



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PERUGIA

Corso di laurea in Ingegneria Informatica e Robotica

Dipartimento d'Ingegneria

Titolo del lavoro

Umbria Space Lab - Tecniche di controllo di assetto per nanosatellite

Studenti:

Belal Mehdi, Belia Emanuele,
Mezzetti Giacomo

Coordinatore del lavoro:

Prof. Ficola Antonio

Anno Accademico 2016-2017

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Nanosatellite CubeSat	1
1.2	Descrizione del Problema dell'Assetto	2
1.3	Presentazione del Lavoro	3
2	Parametri Orbitali, Sistemi di Riferimento e Assetto	4
2.1	Parametri Orbitali	4
2.2	Sistemi di Riferimento	8
2.2.1	ECIF (Earth Centered Inertial Frame)	8
2.2.2	ECEF (Earth Centered Earth Fixed)	9
	Coordinate Geocentriche e Geodetiche	9
2.2.3	NED (Nord, East, Down)	11
2.2.4	Orbit Frame	11
2.2.5	Body Frame	12
2.3	Orientamento e Assetto	12
2.3.1	Matrice di Rotazione	12
2.3.2	Angoli di Eulero e Quaternioni	14
2.4	Cinematica Differenziale	16
3	Campo Magnetico Terrestre	19
3.1	Modello di dipolo	19
3.2	International Geomagnetic Reference Field (IGRF)	20
4	Controllo del Puntamento dell'Antenna del Nanosatellite	22
4.1	Introduzione al Problema	22
4.2	Controllo di Velocità e Posizione	24
4.3	Tecniche di Puntamento	25

4.3.1	Calcolo dei Momenti Torcenti - Modello Matematico	25
4.3.2	Calcolo dei Momenti Torcenti - Modello Reale	26
4.4	Tecniche di Detumbling	30
5	Simulazione del Sistema di Controllo	33
5.1	Calcolo dell'Orbita e della Posizione	34
5.2	Calcolo del Campo Magnetico	34
5.3	Schema di Controllo in Retroazione di Posizione e Velocità	35
5.4	Calcolo delle Correnti e dell'Azione di Controllo	37
5.5	Applicazione del Detumbling	39
5.6	Schema per la Gestione della Transizione degli Stati	40
A	Codice Matlab	44

Capitolo 1

Introduzione

Questo lavoro si occupa di risolvere i problemi di orientamento, puntamento e assetto di un nanosatellite CubeSat.

1.1 Nanosatellite CubeSat

Un CubeSat è una tipologia di satellite miniaturizzato a forma cubica (o in genere a forma di parallelepipedo) con un volume di circa 1 dm^3 e di massa non superiore ai 1.33 Kg ; genericamente la sua elettronica e la sua struttura vengono realizzate con componenti reperibili nel mercato elettronico (comunemente detti componenti COTS).



FIGURA 1.1: CubeSat Standard 1U

Le specifiche dei CubeSat sono state studiate per raggiungere diversi obiettivi, la semplificazione della struttura del satellite rende possibili la progettazione e la costruzione di satelliti funzionanti con un costo basso, inoltre la standardizzazione dell'interfaccia tra il lanciatore ed il carico utile riduce il lavoro necessario per accoppiare il satellite con il

Descrizione	Specifica		
Dimensioni	113.5 × 100 × 100 mm		
Massa	< 1.33Kg		
Tipo di stabilizzazione	Stabilizzazione attiva su 3 assi		
Accurtezza assetto	< 10°		
Accuratezza puntamento	< 15°		
Tempo minimo di manovra	TBD		
Velocità minima di rotazione	< 0.05°/s		
Tipologie di assetto	Detumbling, Sun Pointing, Nadir Pointing		
Sensori di assetto	Gyro 3 assi, Magnetometro 3 assi, 6 Sensori di sole		
Attuatori di assetto	3 Magnetocoils (0.12 Am²)		
Pannelli solari	Con celle TJ (GaInP/GaAs/Ge) 30%		
Pacco batteria	> 40 Wh (Li-ion o Li-Poly)		
Potenza generata	Media:	< 1,4 W EOL	
Potenza disponibile payload	Picco:	5.0 W	
	Media:	0.1 W	
Tensione Bus/Max. corrente	Regolato:	3.3V (±1%) @ 5A / 5.0V (±1%) @ 5A	
	Non regolato:	3.3 V ÷ 4.2 V	
Memoria di Bordo	Fino a 128 MB NOR FLASH		
OS	Real Time OS - FreeRTOS		
Bus dati	I2C / CAN / SPI / UART		
Downlink		CH1	CH2
	Banda Frequenza:	435 – 438 MHz	145.8 – 146.0 MHz
	Frequenza:	437.525 Downlink	145.910 MHz U/D
	Modulazione:	GMSK	AFSK
	Bit Rate:	9600 bps	1200 bps
	Potenza:	max. 2W	max. 2W
Uplink		CH1	CH2
	Banda Frequenza:	435 – 438 MHz	145.8 – 146.0 MHz
	Frequenza:	435.525 Uplink	145.910 MHz U/D
	Modulazione:	FSK/AFSK	FSK/AFSK
Antenna	Bit Rate:	1200 bps	1200 bps
		Dipolo	Dipolo
Protocollo comunicazione	AX.25 / CCSDS frame format		
Tempo di vita missione	Min. 1,5 anni		
Orbita ottimale	SSO max 500 Km		
Launch Adapter	ISIPOD, P-POD		
Launcher	VEGA, Dnepr, PSLV, Kosmos-3M, Falcon 1 o 9, Delta II, Taurus XL		

TABELLA 1.1: Specifiche relative al CubeSat 1U

lanciatore (i.e. il veicolo a propulsione designato al lancio di oggetti). Nella Tabella 1.1 sono riportate alcune specifiche relative al CubeSat 1U.

1.2 Descrizione del Problema dell'Assetto

Il nanosatellite è un velivolo che ruota intorno alla Terra su una particolare orbita, il velivolo si serve di un'antenna per comunicare le informazioni raccolte ad una stazione di terra. Affinché ciò sia possibile è necessario che l'antenna del veicolo, montata su una faccia del cubo, sia puntata in una specifica direzione, ovvero orientato in direzione della

stazione di terra.

I nanosatelliti CubeSat montano a bordo diversi dispositivi per il controllo dell'assetto e dell'orientamento come ruote di reazione, bobine magnetiche, sensori di Sole, sensori di velocità angolare, etc... Le ruote di reazione possono essere utilizzate per impartire una coppia di forze e generare una rotazione intorno a un asse del veicolo, ma l'utilità di questi dispositivi è limitata a causa della saturazione. Essi possono essere rimpiazzati da delle bobine magnetiche; si tratta di solenoidi che vengono utilizzati per generare dei momenti torcenti facendovi scorrere un'adeguata corrente, sfruttando il campo magnetico della Terra. In questa maniera vengono generate delle coppie di forze capaci di far ruotare il nanosatellite intorno agli assi in cui sono posti i solenoidi, correggendo l'orientamento.

Questo lavoro si occupa di studiare delle possibili soluzioni che possono risolvere il problema dell'orientamento del nanosatellite, a un'orbita specifica.

1.3 Presentazione del Lavoro

- **Capitolo 2:** Nel Capitolo 2 vengono illustrati i modelli utilizzati per l'orbita del veicolo, i sistemi di riferimento utilizzati per la rappresentazione degli elementi orbitali e la descrizione della rappresentazione utilizzata per l'orientamento e l'assetto.
- **Capitolo 3:** Nel Capitolo 3 viene illustrato il modello utilizzato per la rappresentazione del campo magnetico terrestre.
- **Capitolo 4:** Nel Capitolo 4 vengono descritte le tecniche utilizzate per il controllo del puntamento dell'antenna del nanosatellite.
- **Capitolo 5:** Nel Capitolo 5 vengono mostrati e commentati i risultati delle simulazioni del sistema di controllo.
- **Appendice A:** Nell'Appendice A vengono riportati i codici Matlab utilizzati per le simulazioni

Capitolo 2

Parametri Orbitali, Sistemi di Riferimento e Assetto

In questo lavoro l'orbita di riferimento del satellite è un'orbita kepleriana che viene definita dai parametri illustrati in seguito, la posizione e l'assetto del satellite e di altri elementi presi in considerazione vengono descritti facendo uso di diversi sistemi di riferimento. In seguito vengono illustrati i parametri orbitali, i sistemi di riferimento utilizzati e le tecniche per passare da un riferimento a un altro.

L'assetto del satellite può essere rappresentato in maniera semplice mediante una trasformazione di coordinate relativo a un sistema di riferimento.

2.1 Parametri Orbitali

Un'*orbita* è il percorso incurvato dalla gravitazione di un oggetto attorno a un punto nello spazio; Gli *elementi orbitali* o *parametri orbitali kepleriani* sono un insieme di parametri necessari per determinare in maniera univoca un'orbita, dato un sistema ideale formato da due masse che seguano le leggi newtoniane del moto e la legge di gravitazione universale (mettere un riferimento).

L'insieme dei parametri orbitali (detti parametri orbitali kepleriani, in onore di Johannes von Kepler) è composto da:

- Inclinazione i ;
- Longitudine del nodo ascendente Ω ;
- Argomento del pericentro ω ;

- Eccentricità e ;
- Periodo orbitale T ;
- Anomalia vera θ ;

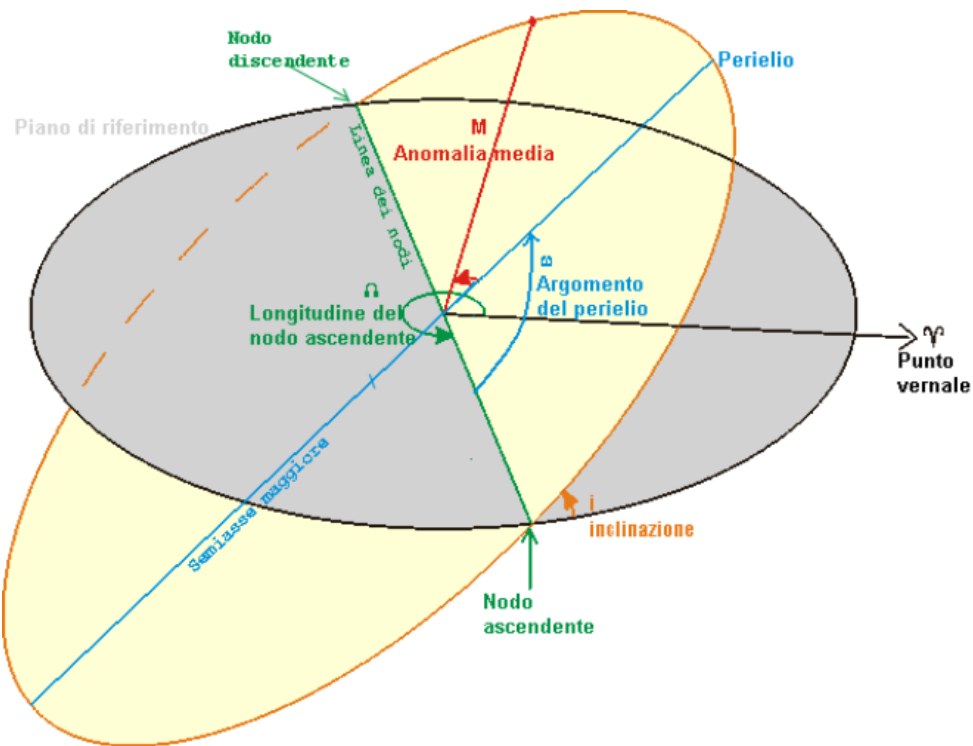


FIGURA 2.1: Parametri orbitali

I parametri riportati individuano l'orbita come segue:

- Il semiasse maggiore (o il periodo) individuano le dimensioni dell'orbita;
- L'eccentricità determina la forma dell'orbita;
- L'inclinazione e la longitudine (o l'ascensione retta) del nodo ascendente precisano il piano orbitale;
- L'argomento del pericentro specifica l'orientazione dell'orbita all'interno del piano;
- L'anomalia vera specifica la posizione dell'oggetto sull'orbita in funzione del tempo.

In linea di principio, una volta che gli elementi orbitali di un corpo sono noti, la sua posizione può essere calcolata in ogni istante di tempo. Tuttavia, oltre alla gravità, altre forze intervengono a perturbare le orbite, quindi gli elementi orbitali cambiano nel tempo; in questo lavoro non vengono prese in considerazione perturbazioni orbitali.

Considerato di costruire un'orbita ellittica intorno alla Terra, in cui la Terra è posto in uno dei due fuochi dell'ellisse, lo scopo nella determinazione dell'orbita è quello di riuscire a esprimere il valore dell'anomalia vera θ (ovvero l'angolo compreso tra il pericentro dell'orbita e la posizione del corpo orbitante) e della distanza R (distanza tra il fuoco e la posizione del corpo) in funzione degli altri parametri orbitali, come eccentricità ed anomalia eccentrica.

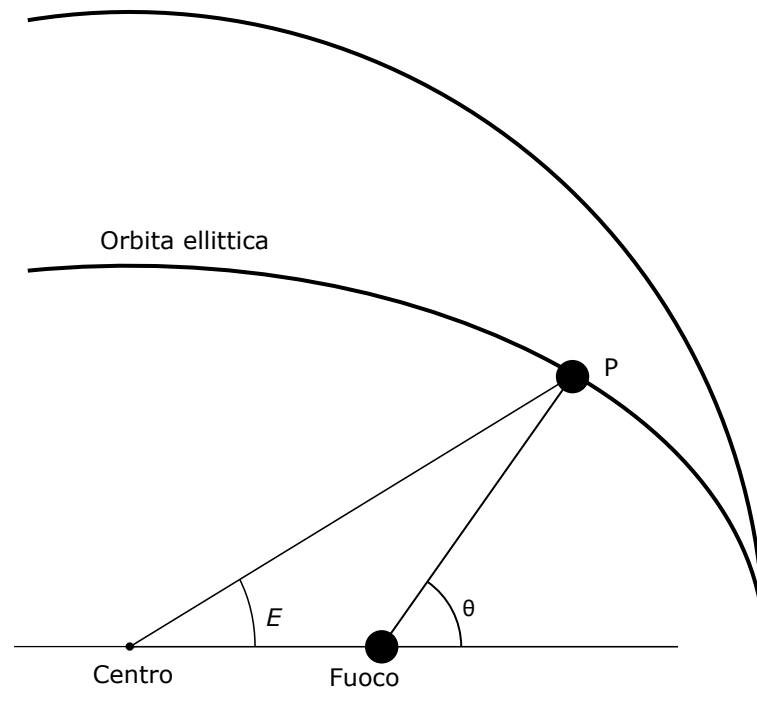


FIGURA 2.2: Relazione tra anomalia eccentrica e angolo θ

Considerato di costruire la posizione del vettore P , che rappresenta la posizione del corpo sull'orbita, in funzione dell'anomalia eccentrica:

$$P = \begin{bmatrix} a \cos E \\ b \sin E \end{bmatrix}$$

Per poter esprimere l'equazione del moto in funzione del corpo è necessario esprimere il vettore P in funzione dell'angolo θ . Ovvero:

$$P = \begin{bmatrix} ae + R \cos \theta \\ R \sin \theta \end{bmatrix}$$

Per cui si può esprimere il sistema di equazioni:

$$\begin{cases} R \sin \theta = b \sin E \\ R \cos \theta = a \cos E - ae \end{cases}$$

Da cui:

$$R^2 = b^2 \sin^2 E + (a \cos E - ae)^2$$

$$R^2 = a^2(1 - e^2) \sin^2 E + a^2 \cos^2 E + a^2 e^2 - 2a^2 e \cos E$$

$$R^2 = a^2 + a^2 e^2 + ae \cos E - ae$$

Noto che $b = a\sqrt{1 - e^2}$. In questo modo si ottiene la il valore della distanza R in funzione di anomalia eccentrica, asse maggiore ed eccentricità:

$$R = a(1 - e \cos E)$$

Partendo dal valore di R si possono scrivere:

$$\sin \theta = \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{a(aE - e)}{R}$$

Una volta ottenuta l'espressione di θ (di cui è noto seno e coseno) e R si è in grado di rappresentare l'orbita; questi due elementi sono sufficienti a rappresentare un elemento orbitante in funzione della posizione del fuoco.

Di fatto l'orbita di un corpo può essere determinata in ogni punto in funzione del tempo, se si prende in considerazione l'equazione di Keplero la dipendenza dal tempo è

espressa nel valore dell'anomalia eccentrica:

$$E(t) - e \sin E(t) = \omega(t - t_0)$$

Dove t_0 rappresenta l'istante di tempo in cui il corpo si trova al perigeo e $\omega = \frac{2\pi}{T}$ la velocità angolare del corpo, con:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} a^{\frac{3}{2}}$$

il periodo dell'orbita. In realtà non è possibile calcolare in forma chiusa il valore dell'anomalia eccentrica a partire dall'equazione di Keplero, esistono delle tecniche approssimate che permettono il calcolo in modo iterativo. In Appendice A è riportato il codice Matlab utilizzato per il calcolo dell'orbita nelle simulazioni.

2.2 Sistemi di Riferimento

Un *sistema di riferimento* è un sistema rispetto al quale vengono compiute determinate misurazioni, per questo lavoro viene fatto uso di diversi sistemi di riferimento descritti qui nel seguito.

2.2.1 ECIF (Earth Centered Inertial Frame)

ECIF (o ECI) è un sistema di riferimento inerziale, fa riferimento alle stelle fisse in cui l'origine è posta nel centro di massa della Terra, e viene descritto da tre assi identificati da una terna di versori: $[x_i, y_i, z_i]$. z_i è diretto verso il polo nord celeste, lungo l'asse di rotazione della Terra, x_i punta verso l'equinozio di primavera dell'emisfero nord. L'asse y_i può essere ottenuto considerando un'asse che completa una terna ortogonale, tramite la regola della mano destra. Il moto del centro di massa della Terra in realtà è un moto complesso, esso è soggetto a un moto di rivoluzione intorno al sole su una traiettoria ellittica, inoltre la Terra è animata da un moto di rotazione intorno al suo asse con periodo pari a un giorno, oltre ad altri moti che contribuiscono alla complessità del moto terrestre (come il moto di precessione e nutazione). Tuttavia nello studio di problemi di navigazione atmosferica è ragionevole assumere un riferimento che ha origine nel centro di massa della Terra come un riferimento inerziale.

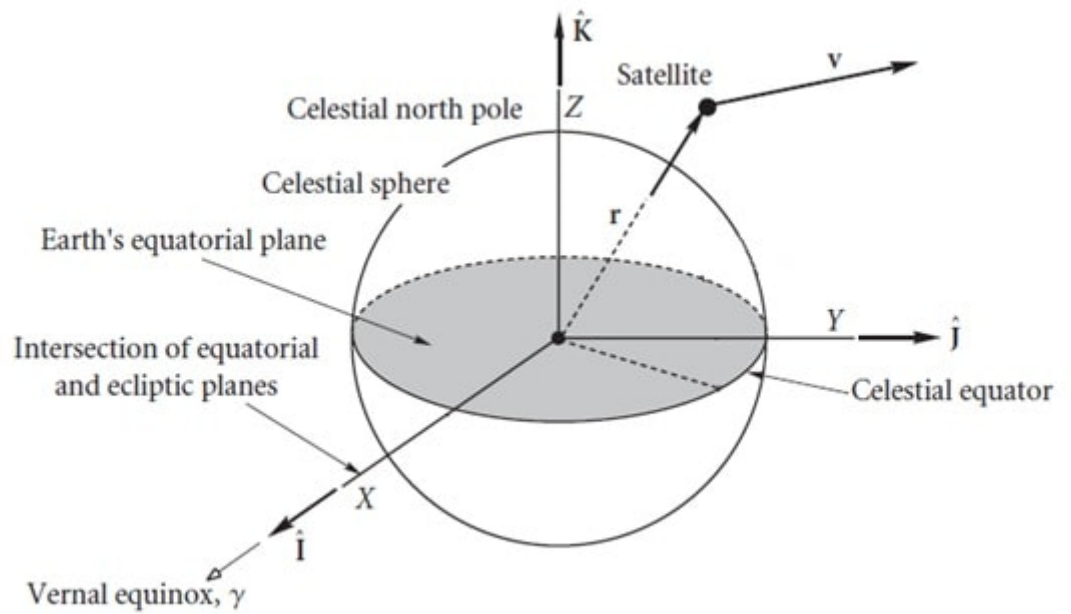


FIGURA 2.3: Sistema di coordinate ECIF

2.2.2 ECEF (Earth Centered Earth Fixed)

ECEF è un sistema di riferimento che ruota insieme alla terra, l'origine è posto nel centro di massa della Terra, in pratica un asse è lo stesso di ECIF, ed è identificato da una terna di versori $[x_e, y_e, z_e]$. L'asse z_e è diretto verso il polo nord celeste, come nel caso del sistema ECIF, l'asse x_e è diretto verso il punto in cui si intersecano il meridiano di latitudine 0° e il parallelo di longitudine 0° ; l'asse y_e può essere ottenuto considerando un'asse che completa una terna ortogonale, tramite la regola della mano destra.

Il sistema ECEF è un sistema solidale alla rotazione terrestre, per cui questo sistema di riferimento ha una velocità angolare: $\omega = \frac{2\pi}{p_e}$, dove p_e rappresenta il tempo impiegato dalla Terra per eseguire un'intera rotazione attorno al proprio asse, ovvero il giorno siderale, che è circa uguale a $p_e \approx 86164 \text{ sec}$, per cui la velocità angolare del sistema ECEF (rispetto al sistema inerziale) equivale a: $\omega = 7.2921 \times 10^{-5} \text{ rad/sec}$.

Coordinate Geocentriche e Geodetiche

La Terra è un corpo celeste di forma irregolare, per cui solitamente la sua superficie viene approssimata con una superficie immaginaria più regolare detta *geoide*. Un geoide a sua volta viene modellato con una superficie media coincidente con un ellissoide, detto *ellissoide globale*.

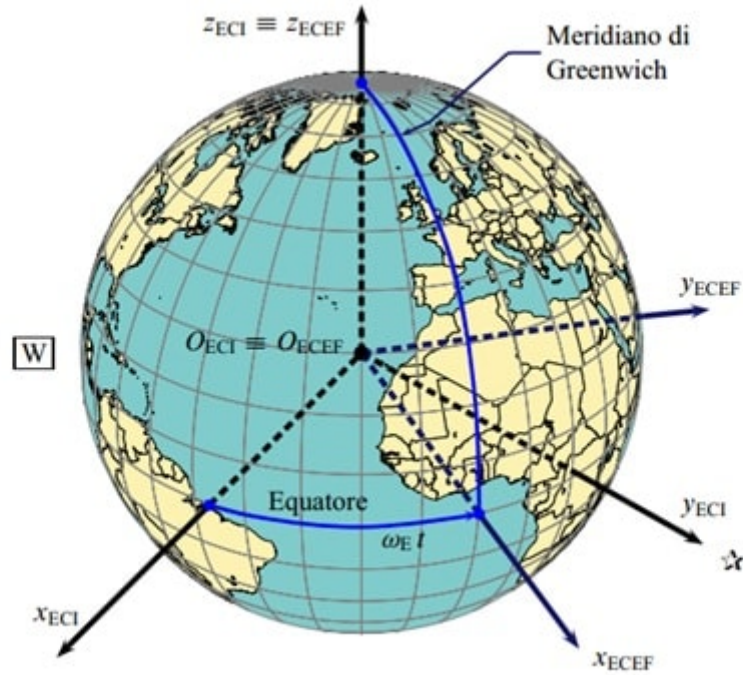


FIGURA 2.4: Relazione tra coordinate ECI e ECEF

Per descrivere la posizione di un punto di interesse C esistono due tipologie di riferimenti di tipo Earth Fixed; le *coordinate geodetiche* e le *coordinate geocentriche*. Una *retta geocentrica* è una retta che unisce il centro terrestre con il punto di interesse C , mentre una *retta geodetica* è una retta passante per il punto C ed ortogonale all'ellissoide globale.

L'angolo formato tra la retta geodetica e il piano equatoriale è detto *latitudine geodetica* λ_{Geod} , mentre l'angolo formato con il meridiano di Greenwich è detto *longitudine geodetica* μ_{Geod} . Quando le analoghe grandezze sono misurate a partire da una retta geocentrica si parla di *latitudine e longitudine geocentriche*, λ_{Geoc} e μ_{Geoc} .

La differenza tra le latitudini geocentriche e quelle geodetiche si accentua alle latitudini intermedie mentre è nulla ai poli e all'equatore, generalmente la latitudine geodetica è maggiore di quella geocentrica. Dal punto di vista matematico la relazione tra le due grandezze è dato da:

$$\tan \lambda_{Geod} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \tan \lambda_{Geoc} \quad (2.1)$$

Dove a e b sono gli elementi mostrati in Figura 2.5.

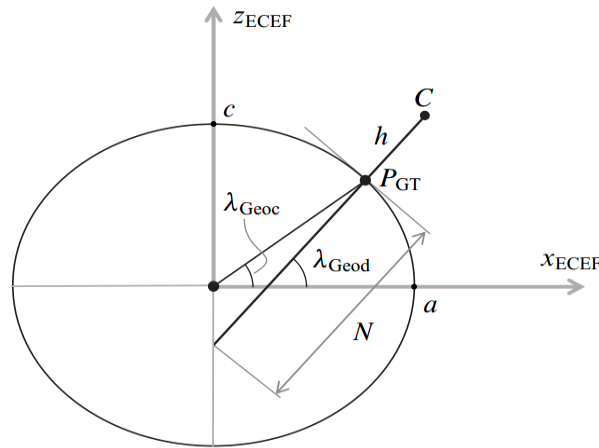


FIGURA 2.5: Relazione tra latitudini Geodetiche e Geocentriche

2.2.3 NED (Nord, East, Down)

NED $[x_n, y_n, z_n]$ è un sistema di riferimento che fa riferimento alla superficie terrestre, e varia in base alla posizione del punto da descrivere, gli assi x_n e y_n si trovano sul piano tangente alla superficie della Terra, mentre l'asse z_n è perpendicolare a questo piano e punta verso il centro della Terra. L'asse x_n è definito in modo da puntare sempre verso nord, il che significa che per poter definire una terna ortonormale l'asse y_n punta sempre verso est, da cui il nome di questo sistema di riferimento. In Figura 2.6 è mostrato il sistema NED per longitudini differenti, la linea tratteggiata rappresenta l'asse z_n .

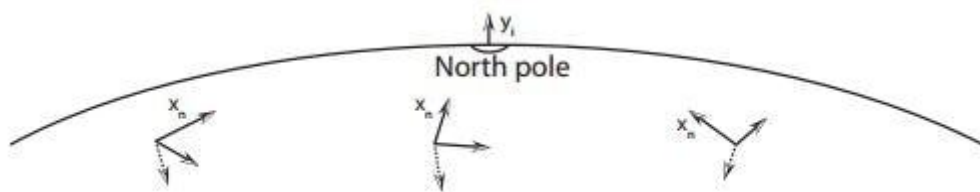


FIGURA 2.6: Sistema di riferimento NED per diverse longitudini

2.2.4 Orbit Frame

Orbit Frame $[x_o, y_o, z_o]$ è un sistema di riferimento la cui origine si trova nel centro di massa del satellite, l'asse z_o punta sempre verso il centro della Terra, l'asse x_o è allineato con il vettore della velocità tangenziale del corpo, l'asse y_o si ottiene considerando un'asse

che completa una terna ortogonale, tramite la regola della mano destra, esso si trova dunque ortogonale al piano dell'orbita.

2.2.5 Body Frame

Body Frame $[x_b, y_b, z_b]$ è un sistema di riferimento la cui origine si trova del centro di massa del satellite, ma a differenza del precedente non è un sistema fisso, ruota con il satellite, esso descrive dunque l'orientamento del corpo. In questo problema specifico l'oggetto di cui è necessario descrivere moto e assetto è identificabile da una forma geometrica cubica, l'antenna del satellite si trova su una delle facce del cubo. Per cui l'asse z_b si trova ortogonale alla faccia del cubo in cui è posta l'antenna.

2.3 Orientamento e Assetto

L'assetto del satellite viene descritto da una trasformazione di coordinate di un sistema di riferimento rispetto a un altro sistema fisso, solitamente quello inerziale; dunque l'assetto viene descritto da una *matrice di rotazione*. Esistono diversi modi per descrivere l'orientamento di un corpo, per questo lavoro sono stati utilizzati i concetti di *angoli di Eulero* e *quaternioni*.

2.3.1 Matrice di Rotazione

la matrice di rotazione è la matrice dei coseni direttori fra gli assi di due terne; in particolare R_1^0 è la matrice dei coseni direttori degli assi della terna 1 rispetto agli assi della terna 0. Le colonne della matrice di rotazione R_1^0 sono versori fra loro ortogonali sono i versori della terna 1 rappresentati nella terna 0.

Proprietà della matrice di rotazione:

- La matrice di rotazione R è una matrice ortonormale:

$$R^T R = R R^T = I$$

- Le matrici di rotazione sono non singolari, essendo costituite da vettori ortogonali, i quali sono linearmente indipendenti. Il determinante della matrice di rotazione

vale $\det(R) = 1$ se le due terne cui si riferisce sono concordi (entrambe levogire o destrogire); in caso contrario si ha $\det(R) = -1$.

- Essendo non singolari esiste sempre la matrice inversa. Moltiplicando da destra per la matrice inversa si ottiene la seguente relazione:

$$R^T R(R^{-1}) = I(R^{-1})$$

Per definizione risulta: $R(R^{-1}) = I$, per cui $R^T = R^{-1}$. Facendo riferimento alla matrice R_1^0 si ha:

$$(R_0^1)^T = (R_0^1)^{-1} = R_1^0$$

Dato un vettore p , sia p^1 un vettore rappresentato nella terna (O_1, x_1, y_1, z_1) , si parla di *cambiamento di riferimento* quando si vuole ottenere la rappresentazione p^0 di p nella terna (O_0, x_0, y_0, z_0) avente l'origine coincidente con quella della terna mobile $O_0 = O_1$. Dato che p^0 e p^1 sono due rappresentazioni dello stesso vettore, si ha che:

$$p_0 = p_x^0 x_0^0 + p_y^0 y_0^0 + p_z^0 z_0^0 = p_x^1 x_1^0 + p_y^1 y_1^0 + p_z^1 z_1^0 = [x_1^0 y_1^0 z_1^0] \begin{bmatrix} p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \end{bmatrix} = R_1^0 p^1$$

Inoltre grazie alla proprietà di ortonormalità della matrice R_0^1 risulta $p^1 = R_0^1 p^0$. Dunque una matrice di rotazione può essere utilizzata come una matrice di trasformazione di coordinate di un vettore da una terna a un'altra.

Un'altra proprietà importante delle matrici di rotazione è rappresentata dalla composizione di matrici, considerato di avere un vettore p rappresentato nei riferimenti (O_0, x_0, y_0, z_0) , (O_1, x_1, y_1, z_1) e (O_2, x_2, y_2, z_2) rispettivamente dai vettori p_0 , p_1 e p_2 ; considerato di descrivere la trasformazione dal primo riferimento al secondo dalla matrice R_0^1 , e la trasformazione dal secondo riferimento al terzo dalla matrice R_1^2 , si può descrivere la trasformazione del primo riferimento al terzo tramite la matrice ottenuta per composizione delle due precedenti:

$$R_0^2 = R_1^2 R_0^1$$

2.3.2 Angoli di Eulero e Quaternioni

Vengono introdotti due metodi per rappresentare l'orientamento (ovvero le rotazioni) di un corpo.

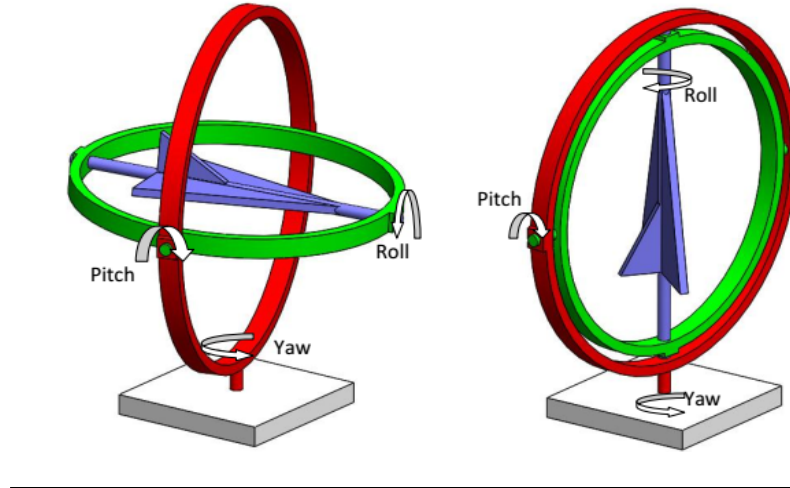


FIGURA 2.7: Condizione di gimbal-lock

Gli *angoli di Eulero* sono una rappresentazione semplice, che descrive l'orientamento come composizione di tre rotazioni semplici, ovvero rotazioni intorno agli assi principali del corpo, il problema di questo genere di rappresentazione è che soffre di alcune singolarità che rendono difficoltosa la rappresentazione (come la condizione di *gimbal-lock*, mostrata in figura 2.7, in cui due assi sono allineati e rendono la rappresentazione indeterminata). La rappresentazione con i *quaternioni* è una rappresentazione che fa uso di quattro parametri che permette di evitare questo genere di fenomeni.

Gli angoli di Eulero sono:

- ϕ : angolo di precisione, descrive la rotazione intorno all'asse z ;
- θ : angolo di nutazione, descrive la rotazione intorno all'asse x ;
- ψ : angolo di rotazione propria, descrive la rotazione intorno all'asse y .

Per cui se si tiene in considerazione la composizione di queste tre matrici, l'orientamento del corpo è descritto dalla seguente matrice di rotazione:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & -\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \\ \cos \phi \cos \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi & -\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \psi & \sin \theta \cos \psi & \cos \theta \end{bmatrix}$$

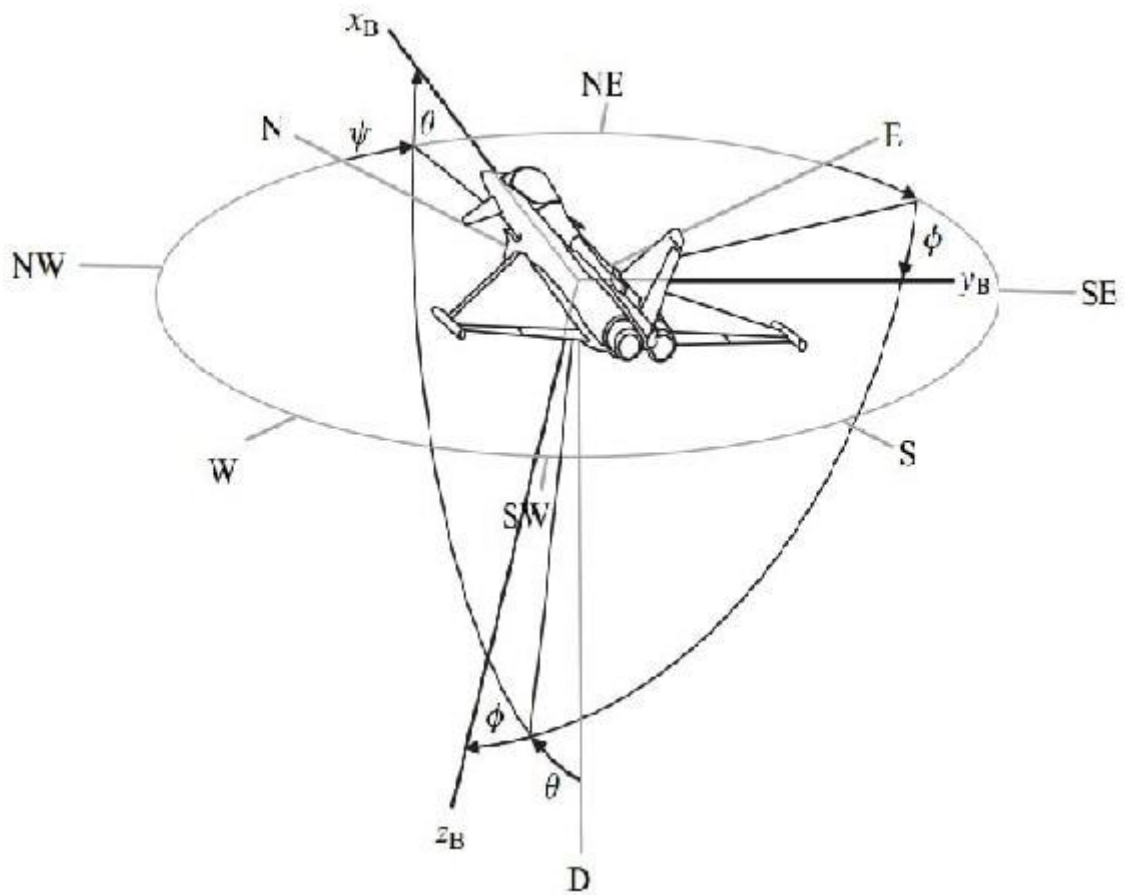


FIGURA 2.8: Rappresentazione degli angoli di Eulero

In figura 2.8 vengono rappresentati gli angoli di Eulero di un velivolo, dipendentemente dal sistema di riferimento Orbit Frame. Nel caso in cui $\theta = 0$ oppure $\theta = \pi$ risulta che la prima e la terza rotazione producono lo stesso effetto, per cui non si riesce a distinguere l'applicazione di un angolo di precessione dall'applicazione di un angolo di rotazione propria; è evidente che nel caso si utilizzino queste trasformazioni nei sistemi di controllo di velivoli queste condizioni devono essere gestite opportunamente.

Per eliminare le singolarità nelle trasformazioni si può esprimere la matrice di trasformazione in termini di *quaternioni*. Il *quaternione* è un ente matematico rappresentato dall'insieme dei parametri $Q = (q_0, q_1, q_2, q_3)$, l'elemento q_0 è detto parte scalare, mentre il vettore $q = [q_1, q_2, q_3]^T$ è la parte vettoriale del quaternione. In questo caso la matrice

di rotazione è espressa da:

$$R = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

Con:

$$q_0 = \cos(\theta/2), q_1 = r_x \sin(\theta/2), q_2 = r_y \sin(\theta/2), q_3 = r_z \sin(\theta/2)$$

Inoltre:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$$

Dove il versore r rappresenta un asse di rotazione, decomposto nelle sue componenti e l'angolo θ la quantità della rotazione (rappresentazione asse-angolo), in questo caso la matrice di rotazione non soffre di singolarità.

2.4 Cinematica Differenziale

Nel caso in cui si voglia descrivere il moto di un velivolo, le varie terne di riferimento si muovono una rispetto all'altra, il che rende le matrici di rotazione dipendenti dal tempo. Consideriamo due terne di riferimento e la loro matrice di rotazione:

$$R_b^a = (R_a^b)^{-1} = (R_a^b)^T \longrightarrow R_b^a (R_b^a)^T = I$$

Derivando rispetto al tempo questa espressione si ottiene:

$$\frac{d}{dt}[R_b^a (R_b^a)^T] = \dot{R}_b^a (R_b^a)^T + R_b^a (\dot{R}_b^a)^T = 0$$

Definendo la matrice S come $S = \dot{R}_b^a (R_b^a)^T$ si può esprimere $S = -S^T$, il che rende la matrice S anti-simmetrica. Poiché ogni matrice anti-simmetrica di dimensione 3×3 può essere espressa con 3 elementi possiamo esprimere la matrice $S(\omega_{ab}^a)$ come:

$$S(\omega) \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Il vettore $\omega_{ab}^a = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]$ ha una interpretazione fisica fondamentale: esso rappresenta il vettore della velocità angolare del sistema di riferimento $[x_b, y_b, z_b]$ rispetto al sistema di riferimento $[x_a, y_a, z_a]$, espresso nelle coordinate del riferimento $[x_a, y_a, z_a]$. Da una semplice operazione matriciale si ottiene:

$$\dot{R}_b^a = R_b^a S(\omega_{ab}^a)$$

Tale formula lega la derivata della matrice di rotazione alla matrice stessa, mediante la matrice antisimmetrica che dipende dalla velocità angolare della terna mobile.

Se la velocità angolare è espressa rispetto alla terna mobile $([x_b, y_b, z_b])$, ovvero: $\omega_{ab}^b = [p, q, r]^T$ si ha: $\omega_{ab}^a = R_b^a \omega_{ab}^b$, sostituendo:

$$\dot{R}_b^a = S(R_b^a \omega_{ab}^b) R_b^a = R_b^a S(\omega_{ab}^b) R_b^a = R_b^a S(\omega_{ab}^b)$$

Da cui si ottiene:

$$S(\omega_{ab}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} = (R_b^a)^T (\dot{R}_b^a) = M$$

Dove M rappresenta il risultato del prodotto delle due matrici di rotazione, a questo punto è possibile determinare le componenti della velocità angolare della terna b rispetto alla terna a , nelle coordinate del riferimento b risolvendo il sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} p = M_{3,2} \\ q = M_{1,3} \\ r = M_{2,1} \end{cases}$$

Nel caso si utilizzi la rappresentazione con i quaternioni per evitare fenomeni di singolarità si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

La matrice che contiene le componenti della velocità angolare è anti-simmetrica, inoltre integrando le equazioni deve essere rispettato il vincolo $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$; tuttavia questo vincolo potrebbe essere violato da problemi di accuratezza nell'integrazione e di troncamento della rappresentazione dei numeri, per cui nel caso pratico del calcolo numerico si utilizza la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = A(\omega^b) \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + k\epsilon \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

Con $k > 0$ e $\epsilon = 1 - (q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)$.

Capitolo 3

Campo Magnetico Terrestre

In questa sezione vengono presentati dei modelli per il campo magnetico della Terra: un semplice modello di dipolo geomagnetico e un più sofisticato ed accurato modello chiamato International Geomagnetic Reference Field (IGRF).

3.1 Modello di dipolo

Il campo geomagnetico è un fenomeno fisico naturale presente sul pianeta Terra. Esso è assimilabile in una semplice approssimazione al campo magnetico generato da un dipolo magnetico con poli magnetici non coincidenti con quelli geografici e non statici, e con asse inclinato di 11.30° rispetto all'asse di rotazione terrestre.

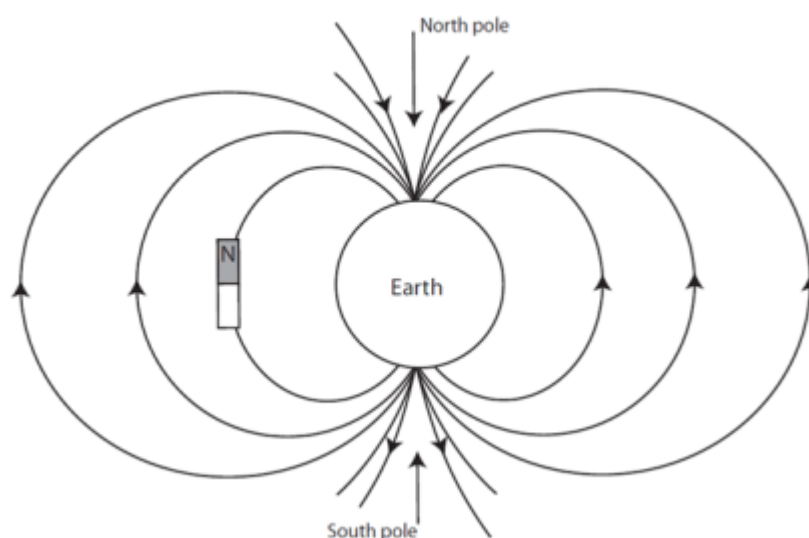


FIGURA 3.1: Modello di dipolo

I poli geografici ed i poli magnetici non necessariamente si trovano nello stesso punto, mentre i poli geografici sono fissi, quelli magnetici sono soggetti ad un continuo, seppur

lento, spostamento, non costante e non uguale per ognuno di essi lungo una circonferenza di circa 160 km. Questo modello ignora la componente longitudinale del vettore campo magnetico e quindi può essere illustrato in un grafico a due dimensioni come mostrato in figura 4.1.

3.2 International Geomagnetic Reference Field (IGRF)

Per lo studio del campo magnetico terrestre per applicazioni che richiedono un certo grado di accuratezza, si è resa necessaria la creazione di una cartografia precisa e aggiornata. IGRF è in generale un modello con un alto grado di accuratezza, in figura 3.2 è mostrato un esempio relativo al modello dell'intensità del campo magnetico nell'anno 2015.

Questo scopo è stato raggiunto grazie all'utilizzo del modello matematico IGRF, il quale viene stimato ogni 5 anni dall'International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA) tramite l'elaborazione di tutti i dati disponibili a scala planetaria e tenendo conto di tutte le variazioni. Più ci si discosta dall'anno di pubblicazione tanto più il modello perde in precisione. Le variazioni a lungo periodo (5-10 anni), dette "variazioni secolari", sono dovute a cambiamenti nelle sorgenti profonde e sono riconosciute dai dati degli osservatori magnetici e dei record archeologici e geologici. Le variazioni a breve periodo (da pochi minuti fino a 5 anni) sono di origine esterna. Questo modello è essenzialmente un set di coefficienti Gaussiani g_n^m e h_n^m che possono essere usate nel modello ad armoniche sferiche per approssimare il campo magnetico terrestre. Vengono inoltre inclusi i coefficienti di variazione secolare che permettono una estrapolazione lineare successiva ai 5 anni dopo l'ultima pubblicazione dei dati.

In questa sezione vengono presentati solo le equazioni principali di riferimento per il campo magnetico che è rappresentato da un gradiente negativo di una funzione scalare potenziale modellata dalle armoniche sferiche:

$$B = -\nabla V(R_c, \lambda', \theta) = \nabla \left\{ R_c \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_e}{R_c} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n [g_n^m \cos(m\theta) + h_n^m \sin(m\theta)] P_n^m(\lambda') \right\}$$

Dove $R_e = 6371.2 \cdot 10^3$ m è il raggio della Terra, R_c la distanza dal centro della Terra al satellite, e $P_n^m(\lambda')$ lo Schmidt normalizzato associato ai polinomi di Legendre. Dall'equazione precedente si può vedere che il campo magnetico dipende dalla distanza R_c , dalla

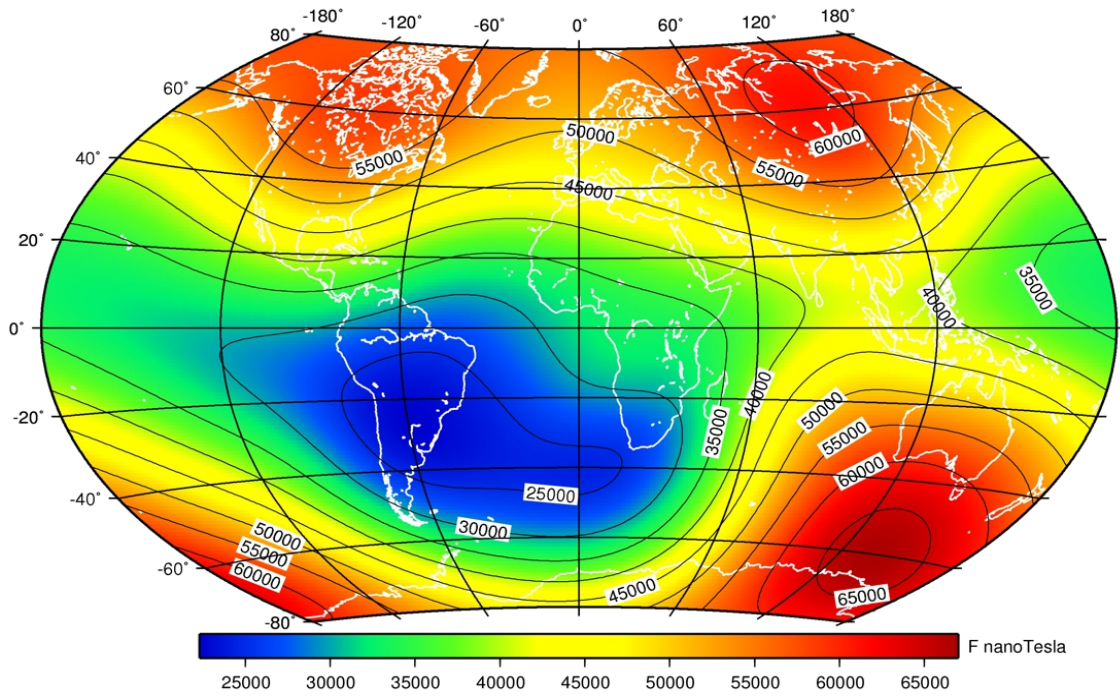


FIGURA 3.2: Modello IGRF dell'intensità del campo magnetico; anno 2015

co-latitudine λ' e dalla longitudine θ . Calcolando quindi il gradiente di $V(R_c, \lambda', \theta)$ si ricavano le componenti del vettore campo magnetico in coordinate sferiche, rappresentate nel sistema ECEF. Le equazioni finali delle tre componenti del vettore sono:

$$B_r = -\frac{\partial V}{\partial R_c} = \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_e}{R_c} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n [g^{m,n} \cos(m\theta) + h^{n,m} \sin(m\theta)] P_n^m(\lambda')$$

$$B_{\lambda'} = -\frac{1}{R_c} \frac{\partial V}{\partial \lambda'} = -\sum_{n=1}^k \left(\frac{R_e}{R_c} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n [g^{m,n} \cos(m\theta) + h^{n,m} \sin(m\theta)] \frac{\partial P_n^m(\lambda')}{\partial \lambda'}$$

$$B_{\theta} = -\frac{1}{R_c \cdot \sin(\lambda')} \frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{1}{\sin(\lambda')} \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_e}{R_c} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n [-g^{m,n} \sin(m\theta) + h^{n,m} \cos(m\theta)] P_n^m(\lambda')$$

Capitolo 4

Controllo del Puntamento dell'Antenna del Nanosatellite

4.1 Introduzione al Problema

Dopo aver introdotto tutte le specifiche, introduciamo il problema dell'assetto del nanosatellite, in particolare ci interessiamo dell'orientamento dell'antenna rispetto ad una stazione di base, posta in questo caso presso il Dipartimento di Ingegneria di Perugia.

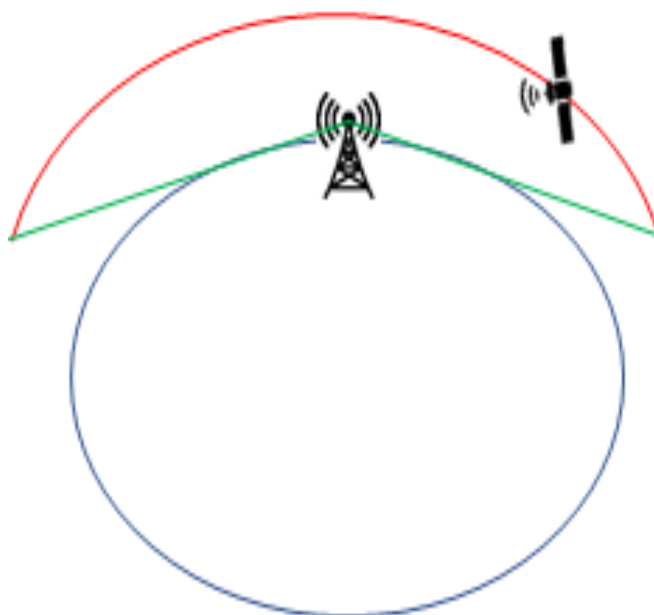


FIGURA 4.1: Puntamento corretto

Per massimizzare l'efficienza della trasmissione e garantirla, l'obiettivo è far sì che il punto focale dell'antenna in trasmissione, nella finestra temporale per la quale il satellite è visibile dal luogo di ricezione, punti esattamente verso l'antenna in ricezione, di fatto

nell'arco di un'orbita il tempo di sorvolo della zona di interesse è estremamente limitato, circa il 5%, è estremamente importante quindi ottimizzare il tempo di trasmissione. In Figura 4.2 viene mostrata una simulazione del sorvolo del satellite, i punti rossi sono quelli per cui il satellite supera il piano di visibilità con la stazione di terra, i punti verdi sono quelli in cui si considera un ulteriore angolo di 15° rispetto all'orizzonte, per tenere in considerazione eventuali ostacoli (montagne, edifici, etc..). Bisogna considerare alcuni fattori come ad esempio:

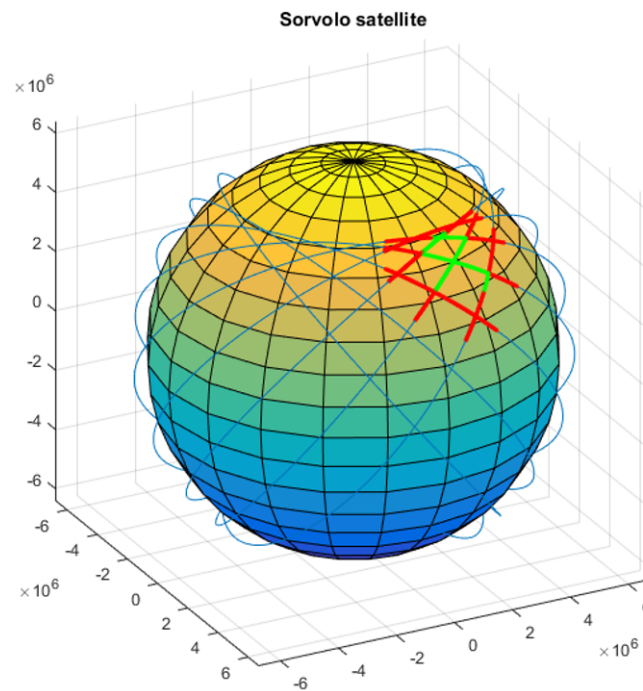


FIGURA 4.2: Simulazione del sorvolo

- Gli attuatori utilizzano il campo magnetico terrestre per imprimere una coppia di forze che vada ad orientare il nanosatellite;
- Al momento del lancio non conosciamo esattamente la posizione iniziale dell'antenna, né le velocità angolari del nanosatellite intorno ai suoi assi, e pertanto al fine di evitare un consumo della batteria eccessivo bisogna considerare l'uso di tecniche di detumbling per frenare il dispositivo;
- Bisogna considerare il caso di singolarità per la rivelazione dell'orientamento, al fine di non rischiare di perdere nozioni sulla reale posizione dell'antenna e relative

ambiguità, a questo scopo si può considerare di utilizzare una rappresentazione dell'orientamento non singolare;

- Le operazioni di correzione dell'orientamento devono garantire un uso ottimizzato delle correnti, in modo da evitare inutili consumi di potenza.

4.2 Controllo di Velocità e Posizione

Per fare in modo che il satellite segua correttamente la traiettoria dell'orbita con il giusto assetto, permettendo la trasmissione dei dati alla stazione a terra quando necessario, si utilizza uno schema di controllo in retroazione di velocità e posizione.

Il sistema di controllo in retroazione di posizione e velocità si compone di un anello interno di retroazione di velocità, dove viene inserito il regolatore di velocità $R_V(s)$, e di un anello esterno di retroazione di posizione, nel quale è inserito il regolatore di posizione $R_p(s)$, l'obiettivo del sistema di controllo è l'inseguimento del riferimento di posizione e il controllo del valore di velocità, in modo da ottenere l'azione di controllo da erogare al sistema per ottenere l'effetto desiderato.

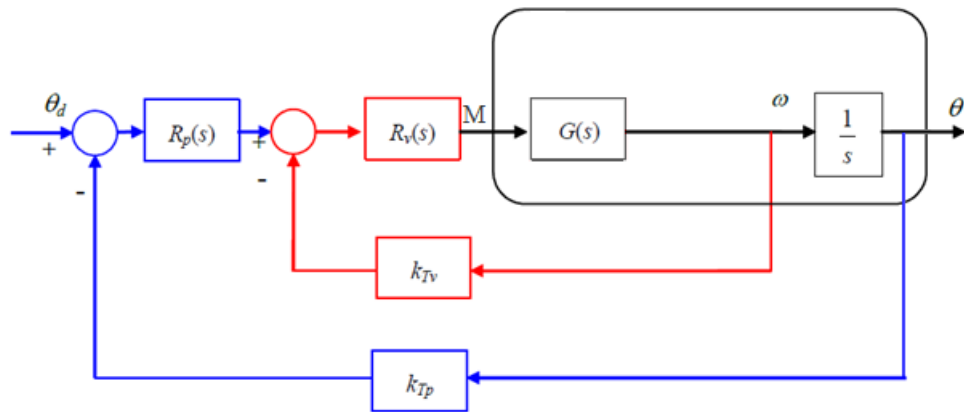


FIGURA 4.3: Schema di controllo in retroazione di posizione e velocità

I regolatori di posizione e velocità vengono implementati mediante regolatori proporzionali:

$$R_V(s) = k_V$$

$$R_p(s) = k_p$$

In generale la funzione di trasferimento del sistema in retroazione può essere sintetizzata come un sistema del secondo ordine:

$$W(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2s}{\omega_n}\xi + 1}$$

Con ω_n *pulsazione naturale* e ξ *coefficiente di smorzamento*, entrambi sono parametri che dipendono da k_p e k_V . I valori dei guadagni dei regolatori possono essere determinati a partire da un abaco del comportamento del sistema del secondo ordine in funzione delle specifiche temporali.

4.3 Tecniche di Puntamento

Nel seguito vengono illustrate le tecniche adottate per il controllo di puntamento del nano-satellite. Lo scopo di queste tecniche è determinare il momento torcente da applicare al dispositivo per correggere l'assetto.

4.3.1 Calcolo dei Momenti Torcenti - Modello Matematico

Il modello matematico che viene descritto in questa sezione permette di ricavare il momento torcente negli assi $(x, y, z)^{Body}$, da applicare, per poter ottenere un angolo nullo tra il versore di puntamento v^{ECIF} che congiunge il punto di osservazione con il satellite, e il versore z^{ECIF} , ovvero la terza componente del sistema di riferimento solidale al nanosatellite, sul quale giace l'antenna. L'obiettivo di questa operazione è quella di massimizzare l'efficienza di trasmissione dei dati. Per prima cosa viene calcolato un vettore errore che è dato dal prodotto vettoriale tra i vettori z^{ECIF} , ed il vettore v^{ECIF} .

$$Error^{ECIF} = z^{ECIF} \times v^{ECIF}$$

Il prodotto vettoriale di due vettori restituisce un vettore il cui modulo dipende dal seno dell'angolo formato tra i due vettori, pertanto se l'asse z del satellite e il vettore v^{ECIF} che congiunge satellite e punto di osservazione sono allineati, l'angolo è 0, annullando il valore del vettore *Error*. Poiché il controllo viene effettuato dal satellite si deve necessariamente esprimere questo vettore di errore nel riferimento Body, applicando il prodotto

tra la matrice di rotazione e il vettore in questione:

$$Error^{Body} = M_{ECIF}^{Body} \cdot Error^{ECIF}$$

Questo primo elemento rappresenta l'errore di posizione, per ottenere l'azione di controllo complessiva si tiene in considerazione anche l'errore di velocità, come descritto nel paragrafo 4.2 - *Controllo di Velocità e Posizione*. I due regolatori, rappresentati da due regolatori proporzionali, restituiscono il momento torcente da applicare per poter correggere il puntamento, quindi il momento desiderato e non quello effettivo, ovvero quello effettivamente erogabile dall'azione del nanosatellite. Nel paragrafo successivo viene illustrato come vengono determinati i valori di momento torcente effettivamente applicati.

4.3.2 Calcolo dei Momenti Torcenti - Modello Reale

Dal punto di vista pratico i momenti torcenti per la correzione della traiettoria vengono forniti da delle bobine magnetiche, sulle quali viene fatta scorrere una corrente per ottenere una coppia di forze sfruttando il campo magnetico terrestre. Considerato di misurare le grandezze di riferimento nel sistema Body, risulta:

$$\tau^{Body} = m^{Body} \times B^{Body} \quad (4.1)$$

Dove τ^{Body} rappresenta il momento torcente ottenuto, m^{Body} rappresenta il momento di dipolo associato alla corrente che scorre lungo le bobine, e B^{Body} rappresenta il vettore del campo magnetico terrestre in un punto specifico dell'orbita. Il momento di dipolo è una grandezza direttamente proporzionale alla corrente che scorre nella bobina, a meno dell'area A e del numero di spire N :

$$m^{Body} = i^{Body} N A \quad (4.2)$$

Lo schema in retro-azione descritto precedentemente restituisce ad ogni istante il valore dei momenti torcenti desiderati τ_{des}^B che deve essere applicato per la correzione dell'assetto, a partire da questo deve essere calcolato il valore delle correnti i^B da applicare ai solenoidi. Infine lo schema che verrà presentato nel seguito produrrà un vettore τ_{eff}^B di

momenti torcenti effettivamente applicabili, calcolati a partire dalle correnti a disposizione e il valore del campo magnetico della Terra nel punto dell'orbita. Chiaramente il valore effettivamente applicabile deve rispettare delle condizioni, come il vincolo sul valore dei massimi momenti di dipolo erogabili dal satellite e l'uso ottimizzato delle correnti.

In prima analisi determiniamo i valori dei momenti di dipolo, a partire dai momenti torcenti desiderati τ_{des}^B ; l'equazione (4.1) rappresenta il legame tra queste due grandezze: $\tau^{Body} = m^{Body} \times B^{Body}$. La stessa espressione può essere scritta in forma matriciale:

$$\tau = S(B)m$$

Dove S è la matrice anti-simmetrica descritta nel Paragrafo 2.4. Sviluppando si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -B_z & B_y \\ B_z & 0 & -B_x \\ -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Da cui si può scrivere il sistema di equazioni (a meno della notazione del sistema di riferimento):

$$\begin{cases} \tau_x = B_y m_z - B_z m_y \\ \tau_y = B_z m_x - B_x m_z \\ \tau_z = B_x m_y - B_y m_x \end{cases}$$

Il sistema descritto non è un sistema a rango pieno, di fatti la matrice dei coefficienti ha determinante nullo, per risolvere il sistema quindi bisogna fare ulteriori considerazioni.

Dal punto di vista pratico si può scrivere il sistema come:

$$\begin{cases} B_y m_z - B_z m_y - \tau_x = 0 \\ B_z m_x - B_x m_z - \tau_y = 0 \\ B_x m_y - B_y m_x - \tau_z = 0 \end{cases}$$

Il che rappresenta la differenza tra i momenti torcenti τ_{eff}^{Body} effettivamente applicabili e i momenti τ_{des}^{Body} desiderati per la correzione dell'assetto.

Consideriamo la funzione:

$$e = (\tau_{eff}^B - \tau_{des}^B)^2 \quad (4.3)$$

che rappresenta la differenza tra i momenti effettivamente applicati e i momenti desiderati; poiché le due grandezze non potranno mai coincidere (in quanto il sistema che li lega non ha rango pieno) si può determinare il minimo di questa grandezza, in funzione di m_x , m_y e m_z . Lo scopo è quello di determinare i valori dei momenti di dipolo che minimizzano la funzione differenza.

Le derivate parziali di e rispetto m_x , m_y e m_z poste uguale a zero:

$$2B_y(\tau_z - B_x m_y + B_y m_x) - 2B_z(\tau_y + B_x m_z - B_z m_x) = 0$$

$$2B_z(\tau_x - B_y m_z + B_z m_y) - 2B_x(\tau_z - B_x m_y + B_y m_x) = 0$$

$$2B_z(\tau_x - B_y m_z + B_z m_y) - 2B_x(\tau_z - B_x m_y + B_y m_x) = 0$$

Consideriamo inoltre il vincolo:

$$\tau_z = 0$$

Infatti le rotazioni intorno all'asse z non sono rilevanti al fine di ottenere l'assetto corretto. Le derivate della funzione e rispetto alle tre componenti del momento di dipolo restituiscono il seguente spazio delle soluzioni:

$$m_x = \frac{m_z B_x^3 + \tau_y B_x^2 + m_z B_x B_y^2 - \tau_x B_x B_y + m_z B_x B_z^2 + \tau_y B_z^2}{B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3} \quad (4.4)$$

$$m_y = \frac{m_z B_x^2 B_y + \tau_y B_x B_y + m_z B_y^3 - \tau_x B_y^2 + m_z B_y B_z^2 - \tau_x B_z^2}{B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3} \quad (4.5)$$

Tra le specifiche che il sistema di assetto deve rispettare c'è quella che prevede l'uso ottimizzato delle correnti, in modo da evitare inutili consumi di potenza; la corrente e il momento di dipolo che essa induce sono due grandezze proporzionali, di conseguenza questa specifica può essere espressa sui momenti di dipolo. Il sistema deve restituire dei valori in modo che sia minima la grandezza:

$$m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 \quad (4.6)$$

Per risolvere questo problema di ottimizzazione vincolata si può far riferimento al *metodo dei moltiplicatori di Lagrange*; questo strumento matematico permette di risolvere un problema di ottimizzazione del tipo $\min_q f(q)$ tale che $g(q) = 0$. Il problema si risolve introducendo la funzione di costo modificata $\mathcal{L}(q, \lambda)$ che incorpora il vincolo, dove λ è il vettore dei moltiplicatori di Lagrange, la funzione di costo è nella forma generale:

$$\mathcal{L}(q, \lambda) = f(q) - \lambda^T g(q)$$

A questo punto per risolvere il problema si deve minimizzare la funzione rispetto a q e λ , ovvero attraverso le loro derivate:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q, \lambda)}{\partial q} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q, \lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

Per quanto riguarda il problema di ottimizzazione dei momenti, dove il vincolo è rappresentato dalla specifica sul valore dei momenti di dipolo. La nuova funzione di ottimizzazione è dunque:

$$\begin{aligned} m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 - \lambda_1 \left(m_x - \frac{(m_z B_x^3 + M_y B_x^2 + m_z B_x B_y^2 - M_x B_x B_y + m_z B_x B_z^2 + M_y B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} \right) \\ - \lambda_2 \left(m_y - \frac{(m_z B_x^2 B_y + M_y B_x B_y + m_z B_y^3 - M_x B_y^2 + m_z B_y B_z^2 - M_x B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} \right) \end{aligned}$$

Risolvendo il problema di minimizzazione rispetto alle variabili e rispetto ai moltiplicatori di Lagrange si ottiene il seguente spazio di soluzioni:

$$\begin{cases} 2m_x - \lambda_1 = 0 \\ 2m_y - \lambda_2 = 0 \\ 2m_z + \frac{l_1(B_x^3 + B_x B_y^2 + B_x B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} + \frac{l_2(B_x^2 B_y + B_y^3 + B_y B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} = 0 \\ \frac{(m_z B_x^3 + M_y B_x^2 + m_z B_x B_y^2 - M_x B_x B_y + m_z B_x B_z^2 + M_y B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} - m_x = 0 \\ \frac{(m_z B_x^2 B_y + M_y B_x B_y + m_z B_y^3 - M_x B_y^2 + m_z B_y B_z^2 - M_x B_z^2)}{(B_x^2 B_z + B_y^2 B_z + B_z^3)} - m_y = 0 \end{cases}$$

Risolvendo le equazioni ottenute rispetto alle variabili m_x, m_y, m_z, λ_1 e λ_2 si ottengono

le equazioni che legano i momenti di dipolo al valore del momento torcente e del campo magnetico:

$$\begin{cases} m_x = \frac{B_z M_y}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_y = -\frac{B_z M_x}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_z = -\frac{B_x M_y - B_y M_x}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ \lambda_1 = \frac{2 B_z M_y}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ \lambda_2 = -\frac{2 B_z M_x}{(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)} \end{cases}$$

Le prime tre equazioni di questo sistema forniscono i valori dei momenti di dipolo, che sono proporzionali al valore della corrente da applicare, per ottenere il momento torcente descritto nel vettore M , attraverso il campo magnetico terrestre B .

4.4 Tecniche di Detumbling

L'operazione di *detumbling* è un processo in cui si cerca di controllare la velocità angolare del satellite; le condizioni in cui si rende necessario controllare le ω sono:

- Quando il satellite viene lanciato, e bisogna frenare il moto in modo da rendere applicabili le correzioni per il controllo dell'assetto;
- Quando la velocità angolare lungo l'asse z aumenta in maniera significativa, di fatto le correzioni dell'assetto incidono in maniera significativa solamente lungo l'asse x e y , la velocità lungo l'asse z non ha nessuna rilevanza per il corretto assetto del satellite, per cui le velocità possono anche assumere valori significativi, causando potenziali problemi nell'assetto o nei consumi di potenza del dispositivo, la Figura 4.4 mostra l'aumento significativo della velocità angolare lungo z durante una simulazione.

Il detumbling viene implementato attraverso un sistema in retroazione con controllo di velocità, l'obiettivo è fare in modo di annullare la velocità angolare ω in tutte le componenti in modo da evitare fenomeni di spin, per determinare i momenti per l'azione di controllo si utilizza un regolatore di velocità proporzionale $R_V = k_V$ in cui l'obiettivo è seguire la velocità di riferimento: $\omega_{des} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

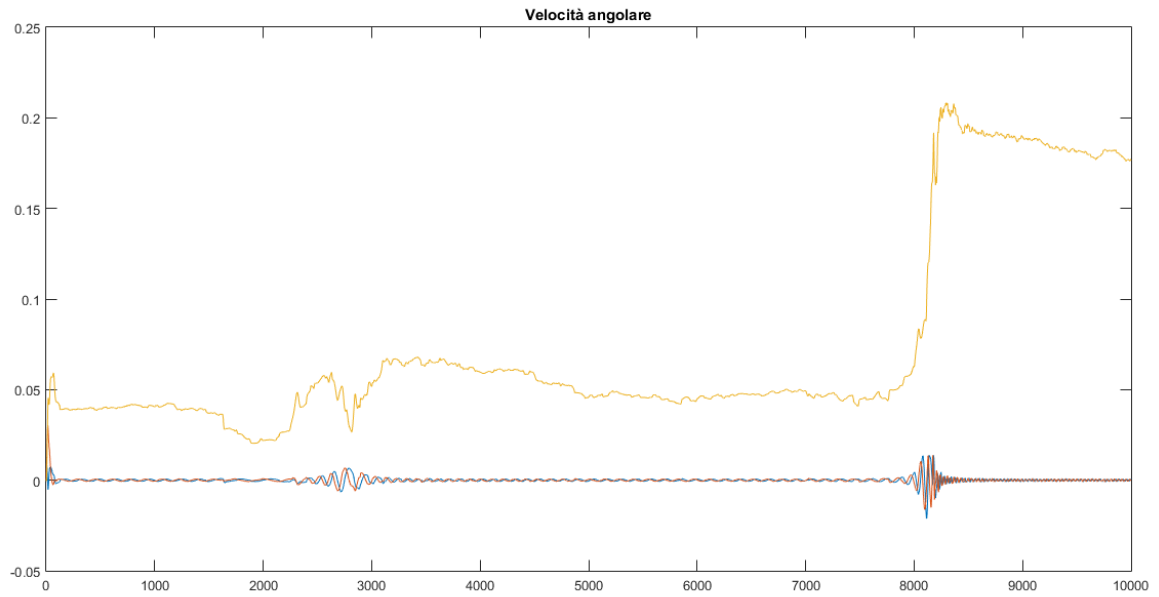


FIGURA 4.4: Velocità angolare espressa in coordinate Body

Il sistema in retroazione restituisce, come nel caso del controllo, un vettore di momento torcente che non è l'azione effettivamente applicabile, ma il valore dell'azione da applicare. Per determinare i momenti effettivamente erogabili dal CubeSat bisogna determinare l'azione delle correnti attraverso le bobine, in funzione del campo magnetico disponibile nel punto dell'orbita, come descritto al 4.3.2. In questo caso non viene imposto $\tau_z = 0$, in quanto il nanosatellite deve essere frenato in tutte le componenti di velocità, è necessaria anche l'azione lungo l'asse z in modo da evitare fenomeni di spin. Prevedendo anche l'uso ottimizzato delle correnti per le operazioni di detumbling devono essere erogati i seguenti valori di momento di dipolo delle correnti:

$$\begin{cases} m_x = \frac{B_z M_y - B_y M_z}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_y = -\frac{B_z M_x - B_x M_z}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_z = -\frac{B_x M_y - B_y M_x}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \end{cases}$$

Il sistema in retroazione può essere descritto dalla funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{1}{\frac{k}{\tau}s + 1}$$

Con τ costante di tempo del sistema, il valore del guadagno del regolatore viene determinato in funzione del comportamento desiderato in uscita, in particolare in funzione del tempo di assestamento richiesto al sistema; valori del guadagno maggiori permettono di avere tempi di assestamento più rapidi, a fronte di dispendi energetici maggiori.

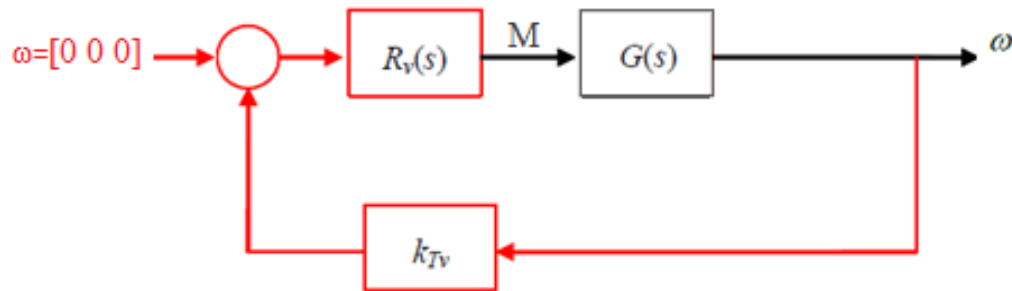


FIGURA 4.5: Schema di controllo azione di detumbling

In Figura 5.9 viene mostrato lo schema di controllo in retroazione di velocità per l'azione di detumbling.

Capitolo 5

Simulazione del Sistema di Controllo

Le simulazioni per questo lavoro sono svolte facendo uso dell'ambiente *MATLAB* e mediante il software per la modellazione *Simulink*. Il modello dinamico e il comportamento del nanosatellite vengono simulati attraverso uno schematico facendo uso della logica a stati. Lo schema può essere suddiviso logicamente in diversi elementi:

- un blocco per il calcolo della posizione del satellite nell'orbita e dell'osservatore (i.e. per *osservatore* si intende la stazione di base sulla Terra verso la quale il satellite deve direzionare l'antenna);
- un blocco per la determinazione del campo magnetico in funzione della posizione del nanosatellite;
- uno schema di controllo con retroazione di posizione e velocità che ha lo scopo di determinare il valore dei momenti angolari da applicare per ottenere l'effetto desiderato;
- un blocco per determinare le correnti da erogare alle bobine in funzione dei momenti da applicare ottenuti dallo schema di retroazione, e in funzione del campo magnetico terrestre nel punto dell'orbita, in modo da valutare i momenti angolari effettivamente erogabili dal sistema;
- uno schema di controllo per l'applicazione dell'azione di detumbling, in modo da gestire le velocità angolari del CubeSat prima che queste diventino particolarmente elevate, e possano causare problemi di assetto;
- uno schema per la gestione della transizione degli stati, in modo da gestire correttamente il passaggio da uno stato di funzionamento a un altro in funzione del comportamento e delle condizioni di lavoro del CubeSat.

5.1 Calcolo dell'Orbita e della Posizione

Il primo blocco che viene descritto si occupa di determinare la posizione del satellite sull'orbita in funzione del tempo, vengono forniti in ingresso i parametri orbitali (*apogeo*, *perigeo*, *inclinazione*, *longitudine del nodo ascendente*, *argomento del pericentro*) e viene restituita, in funzione del tempo la posizione del satellite nei sistemi di riferimento ECIF ed ECEF. In secondo luogo viene calcolato il vettore v^{ECIF} normalizzato che congiunge la posizione del satellite con la posizione dell'osservatore; viene confrontato l'allineamento di questo vettore con l'asse z del sistema di riferimento solidale al satellite (i.e. terza colonna della matrice di rotazione, che rappresenta l'orientamento del satellite rispetto al sistema inerziale), l'obiettivo è di fatto che questi due vettori risultino allineati, in modo che l'asse z del sistema solidale al satellite, su cui giace l'antenna, sia puntato in direzione dell'osservatore. Il prodotto scalare tra i due vettori:

$$v^{ECIF} \cdot z^{ECIF} = \cos \alpha$$

in quanto i due vettori hanno norma unitaria, α rappresenta il disallineamento tra i due vettori in radianti. Il vettore v^{ECIF} è uno degli elementi che vengono utilizzati nel sistema di controllo a retroazione per correggere l'assetto del satellite. In Figura 5.1 viene mostrata la simulazione dell'angolo di puntamento facendo uso di momenti torcenti calcolati matematicamente, mentre il Figura 5.2 viene mostrato il risultato ottenuto facendo uso dei momenti torcenti effettivamente erogabili dal sistema.

5.2 Calcolo del Campo Magnetico

Una volta determinata la posizione del satellite nell'orbita è possibile determinare il valore del campo magnetico in quel punto, nelle diverse componenti. Il valore del campo magnetico permette di determinare il valore delle correnti da erogare alle bobine in modo da ottenere il valore di momento angolare per correggere l'assetto. Le equazioni per determinare il campo magnetico sono descritte nel Capitolo 3, il sistema prende in ingresso una specifica posizione (espressa in latitudine, longitudine e altitudine) e tempo per il quale determinare il campo magnetico e restituisce il vettore delle intensità in quel

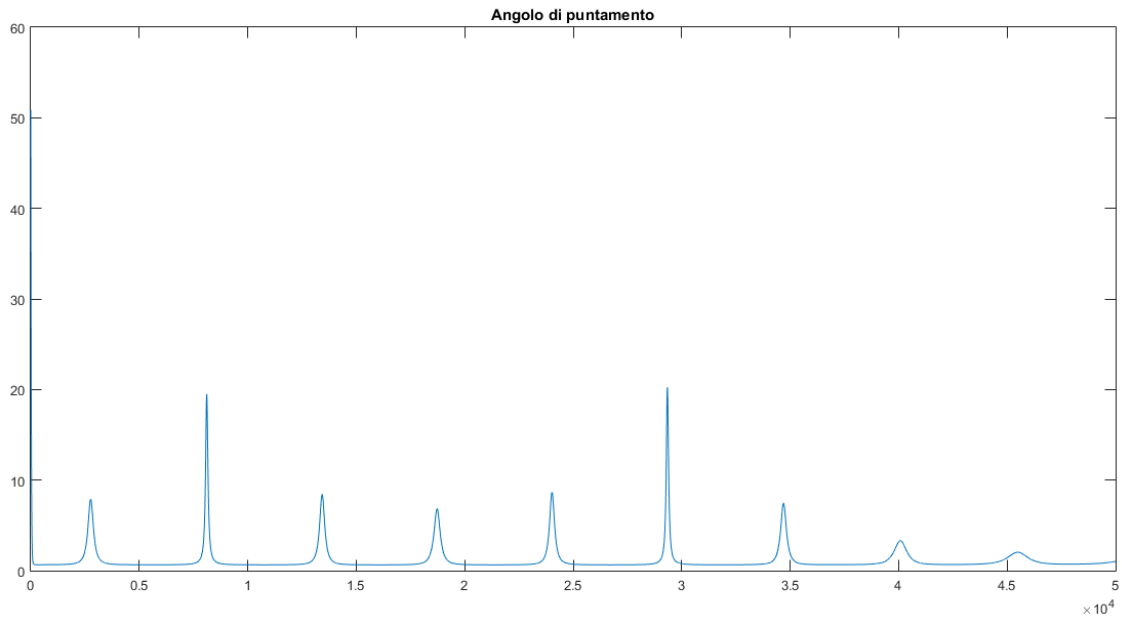


FIGURA 5.1: Errore dell'Angolo di puntamento in grado: momenti angolari ideali

punto espresso in coordinate NED B^{NED} . In Figura 5.3 viene mostrata la simulazione del campo magnetico in coordinate NED.

5.3 Schema di Controllo in Retroazione di Posizione e Velocità

Lo schema di controllo, descritto al 4.2, ha lo scopo di modificare le caratteristiche del sistema tenendo conto dei risultati del sistema stesso. Nella simulazione con ambiente *Simulink* il sistema da controllare è rappresentato da un blocco 6DOF (i.e. *six-degrees-of-freedom*), ovvero un blocco che rappresenta la dinamica di un corpo con sei gradi di libertà, per la rappresentazione dell'orientamento viene utilizzata la rappresentazione con i quaternioni, in modo da evitare singolarità cinematiche dovute a particolari configurazioni che può assumere il nanosatellite. Il sistema dinamico è descritto, oltre che dalle condizioni iniziali, dalla massa del corpo m e dalla matrice di inerzia J . La matrice di inerzia dipende dalla struttura fisica del nanosatellite, e da come quest'ultimo viene fisicamente implementato (i.e., *posizione delle schede, dimensione delle bobine, etc.*); per le simulazioni si fa riferimento alla matrice di inerzia di un cubo con massa uniformemente

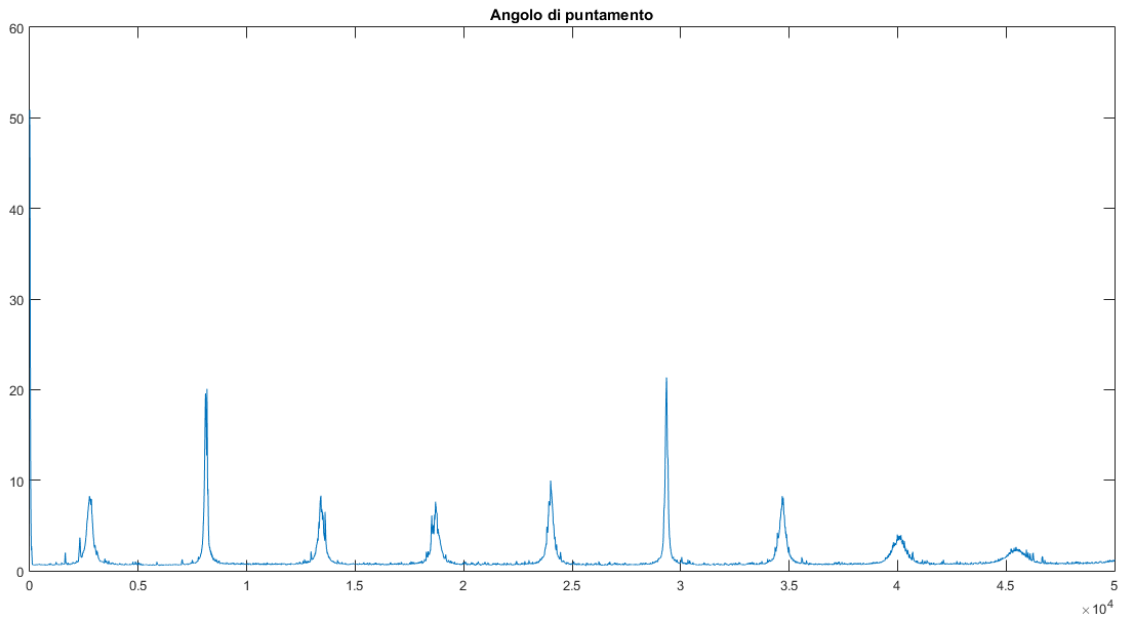


FIGURA 5.2: Errore dell'Angolo di puntamento in grado: momenti angolari reali

distribuita:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}ml^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}ml^2 \end{bmatrix}$$

Dove m rappresenta la massa e l la dimensione del cubo.

L'azione di controllo è rappresentata dal momento torcente, il blocco 6DOF restituisce posizione (i.e., inteso come assetto, rappresentato dalla matrice di rotazione che descrive l'orientamento del corpo rispetto al sistema inerziale) e la velocità angolare del corpo rispetto agli assi del proprio riferimento. I valori di posizione e velocità vengono utilizzati in retroazione per determinare il valore del momento torcente da applicare al sistema per la correzione dell'assetto, vengono utilizzati due regolatori (posizione e velocità) proporzionali con valori del guadagno: $k_V = 0.002$, $k_p = 0.05$. Il segnale di errore di posizione viene determinato attraverso il disallineamento tra i versori v^{ECIF} e z^{ECIF} come descritto al 4.3.1.

In Figura 5.4 viene mostrata la simulazione della velocità angolare, la velocità angolare lungo l'asse z non viene controllata, in quanto una variazione lungo questo asse non dà contributi al puntamento dell'antenna; è evidente che senza l'applicazione di tecniche di detumbling che possano decelerare la velocità angolare lungo z quando necessario

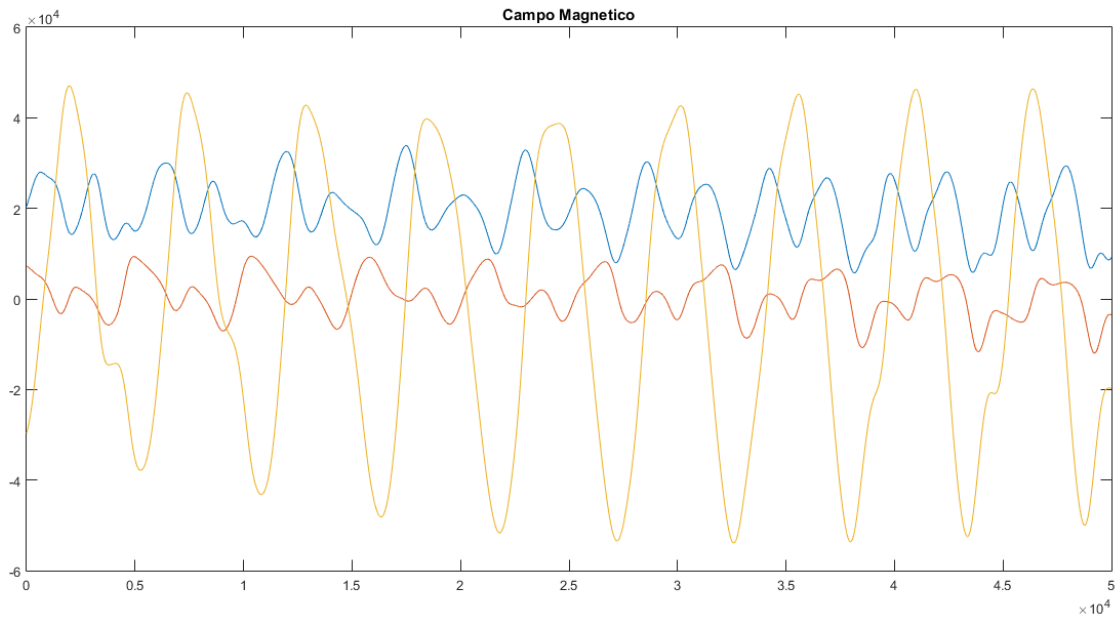


FIGURA 5.3: Valore del campo magnetico nell'orbita simulata espresso in nT

questa può raggiungere idealmente qualsiasi valore.

In Figura 5.5 viene mostrata la simulazione del vettore di controllo di posizione, esso rappresenta il disallineamento tra il vettore v^{Body} e il vettore z^{Body} moltiplicati per il guadagno del regolatore di posizione, il tutto rappresentato nel sistema di riferimento solidale al CubeSat.

5.4 Calcolo delle Correnti e dell'Azione di Controllo

Il regolatore del sistema di controllo restituisce quello che in questo lavoro viene chiamato momento torcente matematico M (descritto al 4.3.1), questo vettore non è quello effettivamente erogato dall'azione delle bobine, ma è quello necessario per l'azione di controllo, il momento effettivamente applicato viene determinato in funzione di questo valore e del valore del campo magnetico B .

Si è visto che il valore del momento di dipolo m associato alla corrente da erogare è

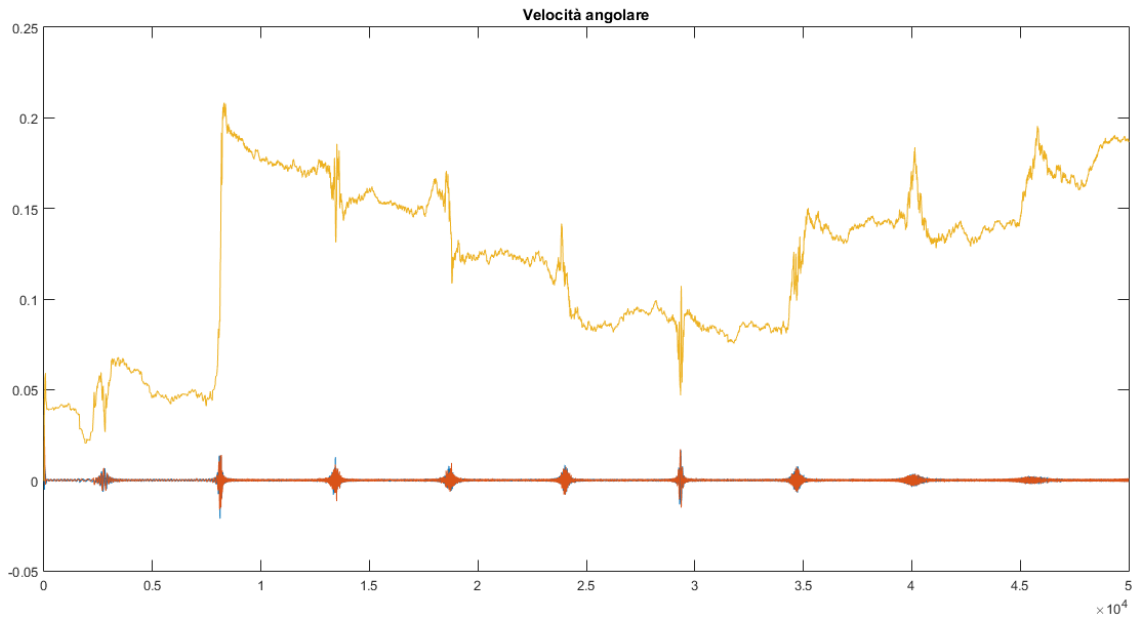


FIGURA 5.4: Velocità angolare in uscita dal blocco 6DOF

dato da:

$$\begin{cases} m_x = \frac{B_z M_y}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_y = -\frac{B_z M_x}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \\ m_z = -\frac{B_x M_y - B_y M_x}{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \end{cases}$$

Le specifiche del nanosatellite al quale si fa riferimento impongono un momento di dipolo associato alla corrente non superiore a 0.12 Am^2 , per cui nel sistema si tiene in considerazione anche un fattore di saturazione per rispettare le specifiche. Le correnti da applicare sono proporzionali alle tre componenti del momento di dipolo a meno nel numero di spire N e dell'area delle spire A : $m = iNA$.

In Figura 5.6 vengono mostrati i momenti della corrente nelle tre componenti, il valore massimo assunto da ognuna delle componenti è di 0.12, come richiesto dalle specifiche. In Figura 5.7 il grafico mostra una funzione di potenza normalizzata definita come:

$$P = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2$$

In ultima analisi in Figura 5.8 viene mostrato il momento torcente applicato al sistema nelle tre componenti durante l'operazione di correzione dell'assetto. Il momento torcente

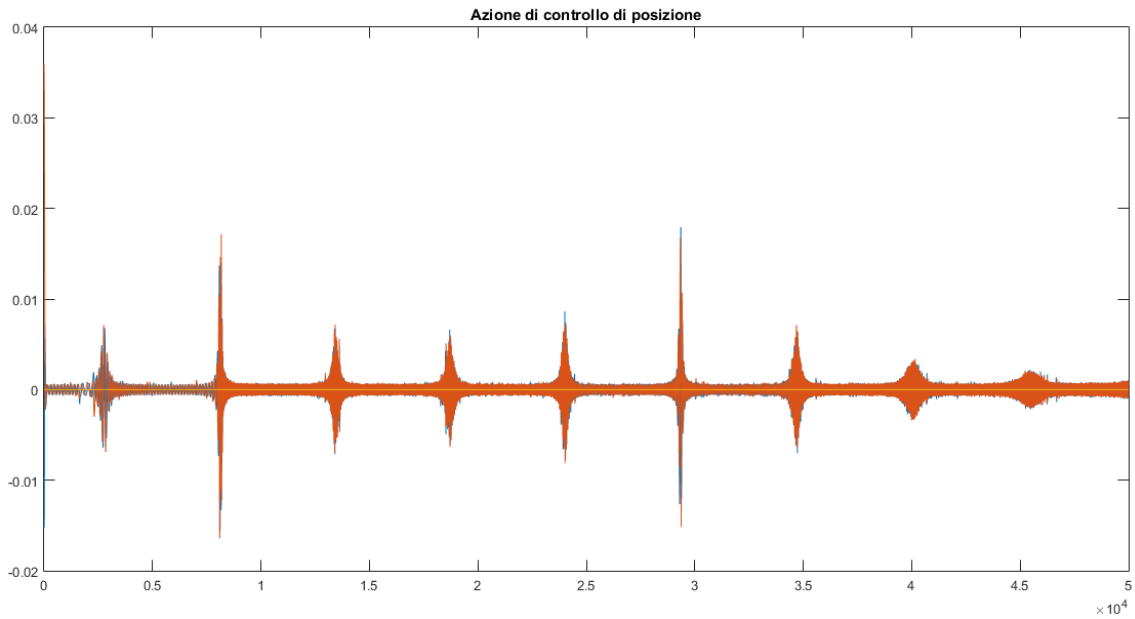


FIGURA 5.5: Vettore di controllo di posizione

viene calcolato come:

$$M = m \times B$$

Esso rappresenta l'azione di controllo in ingresso al sistema dinamico descritto al paragrafo precedente.

5.5 Applicazione del Detumbling

Lo schema di controllo per l'applicazione del detumbling ha il compito di limitare i valori delle velocità angolari del dispositivo, in modo da evitare che il nanosatellite sia soggetto a fenomeni di spin che possono causare problemi nella gestione dell'assetto. Nel momento in cui si rende necessario l'intervento dell'azione di detumbling viene interrotto lo schema di controllo per la correzione dell'assetto e interviene lo schema di controllo descritto al 4.4, che ha lo scopo di inseguire un riferimento di velocità angolare nullo $\omega_{des} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, frenando il dispositivo. Il regolatore dello schema di controllo è un regolatore proporzionale con valore $k_V = 0.002$, come nel caso del regolatore di velocità dello schema di controllo dell'assetto.

Lo schema di controllo restituisce un valore di *momento torcente matematico*, utilizzato, come nel caso precedente, per determinare l'effettiva azione esercitata dal CubeSat

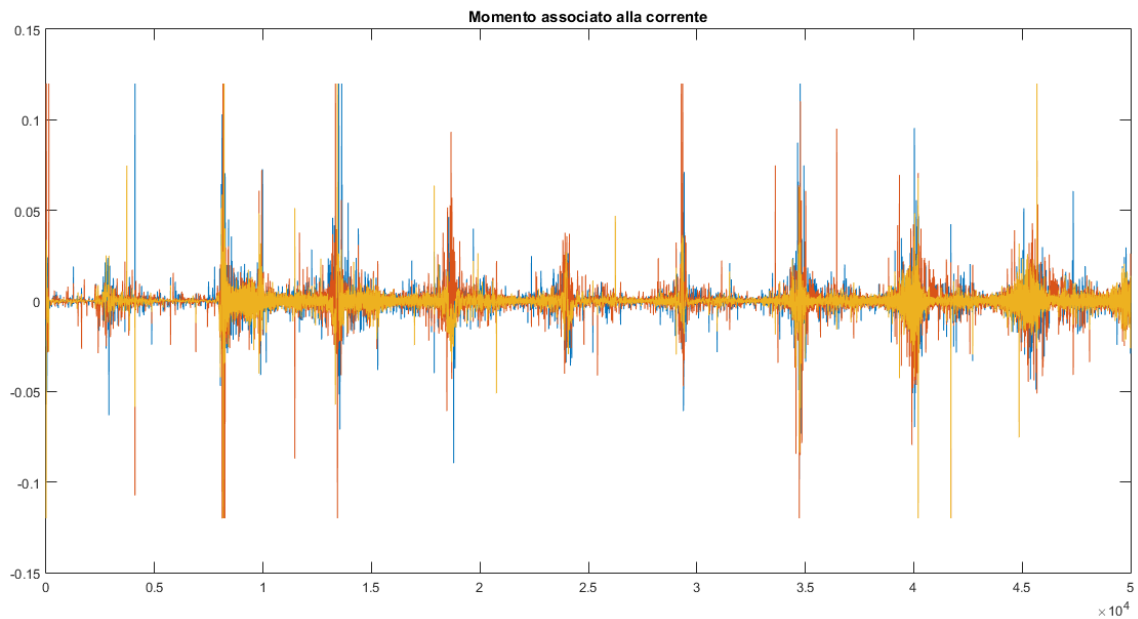


FIGURA 5.6: Momento associato al vettore della corrente

in funzione del campo magnetico nel punto dell'orbita; in questo caso l'azione è esercitata su tutti e tre gli assi, non solamente sugli assi x e y in modo da frenare anche la componente z della velocità. In Figura 5.9 viene mostrata una simulazione della velocità angolare nel momento in cui si passa dal controllo dell'assetto all'azione di detumbling.

5.6 Schema per la Gestione della Transizione degli Stati

Per descrivere il comportamento del nanosatellite e gestire correttamente il passaggio da uno stato di funzionamento a un altro in funzione del comportamento e delle condizioni di lavoro si fa uso della logica a stati. Si consideri che il CubeSat possa assumere tre stati:

- **CONTROL**: stato in cui il nanosatellite applica lo schema di controllo per la correzione dell'assetto;
- **DETUMBLING**: stato in cui il nanosatellite applica lo schema di detumbling per frenare il dispositivo;
- **STAND-BY**: stato in cui il nanosatellite non applica nessun genere di controllo, per esempio come nel caso in cui la batteria del CubeSat scenda sotto una certa soglia, e deve essere ricaricata.

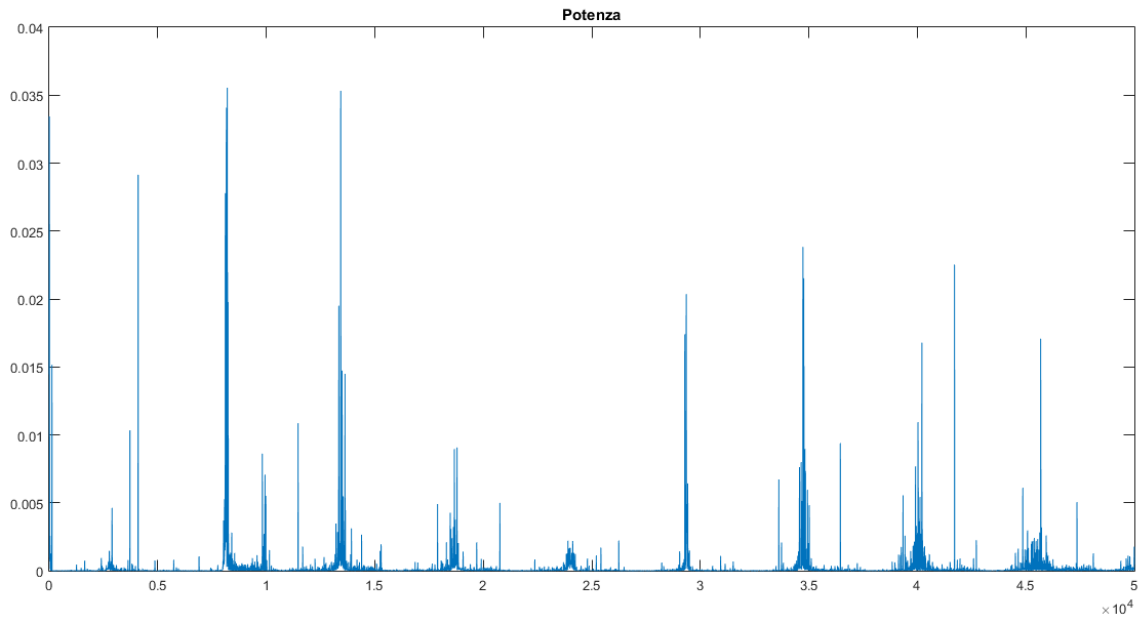


FIGURA 5.7: Potenza normalizzata

Il passaggio da uno stato a un altro viene gestito in funzione di diversi segnali di ingresso;

- *Out Rocket*: questo segnale assume valore logico alto nel momento del lancio del nanosatellite dal vettore che lo trasporta, permette di definire il momento in cui il sistema assume il primo stato. Rappresenta il segnale che permette la transizione da un fittizio stato di inizializzazione in cui il nanosatellite non è ancora stato lanciato (che per semplicità non viene rappresentato) e il momento in cui viene assunto lo stato *STAND-BY* per la prima volta;
- *Battery Charge Sensor*: segnale che rappresenta lo stato della batteria in percentuale, se il livello di batteria scende al di sotto del 20% lo stato del sistema assunto diventa: *STAND-BY*;
- ω_{max} : rappresenta la soglia sul valore della velocità angolare per cui il sistema passa da *CONTROL* a *DETUMBLING*.
- ω_{min} : rappresenta la soglia sul valore della velocità angolare per cui il sistema passa da *DETUMBLING* a *CONTROL*.

Vengono utilizzati due valori di soglia differenti con $\omega_{max} > \omega_{min}$ per evitare dei passaggi spuri tra i diversi stati dovuti a delle condizioni rumorose sui segnali visti in precedenza, inoltre viene introdotto un ulteriore vincolo temporale sul passaggio dei stati;

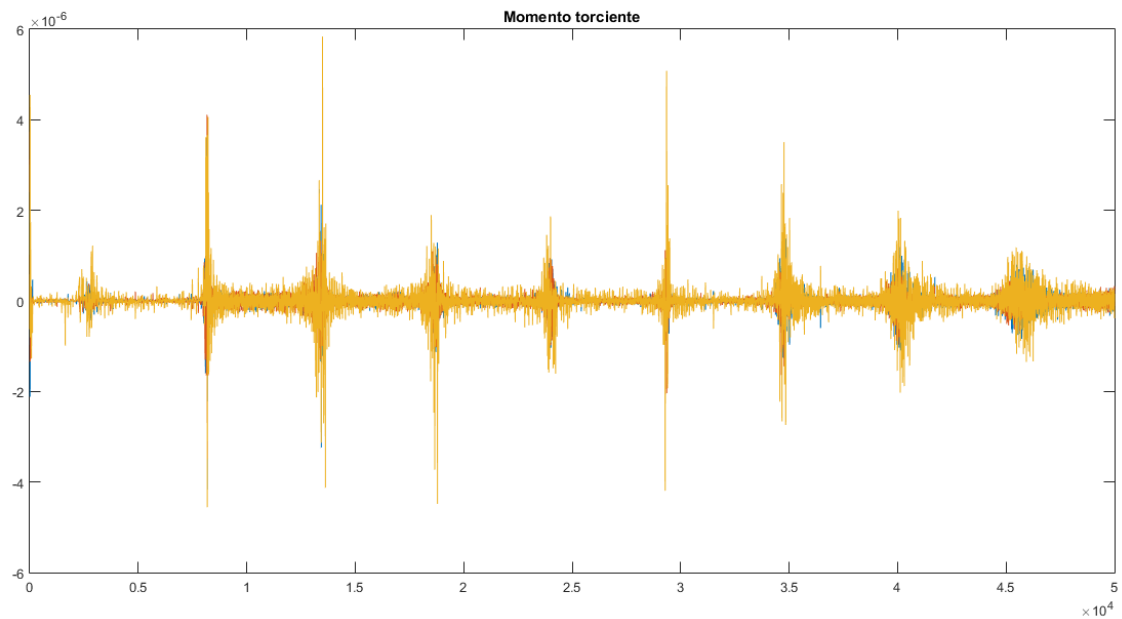


FIGURA 5.8: Momento Torcente

per poter uscire dagli stati *STAND-BY* e *DETUMBLING* devono essere trascorsi almeno 5 secondi, mentre per poter uscire dallo stato *CONTROL* devono essere trascorsi 15 secondi, in questo modo si cerca di prevenire il passaggio continuo da uno stato all'altro, ad ogni variazione dei segnali di transizione. In Figura 5.10 viene mostrata la simulazione Simulink della transizione degli stati.

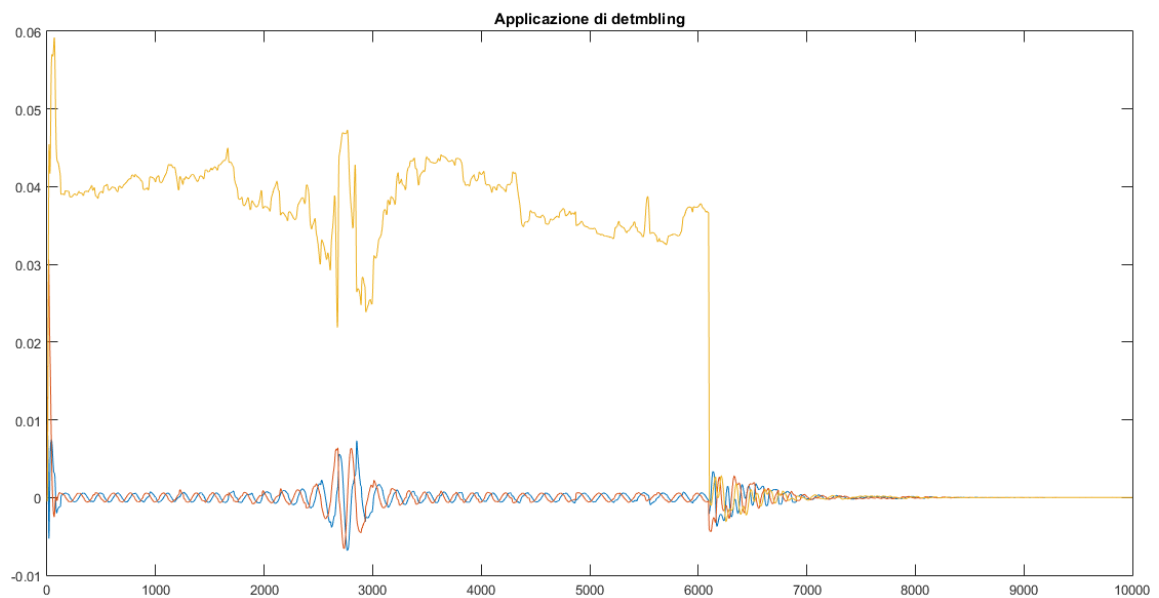


FIGURA 5.9: Velocità angolare: passaggio da controllo di assetto a detumbling

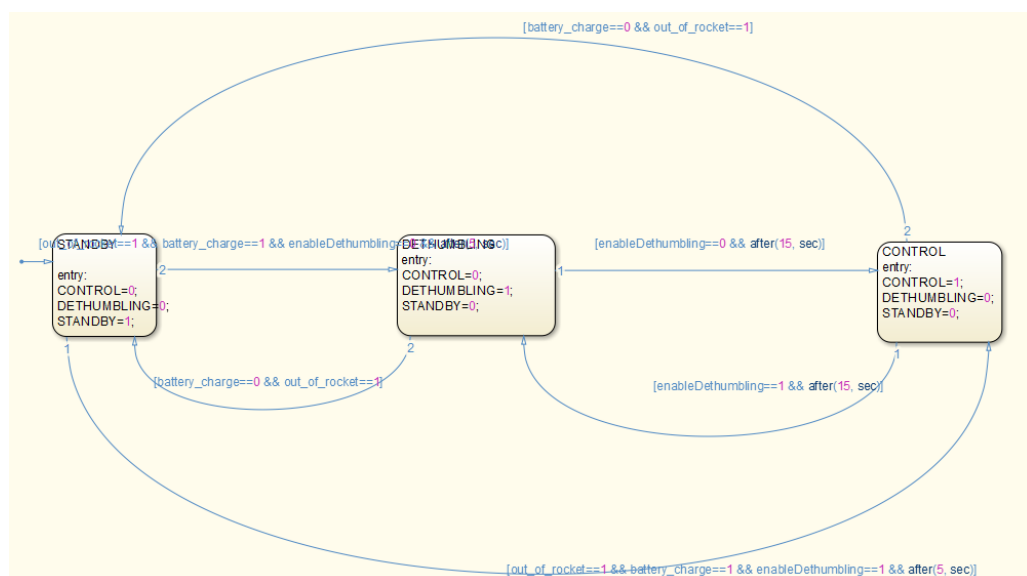


FIGURA 5.10: Simulazione Simulink della transizione degli stati

Appendice A

Codice Matlab

Calcolo dell'orbita di riferimento

```

1 function [Psat_ECEF, R_ECIF_2_ECEF, Psat_ECIF] =
    orbita_riferimento(t,apo,perig,Omega,Ii,omega)
2 % Restituisce in coordinate ECEF la posizione del satellite in
    funzione dell'orbita desiderata, che viene calcolata con i
    parametri in ingresso:
3 %
4 % IN:
5 %   t: tempo, in secondi
6 %   apo: apogeo dell'orbita
7 %   perig: perigeo dell'orbita
8 %   Omega: longitudine del nodo ascendente
9 %   Ii: inclinazione
10 %   omega: longitudine del perigeo
11 %
12 % OUT:
13 %   Psat_ECEF: vettore contenente la posizione del satellite in
        coordinate ECEF lungo l'orbita disegnata
14 %   R_ECIF_2_ECEF: matrice di rotazione da ECIF a ECEF
15 %   Psat_ECIF: vettore contenente la posizione del satellite in
        coordinate ECIF lungo l'orbita disegnata

```

```

17 R_Terra = 6371;
18
19 r_peri = (R_Terra+perig)*1000;
20 r_apo = (R_Terra+apo)*1000;
21 a = (r_apo+r_peri)/2;
22 e = (r_apo-r_peri)/(r_apo+r_peri);
23
24 Tterra = 86164.090530833; %% giorno siderale
25 omegaTerra = 2*pi/Tterra;
26 GM = 0.398601234780431e15;
27 T = 2*pi*a^1.5/sqrt(GM);
28
29 Omega = Omega*pi/180;
30 Ii = Ii*pi/180;
31 omega = omega*pi/180;
32
33 R1 = [cos(Omega),-sin(Omega),0;sin(Omega),cos(Omega),0;0,0,1];
34 R2 = [1,0,0;0,cos(Ii),-sin(Ii);0,sin(Ii),cos(Ii)];
35 R3 = [cos(omega),-sin(omega),0;sin(omega),cos(omega),0;0,0,1];
36 R = R1*R2*R3;
37
38 M=2*pi*t/T;
39 E1=M;
40 E=e*sin(E1)+M;
41
42 tol = 1e-6; %% tolleranza a cui ritenere risolto l'espressione
    iterativa
43 while(abs(E-E1)>tol);
44     E=E1;
45     E1=e*sin(E)+M;
46 end

```



```
47
48 ra = (1-e*cos(E));
49 sv = sqrt(1-e^2)*sin(E)/ra;
50 cv = (cos(E)-e)/ra;
51 P0 = a*[ra*sv;ra*cv;0];
52 Psat_ECIF = R*P0;
53 theta = omegaTerra*t;
54 ct = cos(theta);
55 st = sin(theta);
56 R_ECIF_2_ECEF = [ct,-st,0; st,ct,0; 0,0,1];
57 Psat_ECEF = R_ECIF_2_ECEF'*Psat_ECIF;
```

Calcolo del vettore congiungente il punto di osservazione con il satellite

```

1 function [v_ECIF,v_ECEF] = fcn(Psat_ECEF, R_ECIF_2_ECEF,
    P_Oss_ECEF)
2 % Restituisce il vettore congiungente il satellite con il punto
    di osservazione in coordinate ECEF ed ECIF, i parametri in
    ingresso:
3 %
4 % IN:
5 %   Psat_ECEF: posizione attuale del satellite in coord. ECEF
6 %   R_ECIF_2_ECEF: matrice di rotazione da ECIF a ECEF
7 %   P_Oss_ECEF: Posizione dell'osservatore in ECEF
8 %
9 % OUT:
10 %   v_ECIF: vettore desiderato in ECIF
11 %   v_ECEF: vettore desiderato in ECEF
12
13 P_Os = P_Oss_ECEF - Psat_ECEF;
14 v_ECEF = P_Os/norm(P_Os);
15 v_ECIF = R_ECIF_2_ECEF*v_ECEF;

```

Controllo di posizione - Segnale di errore e Regolatore di posizione

```
1 k=0.05;  
2 M_b = (R_ECIF_2_B')*cross(Z_b_ECIF, v_ECIF)*k;
```

Calcolo dei momenti reali

```

1 function [m, B_body, P] = fcn(B_NED, latitude, longitude,
    R_ECIF_2_ECEF, R_B_2_ECIF, M_Body)
2 % Restituisce il valore di momento di dipolo effettivamente
    erogabili dal satellite, vengono determinati i valori a
    partire dal momento angolare da applicare e dal valore del
    campo magnetico a disposizione nel punto in cui si trova il
    satellite, in seguito viene applicata la saturazione per
    limitare i valori alle specifiche del satellite
3 %
4 % IN:
5 %   B_NED: campo magnetico terrestre nel punto in cui si trova
    il satellite in coordinate NED
6 %   latitude: latitudine attuale del satellite, serve a
    determinre la matrice di rotazione R_ECEF_2_NED
7 %   longitude: longitudine attuale del satellite, serve a
    determinre la matrice di rotazione R_ECEF_2_NED
8 %   R_ECIF_2_ECEF: matrice di rotazione da ECIF a ECEF
9 %   R_B_2_ECIF: matrice di rotazione da Body a ECIF
10 %   M_Body: valore del momento torcente da applicare per
    ottnerre la manovra corretta
11 %
12 % OUT:
13 %   m: momento di dipolo determinato
14 %   B_body: campo magnetico in coordinate body
15 %   P: potenza utilizzata nelle manovre
16
17
18 %#codegen
19 lambda = latitude;
20 theta = longitude;

```

```

21 sla=sin(lambda);
22 cla=cos(lambda);
23 sth=sin(theta);
24 cth=cos(theta);
25
26 R_ECEF_2_NED = [-sla*cth, -sla*sth, cla;
27                -sth, cth, 0;
28                -cla*cth, -cla*sth, sla];
29
30
31 R_B_2_NED = (R_B_2_ECIF)*(R_ECIF_2_ECEF)*(R_ECEF_2_NED);
32
33 B_body = R_B_2_NED*B_NED*(10^-9);
34
35 B_x = B_body(1);
36 B_y = B_body(2);
37 B_z = B_body(3);
38
39 M_x = M_Body(1);
40 M_y = M_Body(2);
41 M_z = M_Body(3);
42
43 m_x = (B_body(3)*M_Body(2));
44 m_y = -(B_body(3)*M_Body(1));
45 m_z = -((B_body(1)*M_Body(2) - B_body(2)*M_Body(1)));
46
47 m = [m_x, m_y, m_z]/(norm(B_body)^2);
48

```

```
49 % in questa sezione viene applicata la saturazione "manualemnte"  
    in modo da non modificare la direzione. Altrimenti se si  
    applica il saturatore vengono modiificate modificate le  
    direzioni a causa dei ricalcoli che vengono fatto. Le  
    specifiche del CubeSat 1U definiscono il massimo momento di  
    dipolo erogabile pari a 0.12  
50 m_max = 0.12;  
51  
52 k_x = abs(m(1)/m_max);  
53 k_y = abs(m(2)/m_max);  
54 k_z = abs(m(3)/m_max);  
55  
56 k = max([k_x, k_y, k_z]);  
57  
58 if k>1  
59     m = m/k;  
60 end  
61  
62 % Calcolo della potenza  
63 P = m(1)^2 + m(2)^2 + m(3)^2
```