



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر آمار و احتمال مهندسی

تمرین صفر - ترکیبیات و احتمال شرطی

طراح: ارشیا عطایی نائینی

سوپروایزر: نسا عباسی

تاریخ تحویل: ۲۱ مهر ۱۴۰۲

۱. میزگرد

۱۰ نمره

۹ نفر از سه کلاس، از هر کلاس سه نفر، به چند طریق می‌توانند دور یک میز بنشینند به طوریکه :

(الف) افراد هم‌کلاسی همگی کنار هم نشسته باشند؟ (۵ نمره)

(ب) در مجاورت هر فرد، حداقل یک نفر غیر هم‌کلاس با او نشسته باشد؟ (۵ نمره)

۲. کارت بازی

۱۵ نمره

۴۲ کارت با اعداد ۱ تا ۴۲ با ترتیبی دلخواه در یک دسته قرار دارند. کارت‌های این دسته را از بالا یکی یکی رو می‌کنیم تا اولین عدد اول ظاهر شود. به‌طور متوسط چند کارت رو می‌شود؟

۳. مدادفروشی

۲۰ نمره

در مغازه مداد فروشی، دو مداد قرمز، دو مداد آبی و دو مداد زرد در ظرفی در بسته وجود دارد. موبد طبق روال زیر، یک مداد برای خود می‌خرد:

ابتدا رنگ دلخواهش را قرمز انتخاب می‌کند و تصمیم می‌گیرد یک مداد بخرد. سپس یک مداد به‌طور تصادفی از ظرف بر می‌دارد. اگر مداد برداشته شده به رنگ دلخواهش باشد، آن را می‌خرد و کار تمام می‌شود. در غیر این صورت رنگ دلخواهش را به رنگ آن مداد تغییر می‌دهد و مداد را به داخل ظرف بر می‌گرداند. دوباره یک مداد بر می‌دارد و همین روند را ادامه می‌دهد تا بالاخره یک مداد خریداری شود. احتمال اینکه این مداد قرمز باشد چقدر است؟

۴. دومینو

۲۰ نمره

جدول 3×2 را در نظر بگیرید که در ابتدا تمامی خانه‌هایش سفید هستند. تا زمانی که دومینویی در جدول وجود دارد که هر دو خانه‌اش سفید است، به احتمال برابر یکی از دومینوها را انتخاب کرده و هر دو خانه آن را سیاه می‌کنیم. به چه احتمالی کل خانه‌های جدول در انتها سیاه می‌شوند؟

۵. شمارش

۲۰ نمره

به چند حالت می‌توان در عبارت $1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5 \pm 6 \pm 7$ مثبت‌ها و منفی‌ها را تعیین کرد که حاصل مثبت باشد؟

۶. استخدام

۱۵ نمره

موبد، فاطمه و علی برای استخدام در شرکتی درخواست داده‌اند. نسبت احتمال قبولی آن‌ها در شرکت، ۱ به ۲ به ۴ است و یکی از آن‌ها قبول می‌شود. احتمال اینکه موبد، فاطمه و علی در صورت استخدام بتوانند به این شرکت سود برسانند به ترتیب برابر $0/8$, $0/5$, $0/3$ است. اگر بدانیم پس از استخدام شرکت به سوددهی نرسیده است، احتمال اینکه علی استخدام شده باشد چقدر است؟