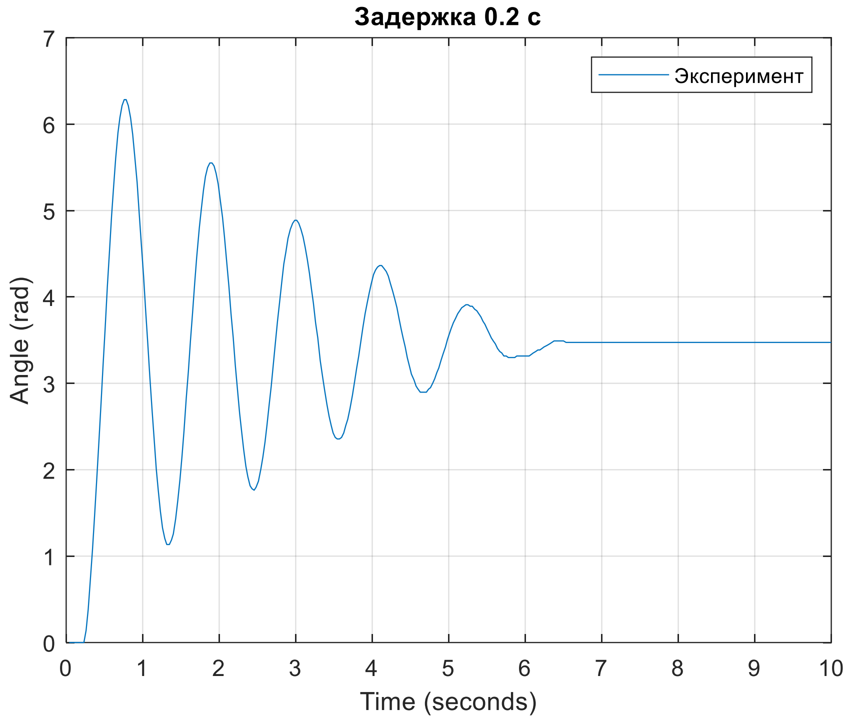

Рисунок 28 – график критической задержки, при которой система устойчива

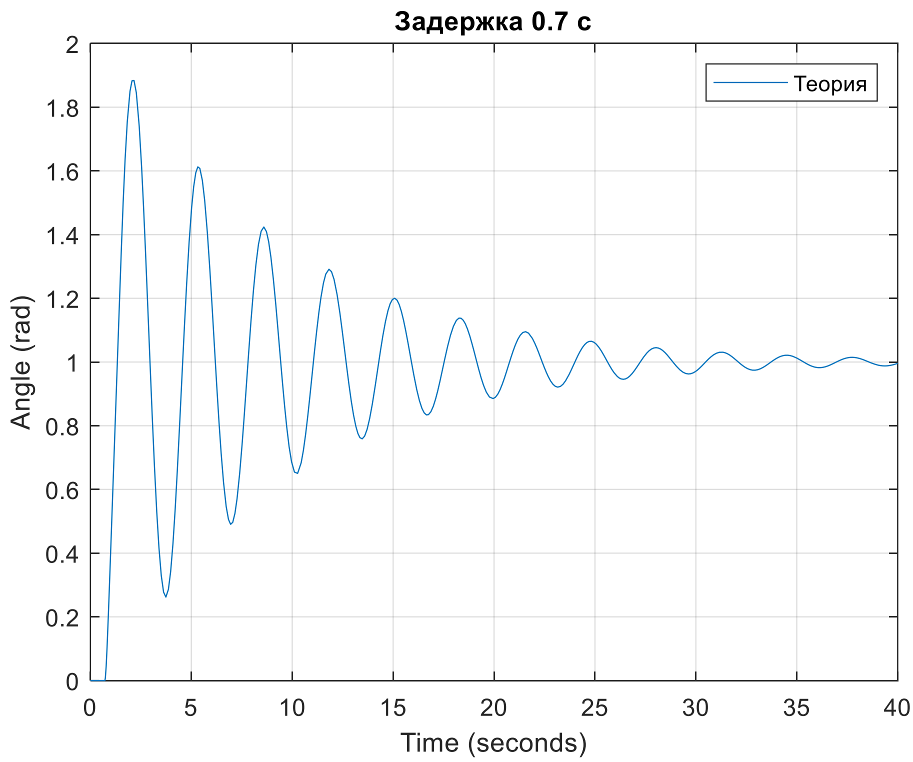

Рисунок 29 – график критической задержки, при которой система устойчива

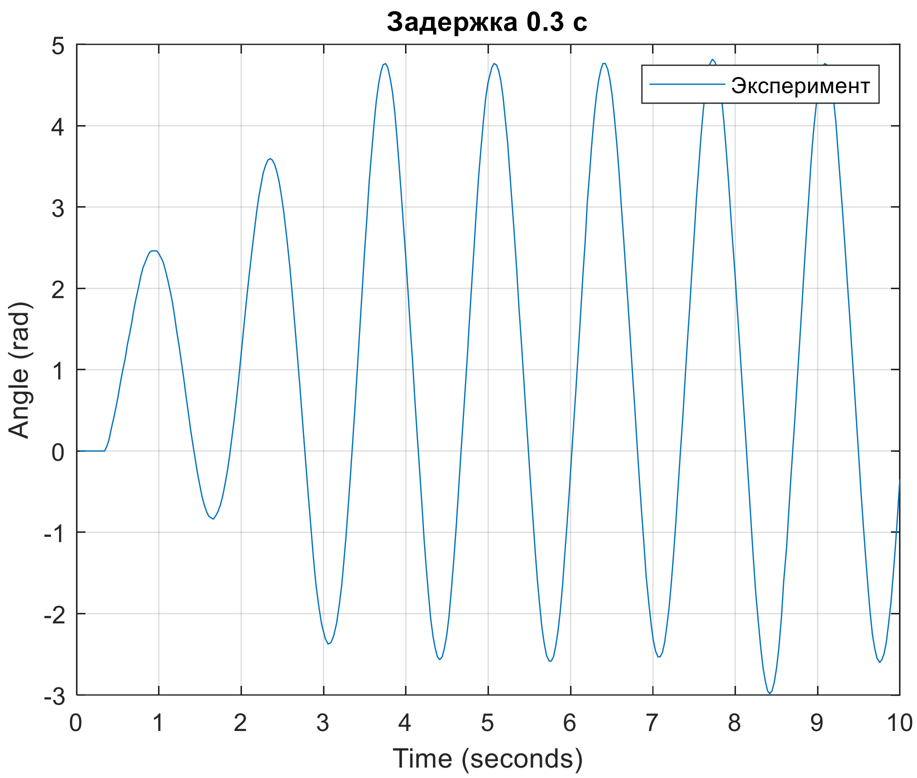

Рисунок 30 – график критической задержки, при которой система неустойчива

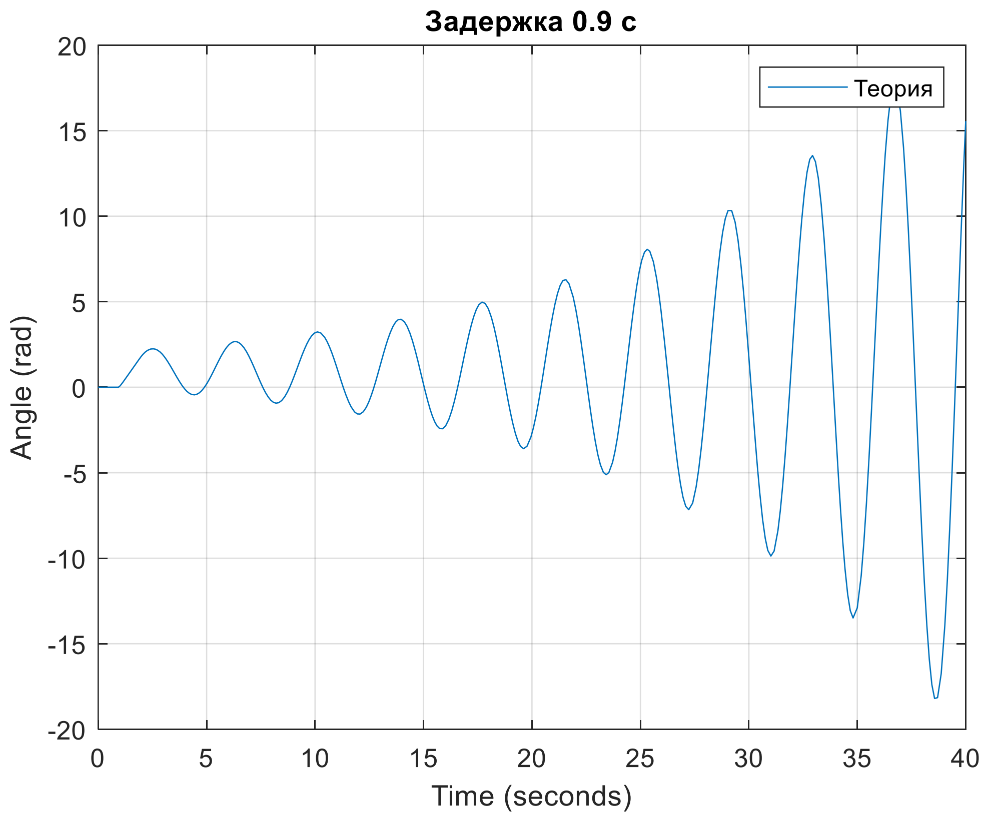

Рисунок 31 – график критической задержки, при которой система неустойчива

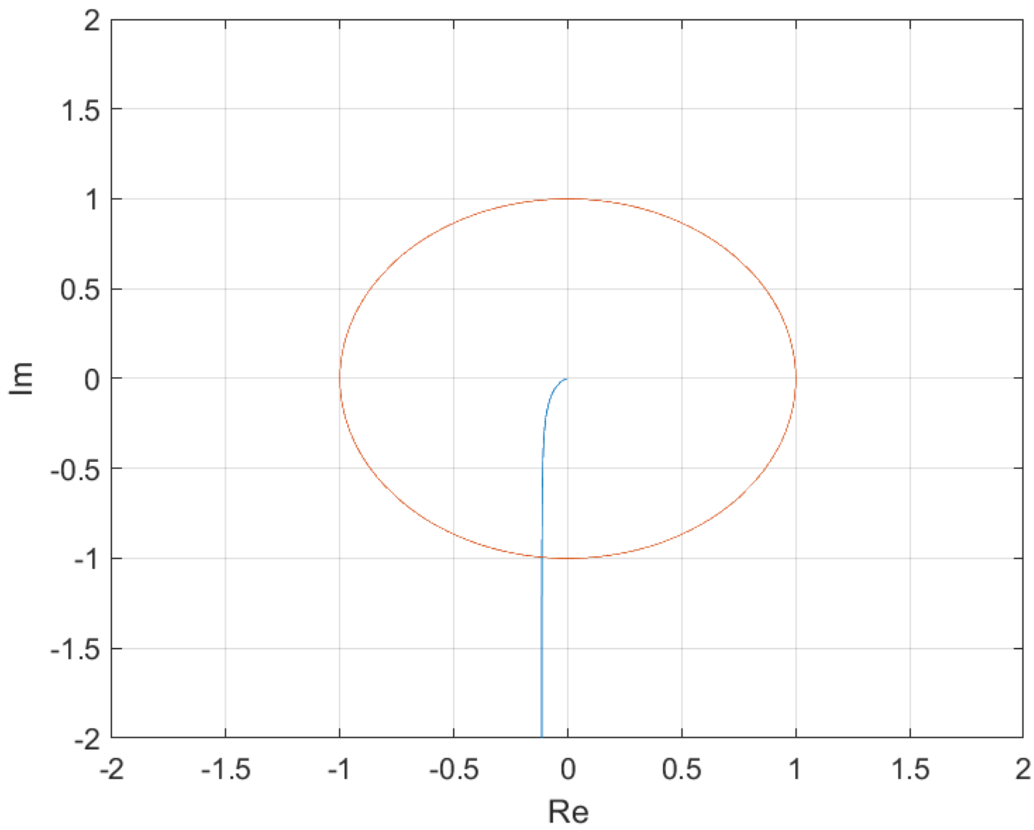

Рисунок 32 – годограф Найквиста

Точка пересечения годографа Найквиста и единичной окружности $(-0.993, -0.114)$
Частота в этой точке = 1.788

$$\text{Критическая задержка} = \frac{\pi + atan2(-0.993, -0.114)}{1.788} = 0.81$$

Из этого эксперимента и вычисленной теоретически критической задержки, можно сделать вывод, что суммарная задержка подаваемого напряжения на моторчик составляет примерно 0.5 секунды.

Задание 5. Вынужденное движение

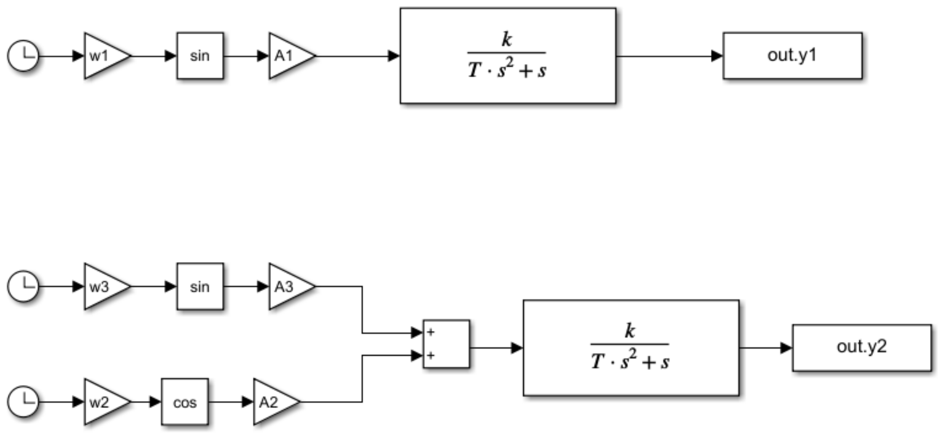

Рисунок 33 – моделирование для расчета теоретического выхода системы

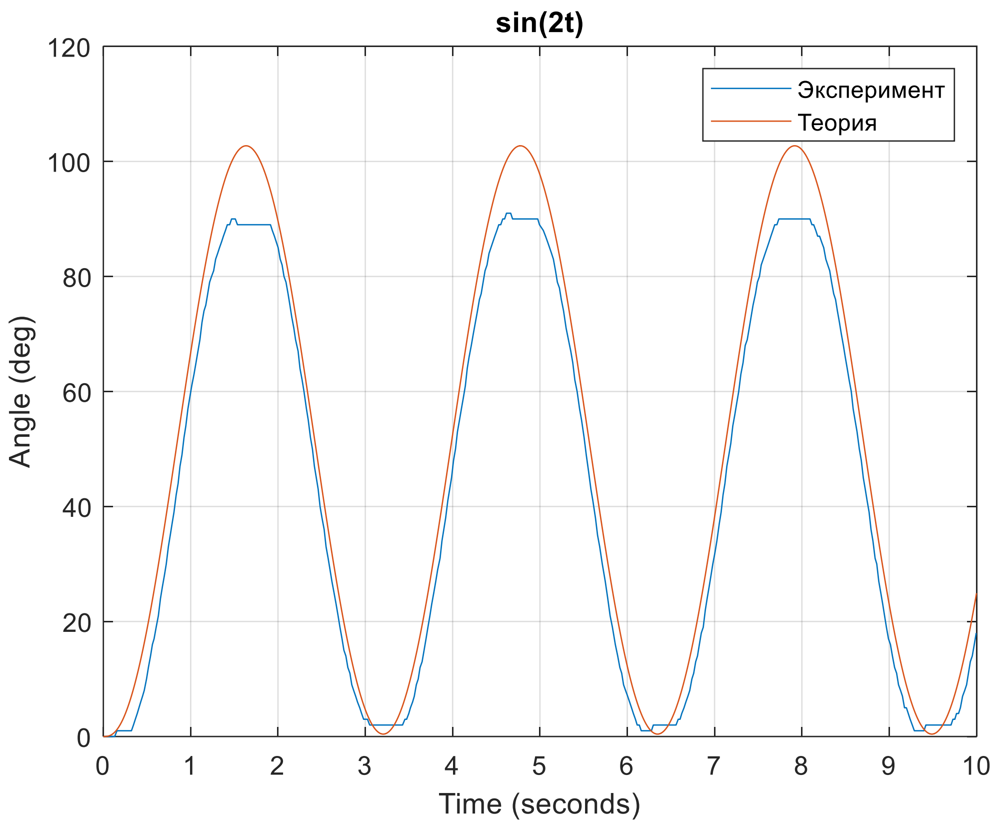

Рисунок 34 – график траекторий угла поворота двигателя при входном воздействии **sin(2t)**

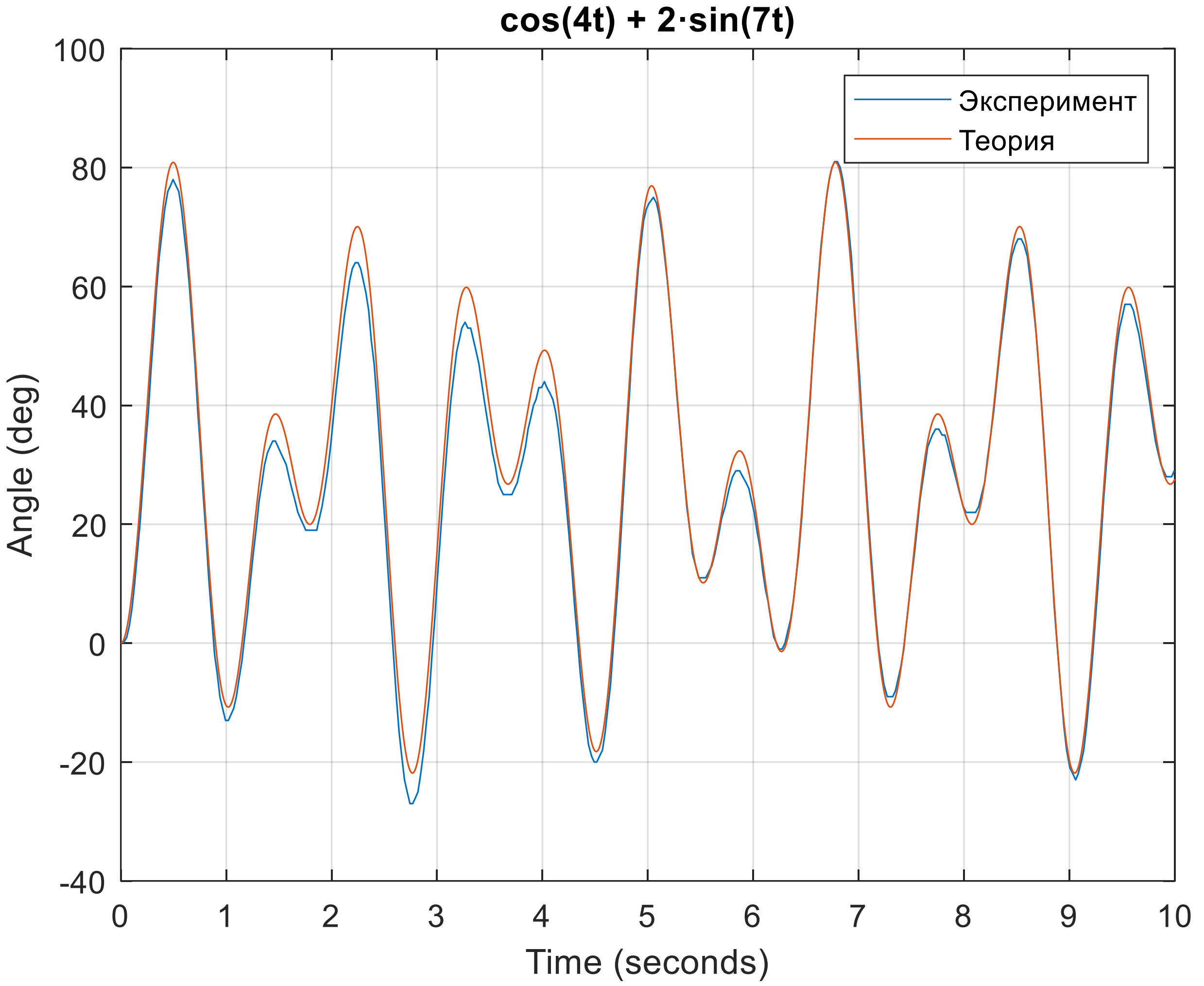

Рисунок 35 – график траекторий угла поворота двигателя при входном воздействии **cos(4t) + 2·sin(7t)**

В этом задании эксперимент практически совпадает с теорией, с небольшими различиями, что объясняется все той же неточностью коэффициента k_avg, неполнотой математической модели, задержками по времени, а также дискретностью системы, которая не позволяет нам делать доподлинно точные вычисления.

Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы мы применили на практике наши изученные за весь семестр (и даже больше) знания по предмету. Использовали для систем с разными астатизмами разные регуляторы, построили частотные характеристики для двигателя постоянного тока, нашли критическую задержку, а также построили графики вынужденного движения при различных входных воздействиях. Однако не всегда эксперимент полностью сходился с теорией, но и Рим не в один день строился.