

**Задание 1.** Возьмите матрицы  $A$  и  $B$  из таблицы 1 в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

- Найдите матрицу управляемости системы, определите её ранг, сделайте вывод об управляемости системы.
- Найдите собственные числа матрицы  $A$  и жорданову форму системы. Определите управляемость каждого собственного числа двумя способами: на основе жордановой формы и с помощью рангового критерия.
- Принадлежит ли точка  $x_1$  из таблицы 1 управляемому подпространству системы?
- Найдите Грамиан управляемости системы относительно времени  $t_1 = 3$ , вычислите его собственные числа.
- Найдите управление, переводящее систему из  $x(0) = 0$  в  $x(t_1) = x_1$  за время  $t_1 = 3$ .
- Выполните моделирование системы с рассчитанным управлением, постройте графики компонент вектора  $x(t)$  до времени  $t_1 = 3$ , а также график сигнала управления  $u(t)$ .

**Задание 2.** Возьмите матрицы  $A$  и  $B$  из таблицы 2. Проверьте обе точки  $x'_1$  и  $x''_1$  из таблицы 2 на принадлежность управляемому подпространству системы. В качестве целевой точки  $x_1$  возьмите ту из них, которая принадлежит управляемому подпространству системы. Выполните все шаги задания 1 для этих матриц  $A$ ,  $B$  и точки  $x_1$ , включая поиск соответствующего управляющего воздействия и моделирование.

**Задание 3.** Возьмите матрицы  $A$  и  $C$  из таблицы 3 в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax, \quad y = Cx.$$

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

- Найдите матрицу наблюдаемости системы, определите её ранг, сделайте вывод о наблюдаемости системы.
- Найдите собственные числа матрицы  $A$  и жорданову форму системы. Определите наблюдаемость каждого собственного числа двумя способами: на основе жордановой формы и с помощью рангового критерия.
- Найдите Грамиан наблюдаемости системы относительно времени  $t_1 = 3$ , вычислите его собственные числа.

- Представьте, что вам известна следующая информация: выход  $y$  системы в течение времени  $t \in [0, t_1]$  подчинялся закону  $y(t)$ , приведенному в таблице 3. Найдите какой-нибудь вектор  $x(0)$  начальных условий, которые могла иметь система.
- Могла ли система иметь какие-то другие начальные условия кроме тех, которые вы нашли? Обоснуйте свой ответ.
- Выполните моделирование системы с найденными начальными условиями, постройте графики компонент вектора  $x(t)$  до времени  $t_1 = 3$ , а также график сигнала выхода  $y(t)$ .

**Задание 4.** Возьмите матрицы  $A$  и  $C$ , а также сигнал  $y(t)$  из таблицы 4. Выполните все шаги задания 3. Если сигнал  $y(t)$  мог быть порожден различными векторами  $x(0)$  начальных условий, то приведите хотя бы три таких вектора и выполните требуемое моделирование для каждого из них.

Таблица 1: Исходные данные для задания 1

Номер варианта	Матрица $A$	Матрица $B$	Точка $x_1$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 6 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 9 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 3 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} 7 & -7 & 8 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 4 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 8 \\ 4 & -4 & 4 \\ -4 & 0 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} 13 & -11 & 14 \\ 10 & -7 & 10 \\ -10 & 6 & -11 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 4 & -5 & 4 \\ -4 & 4 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 8 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 0 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$

Таблица 2: Исходные данные для задания 2

Номер варианта	Матрица $A$	Матрица $B$	Точки $x'_1$ и $x''_1$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 6 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 9 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 3 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} 7 & -7 & 8 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 4 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 8 \\ 4 & -4 & 4 \\ -4 & 0 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} 13 & -11 & 14 \\ 10 & -7 & 10 \\ -10 & 6 & -11 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 4 & -5 & 4 \\ -4 & 4 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 8 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 0 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$	$x'_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x''_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Таблица 3: Исходные данные для задания 3

Номер варианта	Матрица $A$	Матрица $C$	Сигнал $y(t)$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & -10 \\ -4 & -1 & -6 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$	$C = [2 \quad -1 \quad 2]$	$y(t) = -3e^{-3t} \cos(2t) - 2e^{-3t} \sin(2t)$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$C = [1 \quad 0 \quad 2]$	$y(t) = 2e^{-2t} \cos(3t) + e^{-2t} \sin(3t)$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -14 \\ -2 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$C = [1 \quad 1 \quad 3]$	$y(t) = 4e^{-t} \cos(4t) + 6e^{-t} \sin(4t)$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} -10 & 3 & -8 \\ -5 & 0 & -6 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$	$C = [2 \quad 1 \quad 5]$	$y(t) = -3e^{-4t} \cos(t) + 3e^{-4t} \sin(t)$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} -10 & -7 & -18 \\ -3 & -4 & -8 \\ 8 & 2 & 11 \end{bmatrix}$	$C = [2 \quad -3 \quad 1]$	$y(t) = e^{-2t} \cos(5t) - 2e^{-2t} \sin(5t)$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} -13 & 2 & -12 \\ -6 & -1 & -8 \\ 8 & -4 & 5 \end{bmatrix}$	$C = [9 \quad -2 \quad 9]$	$y(t) = 21e^{-5t} \cos(2t) - 7e^{-5t} \sin(2t)$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} -7 & 9 & 1 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{bmatrix}$	$C = [3 \quad -2 \quad 3]$	$y(t) = -3e^{-4t} \cos(2t) + 2e^{-4t} \sin(2t)$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} -11 & -9 & -21 \\ -3 & -5 & -9 \\ 9 & 3 & 13 \end{bmatrix}$	$C = [2 \quad 1 \quad 2]$	$y(t) = 6e^{-2t} \cos(6t) + 9e^{-2t} \sin(6t)$

Таблица 4: Исходные данные для задания 4

Номер варианта	Матрица $A$	Матрица $C$	Сигнал $y(t)$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & -10 \\ -4 & -1 & -6 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$	$C = [1 \quad 0 \quad 1]$	$y(t) = -3e^{-3t} \cos(2t) - 2e^{-3t} \sin(2t)$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 1 \quad 1]$	$y(t) = 2e^{-2t} \cos(3t) + e^{-2t} \sin(3t)$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -14 \\ -2 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 2 \quad 2]$	$y(t) = 4e^{-t} \cos(4t) + 6e^{-t} \sin(4t)$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} -10 & 3 & -8 \\ -5 & 0 & -6 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 3 \quad 3]$	$y(t) = -3e^{-4t} \cos(t) + 3e^{-4t} \sin(t)$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} -10 & -7 & -18 \\ -3 & -4 & -8 \\ 8 & 2 & 11 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad -1 \quad -1]$	$y(t) = e^{-2t} \cos(5t) - 2e^{-2t} \sin(5t)$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} -13 & 2 & -12 \\ -6 & -1 & -8 \\ 8 & -4 & 5 \end{bmatrix}$	$C = [7 \quad 0 \quad 7]$	$y(t) = 21e^{-5t} \cos(2t) - 7e^{-5t} \sin(2t)$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} -7 & 9 & 1 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{bmatrix}$	$C = [3 \quad 0 \quad 3]$	$y(t) = -3e^{-4t} \cos(2t) + 2e^{-4t} \sin(2t)$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} -11 & -9 & -21 \\ -3 & -5 & -9 \\ 9 & 3 & 13 \end{bmatrix}$	$C = [3 \quad 0 \quad 3]$	$y(t) = 6e^{-2t} \cos(6t) + 9e^{-2t} \sin(6t)$