НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Теория автономного управления

Лабораторная работа №5

«Критерий Найквиста и системы с запаздыванием»

Выполнил студент:

Мысов М.С. (В-11)

Группа № R33372

Руководитель:

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

СОДЕРЖАНИЕ

Задание 1

Придумаем три передаточные функции, которые подходят под условия:

$$W_1(s) \; = \frac{11s^4 + 75s^3 + 98s^2 - 404s - 360}{s^5 + 2s^4 - 17s^3 - 38s^2 + 172s - 120}$$

$$W_2(s) \; = \frac{-15s^4 - 105s^3 - 210s^2 + 60s - 600}{s^5 + 14s^4 + 79s^3 + 214s^2 + 268s + 120}$$

$$W_3(s) \; = \frac{9s^4 + 105s^3 + 474s^2 + 900s + 600}{s^5 + 8s^4 + 13s^3 - 62s^2 - 188s - 120}$$

Мой алгоритм

Чтобы задать пять полюсов передаточной функции, я записал произведение пяти корней, трех вещественных и двух комплексно-сопряженных.

Первая передаточная функция:

Для разомкнутой $(p-1)\cdot(p-2)\cdot(p-3)\cdot(p-(-4+2\cdot j))\cdot(p-(-4-2\cdot j)) = p^5 + 2p^4 - 17p^3 - 38p^2 + 172p - 120$. Здесь мы имеем три неустойчивых вещественных полюса и два устойчивых комплексно-сопряжённых.

Для замкнутой нам необходимо воспользоваться влиянием регулятора, и для удобства его нахождения можно сразу записать желаемую замкнутую функцию $(p-2)\cdot(p+3)\cdot(p+4)\cdot(p-(-4+2\cdot j))\cdot(p-(-4-2\cdot j)) = p^5 + 13p^4 + 58p^3 + 60p^2 - 232p - 480$, где имеется один неустойчивый полюс.

Найдем регулятор, вычитая замкнутую из разомкнутой, и получим передаточную функцию 1. Дальнейший процесс аналогичен.

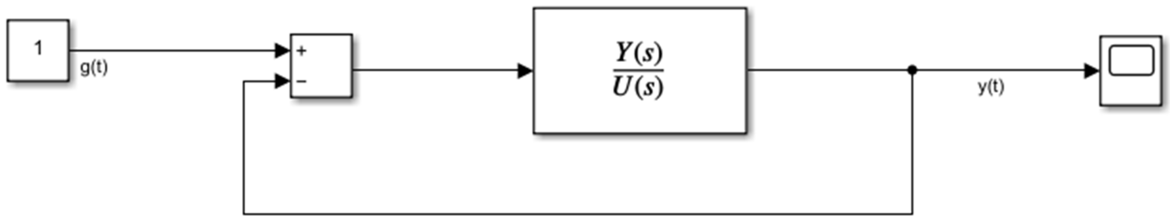

Рисунок 1 — схема замкнутой системы

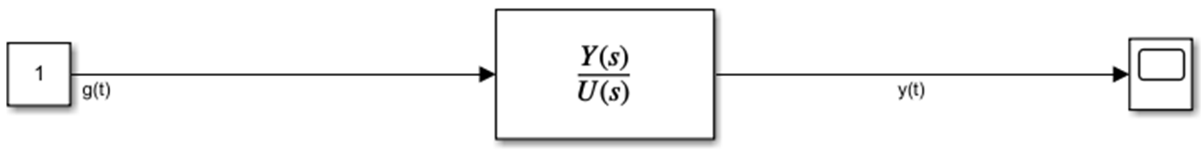

Рисунок 2 — схема разомкнутой системы

Моделирование переходных функций

$$W_1(s) = \frac{11s^4 + 75s^3 + 98s^2 - 404s - 360}{s^5 + 2s^4 - 17s^3 - 38s^2 + 172s - 120}$$

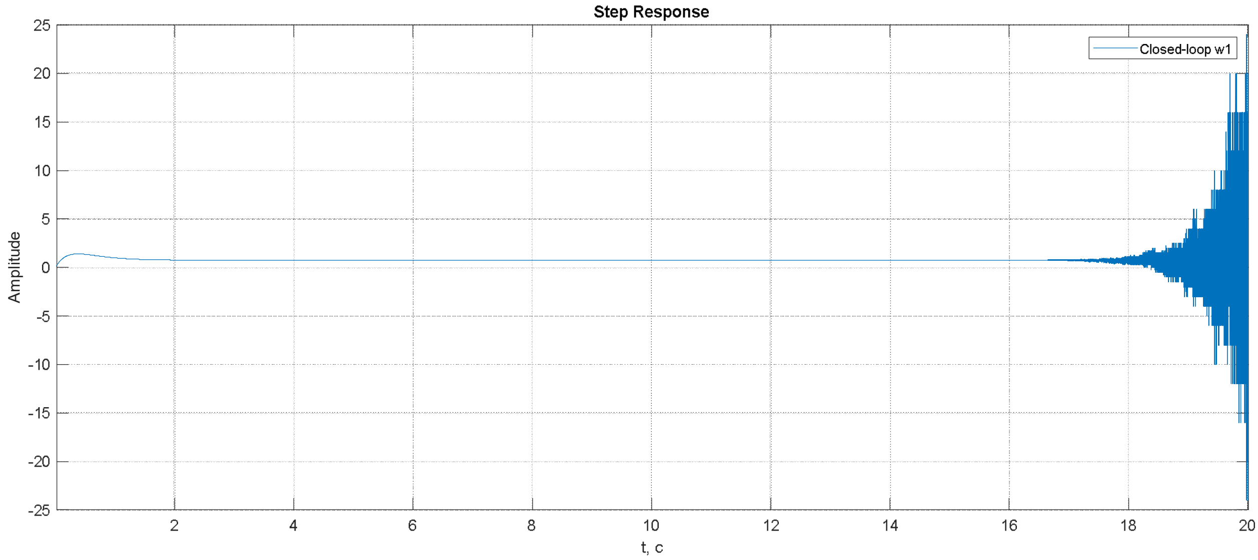

Рисунок 3 — переходная функция замкнутой системы W1

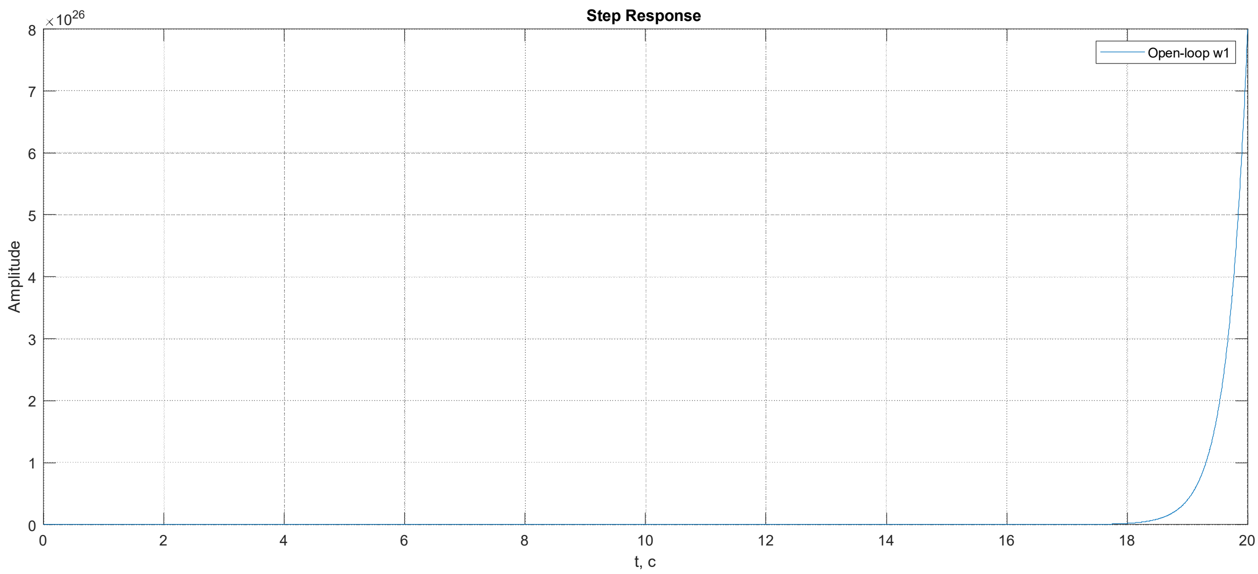

Рисунок 4 — переходная функция разомкнутой системы W1

$$W_2(s) \ = \frac{-15s^4 - 105s^3 - 210s^2 + 60s - 600}{s^5 + 14s^4 + 79s^3 + 214s^2 + 268s + 120}$$

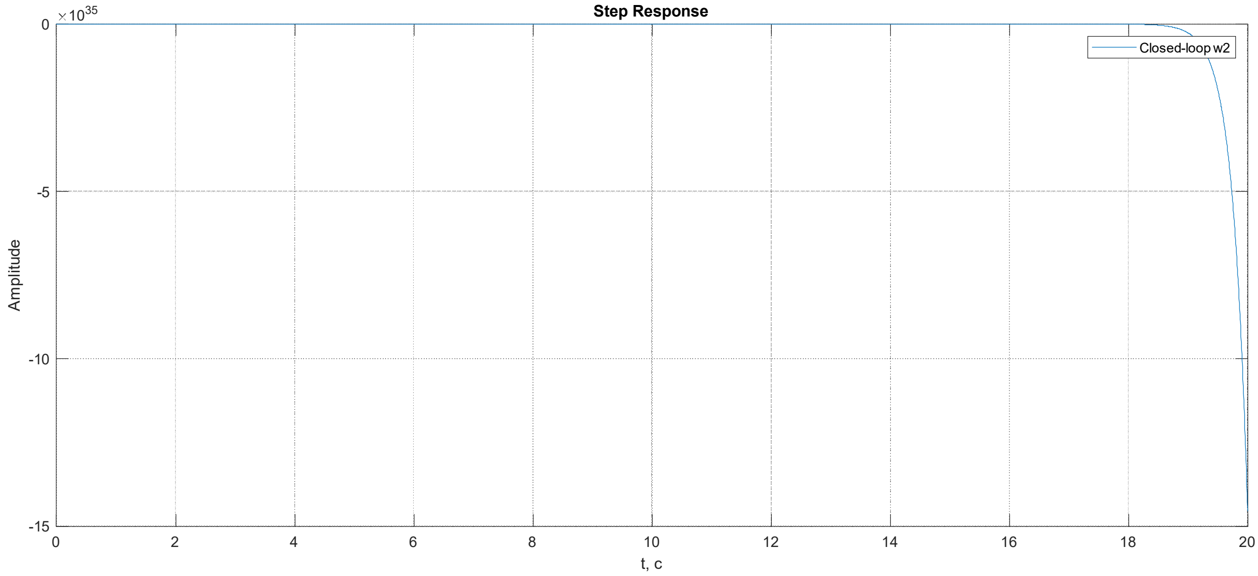

Рисунок 5— переходная функция замкнутой системы W2

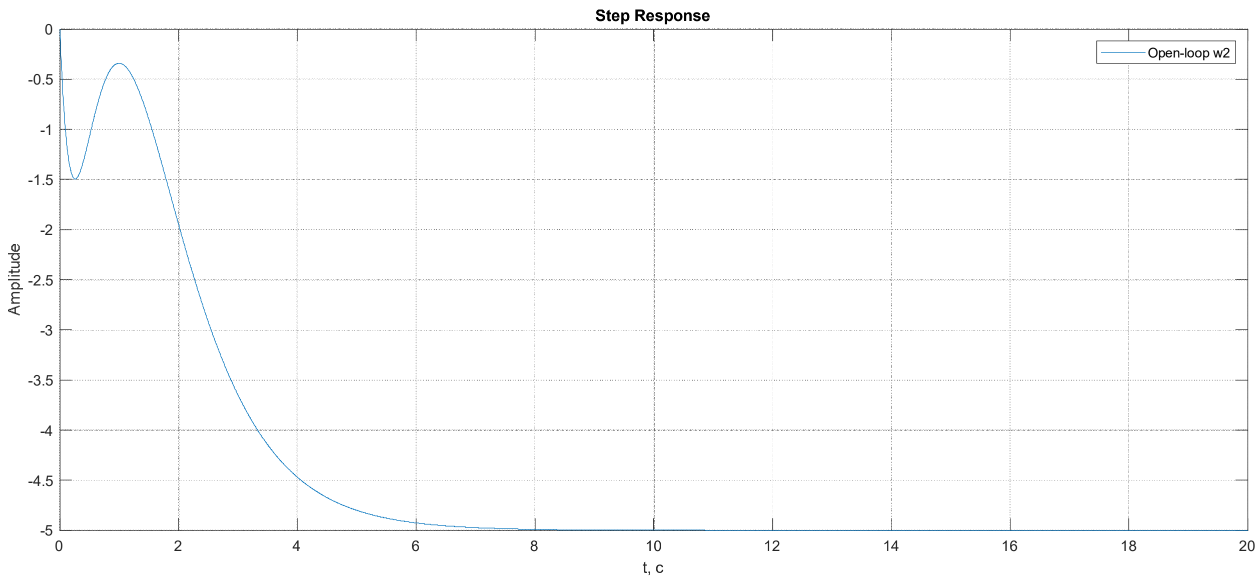

Рисунок 6 — переходная функция разомкнутой системы W2

$$W_3(s) = \frac{9s^4 + 105s^3 + 474s^2 + 900s + 600}{s^5 + 8s^4 + 13s^3 - 62s^2 - 188s - 120}$$

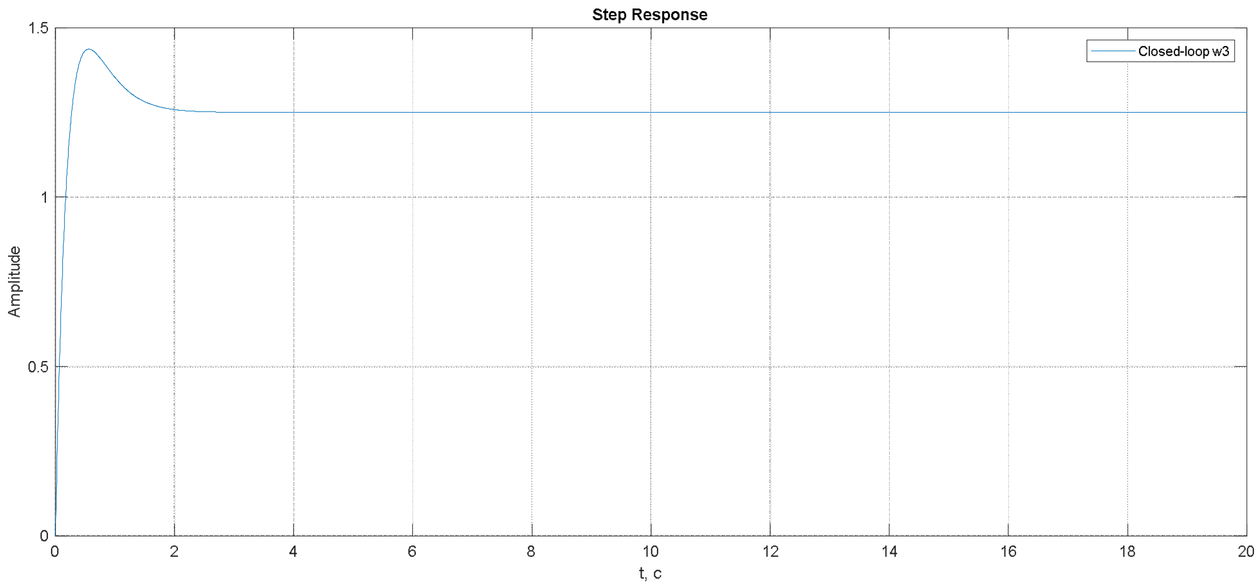

Рисунок 7 — переходная функция замкнутой системы W3

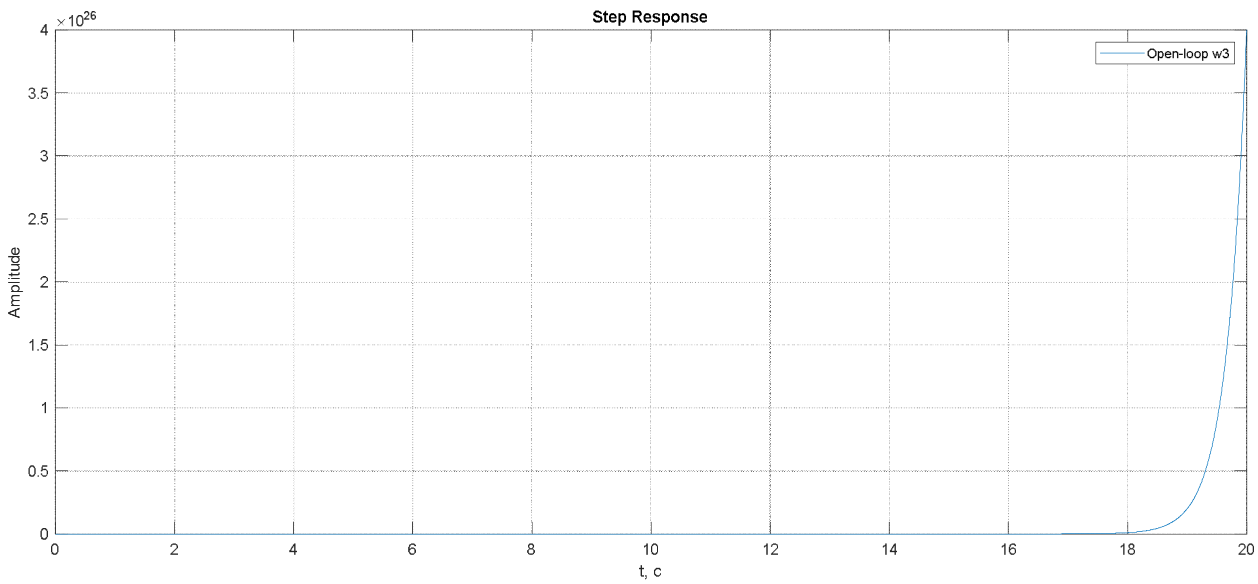

Рисунок 8 — переходная функция разомкнутой системы W3

Годограф Найквиста

Формулировка критерия Найквиста

Число неустойчивых полюсов замкнутой системы = Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы + Число оборотов годографа по часовой стрелке вокруг точки (-1, 0)

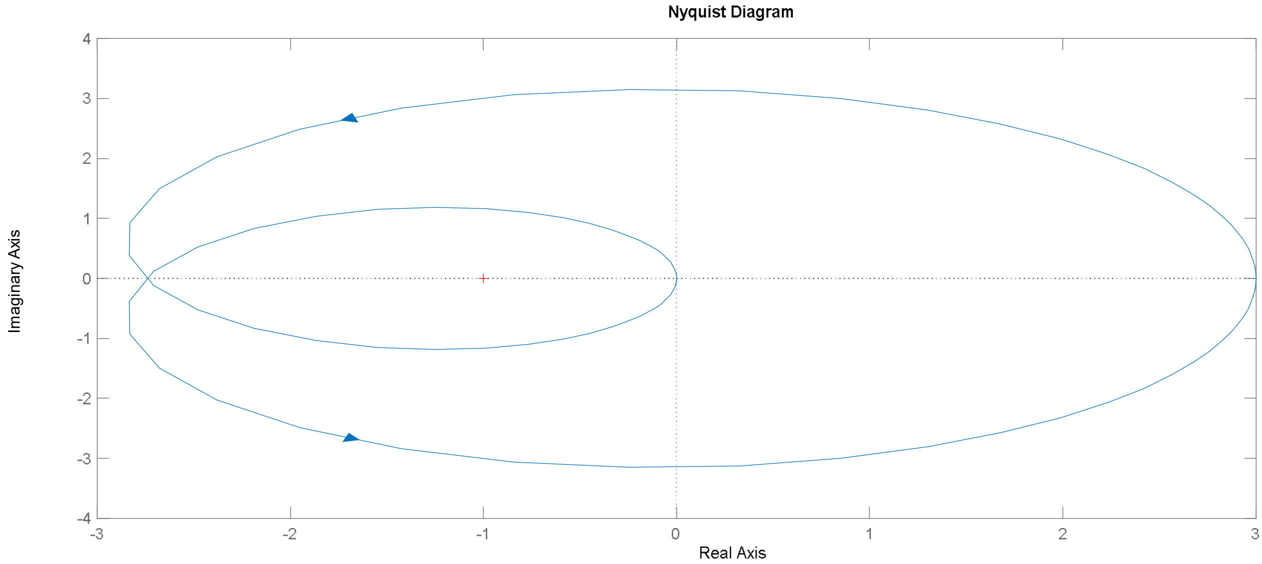

Рисунок 9 — годограф Найквиста W1

1 полюс замкнутой = 3 полюса разомкнутой - 2 оборота по часовой. Критерий выполняется.

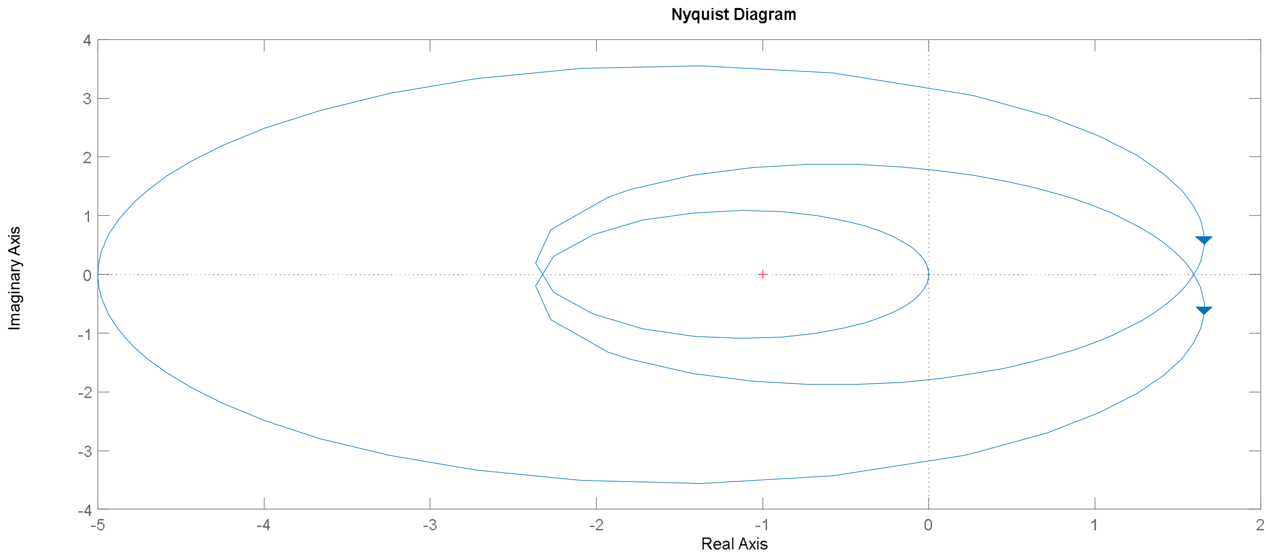

Рисунок 10 — годограф Найквиста W2

3 полюса замкнутой = 0 полюсов разомкнутой + 3 оборота по часовой. Критерий выполняется.

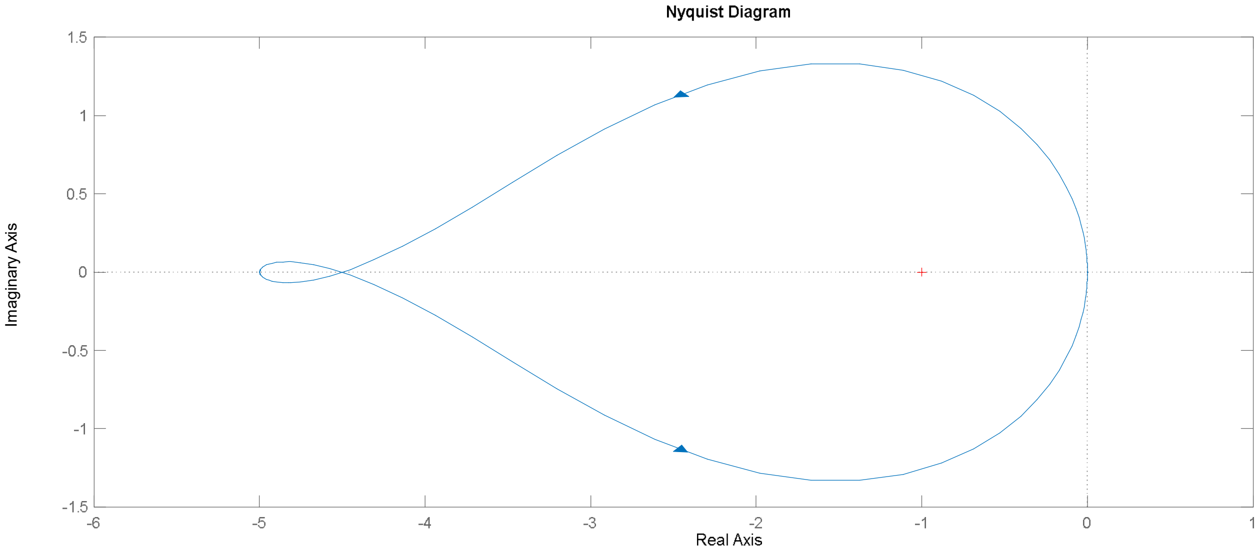

Рисунок 11 — годограф Найквиста W3

0 полюсов замкнутой = 1 полюс разомкнутой - 1 оборота по часовой. Критерий выполняется.

Задание 2

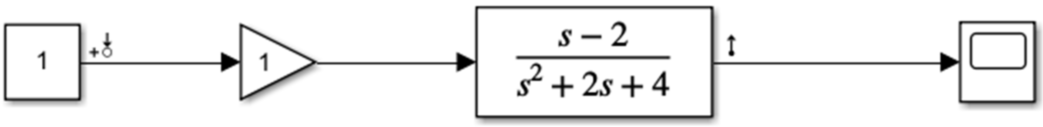

Рисунок 12 — схема разомкнутой системы с коэффициентом усиления k

$$\mathbf{W_1(s)} = \frac{\mathbf{s-2}}{\mathbf{s^2+2s+4}}$$

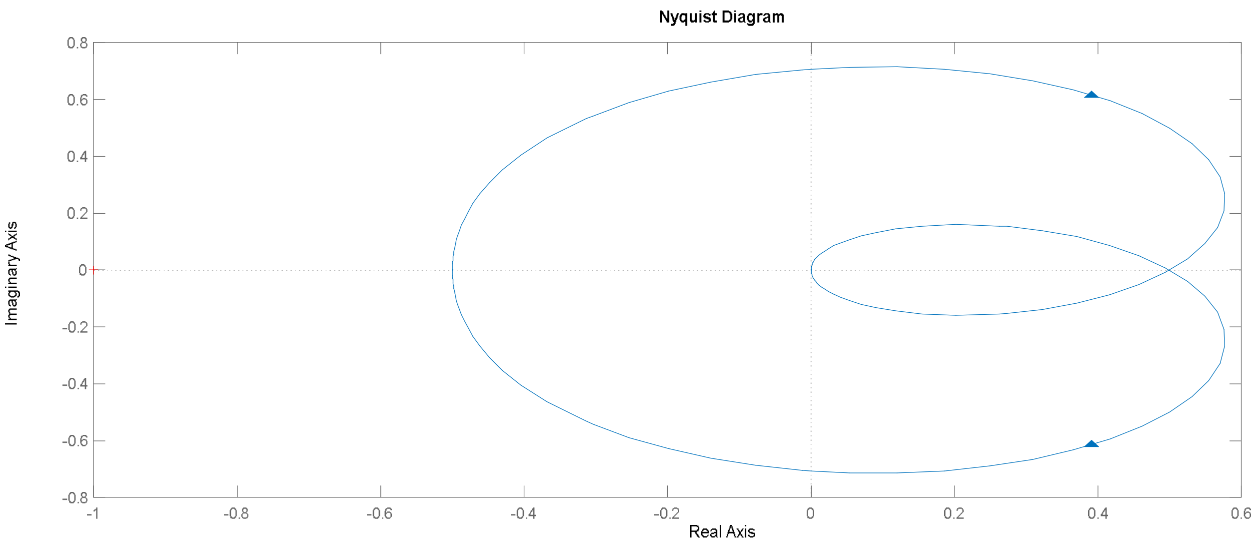

Рисунок 13 — годограф Найквиста при k = 1

Коэффициент k растягивает граф, увеличивает амплитуду АФЧХ.

При увеличении k количество неустойчивых полюсов увеличивается до одного.

Запас устойчивости по амплитуде = 2. При $k < 2$ замкнутая система будет устойчивой.

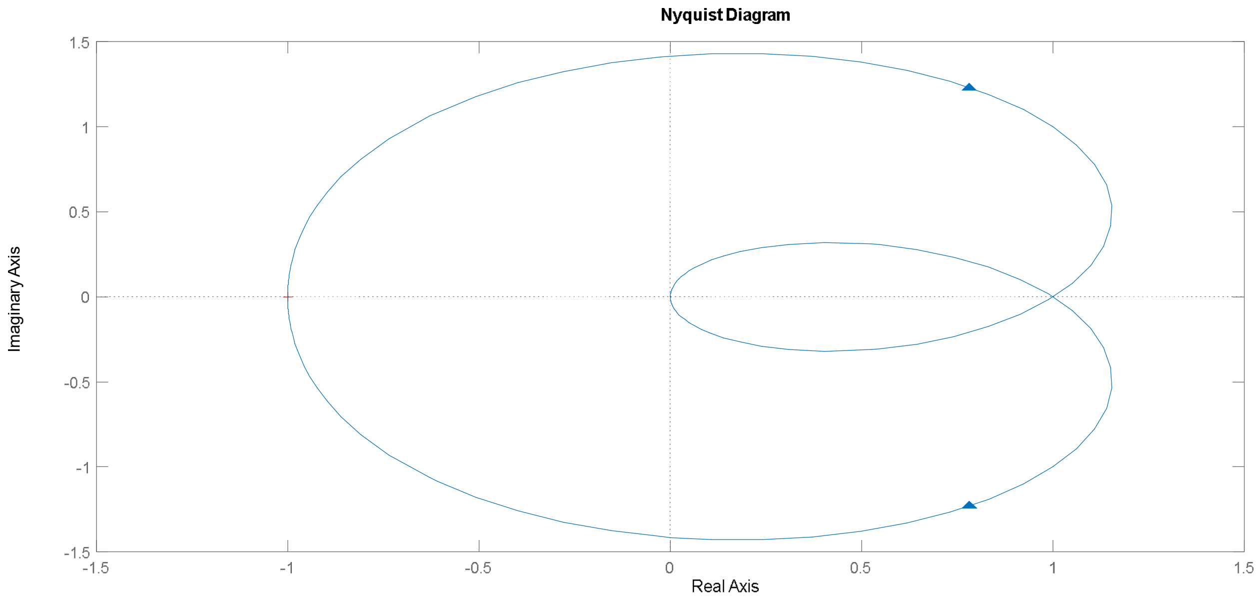

Рисунок 14 — годограф Найквиста W1 при $k = 2$. Замкнутая система неустойчива

Найдем передаточную функцию замкнутой системы и построим её график.

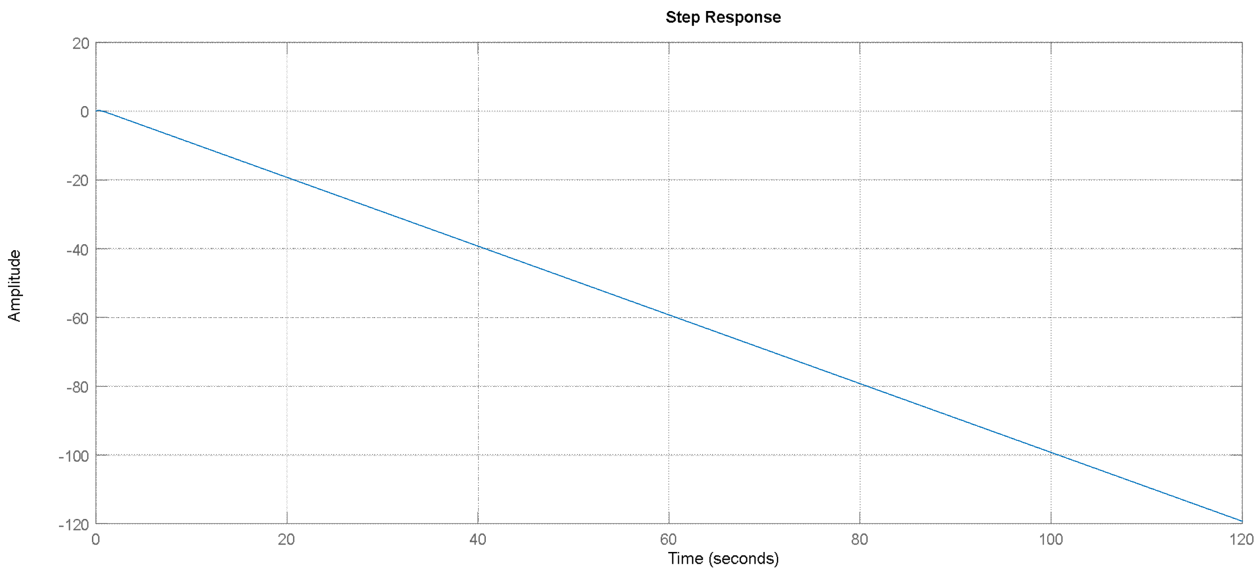

Рисунок 15 — переходная функция W1 при $k = 2$. Замкнутая система неустойчива

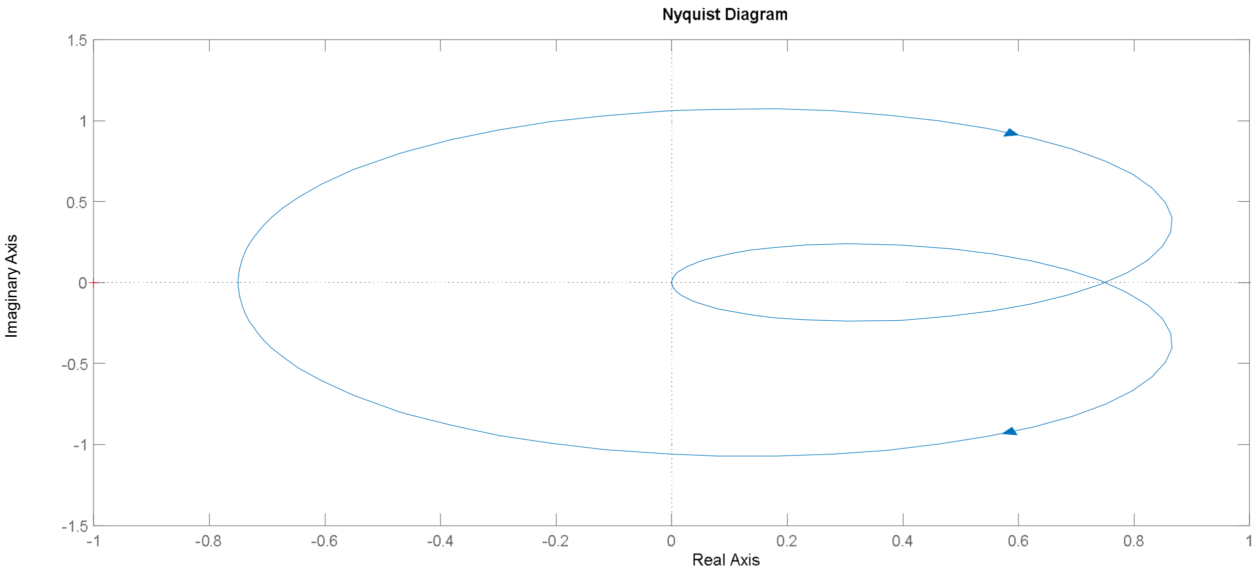

Рисунок 16 — годограф Найквиста W1 при k = 1.5 Замкнутая система устойчива

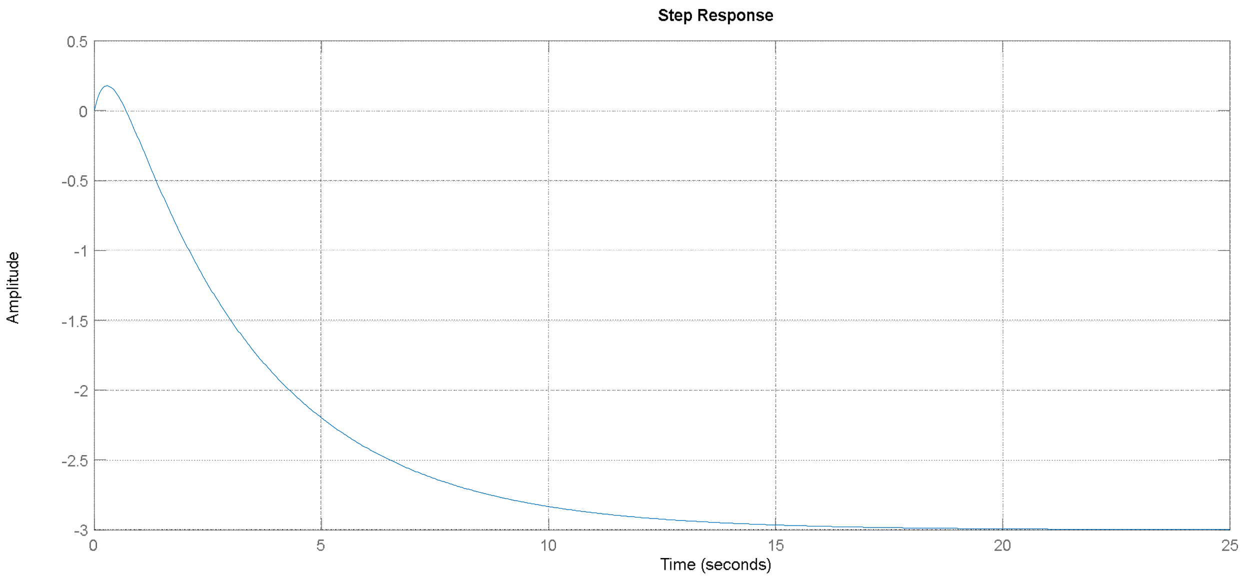

Рисунок 17 — переходная функция W1 при k = 1.5 Замкнутая система устойчива

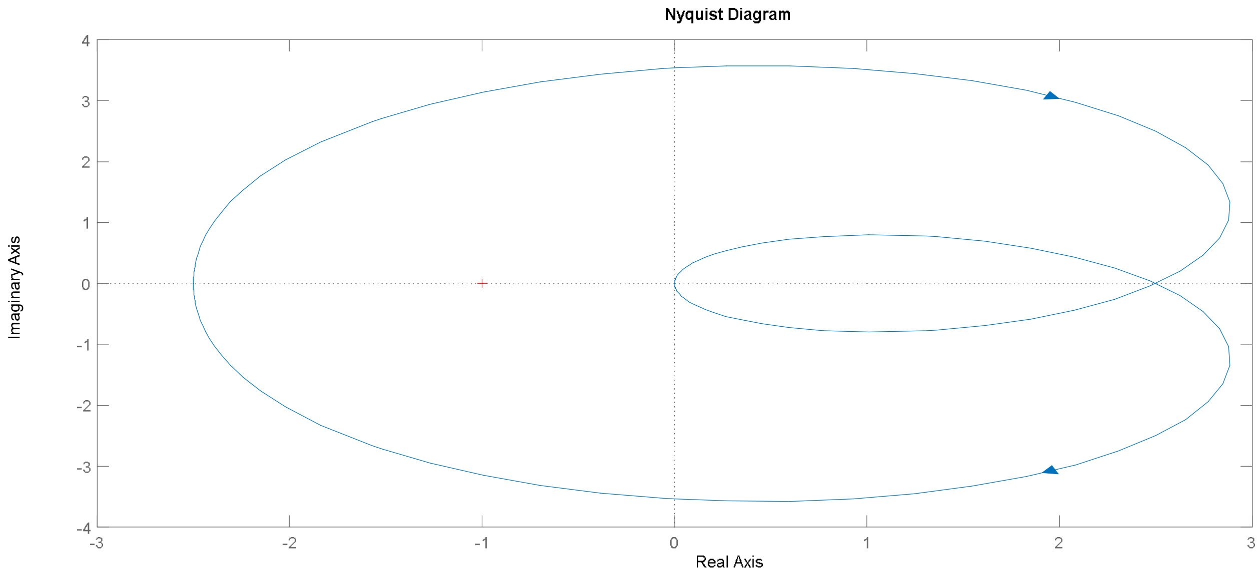

Рисунок 18 — годограф Найквиста W1 при k = 5. Замкнутая система неустойчива

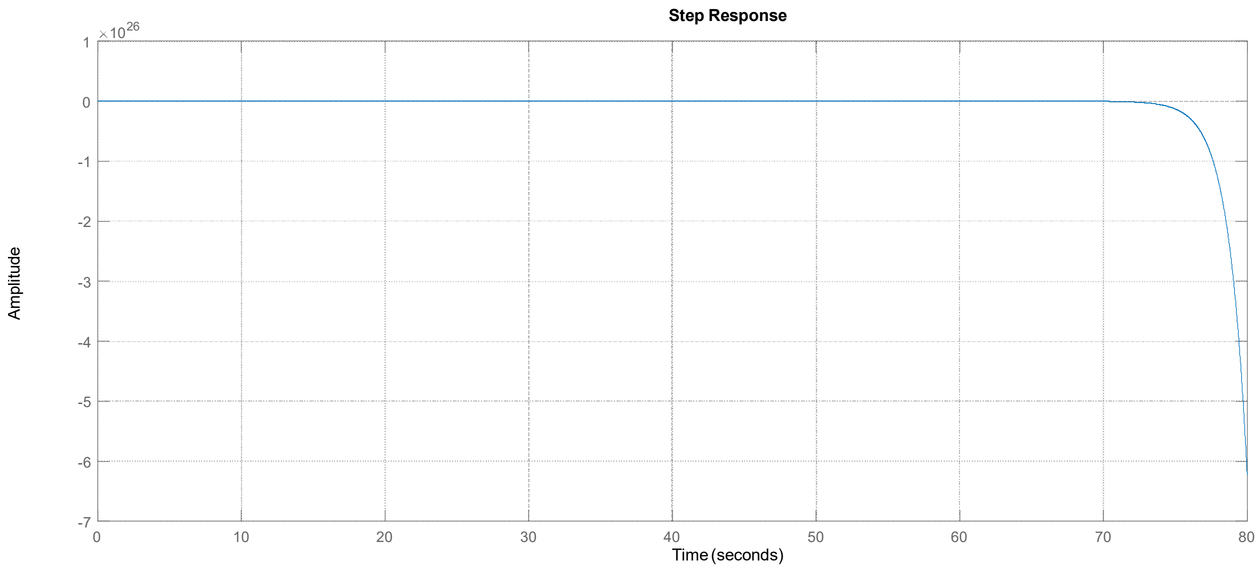

Рисунок 19 — переходная функция W1 при k = 5. Замкнутая система неустойчива

$$W_2(s) \;=\; \frac{\mathbf{10s^3 - 2s^2 + 15s - 23}}{\mathbf{10s^3 + 12s^2 + 20s + 58}}$$

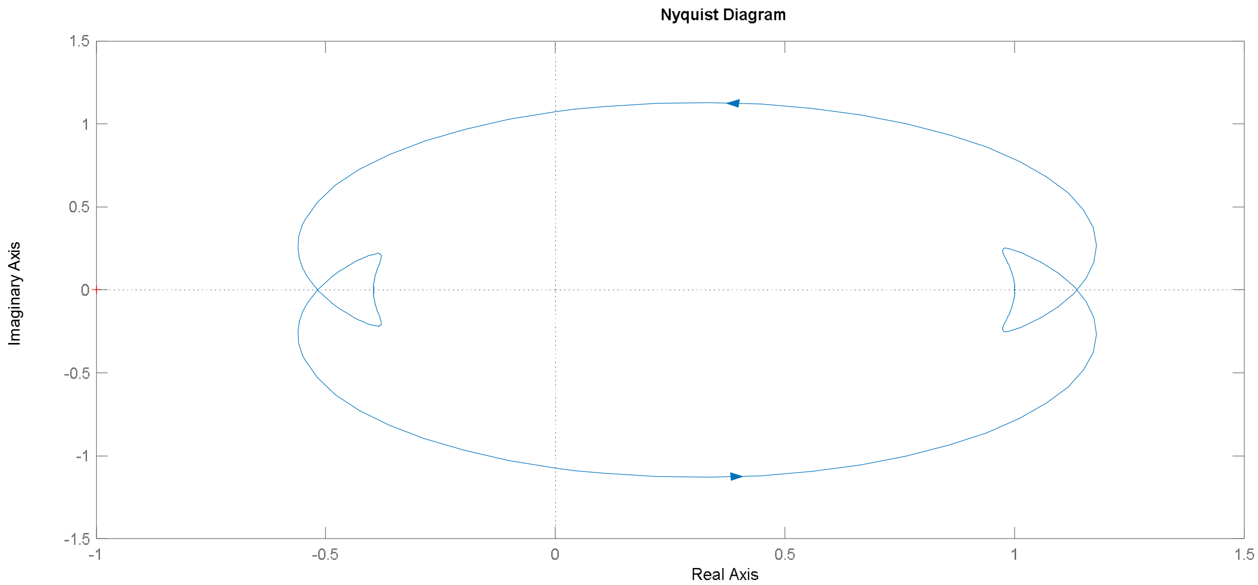

Рисунок 20 — годограф Найквиста W2 при k = 1. Замкнутая система неустойчива

Коэффициент k растягивает граф, увеличивает амплитуду АФЧХ.

Так как направление годографа против часовой стрелки, то при охвате точки (-1, 0) количество неустойчивых полюсов уменьшается.

Система имеет запас устойчивости по амплитуде.

При $k\ > \frac{1}{A_3} = 1.93$ количество неустойчивых корней снижается на 2. Замкнутая система будет устойчива.

При $k\ > \frac{1}{A_3} = 2.52$ количество неустойчивых корней снижается на 1 (от начального значения). Система становится опять неусточивой.

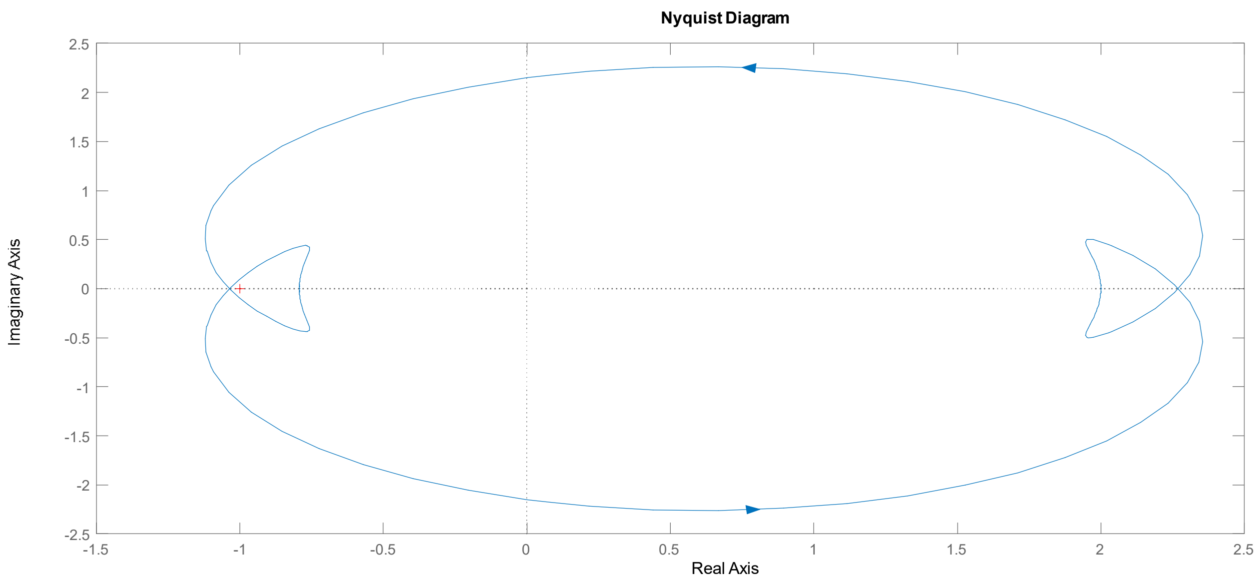

Рисунок 21 — годограф Найквиста W2 при k = 2. Замкнутая система неустойчива

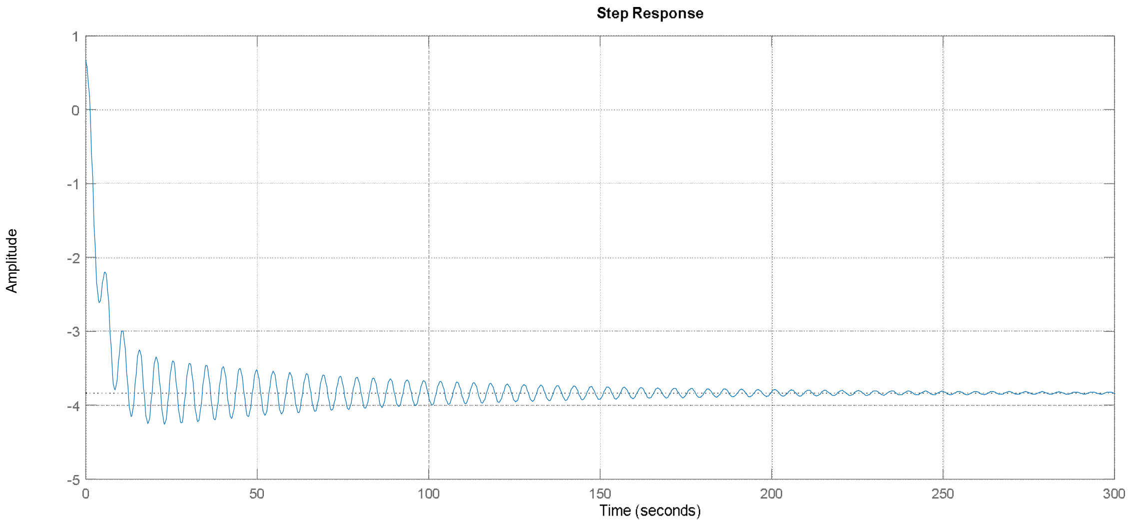

Рисунок 22 — переходная функция W2 при k = 2. Замкнутая система устойчива

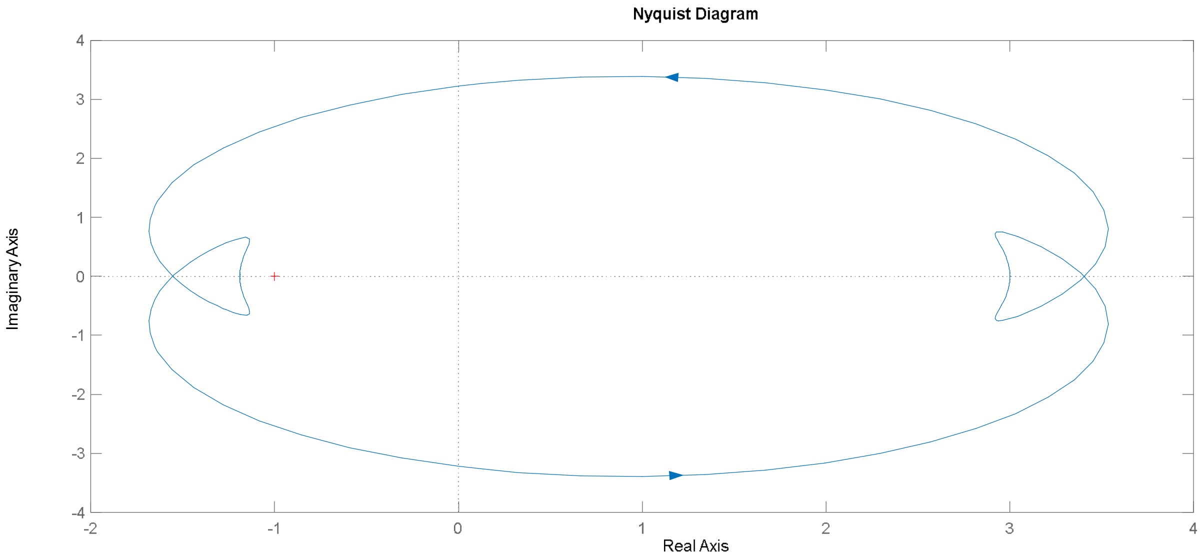

Рисунок 23 — годограф Найквиста W2 при k = 3. Замкнутая система неустойчива

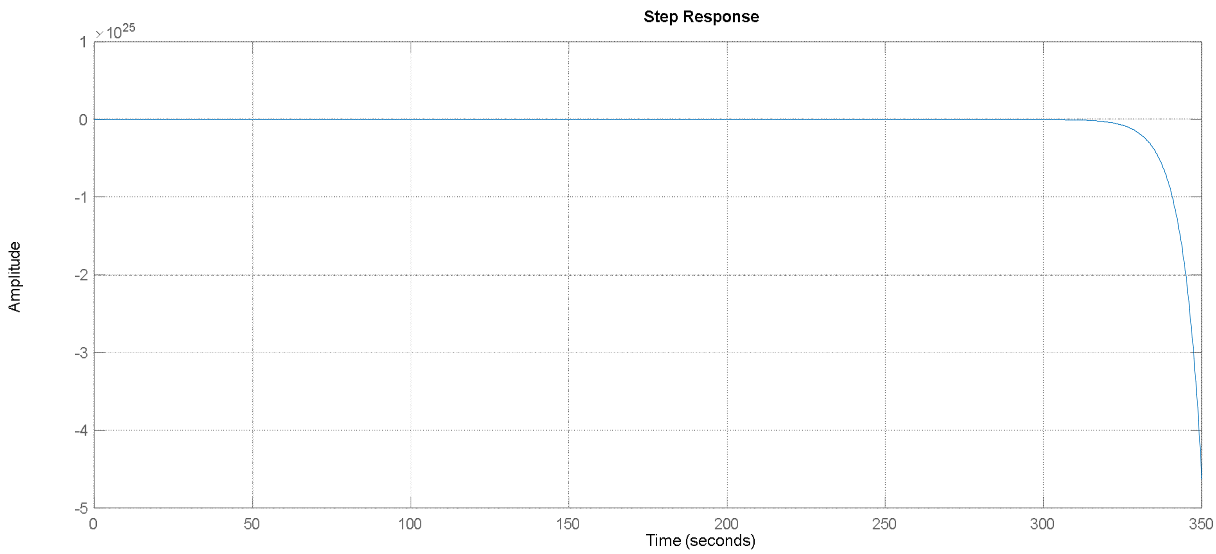

Рисунок 24 — переходная функция W2 при k = 3. Замкнутая система неустойчива

Задание 3

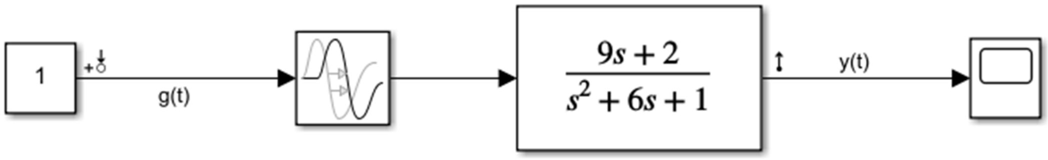

Рисунок 25 — схема разомкнутой системы со звеном чистого запаздывания

$$W_3(s) = \frac{9s^2 + 2}{s^2 + 6s + 1}$$

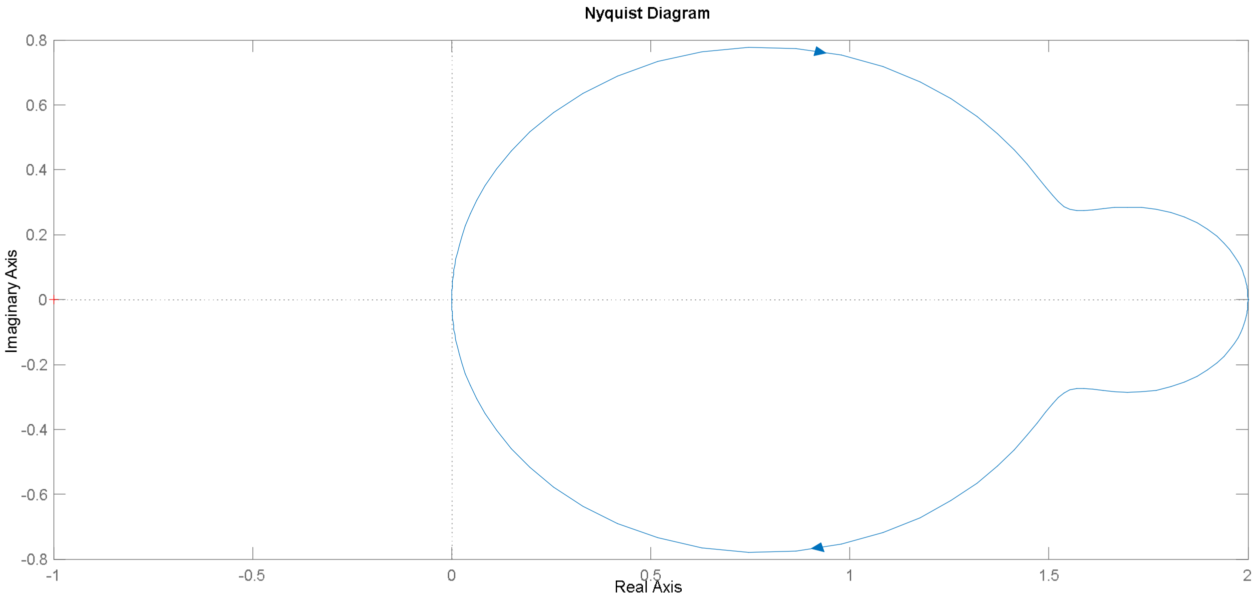

Рисунок 26 — годограф Найквиста W3 при τ = 0

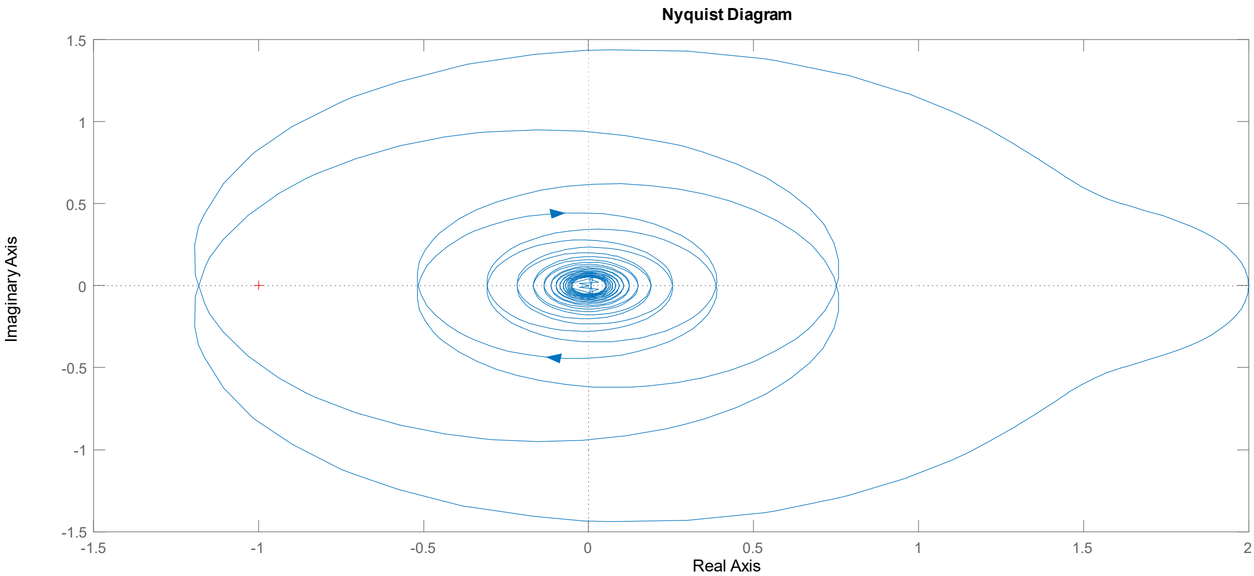

Рисунок 27 — годограф Найквиста W3 при τ = 0.5

Величина запаздывания влияет на закручивание годографа.

Запас устойчивости по фазе = 180° - 43° = 137°. $\tau_{max} = 0.34$

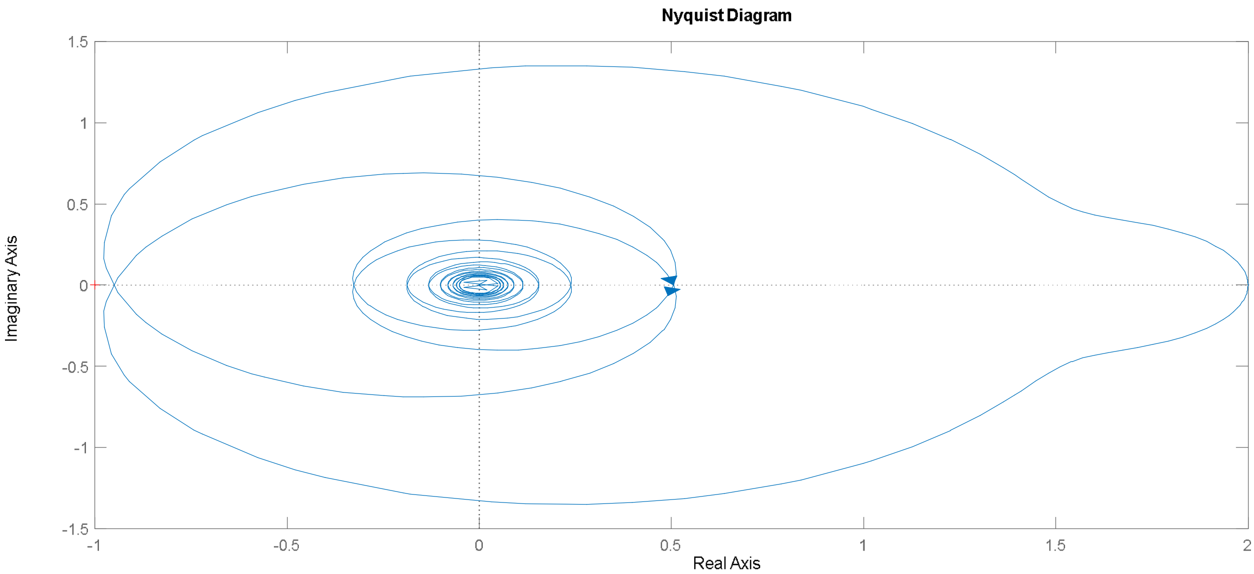

Рисунок 28 — годограф Найквиста W3 при τ = 0.3. Замкнутая система устойчива

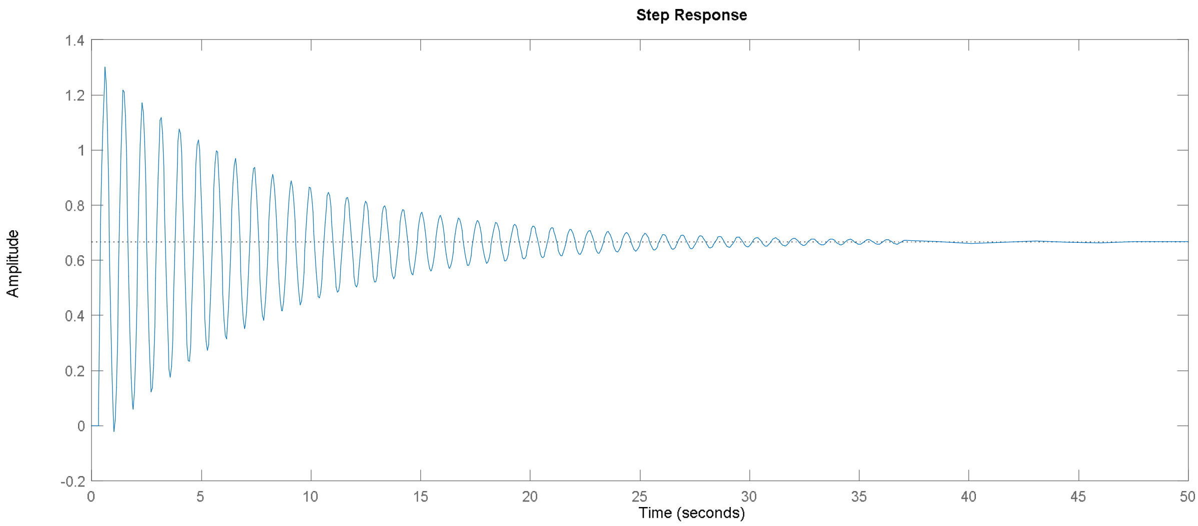

Рисунок 29 — переходная функция W3 при τ = 0.3. Замкнутая система устойчива

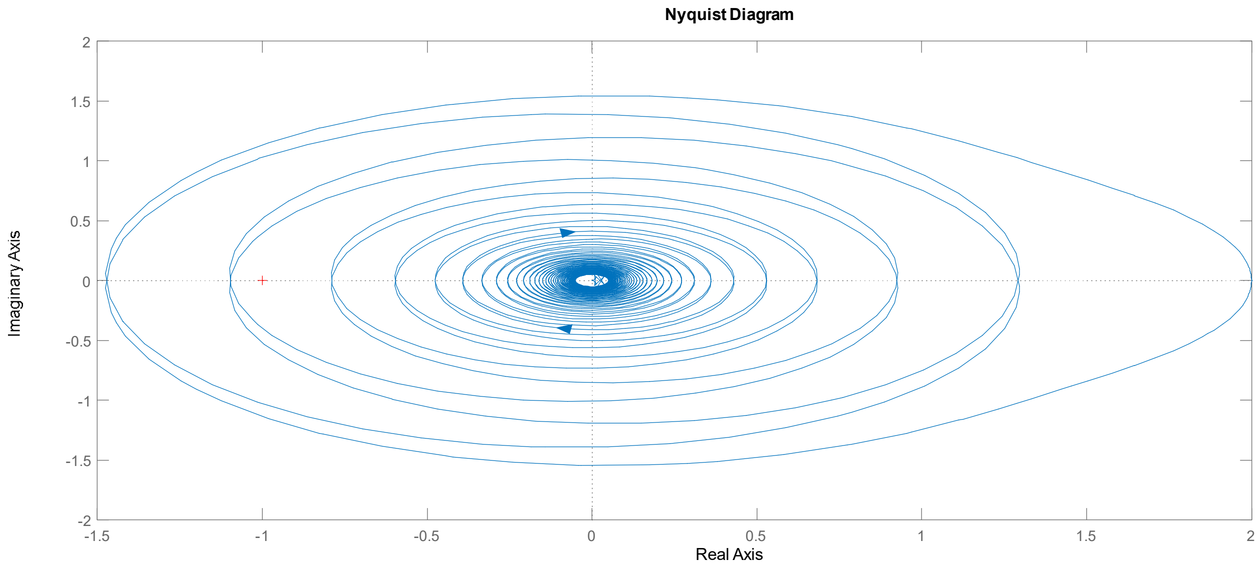

Рисунок 30 — годограф Найквиста W3 при τ = 1.5. Замкнутая система неустойчива

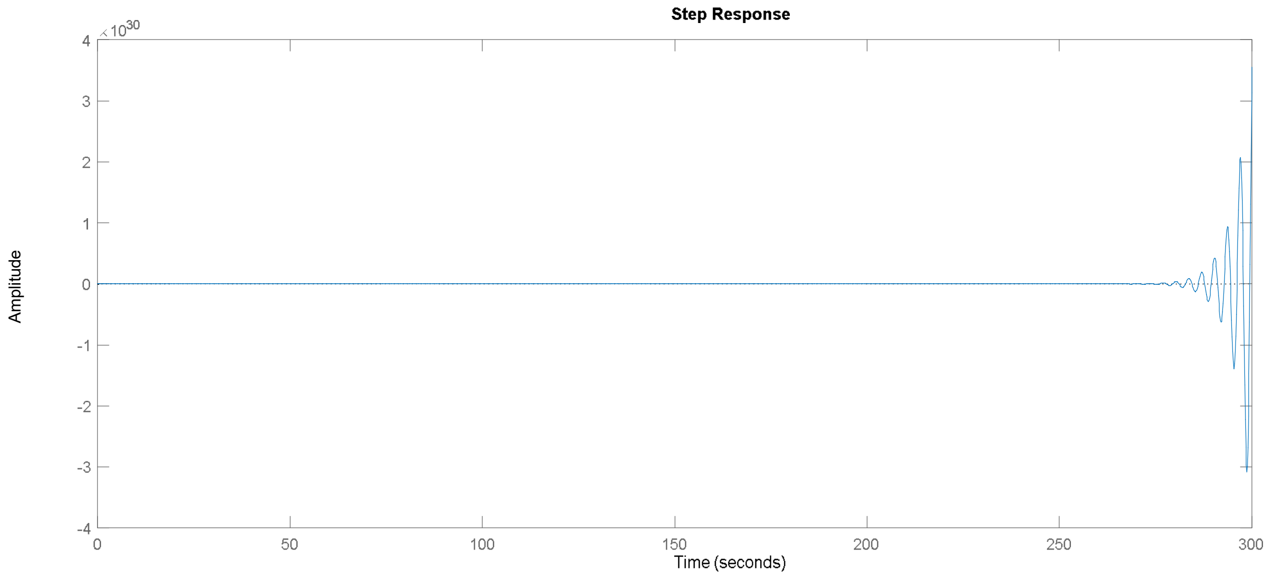

Рисунок 31 — переходная функция W3 при τ = 1.5. Замкнутая система неустойчива

$$W_4(s) = \frac{8s^2 + 2s + 2.4}{10s^2 - 5s + 1}$$

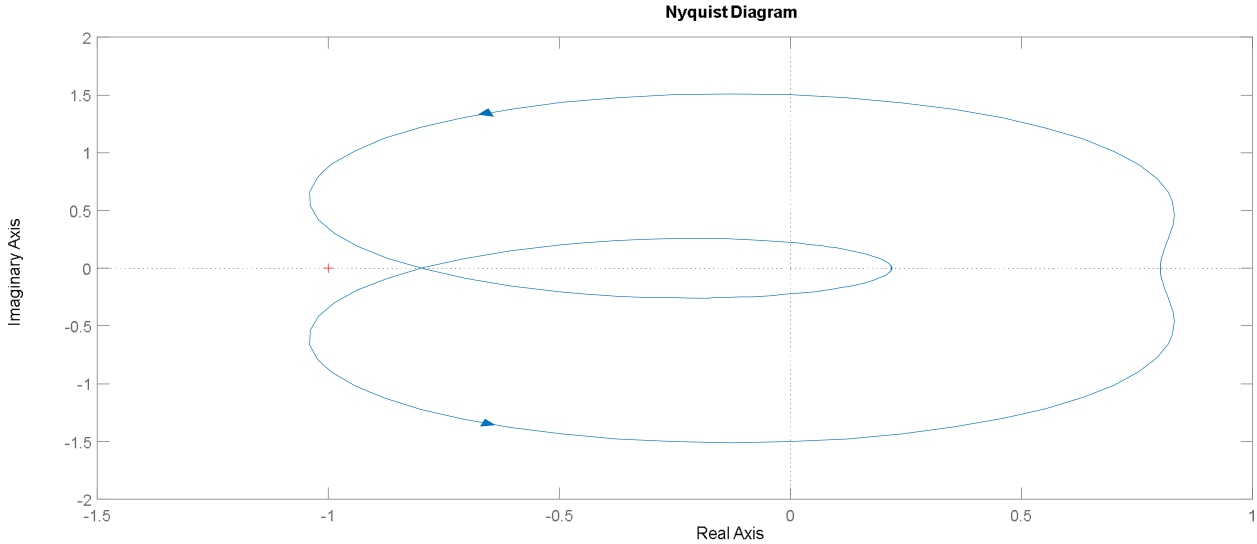

Рисунок 32 — годограф Найквиста W4 при τ = 0

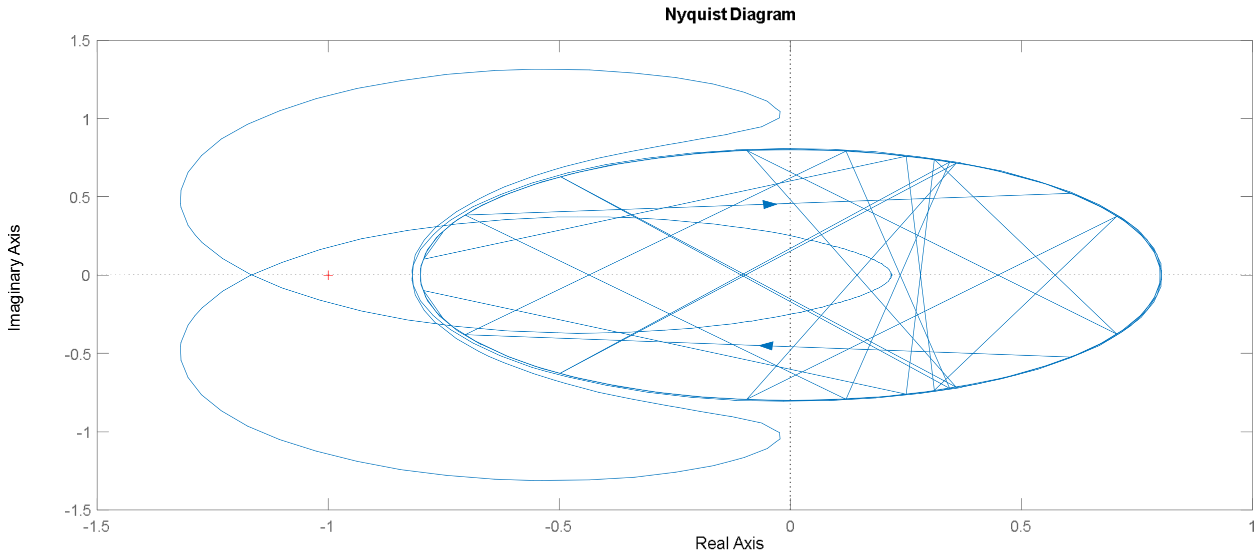

Рисунок 33 — годограф Найквиста W4 при τ = 0.5

Величина запаздывания влияет на закручивание годографа.

Так как направление годографа против часовой стрелки, то при охвате точки (-1, 0) количество неустойчивых полюсов уменьшается.

При $\tau > 0.278$ система становится устойчивой, точка (-1,0) охватывается, количество неустойчивых полюсов уменьшается на два. При $\tau > 1.28$ система становится снова неустойчивой.

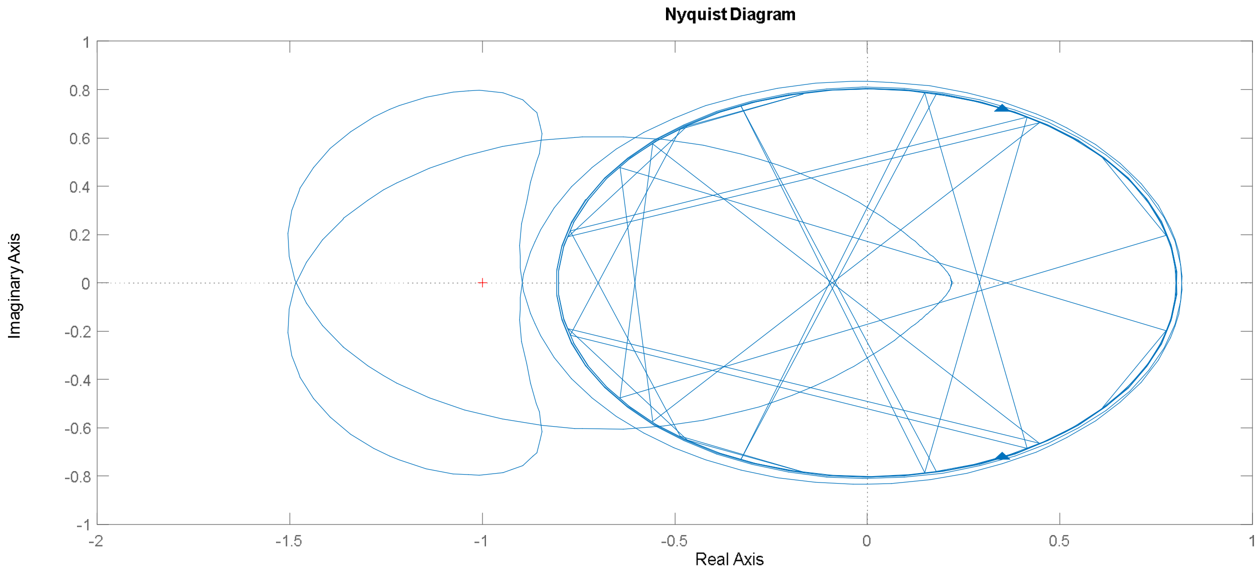

Рисунок 34 — годограф Найквиста W4 при τ = 1. Замкнутая система устойчива

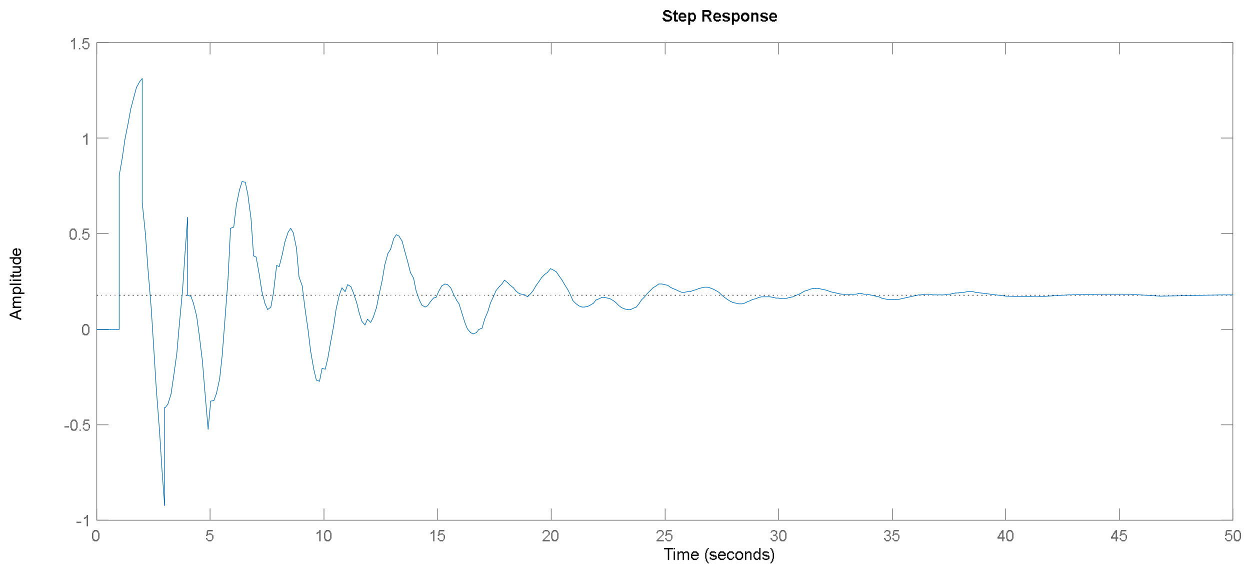

Рисунок 35 — переходная функция W4 при τ = 1. Замкнутая система устойчива

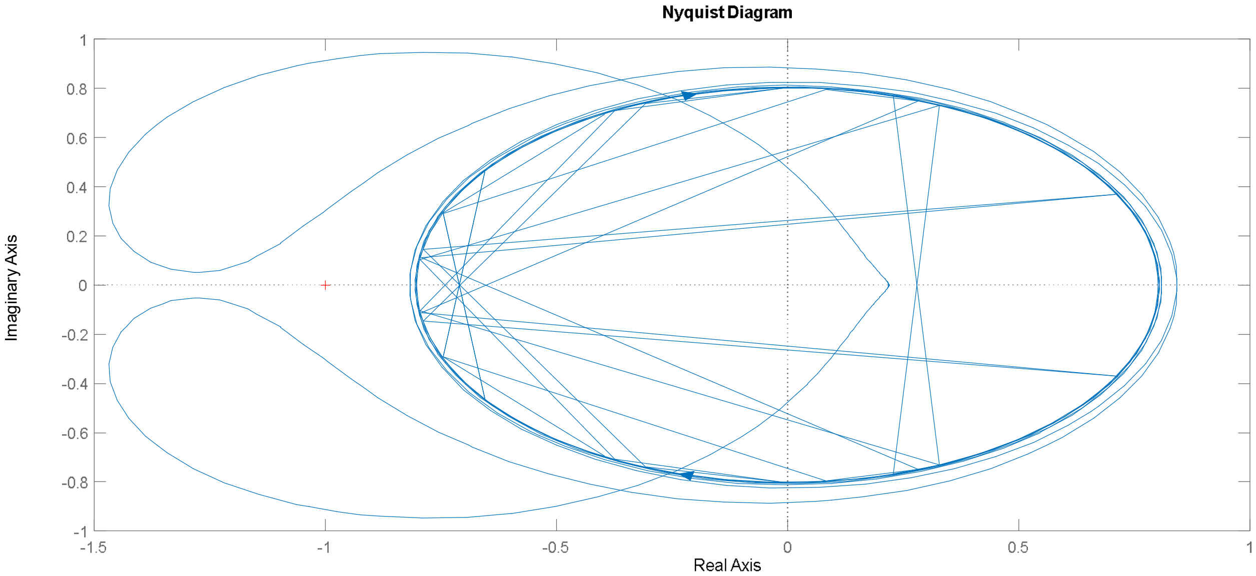

Рисунок 36 — годограф Найквиста W4 при τ = 1.5. Замкнутая система неустойчива

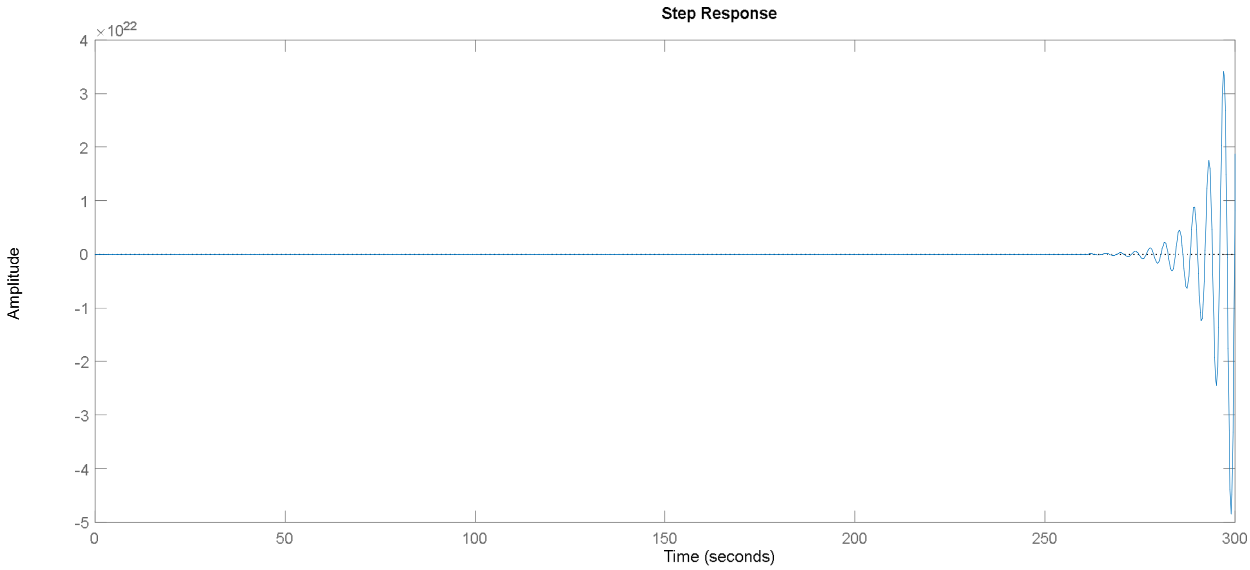

Рисунок 37 — переходная функция W4 при τ = 1.5. Замкнутая система неустойчива

Задание 4

4.1 Система, имеющая бесконечный запас устойчивости по амплитуде

Для выполнения данного условия необходимо, чтобы годограф лежал в правой полуплоскости, значит невозможно растянуть граф, чтобы он коснулся критической точки (-1, 0), следовательно запас будет равен бесконечности.

$$\boldsymbol{W(s) = \frac{s+3}{s^2+6s+7}}$$

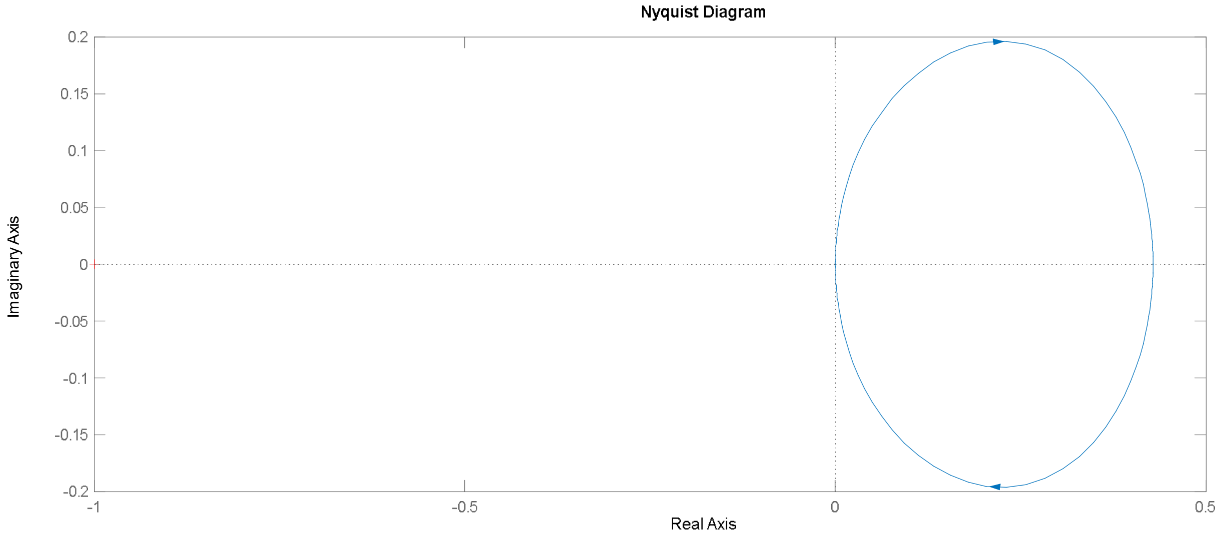

Рисунок 38 — годограф Найквиста при k = 1. Замкнутая система устойчива

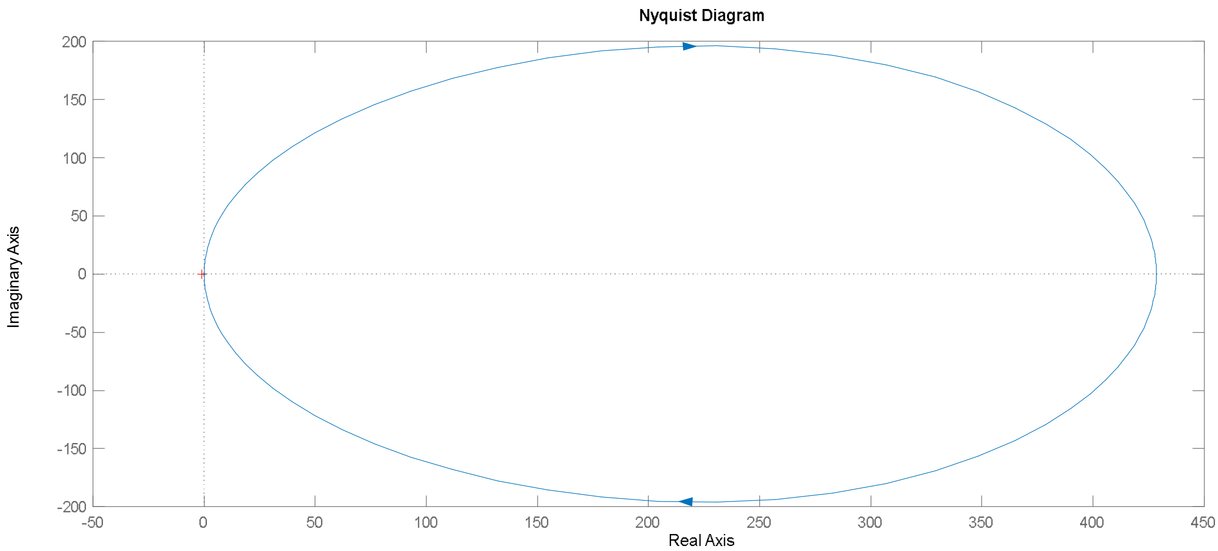

Рисунок 39 — годограф Найквиста при k = 1000. Замкнутая система устойчива

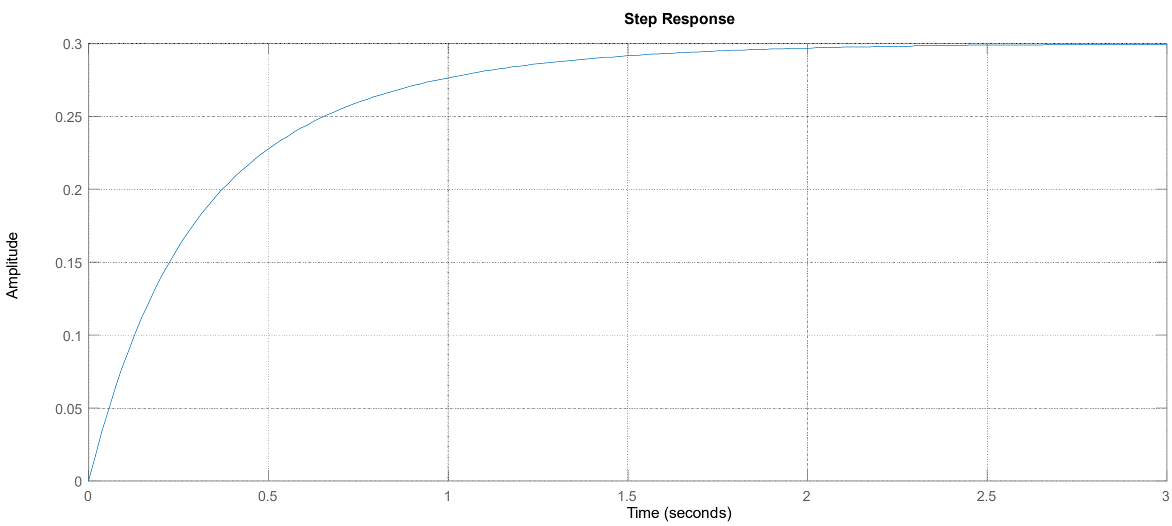

Рисунок 40 — переходная функция замкнутой системы при k = 1000

4.2 Система, имеющая бесконечный запас устойчивости по фазе

$$W(s) = \frac{s+5}{s^2+5s+7}$$

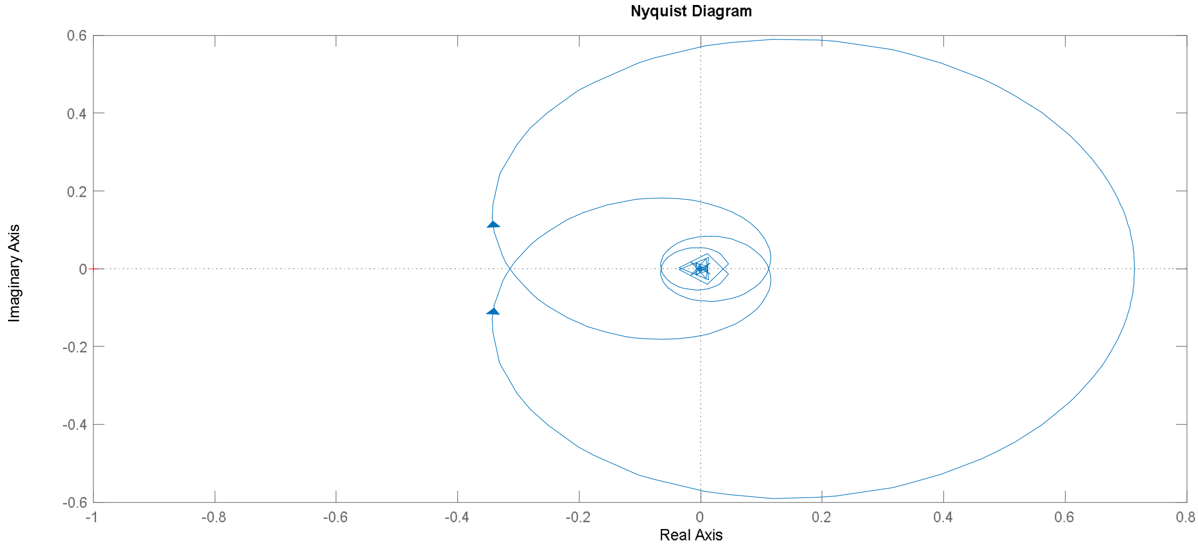

Рисунок 41 — годограф Найквиста при τ = 0.5. Замкнутая система устойчива

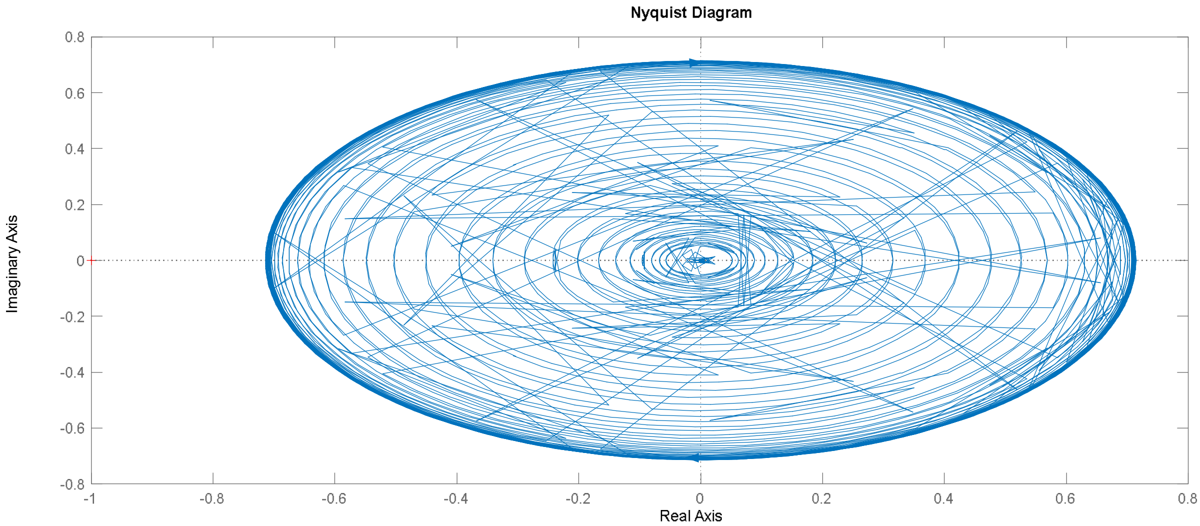

Рисунок 42 — годограф Найквиста при τ = 500. Замкнутая система устойчива

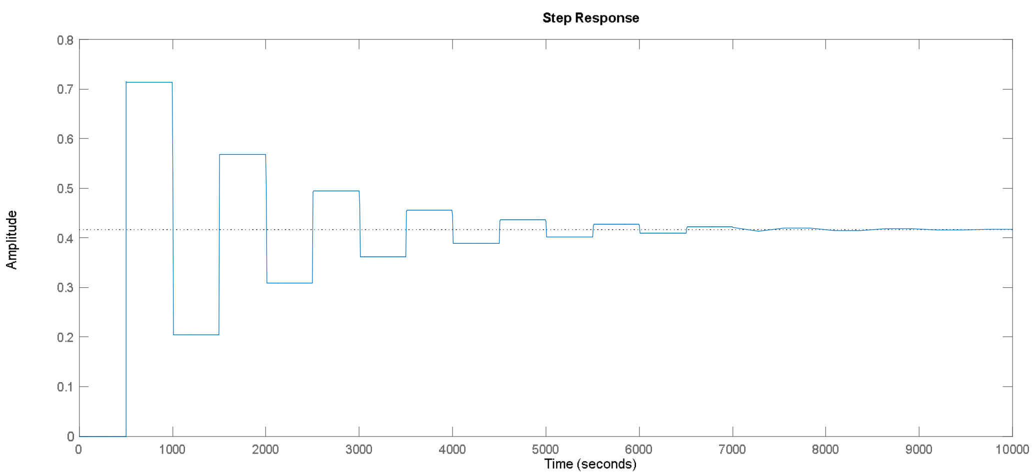

Рисунок 43 — переходная функция замкнутой системы при τ = 500

4.3 Система, которая теряет устойчивость при появлении любого запаздывания

$$W(s) = \frac{2}{3s^2 + 3}$$

Это консервативное звено, система устойчива по Ляпунову.

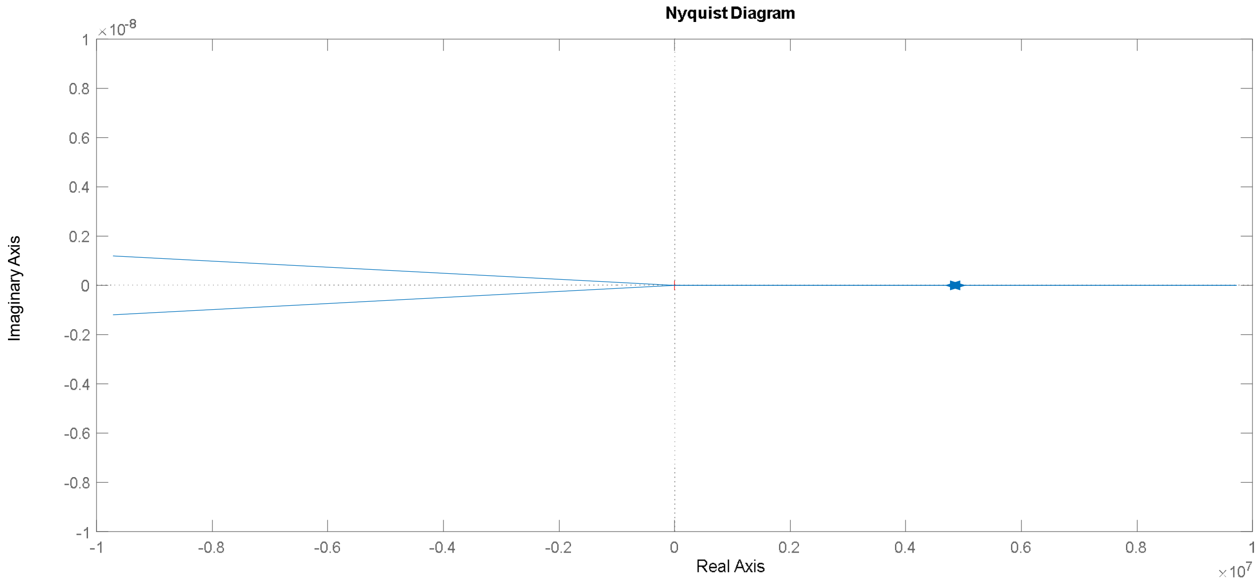

Рисунок 44 — годограф Найквиста при τ = 0. Замкнутая система устойчива по Ляпунову

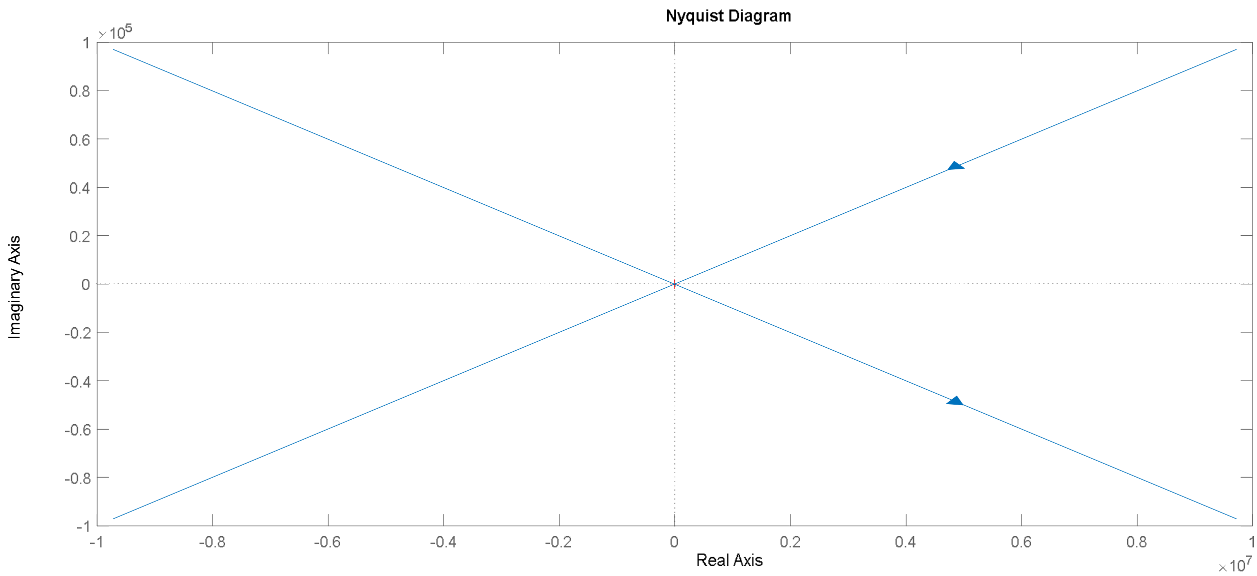

Рисунок 45 — годограф Найквиста при τ = 0.01. Замкнутая система неустойчива

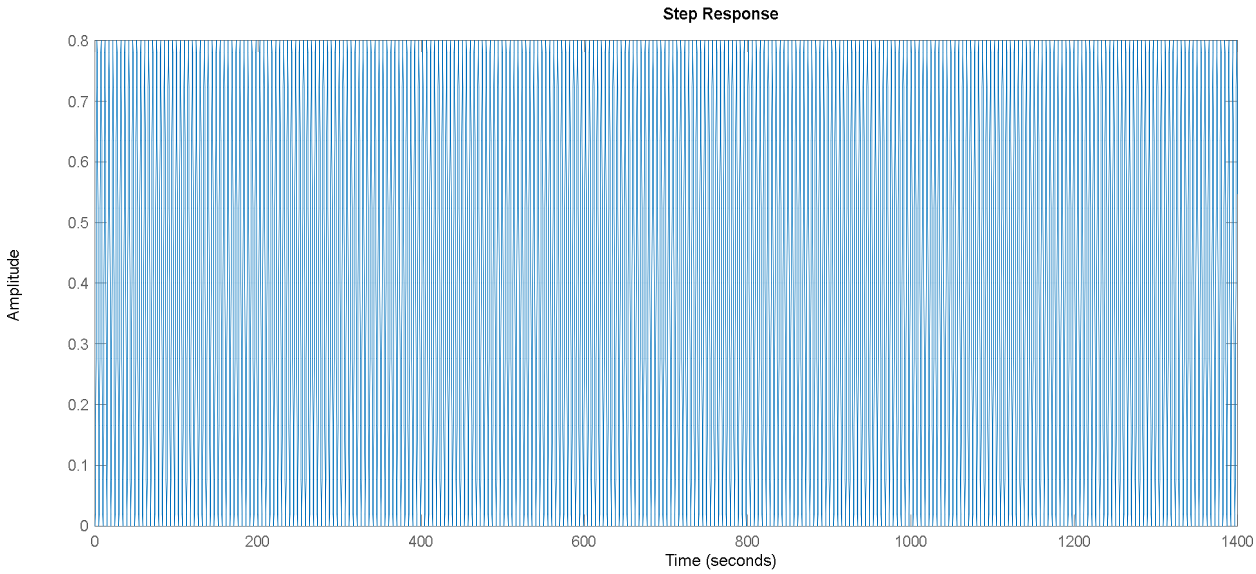

Рисунок 46 — переходная функция замкнутой системы при τ = 0

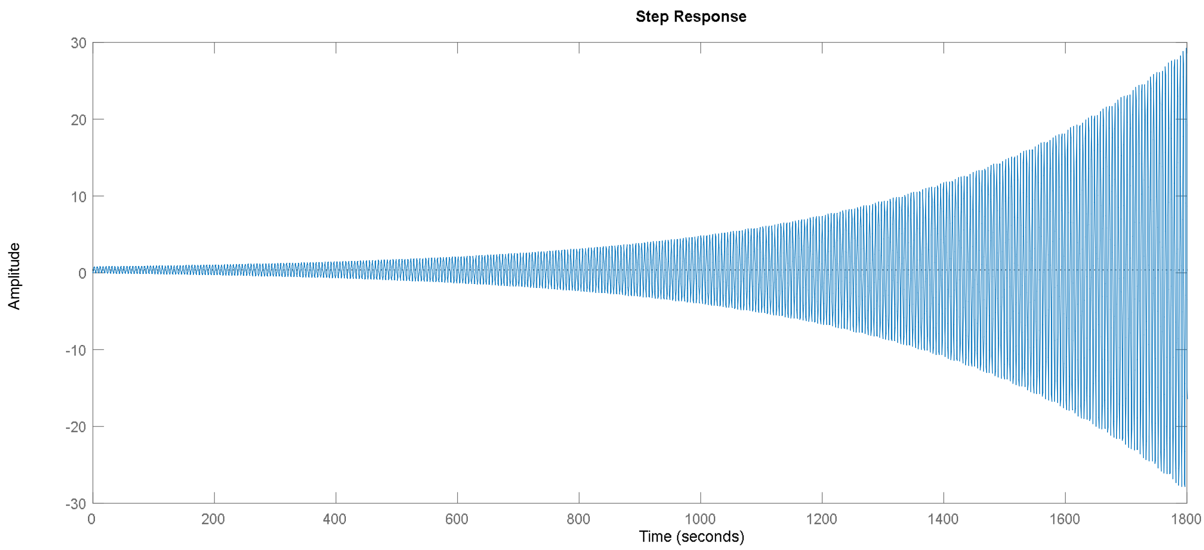

Рисунок 47 — переходная функция замкнутой системы при τ = 0.01

Выводы

В данной лабораторной работе исследовались коэффициенты усиления и критические значения запаздывания, их зависимость. Были найдены запасы устойчивости по амплитуде и фазе при различных значениях k и τ. По приближенно вычисленным критическим значениям были построены переходные характеристики системы, которые были проверкой найденного значения. Переходная характеристика системы со значением большим критическому становилась расходящейся из-за добавления неустойчивого полюса у передаточной функции по критерию Найквиста.