



**ІІТМО**

# **Электрический привод**

## **Практика 1. «Механика электропривода»**

**Маматов Александр Геннадьевич, к.т.н., ассистент ф. СУиР,  
руководитель группы научно-технического развития,  
НПЦ «Прецизионная Электромеханика»**

Какие существуют элементы механической части?

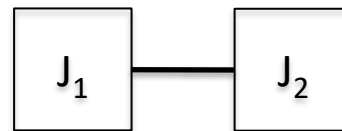
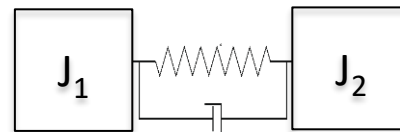
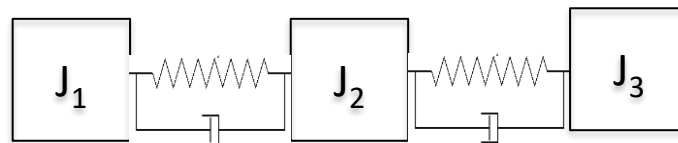
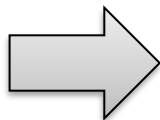
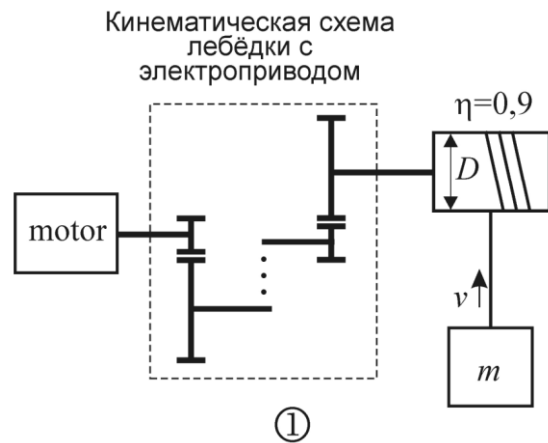


Какие существуют элементы механической части?



- Соединительные муфты
- Механические передачи/кинематические пары
- Исполнительный механизм
- Валы: выходной вал двигателя, валы передач редуктора, входной вал исполнительного механизма
- Подшипники

# Расчетные схемы механической части



# Параметризация механической части



Какими параметрами мы описываем механическую часть?



Какими параметрами мы описываем механическую часть?



- Моменты инерции
- Передаточные числа кинематических пар
- Коэффициент жесткости
- Коэффициент демпфирования
- Статические моменты (например, момент трения)
- Коэффициенты полезного действия

# Параметризация механической части



Переменные состояния механической части?



# Параметризация механической части

Переменные состояния механической части:



- Момент двигателя
- Углы поворота валов, линейные перемещения
- Скорости вращения, линейные скорости
- Ускорения: угловые и линейные



# Приведение параметров

Зачем мы приводим параметры механической части?



Что нам это позволяет?

# Приведение параметров

Зачем мы приводим параметры механической части?



- Переход к единой оси вращения/системе отсчета
- Составление математического описания механической части – математической модели

Что нам это позволяет:

- Выбирать электрический двигатель для привода
- Анализировать переходные процессы в механической части и оценивать качество управления

# Приведение моментов и усилий

ІТМО

Какие моменты действуют на механическую часть электропривода?



Какие моменты действуют на механическую часть электропривода?



- Момент сухого трения
- Момент «вязкого» трения
- Статические моменты: например, от силы тяжести
- Динамический момент: разгон и торможение
- Моменты от внешних воздействий и условий эксплуатации: например, от ветра или качки
- Моменты связанные с конструктивными решениями: например, от кабельного перехода

## Закон сохранения мощности/работы по перемещению

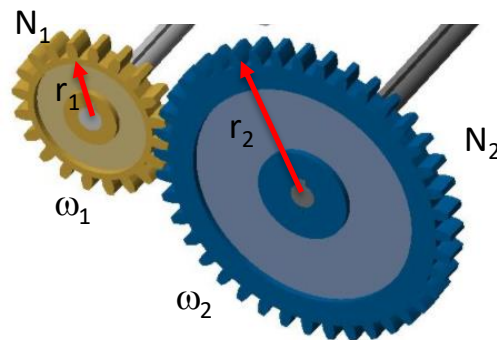


Для одной кинематической пары:

$$\omega_1 M_L = \omega_2 M_2$$

$$M_L = \frac{\omega_2}{\omega_1} M_2 = \frac{M_2}{j_{12}}$$

$$j_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



# Приведение моментов и усилий

Для передаточного механизма:



Вращательное движение:

$$M_L \omega_m = \frac{M_1 \omega_1}{\eta_1} = \frac{M_2 \omega_2}{\eta_1 \eta_2} = \dots = \frac{M_n \omega_n}{\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n}$$

$$M_L = \frac{M_n \omega_n}{\omega_m (\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n)} = \frac{M_n}{j_{1n} \eta_{1n}}$$

Поступательное движение:

$$M_L \omega_m = \frac{F_n v_n}{\eta_{1n}}$$

$$M_L = \frac{F_n v_n}{\omega_m \eta_{1n}} = \frac{F_n \tilde{r}_n}{\eta_{1n}}$$

Общий случай:

Двигательный режим:

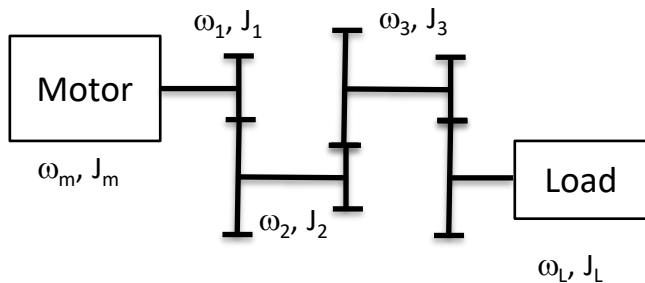
$$M_L = \sum_{k=1}^p \frac{M_k}{j_{1k} \eta_{1k}} + \sum_{i=1}^q \frac{F_i \tilde{r}_i}{\eta_{1i}}$$

Тормозной режим:

$$M_L = \sum_{k=1}^p \frac{M_k \eta_{1k}}{j_{1k}} + \sum_{i=1}^q F_i \tilde{r}_i \eta_{1i}$$

# Приведение маховых масс

## Закон сохранения кинетической энергии



Общий случай:

$$J = J_m + J_1 + \sum_{k=2}^p \frac{J_k}{j_{1k}^2} + \sum_{i=1}^q m_i \tilde{r}_i^2$$

Вращательное движение:

$$\frac{J \omega_m^2}{2} = \frac{J_m \omega_m^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{J_3 \omega_3^2}{2} + \frac{J_L \omega_L^2}{2}$$

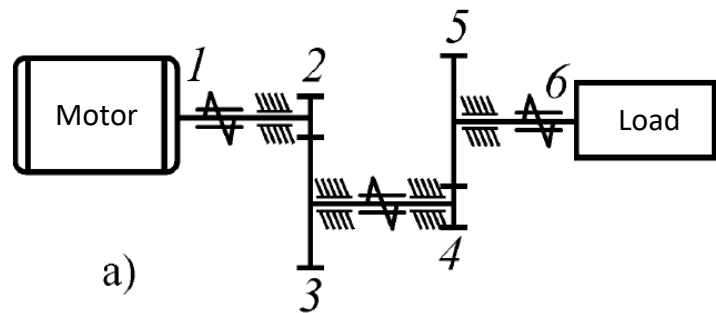
$$J = J_m + J_1 + \frac{J_2}{j_{12}^2} + \frac{J_3}{j_{13}^2} + \dots + \frac{J_L}{j_{1L}^2}$$

Поступательное движение:

$$\frac{J \omega_m^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$J = m \left( \frac{v}{\omega_m} \right)^2 = m \tilde{r}^2$$

## Закон сохранения потенциальной энергии



Вращательное движение:

$$\varphi = \frac{M}{K} = M \left( \frac{1}{K_{12}} + \frac{1}{K_{23}} + \frac{j_{13}^2}{K_{34}} + \frac{j_{13}^2}{K_{45}} + \frac{j_{15}^2}{K_{56}} \right)$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_{12}} + \frac{1}{K_{23}} + \frac{j_{13}^2}{K_{34}} + \frac{j_{13}^2}{K_{45}} + \frac{j_{15}^2}{K_{56}}$$

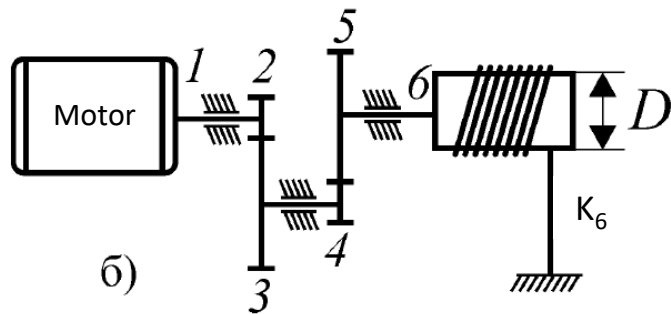
$$\frac{1}{K} = \sum_{k=2}^n \frac{1}{K'_{(k-1)k}} \quad K'_{(k-1)k} = K_{(k-1)k} / j_{1(k-1)}^2$$



## Закон сохранения потенциальной энергии



Поступательное движение:



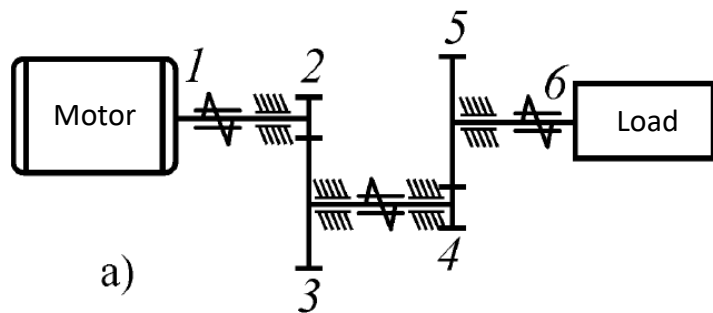
$$K = K_6 \left( \frac{D}{2j_{15}} \right)^2 = K_6 \tilde{r}^2$$

# Приведение коэффициента демпфирования

Демпфирование = рассеивание мощности в механической передаче.

Аналог – сопротивление в электрической цепи

Учитывается как «вязкое» трение, т.е. трение о среду. Характерно для валов, установленных в подшипнике или в другой вязкой среде



$$M_{D12} = B_{12}\omega_1 \quad M_{D34} = B_{34}\omega_2 \quad M_{D56} = B_{56}\omega_3$$

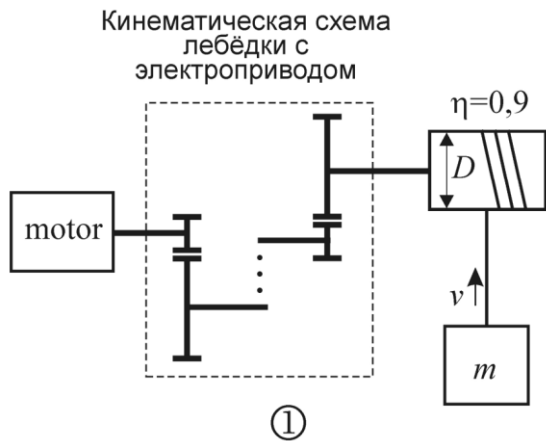
$$M_{D12}\omega_1 = \frac{M_{D34}\omega_2}{\eta_1} = \frac{M_{D56}\omega_3}{\eta_1\eta_2}$$

$$B_{12}\omega_1^2 = \frac{B_{34}\omega_2^2}{\eta_1} = \frac{B_{56}\omega_3^2}{\eta_1\eta_2}$$

$$B_{12} = \frac{B_{34}\omega_2^2}{\eta_1\omega_1^2} = \frac{B_{56}\omega_3^2}{\eta_1\eta_2\omega_1^2}$$

# Пример расчета кинематической схемы

ИТМО



Условия:

$$G = 5000 \text{ кгс}$$

$$v = 1 \text{ см / с}$$

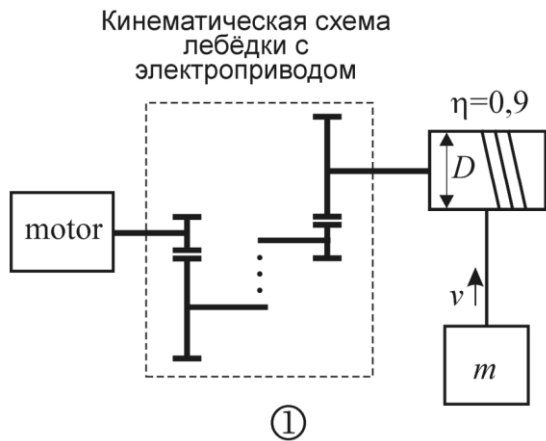
$$n_m = 725 \text{ об / мин}$$

$$\eta_{\text{зн}} = 0.9$$

$$j_{\text{max}} = 5$$

$$D = 300 \text{ мм}$$

# Пример расчета кинематической схемы



Задания:



Определить:

1. передаточное отношение и число ступеней редуктора
2. мощность и вращающий момент двигателя
3. момент инерции, приведённый к валу двигателя, считая массу барабана равной 20 кг, а моменты инерции валов всех ступеней редуктора равными  $0,02 \text{ кгм}^2$

Передачу с числом  $j < j_{\max}$  отнести к выходному валу редуктора.

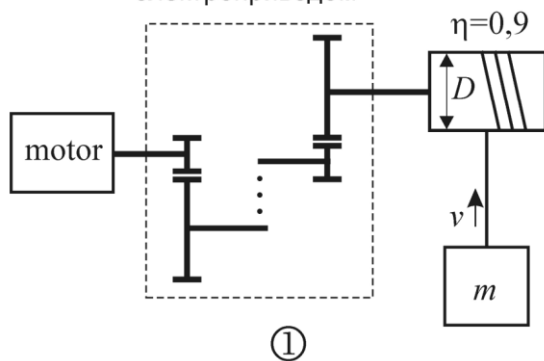
Момент инерции входного вала редуктора принять равным  $0,005 \text{ кгм}^2$

# Пример расчета кинематической схемы



Ход решения

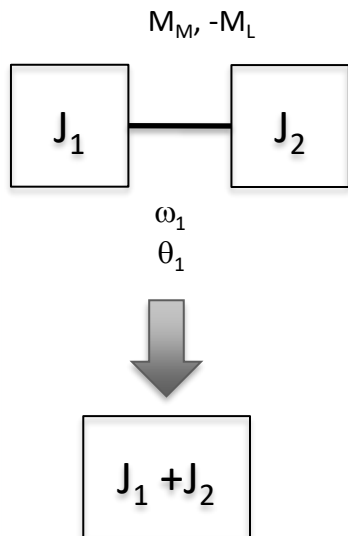
Кинематическая схема  
лебёдки с  
электроприводом



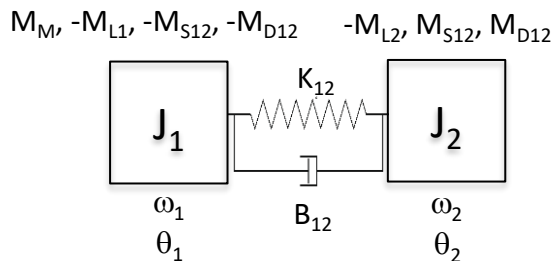
- 1.
- 2.
- 3.

# Динамические модели механики

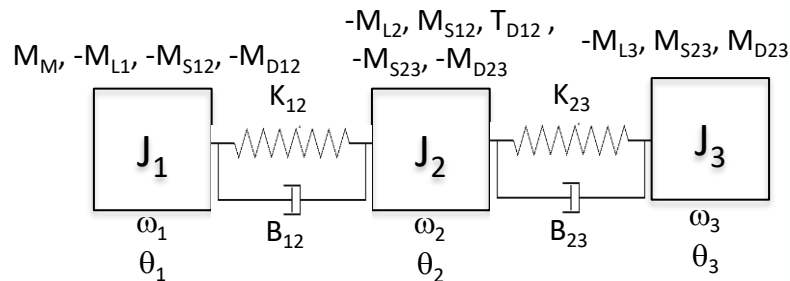
Одномассовая  
модель



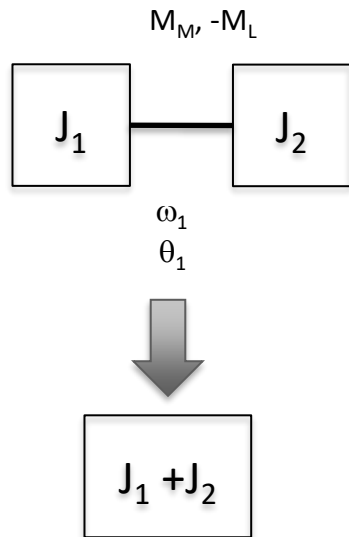
Двухмассовая  
модель



Трехмассовая  
модель



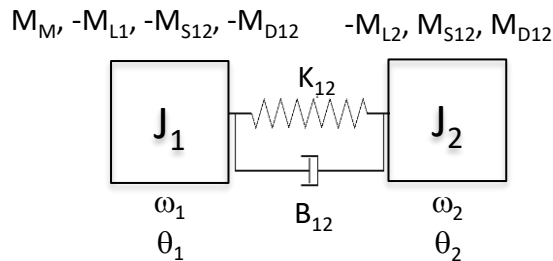
## Одномассовая модель



$$\begin{cases} J_{\Sigma} \frac{d\omega_1(t)}{dt} = M(t) - M_L(t), \\ J_{\Sigma} = J_1 + J_2 \end{cases}$$

$$W_{mech2}(s) = \frac{\omega_1(s)}{M(s)} = \frac{1}{J_1 + J_2} \cdot \frac{1}{s}.$$

## Двухмассовая модель



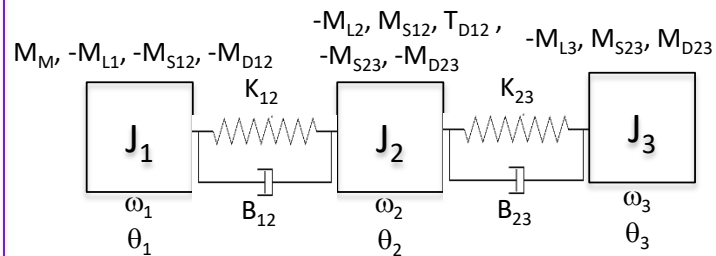
$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = M(t) - M_{s12}(t) - B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L1}(t), \\ \frac{dM_{s12}(t)}{dt} = K_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \\ J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} = M_{s12}(t) + B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L2}(t). \end{cases}$$

$$W_{mech2}(s) = \frac{\omega_1(s)}{M(s)} = \frac{1}{J_1 + J_2} \cdot \frac{\frac{J_2}{K_{12}}s^2 + \frac{B_{12}}{K_{12}}s + 1}{s(\frac{J_1 J_2}{K_{12}(J_1 + J_2)}s^2 + \frac{B_{12}}{K_{12}}s + 1)}.$$

$$W_{mech3}(s) = \frac{\omega_2(s)}{M(s)} = \frac{1}{J_1 + J_2} \cdot \frac{\frac{B_{12}}{K_{12}}s + 1}{s(\frac{J_1 J_2}{K_{12}(J_1 + J_2)}s^2 + \frac{B_{12}}{K_{12}}s + 1)}.$$



## Трехмассовая модель



$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = M(t) - M_{s12}(t) - B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L1}(t), \\ \frac{dM_{s12}(t)}{dt} = K_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)), \\ J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} = M_{s12}(t) + B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{s23}(t) - B_{23}(\omega_2(t) - \omega_3(t)) - M_{L2}(t), \\ \frac{dM_{s23}(t)}{dt} = K_{23}(\omega_2(t) - \omega_3(t)), \\ J_3 \frac{d\omega_3(t)}{dt} = M_{s23}(t) + B_{23}(\omega_2(t) - \omega_3(t)) - M_{L3}(t). \end{cases}$$

## Многомассовая модель



$$\left\{ \begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} &= M(t) - M_{s12}(t) - B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L1}(t), \\ \frac{dM_{s12}(t)}{dt} &= K_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)), \\ J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} &= M_{s12}(t) + B_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{s23}(t) - B_{23}(\omega_2(t) - \omega_3(t)) - M_{L2}(t), \\ \frac{dM_{s23}(t)}{dt} &= K_{23}(\omega_2(t) - \omega_3(t)), \\ &\dots \\ J_{n-1} \frac{d\omega_{n-1}(t)}{dt} &= M_{sn-2n-1}(t) + B_{n-2n-1}(\omega_{n-2}(t) - \omega_{n-1}(t)) - M_{sn-1n}(t) - \\ &- B_{n-1n}(\omega_{n-1}(t) - \omega_n(t)) - M_{Ln-1}(t), \\ \frac{dM_{sn-1n}(t)}{dt} &= K_{n-1n}(\omega_{n-1}(t) - \omega_n(t)), \\ J_n \frac{d\omega_n(t)}{dt} &= M_{sn-1n}(t) + B_{n-1n}(\omega_{n-1}(t) - \omega_n(t)) - M_{Ln}(t), \end{aligned} \right.$$

$$W_{mech}(s) = \frac{\omega_1(s)}{M(s)} = \frac{K_\omega \prod_{i=2,4,6,\dots}^n T_i^2 s^2 + 2\nu T_i s + 1}{s \prod_{j=1,3,5,\dots}^{n-1} T_j^2 s^2 + 2\zeta T_j s + 1},$$

$$K_\omega = \frac{1}{J_1 + J_2 + \dots + J_n} = \frac{1}{J_\Sigma}.$$

Какой физический закон лежит в основе понятия жёсткости упругой связи?



Гука

Ньютона

Паскаля

сохранение энергии

Какой физический закон используется для приведения моментов инерции тел, движущихся поступательно?



Гука

Ньютона

Паскаля

сохранение энергии

Чем определяется радиус приведения?



соотношением скоростей движения элементов

соотношением размеров элементов

соотношением масс элементов

соотношением кинетических энергий элементов

Какое условие используется для получения формул приведения жёсткостей связей элементов??



сохранение кинетической энергии

сохранение потенциальной энергии

сохранение работы по перемещению

сохранение масс элементов

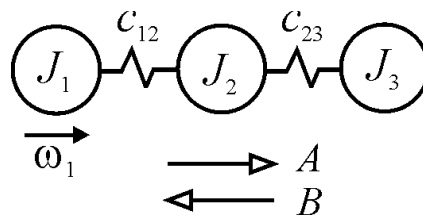
Укажите направление действия момента трения на 2-е тело в статическом режиме



А

В

недостаточно данных для ответа



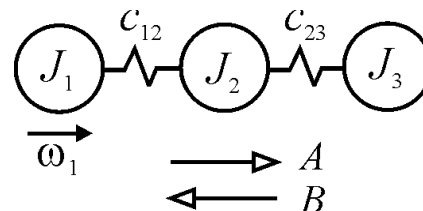
Укажите направление действия момента упругих сил на 3-е тело со стороны 2-го, если вращающий момент двигателя положительный, а вращающий момент нагрузки, действующий на 3-е тело – отрицательный



A

B

недостаточно данных для ответа





Сколько корней имеет характеристическое уравнение двухмассовой упругой системы тел?



Сколько корней имеет характеристическое уравнение трехмассовой упругой системы тел?



**Спасибо  
за внимание!**

**it's**MO *re than a*  
**UNIVERSITY**

Ваши контакты