НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Теория автономного управления

Лабораторная работа №4

«Типовые динамические звенья»

Вариант 10

Выполнил студент:

Мысов М.С.

Группа № R33372

Руководитель:

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

СОДЕРЖАНИЕ

Задание 1

Запишем дифференциальное уравнение двигателя постоянного тока независимого возбуждения

$$\dot{\omega} + \frac{K_m K_e}{JR}\omega = \frac{K_m}{JR}u$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **апериодическое звено первого порядка**

$$W(p) = \frac{\frac{K_m}{JR}}{p + \frac{K_m K_e}{JR}}$$

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$\dot{\omega} + \frac{K_m K_e}{JR}\omega = \frac{K_m}{JR}\cdot\delta(t) \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow}$$

$$s\Omega(s) + \frac{K_m K_e}{JR}\Omega(s) = \frac{K_m}{JR}$$

$$\Omega(s) = \frac{\frac{K_m}{JR}}{s + \frac{K_m K_e}{JR}} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{K_m}}{\mathbf{JR}}\boldsymbol{e}^{-\frac{\mathbf{K_m K_e}}{\mathbf{JR}}\cdot \boldsymbol{t}}$$

Step response (переходная функция)

$$\dot{\omega} + \frac{K_m K_e}{JR}\omega = \frac{K_m}{JR}\cdot 1(t) \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow}$$

$$s\Omega(s) + \frac{K_m K_e}{JR}\Omega(s) = \frac{K_m}{JR}\cdot\frac{1}{s}$$

$$\Omega(s) = \frac{\frac{K_m}{JR}}{s\cdot(s + \frac{K_m K_e}{JR})} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Ke}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Ke}}\boldsymbol{e}^{-\frac{\mathbf{K_m K_e}}{\mathbf{JR}}\cdot \boldsymbol{t}}$$

Найдем вещественную и мнимую часть передаточной функции от $j\omega$

$$W(j\cdot\omega)=\frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}+j\cdot\omega}=\frac{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}\cdot\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}+j\frac{-\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}\cdot\omega}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega)=\sqrt{\left(\frac{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}\cdot\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}\right)^2+\left(\frac{-\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}\cdot\omega}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}\right)^2}=\frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\sqrt{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}}$$

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega)=atan\left(-\frac{\omega}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}}\right)$$

Частотная передаточная функция в показательной форме

$$W(j\cdot\omega)=\frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\sqrt{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}^2+\omega^2}}\cdot e^{j\cdot atan\left(-\frac{\omega}{\frac{\mathrm{K_mK_e}}{\mathrm{JR}}}\right)}$$

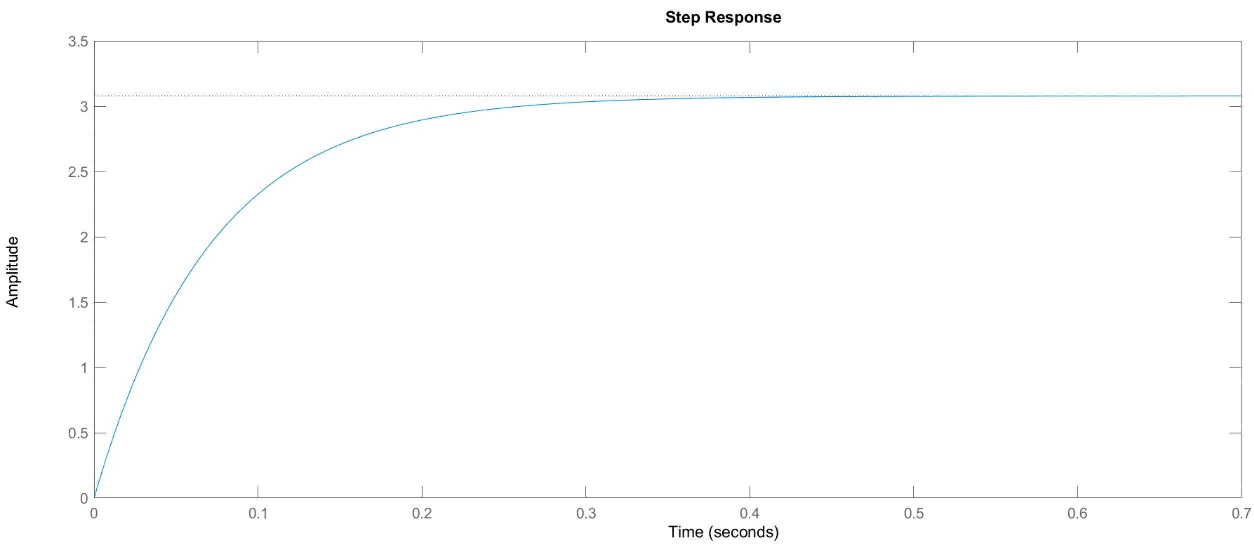

Рисунок 1 — переходная функция апериодического звена 1-го порядка

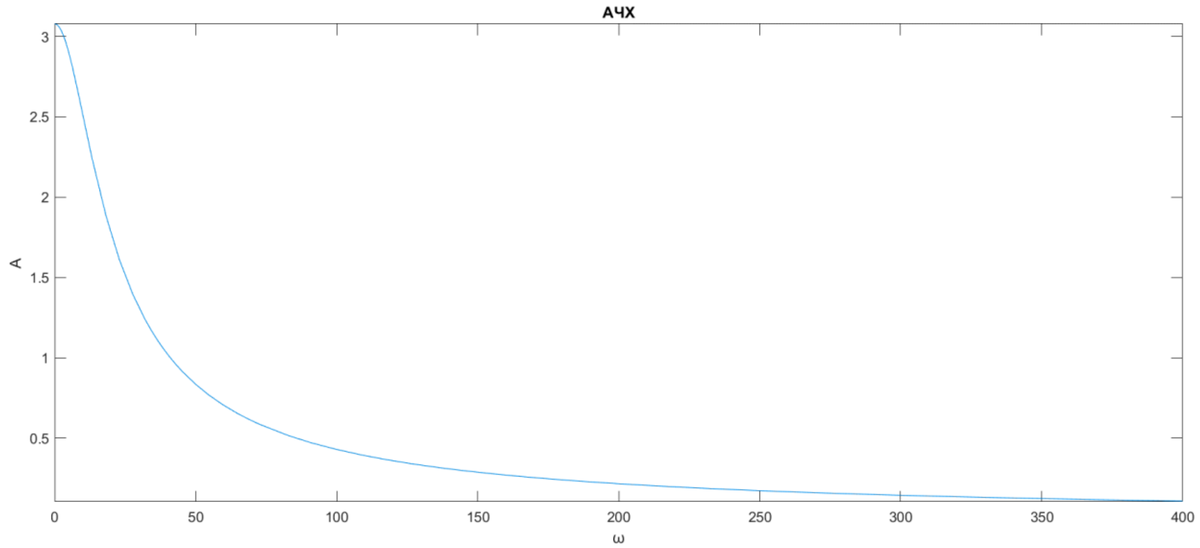

Рисунок 2 — АЧХ апериодического звена 1-го порядка

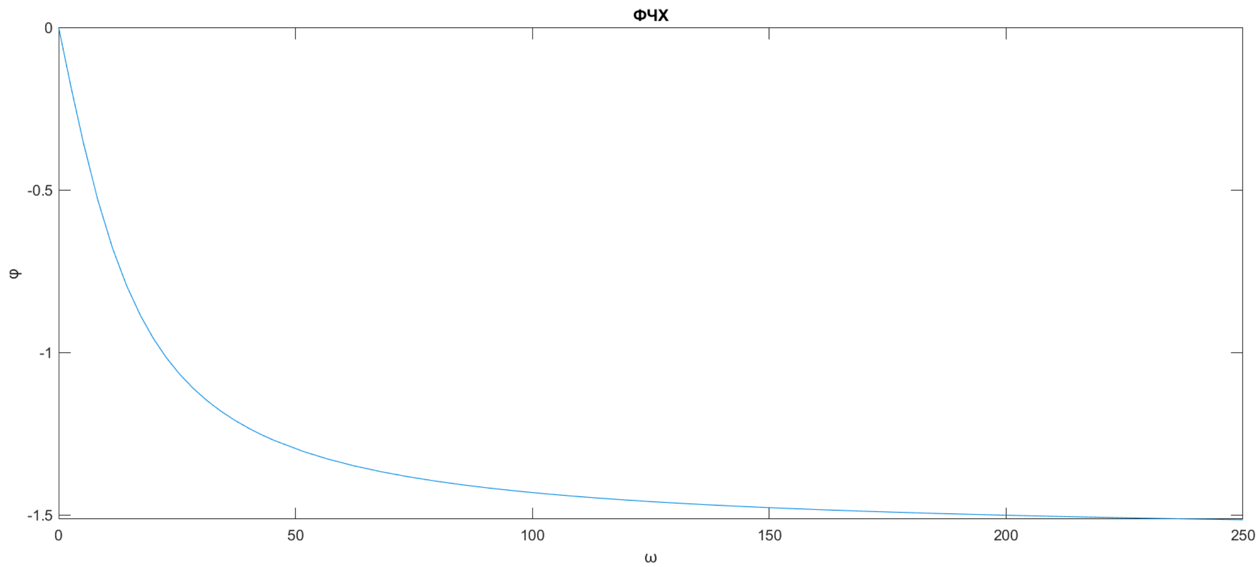

Рисунок 3 — ФЧХ апериодического звена 1-го порядка

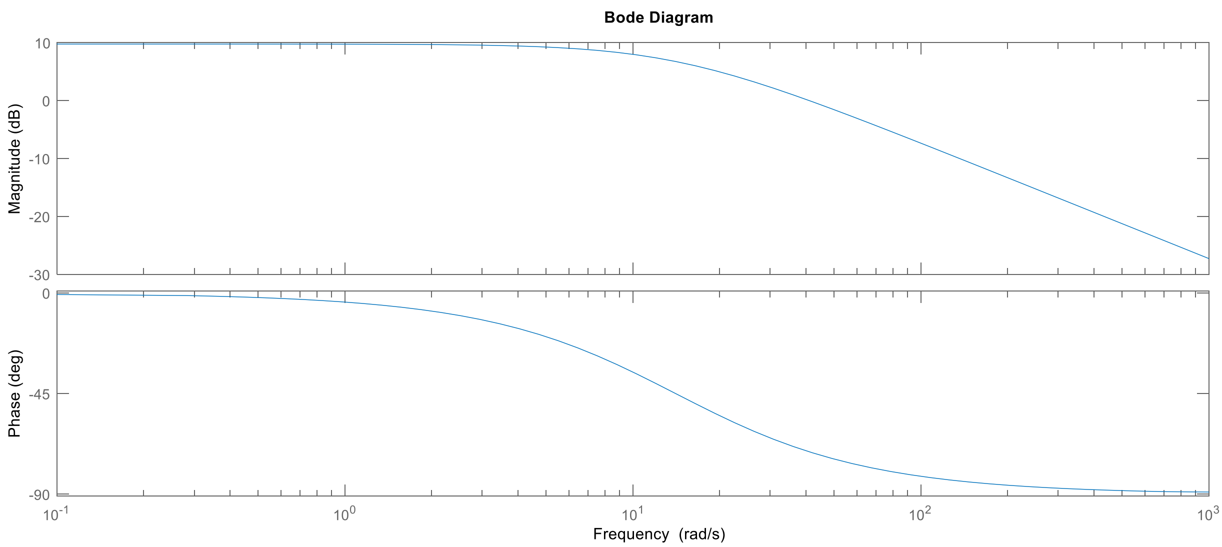

Рисунок 4 — ЛАФЧХ апериодического звена 1-го порядка

Задание 2

Запишем дифференциальное уравнение двигателя постоянного тока независимого возбуждения

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{K_m K_e}{JL}\omega = \frac{K_m}{JL}u$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта

$$W(p) = \frac{\frac{K_m}{JL}}{p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{K_m K_e}{JL}} = \frac{\frac{1}{K_e}}{\frac{JL}{K_m K_e}p^2 + \frac{JR}{K_m K_e}p + 1} = \frac{k}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1}$$

где $k = \frac{1}{K_e}$ – коэффициент усиления,

$T = \sqrt{\frac{JL}{K_m K_e}}$ – постоянная времени,

$\xi = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{J}{LK_m K_e}} = 0.2881$ – коэффициент затухания

Так как коэффициент затухания $0 < \xi < 1$, это **колебательное звено**

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена.

Корни характеристического уравнения принимают данные значения:

$p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$

$\lambda = \frac{\xi}{T}$ – показатель затухания

$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ – угловая частота колебания

Impulse response (весовая функция)

$$W(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1} = \frac{k}{(T^2p^2 + 2T\xi p + \xi^2) + (1 - \xi^2)}$$
$$= \frac{k}{T^2}\frac{1}{\left(p + \frac{\xi}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}\right)^2} = \frac{k}{\omega T^2}\frac{\omega}{(p+\lambda)^2 + \omega^2}$$

$$\mathbf{w(t)} = \boldsymbol{\mathcal{L}^{-1}\{W(p)\}} = \frac{\mathbf{k}}{\boldsymbol{\omega T^2}}\boldsymbol{e^{-\lambda \cdot t} \cdot \sin \omega t}$$

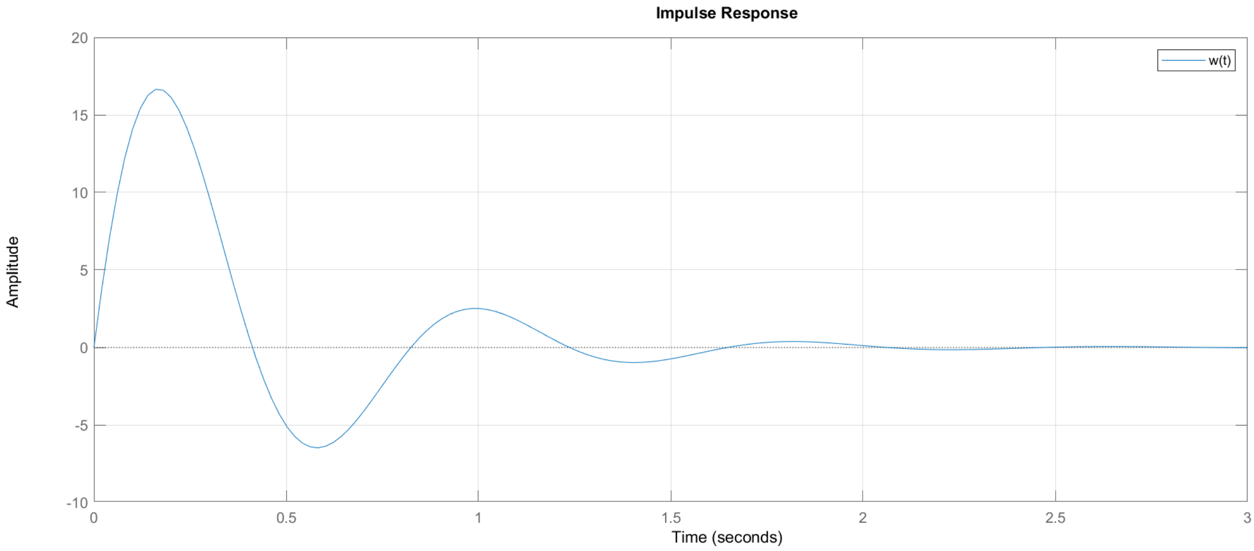

Рисунок 5 — весовая функция колебательного звена

Step response (переходная функция)

$$\mathbf{h(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{\mathrm{p}}W(p)\} = k\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{p(T^2p^2 + 2\mathrm{T}\xi p + 1)}\} =$$

$$= k\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{p} - \frac{\mathrm{p} + \lambda}{(\mathrm{p} + \lambda)^2 + \omega^2} - \frac{\lambda}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(\mathrm{p} + \lambda)^2 + \omega^2}\} =$$

$$= k\left(1 - e^{-\lambda \cdot t} \cdot cos\omega\mathrm{t} - \frac{\lambda}{\omega} e^{-\lambda \cdot t} \cdot sin\omega\mathrm{t}\right) =$$

$$= \boldsymbol{k}\left(\mathbf{1} - \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{t}}(\boldsymbol{cos\omega}\mathbf{t} - \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{sin\omega}\mathbf{t}\right)$$

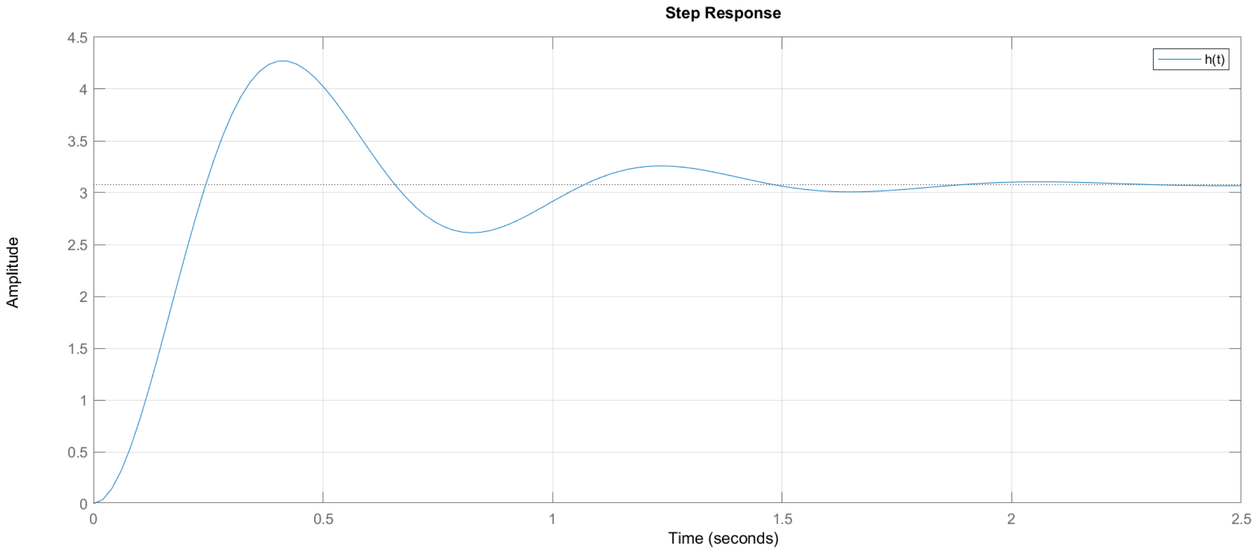

Рисунок 6 — переходная функция колебательного звена

Найдем вещественную и мнимую часть передаточной функции от $j\omega$ с помощью matlaba..

$$W(j\cdot\omega) = \frac{\frac{K_m}{JL}}{(j\omega)^2 + \frac{R}{L}j\omega + \frac{K_m K_e}{JL}}$$

$$P(\omega) = real\big(W(j\cdot\omega)\big) \qquad Q(\omega) = imag\big(W(j\cdot\omega)\big)$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \sqrt{(P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}$$

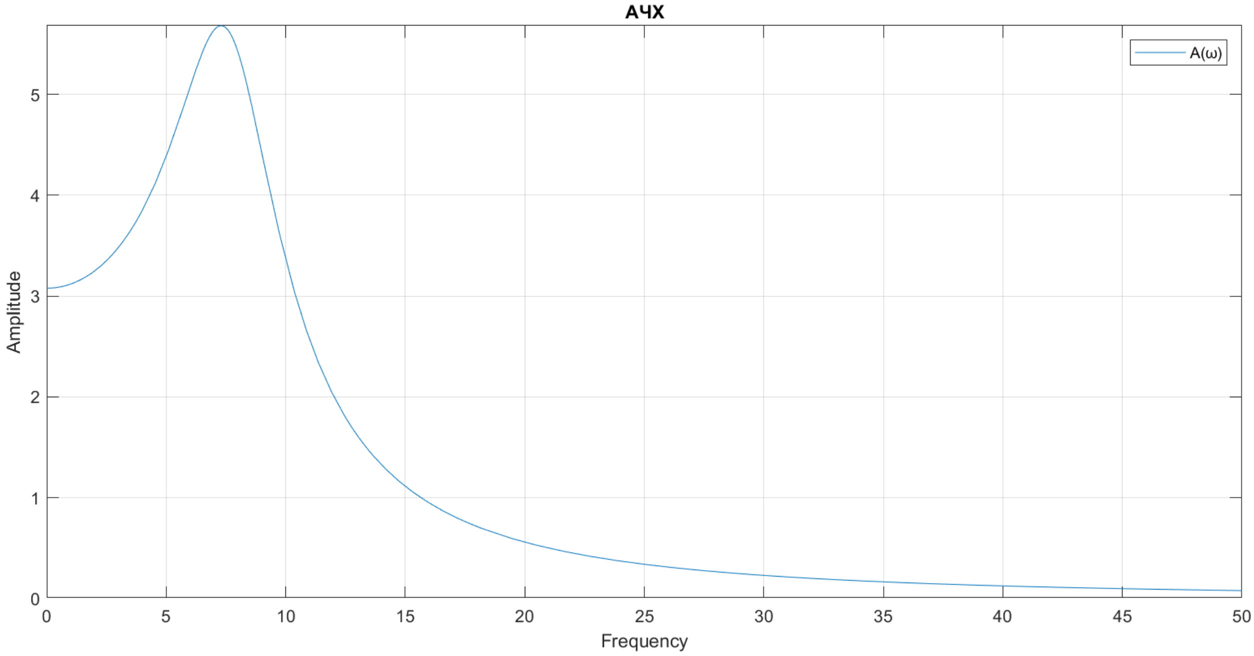

Рисунок 7 — АЧХ колебательного звена

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2(\, Q(\omega), (P(\omega)\,)$$

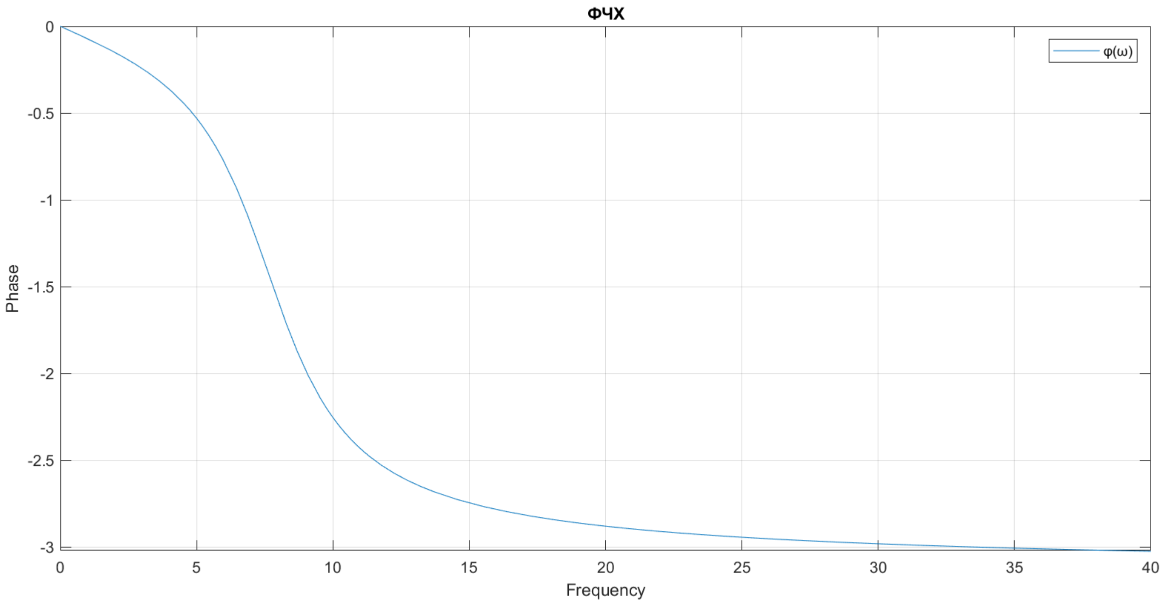

Рисунок 8 — ФЧХ колебательного звена

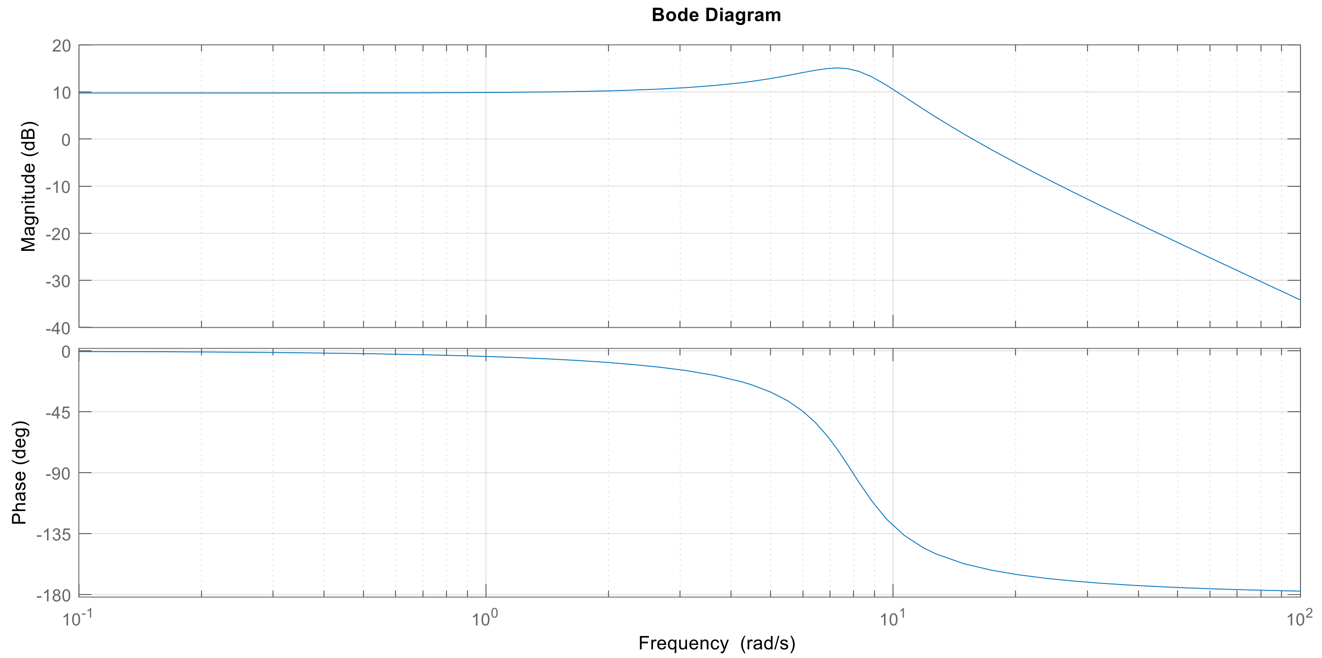

Рисунок 9 — ЛАФЧХ колебательного звена

Задание 3

Запишем уравнение зависимости напряжения конденсатора

$$C\dot{u} = \mathrm{I}$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **идеальное интегрирующее звено**

$$W(p) = \frac{1}{C \cdot p}$$

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$C \cdot \dot{\mathrm{u}} = \delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s \cdot C \cdot \mathrm{U}(s) = 1$$

$$\mathrm{U}(s) = \frac{1}{Cs} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}}$$

Step response (переходная функция)

$$C \cdot \dot{u} = 1(t) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s \cdot C \cdot U(s) = \frac{1}{s}$$

$$U(s) = \frac{1}{C \cdot s^2} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}} \cdot \boldsymbol{t}$$

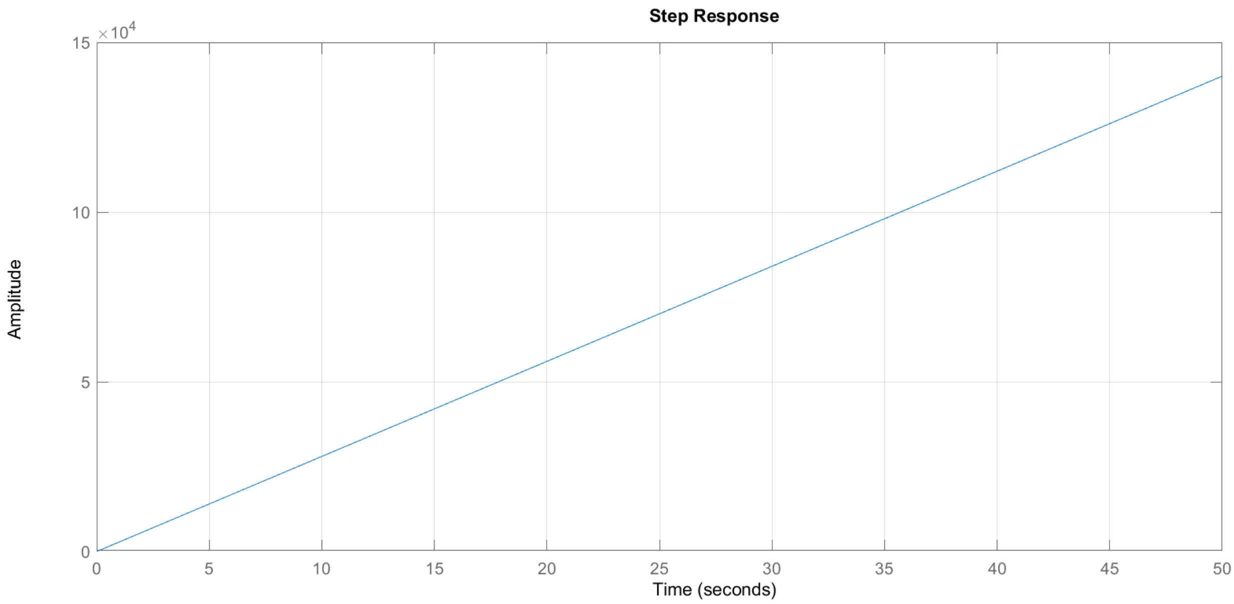

Рисунок 10 — переходная функция идеального интегрирующего звена

Найдем передаточную функцию от $j\omega$

$$W(j \cdot \omega) = \frac{1}{C \cdot j \cdot \omega}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \left|\frac{1}{C \cdot j \cdot \omega}\right| = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

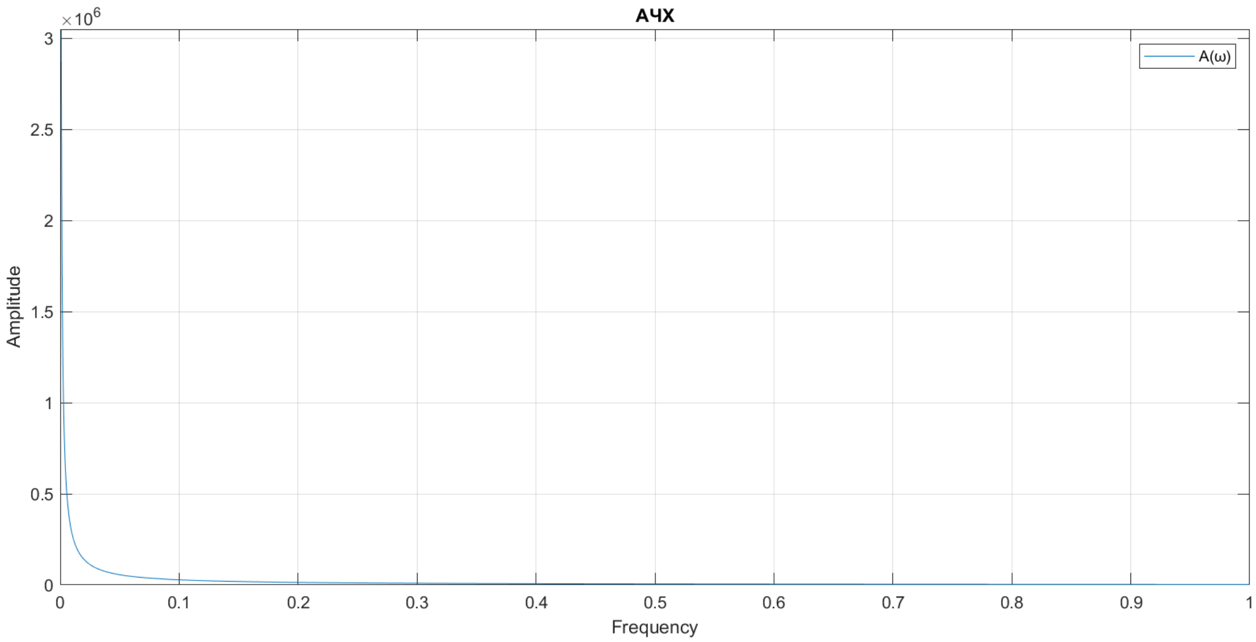

Рисунок 11 — АЧХ идеального интегрирующего звена

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2\left(\frac{1}{C \cdot j \cdot \omega}, 0\right) = -\frac{\pi}{2}$$

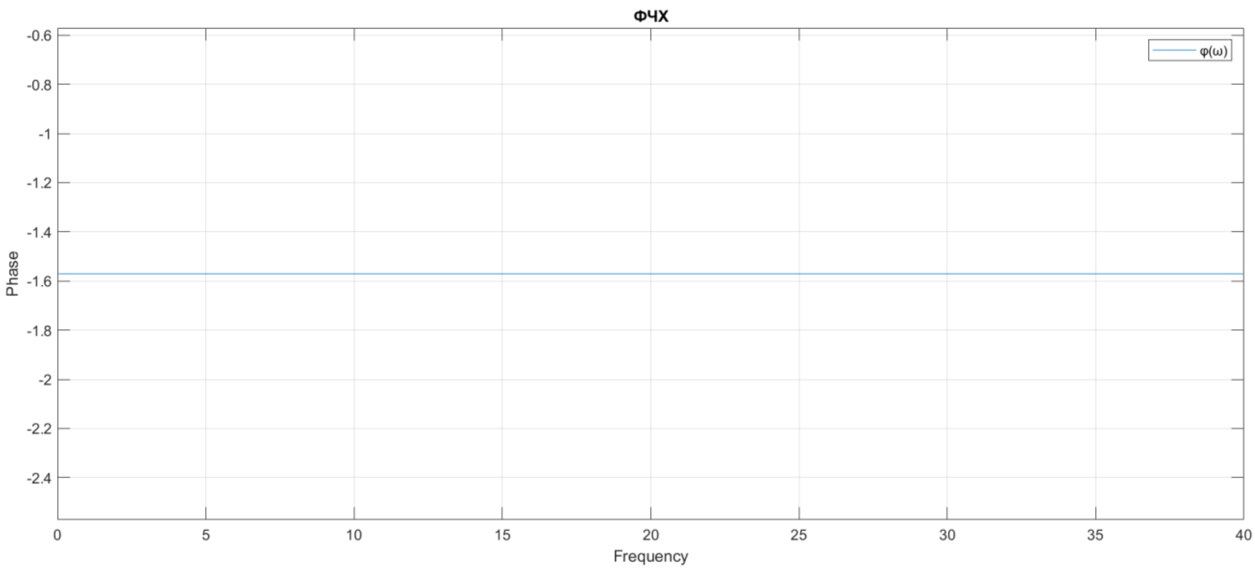

Рисунок 12 — ФЧХ идеального интегрирующего звена

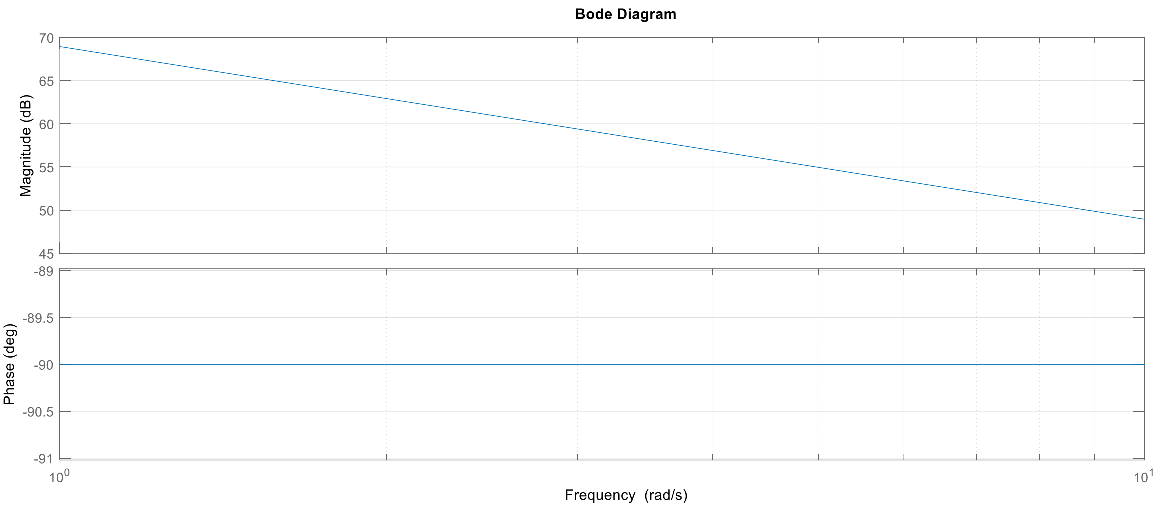

Рисунок 13 — ЛАФЧХ идеального интегрирующего звена

Задание 4

Запишем дифференциальное уравнение двигателя постоянного тока независимого возбуждения

$$\ddot{\theta} + \frac{K_m K_e}{JR}\dot{\theta} = \frac{K_m}{JR}u$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **инерционное интегрирующее звено**

$$W(p) = \frac{\frac{K_m}{JR}}{p^2 + \frac{K_m K_e}{JR}p}$$

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$\ddot{\theta} + \frac{K_m K_e}{JR}\dot{\theta} = \frac{K_m}{JR}\cdot\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s^2\Theta(s) + \frac{K_m K_e}{JR}s\Theta(s) = \frac{K_m}{JR}$$

$$\Theta(s) = \frac{\frac{K_m}{JR}}{s^2 + \frac{K_m K_e}{JR}s} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{K}\boldsymbol{m}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{K}\boldsymbol{m}}\boldsymbol{e}^{-\frac{\mathbf{K_m K_e}}{\mathbf{JR}}\cdot \boldsymbol{t}}$$

Step response (переходная функция)

$$\ddot{\theta} + \frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}}\dot{\theta} = \frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}} \cdot 1(t) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s^2\Theta(s) + \frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}} s\Theta(s) = \frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}} \cdot \frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$\Theta(s) = \frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{s \cdot \left(s^2 + \frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}} s\right)} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{Km}} + \frac{\mathbf{JR}}{\mathbf{Km^2Ke}} \boldsymbol{e}^{-\frac{\mathbf{K_m K_e}}{\mathbf{JR}} \cdot \boldsymbol{t}}$$

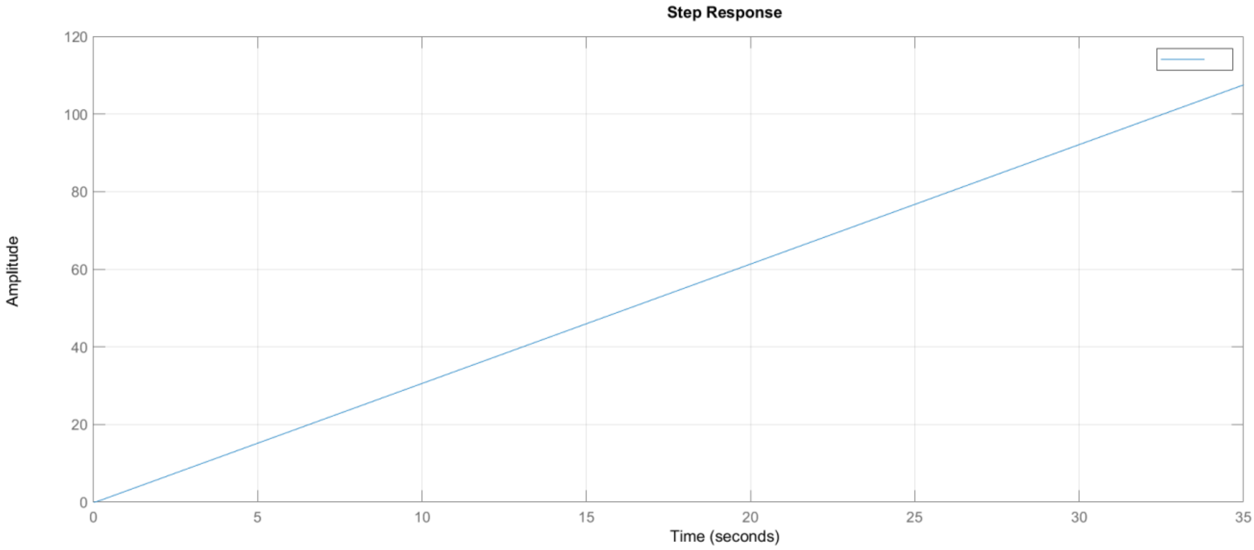

Рисунок 14 — переходная функция инерционного интегрирующего звена

Найдем вещественную и мнимую часть передаточной функции от $j\omega$

$$W(j \cdot \omega) = \frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{(j \cdot \omega)^2 + \frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}}(j \cdot \omega)} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{j\omega + \frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}}} =$$

$$= \sqrt{\omega^2}\, e^{j \cdot atan2\left(-\frac{\omega}{0}\right)} \cdot \frac{\frac{\mathrm{K_m}}{\mathrm{JR}}}{\sqrt{\frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}}^2 + \omega^2}} e^{j \cdot atan\left(-\frac{\omega}{\frac{\mathrm{K_m K_e}}{\mathrm{JR}}}\right)}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \omega \cdot \frac{\frac{K_m}{JR}}{\sqrt{\frac{K_m K_e}{JR}^2 + \omega^2}}$$

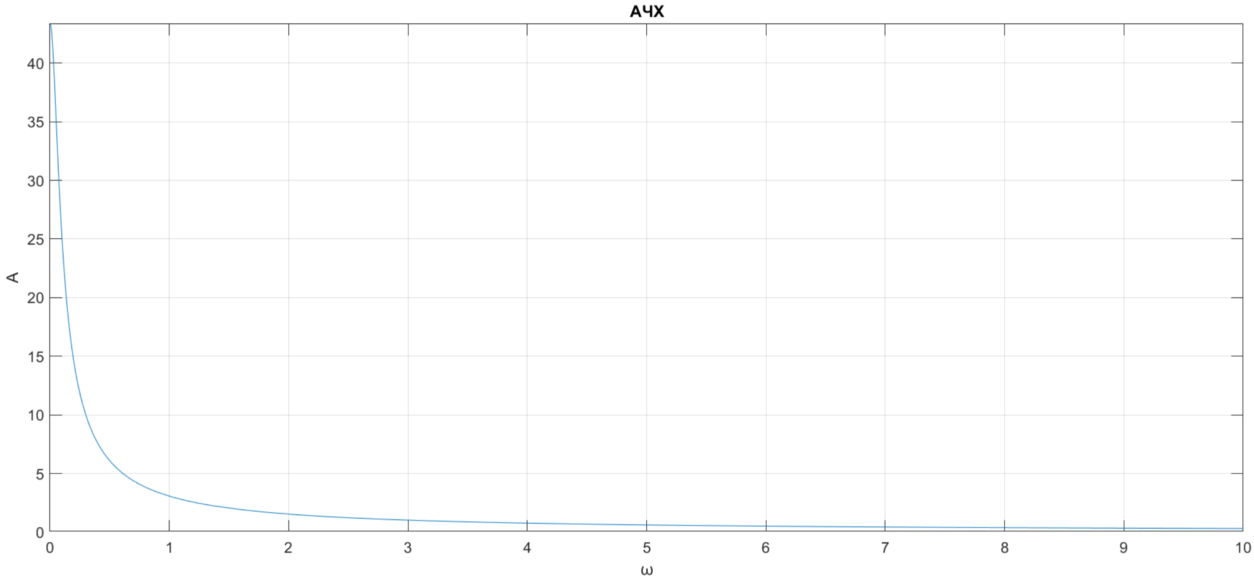

Рисунок 15 — АЧХ инерционного интегрирующего звена

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2\left(-\frac{\omega}{0}\right) + atan\left(-\frac{\omega}{\frac{K_m K_e}{JR}}\right)$$

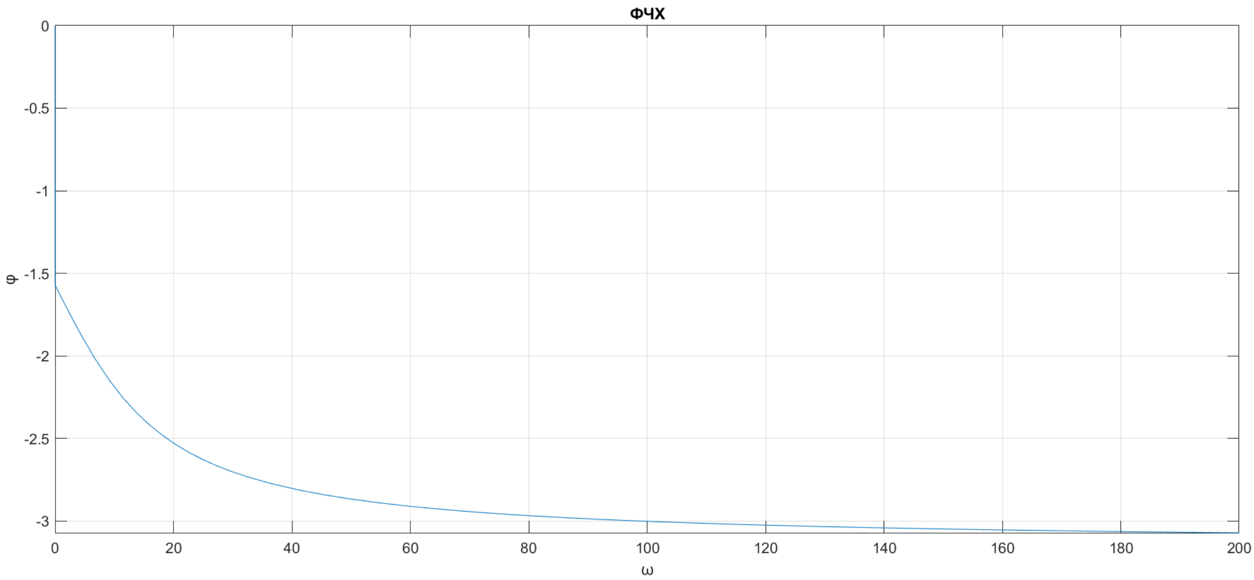

Рисунок 16 — ФЧХ инерционного интегрирующего звена

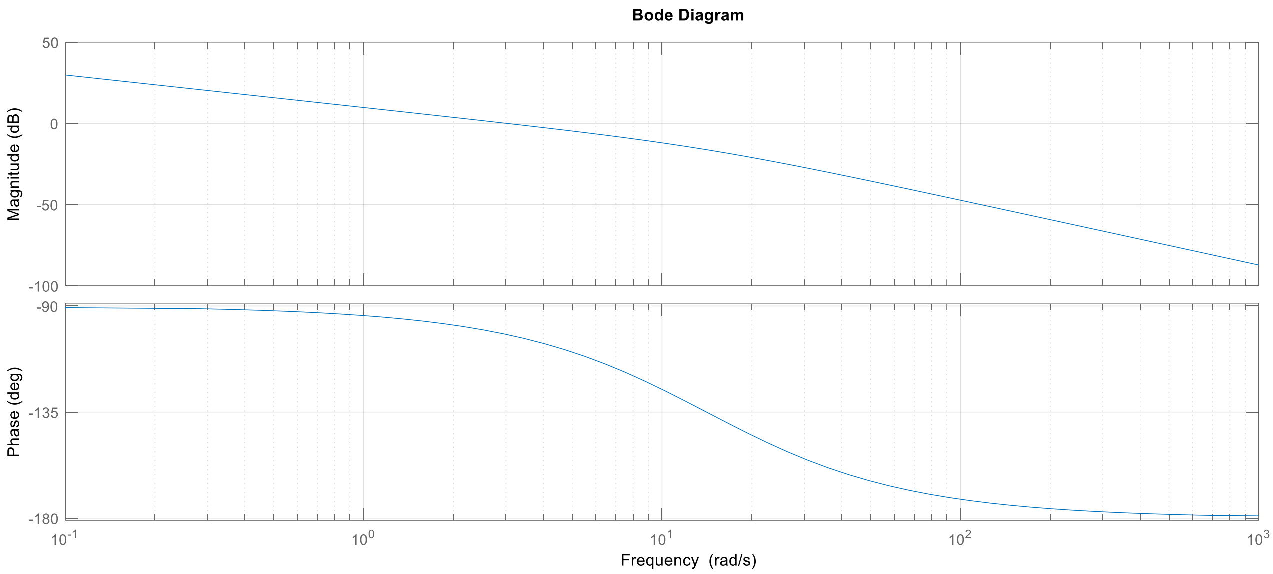

Рисунок 17 — ЛАФЧХ инерционного интегрирующего звена

Задание 5

Запишем уравнение тахогенератора постоянного тока

$$\dot{u} + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\mathrm{u} = \frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L}\dot{\theta}$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **реальное дифференцирующее звено**

$$W(p) = \frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot p}{p + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}$$

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$\dot{u} + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\mathrm{u} = \frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L}\dot{\delta(t)} \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s\mathrm{U(s)} + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\mathrm{U(s)} = \frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L}\frac{1}{s}\Delta(s)$$

$$\mathrm{U(s)} = \frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L}\Delta(s)}{s\left(s + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\right)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathrm{w}(t) = \frac{52839\,\delta(t)}{200} - \frac{3198344367464824510 53}{1759218604441600}e^{-\frac{6052999427439627}{8796093022208}\cdot t}$$

Step response (переходная функция)

$$\dot{u} + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\mathrm{u} = \frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} 1(\dot{t}) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s\mathrm{U}(\mathrm{s}) + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}\mathrm{U}(\mathrm{s}) = \frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot \frac{1}{s^2}$$

$$\mathrm{U}(\mathrm{s}) = \frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L}}{s^2 \cdot (s + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L})} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathrm{h}(t) = \frac{52839}{200} e^{-\frac{6052999427439627}{8796093022208} \cdot t}$$

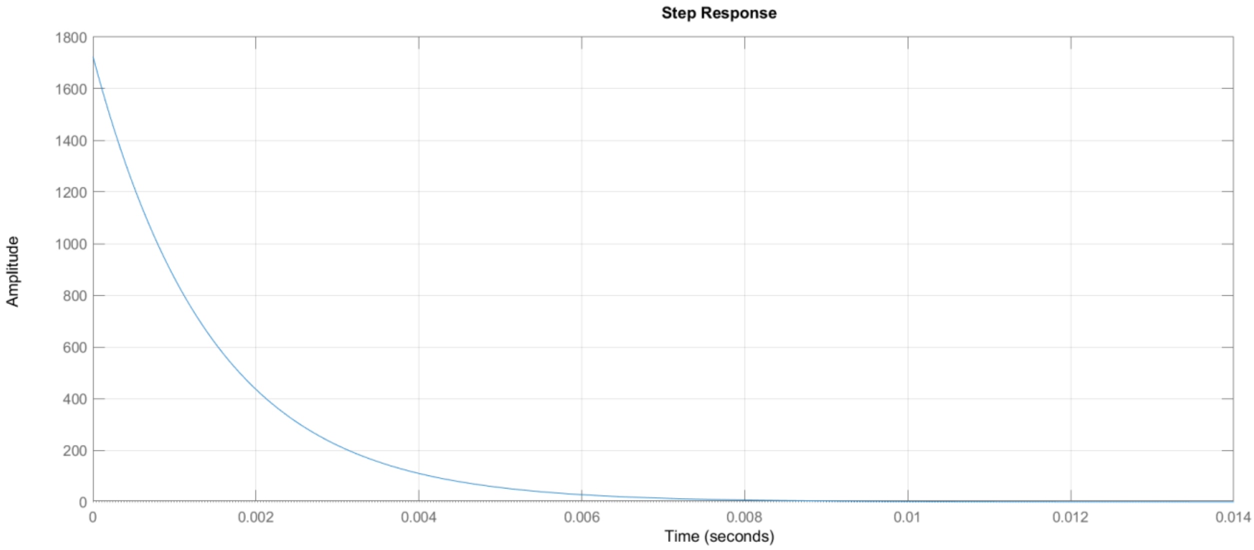

Рисунок 18 — переходная функция реального дифференцирующего звена

$$W(j \cdot \omega) = \frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot j \cdot \omega}{j \cdot \omega + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \sqrt{real\left(\frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot j \cdot \omega}{j \cdot \omega + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}\right)^2 + imag\left(\frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot j \cdot \omega}{j \cdot \omega + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}\right)^2}$$

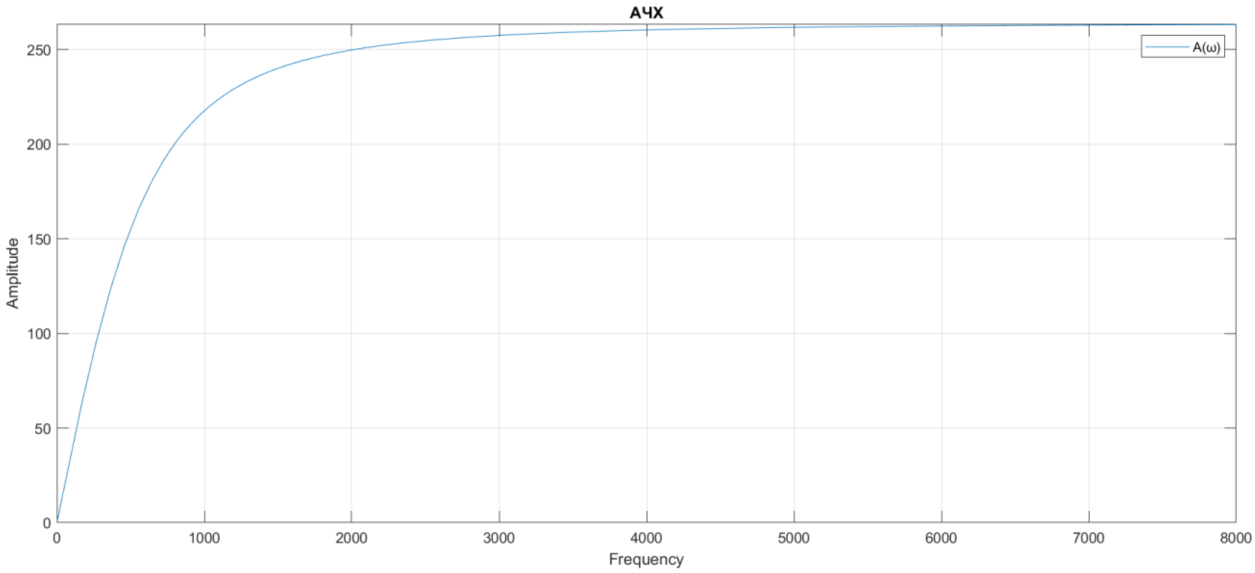

Рисунок 19 — АЧХ реального дифференцирующего звена

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2\left(real\left(\frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot j \cdot \omega}{j \cdot \omega + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}\right) + imag\left(\frac{\frac{\mathrm{R}_l \mathrm{K}_e}{L} \cdot j \cdot \omega}{j \cdot \omega + \frac{\mathrm{R} + R_l}{L}}\right)\right)$$

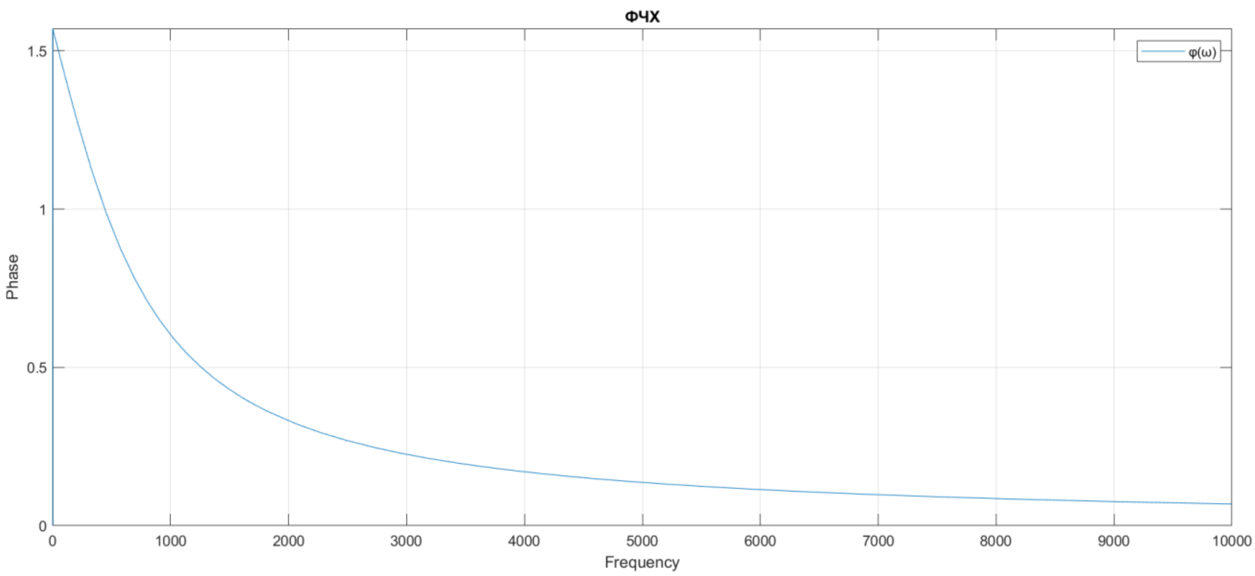

Рисунок 20 — ФЧХ реального дифференцирующего звена

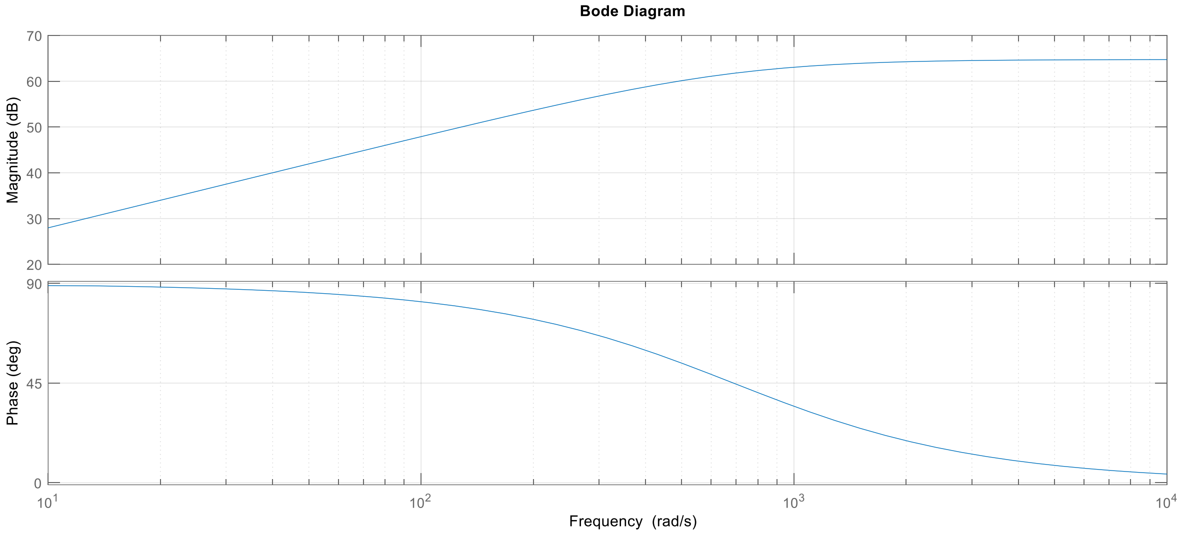

Рисунок 21 — ЛАФЧХ реального дифференцирующего звена

Задание 6

Запишем уравнение движения маятника

$$\ddot{\mathrm{x}}+\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}\mathrm{x}=\frac{1}{\mathrm{m}}\mathrm{F}$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **консервативное звено**

$$W(p) = \frac{\frac{1}{\mathrm{m}}}{p^2+\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$$

Выполним аналитический расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$\ddot{\mathrm{x}}+\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}\mathrm{x}=\frac{1}{\mathrm{m}}\cdot\delta(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s^2\mathrm{X}(s)+\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}\mathrm{X}(s)=\frac{1}{\mathrm{m}}$$

$$\mathrm{X}(s)=\frac{\frac{1}{\mathrm{m}}}{s^2+\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}\quad\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{t})=\frac{\boldsymbol{sin}\left(\boldsymbol{t}\sqrt{\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}}\right)}{\sqrt{\mathbf{k}\cdot\mathbf{m}}}$$

Step response (переходная функция)

$$\frac{W(p)}{p} = \frac{1}{11p\,(\mathbf{p^2} + \frac{219}{11})} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{219}} + \frac{\mathbf{cos}\left(\boldsymbol{t}\sqrt{\frac{\mathbf{219}}{\mathbf{11}}}\right)}{\mathbf{219}}$$

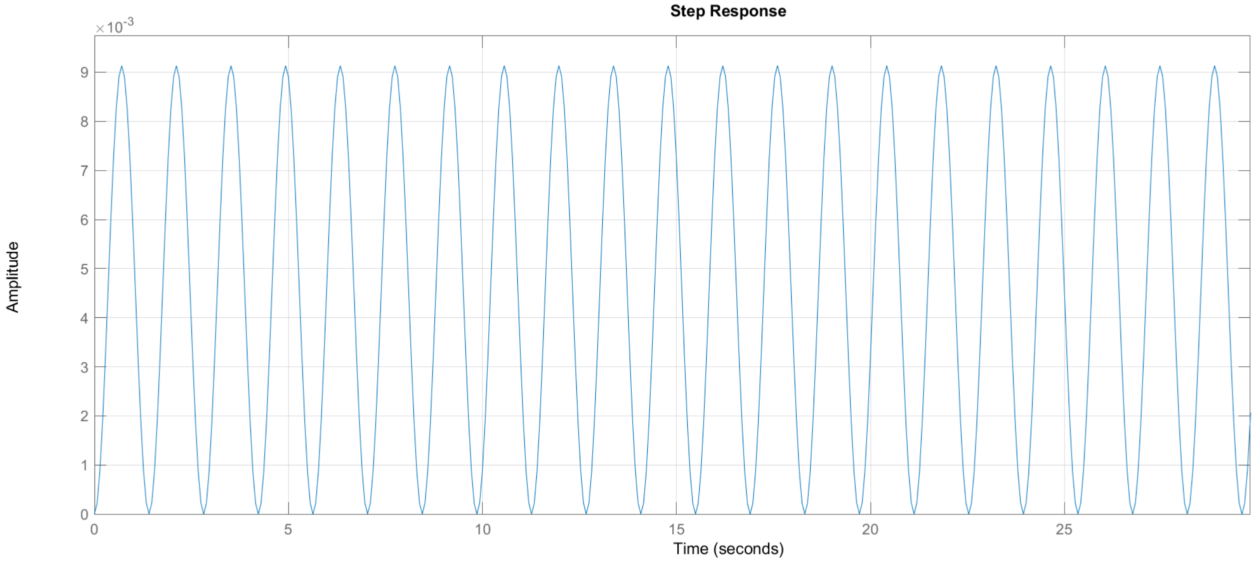

Рисунок 22 — переходная функция консервативного звена

Найдем вещественную и мнимую часть передаточной функции от $j\omega$

$$W(j\cdot\omega) = \frac{\frac{1}{\mathrm{m}}}{(j\cdot\omega)^2 + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{m}}}{-\omega^2 + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \frac{\frac{1}{\mathrm{m}}}{-\omega^2 + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$$

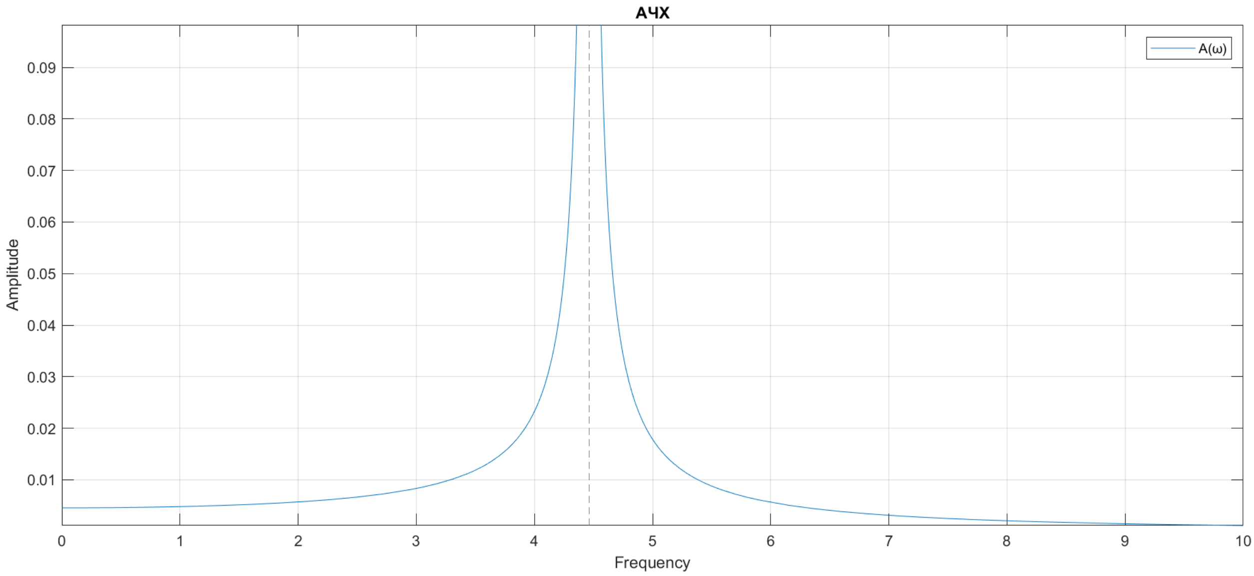

Рисунок 23 — АЧХ консервативного звена

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2\left(0, \frac{\frac{1}{m}}{-\omega^2 + \frac{k}{m}}\right) = 0$$

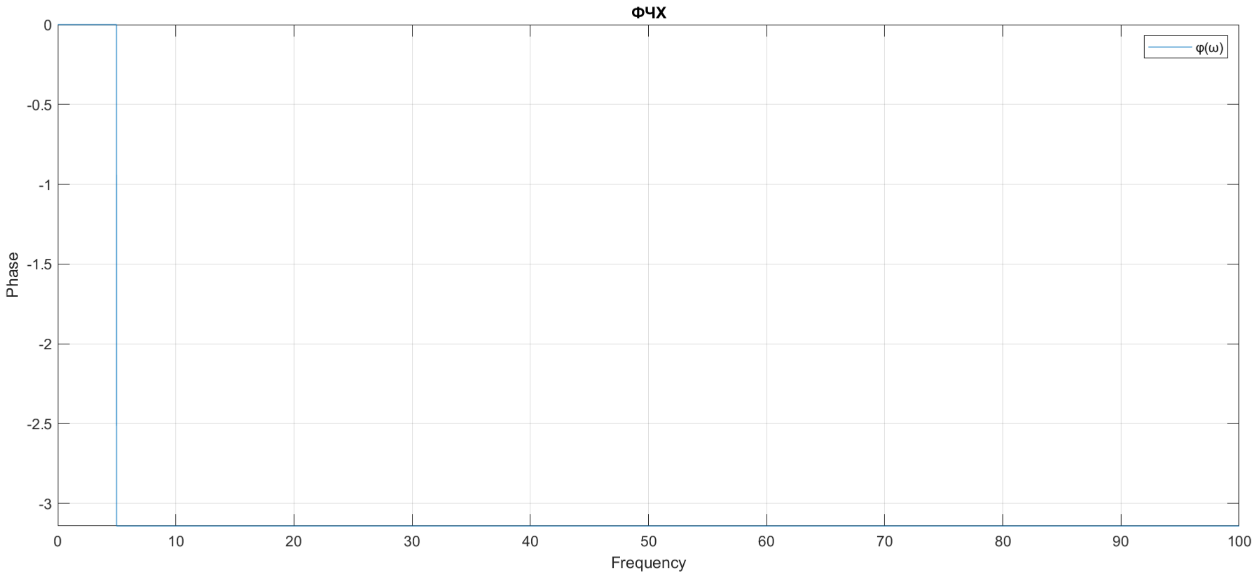

Рисунок 24 — ФЧХ консервативного звена

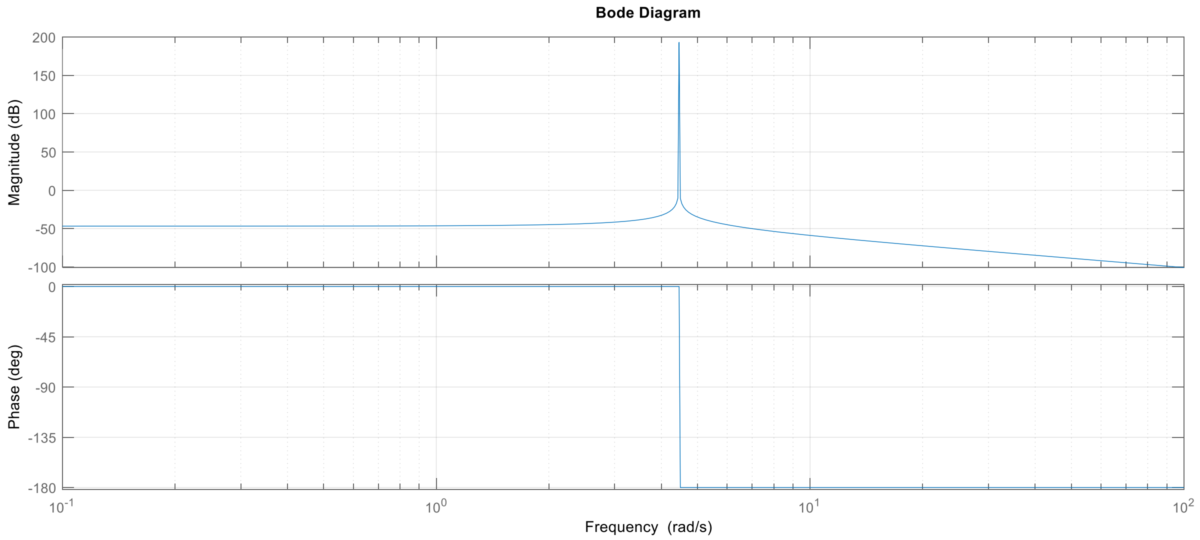

Рисунок 25 — ЛАФЧХ консервативного звена

Задание 7

Запишем уравнение движения маятника в вязкой жидкости

$$\mathrm{ml} \cdot \ddot{\theta} + \eta \mathrm{l} \cdot \dot{\theta} + \mathrm{mg} \cdot \theta = \mathrm{F}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{\eta}{\mathrm{m}} \cdot \dot{\theta} + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}} \cdot \theta = \frac{1}{\mathrm{ml}} \mathrm{F}$$

Найдем передаточную функцию исследуемого объекта. Это **апериодическое звено второго порядка**

$$W(p) = \frac{\frac{1}{\mathrm{ml}}}{p^2 + \frac{\eta}{\mathrm{m}} p + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}}}$$

Выполним расчет временных и частотных характеристик звена

Impulse response (весовая функция)

$$\ddot{\theta} + \frac{\eta}{\mathrm{m}} \cdot \dot{\theta} + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}} \cdot \theta = \frac{1}{\mathrm{ml}} \cdot \delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}}$$

$$s^2 \Theta(s) + \frac{\eta}{\mathrm{m}} s \Theta(s) + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}} \Theta(s) = \frac{1}{\mathrm{ml}}$$

$$\Theta(s) = \frac{\frac{1}{\mathrm{ml}}}{s^2 + \frac{\eta}{\mathrm{m}} s + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}}} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$\mathbf{w}(\boldsymbol{t}) =$

$$\frac{46174190058650704715\ \sqrt{19507}\ \sqrt{16972293505683}\ e^{-\frac{91461\,t}{10310}} \sinh\left(\frac{3\ \sqrt{19507}\ \sqrt{16972293505683}\ t}{201117170}\right)}{229309244123449944104767586304}$$

Step response (переходная функция)

$$\frac{W(p)}{p} = \frac{\frac{1}{\mathrm{ml}}}{p\left(p^2 + \frac{\eta}{\mathrm{m}}p + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}}\right)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$\mathbf{h}(\boldsymbol{t}) =$

$$\frac{17472743462155175497l}{883606246890091315200} - \frac{174727434621551754971\ e^{-\frac{91461\,t}{10310}}\left(\cosh\left(\frac{3\ \sqrt{19507}\ \sqrt{16972293505683}\ t}{201117170}\right) + \frac{30487\ \sqrt{19507}\ \sqrt{16972293505683}\ \sinh\left(\frac{3\ \sqrt{19507}\ \sqrt{16972293505683}\ t}{201117170}\right)}{16972293505683}\right)}{883606246890091315200}$$

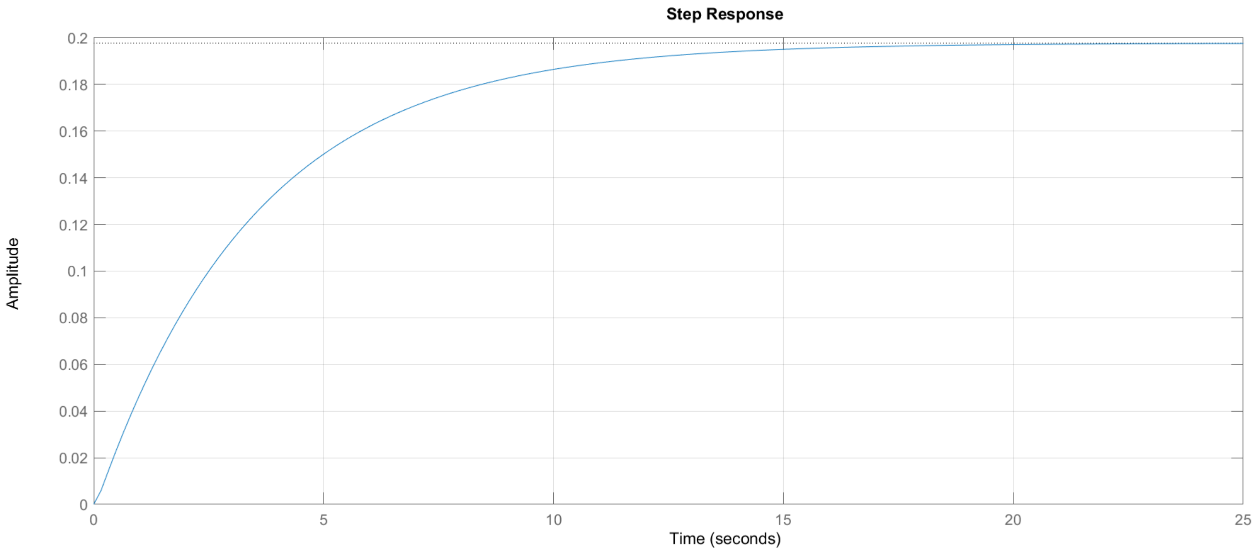

Рисунок 26 — переходная функция апериодического звена 2-го порядка

Найдем вещественную и мнимую часть передаточной функции от $j\omega$

$$W(j \cdot \omega) = \frac{\frac{1}{\mathrm{ml}}}{(j \cdot \omega)^2 + \frac{\eta}{\mathrm{m}}(j \cdot \omega) + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}}}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \sqrt{(P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}$$

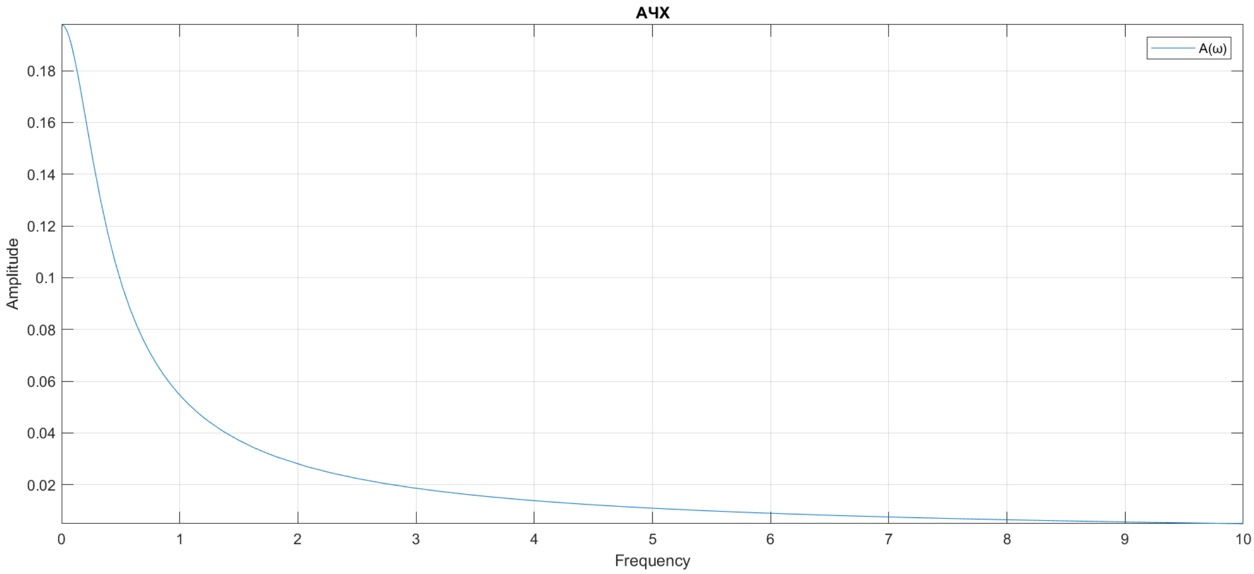

Рисунок 27 — АЧХ апериодического звена 2-го порядка

Фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = atan2(\, Q(\omega), (P(\omega)\,)$$

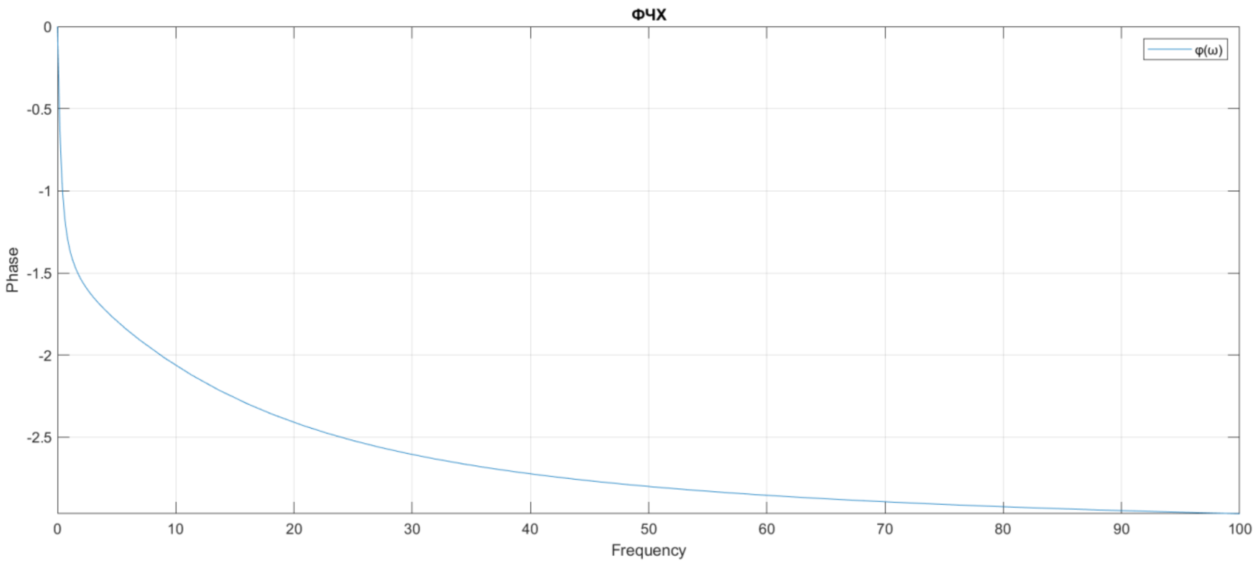

Рисунок 28 — ФЧХ апериодического звена 2-го порядка

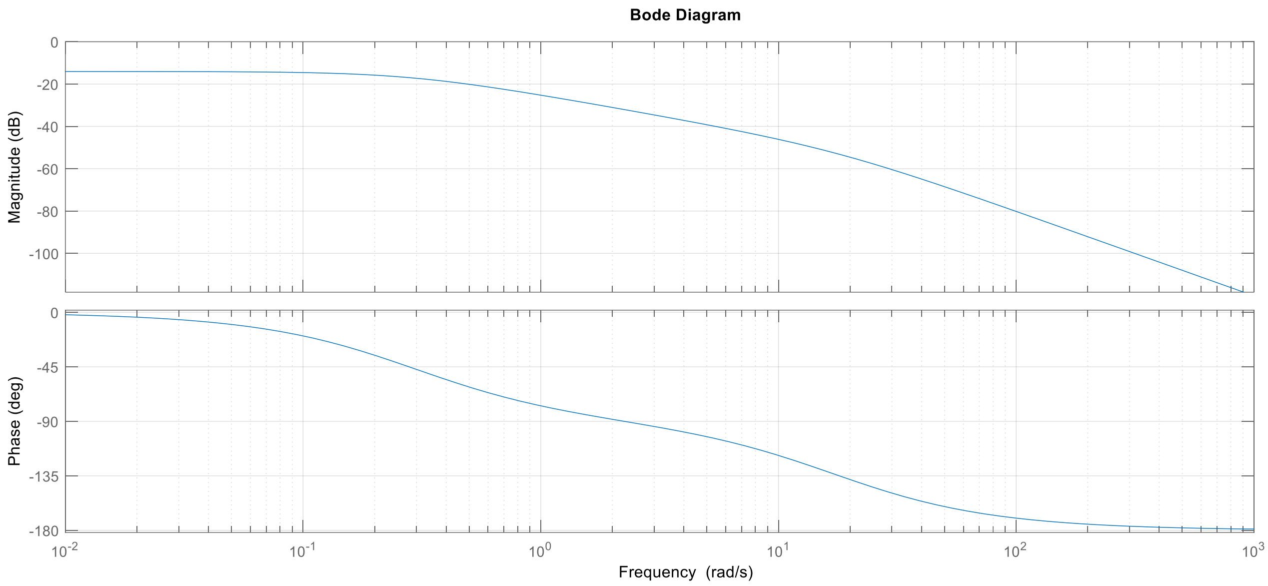

Рисунок 29 — ЛАФЧХ апериодического звена 2-го порядка

Выводы

В данной лабораторной работе были исследованы разные типы звеньев, их временные характеристики (весовая и переходная функции), а также построены частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ, ЛАФЧХ) и переходная функция.