به نام خدا

مهدی فقهی ۴۰۱۷۲۲۱۳۶ پروژه دوم درس یادگیری ماشین

سوال اول)

به کمک تابع generate dataset به شکل های مختلفی دیتا ست خود را میسازیم .

```
def generate_dataset(size,mode):
    if mode == 0: #Simple Ruling data generation
     x = []
      y = []
      target = []
      for i in range(size):
         # class zero
         x.append(np.round(random.uniform(0, 2.5), 1))
          y.append(np.round(random.uniform(0, 20), 1))
          target.append(0)
          # class one
          x.append(np.round(random.uniform(1, 5), 2))
          y.append(np.round(random.uniform(15, 25), 2))
          target.append(1)
    elif mode == 1: #Gaussian Quantiles
       X1, t1 = make_gaussian_quantiles(cov=3.,n_samples=size, n_features=2,n_classes=2, random_state=1)
       X1 = pd.DataFrame(X1,columns=['x','y'])
        x = X1["x"]
        x=x.to_numpy()
       y = X1["y"]
        y=y.to_numpy()
        t1 = pd.Series(t1)
        target=t1.to_numpy()
    elif mode == 2: #Blobs
       X,t1 = make_blobs(n_samples=size, centers=2, n_features=2,random_state=17)
        X = pd.DataFrame(X,columns=['x','y'])
        x = X["x"]
       x=x.to_numpy()
        y = X["y"]
       y=y.to_numpy()
```

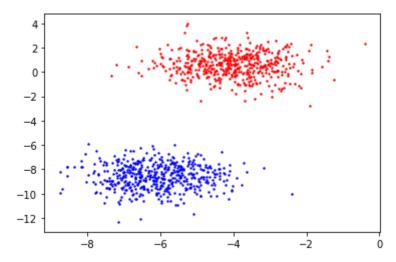
سپس یک تابع دیگر مینویسیم به اسم experiment model که براساس دیتاست ساخته شده انواع مختلف هسته و پارامترهای مربوط به آن را میآزماید و بهترین پارامتر را برای هر کدام از هسته ها پیدا می کند .

```
def experiment_model(X_train,y_train,y,f1,f2,y_test,X_test):
    result_list = []
    \mbox{\tt\#} Define the parameter grid for gamma and C
    param_grid = {'gamma': [0.1, 1, 10], 'C': [0.1, 1, 10]}
    # Initialize the SVM with a rbf kernel
    svm_model = SVC(kernel='rbf')
   clf_one = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
    clf_one.fit(X_train, y_train)
    Predicted\_labels = clf\_one.predict(X\_test)
    result_list.append((Predicted_labels,clf_one))
    print(f"SVM , Kernal = RBF , Best parameters: {clf_one.best_params_}")
    \mbox{\tt\#} Define the parameter grid for gamma and C
    param grid = {'C': [0.1, 1, 10]}
    svm_model = SVC(kernel='linear')
   clf_two = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
    clf_two.fit(X_train, y_train)
    Predicted_labels= clf_two.predict(X_test)
    result_list.append((Predicted_labels,clf_two))
    print(f"SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {clf_two.best_params_}")
    # Initialize the SVM with a polynomial kernel
    param_grid = {"degree": [2, 3, 4], "C": [ 0.1, 1, 10]}
    svm_model = SVC(kernel='poly')
    clf_five = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
    clf_five.fit(X_train, y_train)
    Predicted_labels= clf_five.predict(X_test)
    result_list.append((Predicted_labels,clf_five))
    print(f"SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {clf_five.best_params_}")
```

```
param_grid = {'gamma': [0.1, 1, 10], 'C': [0.1, 1, 10]}
# Initialize the SVM with a Sigmoid kernel
svm_model = SVC(kernel='sigmoid')
clf_six = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
clf\_six.fit(X\_train,\ y\_train)
Predicted_labels= clf_six.predict(X_test)
result_list.append((Predicted_labels,clf_six))
print(f"SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: {clf_six.best_params_}")
print("SVM , Kernel = Manual, ")
# Create an SVM model with Polynomial kernel
clf_seven = SVC(kernel=polynomial_kernel)
# Fit the model to your data
clf_seven.fit(X_train, y_train)
Predicted_labels= clf_seven.predict(X_test)
result_list.append((Predicted_labels,clf_seven))
return result_list
```

علاوه بر کرنلهای مرسوم یک کرنل manual نیز اضافه کردهام که همان کرنلی هست که باید خودم مینوشتم .

در ادامه شروع کردم به بررسی نتایج بر روی مدلهای دیتاست که ساختم . شکل ها را براساس ساده به سخت در گزارش قرار میدهم . شکل اول)



هستهها و بهترین یارامترهایشان:

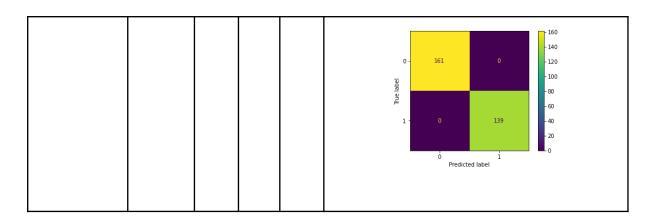
{SVM, Kernel = RBF, Best parameters: {'C': 0.1, 'gamma': 0.1

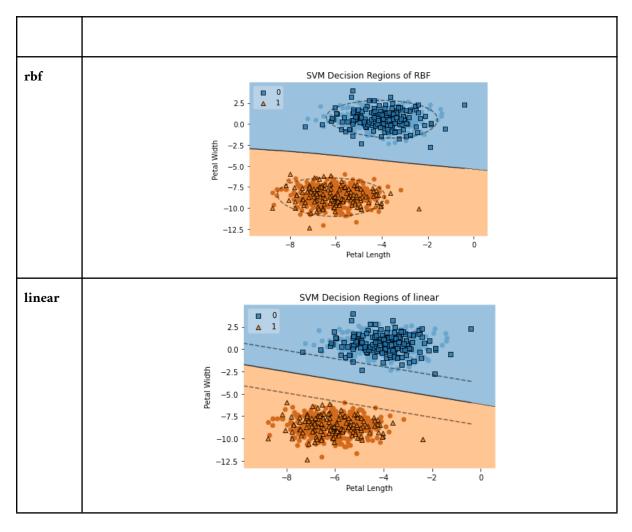
| SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {'C': 0.1

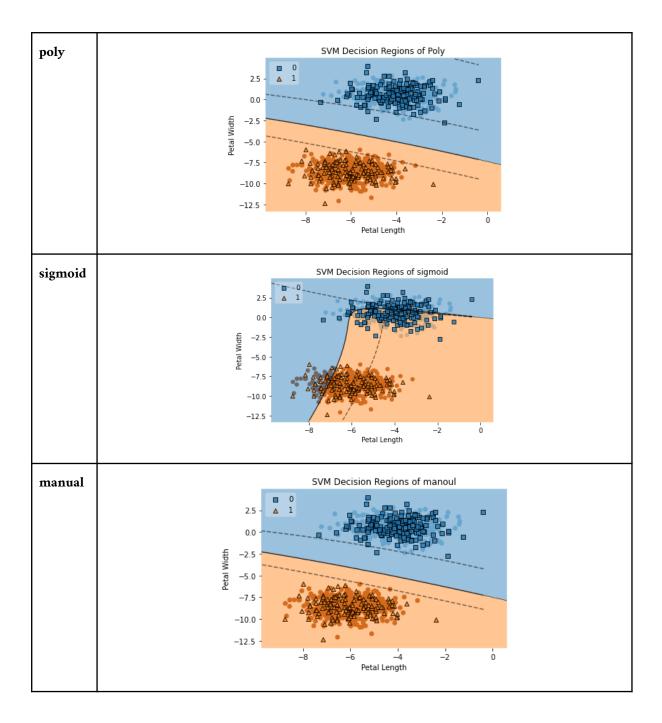
{SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {'C': 0.1, 'degree': 2

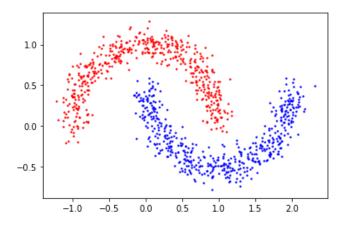
{SVM, Kernel = Sigmoid, Best parameters: {'C': 0.1, 'gamma': 0.1

	precision	recall	f1	acc	confusion matrix
rbf	1	1	1	1	1 - 0 139 -40 -20 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -0
linear	1	1	1	1	0 - 161 0 -140 -120 -100 -80 -60 -40 -20 0 Predicted label
poly					1 - 0 139 - 40 - 20 - 0 1 Predicted label
sigmoid	0.61	0.8	0.5	0.6	1 - 24 115 -40 Predicted label
manual	1	1	1	1	









{SVM , Kernel = RBF , Best parameters: {'C': 0.1, 'gamma': 10

{SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {'C': 1

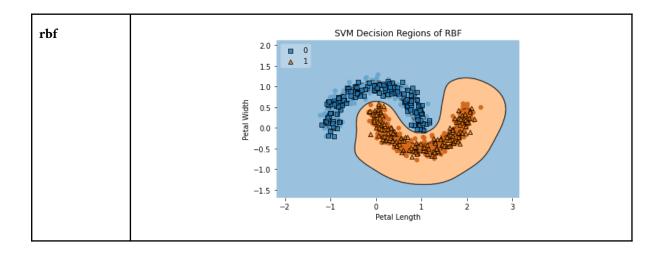
{SVM, Kernel = Poly, Best parameters: {'C': 0.1, 'degree': 3

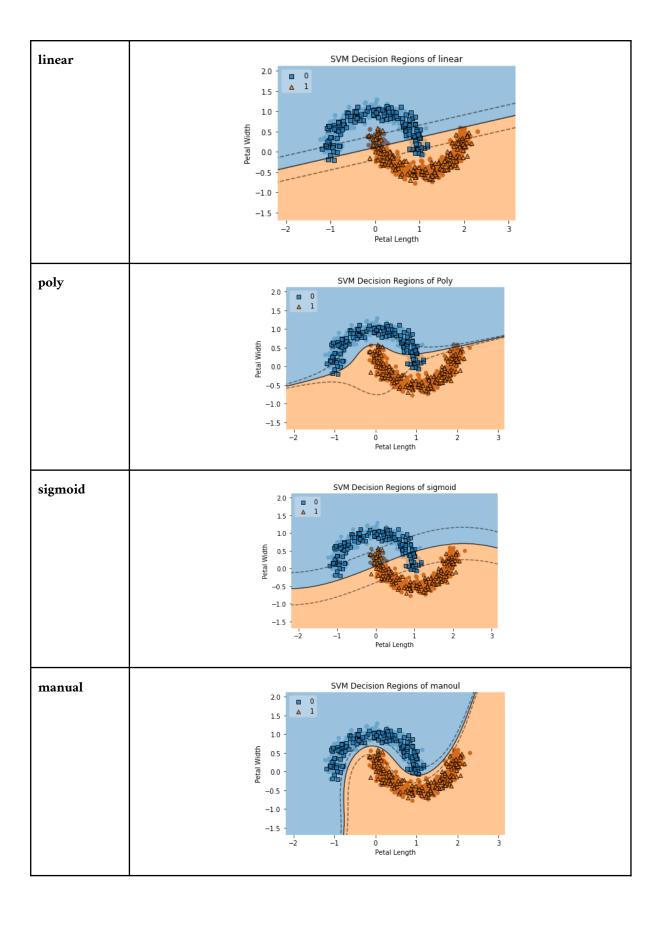
{SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: {'C': 1, 'gamma': 0.1

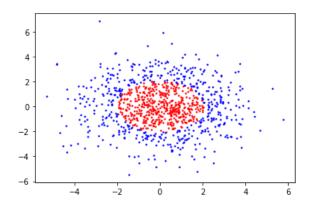
نتايج :

	precision	recall	accuracy	f1	conf matrix
rbf	1	1	1	1	1 - 0 157 -140 -120 -100 -80 -60 -40 -20 -0 -100 -20 -0 -100 -20 -0 -100 -10
linear	0.86	0.87	0.86	0.86	1 - 20 137 - 120 - 120 - 100 - 80 - 60 - 40 - 20 Predicted label

poly	0,89	0.99	0.93	0.94	1 - 1 156 - 100 -
sigmoid	0.84	0.85	0.84	0.85	1 - 22 135 - 40 - 40
manual	1	1	1	1	1 - 0 157 - 140 - 120 - 100 - 80 - 60 - 40 - 20 - 0 Predicted label







هستهها و بهترین پارامترهایشان :

 $\{SVM , Kernel = RBF , Best parameters: \{'C': 10, 'gamma': 0.1\}$

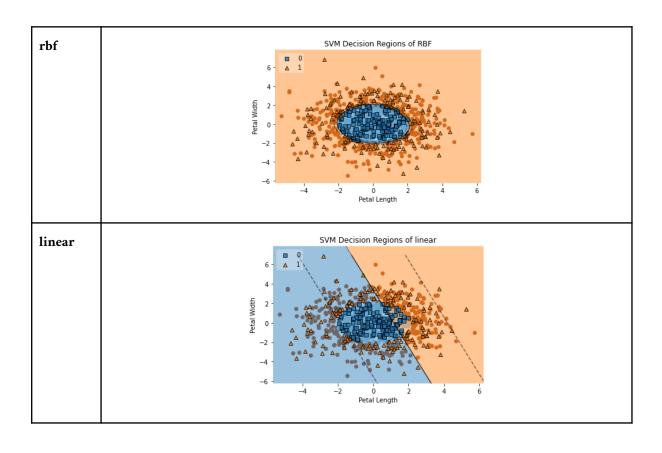
{SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {'C': 0.1

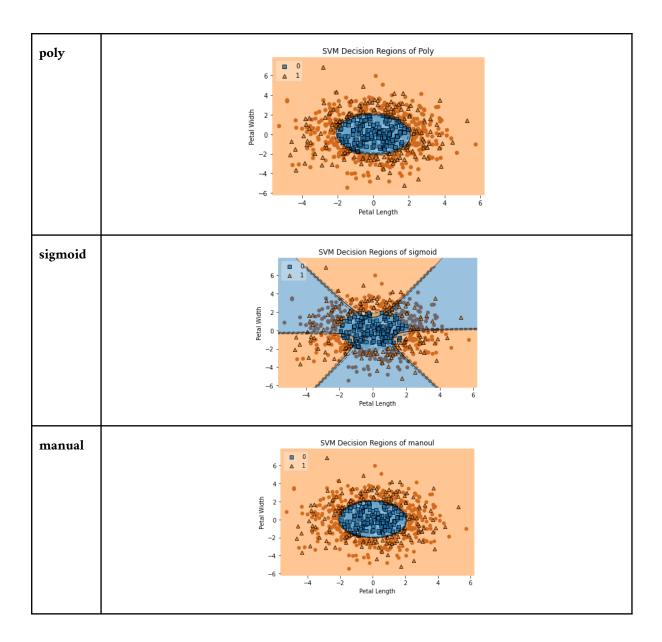
{SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {'C': 10, 'degree': 2

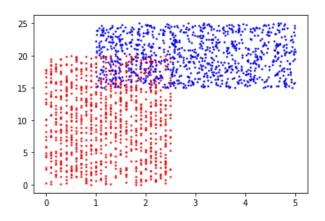
 $\{SVM, Kernel = Sigmoid, Best parameters: \{'C': 1, 'gamma': 0.1\}$

	precision	recall	accuracy	f1	conf matrix
rbf	0.98	0.98	0.98	0.98	1 - 2 148 - 20 - 20 - 20
linear	0.71	0.38	0.61	0.5	Predicted label 1 - 127

poly	0.98	0.98	0.98	0.98	1 - 3 147 -40 -20
sigmoid	0.79	0.49	0.68	0.60	1 - 76 74 -100 -100 -80 -60 -40 -20
manual	1	0.99	0.99	0.99	1 - 1 149 - 140 - 120 - 100 - 80 - 60 - 40 - 20 - 0 Predicted label







هسته ها و بهترین پارامترهایشان :

{SVM , Kernel = RBF , Best parameters: {'C': 10, 'gamma': 1

{SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {'C': 10

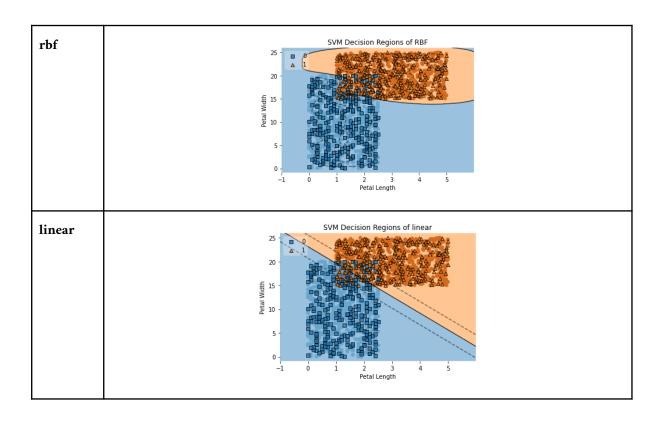
{SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {'C': 1, 'degree': 2

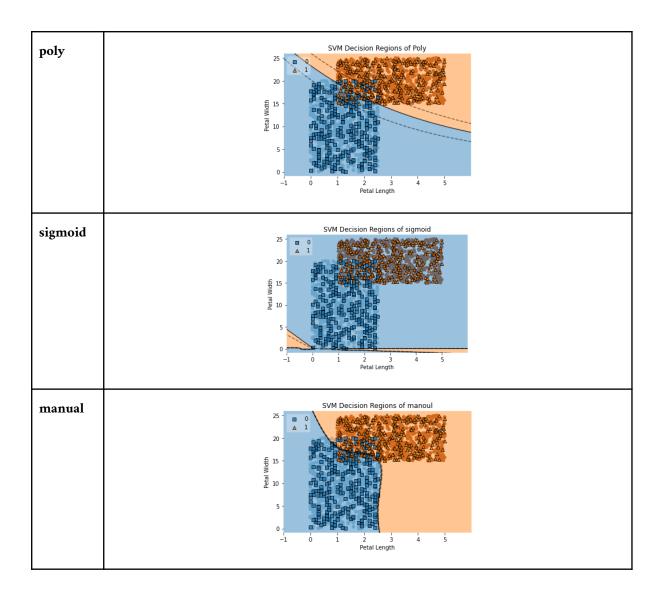
 $\{SVM, Kernel = Sigmoid, Best parameters: \{'C': 0.1, 'gamma': 10\}$

نتايج :

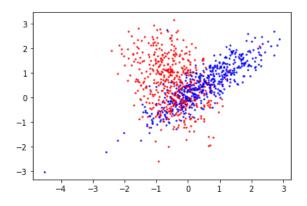
	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.90	0.93	0.90	0.92	1 - 19 285 - 50 - 50 - 700 - 750 - 7
linear	0.90	0.91	0.90	0.90	1 - 27 277 - 50 - 50 - 50 - 50 - 50 - 50 - 50 -

poly	0.90	0.90	0.90	0.90	1 - 30 274 - 250 - 250 - 200 - 150 - 150 - 150 - 50
sigmoid	0.49	0	0	0	1 - 304 0 - 250 - 200 - 150 - 100 - 50 - 0
manual	0.91	0.94	0.89	0.91	1 - 17 287 -50 -50 Predicted label





شکل پنج)



هستهها و بهترین پارامترهایشان :

{SVM , Kernel = RBF , Best parameters: {'C': 1, 'gamma': 1

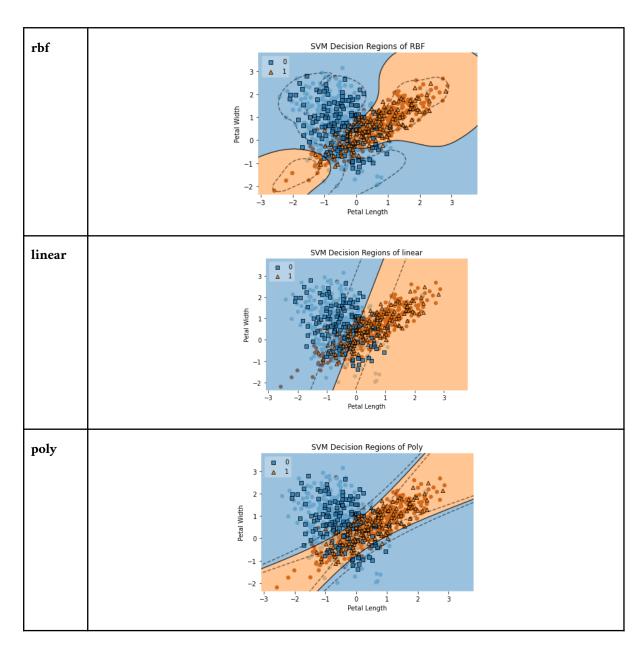
{SVM , Kernel = Linear ,Best parameters: {'C': 0.1

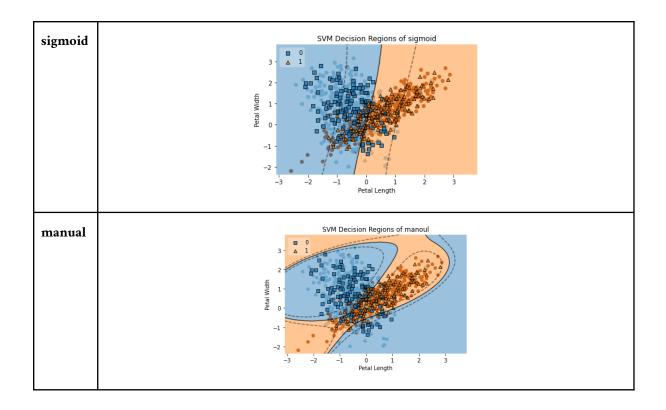
{SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {'C': 10, 'degree': 2

 $\{SVM \ , \ Kernel = Sigmoid \ , \ Best \ parameters: \{'C': \ 0.1, \ 'gamma': \ 0.1 \ \}$

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.8	0.76	0.83	0.79	0 - 122 23 - 100 - 80 - 60 - 60 - 40 - 40
linear	0.76	0.77	0.77	0.77	1 - 35 120 - 100 - 50 - 60 - 50 - 40
poly	0.82	0.93	0.76	0.84	1 - 10 145 140 -120 -100 -80 -60 -40 -20
sigmoid	0.75	0.69	0.79	0.74	1 - 47 108 -100 -50 -40 -30 -30 -30 -30 -30 -40 -30 -30 -40 -30 -40 -30 -40 -30 -40 -30 -40 -30 -40 -40 -40 -40 -40 -40 -40 -40 -40 -4

manual	0.82	0.87	0.79	0.83				-120
					0 -	111	34	- 100
					Tue label			- 80
					1 -	20	135	- 40
						0 Predict	1 ed label	■ ₂₀





قسمت پاسخ به پرسشها قسمت اول:

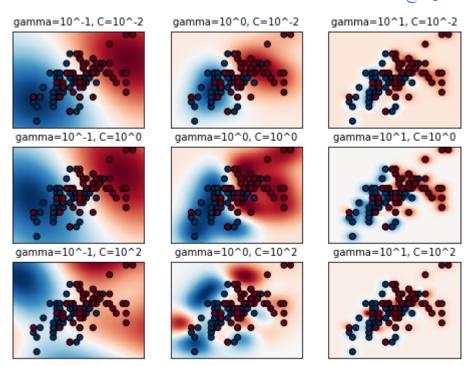
-رفته رفته پیچیدگی داده ها را بیشتر کرده و عملیات بالا را روی داده ها تکرار کنید. پیچیدگی دادهها چه تاثیری در انتخاب هسته و پارامترهای مربوطه خواهند داشت؟ به طور کامل شرح دهید.

خوب طبیعی است که هرچه داده های ما پیچیده تر شوند نیاز به هسته پیچیده تری برای حل مسئله مورد نظر است . این مسئله به خوبی با این پنج شکلی که از آسون به سخت کشیده شده مشخص است و همانطور که مشاهده می کنید دقت تابع خطی هرچه می گذرد در مراحل بعد کمتر و کمتر می شود و به ازای آن خوبی کارکرد با یک کرنل پیچیده تر نیز دیده می شود هرچند همانطور که دیده شد بعضی از کرنل های به ظاهر سخت مانند مانند مانند مانند مانند می خود همانند شکل چهار و پنج درست استفاده نشوند و برای دادگان ساده از آنان استفاده شود ممکن است چه بسا دارای خطای بیشتری از کرنل های ساده تر باشند و آن برازش عملا برازش مناسبی برای دادگان نباشد . پرامترها نیز همانطور که مشاهده می فرمایید با افزایش سختی مدل C افزایش پیدا می کند و همچنین gamma نیز افزایش پیدا می کند همین اتفاق برای degree در مدل poly نیز اتفاق می افتد .

-آیا می توان به طور قطع در مورد نوع هسته خاصی اظهار نظر کرد و مطمئن بود همواره بهترین خواهد بود؟ به طور کامل شرح دهید.

خیر . بهترین هسته و پارامترهای آن باید با آزمایش بدست بیاید و این مهم به این علت است که دادگان مختلف رفتارهای مختلفی از خودنشان می دهند که برای پیدا کردن مرز تفکیک بین آنها نیاز است که هسته های مختلف را نسبت به آنان بسنجیم و با بررسی معیارهای آموزش بسنجیم کدام مدل بهترین نماینده برای این نوع دادگان است همچنین گاها پیش میاید که دو مدل یکی با سختی بالا و یک مدل ساده تر یک نتیجه را می گیرند مانند شکل شماره یک اینجا اولویت با انتخاب مدل ساده تر است پس نمی توانیم به طور یمی یقین برای تمامی مسائل مثلا از rbf استفاده کرد برای مثال شکل آخر برای رد این ادعا کافی است زیرا مدل poly , sigmoid به مراتب نتایج بهتری از rbf گرفتند .

- در مورد پارامتر تنظیم روی داده ها توضیح دهید و نتایج مختلف را به سبب تغییر میزان آن به طور منحصر به فرد به غیر از مابقی یارامتر ها به طور کامل شرح دهید.



پارامتر تنظیم یا regularization term در فرمول اصلی که به شکل زیر تعریف میشود برابر با ۸ است .

Computing the (Soft-Margin) Oxivi Gassiller amounts to this

$$\left[rac{1}{n}\sum_{i=1}^n \max\left(0,1-y_i(\mathbf{w}^\mathsf{T}\mathbf{x}_i-b)
ight)
ight] + \lambda \|\mathbf{w}\|^2.$$

حال آنکه در فرمول sklearn برابر است با :

$$C\sum_{i=1,n} \mathcal{L}(f(x_i),y_i) + \Omega(w)$$

ترم C عملا معکوس ۸ است . طبق فرمول بالا هرچه C بزرگتر شود میزان loss یا خطا تاثیرش در مدل اصلی بیشتر می شود یعنی تحمل مدل نسبت به خطا خیلی کاهش پیدا می کند و سعی می کند تعداد خطا را کمینه کند . همانطور که در شکل بالا می بینید تاثیر C به خوبی در کنار gamma مشخص است . با فرض ثابت در نظر گرفتن gamma در یک مدل rbf و دقت کردن به اینکه افزایش C چه تاثیری در مدل می گذارد ، خواهیم دید که باعث کاهش وeneralization به جهت کاهش میزان ارور می شود کاهش فضای آبی رنگ و قرمز رنگ به معنای کاهش یافتن قدرت تعمیم در برابر کاهش میزان خطا است .

سوال دوم)

برای سوال دوم از مجموعه دادگان Speed Dating Experiment استفاده کردم . این مجموعه دادگان که شامل ۱۹۵ ستون و ۸۳۷۸ داده است .

داده ها از شرکت کنندگان در رویدادهای دوستیابی experimental speed dating از 2002-2004 جمع آوری شد. در طول رویدادها، شرکت کنندگان چهار دقیقه با هر شرکت کننده دیگری از جنس مخالف صحبت داشتند. در پایان چهار دقیقه از شرکت کنندگان پرسیده شد که آیا مایلند دوباره شخص مقابل خود را ببینند یا نه . همچنین از آنها خواسته شد که شخص مورد نظر را بر اساس شش ویژگی رتبه بندی کنند: جذابیت، صداقت، هوش، سرگرمی، جاه طلبی و علایق مشترک.

مجموعه داده همچنین شامل داده های پرسشنامه است که از شرکت کنندگان در نقاط مختلف فرآیند جمع آوری شده است. این زمینه ها عبارتند از: جمعیت شناسی، عادات دوستیابی، درک خود از ویژگی های کلیدی، باورها در مورد آنچه دیگران در یک همسر ارزشمند می دانند و اطلاعات مربوط به شیوه زندگی.

این دادگان دارای مقادیر null است همچنین یک سری ستون دارد که با ستون match که ستونی هست که میخواهیم classification را انجام دهیم ارتباط و همبستگی معنایی بالایی دارند که این ستونها را نیز برای یادگیری واقعی تر باید حذف کنیم . موارد بالا و یک سری موارد دیگر شامل یافتن featureهای جدید براساس داده های را در عملیات preprocess که در کد آمده است انجام می دهیم .((موارد انجام شده از preprocess طبق یک کد آماده در github انجام شده است .))

مهمترین چالش این دادگان این است که ۸۳ درصد موارد برچسب match برابر صفر است و در 16 درصد موارد برابر با یک است که عملا متناسب با خواست سوال یک مجموعه داده unbalanced در اختیار داریم .

پس از انجام عملیات preprocess می رویم سراغ عملیات اصلی مطلوب classification .

همانند سوال اول از تابع experiment model برای پیدا کردن بهترین مدل استفاده می کنیم .

در این اطلاعات به دلیل گستردگی و ابعاد بالایی که داشت هسته های poly , linear توانایی converge کردن نداشتن و فقط ما می توانستیم از هسته های rbf , sigmoid برای ارزیابی استفاده کنیم .

مشاهده نتايج :

ساده ترین شکل ممکن برای پیاده سازی با SVM (فقط مدل با هسته های زیر توانایی converge کردن داشتند)

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 0.01, 'gamma': 0.0

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 1, 'gamma': 0.01

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.83	0	0	0	1 - 193 0 -200
sigmoid	0.72	0.18	0.18	0.18	0 - 805 155 - 600 - 700 - 600 - 500 - 400 - 300 - 200 - 100

پیاده سازی با PCA 100:

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 0.01, 'gamma

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 10, 'gamma': 0.01

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.83	0	0	0	1 - 193 0 -200 -200 -700 -700 -700 -700 -700 -7
sigmoid	0.72	0.17	0.17	0.17	0 - 802 158 - 600 - 700 - 600 - 500 - 400 - 300 - 200 - 100

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 10, 'gamma': 0.01

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 10, 'gamma': 0.01

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.82	0.02	0.3	0.04	0 - 951 9
					- 600
					1 - 189 4 -200
					0 1 Predicted label
sigmoid	0.72	0.17	0.17	0.17	800
					0 - 802 158 - 600
					- 500 - 400 - 300 1 - 160 33 - 200
					0 i Predicted label

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 10

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 10

	accuracy	recall	precision	f1	confusion matrix
rbf	0.82	0.024	0.33	0.05	- 800
					0 - 936 14 - 600
					1 - 197 6
					- 200
					0 1 Predicted label
sigmoid	0.8	0.08	0.28	0.12	- 900 - 800
					0 - 907 43 - 700 - 600 - 500
					-500 -400 -300
					- 200 - 100
					0 1 Predicted label

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: $^{\prime}C^{\prime};~100,~^{\prime}gamma^{\prime};~10$

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 10, 'gamma': 10

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.82	0.025	0,33	0.045	1 - 198 5 - 200
sigmoid	0.77	0.07	0.16	0.10	0 - 874 76 - 800 - 700 - 600 - 500 - 400 - 300 - 200 - 100 - 1

SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 10

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 10

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.82	0.025	0.38	0.05	0 - 947 8 - 600 - 600 - 400 - 200 - 200
sigmoid	0.77	0.06	0.1	0.08	1 - 193 5 - 200

پیادهسازی مدل با تغییر وزن به نفع مدل با پراکندگی کمتر :

Best parameters: 'C': 1, 'gamma': 0.001, 'kernel': 'sigmoid

Best parameters: 'C': 0.1, 'gamma': 0.01, 'kernel': 'rbf

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.5	0.5	0.17	0.26	1 - 111 92 - 250 - 150 - 100 Predicted label
sigmoid	0.62	0.3	0.17	0.2	1 - 139 64 - 200 - 100 Predicted label

,

پیادهسازی با تغییر وزن به نفع برچسب با تعداد کم PCA 100 :

	accuracy	precision	recall	f1	confusion matrix
rbf	0.8	0.15	0.25	0.2	1 - 152 27 - 200 - 100 Predicted label
sigmoid	0.5	0.17	0.5	0.26	1 - 100 103 - 250 - 200 - 150 - 100 Predicted label

پیادهسازی با تغییر وزن به نفع برچسب با تعداد کم PCA 30:

	accuracy	precision	recall	f1	confusion matrix
sigmoid	0.5	0.17	0.5	0.30	0 - 468 482 -350
					1 - 100 103 - 250 - 200 - 150 100 Predicted label

پیادهسازی با تغییر وزن به نفع برچسب با تعداد کم LLE 300:

	accuracy	recall	precision	f1	confusion	n matrix		
rbf	0.57	0.55	0.22	0.3	Tue label	0	403	- 500 - 400 - 300 - 200 - 100
sigmoid	0.57	0.56	0.22	0.3	0 - Tue label	90 Predicto	396 116	- 500 - 400 - 300 - 200

پیادهسازی با تغییر وزن به نفع برچسب با تعداد کم LLE 200:

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.6	0.5	0.22	0.31	1 - 102 104 - 200 - 200
sigmoid	0.51	0.58	0.20	0.3	1 - 85 120 - 150 - 100 Predicted label

پیادهسازی با تغییر وزن به نفع برچسب با تعداد کم LLE 100:

	accuracy	recall	precision	f1	conf matrix
rbf	0.6	0.51	0.23	0.31	- 500 - 400
					- 300 - 300 - 200 - 100 - 100 - 100 - 100
sigmoid	0.58	0.47	0.2	0.3	0 - 578 369 - 400
					- 300 1 - 110 96 - 200
					0 1 Predicted label

cross validation پیاده سازی با gamma = 0.01 و c=0.01 و sigmoid برای مدل با کرنل

	precision	recall	f1	accuray
k = 3	,0.48649863]	,0,47761509]	,0,20588235]	,0,57834461]
	,0,50940486	,0.50846749	,0,17190083	, 0,7390625
	[0.47266249	[0.47966013	[0.09854015	[0.74270833
k = 5	,0,46759701]	,0,45621244]	,0,14403292]	,0.63920208]
	,0,48797283	,0,49297898	,0,10135135	,0,76909722
	,0,49702729	,0,49814412	,0,11842105	,0.76736111
	,0,51820837	, 0,5126292	, 0.1572327	,0,76736111
	[0.53739006	[0.53785247	[0.23136247	[0.74045139
k = 7	,0,47853481]	,0,47457421]	, 0.1483871]	,0.67922236]
	,0,45258169	,0,43966995	, 0,1097561	,0,64520049
	, 0.5633265	,0,52877393	,0,16494845	,0,80315917
	,0,50678137	,0,50468634	,0,14096916	,0,76306197
	,0,55415174	, 0.5351846	,0,19909502	,0.78493317
	,0,44935047	,0,47286047	,0•04878049	,0,76306197
	[0.51780837	[0.51545012	[0.18110236	[0.7472661
k = 10	,0,49248455]	,0,49420103]	,0,13095238]	,0,74696707]
	,0,46855631	, 0,459375	,0,13852814	,0,65451389
	,0,45784431	, 0.465625	,0,08187135	,0,72743056
	, 0.59375	,0,53541667	, 0.171875	,0.81597222
	,0,44645573	, 0.465625	,0,05228758	,0,74826389
	,0,55012771	, 0.5304113	,0,18543046	,0.78645833
	,0,56460745	,0,54985688	,0,23809524	,0,7777778
	,0,45817369	,0,47462497	,0,06622517	,0,75520833
	,0,46755537	, 0,4829757	,0 . 06993007	,0,76909722
	[0.46529909	[0.45838624	[0.12727273	[0.66666667

cross validation پیادهسازی با تغییر وزن به نفع مدل با برچسب کمتر gamma = 0.01 و c = 0.01 و sigmoid برای مدل با کرنل

	precision	recall	f1	accuray
k = 3	,0.48503785]	,0.48740964]	,0.12692967]	,0.73503384]
	,0.51931424	,0.53320921	,0.28629579	,0,45208333
	[0.48858252	[0.48714426	[0.16068867	[0.6953125
k = 5	,0,43062771]	,0,48621846]	,0,28006088]	,0,17953166]
	,0,48670369	, 0.4775538	,0,20952381	,0,56770833
	,0,52299172	,0•54082404	,0,28848485	,0,49045139
	,0,51974657	,0,52071188	,0,20603015	,0,72569444
	[0.51127366	[0.51990145	[0.26074499	[0.55208333
k = 7	,0.50156887]	,0.50276632]	,0.24497992]	,0,54313487]
	, 0,4842462	,0,48795092	,0,11764706	,0•74483597
	, 0,4986688	,0,49775204	,0,26234568	,0,41919806
	,0,52439259	,0,54292817	,0,29139073	, 0,4799514
	,0,53469997	, 0,5620914	,0,30223881	,0,54556501
	,0,47699208	,0,47989527	,0,11764706	,0,72660996
	[0.51952257	[0.52860997	[0.28965517	[0.37424058
k = 10	,0,50624228]	,0,51107174]	,0,2555556]	, 0,5355286]
	,0,47178131	, 0.45	, 0.1954023	,0,51388889
	,0,48922559	, 0,490625	,0,13559322	, 0.734375
	,0,50347373	, 0.50625	,0,25396825	,0,51041667
	,0,53459577	,0.55520833	, 0.3035343	,0,41840278
	,0,52165218	,0,53775047	,0,28904429	,0,47048611
	,0,52986597	,0,55294535	,0,29362881	,0,55729167
	,0,49491597	,0,49479155	,0.16243655	,0,71354167
	,0.48377679	,0,47165487	,0,23887588	,0,43576389
	[0.48713324	[0.47927383	[0.20338983	[0.59201389

بررسي سوالهای پرسیده شده:

بررسی کلی از نتایج بدست آمده :

همانطور که مشاهده می کنید مهمترین مشکل دادگان ما عدم تعادل بین بین تعداد برچسبهای با مقدار یک و صفر بود . این امر باعث شد همانطور که در شکل اول می بینید مدل با هسته rbf ما دقت ۸۳ درصدی داشته باشد اما به چه هزینهای ؟ تمام دادگان را به عنوان کلاس صفر پیش بینی کند و از آنجایی که دادگان کلاس صفر ۸۳ درصد از کل دادگان را تشکیل می دادند به دقت ۸۳ درصدی برسد عملا این یعنی اینکه مدل یاد گرفته است همه را صفر برچسب بزند و این یعنی یک مشکل بزرگ که بدی این موضوع در سه معیار دیگر به خصوص در معیار f1 , میزان کوچکی آن به خوبی قابل تشخیص است . لذا از نظر من مدل مهتری برخوردار بودند چه بسا مدل بهتری است .

یکی دیگر از عواملی که به احتمال زیاد باعث شد با در این آزمایش به دقت مناسبی نرسیم و با کاهش دادن آن مدل ما توانست به دقت بهتری برسد ابعاد مسئله یا ویژگیهایی استفاده شده بود .

اگر سری به دقت و معیارهای بدست آمده حاصل از کاهش ابعاد بزنید خواهیم دید که کاهش ابعاد در مدل rbf به ۳۰ واحد باعث شده است که مدل ما با این نوع کرنل به یک مدل بهتر تبدیل شود و بتواند بهتر از حالت قبل پیش بینی کند .

> یکی دیگر از روشهایی که به عنوان روش پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفت در این مسئله روش Locally Linear Embedding در جهت کاهش ابعاد بود .

تجزیه و تحلیل اجزای اصلی (PCA) و تعبیه خطی محلی (LLE) دو روش محبوب کاهش ابعاد هستند که در تجزیه و تحلیل داده ها استفاده می شوند.

PCA یک روش خطی است که با شناسایی جهتهای متعامد که در آن داده ها حداکثر تغییرات را نشان می دهند، داده های اولیه با ابعاد بالا را به فضایی با ابعاد پایین تر کاهش می دهد. این کار با محاسبه بردارهای ویژه ما تریس کوواریانس داده ها و انتخاب بردارهای ویژه که اکثریت واریانس داده ها را توضیح می دهد، انجام می شود. از مزایای PCA می توان به توانایی آن در مدیریت مجموعه داده های بزرگ، کاهش نویز و شناسایی الگوها در داده ها اشاره کرد. با این حال، PCA با خطی بودن آن محدود می شود، زیرا فرض می کند که داده ها در یک زیر فضای خطی قرار دارند، که ممکن است همیشه درست نباشد.

از سوی دیگر، LLE یک روش غیرخطی است که ساختار هندسی محلی داده ها را با یافتن K-نزدیک ترین همسایه ها برای هر نقطه داده و نگاشت آنها به فضایی با ابعاد پایین تر از طریق یک نقشه خطی حفظ می کند. از مزایای LLE می توان به توانایی آن در مدیریت روابط غیر خطی پیچیده بین داده ها و توانایی آن در حفظ توپولوژی داده ها اشاره کرد. با این حال، LLE می تواند از نظر محاسباتی گران باشد و به تغییرات در تعداد همسایگان انتخاب شده حساس باشد.

بنابراین، انتخاب بین PCA و LLE به الزامات خاص آنالیز بستگی دارد. اگر هدف اصلی شناسایی اجزای اصلی داده ها و کاهش آن به یک زیرفضای خطی باشد، PCA ممکن است گزینه بهتری باشد. با این حال، اگر داده ها ساختار پیچیده و غیرخطی داشته باشند که باید حفظ شود و معاوضه در زمان محاسبه قابل قبول باشد، LLE ممکن است روش مناسب تری باشد.

حال با این تعاریف و بررسی نتایج بدست آمده از LLE میتوانیم ببینیم که نسبت به PCA تاثیرات مثبت تری بر روی مدل آموزش داشته چه در حالت sigmoid , چه در حالت rbf و این نشان دهنده این است که ما یک مدل پیچیده تر سرکار داریم که احتمالا علاوه بر بالانس نبودن داده ها بین ویژگی ها نیز روابطی پیچیده تری حاکم است .

با بررسی cross validation به ازای مقادیر مختلف متوجه می شویم که تعداد cv نیز در این نوع آموزش یک هایپر پارامتر مهم است که در این آزمایش به ازای K = 5 قابل قبول ترین نتیجه را گرفتیم .

اما مهمترین بخش این قسمت از پروژه پاسخ دادن به سوال زیر است که به خوبی به کمک این نوع دادگان آن را تجربه کردم .

-آیا اگر مجموعه دادگان دارای عدم تعادل باشد(یعنی از هر کلاس به تعداد تقریبا یکسان داده موجود نباشد، برای یک کلاس تعدادی خیلی کم و برای دیگری تعدادی بسیار و یا تا حدی بیشتر)، آیا ردهبندی ماشین بردار پشتیبان دچار مشکل میشود و ردهبندی توسط آن تحت الشعاع قرار میگیرد؟چرا؟ به طور کامل توضیح دهید.

- راه حل مشکل بالا یعنی عدم تعادل مجموعه دادگان چیست و تاثیرات کلی آن را روی عملیات ردهبندی توسط هر ردهبندی را توضیح دهید.

بله و بسیار بد هم ممکن است تحت تاثیر قرار بگیرد برای مثال بر روی همین دادگان مدل rbf اصلا سعی نمی کرد که اصلا برچسبهای یک را یاد بگیرد و حتی اگر هم به ازای مقادیر بالای c یاد میگرفت کامل بر روی آن برچسبها با تعداد کم overfit می شد و این یعنی یادگیری نادرست .

یکی از راه حلهای حل مشکل بالا دادن وزن به برچسبها است یعنی به برچسب با فراوانی کم وزن بیشتری بدهیم که هنگام محاسبه خطا تا جایی که میتواند سعی کند به گونهای یاد بگیرد که دادگان با برچسب کم جز دادگان خطا نباشد که خود پیدا کردن وزن مناسب نیز یک چالش بزرگ است . برای حل این مشکل قسمتی به نام تغییر وزن را اضافه کردم و نتایج آن را نیز در کنار نتایج بدون وزن آوردم .

همانطور که می بینید مقدار دقت کاهش زیادی داشته ولی به همان میزان میزان f1 بالا آمده و ماشین حال دو برچسب را در یک حالت برابر تر یاد می گیرد اما خوب از هر دو برچسب با خطا یاد می گیرد .

به اصطلاح یک مشکل یعنی عدم یادگیری برچسب یک را حل کردیم اما به دلیل اینکه احتمالا ویژگیهای نزدیک به هم دیگر داشتند برچسبهای شماره یک و صفر در نتیجه مدل ما با قرار دادن مقادیر زیادی از دادگان برچسب صفر در کنار برچسب یک به عنوان یک گروه باعث شده است که عملا دقت ما کاهش پیدا کند .

که این نشان می دهد که غیر از اینکه مدل بالانس نیست پیچیده هم هست البته با کاهش ابعاد به روشهای یاد شده به دقت بالاتری دست پیدا کردیم در مدل rbf که این نشان می دهد که گاهی کاهش ابعاد چقدر به ما کمک می کند. اما با این وجود آیا این دادگان به خوبی توسط ماشین یادگیری SVC یاد گرفته شدند و به دقت قابل قبولی رسیدند ؟ جواب ساده است .

خير

عملا در اینجا یک درس بزرگتر نیز گرفتیم که گاهی بعضی از ماشینها یادگیری برای بعضی از مدل دادگان خاص به خوبی کار نمی کنند و نتیجه مورد علاقه ما را بر نمی گردانند هرچند ما در این آزمایش سعی کردیم تمامی تلاش خود را برای پیدا کردن مدل با پارامترهای بهینه را پیدا کنیم اما به احتمال زیاد استفاده از این ماشین را به کسی پیشنهاد نمی کنیم .

آیا راهی هست که بتوان از svm برای یادگیری این دادگان استفاده کرد .

بله!

اما نیازمند preprocess قوی تر هست که علاوه بر آنکه به خوبی معرف کل جامعیت دادگان هست بتوان از آن به خوبی برای حل مسئله به کمک SVM نیز استفاده کرد .

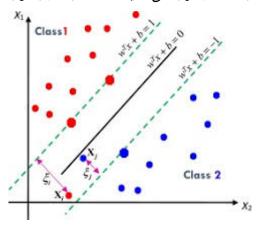
حقیقت آن است که ما در این آزمایش سعی کردیم یک سری از ستونها را که کار را برای پیش بینی آسان می کرد را حذف کنیم همچنین سعی کردیم تعداد فیچرهای بیشتری از داده استخراج کنیم تا بتوانیم با مدل X Boost که بروی همین دادگان کار کرده بود و نتیجه قابل قبولی گرفته بود ماشین خود را مقایسه کنیم ایجاد چالش بیشتر در جهت یادگیری و فهم یک سری مسائل که صرفا هنگام کار با دادگان واقعی با آن روبهرو خواهیم شد .

در مورد متغیر های slack به سوالات زیر پاسخ دهید:

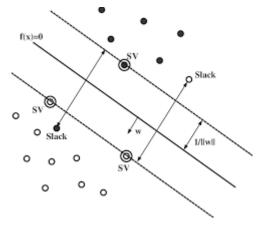
اگر مقدار این متغیر بین 0 و 1 باشد به چه معناست؟ اگر بزرگ تر از 1 باشد چطور؟

در طبقه بندی ماشین بردار پشتیبان (SVM)، متغیر slack یک متغیر با ارزش واقعی غیر منفی است که نشان دهنده میزان نقض (به عنوان مثال، طبقه بندی اشتباه) محدودیت های حاشیه برای یک نقطه داده معین است.

اگر مقدار متغیر slack بین 0 و 1 باشد، به این معنی است که نقطه داده مربوطه در حاشیه کلاس صحیح اما در سمت اشتباه مرز تصمیم قرار دارد. چنین نقاط داده ای "SOFT" یا "Margin errors" نامیده می شوند زیرا اجازه دارند محدودیت حاشیه را تا حدی نقض کنند. در شکل زیر آن نقطه آبی رنگ که به نوار اصلی نزدیک است در این بازه قرار می گیرد .



از طرف دیگر، اگر مقدار متغیر slack بزرگتر از 1 باشد، به این معنی است که نقطه داده مربوطه در سمت اشتباه مرز تصمیم و خارج از حاشیه کلاس صحیح قرار دارد. این نقاط داده، خطاهای حاشیه "Hard" نامیده می شوند و مجاز به نقض محدودیت های حاشیه نیستند. مقادیر زیاد متغیر slack ممکن است نشان دهنده این باشد که مدل SVM قادر به تفکیک داده ها به طور موثر نیست یا موارد پرت در داده ها وجود دارد در شکل زیر نمونهای این نوع slack آورده شده است .



با توجه به آنچه گفته شد، تعداد متغیرهای Slack در SVM با میزان سوگیری و واریانس مرتبط است. تعداد بیشتر متغیرهای Slack به این معنی است که ما به مدل انعطاف پذیری بیشتری می دهیم و احتمالاً مدل دارای سوگیری کمتر اما واریانس بیشتری است. این به این دلیل است که نسبت به طبقه بندی های نادرست تحمل بیشتری دارد .

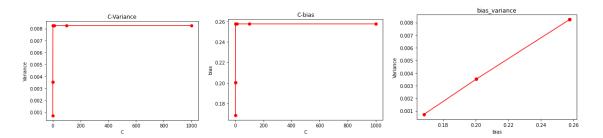
در مورد حاشیه خط تقسیم، تعداد متغیرهای slack با آن رابطه معکوس دارد. متغیرهای Slack با فاصله آنها تا حاشیه جریمه می شوند، بنابراین یک ثابت بزرگ اشتقاق از حاشیه را جریمه می کند. بنابراین داشتن متغیرهای Slack بیشتر به این معنی است که به نقاط اجازه می دهیم خط حاشیه اصلی را بشکنند و از این رو حاشیه را گسترده تر کنیم. اگر متغیرهای slack کمتری داشته باشیم، در این صورت قانون طبقه بندی سخت تری را اعمال می کنیم و حاشیه کوچکتر خواهد بود.

افزایش تعداد متغیرهای Slack منجر به انعطاف پذیری بیشتر در طبقه بندی کننده می شود و می تواند منجر به تعداد بردارهای پشتیبان کمتر شود. برعکس، کاهش تعداد متغیرهای Slack می تواند تعداد بردارهای پشتیبان را افزایش دهد. با این حال، تعداد بردارهای پشتیبان نیز تحت تأثیر عوامل دیگری مانند پیچیدگی داده ها و نوع عملکرد هسته مورد استفاده قرار می گیرد. بیاییم و آزمایش زیر را برای بهترین مدل انجام دهیم :

برای پارامتر C در نظر بگیرید و مقادیر بایاس و واریانس را در هر حالت چاپ کنید و نتایج را در گزارش خود تحلیل و برسی کنید.

حاصل برابر خواهد بود با:

```
C = 0.001,f1_score = 0.000 accuracy = 0.832, bias = 0.168, variance = 0.001
C = 0.01,f1_score = 0.049 accuracy = 0.800, bias = 0.200, variance = 0.004
C = 0.1,f1_score = 0.049 accuracy = 0.800, bias = 0.200, variance = 0.004
C = 1.0,f1_score = 0.124 accuracy = 0.742, bias = 0.258, variance = 0.008
C = 10.0,f1_score = 0.124 accuracy = 0.742, bias = 0.258, variance = 0.008
C = 100.0,f1_score = 0.124 accuracy = 0.742, bias = 0.258, variance = 0.008
C = 1000.0,f1_score = 0.124 accuracy = 0.742, bias = 0.258, variance = 0.008
```



این هم نمودارهای مختلف آن نسبت به یک دیگر سمت راستی bias به عنوان X و واریانس به عنوان Y است . وسطی مقادیر مختلف بایاس را به ازای Cهای مختلف می بیینیم .

سمت چیی نیز مقادیر مختلف واریانس را به ازای Cهای مختلف می بینیم .

همانطور که می بینیم برای این مدل از دادگان با افزایش C واریانس افزایش پیدا کرده و در کنار آن بایاس نیز افزایش یافته است . افزایش واریانس به معنی آن است که قدرت عمومیت مدلما کاهش پیدا کرده است که نتیجهای درستی است و افزایش بایاس نیز نشان میدهد سوگیری ما افزایش پیدا کرده است یعنی خطا افزایش پیدا کرده است .

يعنى با كاهش قدرت عموميت مدل خطا نيز افزايش پيدا كرده است .

```
بخش سوم )
```

```
ابتدا تابع زیر را ساختم که به کمک آن نقاط را تولید کنم .ب
برای حالت پیچیده :
```

```
import math

def function_rez_complex(x, y):
    """
    This function takes in three arguments, x, y, and returns the result of x cubed plus the sine of y.
    """
    return x**3 + math.sin(y)
```

برای حالت ساده:

```
def function_rez_simple(x,y):
    return x**2+3*y
```

. سپس به صورت رندوم به این توابع نقاطی از \mathbf{x} , \mathbf{y} را می \mathbf{x} دهم و خروجی را میگیرم

همانند مسئله قبل نیز یک تابع experiment model میسازیم ولی به جای SVC از SVR استفاده می کنیم .

```
def experiment_model(X_train,y_train,X_test):
    result_list = []
   # Initialize the SVM with a rbf kernel
   svm_model = SVR(kernel='rbf')
    # Define the parameter grid for gamma and C
   param_grid = {"gamma": ["auto", "scale"], 'C': [0.0001, 0.001, 0.1, 1, 10, 100, 1000]}
   clf_one = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
   clf_one.fit(X_train, y_train)
   Predicted_labels= clf_one.predict(X_test)
   result_list.append((Predicted_labels,clf_one))
   print(f"SVM , Kernal = RBF , Best parameters: {clf_one.best_params_}")
   print("SVM , Kernel = Linear ")
   param_grid = {'C': [0.0001, 0.001, 0.1, 1, 10, 100, 1000]}
    svm model = LinearSVR()
   clf_two = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid)
   clf_two.fit(X_train, y_train)
Predicted_labels= clf_two.predict(X_test)
   result_list.append((Predicted_labels,clf_two))
   print(f"SVM , Kernal = Linear , Best parameters: {clf_two.best_params_}")
```

```
#Initialize the SVM with a polynomial kernel
param_grid = {"degree": [2, 3, 4],"C": [0.0001, 0.001, 0.1, 1, 10, 100, 1000]}
svm_model = SVR(kernel='poly')
clf_three = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid,cv=5)
clf_three.fit(X_train, y_train)
Predicted_labels= clf_three.predict(X_test)
result_list.append((Predicted_labels,clf_three))
print(f"SVM , Kernel = Poly , Best parameters: {clf_three.best_params_}")
# Initialize the SVM with a Sigmoid kernel
param_grid = {'gamma': [0.1, 1, 10], 'C': [0.0001, 0.001, 0.1, 1, 10, 100, 1000]}
svm_model = SVR(kernel='sigmoid')
clf_four = GridSearchCV(estimator=svm_model, param_grid=param_grid,cv=5)
clf_four.fit(X_train, y_train)
Predicted_labels= clf_four.predict(X_test)
result_list.append((Predicted_labels,clf_four))
print(f"SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: {clf_four.best_params_}")
return result_list
```

نتایج برای شکل ساده :

بهترین پارامترها برای هر هسته خواهد بود :

'SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 1000, 'gamma': 'scale

SVM , Kernel = Linear , Best parameters: 'C': 100

SVM , Kernel = Poly , Best parameters: C': 100, 'degree': 2

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: C: 1, 'gamma': 0.1

	score	MSE	RMSE	MAE	
RBF	0.9	2758	52	20	10000 - 100000 - 10000 - 10000 - 100000 - 10000 - 100000 - 100000 - 10000 - 10
Linear	0.09-	9844170	.3137	2533	10000 - 1000 - 1000 - 1000 - 10000 - 1
Poly	0.99	46760	216	149	10000 - 1000000 - 10000 - 10000 - 10000 - 10000 - 100000 - 100000 - 10000 - 10
Sigmoid	0.07-	9664434	3108	2523	10000 - 8000 - 9

شکل نشان می دهد چقدر پیش بینی ها بهم نزدیک هستند . (محور x نشان دهنده مقدار واقعی و محور y نشان دهنده مقدار پیشبینی هست)

نتایج برای شکل پیچیده تر :

 $^{\prime}SVM$, Kernel = RBF , Best parameters: $^{\prime}C'$: 1000, $^{\prime}gamma'$: $^{\prime}scale$

SVM , Kernel = Linear , Best parameters: 'C': 100

SVM , Kernel = Poly , Best parameters: 'C': 1000, 'degree': 3

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 0.1

	score	MSE	RMSE	MAE	
RBF	0.56	63904168535	252792	153252	100 0.75 - 0.50 - 0.50 - 0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 100 -1.00 -0.75 -0.50 -0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 100 Actual values
Linear	0.82	25625128731	160078	125780	100 -0.75 -0.50 -0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00 Actual values
Poly	0.99	0.66	0.81	0.7	166 100 075 050 050 050 050 050 050 000 000 0
Sigmoid	0.30	101813113139	319081	204222	100 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.00 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 1.00 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.00 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.00 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.50 - 0.75 - 0.5

شکل نشان میدهد چقدر پیش بینی ها بهم نزدیک هستند .(محور x نشان دهنده مقدار واقعی و محور y نشان دهنده مقدار پیشبینی هست)

همانطور که انتظار داشتم تابع هسته با کرنل poly روی مدلهای من بهتر جواب داد علت آنکه توابع که چه برای ساده انتخاب کردم و چه برای پیچیده ترم توانی در آنان شاخصه مهمتری برای تغییر بود و همانطور هم که دیدم مدل هسته مختص این نوع دادگان یعنی poly بهتر جواب داد و به درستی و با دقت کامل درجه توانی خود را به مدل موردنظر هم در توان ۲ و هم در توان ۳ درست ست کرد .

هرچند که مدل ما وقتی پیچیده تر شد کرنلهای دیگر که شباهت کمتری به فرمول اصلی داشتند در جایگاه بسیار بدتری قرار گرفتند . برای مثال مدل rbf در مدل ساده تر توانست خود را به گونهای تطبیق دهد اما با پیچیده کردن آن تنها مدل poly بود که توانست بهترین پیش بینی را از مدل داشته باشد .

بخش چهارم)

در بخش چهارم به آموزش یک تابع رگرسیون را برای پیش بینی تعداد افرادی که در هر روز دوچرخه را به اشتراک می گذارند میهردازیم .

خوشبختانه این دیتاست missing دیتا نداشت و صرفا سطر مربوط به تاریخ را کنار می گذاریم در این آزمایش . سپس داده ها را نرمالیز می کنیم و با تقسیم بندی دادگان آموزش و تست میرویم همانند سراغ کار بالا دنبال مدل با بهترین پارمتر و هسته برای این دادگان می گردیم . 'SVM , Kernel = RBF , Best parameters: 'C': 1000, 'gamma': 'auto

SVM, Kernel = Linear, Best parameters: 'C': 1000

SVM , Kernel = Poly , Best parameters: 'C': 1000, 'degree': 3

SVM , Kernel = Sigmoid , Best parameters: 'C': 100, 'gamma': 0.1

	- I I I I I I I I I I I I I I I I I I I					
	score	MSE	RMSE	MAE		
RBF	0.96	153903	392	186	8000 900 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 Actual values	
Linear	1	9.7	0.01	0.007	8000 900 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 Actual values	
Poly	0.89	447328	668	362	2000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 Actual values	
Sigmoid	0.92	342083	584	404	2000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 Actual values	

مدل linear برخلاف انتظار بهترین نتیجه را در این آزمایش گرفت و توانست این مسئله regression را به خوبی تقریب بزند و در جایی که مدل با کرنلهای پیچیده تر نتایج غیر قابل قبولی از خود نشان دادند و صرفا مدل rbf توانست مدل بهتری را ارائه دهد . با این وجود مدل linear به ازای c = 1000 به این دقت رسیده است که نشان می دهد که به احتمال زیاد بر روی دادگان آموزش به شکل قابل ملاحظه ای fit شده است ولی خوب توانسته با همین قدرت انعطاف پذیری کم دقت خوبی بر روی دادگان تست بدست آورد که نشان از این دارد که براساس دادگانی که داریم یک فرمولیشن خطی بین دادگان برقرار است که با یادگیری آن به خوبی می توان خروجی را پیش بینی کرد .