

ÜNİTE – 12

İNTegral



Integral Tanımı ve Özellikleri



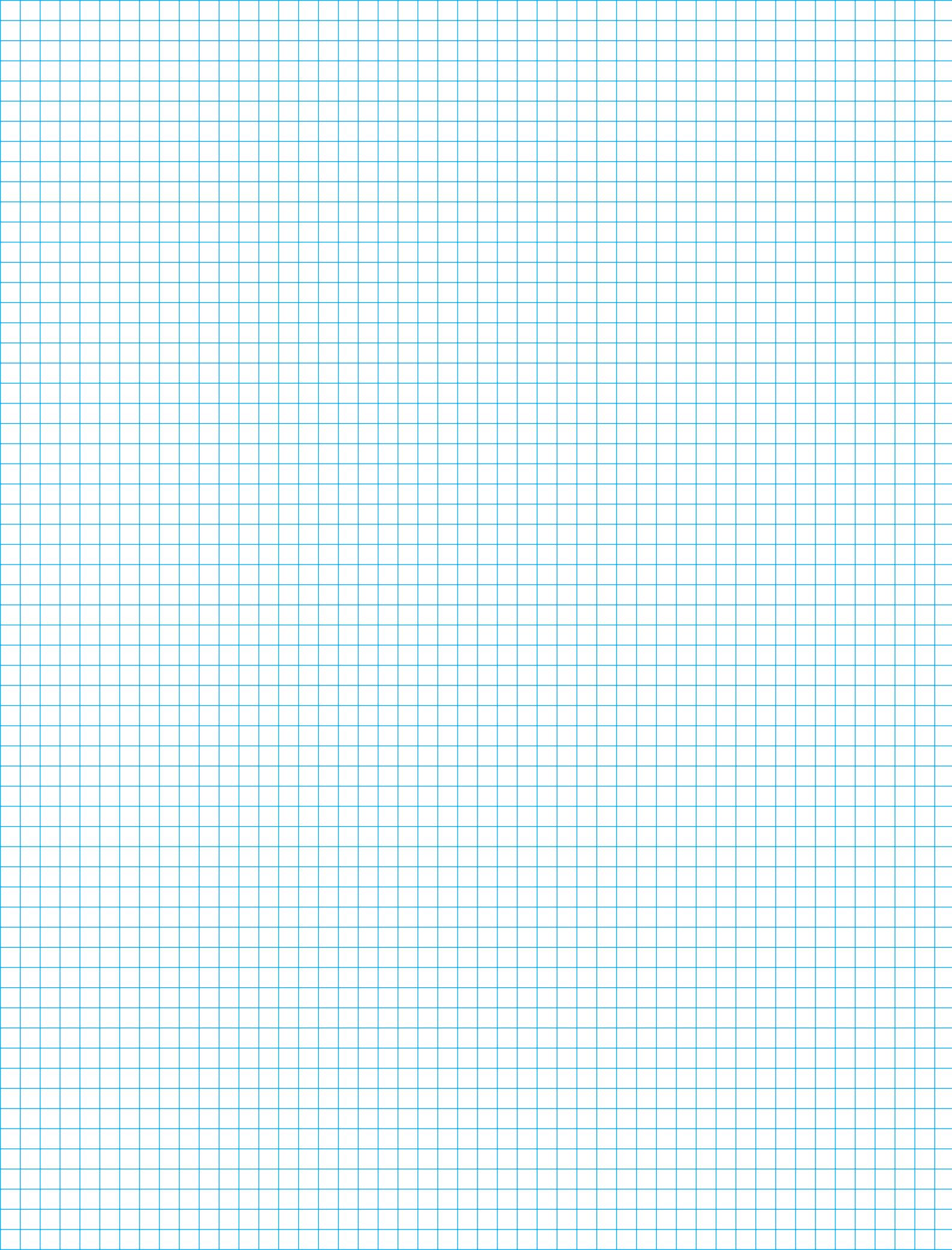
Belirsiz Integral



Belirli Integral



Integralde Alan Hesabı



İNTEGRAL

$f'(x)$, f fonksiyonunun türevi olmak üzere,

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

İfadelerine f , f fonksiyonunun **diferansiyeli** denir.

Belirsiz İntegral

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve } F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

Tanımlı ve türevlenebilir f ve F fonksiyonları verilmiş olsun.

Her $x \in (a, b)$ için $F'(x) = f(x)$ ise $F(x) + c$ fonksiyonuna $f(x)$ fonksiyonunun **belirsiz integrali** denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

c : integral sabiti

Belirsiz İntegralin Özellikleri

$$1. \frac{d}{dx} \left(\int f(x) dx \right) = f(x)$$

$$2. d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

$$3. \int d(f(x)) = \int f(x) dx = f(x) + c$$

$$4. \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx = (a \in \mathbb{R})$$

$$5. \int [f(x) \mp g(x)] dx = \int f(x) dx \mp \int g(x) dx$$

6. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\int adx = ax + c$$

7. $n \neq -1$ olmak üzere

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Değişken Değiştirme

Integrali alınacak ifadedeki çarpanlar birbirinin türevi oluyorsa çarpanlardan birine **u** denir.

u nun diferansiyeli alınarak integrali alınabilecek duruma getirilir.

$$\int f(g(x)) dx \cdot g'(x) dx$$

$u = g(x)$ ise $du = g'(x) dx$ dönüşümü yapılarak

$$\int f(u) \cdot du$$

integrali alınabilecek duruma dönüştürülür.

İntegral Hesabının Temel Teoremi

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F'(x) = f(x) \text{ ise } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Bu ifadeye **f(x) in Belirli İntegrali** denir.

- Parçalı ve mutlak değerli fonksiyonların belirli integralinde integral fonksiyonun kritik noktalarına göre parçalanır.

Belirli İntegralin Özellikleri

$a, b, c \in \mathbb{R}$, f ve g fonksiyonları $[a, b]$ aralığında integrallenebilen iki fonksiyon olsun.

$$1. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$2. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$3. \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$4. \int_a^b [f(x) \mp g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$$

5. $a < b < c$ olmak üzere,

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

6. $f(-x) = -f(x)$, f tek fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

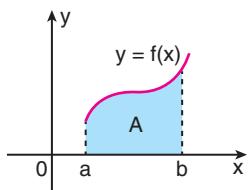
7. $f(-x) = f(x)$, f çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx$$

$$8. \frac{d}{dx} \left(\int_a^b f(x) dx \right) = 0$$

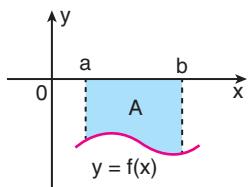
Belirli İntegrale Alan Hesabı

1.



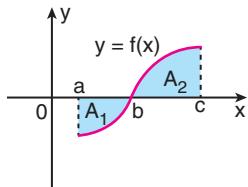
$$A = \int_a^b f(x) dx$$

2.



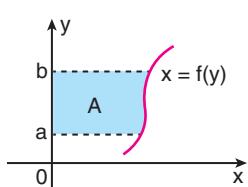
$$A = - \int_a^b f(x) dx$$

3.



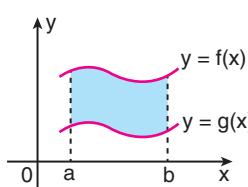
$$A_1 + A_2 = - \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

4.



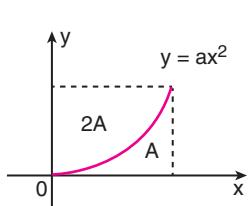
$$A = \int_a^b f(y) dy$$

5.

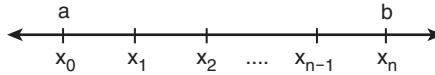


$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

6.



Bir Aralığın Bölbüntüsü



[a, b] aralığı n eşit parçaya bölünsün.

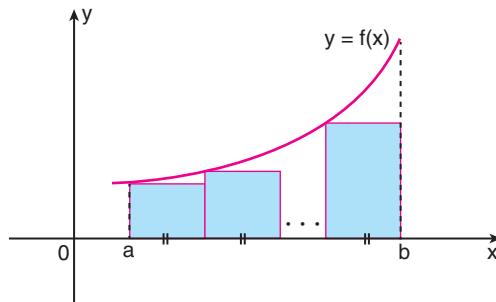
$$P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

kümesine **[a, b] Aralığının Düzgün Bölbüntüsü** denir.

Her bir aralığın uzunluğu $= \frac{b-a}{n}$ dir.

Riemann Alt Toplam

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere

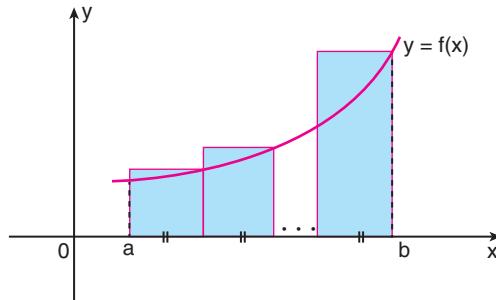


$n \rightarrow \infty$ için [a, b] aralığı n eşit alt aralığa bölünüse oluşan dikdörtgenlerin alanları toplamı, f eğrisiyle x eksenii arasında kalan alana eşit olacaktır.

n tane eşit alt aralıkla hesaplanan Riemann alt toplamına A dersek

$$A = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

Riemann Üst Toplam



$n \rightarrow \infty$ için alt toplamda olduğu gibi oluşturulan dikdörtgenlerin alanları toplamı, f eğrisiyle x eksenii arasında kalan alana eşit olacaktır.

Riemann üst toplamına B dersek

$$B = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

$$A \leq \int_a^b f(x) dx \leq B \text{ olur.}$$

1. I. $y = x^2 + x \Rightarrow dy = (2x + 1)dx$

II. $f(t) = t^3 \Rightarrow d(f(t)) = 3t^2dt$

III. $z = u^2 + 1 \Rightarrow dz = 2u du$

diferansiyellerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) I, II ve III

I. $dy = (2x+1)dx$

II. $d(f(t)) = 3t^2 dt$

III. $dz = 2u du$

Öncüllerin hepsi doğrudur.

2. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$ B) $\left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$ C) $\frac{-x+2}{x^3} dx$

D) $\frac{x-2}{x^3} dx$

E) $\left(\frac{x^2-2}{x^4} \right) dx$

$$\begin{aligned} d(f(x)) &= \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) dx \\ &= -\frac{x+2}{x^3} dx \end{aligned}$$

3. I. $\int 3 dx = 3x + c$ (Doğru)

II. $\int 4x^3 dx = x^4 + c$ (Doğru)

III. $\int (3x^2 + 4x - 1) dx = x^3 + 2x^2 - x + c$ (Doğru)

integralerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve III

E) I, II ve III

I. $\int 3 dx = 3x + c$

II. $\int 4x^3 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + c = x^4 + c$

III. $\int (3x^2 + 4x - 1) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} - x + c$
 $= x^3 + 2x^2 - x + c$

4. I. $\frac{d}{dx} \int (x^2 - x) dx = x^2 - x$ (Doğru)

II. $d \left[\int \left(x - \frac{1}{x} \right) dx \right] = \left(x - \frac{1}{x} \right) dx$ (Doğru)

III. $\int d(x^3) = x^3 + c$ (Doğru)

IV. $d(x^2 + 1) = 2x + c$ (Yanlış)

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve III

C) II ve III

D) I, II ve III

E) I, II ve IV

IV. $d(x^2 + 1) = 2x dx$ olmasının

gerekliği.

5. $f(x) = \frac{x-1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$\int d(f^{-1}(x))$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + c$

B) $4x + c$

C) $2f(x) + c$

D) $f(x) + c$

E) $\frac{x+1}{2} + c$

$\int d(f^{-1}(x)) = \int d(2x+1)$

$= 2x + c$

dx

↑

6. $\int x \cdot f(x) dx = x^3 + x^2$ (Eşitliğin türevini alalım)
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 8

E) 10

$\frac{d}{dx} \int x \cdot f(x) dx = \frac{d}{dx} (x^3 + x^2)$

$x \cdot f(x) = 3x^2 + 2x$

1. $f(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1$

$f(1) = 5$

7. $f(x) = \int (3x^2 - 4x) dx$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(5)$ değeri kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 32 E) 55

$$f(x) = 3x^2 - 4x + C$$

$$f'(x) = 6x - 4$$

$$f'(5) = 6 \cdot 5 - 4 \\ = 26$$

8. $\int (x^2 - 4x - 5) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - 2x^2 - 5x + c$

B) $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + c$

C) $2x - 4 + c$

D) $x^3 - 4x^2 - 5x + c$

E) $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5 + c$

$$\int (x^2 - 4x - 5) dx = \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 5x + C \\ = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + C$$

9. $\int (\sqrt{x} - 1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + c$

B) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} - x + c$

C) $\frac{1}{2\sqrt{x^3}} - x + c$

D) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{x} - x + c$

$$\int (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}}x^{\frac{3}{2}} - x + C \\ = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + C$$

10. $\int (f'(x) + 2x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'''(x) + x^2 + c$

B) $f''(x) + 2x^2 + c$

C) $f'(x) + x^2 + c$

D) $f'(x) + 2x^2 + c$

E) $f'(x) + 2 + c$

$$\int (f''(x) + 2x) dx = f'(x) + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + C \\ = f'(x) + x^2 + C$$

11. $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^3} + \sqrt{x} + c$

B) $\frac{1}{x} + \sqrt{x} + c$

C) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + c$

D) $-\frac{1}{x} + \sqrt{x} + c$

E) $-\frac{1}{x} - \sqrt{x} + c$

$$\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx = \int \left(x^{-2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \\ = \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C \\ = -\frac{1}{x} + \sqrt{x} + C$$

12. $\int [f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'(x) \cdot g(x) + c$

B) $f(x) \cdot g(x) + c$

C) $f'(x) \cdot g'(x) + c$

D) $f(x) + g(x) + c$

E) $\frac{f(x)}{g(x)} + c$

$$\int [f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)] dx = \int d(f(x) \cdot g(x)) \\ = f(x) \cdot g(x) + C$$

1. E	2. C	3. E	4. D	5. A	6. B
7. C	8. B	9. A	10. C	11. D	12. B

1. I. $\int dt = t + c$ (0-9th)

II. $\int \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + c$

III. $\int 2y dx = y^2 + c$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

II. $\int \frac{d^2y}{dx^2}$ integralinde integral operatörü bulunmadığından eşitlik doğrusu değişildir.

III. $\int 2y dx = 2xy + c$ olmalıdır.

2. $\int (xy - x) dy$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $xy\left(\frac{y}{2} - 1\right) + c$ B) $xy^2 - y + c$

C) $\frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{x^2} + c$ D) $x\left(\frac{y^2}{2} - 1\right) + c$

E) $\frac{x^2y^2 - x^2}{2} + c$

$\int (xy - x) dy = x \cdot \frac{y^2}{2} - x \cdot y + c$

= $x \cdot y \left(\frac{y}{2} - 1 \right) + c$

3. $\int \frac{x-1}{x^3} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$ B) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c$

C) $-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$ D) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + c$

E) $-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^3} + c$

$\int \frac{x-1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} \right) dx$

= $\int (x^{-2} - x^{-3}) dx$

= $\frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + c$

= $-\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c$

4. $\int \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx$

$$\begin{aligned} x^4 - 1 &= (x^2)^2 - 1 \\ &= (x^2 - 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}x^2 - x + c$ B) $\frac{1}{3}x^3 + x + c$

C) $\frac{1}{3}x^3 - x + c$ D) $x^3 + x + c$

E) $x^3 - x + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx &= \int \frac{(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx \\ &= \int (x^2 - 1) dx \\ &= \frac{x^3}{3} - x + c \end{aligned}$$

5. $\int \frac{2x^3 - 2}{x^2 + x + 1} dx$

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1)$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 2x + c$ B) $\frac{x^2}{2} - x + c$

C) $\frac{1}{2}x^2 + x + c$ D) $x^2 + 2x + c$

E) $x^3 + 2x + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^3 - 2}{x^2 + x + 1} dx &= \int \frac{2(x-1) \cdot (x^2+x+1)}{x^2+x+1} dx \\ &= 2 \int (x-1) dx \\ &= 2 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - x \right) + c = x^2 - 2x + c \end{aligned}$$

6. $\int \sin x dy$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x + c$ B) $y \cos x + c$ C) $y \sin x + c$

D) $y^2 \sin x + c$ E) $y^2 \cos x + c$

$\int \sin x dy = y \cdot \sin x + c$

7. $\int [f(x) + x \cdot f'(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f^l(x) + x^2 f(x) + c$
 B) $f^l(x) + x \cdot f(x) + c$
 C) $x^2 \cdot f(x) + c$
 D) $x \cdot f(x) + c$
 E) $f^l(x) + \frac{x^2}{2} f''(x) + c$

$$\int [f(x) + x \cdot f'(x)] dx = \int x \cdot f(x) dx$$

$$= x \cdot f(x) + c$$

→ eşitliğin integralini alalım.

8. $f(x) = 6x - 8$ ve $f(-1) = 15$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

$$\int f'(x) dx = \int (6x - 8) dx$$

$$f(x) = 6 \cdot \frac{x^2}{2} - 8x + c$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 8 \cdot (-1) + c$$

$$15 = 11 + c \rightarrow c = 4$$

$$f(x) = 3x^2 - 8x + 4 \rightarrow f(1) = 3 - 8 + 4$$

$$f(1) = -1$$

9. A(1, 7) noktasından geçen $f(x)$ fonksiyonunun türevi

$f(1) = 7$ dir. $f'(x) = 4x - 1$ dir.
 Buna göre, $f(2)$ kaçtır?
 → eşitliğin integralini alalım.

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

$$\int f'(x) dx = \int (4x - 1) dx$$

$$f(x) = 2x^2 - x + c$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 + c$$

$$7 = 2 - 1 + c \rightarrow c = 6$$

$$f(x) = 2x^2 - x + 6$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 2 + 6$$

$$f(2) = 12$$

10. $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(gof)(x) + c$
 B) $(fog)x + c$
 C) $f'(x) + g(x) + c$
 D) $g'(x) + f(x) + c$
 E) $f(g(x)) \cdot g(x) + c$

$$\int \omega ((f \circ g)(x)) = (f \circ g)(x) + c$$

$x^3 - 1$

11. $\int 4(x-1)(x^2+x+1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^4 - 1 + c$
 B) $x^4 - 4x + c$
 C) $x^4 + x + c$
 D) $\frac{1}{4}(x^4 - x) + c$
 E) $\frac{1}{4}(x^4 + x) + c$

$$\int (4x^3 - 4) dx = x^4 - 4x + c$$

MATEMATİĞİN İLACI

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \int (-2x + 2) dx$$

$$f'(x) = 2$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 2 olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$f(x) = -x^2 + 2x + c$$

$$f'(x) = -2x + 2$$

$0 = -2x + 2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$ maksimum noktasıının apsisi dir.

$$f(1) = 2$$

1. A	2. A	3. B	4. C	5. A	6. C
7. D	8. E	9. C	10. B	11. B	12. C

1. $\int x^2(x^3 + 1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{6}x^2 + c$

B) $\frac{1}{6}(x^3 + 1) + c$

C) $\frac{1}{6}(x^3 + 1)^2 + c$

D) $\frac{1}{3}(x^3 + 1) + c$

E) $\frac{1}{2}(x^3 + 1)^2 + c$

$$\begin{aligned}\int x^2 \cdot (x^3 + 1) dx &= \int (x^5 + x^2) dx \\ &= \frac{x^6}{6} + \frac{x^3}{3} + c \\ &= \frac{1}{6} \cdot (x^3 + 1)^2 + c\end{aligned}$$

2. $\int 8(2x + 1)^3 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}(2x + 1) + c$

B) $\frac{1}{4}(2x + 1)^3 + c$

C) $24(2x + 1)^2 + c$

D) $(2x + 1)^4 + c$

E) $2(2x + 1)^4 + c$

$$\begin{aligned}\int 8 \cdot (2x+1)^3 dx &= \int 8 \cdot u^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot du \\ &= \int 4u^3 du \\ &= 4 \cdot \frac{u^4}{4} + c \\ &= (2x+1)^4 + c\end{aligned}$$

3. $\int (6x+3)(x^2+x)^2 dx$

$x^2+x = u$

$(2x+1) du = dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x^2+x)^3 + c$

B) $2(x^2+x)^3 + c$

C) $\frac{1}{2}(x^2+x)^2 + c$

D) $2(x^2+x)^2 + c$

E) $3(x^2+x)^3 + c$

$$\begin{aligned}\int (6x+3) \cdot (x^2+x)^2 dx &= \int 3 \cdot (2x+1) \cdot (x^2+x)^2 \cdot du \\ &= \int 3u^2 du \\ &= 3 \cdot \frac{u^3}{3} + c \\ &= (x^2+x)^3 + c\end{aligned}$$

4. $\int f(x+1) dx$

$x+1 = u$
 $dx = du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'(x+1) + c$

B) $f''(x+1) + c$

C) $f(x+1) + c$

D) $2f(x+1) + c$

E) $2f'(x+1) + c$

$$\begin{aligned}\int f'(x+1) dx &= \int f'(u) \cdot du \\ &= f(u) + c \\ &= f(x+1) + c\end{aligned}$$

5. $f(2x+1) = \int 4 dx$

integrali veriliyor.

Buna göre,

$f(7) - f(3)$

farkı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

E) 8

$f(2x+1) = 4x + c$

$x=3$ için $f(2 \cdot 3 + 1) = 4 \cdot 3 + c \rightarrow f(7) = 12 + c$

$x=1$ için $f(2 \cdot 1 + 1) = 4 \cdot 1 + c \rightarrow f(3) = 4 + c$

$$\begin{aligned}f(7) - f(3) &= (12+c) - (4+c) \\ &= 12+c - 4 - c \\ &= 8\end{aligned}$$

6. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$\int [P(x) + P'(x)] dx = x^2 + 6x + c$

integrali veriliyor.

Buna göre, $P(1)$ kaçtır? ($P'(x)$; $P(x)$ polinomunun türevi)

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

$\frac{d}{dx} \int [P(x) + P'(x)] dx = \frac{d}{dx} (x^2 + 6x + c)$

$P(x) + P'(x) = 2x + 6$

$P(x) = 2x + b$ ise $P'(x) = 2$ olur.

$P(x) + P'(x) = 2 \cdot x + 6$

$2x + b + 2 = 2 \cdot x + 6$ (polinom eşitliğinden)

$b = 2$, $2+2=6 \rightarrow b=4$

$P(x) = 2x + 4 \rightarrow P(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$

7. $\int x\sqrt{x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{2}{5} \cdot x^{\frac{3}{2}} + c$ C) $(1 + \sqrt{x}) + c$

- D) $\frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$ E) $\frac{5}{2} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$

$$\begin{aligned}\int x\sqrt{x} dx &= \int x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \int x^{\frac{3}{2}} dx \\ &= \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c\end{aligned}$$

8. $\int \frac{f(x)}{f^2(x)} dx$

$f(x) = u$
 $f'(x) dx = du$

- A) $\frac{f(x)}{f(x)} + c$ B) $\frac{f(x)}{f'(x)} + c$ C) $-\frac{1}{f(x)} + c$

- D) $\frac{1}{f(x)} + c$ E) $\frac{2}{f(x)} + c$

$$\begin{aligned}\int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx &= \int \frac{du}{u^2} \\ &= \int u^{-2} du \\ &= \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{f(x)} + c\end{aligned}$$

9. $\int \sqrt{4x+1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}(4x+1)\sqrt{4x+1} + c$

$4x+1 = u$

B) $\sqrt{(4x+1)^3} + c$

$4x = du$

C) $\frac{1}{3}(4x+1)\sqrt{4x+1} + c$

$dx = \frac{1}{4} du$

D) $2\sqrt{(4x+1)^3} + c$

E) $-\frac{1}{2}\sqrt{(4x+1)^3} + c$

$$\begin{aligned}\int \sqrt{4x+1} dx &= \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{4} du = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{1}{6} \cdot u^{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{1}{6} \cdot (4x+1)\sqrt{4x+1} + c\end{aligned}$$

10. $\int 6x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x(x^2+1) + c$

$x^2+1 = u$

B) $2\sqrt{(x^2+1)^3} + c$

$2x dx = du$

C) $\frac{1}{2}\sqrt{(x^2+1)^3} + c$

$x \cdot dx = \frac{1}{2} du$

D) $2\sqrt{x^2+1} + c$

E) $x\sqrt{x^2+1} + c$

$\int 6x \sqrt{x^2+1} dx = \int 6 \cdot \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot du = \int 3\sqrt{u} du$

$\frac{1}{2} \cdot du$

$= 3 \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= 2 \cdot \sqrt{u^3} + c$

$= 2 \cdot \sqrt{(x^2+1)^3} + c$

11. $\int f(2x) dx$

$2x = u$

$2 dx = du$
 $dx = \frac{1}{2} du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) + c$

B) $f(2x) + c$

C) $\frac{1}{2}f(2x) + c$

D) $2 \cdot f(2x) + c$

E) $f^2(2x) + c$

$\int f'(2x) dx = \int f'(u) \cdot \frac{1}{2} \cdot du$

$= \frac{1}{2} \cdot f(u) + c$

$= \frac{1}{2} \cdot f(2x) + c$

12. $\int f(x) \cdot f'(x) dx$

$f(x) = u$

$f'(x) dx = du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) + c$

B) $f'(x) + c$

C) $f''(x) + c$

D) $\frac{1}{2}f^2(x) + c$

E) $2 \cdot f^2(x) + c$

$\int u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot u^2 + c$

$= \frac{1}{2} \cdot f^2(x) + c$

1. C	2. D	3. A	4. C	5. E	6. C
7. D	8. C	9. A	10. B	11. C	12. D

1. $\int (x-1)^3 dx$

$$\frac{x-1}{dx} = \frac{u}{du}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3(x-1)^2 + c$

B) $\frac{1}{3}(x-1)^4 + c$

C) $\frac{1}{4}(x-1)^4 + c$

D) $\frac{1}{2}(x-1)^4 + c$

E) $(x-1)^4 + c$

$$\begin{aligned}\int (x-1)^3 dx &= \int u^3 du \\ &= \frac{1}{4} \cdot u^4 + c \\ &= \frac{1}{4} \cdot (x-1)^4 + c\end{aligned}$$

2. $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x}} dx$

$$\frac{x^2+x}{(2x+1)} dx = du$$

A) $\sqrt{x^2+x} + c$

B) $2\sqrt{x^2+x} + c$

C) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+x} + c$

D) $\sqrt{2x+1}$

E) $2\sqrt{2x+1} + c$

$$\begin{aligned}\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x}} dx &= \int \frac{du}{\sqrt{u}} \\ &= \int u^{-\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{u} + c \\ &= 2\sqrt{x^2+x} + c\end{aligned}$$

3. $\int \frac{dx}{x^2-2x+1} = \int \frac{dx}{(x-1)^2}$

$$dx = du$$

A) $-\frac{1}{x-1} + c$

B) $-\frac{1}{(x-1)^2} + c$

C) $\frac{1}{x-1} + c$

D) $\frac{1}{(x-1)^2} + c$

E) $\frac{1}{(x-1)^3} + c$

$$\begin{aligned}\int \frac{dx}{(x-1)^2} &= \int \frac{1}{u^2} du \\ &= \int u^{-2} du \\ &= \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{x-1} + c\end{aligned}$$

4. $\left[\frac{x}{f(x)} \right]' = \frac{f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)}$ olmak üzere,

$$\int \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{f^2(x)} dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^2(x) + c$

B) $\frac{f(x)}{x} + c$

C) $\frac{x}{f(x)} + c$

D) $-\frac{x}{f(x)} + c$

E) $\frac{x^2}{f(x)} + c$

$$\begin{aligned}\int \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{f^2(x)} dx &= \int du \left(-\frac{x}{f(x)} \right) \\ &= -\frac{x}{f(x)} + c\end{aligned}$$

5. $\int f(x) \cdot f(f(x)) dx$

$$f(x) = u$$

$$f'(x) \cdot dx = du$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) + c$

B) $f^2(x) + c$

C) $(f \circ f)(x) + c$

D) $\frac{1}{2}f(f(x)) + c$

E) $2 \cdot f(f(x)) + c$

$$\begin{aligned}\int f'(x) \cdot f'(f(x)) dx &= \int f'(u) \cdot du \\ &= f(u) + c \\ &= f(f(x)) + c \\ &= (f \circ f)(x) + c\end{aligned}$$

6. $\int f(x^3) \cdot d(x^3)$

$$x^3 = u$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x^3) + c$

B) $f(x^3) + c$

C) $f(x^4) + c$

D) $f(x^4) + c$

E) $f(x^4) + c$

$$\begin{aligned}\int f'(u) \cdot du &= f(u) + c \\ &= f(x^3) + c\end{aligned}$$

7. $\int (x-3)(x+1)^5 dx$

integralinde $u = x + 1$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A) $\int (u^5 - u^4) du$ B) $\int (u^6 - u^5) du$ C) $\int (u^5 - 3u^4) du$

D) $\int (u^6 - 3u^5) du$ E) $\int (u^6 - 4u^5) du$

$$u = x+1 \quad \rightarrow \quad (x=u-1)$$

$$du = dx$$

$$\int (x-3) \cdot (x+1)^5 dx = \int (u-1-3) \cdot u^5 du$$

$$= \int (u-4) \cdot u^5 du$$

$$= \int (u^6 - 4u^5) du$$

8. $\int x\sqrt{x+1} dx$

integralinde $t = \sqrt{x+1}$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A) $\frac{1}{2} \int (t^2 - 1) dt$ B) $\int (t^2 - 1) dt$ C) $\int t(t^2 - 1) dt$

D) $\int t(t^2 + 1) dt$ E) $2 \int t^2 \cdot (t^2 - 1) dt$

$$\int x \sqrt{x+1} dx = \int (t^2 - 1) \cdot t \cdot 2t dt$$

$$= 2 \int t^2 \cdot (t^2 - 1) dt$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \\ dt = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot dx \\ 2t dt = dx \end{array} \right.$$

$$t = \sqrt{x+1}$$

$$t^2 = x+1$$

$$t^2 - 1 = x$$

9. $\int 2(x+1)(x^2+2x+3)^2 dx$

integralinde $u = (x+1)^2 + 2$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A) $\int u(u+1)^2 du$ B) $\int u du$ C) $\int u^2 du$

D) $\int u^3 du$

E) $\int 2u^2 du$

$$\int 2(x+1) \cdot (x^2+2x+3)^2 dx = \int u^2 du$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = (x+1)^2 + 2 \\ u = x^2 + 2x + 1 + 2 \\ u = x^2 + 2x + 3 \\ du = (2x+2) dx \end{array} \right.$$

10. $\int (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) dx = \int u \cdot (u+1+2) \cdot 2 \cdot (u+1) du$
 $= \int 2 \cdot u \cdot (u+1)(u+3) \cdot du$

integralinde $u = \sqrt{x}-1$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A) $\int u(u+3) du$ B) $\int u(u-3) du$

C) $\int u(u+1)(u+3) du$ D) $2 \int u(u+1)(u+3) du$

E) $\int u(u+1)(u+2) du$

$$u = \sqrt{x}-1 \rightarrow u+1 = \sqrt{x}$$

$$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$2\sqrt{x} du = dx \rightarrow 2(u+1) du = dx$$

11. $\int x \cdot (3\sqrt[3]{x}-1) dx = \int u^3 \cdot (u-1) \cdot 3u^2 du$

integralinde $u = \sqrt[3]{x}$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşturulur?

A) $\int u^3(u-1) du$

B) $\int 3 \cdot u^5(u-1) du$

C) $\int u^5(u-1) du$

D) $\int u^4(u-1) du$

E) $\int 3u^3(u-1) du$

$$u = \sqrt[3]{x}$$

$$u^3 = x$$

$$3 \cdot u^2 \cdot du = dx$$

12. $\int \frac{\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}}{6\sqrt{x}} dx = \int \frac{\sqrt{u^6} - 3\sqrt[3]{u^6}}{6\sqrt{u^6}} \cdot 6u^5 du$

integralinde $x = u^6$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A) $\int u^4(u-1) du$

B) $\int (u^6 - u) du$

C) $6 \int u^6(u-1) du$

D) $\int u^6(u-1) du$

E) $\int u^3(u-1) du$

$$x = u^6$$

$$dx = 6u^5 du$$

$$\int \frac{u^3 - u^2}{u} \cdot 6u^5 du$$

$$\Rightarrow 6 \int u^6(u-1) du$$

1. C	2. B	3. A	4. D	5. C	6. B
7. E	8. E	9. C	10. D	11. B	12. C

1. $\int_1^7 2 \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 12 E) 14

$$\begin{aligned} \int_1^7 2 \, dx &= 2x \Big|_1^7 \\ &= 2 \cdot 7 - 2 \cdot 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

2. $\int_1^2 4x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$$\begin{aligned} \int_1^2 4x \, dx &= 2x^2 \Big|_1^2 \\ &= 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 1^2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

3. $\int_2^5 x^2 \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 39

$$\begin{aligned} \int_2^5 x^2 \, dx &= \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 \\ &= \frac{125}{3} - \frac{8}{3} \\ &= \frac{117}{3} \end{aligned}$$

4. $\int_0^4 3\sqrt{x} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 8 D) 16 E) 32

$$\begin{aligned} \int_0^4 3\sqrt{x} \, dx &= 2 \cdot x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 \\ &= 2 \cdot 4^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 0 \\ &= 16 - 0 \\ &= 16 \end{aligned}$$

D)

E)

5. $\int_1^2 3\sqrt{3x-2} \, dx$

$$\begin{aligned} 3x-2 &= u \\ 3dx &= du \end{aligned}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 12 C) 14 D) 18 E) 24

$$\begin{aligned} \text{Sınırlar için} \\ x=1 \text{ ise } u=1, x=2 \text{ ise } u=4 &\text{ tür} \\ \int_1^2 3\sqrt{3x-2} \, dx &= \int_1^4 \sqrt{u} \cdot du \\ &= 2 \cdot u^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = 2 \cdot 4^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 1^{\frac{3}{2}} \\ &= 16 - 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

6. $\int_1^3 d(x^3+1)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 32

$$\begin{aligned} \int_1^3 d(x^3+1) &= x^3 \Big|_1^3 \\ &= 3^3 - 1^3 \\ &= 26 \end{aligned}$$

7. $\int_0^3 (3x^2 - 4x) \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9

$$\begin{aligned} \int_0^3 (3x^2 - 4x) \, dx &= (x^3 - 2x^2) \Big|_0^3 \\ &= (3^3 - 2 \cdot 3^2) - (0 - 0) \\ &= 27 - 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

8. $\int_3^6 2(x-3)^2 \, dx$

$$\begin{aligned} x-3 &= u \\ dx &= du \end{aligned}$$

integralinin değeri kaçtır? $\left. \begin{array}{l} x=3 \text{ ise } u=0 \\ x=6 \text{ ise } u=3 \end{array} \right\} \text{Sınırlar}$

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

$$\begin{aligned} \int_3^6 2(x-3)^2 \, dx &= \int_0^3 2u^2 \, du \\ &= \frac{2}{3} \cdot u^3 \Big|_0^3 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 3^3 - \frac{2}{3} \cdot 0^3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

9. $\int_{-2}^4 |x| dx$ $|x|=0$ iken $x=0$ dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$$\begin{aligned}\int_{-2}^4 |x| dx &= \int_{-2}^0 -x dx + \int_0^4 x dx \\ &= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \\ &= \left[0 - \left(-\frac{(-2)^2}{2}\right)\right] + \left[\frac{4^2}{2} - 0\right] \\ &= 2 + 8 = 10\end{aligned}$$

10. $\int_0^8 |x-2| dx$ $|x-2|=0$ iken $x=2$ dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

$$\begin{aligned}\int_0^8 |x-2| dx &= \int_0^2 (-x+2) dx + \int_2^8 (x-2) dx \\ &= \left(-\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right) \Big|_2^8 \\ &= \left[\left(-\frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2\right) - (0+0)\right] + \left[\left(\frac{8^2}{2} - 2 \cdot 8\right) - \left(\frac{2^2}{2} - 2 \cdot 2\right)\right] \\ &= 2 + 16 - (-2) \\ &= 20\end{aligned}$$

11. $\int_{-1}^1 |x^2-1| dx$ $|x^2-1|=0$ iken
 $x=-1$ ve $x=1$ dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 2

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 |x^2-1| dx &= \int_{-1}^1 (-x^2+1) dx \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + x\right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \left(-\frac{1}{3} + 1\right) - \left(-\frac{(-1)^3}{3} + (-1)\right) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

12. $\frac{d}{dx} \left[\int_1^{20} (x^5 - x^4 - x^2 - x + 20) dx \right]$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) 0 C) 12 D) 80 E) 160

$\int_1^{20} (x^5 - x^4 - x^2 - x + 20) dx$ integralinin
sonucu bir c sabit sayısına eşit olsun.

$\frac{d}{dx} (c) = 0$ olur. (Sabit sayının türevi sıfırdır)

13. $f(x) = \begin{cases} -2x+6, & x \leq 1 \\ 2x+2, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. integral fonksiyonun
kritik noktalarına göre
Buna göre, parçalanır.

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 (-2x+6) dx + \int_1^3 (2x+2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

$$\begin{aligned}&= (-x^2 + 6x) \Big|_{-1}^1 + (x^2 + 2x) \Big|_1^3 \\ &= [(-1+6) - (-1-6)] + [(3+6) - (1+2)] \\ &= 12 + 12 \\ &= 24\end{aligned}$$

14. $f(x) = \begin{cases} -x, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$ integral fonksiyonun
kritik noktalarına
göre parçalanır

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-3}^5 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} -x dx + \int_{-1}^1 1 dx + \int_1^5 x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32

$$\begin{aligned}&= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-3}^{-1} + x \Big|_{-1}^1 + \frac{x^2}{2} \Big|_1^5 \\ &= \left[-\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right)\right] + (1 - (-1)) + \left(\frac{25}{2} - \frac{1}{2}\right) \\ &= 4 + 2 + 12 = 18\end{aligned}$$

1. D	2. D	3. E	4. D	5. C	6. A	7. E
8. A	9. C	10. D	11. D	12. B	13. C	14. A

1. $\int_{-2}^4 x^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 36

B) 48

C) 60

D) 72

E) 84

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 x^3 dx &= \frac{x^4}{4} \Big|_{-2}^4 \\ &= \frac{4^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} \\ &= 64 - 4 \\ &= 60 \end{aligned}$$

2. $\int_{-3}^3 (x^3 - 4x) dx = 0$

integralinin değeri kaçtır?

A) -6

B) 0

C) 3

D) 6

E) 18

NOT: $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ [f(x) tek fonksiyon]

3. I. $\int_{-5}^5 x^5 dx = 0$ (Doğru)

II. $\int_{-2}^2 x^4 dx = 2 \int_0^2 x^4 dx$ (Doğru)

III. $\int_{-2}^6 4 dx = 32$ (Doğru)

integralerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve III

E) I, II ve III

- I. Tek fonksiyon kuralını sağlar.
II. Çift fonksiyon kuralını sağlar.

III. $\int_{-2}^6 4 dx = 4 \times 1^6$
 $= 24 - (-8)$
 $= 32$

4. A(1, 2) ve B(2, 6) noktaları $f(x)$ fonksiyonu üzerindedir.

$$\int_1^2 f(x) \cdot f'(x) dx$$

$$f(x) = u$$

$$f'(x) dx = du$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12

B) 16

C) 18

D) 32

E) 36

Sınır lar: $f(1) = u$, $f(2) = u$
 $2 = u$, $6 = u$

$$\begin{aligned} \int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx &= \int_2^6 u \cdot du \\ &= \frac{u^2}{2} \Big|_2^6 \\ &= \frac{6^2}{2} - \frac{2^2}{2} = 16 \end{aligned}$$

5. $f(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ ve $x = 4$ noktalarındaki teğetlerinin eğimleri 2 ve 8 dir.

$$f'(x) = u$$

$$f''(x) dx = du$$

$$\int_{-2}^4 2f''(x) \cdot f'(x) dx$$

$$f'(-2) = u, f'(4) = u$$

$$2 = u, 8 = u$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 32

B) 36

C) 48

D) 60

E) 64

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 2 \cdot f''(x) \cdot f'(x) dx &= \int_2^8 2 \cdot u du \\ &= u^2 \Big|_2^8 \\ &= 8^2 - 2^2 \\ &= 60 \end{aligned}$$

6. $\int_2^6 2 \cdot f(2x - 4) dx$

$$2x - 4 = u$$

$$2 dx = du$$

integrali aşağıdaki integralerden hangisine eşittir?

A) $\int_0^8 f(x) dx$

B) $\int_{-2}^8 f(x) dx$

C) $\int_4^{10} f(x) dx$

D) $\frac{1}{2} \int_{-2}^8 f(x) dx$

E) $\frac{1}{2} \int_0^8 f(x) dx$

Sınır lar: $x=2$ için $u=0$
 $x=6$ için $u=8$

$$\begin{aligned} \int_2^6 2 \cdot f(2x - 4) dx &= \int_0^8 f(u) du \\ &= \int_0^8 f(x) dx \end{aligned}$$

7. $\int_1^3 f(4x-1)dx = 6 \rightarrow$

$$\begin{aligned} 4x-1 &= u \\ 4dx &= du \\ dx &= \frac{1}{4}du \end{aligned}$$

olduğuna göre,

$$\int_3^{11} f(x)dx$$

Sınırlar
 $x=1$ için $u=3$
 $x=3$ için $u=11$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

$$\int_1^3 f(4x-1)dx = \int_3^{11} \frac{1}{4} \cdot f(u) du$$

$$6 = \frac{1}{4} \cdot \int_3^{11} f(u) du \rightarrow \int_3^{11} f(u) du = 24$$

$$\int_1^3 f(x)dx = 24$$

8. $\int_1^4 (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}+x)dx$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integralerden hangisi oluşur?

- A) $\int_1^2 2u(1-u^3)du$ B) $\int_1^2 (1-u^3)du$
 C) $\int_1^4 2u(1-u^3)du$ D) $\int_1^2 u(1-u^3)du$

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{x} \\ du &= \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \\ 2\sqrt{x} \cdot du &= dx \\ 2u du &= dx \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \text{Sınırlar} \\ x=1 \text{ için } u=1 \\ x=4 \text{ için } u=2 \end{array} \right\}$

$$\begin{aligned} E) \int_1^2 u(u^3-1)du &= \int_1^2 (1-u)(1+u+u^2) 2u du \\ &= \int_1^2 2 \cdot u(1-u^3) du \end{aligned}$$

9. $\int_1^5 x^3 dx - 3 \int_1^5 x^2 dx + 3 \int_1^5 x dx - \int_1^5 dx$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 60 D) 64 E) 128

Sınırlar eşit olduğundan tek integral yapalım.

$$\begin{aligned} \int_1^5 x^3 dx - 3 \int_1^5 x^2 dx + 3 \int_1^5 x dx - \int_1^5 dx &= \int_1^5 (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) dx \\ &= \int_1^5 (x-1)^3 dx \\ &= \int_0^4 u^3 du = \frac{u^4}{4} \Big|_0^4 \\ &= 64 \end{aligned}$$

10. $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < 1 \\ -4, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-1}^4 f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 4 E) 8

$$\begin{aligned} \int_{-1}^4 f(x)dx &= \int_{-1}^1 (2x+3)dx + \int_1^4 -4 dx \\ &= (x^2 + 3x) \Big|_{-1}^1 + (-4x) \Big|_1^4 \\ &= [(1+3) - (1-3)] + [(-16) - (-4)] \\ &= 6 - 12 = -6 \end{aligned}$$

11. $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \leq 0 \\ 8x^3, & x > 0 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-2}^2 f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32 B) 34 C) 36 D) 40 E) 48

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 f(x)dx &= \int_{-2}^0 3x^2 dx + \int_0^2 8x^3 dx \\ &= x^3 \Big|_{-2}^0 + 2x^4 \Big|_0^2 \\ &= [0 - (-8)] + [2 \cdot 16 - 2 \cdot 0] \\ &= 8 + 32 = 40 \end{aligned}$$

12. $\int_{-4}^4 (x^3 + |x|)dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

$$\begin{aligned} \int_{-4}^4 x^3 dx + \int_{-4}^4 |x| dx &= 0 + \int_{-4}^4 (-x) dx + \int_0^4 x dx \\ &= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-4}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \\ &= [0 - (-\frac{16}{2})] + [\frac{16}{2} - 0] \end{aligned}$$

1. C	2. B	3. E	4. B	5. D	6. A
7. D	8. A	9. D	10. B	11. D	12. C

$$= 8 + 8 = 16$$

1. $f(x) = \begin{cases} 4x-2, & x \leq 1 \\ -2x+4, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-2}^6 f(x) dx = \int_{-2}^1 (4x-2) dx + \int_1^6 (-2x+4) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) -27 B) -24 C) -12 D) 6 E) 12

$$\begin{aligned} &= (2x^2 - 2x) \Big|_{-2}^1 + (-x^2 + 4x) \Big|_1^6 \\ &= [(2 \cdot 1) - (8 + 4)] + [(-36 + 24) - (-1 + 4)] \\ &= -12 - 15 = -27 \end{aligned}$$

2. $f(-x) = f(x)$ olmak üzere,

$f(x)$ çift fonksiyondur.
 $\int_{-4}^4 [x^3 + 2x + f(x)] dx = 2A$ $\rightarrow \int_{-4}^4 (x^3 + 2x) dx + \int_{-4}^4 f(x) dx = 2A$
 Tek fonksiyon

Buna göre,

$$\int_0^4 f(x) dx$$

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 2 \cdot A$$

$$2 \cdot \int_0^4 f(x) dx = 2 \cdot A$$

integralinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{A}{4}$ B) $\frac{A}{2}$ C) A D) $2A$ E) $4A$

$$\int_0^4 f(x) dx = A$$

3. $f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere,

x	f(x)	g(x)
1	2	-3
3	4	6

değerleri tablo ile verilmiştir.

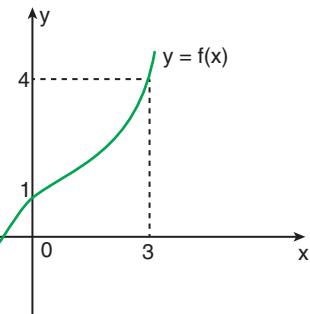
$$\int_1^3 f(x) \cdot g(x) dx + \int_1^3 f(x) \cdot g'(x) dx = \int_1^3 (f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

$$\begin{aligned} &= \int_1^3 d(f(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot g(x) \Big|_1^3 \\ &= f(3) \cdot g(3) - f(1) \cdot g(1) = 30 \end{aligned}$$

4.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int_0^3 u^2 \cdot du$$

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int_1^4 u^2 \cdot du$$

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \frac{u^3}{3} \Big|_1^4$$

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \frac{4^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 21$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 28

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int_1^4 u^2 \cdot du$$

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \frac{u^3}{3} \Big|_1^4$$

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \frac{4^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 21$$

5. $\int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = 12$

olduğuna göre,

$$\int_1^3 f(x) dx$$

$$\begin{array}{ll} \text{Sınırlar} & \\ x=2 \text{ için } u=1 & \\ x=6 \text{ için } u=3 & \end{array}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 12 E) 24

$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = 12$$

$$\int_1^3 f(u) \cdot 2 du = 12 \rightarrow 2 \cdot \int_1^3 f(u) du = 12$$

$$\int_1^3 f(x) dx = 6$$

6. $\int_{-1}^1 (x-1) \cdot x \cdot (x+1) dx$ $\int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$
 Çarpanları

integralinin değeri kaçtır?

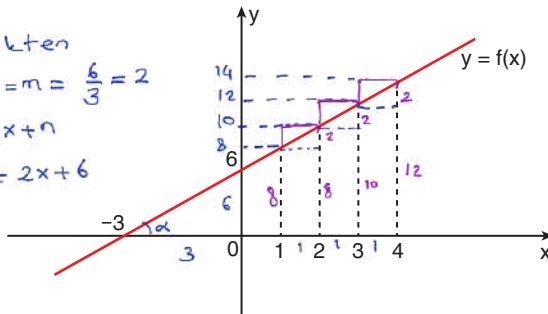
- A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

$$\int_{-1}^1 (x^3 - x) dx = 0$$

Tek fonksiyon
 (üratı)

7.

Grafikten
 $E\ddot{g}\imath m = m = \frac{6}{3} = 2$
 $y = mx + n$
 $f(x) = 2x + 6$



$y = f(x)$ fonksiyonunun $[1, 4]$ aralığını 3 eşit parçaya bölen Riemann alt toplam S_1 ve üst toplam S_2 dir.

Buna göre, $S_2 - S_1$ farkı kaçtır?

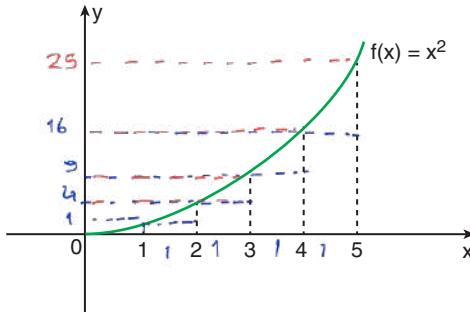
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$\begin{aligned} S_2 &= 1 \cdot 14 + 1 \cdot 12 + 1 \cdot 10 = 36 \\ S_1 &= 1 \cdot 8 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 12 = 30 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_2 - S_1 = 36 - 30 = 6 \end{array} \right\}$$

8 ve 9. soruları aşağıdaki fonksiyona göre cevaplayınız.

$f : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = x^2$ fonksiyonu veriliyor.



8. $[1, 5]$ aralığını 4 eşit parçaya bölen Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 28 D) 30 E) 36

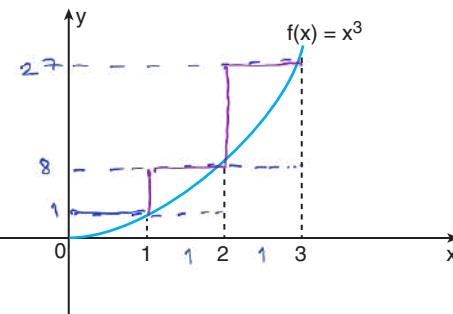
$$\text{Alt Toplam} = 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 16 \cdot 1 = 30$$

9. $[1, 5]$ aralığını 4 eşit parçaya bölen Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 54 C) 52 D) 48 E) 44

$$\text{Üst Toplam} = 4 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 25 \cdot 1 = 54$$

10.



Şekilde $f(x) = x^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$[0, 3]$ aralığını 3 eşit parçaya bölen Riemann alt toplamı a ve üst toplamı b dir.

Buna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

- A) 27 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

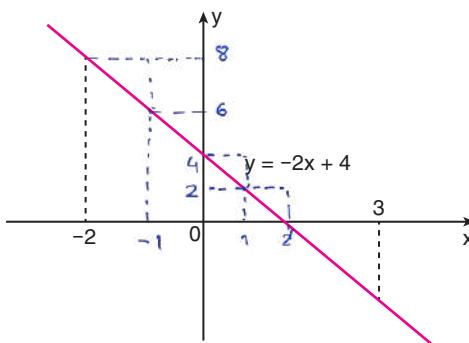
$$b = 1 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 27 \cdot 1 = 36$$

$$a = 1 \cdot 1 + 8 \cdot 1 = 9$$

$$b - a = 36 - 9 = 27$$

MATEMATİKİN İLACI

11.



Şekilde $y = -2x + 4$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

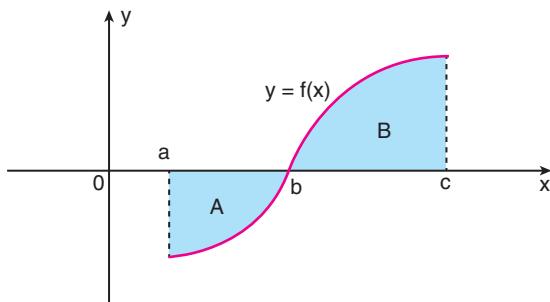
Buna göre, $[-2, 3]$ aralığını 5 eşit parçaya bölen üst toplam kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

$$\text{Üst Toplam} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 = 20$$

1. A	2. C	3. E	4. B	5. C	6. D
7. C	8. D	9. B	10. A	11. C	

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile x eksenleri arasında kalan alanlar A ve B dir.

Buna göre,

(Yanlış) I. $\int_a^b f(x) dx = A \rightarrow \int_a^b f(x) dx = -A$ olmalı

(Doğru) II. $\int_b^c f(x) dx = B$ **Doğru**

(Yanlış) III. $\int_a^c f(x) dx = A + B \rightarrow \int_a^c f(x) dx = -A + B$ olmalı

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

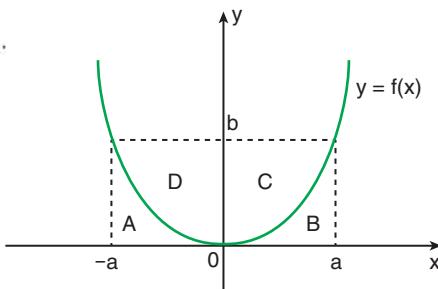
B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) II ve III

4.



Şekilde x eksenine teğet olan $y = f(x)$ parabolü ve eksenler arasındaki alanlar şekilde üzerinde gösterilmiştir.

Buna göre,

(Doğru) I. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2B$ ($A = B$)

(Doğru) II. $2 \int_0^a f(x) dx = \int_0^b f(y) dy$ **(Aşağıdaki pratik kuralları inceleyin)**

(Doğru) III. $D + C = 4A$ ($D = 2A$, $C = 2A$)

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

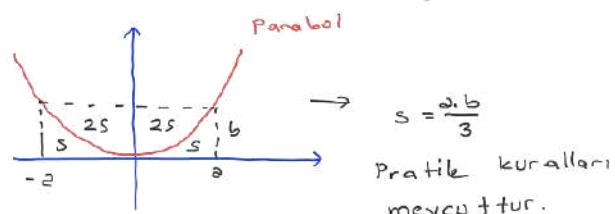
B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

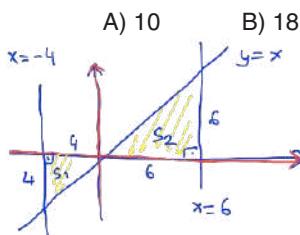
E) I, II ve III

MATEMATİĞİN İLACI



2. $f(x) = x$, $x = -4$ ve $x = 6$

doğruları ve x eksenleri arasında kalan alan kaç birimkaredir?



A) 10 B) 18 **C) 26** D) 28 E) 52

$$S_1 + S_2 = \int_{-4}^0 -x dx + \int_0^6 x dx$$

$$S_1 + S_2 = \frac{-x^2}{2} \Big|_{-4}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^6$$

$$S_1 + S_2 = 8 + 18 = 26$$

3. $f(x) = x^2$ parabolü, $x = 6$ ve $y = 0$

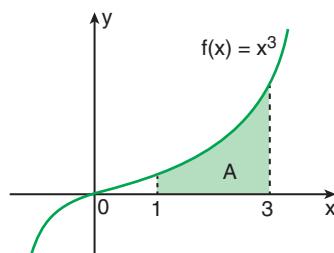
doğruları arasında kalan alan kaç birimkaredir?

A) 48 B) 54 C) 60 **D) 72** E) 108

$$\int_0^6 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^6$$

$$= \frac{6^3}{3} - 0 = 72$$

5.



Şekilde $y = x^3$ eğrisi, $x = 1$, $x = 3$ doğruları ve x eksenleri arasında kalan alan A dir.

Buna göre, A kaç birimkaredir?

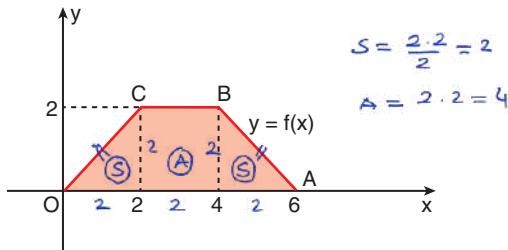
A) 16 B) 18 **C) 20** D) 40 E) 81

$$A = \int_1^3 x^3 dx$$

$$A = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3$$

$$A = \frac{3^4}{4} - \frac{1^4}{4} = 20$$

6.



Şekildeki OABC ikitokenar yamuğunun üç kenarı $f(x)$ parçası fonksiyonu olarak verilmiştir.

$$\text{Alan}(\text{OABC}) = 2 + 4 + 2 = 8$$

Buna göre,

(Doğru) I. $\int_0^6 f(x) dx = A(\text{OABC}) = 2S+A$

(Doğru) II. $2 \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 2 \cdot dx = A(\text{OABC}) = 2S+A$

(Doğru) III. $\int_0^4 2 \cdot dx = A(\text{OABC}) \rightarrow 2x \Big|_0^4 = 2 \cdot 4 - 2 \cdot 0 = 8$

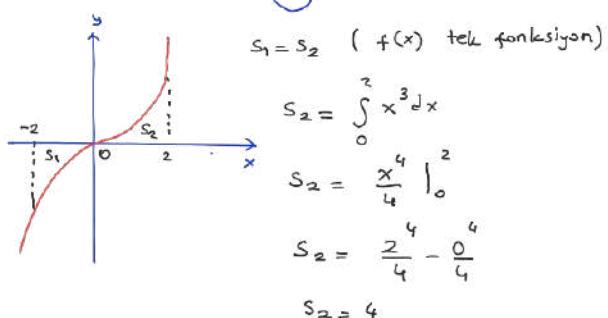
İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

8. $f(x) = x^3$ eğrisi $x = -2$, ve $x = 2$

doğruları ve x eksenini arasında kalan alan kaç birimkaredir?

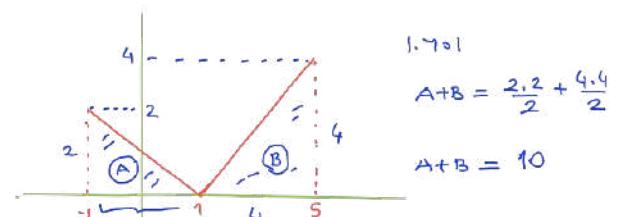
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16



9. $\int_{-1}^5 |x-1| dx$ $|x-1|=0$
 $x=1$ dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12



11. Yol $\int_{-1}^1 (-x+1) dx + \int_1^5 (x-1) dx = 10$

10. $f(x) = \begin{cases} -(x-2)^2, & -1 \leq x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$

$x=1$ için $u=-3$
 $x=5$ için $u=3$

Sınırlar

fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

$$\int_{-1}^2 (x-2)^2 dx + \int_2^5 (x-2)^2 dx = \int_{-1}^5 (x-2)^2 dx$$

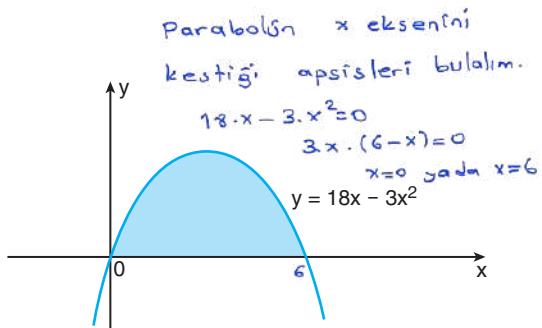
$$= \int_{-3}^3 u^2 du$$

$$= \frac{u^3}{3} \Big|_{-3}^3$$

$$= \frac{3^3}{3} - \frac{(-3)^3}{3} = 9 + 9 = 18$$

1. B	2. C	3. D	4. E	5. C
6. E	7. B	8. C	9. D	10. C

7.



Şekilde $f(x) = 18x - 3x^2$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 120 B) 108 C) 96 D) 84 E) 54

$$\text{Alan} = \int_0^6 (18x - 3x^2) dx$$

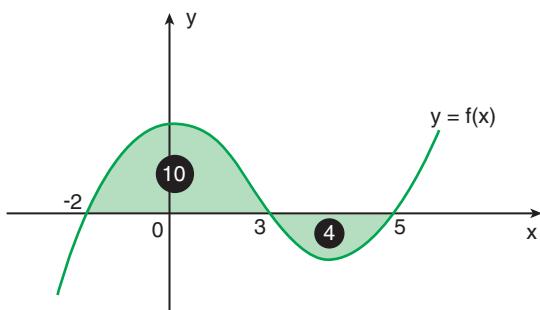
$$= (9x^2 - x^3) \Big|_0^6$$

$$= 9 \cdot 6^2 - 6^3$$

$$= 6^2(9-6)$$

$$= 108$$

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonu ve x eksenin arasında kalan alanlar 10 birimkare ve 4 birimkaredir.

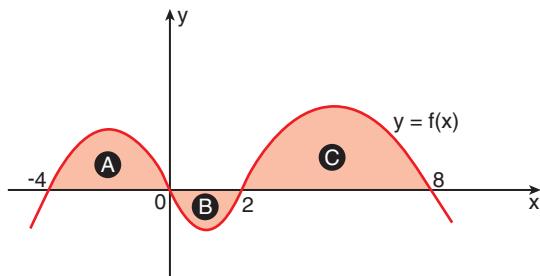
Buna göre,

$$\int_{-2}^5 f(x)dx \approx 10 + (-4) = 6$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile x eksenin arasında kalan boyalı bölgelerin alanları A, B ve C birimkaredir.

$$\cdot \int_{-4}^2 f(x)dx = 2 \rightarrow A - B = 2$$

$$\cdot \int_0^8 f(x)dx = 8 \rightarrow -B + C = 8$$

$$\cdot \int_{-4}^8 f(x)dx = 14 \rightarrow A - B + C = 14$$

$$6 + 4 + 12 = 22$$

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaç birimkaredir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

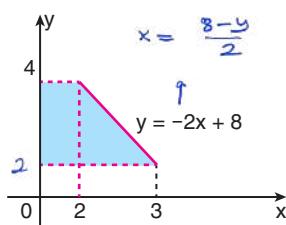
$$\begin{aligned} \text{A} - B + C &= 14 \\ \cancel{A} + \cancel{B} + \cancel{C} &= 22 \\ A + 8 &= 14 \\ A &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= 2 \\ 6 - B &= 2 \\ B &= 4 \end{aligned}$$

$$-B + C = 8$$

$$\begin{aligned} -4 + C &= 8 \\ C &= 12 \end{aligned}$$

3.



$f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu ile y eksenin arasında kalan boyalı bölgenin alanı verilmiştir.

$$x = 3 \text{ için } y = 2$$

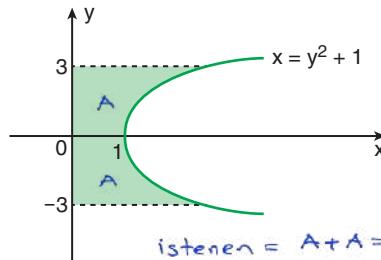
Buna göre, boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?

A) $\int_0^3 (-2x + 8)dx$ B) $\int_0^3 \frac{y-8}{2}dy$ C) $\int_2^4 \frac{8-y}{2}dy$

D) $\int_2^4 (-2x + 8)dy$ E) $\int_0^3 (-2x + 8)dx - \int_0^2 2dx$

$$A_{\text{alan}} = \int_2^4 x dy = \int_2^4 \left(\frac{8-y}{2}\right) dy$$

4.



$$\text{istenen} = A + A = 12 + 12 = 24$$

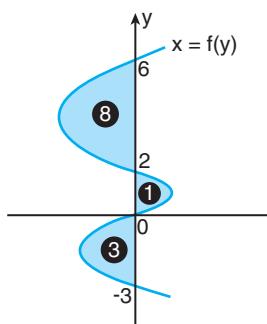
Şekilde $x = y^2 + 1$ bağıntısının grafiği ile y eksenin arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32

$$A = \int_0^3 (y^2 + 1) dy$$

$$A = \left(\frac{y^3}{3} + y\right) \Big|_0^3 \rightarrow A = \frac{3^3}{3} + 3 = 12$$

5.



Şekilde $x = f(y)$ eğrisi ve y eksenin arasında kalan boyalı bölgelerin alanları 3 birimkare, 1 birimkare ve 8 birimkaredir.

Buna göre,

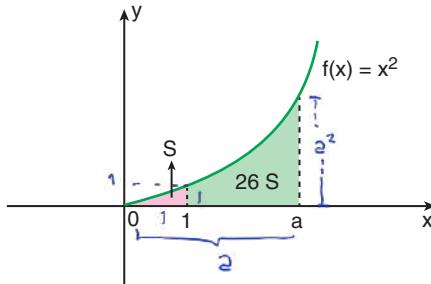
$$\int_{-3}^6 x dy$$

integralinin değeri kaçtır?

A) -12 B) -11 C) -10 D) -8 E) -6

$$\int_{-3}^6 x dy = \int_{-3}^0 x dy + \int_0^2 x dy + \int_2^6 x dy = -3 + 1 - 8 = -10$$

6.



Şekilde $f(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan alanlar S ve $26S$ dir.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) $2\sqrt{3}$

Pratik *oldan* $S = \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3}$

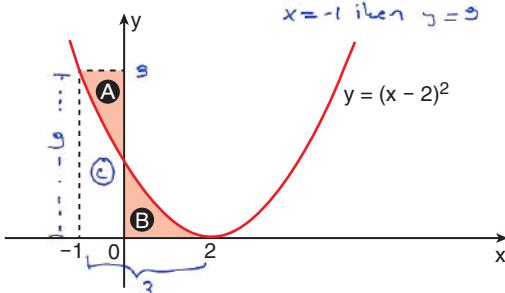
$$26S + S = \frac{2 \cdot 2^2}{3}$$

$$27S = \frac{2^2}{3}$$

$$27S \cdot \frac{1}{3} = \frac{2^2 \cdot 1}{3}$$

$$27S = 2^3 \rightarrow 2 = 3$$

7.



Şekilde $y = (x-2)^2$ parabolü ile eksenler arasında kalan bölgelerin alanları A ve B birimkaredir.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

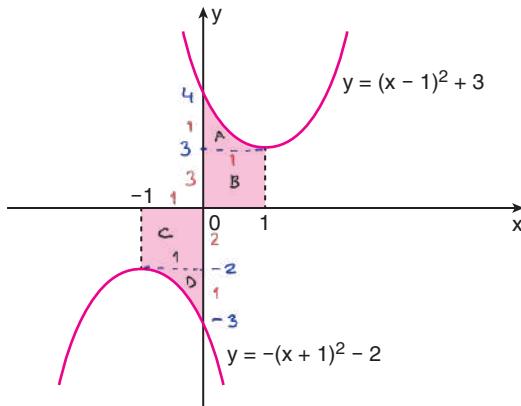
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

$$A+C = 1 \cdot 9 \rightarrow A+C = 9$$

$$B+C = \frac{9 \cdot 3}{3} \rightarrow B+C = 9$$

$$\frac{A}{B} = 1 \text{ dir.}$$

8.



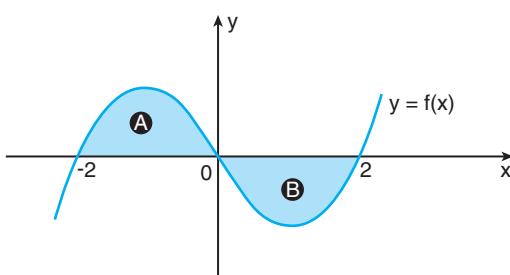
Şekilde verilen parabolere göre taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{17}{3}$ C) 6 D) $\frac{21}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3} \\ B = 1 \cdot 3 = 3 \\ C = 1 \cdot 2 = 2 \\ D = \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} A+B+C+D = \frac{1}{3} + 3 + 2 + \frac{1}{3} = \frac{17}{3}$$

MATEMATİKİN İLACI

9.



Şekilde $f(x) = (x-2) \cdot x \cdot (x+2)$ fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları A ve B birimkaredir.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$f(x) = x^3 - 2x$ fonksiyonu tek fonksiyon olduğundan ve sınırlar origine göre simetrik olduğundan $A = B$ dir.

1. A	2. D	3. C	4. B	5. C
6. D	7. C	8. B	9. C	

1.

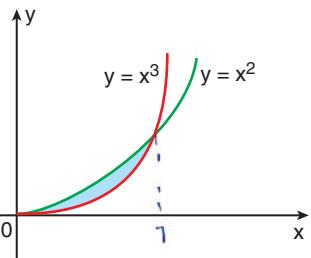
Kesim noktasını bulalım.

$$x^3 = x^2$$

$$x^3 - x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (x-1) = 0$$

$$x=0, x=1$$



Şekilde $y = x^2$ ve $y = x^3$ eğrileri arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

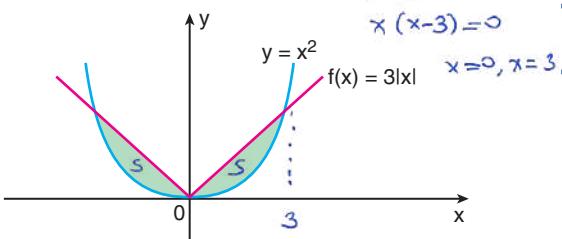
- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

$$\int_0^1 (x^2 - x^3) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - (0-0)$$

$$= \frac{1}{12}$$

2.



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile $f(x) = 3|x|$ fonksiyonu arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$$S = \int_0^3 (3x - x^2) dx$$

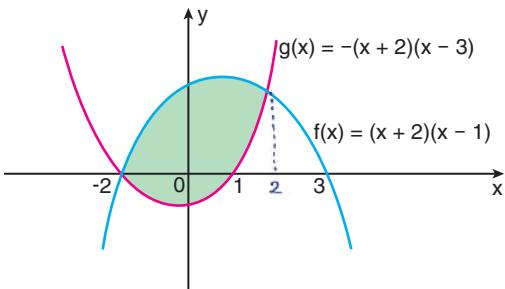
$$S = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3$$

$$S = \left(\frac{3 \cdot 3^2}{2} - \frac{3^3}{3} \right) - (0-0)$$

$$S = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}$$

$$\text{Toplam Alan} = S + S = 2 \cdot \frac{9}{2} = 9$$

3.



Şekilde $f(x)$ ve $g(x)$ parabolleri arasında kalan boyalı bölge;

I. $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx$ (Doğru)

II. $\int_{-2}^3 g(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$ (Yanlış)

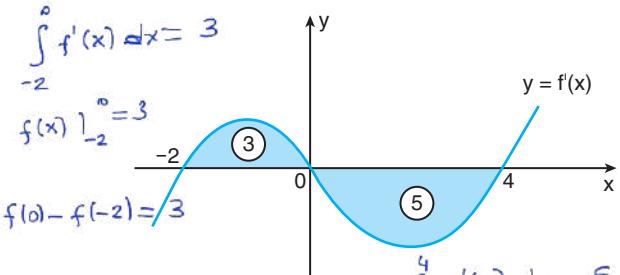
III. $2 \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$ (Doğru)

integralerinden hangileri ile hesaplanır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) I, II ve III

III. $f(x) - g(x) = (x^2 + x - 2) - (-x^2 + x + 6)$
 $= 2x^2 - 8$
 $= 2(x^2 - 4)$

4. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgelerin alanları 3 ve 5 birimkaredir.



Buna göre,

(Doğru) I. $f(0) - f(-2) = 3$ tür.

(Yanlış) II. $f(4) - f(0) = 5$ tür.

(Doğru) III. $f(4) - f(-2) = -2$ dir.

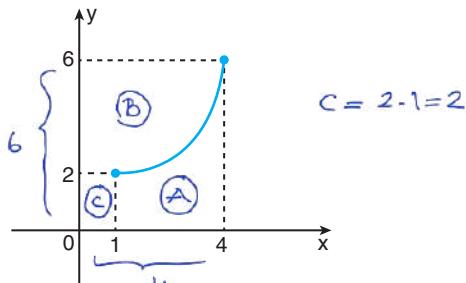
öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

III. $\begin{cases} f(4) - f(0) = -5 \\ f(0) - f(-2) = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} f(4) - f(-2) = -2 \end{cases}$

5.



Şekilde $f : [1, 4] \rightarrow [2, 6]$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_1^4 f(x) dx + \int_2^6 f^{-1}(x) dx = A+B$$

toplamının değeri kaçtır?

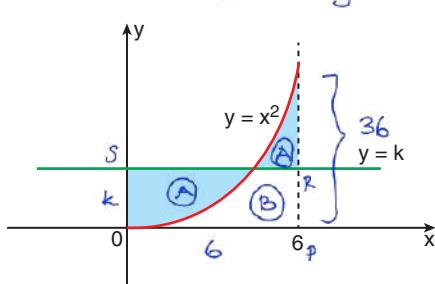
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

$$A+B+C = 6 \cdot 4$$

$$A+B+2 = 24$$

$$A+B = 22$$

6.



Şekilde $y = x^2$ parabolü $y = k$, $x = 0$ ve $x = 6$ doğruları arasında kalan boyalı bölgelerin alanları eşittir.

Buna göre, k kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

Pratik kurallardan

$$A+B = \frac{36 \cdot 6}{3}$$

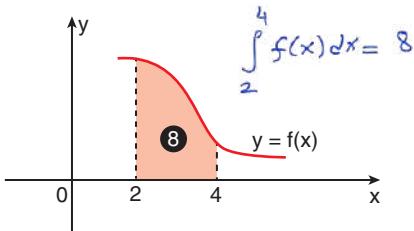
$$A+B = 72$$

$$\text{Alan (OPRS)} = A+B$$

$$6 \cdot k = 72$$

$$k = 12 \text{ dir.}$$

7.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği x ekseni arasında kalan boyalı bölgenin alanı 8 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2} + 1\right) dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot dx = du$$

$$dx = 2 du$$

Sınırlar

$$x=2 \text{ iken } u=2$$

$$x=6 \text{ iken } u=4$$

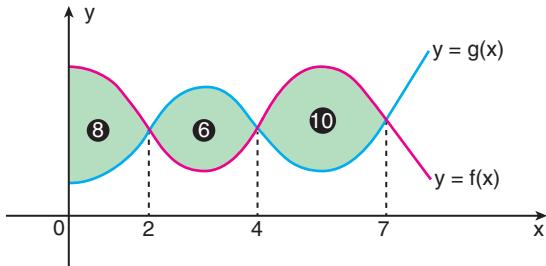
integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

$$\begin{aligned} \int_2^6 f\left(\frac{x}{2} + 1\right) dx &= \int_2^4 f(u) \cdot 2 du \\ &= 2 \cdot \int_2^4 f(u) du \\ &= 2 \cdot \int_2^4 f(x) dx \\ &= 2 \cdot 8 = 16 \text{ dir.} \end{aligned}$$

MATEMATİĞİN İLACI

8.



Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonları arasında kalan boyalı bölgelerin alanları verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^4 |f(x) - g(x)| dx - \int_2^7 [f(x) - g(x)] dx$$

$$\int_2^7 [g(x) - f(x)] dx$$

$$\int_4^7 (f(x) - g(x)) dx = 10$$

$$\int_0^2 (f(x) - g(x)) dx = 8$$

$$\int_2^4 (g(x) - f(x)) dx = 6$$

$$\int_4^7 (f(x) - g(x)) dx = 10$$

toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

$$\begin{aligned} &= \int_0^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (g(x) - f(x)) dx - \left[\int_4^7 (f(x) - g(x)) dx + \int_4^7 (f(x) - g(x)) dx \right] \\ &= 8 + 6 - (-6 + 10) \\ &= 10 \end{aligned}$$

1. B 2. D 3. D 4. C 5. D 6. A 7. D 8. C

1. $\int f(x) dx = 3x^2 + 8x + 6$ Eşitliğin türevini alalım.

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x + 8$ B) $6x + 8$ C) $6x + 4$
 D) $2x + 8$ E) $x^3 + 4x^2 + 6x$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \frac{d}{dx} (3x^2 + 8x + 6)$$

$$f(x) = 6x + 8$$

2. I. $d \left[\int x^2 dx \right] = x^2 dx$ (Doğru)

II. $\frac{d}{dx} \int (x^3 - x) dx = x^3 - x + c$ (Yanlış)

III. $\int d(x) = x + c$ (Doğru)

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

II. $\frac{d}{dx} \int (x^3 - x) dx = x^3 - x$ olacak!

dx yazalım

3. $\int x f(x) dx = 3x^3 - 2x^2 + 4x$ (Eşitliğin türevini alalım)

olduğuna göre, $f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) -36 B) -30 C) -24 D) 30 E) 36

$$\frac{d}{dx} \int x f(x) dx = \frac{d}{dx} (3x^3 - 2x^2 + 4x)$$

$$x, f(x) = 3x^2 - 4x + 4$$

$x = -2$ için

$$(-2), f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 4$$

$$(-2), f(-2) = 48$$

$$f(-2) = -24$$

4. $\int_{-1}^4 3 dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

$$\int_{-1}^4 3 dx = 3 \cdot x \Big|_{-1}^4$$

$$= 3 \cdot 4 - 3 \cdot (-1)$$

$$= 12 + 3$$

$$= 15$$

5. $\int_2^6 (2x + 8) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 72 B) 64 C) 60 D) 54 E) 48

$$\int_2^6 (2x + 8) dx = (x^2 + 8x) \Big|_2^6$$

$$\therefore = (6^2 + 8 \cdot 6) - (2^2 + 8 \cdot 2)$$

$$\therefore = 84 - 20$$

$$\therefore = 64$$

6. $\int_{-6}^6 (x^3 + x^2 + x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_0^6 2x^2 dx$ B) $\int_{-6}^0 x^2 dx$ C) 72

$$\int_{-6}^6 (x^3 + x^2 + x) dx = \underbrace{\int_{-6}^6 (x^3 + x) dx}_{0} + \int_{-6}^6 x^2 dx$$

$$= \int_{-6}^6 x^2 dx$$

$$= \int_{-6}^6 2x^2 dx$$

ÜNİTE TESTİ - I

7. $\int_1^4 \frac{f(2+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$

integralinde $u = 2 + \sqrt{x}$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integralerden hangisi oluşur?

A) $\int_1^4 f(u) du$

B) $\int_1^4 2f(u) du$

C) $\int_3^4 f(u) du$

D) $\int_3^4 2f(u) du$

E) $\int_3^4 f(2+u) du$

$u = 2 + \sqrt{x}$

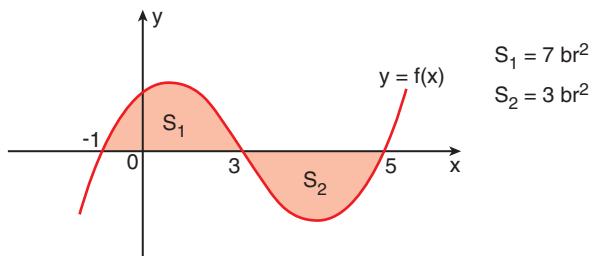
$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx$

Sınırlar

$x=1$ iken $u=3$
 $x=4$ iken $u=4$

$$\int_1^4 \frac{f(2+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx = \int_3^4 f(u) \cdot du$$

8. Şekilde $f(x)$ fonksiyonu ve x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları S_1 ve S_2 dir.



Buna göre, $\int_{-1}^5 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

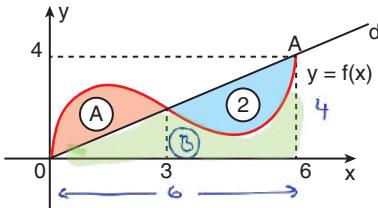
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

$$\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$$

$$= 7 + (-3)$$

$$= 4$$

9. Aşağıda $[0, 6]$ aralığında d doğrusu ve $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^6 f(x) dx = 14$$

mavi bölgenin alanı 2 birimkare olduğuna göre, turuncu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

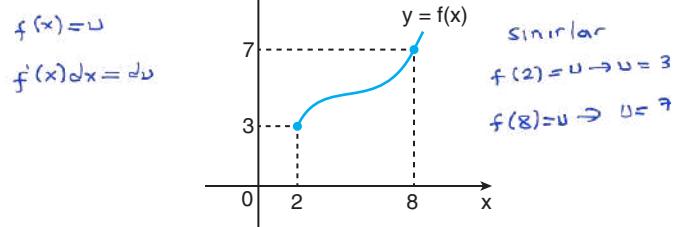
$$B+2 = \frac{6 \cdot 4}{2} \rightarrow B+2 = 12 \rightarrow B = 10$$

$$\int_0^6 f(x) dx = A+B$$

$$14 = A+10$$

$$4 = A$$

10.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre, $\int_2^8 f(x) \cdot f'(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 36

$$\int_2^8 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_3^7 u \cdot du$$

$$= \frac{u^2}{2} \Big|_3^7$$

$$= \frac{7^2}{2} - \frac{3^2}{2}$$

$$= 20$$

1. B	2. E	3. C	4. E	5. B
6. A	7. C	8. B	9. B	10. C

1. $\int (x+1)f(x)dx = 2x^3 + 4x^2 - 4x + 8$
 $(x+1)$ liğin türevini
 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır? (Eğer $f(x)$ in türevini alalım)

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 16 E) 24

$$\frac{d}{dx} \int (x+1) f(x) dx = \frac{d}{dx} (2x^3 + 4x^2 - 4x + 8)$$

$$(x+1) \cdot f(x) = 6x^2 + 8x - 4$$

$$x=2 \text{ için} \\ 3. f(2) = 24 + 16 - 4 \rightarrow 3. f(2) = 36 \\ f(2) = 12$$

2. I. $\int x^2 dy = x^2 y + c$ (Doğru)

II. $\int dx + \int dy = x + y + c$ (Doğru)

III. $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^1 f(x) dx$ (Yanlış)

integralerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

III. $f(x)$ fonksiyonun çift fonksiyon
 olduğu durumlarında geçerlidir.

4. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx$
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x)$ B) $f(x) + c$ C) $f^2(x)$
 D) $f^2(x) + c$ E) $-f(x) + c$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

5. $\int_{-3}^3 (x+1) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\int_{-3}^3 (x+1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-3}^3 \\ = \left(\frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left(\frac{(-3)^2}{2} + (-3) \right)$$

$$= \frac{15}{2} - \frac{3}{2}$$

=

6. $f(x) = \int (x^3 - 4x^2 + 6x) dx$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f''(1)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$f'(x) = x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 3x^2 - 8x + 6$$

$$f''(1) = 3 - 8 + 6$$

$$f''(1) = 1$$

3. $\int (x^2 + 4x + 8)(x+2) dx$

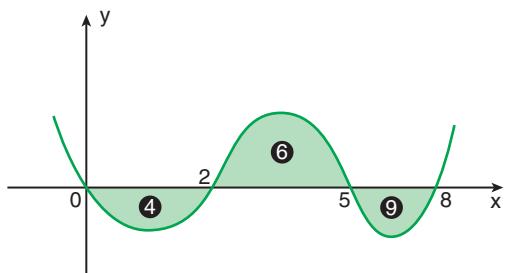
integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 8) + c$ $x^2 + 4x + 8 = u$
 B) $\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 8)^2 + c$ $(2x+4) dx = du$
 C) $(x^2 + 4x + 8)^2 + c$ $2 \cdot (x+2) dx = du$
 D) $2(x^2 + 4x + 8)^2 + 8$ $(x+2) dx = \frac{1}{2} \cdot du$
 E) $4(x^2 + 4x + 8) + c$

$$\int (x^2 + 4x + 8)(x+2) dx = \int u \cdot \frac{1}{2} \cdot du \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} + c \\ = \frac{1}{4} \cdot (x^2 + 4x + 8) + c$$

ÜNİTE TESTİ - 2

7. Şekilde $f(x)$ fonksiyonu ve x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları şekildeki gibi verilmiştir.



Buna göre, $\int_0^8 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

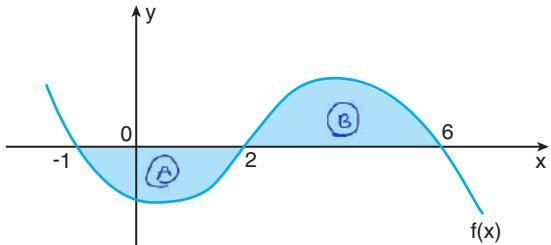
- A) -7 B) -6 C) -3 D) 6 E) 19

$$\int_0^8 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx$$

$$= (-4) + 6 + (-9)$$

$$= -7$$

8. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-1}^6 f(x) dx = 5 \rightarrow -A + B = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} -A + B = 5 \\ A + B = 21 \\ \hline B = 13 \\ A = 8 \end{array} \right\}$$

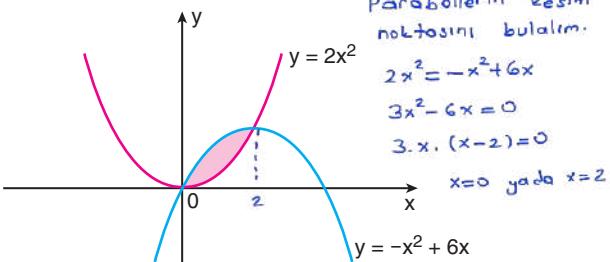
$$\int_{-1}^6 |f(x)| dx = 21 \rightarrow A + B = 21$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^2 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -4 D) 4 E) 8

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = -A = -8$$

9.



$$\text{Parabolllerin kesim noktasını bulalım.}$$

$$2x^2 = -x^2 + 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3 \cdot x \cdot (x-2) = 0$$

$$x=0 \text{ veya } x=2$$

Şekilde $y = -x^2 + 6x$ ve $y = 2x^2$ parabolleri arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 6 E) $\frac{15}{2}$

$$\text{Alan} = \int_0^2 [(-x^2 + 6x) - 2x^2] dx$$

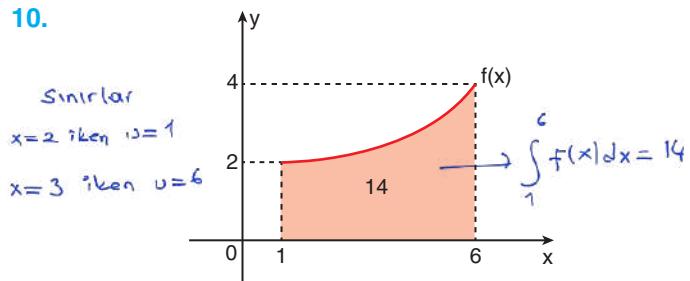
$$= \int_0^2 (-3x^2 + 6x) dx$$

$$= (-x^3 + 3x^2) \Big|_0^2$$

$$= (-2^3 + 3 \cdot 2^2) - (-0 + 0)$$

$$= 4$$

10.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonu $x=1$, $x=6$ ve $y=0$ doğruları arasında kalan alan 14 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_2^3 3x \cdot f(x^2 - 3) dx$$

$$x^2 - 3 = u$$

$$2x \cdot dx = du$$

$$x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot du$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 14 C) 18 D) 21 E) 28

$$\int_2^3 3 \cdot x \cdot f(x^2 - 3) dx = \int_1^6 \frac{3}{2} \cdot f(u) du$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \int_1^6 f(u) du$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 14 = 21$$

1. C	2. D	3. B	4. A	5. B
6. A	7. A	8. B	9. B	10. D

1. I. $\int dy = y + c$ (Doğru)

II. $\int_{-4}^4 x^2 dx = 2 \int_0^4 x^2 dx$ (Doğru)

III. $\int_{-2}^2 f(-x) dx = 0$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II

E) I, II ve III

III. $f(-x)$ fonksiyonunun tek fonksiyon olduğu durumlarda geçerlidir.

2. f , doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$\int [f(x) + f'(x)] dx = x^2 + 4x$$

$$f'(x) = 2$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

$\frac{d}{dx} \int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{d}{dx} (x^2 + 4x)$

$$f(x) + f'(x) = 2x + 4 \rightarrow ax + b + 2 = 2x + 4$$

Polinom eşitliğinden

$$a = 2, b + 2 = 4$$

$$b = 2$$

$$f(x) = 2x + 2$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 + 2 = 6$$

3. $\int_1^2 3 \cdot (x^3 - 1)^3 x^2 dx$

integralinde $u = x^3 - 1$ dönüşümü yapılrsa aşağıdaki integralerden hangisi oluşur?

A) $\int_1^2 u^3 du$

B) $\int_1^2 u^4 du$

C) $\frac{1}{3} \int_0^7 u^3 du$

D) $\int_0^7 u^3 du$

E) $\int_0^8 u^3 du$

$$\int_1^2 3 \cdot (x^3 - 1)^3 x^2 dx = \int_0^7 u^3 du$$

$$u = x^3 - 1$$

$$du = 3x^2 dx$$

Sınırlar
 $x=1$ iken $u=0$
 $x=2$ iken $u=7$

4. a pozitif bir sayı olmak üzere,

$$\int_0^{2a} (x-a)^3 dx$$

$$dx = du$$

Sınırlar
 $x=0$ iken $u=-a$
 $x=2a$ iken $u=a$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

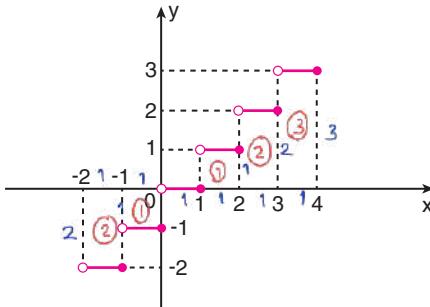
- A) $\frac{1}{4}a^4$ B) $\frac{1}{2}a^4$ C) 0 D) $2a^4$ E) $4a^4$

$$\int_0^{2a} (x-a)^3 dx = \int_{-a}^a u^3 du$$

(Tek fonksiyon kuralının dan)

= 0

5.



$f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ basamak fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-2}^4 f(x) dx = (-2) + (-1) + 1 + 2 + 3 = 3$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

Sınırlar
 $x=1$ iken $u=0$
 $x=9$ iken $u=2$

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx = du$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 du$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) 2 E) 4

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx = \int_0^2 u \cdot 2 du = \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^2 = 2^2 - 0^2 = 4$$

ÜNİTE TESTİ - 3

7. $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 2x dx + \int_1^4 4 dx$$

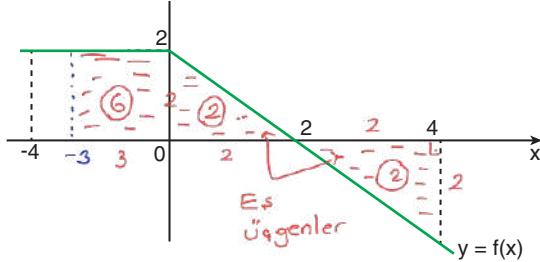
integralinin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

$$= x^2 \Big|_{-1}^1 + 4x \Big|_1^4$$

$$= [1 - (-1)^2] + [4 \cdot 4 - 4 \cdot 1] = 12$$

8.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^6 f(x-2) dx$$

$$x-2=u \quad du = dx$$

$$x=-1 \text{ iken } u=-3$$

$$x=6 \text{ iken } u=4$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

$$\int_{-1}^6 f(x-2) dx = \int_{-3}^4 f(u) du = \int_{-3}^4 f(x) dx$$

$$= \int_{-3}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$$

$$= 6 + 2 + (-2) = 6$$

9. $f(x) = (x-2)^4 \rightarrow f'(x) = 4 \cdot (x-2)^3$
fonksiyonu veriliyor.

$$f'(x+2) = 4 \cdot (x+2-2)^3$$

$$f'(x+2) = 4 \cdot x^3$$

Buna göre,

$$\int_0^2 f(x+2) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

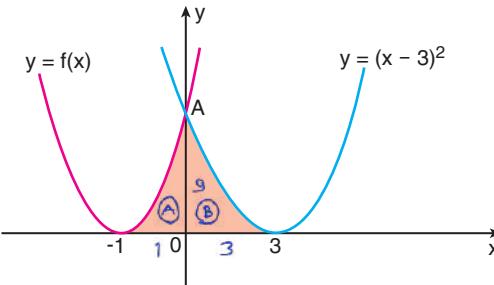
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

$$\int_0^2 f'(x+2) dx = \int_0^2 4x^3 dx$$

$$= x^4 \Big|_0^2$$

$$= 2^4 - 0^4 = 16$$

10.



Şekilde x ekseniye teğet olan paraboller y eksenini A noktasında kesiyor.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

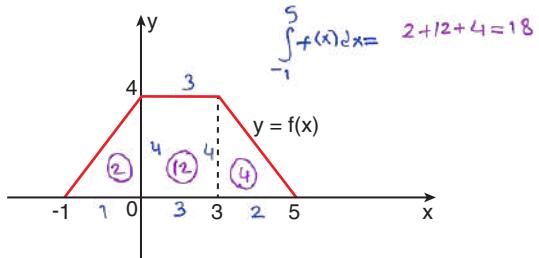
Pratik kura İdān

$$A = \frac{1 \cdot 9}{3} = 3$$

$$B = \frac{9 \cdot 3}{3} = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} A+B=12 \\ A+B=12 \end{array} \right\} A+B=12$$

11.



Şekilde $f : [-1, 5] \rightarrow [0, 4]$ aralığında $y = f(x)$ parçalı fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$2x+1=u$$

$$2dx=du$$

$$x=-1 \text{ iken } u=-1$$

$$x=2 \text{ iken } u=5$$

$$\int_{-1}^2 f(2x+1) dx$$

$$dx = \frac{1}{2} du$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$\int_{-1}^2 f(2x+1) dx = \int_{-1}^5 f(u) \cdot \frac{1}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^5 f(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 18$$

$$= 9$$

1. D	2. C	3. D	4. C	5. A	6. E
7. D	8. A	9. E	10. B	11. C	

1. I. $f'(x) = 3x^2$ ise $f(x) = x^3 + 2$ (Doğru)
 II. $f'(x) = 3x^2$ ise $f(x) = x^3 - 5$ (Doğru)
 III. $\int (3x^2) dx = x^3 + c$ (Doğru)
 ↘ bi tık yukarı alınır.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

I. ve II. Encüdele c sabiti 2 ve -5 alınabilir.

2. $\int x \cdot \sqrt[3]{x} dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{3}} dx = \int x^{\frac{4}{3}} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{3} \cdot x^{\frac{3}{4}} + c$ B) $\frac{7}{3} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c$ C) $\frac{3}{7} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c$

D) $\frac{5}{3} \cdot x^{\frac{5}{3}} + c$ E) $\frac{3}{5} \cdot x^{\frac{5}{3}} + c$

$$\begin{aligned}\int x^{\frac{4}{3}} dx &= \frac{x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} + c \\ &= \frac{3}{7} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c\end{aligned}$$

3. $\int (x^3 + x^2 + 4)^2 \cdot (3x^2 + 2x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}(x^3 + x^2 + 4)^2 + c$ $x^3 + x^2 + 4 = u$
 B) $\frac{1}{3}(x^3 + x^2 + 4)^3 + c$ $(3x^2 + 2x) dx = du$
 C) $2(x^3 + x^2 + 4) + c$
 D) $\frac{1}{3}(x^3 + x^2 + 4)^3 \cdot (3x^2 + 2x) + c$
 E) $(x^3 + x^2 + 4)^3 + c$

$$\begin{aligned}\int (x^3 + x^2 + 4)^2 \cdot (3x^2 + 2x) dx &= \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c \\ &= \frac{1}{3} \cdot (x^3 + x^2 + 4)^3 + c\end{aligned}$$

4. $\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx$

integralinde $\sqrt{x} = t$ dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integralerden hangisi oluşturulur?

- A) $\int t dt$ B) $\int (t-1) dt$ C) $2 \int (t-1) dt$
 D) $2 \int t dt$ E) $\int (t-2) dt$

• $\sqrt{x} = t$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 dt$$

• $\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx = \int (t-1) \cdot 2 dt$

$$\therefore = 2 \int (t-1) dt$$

5. $\int_1^5 d(x^2 + 5x)$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 36 B) 40 C) 44 D) 45 E) 48

$$\begin{aligned}\int_1^5 d(x^2 + 5x) &= (x^2 + 5x) \Big|_1^5 \\ &= (5^2 + 5 \cdot 5) - (1^2 + 5 \cdot 1) \\ &= 50 - 6 \\ &= 44\end{aligned}$$

6. $\int_{-3}^2 f(x+2) dx + \int_4^6 f(x) dx = 24$ $x+2 = u$
 $dx = du$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned}\int_{-1}^6 f(x) dx &\quad \text{Sınırlar} \\ x = -3 \text{ iken } u &= -1 \\ x = 2 \text{ iken } u &= 4\end{aligned}$$

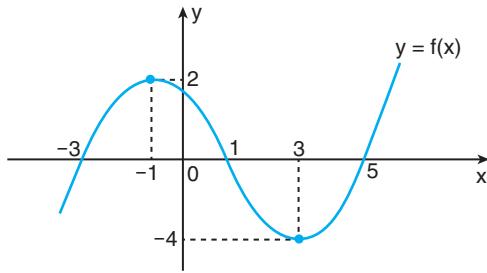
integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 24 E) 48

$$\begin{aligned}\int_{-3}^2 f(x+2) dx + \int_4^6 f(x) dx &= 24 \\ \int_{-1}^4 f(u) du + \int_4^6 f(x) dx &= 24 \\ \int_{-1}^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx &= 24 \rightarrow \int_{-1}^6 f(x) dx = 24\end{aligned}$$

ÜNİTE TESTİ - 4

7.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

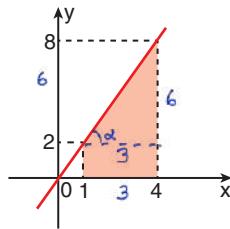
$$\int_{-1}^3 [f(x) + f'(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 [f'(x) + f''(x)] dx &= f(x) \Big|_{-1}^3 + f'(x) \Big|_{-1}^3 \\ &= [f(3) - f(-1)] + [f'(3) - f'(-1)] \\ &= (-4 - 2) + (0 - 0) \\ &= -6 \end{aligned}$$

8.



Şekildeki boyalı bölgenin alanını aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanır?

$$m = \tan \alpha = \frac{6}{3}$$

Düzenli denklemi

$$y = m \cdot x \rightarrow y = 2x$$

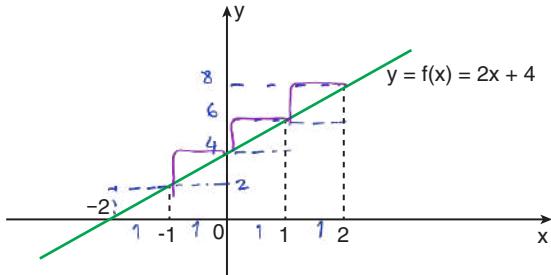
- A) $\int_0^4 x dx$
 B) $\int_1^4 x dx$
 C) $\int_1^4 2x dx$

$$D) \int_1^4 3x dx$$

$$E) \int_1^4 4x dx$$

$$\text{Alan} = \int_1^4 2x dx$$

9. ve 10. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.



Yukarıda, $f(x) = 2x + 4$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$[-2, 2]$ aralığı eşit uzunlukta 4 alt aralığa bölünmüştür..

9. $f(x) = 2x + 4$

fonksiyonunun bu bölüntüye göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

$$\text{Alt Toplam} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 = 12$$

10. $f(x) = 2x + 4$

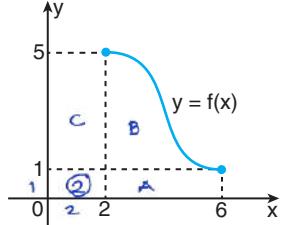
fonksiyonunun bu bölüntüye göre, Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

$$\text{Üst Toplam} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 20$$

MATEMATİK İLACI

11.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Dik dörtgen alanının dan

$$5 \cdot 2 = C+2 \rightarrow C=8$$

$$1 \cdot 6 = 2+A \rightarrow A=4$$

$$\int_2^6 f(x) dx = 10 \rightarrow A+B = 10 \rightarrow 4+B=10 \rightarrow B=6$$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \int_1^5 f^{-1}(x) dx &= B+C \\ &= 6+8 \\ &= 14 \end{aligned}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 12 E) 14

1. E	2. C	3. B	4. C	5. C	6. D
7. A	8. C	9. C	10. D	11. E	

1. $\frac{d}{dx} \left(\int (x^3 - 1) dx \right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $x^3 - 1$ B) $x^3 - x + c$ C) $3x^2 + c$

D) $\frac{1}{4}x^4 - x$ E) $\frac{1}{4}x^4 - x + c$

$$\frac{d}{dx} \left(\int (x^3 - 1) dx \right) = x^3 - 1$$

2. $\int \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (x^{-3} - x^{-2}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3} + c$ B) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$ C) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$

$$\begin{aligned} D) \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c & \quad E) \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + c \\ &= \frac{x^{-2}}{-2} - \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ &= -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + c \end{aligned}$$

3. $\int \sqrt{2x+5} dx$

$$2x+5=u$$

$$2dx=du$$

$$dx=\frac{1}{2}du$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2x+5} + c$ B) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x+5} + c$

- C) $\frac{1}{3}\sqrt{(2x+5)^3} + c$ D) $\frac{1}{3}\sqrt{2x+5} + c$

$$E) \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{(2x+5)^2} + c$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{2x+5} dx &= \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot du \\ &= \int u^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} + c \\ &= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{u^3} + c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(2x+5)^3} + c \end{aligned}$$

4. $\int 4x \cdot f(x^2 + 1) dx$

$$\begin{aligned} x^2+1 &= u \\ 2x \cdot dx &= du \\ 4x \cdot dx &= 2 \cdot du \end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 \cdot f(x^2 + 1) + c$ B) $2 \cdot f(2x) + c$

- C) $2 \cdot f(x^2 + 1) + c$ D) $4 \cdot f(2x) + c$

$$\int \frac{2 \cdot du}{4 \cdot x \cdot f'(x^2+1) dx} = \int f'(u) \cdot 2 du$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot f(u) + c \\ &= 2 \cdot f(x^2+1) + c \end{aligned}$$

5. $f(x) = \frac{x-3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = 2x+3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-1}^2 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 f^{-1}(x) dx &= \int_{-1}^2 (2x+3) dx \\ &= (x^2 + 3x) \Big|_{-1}^2 \\ &= (2^2 + 3 \cdot 2) - ((-1)^2 + 3 \cdot (-1)) \\ &= 10 - (-2) = 12 \end{aligned}$$

6. $\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$

$$3x-1=u$$

$$3dx=du$$

olduğuna göre

$$\begin{aligned} x=0 &\text{ için } u=-1 \\ x=3 &\text{ için } u=8 \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^8 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 12 C) 18 D) 24

- E) 36

$$\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$$

$$\int_{-1}^3 f(u) \cdot \frac{1}{3} \cdot du = 12$$

$$\int_{-1}^3 f(u) du = 3 \cdot 12 \rightarrow \int_{-1}^8 f(x) dx = 36$$

1. $\frac{d}{dx} \left(\int (x^3 - 1) dx \right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $x^3 - 1$ B) $x^3 - x + c$ C) $3x^2 + c$

D) $\frac{1}{4}x^4 - x$ E) $\frac{1}{4}x^4 - x + c$

$$\frac{d}{dx} \left(\int (x^3 - 1) dx \right) = x^3 - 1$$

2. $\int \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (x^{-3} - x^{-2}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3} + c$ B) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$ C) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$

D) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$ E) $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + c$

$$= \frac{x^{-2}}{-2} - \frac{x^{-1}}{-1} + c$$

$$= -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + c$$

3. $\int \sqrt{2x+5} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2x+5} + c$ B) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x+5} + c$

C) $\frac{1}{3}\sqrt{(2x+5)^3} + c$ D) $\frac{1}{3}\sqrt{2x+5} + c$

$$E) \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{(2x+5)^2} + c$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot du &= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{u^3} + c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(2x+5)^3} + c \end{aligned}$$

4. $\int 4x \cdot f(x^2 + 1) dx$

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= u \\ 2x \cdot dx &= du \\ 4x \cdot dx &= 2 \cdot du \end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4 \cdot f(x^2 + 1) + c$ B) $2 \cdot f(2x) + c$

C) $2 \cdot f(x^2 + 1) + c$ D) $4 \cdot f(2x) + c$

E) $f(x^2 + 1) + c$

$$\int 4x \cdot f'(x^2 + 1) dx = \int f'(u) \cdot 2 du$$

$$= 2 \cdot f(u) + c$$

$$= 2 \cdot f(x^2 + 1) + c$$

5. $\int x \cdot \sqrt{x-1} dx$

$$\begin{aligned} x-1 &= u^2 \\ dx &= 2u du \end{aligned}$$

integralinde $x - 1 = u^2$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi oluşur?

A) $2 \cdot \int (u^4 + u^2) du$ B) $\int (u^4 + u^2) du$

C) $\int (u^3 + u^2) du$ D) $\int (u^2 + u) du$

E) $\int (u+1) du$

$$\int x \cdot \sqrt{x-1} dx = \int (u^2 + 1) \cdot \sqrt{u^2} \cdot 2u du$$

$$= \int (u^2 + 1) \cdot u \cdot 2u du$$

$$= 2 \cdot \int (u^4 + u^2) du$$

6. $\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$

$$\begin{aligned} 3x-1 &= u \\ 3dx &= du \end{aligned}$$

olduğuna göre

$$du = \frac{1}{3} dx$$

$$\int_{-1}^8 f(x) dx$$

$$\begin{aligned} \text{sınırlar} \\ x=0 \text{ iken } u=-1 \\ x=3 \text{ iken } u=8 \end{aligned}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 12 C) 18 D) 24

E) 36

$$\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$$

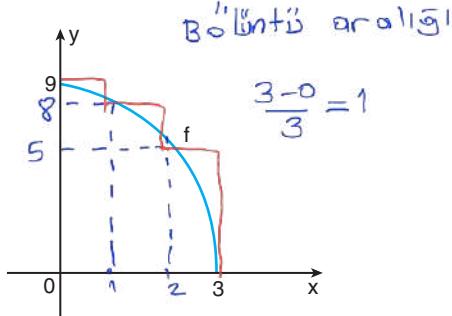
$$\int_{-1}^8 f(u) \cdot \frac{1}{3} du = 12 \rightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^8 f(u) du = 12$$

$$\rightarrow \int_{-1}^8 f(x) dx = 36$$

ÜNİTE TESTİ - 5

7. ve 8. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

$f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 9 - x^2$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



7. $[0, 3]$ aralığını 3 eşit parçaya bölen düzgün P bölüntüsüne göre, Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 24

$$\text{Üst Toplam} = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 5 = 22$$

8. $[0, 3]$ aralığını 3 eşit parçaya bölen düzgün P bölüntüsüne göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

$$\text{Alt Toplam} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 0 = 13$$

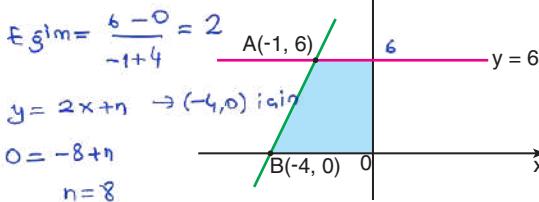
9. $y = 2x - 4$, $x = -2$, $x = 8$, $y = 0$

doğruları arasında kalan alan aşağıdaki integralerden hangisi ile hesaplanır?

- A) $\int_{-2}^8 (2x - 4) dx$
 B) $\int_{-2}^2 (4 - 2x) dx + \int_2^8 (2x - 4) dx$
 C) $\int_{-2}^8 (4 - 2x) dx$
 D) $\int_{-2}^0 (4 - 2x) dx + \int_0^8 (2x - 4) dx$
 E) $\int_{-2}^4 (4 - 2x) dx + \int_4^8 (2x - 4) dx$

$$\Delta_{\text{lon}} = \int_{-2}^2 (-2x + 4) dx + \int_2^8 (2x - 4) dx$$

10.



Şekilde, eksenlerle $y = 6$ ve AB doğrusu arasında kalan taralı alan aşağıdaki integralerden hangisi ile hesaplanır?

- A) $\int_{-4}^0 (2x + 8) dx$ B) $\int_{-4}^0 (2x + 2) dx$ C) $\int_0^6 \left(\frac{y-8}{2} \right) dy$

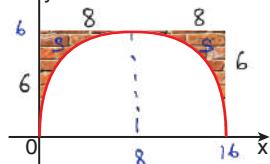
- D) $-\int_0^6 \frac{y-8}{2} dy$ E) $\int_0^6 \left(\frac{8-y}{2} + 6 \right) dy$

Doğrunun denklemi: $y = 2 \cdot x + 8 \rightarrow x = \frac{y-8}{2}$

$$\Delta_{\text{lon}} = \int_0^6 -\frac{y-8}{2} dy = -\int_0^6 \frac{y-8}{2} dy$$

MATEMATİĞİN İLACI

11.



Şekilde koordinat sisteme yerleştirilen tünelin görüntüsü

$$f(x) = -\frac{3}{32}(x^2 - 16x)$$

parabolüdür.

Buna göre, tünelin kenarlarına döşenen taşların yüzey alanı kaç birimkaredir?

- A) 20 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

$$\bullet x^2 - 16 \cdot x = 0 \rightarrow x(x-16) = 0 \\ x=0 \quad \text{ya da} \quad x=16 \quad \text{dir.}$$

$$\bullet f(8) = -\frac{3}{32} \cdot (8^2 - 16 \cdot 8) = 6$$

• Pratik kuralları

$$S = \frac{6 \cdot 8}{3} = 16$$

$$\Delta_{\text{lon}} = S + S = 16 + 16 = 32 \text{ dir.}$$

1. A	2. B	3. C	4. C	5. A	6. E
7. D	8. A	9. B	10. D	11. C	

1. $\int (x + \sqrt{x}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 2\sqrt{x} + c$ B) $\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + c$

C) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$ D) $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt[3]{x} + c$

E) $\frac{1}{2}x^2 + x\sqrt{x} + c$

$$\int (x + \sqrt{x}) dx = \int (x + x^{\frac{1}{2}}) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$$

2. $\int (3x - 1)^5 dx$

$$\begin{aligned} 3x - 1 &= u \\ 3dx &= du \\ dx &= \frac{1}{3}du \end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5(3x - 1)^4 + c$ B) $\frac{1}{6}(3x - 1)^6 + c$

C) $\frac{1}{18}(3x - 1)^6 + c$ D) $18(3x - 1)^6 + c$

E) $\frac{1}{2}(3x - 1)^6 + c$

$$\int (3x - 1)^5 dx = \int u^5 \cdot \frac{1}{3} du$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{u^6}{6} + c$$

$$= \frac{1}{18} (3x - 1)^6 + c$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \int (-2x + 4) dx$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 5 tir.

Buna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

i) A) 1	B) 2	C) 3	D) 4	E) 5	
$f(x) = -x^2 + 4x + c$	$f'(x) = -2x + 4$	$f(2) = 5$ tır. $5 = -2^2 + 4 \cdot 2 + c$ $c = 1$ $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ $f(0) = 0 + 0 + 1 = 1$			

4. Yukarıda aşağıya doğru V_0 m/sn hızıyla atılan bir cismin t anındaki hızı,

(Hız denkleminin integrali)
 $V(t) = V_0 + gt$ (yol denklemi verir)

denklemi ile bulunur. ($g = 10 \text{ m/sn}^2$ dir.)

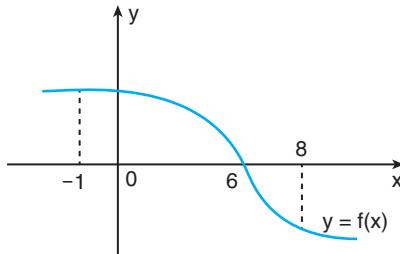
Yukarıda aşağıya $V_0 = 30 \text{ m/sn}$ lik ilk hızla atılan bir cisim 5 saniyede yere düştüğüne göre, bu cisim kaç metre yükseklikten atılmıştır?

- A) 260 B) 270 C) 275 D) 285 E) 290

i) $\int v(t) dt = \int (30 + 10t) dt$
 $x(t) = 30t + 5t^2 + c$
 $x(5) = 30 \cdot 5 + 5 \cdot 5^2 + c$
 $0 = 150 + 125 + c$
 $c = -275$

ii) $x(t) = 30t + 5t^2 - 275$
 $x(0) = 0 + 0 - 275$
 $x(0) = -275$
 $(- işaretini cisimin yönünü verir)$

5. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



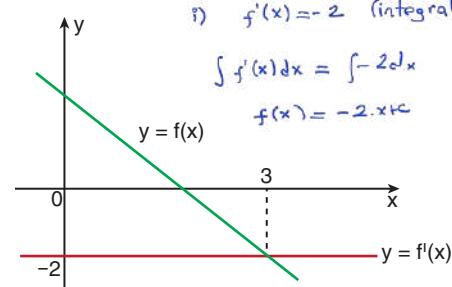
Buna göre,

$$\int_{-1}^8 \frac{|f(x)|}{f(x)} dx = \int_{-1}^6 1 \cdot dx + \int_6^8 (-1) \cdot dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1	B) 2	C) 3	D) 4	E) 5
$= x \Big _{-1}^6 + (-x) \Big _6^8$	$= 6 - (-1) + ((-8) - (-6))$	$= 7 + (-2)$	$= 5$	

6. Aşağıda f ve f' fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

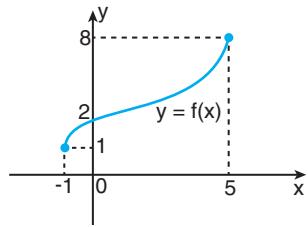


Buna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

A) 1	B) 2	C) 3	D) 4	E) 6
i) $f(3) = -2$ (integral olımı) $\int f'(x) dx = \int -2 dx$ $f(x) = -2x + c$ $f(3) = -2 \cdot 3 + c$ $-2 = -6 + c$ $c = 4$	$f(0) = -2 \cdot 0 + c$	$f(0) = 4$		

ÜNİTE TESTİ - 6

7.



Şekilde, $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^5 f'(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

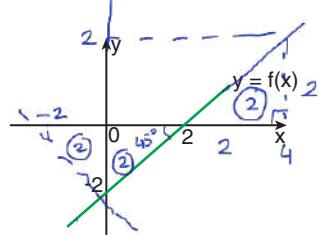
$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 f'(x) dx &= f(x) \Big|_{-1}^5 \\ &= f(5) - f(-1) \\ &= 8 - 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

8.

$$m = \tan 45^\circ = 1$$

Denklem

$$y = 2x - 2$$



Yukarıda $y = f(x)$ doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-2}^4 f(|x|) dx$$

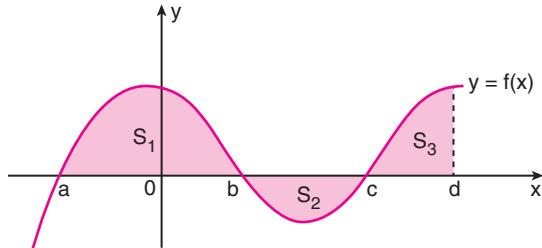
integralinin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -10

$$\int_{-2}^4 f(|x|) dx = \int_0^2 f(x) dx = -\frac{2 \cdot 2}{2} = -2$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 f(|x|) dx &= \int_{-2}^2 f(|x|) dx + \int_2^4 f(x) dx \\ &= -4 + 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

9.



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile x ekseninde kalan boyalı alanlar S_1 , S_2 ve S_3 tür.

$$\int_b^d f(x) dx = 6, \quad \int_a^d f(x) dx = 11$$

olduğuna göre, S_1 kaç birimkaredir?

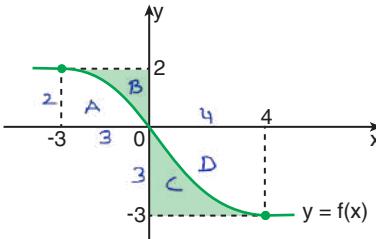
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\int_b^d f(x) dx = 6 \rightarrow -S_2 + S_3 = 6$$

$$\int_a^d f(x) dx = 11 \rightarrow \underbrace{S_1 - S_2 + S_3}_{S_1 + 6} = 11 \quad S_1 + 6 = 11 \quad S_1 = 5$$

MATEMATİĞİN İLACI

10.



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-3}^4 |f(x)| dx = 11$$

olduğuna göre, boyalı alanların toplamı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\int_{-3}^4 |f(x)| dx = 11 \rightarrow A + D = 11$$

$$\begin{aligned} A + B &= 2 \cdot 3 = 6 \\ C + D &= 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} A + B + C + D &= 6 + 12 \\ B + C + 11 &= 18 \\ B + C &= 7 \end{aligned} \right.$$

1. C	2. C	3. A	4. C	5. E
6. D	7. E	8. A	9. A	10. D

1. $\int_{\underline{4}}^{\underline{36}} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32 B) 16 C) 9 D) 6 E) 4

$$\begin{aligned} \int_{\underline{4}}^{\underline{36}} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx &= \frac{1}{2} \int_{\underline{4}}^{\underline{36}} x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{1}{2} \left[2x^{\frac{1}{2}} \right]_{\underline{4}}^{\underline{36}} \\ &= \frac{1}{2} (6 - 2) \\ &= 4 \end{aligned}$$

2. $\int_{-5}^{\underline{5}} (x^3 - x) dx + \int_{-3}^{\underline{3}} x^2 dx$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24

$$\begin{aligned} \int_{-5}^{\underline{0}} (x^3 - x) dx + \int_{-3}^{\underline{3}} x^2 dx &= 0 + \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_{-3}^3 \\ &= \frac{81}{4} - \frac{9}{2} \\ &= 9 + 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

3. $\int_{-3}^{\underline{7}} |x+1| dx$

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 34

$$\begin{aligned} \int_{-3}^{\underline{7}} |x+1| dx &= \int_{-3}^{-1} (-x-1) dx + \int_{-1}^{\underline{7}} (x+1) dx \\ &= \left(-\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-3}^{-1} + \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^7 \\ &= \left[\left(-\frac{1}{2} + 1 \right) - \left(-\frac{9}{2} + 3 \right) \right] + \left[\left(\frac{49}{2} + 7 \right) - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right] \\ &= 2 + 32 = 34 \end{aligned}$$

4. Bir hareketlinin t saniyedeki ivmesi

$f(t) = (3t^2 + 8t) m/sn^2$ *(sürme denklemi)* formülü ile modellenmiştir. *(integrali hız denklemini verir)*

Bu hareketlinin 1. saniyedeki hızı 8 m/sn olduğuna göre, 3. saniyedeki hızı kaç m/sn dir?

i) A) 55 B) 60 C) 63 D) 66 E) 72

$$\int f(t) dt = \int (3t^2 + 8t) dt$$

$$v(t) = t^3 + 4t^2 + c$$

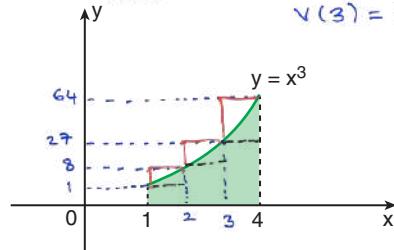
$$v(1) = 1 + 4 + c \rightarrow 8 = 5 + c$$

$$3 = c$$

$$v(3) = 27 + 36 + 3$$

$$v(3) = 66$$

- 5.



Şekildeki grafik, $y = x^3$ fonksiyonunun bir kısmıdır.

[1, 4] aralığını üç eşit aralığa bölen düzgün bölüntüye ait Riemann alt toplamı A ve Riemann üst toplamı B dir.

Buna göre, B - A farkı kaçtır?

A) 64 B) 63 C) 48 D) 38 E) 30

$$\begin{aligned} A &= 1 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 27 \cdot 1 = 36 \\ B &= 1 \cdot 8 + 27 \cdot 1 + 64 \cdot 1 = 99 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} B-A = 99-36 \\ = 63 \end{array} \right\}$$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ bir çift fonksiyondur.

Buna göre,

I. $\int_{-2}^{\underline{2}} f(x) dx = 2 \cdot \int_0^2 f(x) dx$ *(Döşrü)*

II. $\int_{-6}^{\underline{6}} f(x) dx = \int_{-3}^{\underline{6}} f(x) dx$ *(Döşrü)*

III. $\int_{-1}^{\underline{1}} f(x) dx = 0$ *(Yanlış)*

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

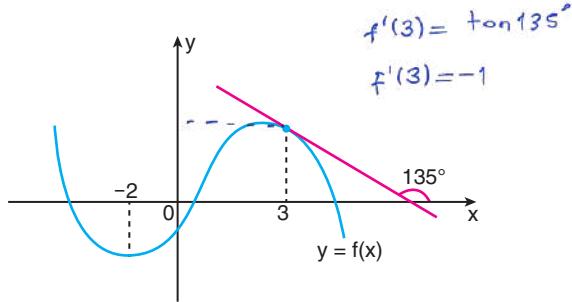
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve II E) II ve III

- III. Tel fonksiyonlarda geçerli bir kuraldır.

ÜNİTE TESTİ - 7

7.



$x = -2$ apsisli noktasında bir yerel minimumu olan $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ apsisli noktasındaki teğeti x eksenile 135° lik açı yapmaktadır.

Buna göre, $\int_{-2}^3 [2 \cdot f''(x) + 4 \cdot f'(x) \cdot f'''(x)] dx$

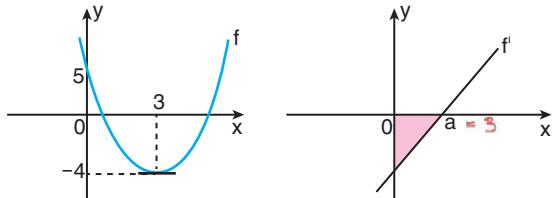
$$= -\frac{u^2}{2} \Big|_{-2}^3 = \frac{f'(x)}{2} \Big|_{-2}^3$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -1 E) -2

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^3 [2 \cdot f''(x) + 4 \cdot f'(x) \cdot f'''(x)] dx \\ &= 2 \cdot \int_{-2}^3 f''(x) dx + 4 \cdot \int_{-2}^3 f'(x) \cdot f'''(x) dx \\ &= 2 \cdot f'(x) \Big|_{-2}^3 + 4 \cdot \left[\frac{f'(x)}{2} \right] \Big|_{-2}^3 \\ &= 2 \cdot (f'(3) - f'(-2)) + 2 \cdot ([f'(3)]^2 - [f'(-2)]^2) \\ &= 2 \cdot (-1 - 0) + 2 \cdot ((-1)^2 - 0^2) = 0 \end{aligned}$$

8. Aşağıda f fonksiyonu ve türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

Parabol denkleminden

$$f(x) = 2 \cdot (x-3)^2 - 4$$

$(0, 5)$ parabol denklemini sağlar.

$$5 = 2 \cdot (0-3)^2 - 4 \rightarrow 2 = 1$$

$$f(x) = (x-3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 5$$

$$f'(x) = 2x - 6 \rightarrow 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Alan} = \int_0^3 (-2x+6) dx = (-x^2+6x) \Big|_0^3 = (-9+18)-(0) = 9$$

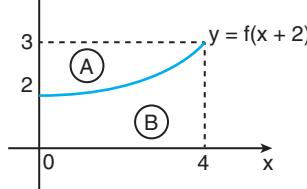
9. Aşağıda $y = f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A ve B bulundukları bölgelerin alanlarıdır.

Dik dörtgen alanından

$$A+B = 4 \cdot 3$$

$$A+B = 12$$



Buna göre,

$$\int_2^6 f(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2A B) 6 + A C) 12 - B

D) 12 - A

$$B = \int_0^4 f(x+2) dx$$

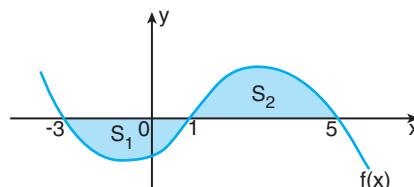
$$\begin{aligned} & x+2 = u \\ & dx = du \\ & x=0 \text{ için } u=2 \\ & x=4 \text{ için } u=6 \end{aligned}$$

$$B = \int_2^6 f(u) du \quad (A+B = 12)$$

$$12 - A = \int_2^6 f(x) dx$$

MATEMATİĞİN İLACI

10.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonu ile x eksenleri arasında kalan boyalı alanlar $S_1 = 10 \text{ br}^2$ ve $S_2 = 12 \text{ br}^2$ dir.

Buna göre,

$$\int_{-3}^5 (|f(x)| + f(x)) dx = \int_{-3}^5 |f(x)| dx + \int_{-3}^5 f(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 22 D) 24 E) 44

$$= (S_1 + S_2) + (-S_1 + S_2)$$

$$= 2 \cdot S_2$$

$$= 2 \cdot 12$$

$$= 24$$

1. B	E	2. B	3. E	4. D	5. B
6. D	7. C	8. A	9. D	10. D	

1. $\int \sqrt{x+2} dx$

$$\begin{aligned} & x+2 = u \\ & dx = du \end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{x+2} dx$

B) $\frac{2}{3} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c$

C) $\sqrt[3]{(x+2)^2} + c$

D) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x+2} + c$

E) $\frac{3}{2} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x+2} dx &= \int \sqrt{u} \cdot du \\ &= \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c \end{aligned}$$

2. $\int \frac{x^3 + x^2 - 3}{x^2} dx = \int \left(\frac{x^3}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} - \frac{3}{x^2} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{x} + c$

B) $3x^2 + x - x^{-2} + c$

C) $\frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{x} + c$

D) $\frac{x^2}{2} - x + \frac{2}{x} + c$

E) $3x^2 - 4x + 3 + c$

$$\begin{aligned} &= \int (x+1 - 3x^{-2}) dx \\ &= \frac{x^2}{2} + x - 3 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ &= \frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{x} + c \end{aligned}$$

3. $\frac{d}{dx} \int \frac{d(4x^3 - 1)}{x^2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x$

B) $8x$

C) $12x$

D) 12

E) 6

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int \frac{d(4x^3 - 1)}{x^2} &= \frac{d}{dx} \int \frac{12x^2}{x^2} dx \\ &= \frac{d}{dx} \int 12 dx \\ &= 12 \end{aligned}$$

4. $f(x) = 6x - 4$

$f(0) = 4$

olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) -3

B) -2

C) 1

D) 3

E) 5

$$\begin{aligned} \text{?}) \int f'(x) dx &= \int (6x-4) dx & \text{?}) f(x) = 3x^2 - 4x + 4 \\ f(x) &= 3x^2 - 4x + c & f(1) = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 4 \\ f(0) &= 0 - 0 + c & f(1) = 3 - 4 + 4 \\ c &= c & f(1) = 3 \end{aligned}$$

5. $f(x) = \begin{cases} -x+12, & x \leq 2 \\ x+8, & x > 2 \end{cases}$

olduğuna göre,

$$\int_{-2}^6 f(x) dx = \int_{-2}^2 (-x+12) dx + \int_2^6 (x+8) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 84

B) 90

C) 96

D) 108

E) 120

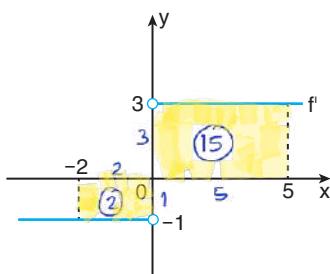
$$= \left(-\frac{x^2}{2} + 12x \right) \Big|_{-2}^2 + \left(\frac{x^2}{2} + 8x \right) \Big|_2^6$$

$$= \left[\left(-\frac{4}{2} + 24 \right) - \left(-\frac{4}{2} - 24 \right) \right] + \left[\left(\frac{36}{2} + 48 \right) - \left(\frac{4}{2} + 16 \right) \right]$$

$$= 48 + 48$$

$$= 96$$

6. Aşağıda gerçel sayılarla sürekli bir f fonksiyonunun türevi-nın grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(5) - f(-2)$ farkı kaçtır?

A) 10

B) 11

C) 13

D) 15

E) 17

$$\int_{-2}^5 f'(x) dx = -2 + 15$$

$$f(x) \Big|_{-2}^5 = 13$$

$$f(5) - f(-2) = 13$$

ÜNİTE TESTİ - 8

7. $\int_2^6 f(5-x)dx = 12$

olduğuna göre,

$$\int_{-1}^3 f(x)dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 6 D) 12 E) 24

$$5-x=u$$

Sınırlar

$$x=2 \text{ için } u=3$$

$$-dx = du$$

$$x=6 \text{ için } u=-1$$

$$dx = -du$$

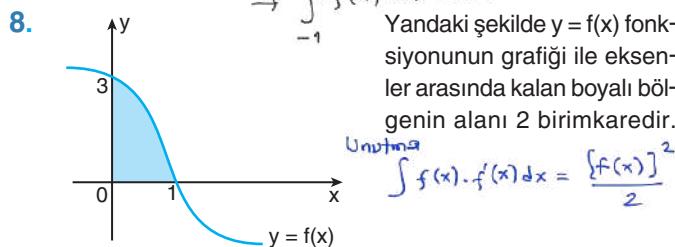
$$-1$$

$$\int_2^6 f(5-x)dx = 12 \rightarrow \int_{-1}^3 f(u) \cdot (-du) = 12$$

$$\rightarrow \int_{-1}^3 f(u) du = 12 \quad \begin{array}{l} \text{(- işareti} \\ \text{sınırların yerini} \\ \text{değiştirdi)} \end{array}$$

$$\rightarrow \int_{-1}^3 f(x) dx = 12$$

Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile eksenler arasında kalan boyalı bölgenin alanı 2 birimkaredir.



Buna göre,

$$\int_0^1 f(x) \cdot (f(x)+1)dx = \int_0^1 [f(x) \cdot f'(x) + f(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

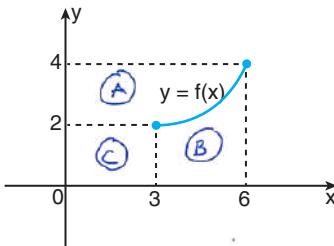
$$= \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

$$= \frac{[f(x)]^2}{2} \Big|_0^1 + 2$$

$$= \frac{f^2(1)}{2} - \frac{f^2(0)}{2} + 2$$

$$= 0 - \frac{5}{2} + 2 = -\frac{5}{2}$$

9.



Şekilde,

$f:[3, 6] \rightarrow [2, 4]$, $y = f(x)$ fonksiyonu bire bir ve örtdür.
Dik dörtgen alanından $c = 2, 3 = 6$

Buna göre,

$$\int_3^6 f(x)dx + \int_2^4 f^{-1}(x)dx = B+A = 18$$

toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

Büyük dikdörtgenin alanı

$$A+B+C = 6 \cdot 4$$

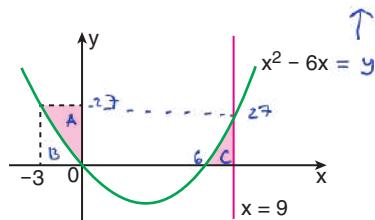
$$A+B+6 = 24$$

$$A+B = 18$$

(yazalım)

MATEMATİĞİN İLACI

10.



Şekilde, $y = x^2 - 6x$ parabolü, $x = 9$ doğrusu ve eksenler arasında kalan boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 81 B) 75 C) 72 D) 60 E) 48

$$\int_{-3}^9 (x^2 - 6x) dx = \int_{-3}^6 (x^2 - 6x) dx \quad \text{o düşün don}$$

$B=C$ dir.

Yani, istenen alan

$$A+C = A+B = 3 \cdot 27 = 81 \quad \text{bulunur}$$

$$A+C = 81 - \int_0^3 (x^2 - 6x) dx + \int_6^9 (x^2 - 6x) dx$$

integrali hesaplanarak bulunabilir.

1. B	2. A	3. D	4. D	5. C
6. C	7. D	8. E	9. D	10. A

1. $f(x) = x^2 + 3x \rightarrow f'(x) = 2x + 3$
fonksiyonu veriliyor. $f'(2) = 2 \cdot 2 + 3$
Buna göre, $f'(2) = 7$

$$\int_{-1}^3 f(2) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 21 B) 28 C) 30 D) 35 E) 40

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 7 \cdot 2x = 7x \Big|_{-1}^3 \\ = 7 \cdot 3 - 7 \cdot (-1) \\ = 21 + 7 \\ = 28 \end{aligned}$$

2. $f: \mathbb{R} - \{-4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = \frac{2x-3}{x+4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-3}{x-2}$$

olduğuna göre,

$$\int_3^4 d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) \Big|_3^4$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

$$\begin{aligned} &= f^{-1}(4) - f^{-1}(3) \\ &= \left(\frac{-4 \cdot 4 - 3}{4 - 2}\right) - \left(\frac{-4 \cdot 3 - 3}{3 - 2}\right) \\ &= -\frac{19}{2} + 15 \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

3. A(1, 4) ve B(3, 12) noktaları $y = f(x)$ fonksiyonunun üzerindedir.

Buna göre, $\int_2^b f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_2^b$

$$\int_1^3 f(x) \cdot f(x) dx \quad \bullet \quad f(1) = 4$$

$$f(3) = 12 \text{ dir.}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 48 B) 50 C) 56 D) 60 E) 64

$$\begin{aligned} \int_1^3 f'(x) \cdot f(x) dx &= \frac{f^2(x)}{2} \Big|_1^3 \\ &= \frac{f^2(3)}{2} - \frac{f^2(1)}{2} \\ &= \frac{12^2}{2} - \frac{4^2}{2} = 72 - 8 = 64 \end{aligned}$$

4. $\int_2^6 f\left(\frac{x}{2} - 1\right) dx = 18$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} - 1 &= u \\ \frac{1}{2} \cdot dx &= du \\ dx &= 2 \cdot du \end{aligned}$$

olduğuna göre,

$$\int_0^2 f(x) dx \quad \begin{array}{l} \text{Sınırlar} \\ x=2 \text{ için } u=0 \\ x=6 \text{ için } u=2 \end{array}$$

integralinin sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{llll} \text{A) 7} & \text{B) 8} & \text{C) 9} & \text{D) 10} \end{array} \quad \text{E) 12}$$

$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2} - 1\right) dx = 18 \rightarrow \int_0^2 f(u) \cdot 2 \cdot du = 18$$

$$\int_0^2 f(u) du = 9 \rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 9$$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ tek fonksiyondur.

Buna göre,

I. $\int_{-4}^4 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^4 f(x) dx$ (Yanlış)

II. $\int_{-6}^{-2} f(x) dx = \int_2^6 f(x) dx$ (Yanlış)

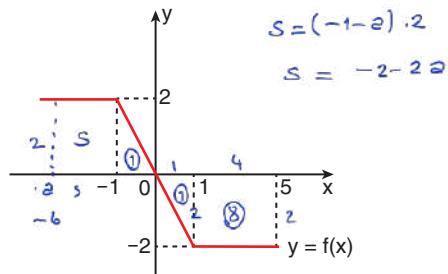
III. $\int_{-5}^5 f(x) dx = 0$ (Doğru)

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

1. ve III. ençüller çift fonksiyona ait özelliklerdir.

6. Aşağıda $y = f(x)$ tek fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



a negatif bir sayı olmak üzere

$$\int_a^5 f(x) dx = -6 \rightarrow -2 - 2a + 1 - 1 - 8 = -6$$

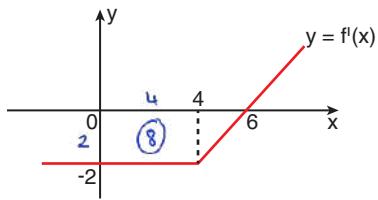
$$-2a - 10 = -6$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

ÜNİTE TESTİ - 9

7. Şekilde \mathbb{R} de tanımlı ve türevli olan $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

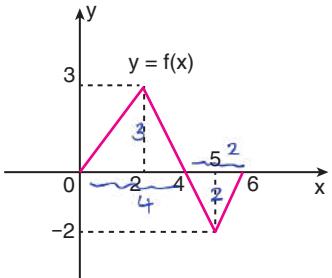


Buna göre, $f(0) - f(4)$ farkının sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) -8 E) -10

$$\begin{aligned} \int_0^4 -f'(x) dx &= 8 \\ -f(x) \Big|_0^4 &= 8 \\ - (f(4) - f(0)) &= 8 \\ f(0) - f(4) &= 8 \end{aligned}$$

8. $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

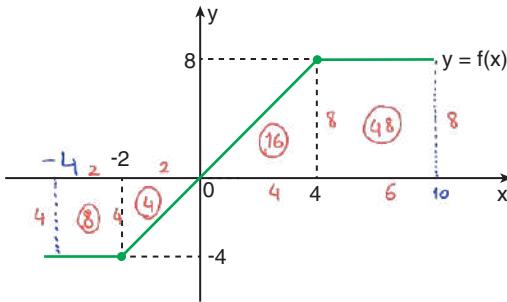
$$\int_0^6 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

$$\begin{aligned} \int_0^6 f(x) dx &= \int_0^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx \\ &= \frac{3 \cdot 4}{2} + \left(-\frac{2 \cdot 2}{2} \right) \\ &= 6 - 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

9.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

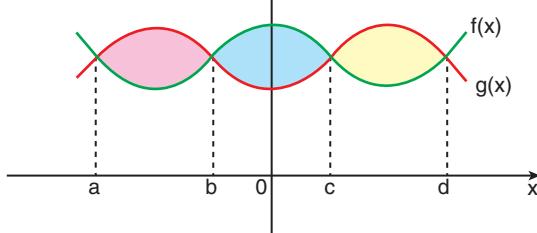
$$\begin{aligned} \int_{-4}^{10} [f(x) + f'(x)] dx &= \int_{-4}^{10} f(x) dx + \int_{-4}^{10} f'(x) dx \\ &= (-8 - 4 + 16 + 4 \cdot 8) + f(x) \Big|_{-4}^{10} \end{aligned}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 40 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64

$$\begin{aligned} &= 52 + f(10) - f(-4) \\ &= 52 + 8 - (-4) = 64 \end{aligned}$$

10.



Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

- Pembe boyalı bölgenin alanı 4 birimkaredir.
- Mavi boyalı bölgenin alanı 6 birimkaredir.
- Sarı boyalı bölgenin alanı 8 birimkaredir.

Buna göre,

I. $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx = 2 \rightarrow -4 + 6 = 2$ (Doğru)

II. $\int_b^d [f(x) - g(x)] dx = -2 \rightarrow 6 + (-8) = -2$ (Doğru)

III. $\int_a^d [f(x) - g(x)] dx = -6 \rightarrow (-4) + 6 + (-8) = -6$ (Doğru)

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

1. B	2. D	3. E	4. C	5. C
6. E	7. B	8. A	9. E	10. E

1. $f(x) = 6x + 8$
 $f(1) = 7$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

$$\int f'(x) dx = \int (6x+8) dx$$

$$f(x) = 3x^2 + 8x + c$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + c$$

$$7 = 11 + c$$

$$-4 = c$$

$$f(x) = 3x^2 + 8x - 4$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 4$$

2. $\int \frac{6dx}{9x^2 + 6x + 1}$ $f(2) = 24$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3x+1} + c$ B) $-\frac{2}{3x+1} + c$ C) $-\frac{2}{(3x+1)^2} + c$
 D) $-(3x+1)^2 + c$ E) $(-3x+1) + c$

$$\int \frac{6dx}{9x^2 + 6x + 1} = \int \frac{6dx}{(3x+1)^2}$$

$$\begin{aligned} 3x+1 &= u \\ 2/3 dx &= du \\ 6 dx &= 2 du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int \frac{2 du}{u^2} \\ &= 2 \int u^{-2} du \\ &= 2 \cdot \frac{u^{-1}}{-1} + c = -2 \cdot \frac{1}{3x+1} + c \end{aligned}$$

3. I. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) dx = \int_0^2 (x^2 - 4) dx$ (Doğru)

II. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 + x) dx = 0$ (Doğru)

III. $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 dx = 2 \int_0^{\pi} x^4 dx$ (Doğru)

yukarıdaki eşitliklerden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
 D) I ve II E) I, II ve III

I. ve III. şençüllerde verilen fonksiyonlar

grafik fonksiyon, II. şençülde verilen

fonksiyon tek fonksiyondur.

4. $\int_{-n}^n (x^4 + x^2 + 2) dx = 24$

olduğuna göre,

$$\int_{-n}^n (x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 2) dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n + 24$ B) $2n + 24$ C) $n + 48$

$$\int_{-n}^n (\underbrace{x^5 + x^3 + x}_{\text{Tek fonk.}}) dx + \int_{-n}^n (x^4 + x^2 + 2) dx = 24$$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(-x)$ eşitliğini sağlamaktadır.

çift fonksiyon

$$\int_0^6 f(x) dx = 12$$

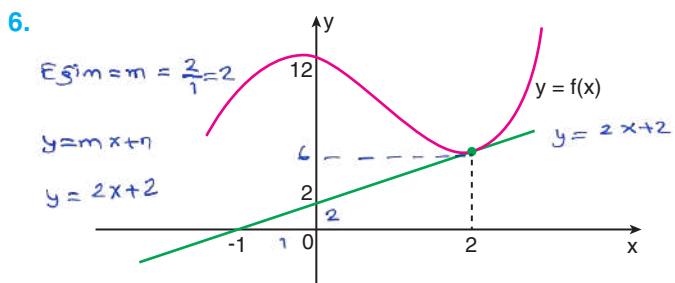
olduğuna göre,

$$\int_{-6}^6 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^6 f(x) dx = 24$$

integralinin sonucu kaçtır? 12

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 32

MATEMATİKİN İLACI



$y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, NOT: $\int_a^b f(x) \cdot f'(x) dx = \left[\frac{f^2(x)}{2} \right]_a^b$

$$\int_0^2 f(x) \cdot f'(x) dx = \left[\frac{f^2(x)}{2} \right]_0^2$$

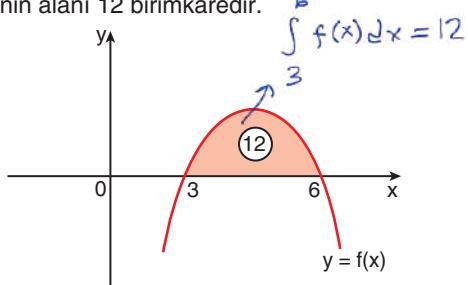
$$\text{integralinin sonucu kaçtır? } = \frac{f^2(2)}{2} - \frac{f^2(0)}{2}$$

- A) -36 B) -48 C) -54 D) -60 E) -72

$$\begin{aligned} &= \frac{6^2}{2} - \frac{12^2}{2} \\ &= 18 - 72 = -54 \end{aligned}$$

ÜNİTE TESTİ - 10

7. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonu ile x eksenini arasında kalan boyalı bölgenin alanı 12 birimkaredir.



Buna göre,

$$\int_1^2 f(3x) dx \quad 3x = u \quad 3dx = du \quad dx = \frac{1}{3} du$$

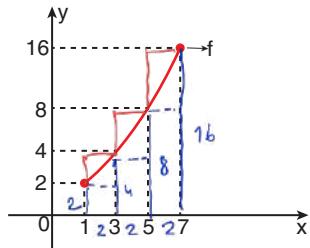
$$\begin{aligned} & \text{Sınırlar} \\ & x=1 \text{ için } u=3 \\ & x=2 \text{ için } u=6 \end{aligned}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\begin{aligned} \int_3^6 f(u) \cdot \frac{1}{3} du &= \frac{1}{3} \cdot \int_3^6 f(u) du \\ &= \frac{1}{3} \cdot \int_3^6 f(x) dx \\ &= \frac{1}{3} \cdot 12 \\ &= 4 \end{aligned}$$

8.



Yukarıda $f : [1, 7] \rightarrow [2, 16]$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- Buna göre, $\int_1^7 f(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 52 E) 60

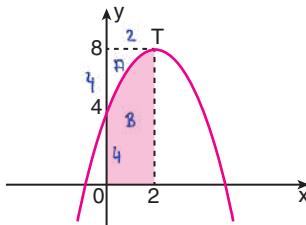
Riemann

$$A + \text{Toplamlı} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 2 = 28$$

$$\text{Üst Toplamlı} = 4 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 56$$

$$28 \leq \int_1^7 f(x) dx \leq 56 \quad \text{aralığında olmalıdır.}$$

9.



Tepe noktası $T(2, 8)$ olan şekildeki parabolün, y eksenini kestiği noktanın ordinatı 4 tür.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{29}{6}$ B) $\frac{37}{3}$ C) $\frac{45}{6}$ D) $\frac{44}{3}$ E) $\frac{40}{3}$

Pratik kurallardan

$$A = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3}$$

Dikdörtgen alanından

$$8 \cdot 2 = A + B$$

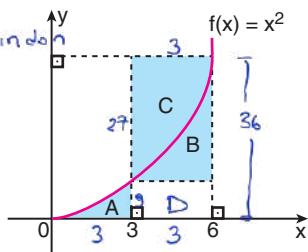
$$16 = \frac{8}{3} + B \rightarrow B = 16 - \frac{8}{3}$$

$$B = \frac{40}{3}$$

MATEMATİĞİN İLACI

10.

Dikdörtgen alanından
 $D = 3 \cdot 3 = 27$



$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Boyalı bölgelerin alanları, A, B ve C birimkaredir.

- Buna göre, $\frac{C}{A+B}$ oranı kaçtır? $\frac{45}{9+36} = 1$

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Pratik kurallardan

$$A = \frac{3 \cdot 3}{3} \rightarrow A = 9$$

$$A + B + D = \frac{36+6}{3} \rightarrow A + B + D = 72$$

$$9 + B + 27 = 72$$

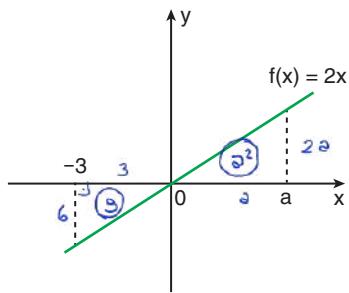
$$B = 36$$

Dikdörtgen alanından

$$C + B = 27 \cdot 3 \rightarrow C + 36 = 81 \rightarrow C = 45$$

1. C	2. B	3. E	4. D	5. D
6. C	7. A	8. E	9. E	10. C

1. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-3}^a f(x) dx = 16 \rightarrow -9 + a^2 = 16 \\ a^2 = 25$$

olduğuna göre, a değeri kaçtır? $a=5$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$2. f(x) = \begin{cases} 4x-1, & x < 1 \\ 3x^2+1, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre,

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 (4x-1) dx + \int_1^2 (3x^2+1) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

$$= (2x^2-x) \Big|_0^1 + (x^3+x) \Big|_1^2 \\ = [(2-1)-(0-0)] + [(8+2)-(1+1)] \\ = 1 + 8 \\ = 9$$

$$3. f^{-1}(x) = x + m \rightarrow f(x) = x - m$$

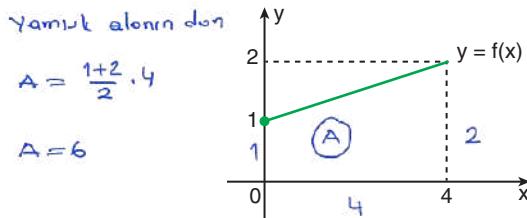
$$\int_{-2}^4 f(x) \cdot dx = 24$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 6

$$\int_{-2}^4 f(x) dx = \int_{-2}^4 (x-m) dx \\ 24 = \left(\frac{x^2}{2} - mx \right) \Big|_{-2}^4 \\ 24 = \left(\frac{4^2}{2} - m \cdot 4 \right) - \left(\frac{(-2)^2}{2} - m \cdot (-2) \right) \\ 24 = (8-4m) - (2+2m) \\ 24 = 6 - 6m \rightarrow 6m = 18 \rightarrow m = -3$$

4. $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^4 [f(x) + f'(x)] dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_0^4 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$$= 6 + \left[f(x) \right]_0^4 \\ = 6 + f(4) - f(0) \\ = 6 + 2 - 1 \\ = 7$$

$$5. \int_3^{15} f(x) dx = 24$$

olduğuna göre,

$$\int_1^5 f(3x) dx \quad 3x = u \quad 3dx = du \quad du = \frac{1}{3} dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48

$$\int_1^5 f(3x) dx = \int_3^{15} f(u) \cdot \frac{1}{3} du \\ = \frac{1}{3} \cdot \int_3^{15} f(x) dx \\ = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$$

6. $y = f(x)$ fonksiyonu A(1, 4) noktasından geçmektedir.

Bu fonksiyonun diferansiyeli,

$$dy = (2x-3)dx$$

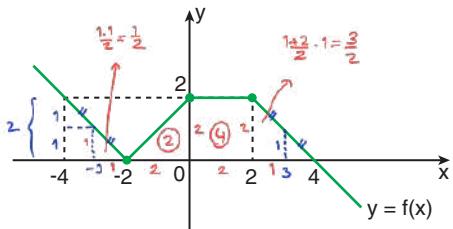
olduğuna göre, $x = 2$ iken y değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$dy = (2x-3) dx \quad f(x) = x^2 - 3x + c \\ \frac{dy}{dx} = 2x-3 \quad f(1) = 1 - 3 + c \\ 4 = -2 + c \quad 6 = c \\ f(x) = x^2 - 3x + 6 \quad f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 6 = 4$$

ÜNİTE TESTİ - II

7.



Yukarıda $y = f(x)$ parçalı fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

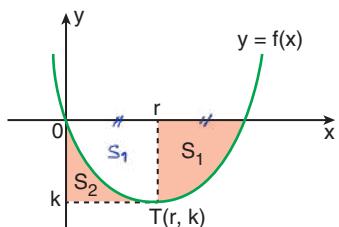
$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 8$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

D)

8.



Şekilde tepe noktası T olan $y = f(x)$ parabolü orijinden geçmektedir.

S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır.

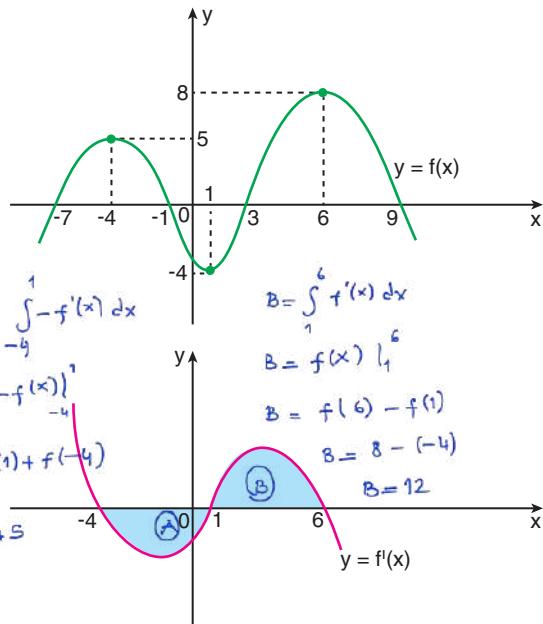
Buna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

pratik kurallarla

$$\begin{aligned} S_1 &= 2 \cdot S \\ S_2 &= S \end{aligned} \quad \left\{ \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{2 \cdot S}{S} = 2 \right.$$

9.



Şekilde $y = f(x)$ ve $y = f'(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre, şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) 3 C) 12 D) 18 E) 21

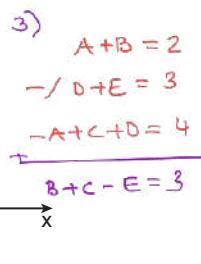
MATEMATİĞİN İLACI

10.

1) Dikdörtgen alanını

$$A+B = 2 \cdot 1 = 2$$

$$D+E = 1 \cdot 3 = 3$$



$f : [-2, 1] \rightarrow [-1, 3]$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$2) \int_{-2}^1 f(x) dx = 4 \rightarrow -A + C + D = 4$$

olduğuna göre,

$$4) \int_{-1}^3 f^{-1}(x) dx = -B - C + E = -3$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

1. B	2. D	3. A	4. E	5. A
6. C	7. D	8. D	9. BE	10. B

