

# Mathematical Model with Continuous Positioning

## 1. Kümeler ve Parametreler

### • Kümeler:

- $V$ : Konteynerler kümesi
- $P$ : Boru tipleri kümesi
- $J$ : Sipariş edilen boruların kümesi. Her tip  $p \in P$  için  $q_p$  adet boru vardır ve her boruya benzersiz bir ID verilir, yani

$$J = \{j : j = p_i, p \in P, i = 1, \dots, q_p\}.$$

### • Parametreler:

- Her konteyner  $v \in V$  için;  
Uzunluk:  $L_v$ , Genişlik:  $W_v$ , Yükseklik:  $H_v$ .
- Her boru tipi  $p \in P$  için;  
Nominal çap:  $d_p$ , İç çap:  $I_p$ , Dış çap:  $m_p$ , Tahta kalınlığı:  $T_p$ .  
Borunun efektif yüksekliği,

$$h_p = \begin{cases} m_p + T_p, & \text{eğer } T_p > 0, \\ 0.85 m_p, & \text{aksi halde.} \end{cases}$$

- Her boru  $j \in J$  için;

Tipine göre  $d_{\text{eff},j} = m_p$ , efektif yükseklik  $h_j = h_p$ , iç çap  $I_j = I_p$ , dış çap  $m_j = m_p$ .

- Aynı tip kontrolü:

$$\text{same-type}_{j,i} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } j \text{ ve } i \text{ aynı tipteyse} \\ 0, & \text{aksi halde.} \end{cases}$$

- Nested uygunluk parametresi: (Boruların birbiri içinden geçip geçmeyeceğinin kontrolünü sağlayan parametre)

$$\text{con-host}_{j,i} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } 1.05 m_j < I_i, \\ 0, & \text{aksi halde.} \end{cases}$$

$R_{ij}$  parametre tüm iç içe geçme seviyeleri için kullanılır (1,2,3).

- Sabit: Boruların y eksenindeki uzunluğu  $L_{pipe} = 5800 \text{ mm}$ .

## 2. Karar Değişkenleri

### 1. Atama ve Seviye Değişkenleri

- $x_{j,v} \in \{0, 1\}$ : Boru  $j$ 'nin konteyner  $v$ 'ye atanmış olması.

$$\sum_{v \in V} x_{j,v} = 1, \forall j \in J.$$

- Seviye ataması:

$$l_{1j}, l_{2j}, l_{3j} \in \{0, 1\} \text{ ile}$$

$$l_{1j} + l_{2j} + l_{3j} = 1, \forall j \in J.$$

Burada,

$l_{1j} = 1$ :  $j$  borusu outer (dış) seviyede

$l_{2j} = 1$ : nested level-2'de,

$l_{3j} = 1$ : nested level-3'de yer alır.

### 2. Nested Atama Değişkenleri:

- $h_{2j,i,v} \in \{0, 1\}$ : Boru  $j$ , konteyner  $v$ 'de boru  $i$ 'ye nested (level-2) yerleştirildiyse.
- $h_{3j,i,v} \in \{0, 1\}$ : Boru  $j$ , konteyner  $v$ 'de boru  $i$ 'ye nested (level-3) yerleştirildiyse.

EK kısıtlarla aynı tip boruların nested yerleşimi engellenir ve fiziksel uygunluk (1.05 çarpanı) kontrol edilir.

### 3. Yardımcı (Lineerleştirme) Değişkenleri:

- $z_{1j,v}, z_{2j,v}, z_{3j,v} \in \{0, 1\}$

$z_{1j,v}$  boru  $j$ 'nin konteyner  $v$ 'de outer olarak atanmasını

$z_{2j,v}$  nested level-2,

$z_{3j,v}$  nested level-3'ü temsil eder.



Standart lineerleştirme kısıtları:

$z_{1j,v} \leq x_{j,v} \quad , \quad z_{1j,v} \leq l_{1j} \quad , \quad z_{1j,v} \geq x_{j,v} + l_{1j} - 1, \quad \forall j,v,$   
benzer şekilde  $z_2$  ve  $z_3$  için.

4. Konteyner Kullanım Değişkeni:

•  $y_v \in \{0,1\}$ : Konteyner  $v$  kullanılıyorsa  $y_v = 1$ .

$$x_{j,v} \leq y_v, \quad \forall j \in J, v \in V \quad \text{ve} \quad \sum_{j \in J} z_{1j,v} \geq y_v, \quad \forall v \in V.$$

5. Outer (En dış katmanda yer alan) Boruların 3D Pozisyon Değişkenleri:

•  $x_{j,v}, y_{j,v}, z_{j,v} \geq 0$ : Boru  $j$ 'nin konteyner  $v$ 'deki  $x, y, z$  koordinatları (outer borular için).

6. Stacking (Boruları üst üste kayma) Değişkenleri:

•  $\text{floor}_{j,v} \in \{0,1\}$ : Boru  $j$ 'nin konteyner  $v$ 'de doğrudan tabana yerleştirildiğini belirtir.

•  $\text{on-top}_{j,i,v} \in \{0,1\}$ : Boru  $j$ 'nin konteyner  $v$ 'de boru  $i$ 'nin üzerinde stacking ile yer aldığını ifade eder.

İlişki:

$$\text{floor}_{j,v} + \sum_{i \neq j} \text{on-top}_{j,i,v} = z_{1j,v}, \quad \forall j \in J, v \in V.$$

Ayrıca, stacking durumunda dikey ve yatay koordinatlar arasında big-M ile modellenen eşitlikler uygulanır.

7. Outer Pair ve 2D Non-Overlap İçin Ek Değişkenler:

$\text{outerPair}_{i,j,v} \in \{0,1\}$  (sadece  $i < j$ )

$$\text{outerPair}_{i,j,v} \leq z_{1i,v} \quad \text{outerPair}_{i,j,v} \leq z_{1j,v},$$

$$\text{outerPair}_{i,j,v} \geq z_{1i,v} + z_{1j,v} - 1.$$

Yani, iki boru her ne şekilde outer (dış) olarak atanmışsa (tabanda veya stacking ile), aynı konteynerde birlikte bulunuyorsa  $\text{outerPair}_{i,j,v} = 1$ .



• Yönel Ayrışım Değişkenleri ( $\delta$ ):

$$\delta_{i,j,v}^{\text{left}}, \delta_{i,j,v}^{\text{right}}, \delta_{i,j,v}^{\text{front}}, \delta_{i,j,v}^{\text{back}} \in \{0,1\} \text{ (sadece } i < j \text{ ve } \forall v \in V).$$

Bu değişkenler, iki outer boru arasında X-y düzleminde hangi yönde ayırım yapıldığını belirtir.

### 3. Kısıtlar

#### A. Atama ve Seviye Kısıtları

1. Boru Ataması:

$$\sum_{v \in V} x_{j,v} = 1, \forall j \in J.$$

2. Seviye Ataması:

$$l_{1j} + l_{2j} + l_{3j} = 1, \forall j \in J.$$

#### B. Nested Yerleştirme Kısıtları (iç içe geçirme)

3. Aynı Tiplerin Nested Olmaması:

$$\text{Eger } \text{same\_type}_{j,i} = 1, \text{ } h_{2j,i,v} = 0, h_{3j,i,v} = 0, \forall j \neq i, v \in V.$$

4. Fiziksel Uygunluk (Nested):

$$h_{2j,i,v} \leq \text{can\_host}_{j,i}, h_{3j,i,v} \leq \text{can\_host}_{j,i}, \forall j \neq i, v \in V.$$

5. Host Üzerinde En Fazla Bir Nested Boru:

$$\sum_{j \neq i} h_{2j,i,v} \leq 1, \sum_{j \neq i} h_{3j,i,v} \leq 1, \forall i \in J, v \in V.$$

6. Seviye Uyumunun Sağlanması:

$$h_{2j,i,v} \leq l_{1i}, h_{3j,i,v} \leq l_{2i}, \forall j \neq i, v \in V.$$

7. Nested Atama Tutarlılığı (Yardımcı Değişkenlerle):

$$\sum_{i \neq j} h_{2j,i,v} = z_{2j,v}, \sum_{i \neq j} h_{3j,i,v} = z_{3j,v}, \forall j \in J, v \in V.$$

## C. Konteyner Kullanım ve Outer Pozisyon Kısıtları

### 8. Konteyner Kullanımı:

$$x_{j,v} \leq y_v, \forall j \in J, v \in V,$$

$$\sum_{j \in J} z_{1j,v} \geq y_v, \forall v \in V.$$

### 9. Outer Barın Pozisyonu (3D Sınırlar):

Eğer  $z_{1j,v} = 1$  ise,

$$x_{j,v} + d_{eff,j} \leq W_v + M(1 - z_{1j,v}),$$

$$y_{j,v} + L_{pipe} \leq L_v + M(1 - z_{1j,v}),$$

$$z_{j,v} + h_j \leq H_v + M(1 - z_{1j,v}), \forall j \in J, v \in V.$$

## D. Stacking (Yığma) Kısıtları

### 10. Floor ve On-top ilişkisi:

$$floor_{j,v} + \sum_{i \neq j} on-top_{i,j,v} = z_{1j,v}, \forall j \in J, v \in V.$$

### 11. Floor yerleşiminde z Koordinatı:

Eğer  $floor_{j,v} = 1$  ise,

$$z_{j,v} \leq M(1 - floor_{j,v}), z_{j,v} \geq -M(1 - floor_{j,v}), \forall j \in J, v \in V.$$

### 12. Stacking Dikey (z) ilişkisi:

Eğer  $on-top_{j,i,v} = 1$  ise,

$$z_{j,v} - z_{i,v} = h_i,$$

bu ilişki big-M yöntemiyle:

$$z_{j,v} - z_{i,v} - h_i \leq M(1 - on-top_{j,i,v}),$$

$$z_{j,v} - z_{i,v} - h_i \geq -M(1 - on-top_{j,i,v}), \forall j \neq i, v \in V.$$



### 13. Stacking yatay (X, y) Hizalaması:

Eğer  $on-top_{j,i,v} = 1$  ise,

$$X_{j,v} = X_{i,v}, Y_{j,v} = Y_{i,v},$$

big-M kısıtları ile:

$$X_{j,v} - X_{i,v} \leq M(1 - on-top_{j,i,v}), X_{j,v} - X_{i,v} \geq -M(1 - on-top_{j,i,v}),$$

$$Y_{j,v} - Y_{i,v} \leq M(1 - on-top_{j,i,v}), Y_{j,v} - Y_{i,v} \geq -M(1 - on-top_{j,i,v}), \forall j \neq i, v \in V.$$

E. 2D Non-Overlap Kısıtları (Tüm Outer Borular için)

### 14. Outer Pair Tanımlaması:

$i, j$  (sadece  $i < j$ ) ve  $v \in V$  için,

$$outerPair_{i,j,v} \leq z_{1i,v}, outerPair_{i,j,v} \leq z_{1j,v},$$

$$outerPair_{i,j,v} \geq z_{1i,v} + z_{1j,v} - 1.$$

### 15. yönsel Ayrışım ( $\delta$ ) Kısıtları:

Her  $i, j$  (sadece  $i < j$ ) ve  $v \in V$  için:

• X yönünde;

$$X_{i,v} + d_{eff,i} \leq X_{j,v} + M(1 - \delta_{i,j,v}^{left}) + M(1 - outerPair_{i,j,v}),$$

$$X_{j,v} + d_{eff,j} \leq X_{i,v} + M(1 - \delta_{i,j,v}^{right}) + M(1 - outerPair_{i,j,v}).$$

• Y yönünde;

$$Y_{i,v} + L_{pipe} \leq Y_{j,v} + M(1 - \delta_{i,j,v}^{front}) + M(1 - outerPair_{i,j,v}),$$

$$Y_{j,v} + L_{pipe} \leq Y_{i,v} + M(1 - \delta_{i,j,v}^{back}) + M(1 - outerPair_{i,j,v}).$$

### 16. Ayrışımın En Az Bir yönden Sağlanması

$$\delta_{i,j,v}^{left} + \delta_{i,j,v}^{right} + \delta_{i,j,v}^{front} + \delta_{i,j,v}^{back} \geq outerPair_{i,j,v}, \forall i < j, v \in V.$$

## F. Nested Fiziksel Uygunluk Kısıtları

17. Her  $j \neq i$  ve  $v \in V$  için, eğer bir  $v$   $j$ 'nin  $i$ 'ye nested yerleştirilmesi düşünülecekse:

$$1.05 m_j \leq I_i + M(1 - h_{2j,i,v}),$$

$$1.05 m_j \leq I_i + M(1 - h_{3j,i,v}).$$

## 4. Amaç Fonksiyonu

$$\min \sum_{v \in V} y_v,$$