

کد دستچوی ۸۰۱۵۱۵۱۵۱۵۱۵

نام و نام خانوادگی: میرزا علیان محمد بن میرزا محمد

جواب سوالیہ

$$f_y(y) = \int_0^1 f_{x,y}(x,y) dx = \int_0^1 \frac{e^{x+2y}}{e} dx = \frac{e^{x+2y}}{e} \Big|_0^1$$

$$\rightarrow f_Y(y) = \frac{y}{w} + \frac{wy}{w}$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{y} + \frac{1}{y}$$

$$P(A) = \int_0^1 \frac{1}{y} f_Y(y) dy = \int_0^1 \frac{1}{y} \left(\frac{y}{e} + \frac{y}{y} \right) dy = \frac{y}{e} + \frac{y}{y} \Big|_0^1$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$$

$$f_{Y|A}(y) = \frac{f(Y=y \cap Y \leq \frac{1}{4})}{P(A)} = \frac{f(Y=y)}{P(A)}$$

$$\rightarrow f_{Y|A}(y) = \frac{f_Y(y)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}y}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}y \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$f_{X|A}(x) = \frac{P(X=x, Y \leq \frac{1}{x})}{P(A)} = \int_0^{\frac{1}{x}} f_{X,Y}(x,y) dy \big|_{x=x}$$

$$\rightarrow f_{X|A}(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{x}} \frac{y+x+y}{y} dy \Big|_{\bar{X}=x}}{\frac{d}{dx}} \rightarrow f_{X|A}(x) = \frac{\frac{y}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{d}{dx}}$$

$$\rightarrow f_{X|A}(x) = \frac{\lambda x}{a} + \frac{1}{a} \rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

1892, Dec 1, 1901

که دانشجوین: امضا: ۱۴۰۱

نام و نام خانوادگی: همراهِ لیوان

ادامه جواب سوال ۳:

$$f_{x,y|A}(x,y) = \frac{P(x=x, y=y \text{ و } y \leq \frac{1}{x})}{P(A)} = \frac{f_{x,y}(x,y)}{P(A)}$$

(ادامه)

$$f_{x,y}(x,y) = \frac{\frac{5}{3}x + \frac{2}{3}y}{\frac{5}{12}} = \frac{14x}{5} + \frac{8y}{5} \rightarrow 0 \leq y \leq \frac{1}{x}$$

$$f_{x|y}(x|y) = \frac{f_{xy}(x=x, y=y)}{f_y(y)} = \frac{f_{xy}(x,y)}{f_y(y)} = \frac{\frac{5x+2y}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}y} = \frac{5x+y}{1+y} \quad (ج)$$

$$f_{y|x}(y|x) = \frac{f_{xy}(x=x, y=y)}{f_x(x)} = \frac{f_{xy}(x,y)}{f_x(x)} = \frac{\frac{5x+2y}{3}}{\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}} = \frac{5x+2y}{5x+1}$$

$$f_x(x) = \int_0^1 f_{xy}(x,y) dy = \int_0^1 \frac{5x+2y}{3} dy = \left. \frac{5xy}{3} + \frac{y^2}{3} \right|_0^1 = \frac{5x}{3} + \frac{1}{3}$$

جواب سوال ۴:

$$P_x(x) = \left(\frac{15}{14}\right)^{x-1} \left(\frac{1}{14}\right)$$

$$P_y(y) = \left(\frac{31}{32}\right)^{y-1} \left(\frac{1}{32}\right)$$

(الف)

حالا ما احتمال آن را می خواصیم که هر دو موفق شوند و جمع استعار کردن ها زیره بسیار باشد.

$$f(x,y | x+y \leq 30) = \frac{P(x=x, y=y \text{ مستقل اند})}{P(x+y \leq 30)} = \frac{P(x=x) \cdot P(y=y)}{P(x+y \leq 30)}$$

$$\rightarrow f(x,y | x+y \leq 30) = \sum_{y=1}^{30-x} \sum_{x=1}^{30-y} P_x(x) P_y(y) =$$

$$\rightarrow f(x,y | x+y \leq 30) = \sum_{y=1}^{30} \left(\frac{31}{32}\right)^{y-1} \left(\frac{1}{32}\right) \sum_{x=1}^{30-y} \left(\frac{15}{14}\right)^{x-1} \left(\frac{1}{14}\right)$$

کد دانشجویی : ۸۱۵۱۵۱۵۱۵۱۵

نام و نام خانوادگی : مهراد لیبیان

اداره جواب سوال ۲ :

$$P(x, y | x+y \leq 30) = \sum_{y=1}^{30} \left(\frac{31}{32}\right)^{y-1} \left(\frac{1}{32}\right) \sum_{x=1}^{30-y} \left(\frac{15}{14}\right)^{x-1} \left(\frac{1}{14}\right)$$

اداره الف)

با محاسبه $\rightarrow P(x, y | x+y \leq 30) = 0/3724$

$$P(x \leq 5 | \text{موفق و } y=12) = \frac{P(x \leq 5 \text{ و موفق و } y=12)}{P(y=12 \text{ و موفق})} = \frac{P(x \leq 5 \text{ و موفق}) \cdot P(y=12)}{P(x \leq 18) \cdot P(y=12)}$$

$$\rightarrow = P(x \leq 5) = \sum_{x=1}^5 \left(\frac{15}{14}\right)^{x-1} \left(\frac{1}{14}\right) = 0/2750$$

$$\rightarrow = P(x \leq 18) = \sum_{x=1}^{18} \left(\frac{15}{14}\right)^{x-1} \left(\frac{1}{14}\right) = 0/4870$$

$$\rightarrow \frac{P(x \leq 5)}{P(x \leq 18)} = \frac{0/2750}{0/4870} = 0/564$$

جواب سوال ۱۱۰

(الف)

$$P(t \leq 5 \cap (n=3 \cup n=4)) = P_3 \int_0^5 f_T(t|n=3) dt + P_4 \int_0^5 f_T(t|n=4) dt$$

(ز روی نمودار داریم:)

$$f_T(t|N=n) = -2P_n^2 + 2P_n \quad t > 0$$

پس:

$$P(t \leq 5 \cap (n=3 \cup n=4)) = (0.5 - 0.3) \int_0^5 -0.01t + 0.02 dt + (0.5 - 0.4) \int_0^5 -0.02t + 0.04 dt$$

$$\rightarrow P(t \leq 5 \cap (n=3 \cup n=4)) = (0.2)(1) + (0.1)(0.75) = 0.275$$

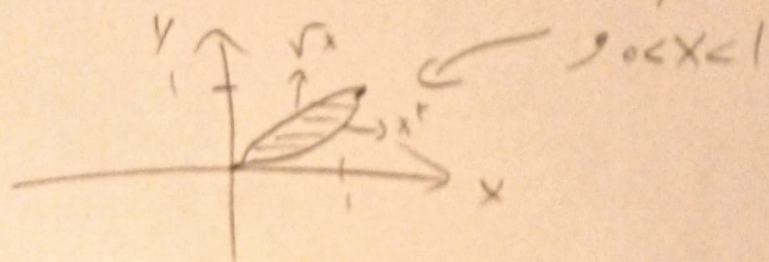
قانون بیزی

$$P(n=3 | t \leq 2) \stackrel{!}{=} \frac{P(t \leq 2 | n=3) \cdot P_3}{P(t \leq 2)} = \frac{P(t \leq 2 | n=3) \cdot P_3}{\sum_{n=1}^4 P(t \leq 2 | n=n) \cdot P_n}$$

$$\rightarrow P(n=3 | t \leq 2) = \frac{0.3 \times \int_0^2 -0.01t + 0.02 dt}{0.1 \times \int_0^2 -0.02t + 0.04 dt + 0.3 \times \int_0^2 -0.01t + 0.02 dt + 0.4 \times \int_0^2 -0.01t + 0.04 dt + 0.3 \times \int_0^2 -0.01t + 0.02 dt}$$

$$\rightarrow P(n=3 | t \leq 2) = \frac{0.128}{0.16} = 0.8$$

$$h = \frac{1}{2} \rightarrow f_{xy}(x, y) = \begin{cases} c & 0 < x^2 < y < x^{\frac{1}{2}} < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{xy}(x, y) dy dx = 1 \rightarrow \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} c dy dx = 1$$

$$\rightarrow \int_0^1 c (\sqrt{x} - x^2) dx = 1 \rightarrow c \left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 1$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) c = 1 \rightarrow c = \frac{3}{1}$$

$$E[x] = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} x(c) dy dx = \frac{3}{1} \int_0^1 x^{\frac{3}{2}} - x^4 dx = \frac{3}{1} \left(\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$

$$\rightarrow E[x] = \frac{9}{10}$$

$$E[y] = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y dy dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x - x^5 dx = \frac{9}{10}$$

$$E[xy] = \frac{3}{1} \int_0^1 x \left(\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x^2 - x^5 dx = \frac{3}{2} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^1$$

$$\rightarrow E[xy] = \frac{1}{2}$$

کدرانشجویی : املاک ۱۴۰۱/۱۴۰۲

نام و نام خانوادگی : مهرداد یعقوبی

اداسه جواب سوال : ۴

ادامه (—)

$$E[x^2] = 3 \int_0^1 x^{\frac{2}{3}} - x^4 dx = 3 \left(\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$

$$\rightarrow E[x^2] = 3 \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{6}{5}$$

$$E[y^2] = 3 \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y^2 dy dx = \int_0^1 x^{\frac{3}{2}} - x^4 dx = \left(\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$

$$\rightarrow E[y^2] = \frac{6}{5}$$

$$\text{Cov}(x, y) = E[xy] - E[x]E[y] = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$$

$$\text{var}(x) = E[x^2] - (E[x])^2 = \frac{6}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{59}{25} \rightarrow \sigma_x = \sqrt{\frac{59}{25}}$$

$$\text{var}(y) = E[y^2] - (E[y])^2 = \frac{6}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{59}{25} \rightarrow \sigma_y = \sqrt{\frac{59}{25}}$$

↓
نزدیک همبستگی

$$\rho = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{59}{25} \cdot \frac{59}{25}} = \frac{4 \times 25}{59 \times 59} = \frac{100}{3481}$$

(ج) طبق قضیه فسردهگی وقتی n به سمت بی‌نهایت می‌رود آن $0.56 < \rho < 0.57$

$$\rho = \frac{\text{var}(x)}{\sqrt{\text{var}(y)} \cdot \sqrt{\text{var}(x)}} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(y)} \cdot \sqrt{\text{var}(x)}}$$

نرخ رابطه x و y کاملاً خطی با شیب مثبت می‌شود.

نام خانوادگی: سوادلیان

کد دانشجویی: ۸۱۰۵۱۵۰۱

جواب سوال ۷:

(الف)

$$P(A) = 0/03 + 0/02 + 0/02 + 0/02 + 0/05 + 0/04 + 0/03 = 0/21$$

$$P(B) = 0/04 + 0/05 + 0/04 + 0/03 + 0/03 + 0/01 + 0/04 = 0/24$$

$$P(C) = 0/03 + 0/03 + 0/04 + 0/05 + 0/02 + 0/01 + 0/21 = 0/49$$

نوع Type C ارزش احتمال بیشتر است.

(ب)

$$P(\text{سهشنبه}) + P(\text{چهارشنبه}) = \underbrace{0/02 + 0/03 + 0/05}_{\text{سه شنبه}} + \underbrace{0/05 + 0/03 + 0/02}_{\text{چهارشنبه}}$$

$$= 0/1 + 0/1 = 0/2$$

(ج)

$$P = \frac{P(\text{خرید در روزهای فرد})}{P(\text{خرید در روزهای فرد})} = \frac{0/05 + 0/03 + 0/01}{\underbrace{0/02 + 0/05 + 0/03}_{\text{یکشنبه}} + \underbrace{0/02 + 0/02 + 0/05}_{\text{سه شنبه}} + \underbrace{0/04 + 0/01}_{\text{پنجشنبه}}}$$

$$\rightarrow P = \frac{0/14}{0/1 + 0/1 + 0/2} = \frac{0/14}{0/4} = 0/35$$

(د)

۱. راه در صفحه بعد

X : لبنان

Y : روز

(د)

$$E[X] = 0 \times P(A) + 1 \times P(B) + 2 \times P(C)$$

$$E[X] = 0 + 0.33 + 2 \times 0.44 = 1.11$$

$$E[Y] = 0 + 1 \times 0.1 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.1 + 4 \times 0.1 + 5 \times 0.2 + 6 \times 0.3 = 3.1$$

$$E[X^2] = 0 + 1^2 \times 0.33 + 2^2 \times 0.44 = 2.17$$

$$E[Y^2] = 1^2 \times 0.1 + 4 \times 0.1 + 9 \times 0.1 + 16 \times 0.1 + 25 \times 0.2 + 36 \times 0.3$$

$$E[Y^2] = 18.1$$

$$E[XY] = \sum_i \sum_j P_{xy}(x_i, y_j) x_i y_j = 0 + 0.05 + 0.04 + 0.08$$

$$+ 0.14 + 0.09 + 0.3 + 0.12 + 0.14 + 0.1 + 0.18 + 0.12 = 0.84$$

$$\text{cov}(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y] = 0.84 - 1.11 \times 3.1 = 0.35$$

$$\text{var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 = 2.17 - (1.11)^2 = 0.905$$

$$\text{var}(Y) = E[Y^2] - (E[Y])^2 = 18.1 - (3.1)^2 = 8.39$$

$$\text{ضریب همبستگی} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \times \text{var}(Y)}} = \frac{0.35}{\sqrt{0.905 \times 8.39}} = 0.215$$