TP1 : Interpolation Polynomiale

Ce TP illustre la partie de cours sur l'interpolation polynomiale. Pour définir les points de contrôle pour les courbes, vous définirez les points en les cliquant dans une fenêtre en utilisant ou en s'aidant de la fonction `saisi_points` disponible sous Moodle.

1. Cas fonctionnel : Interpolation de points

Etant donnés $n+1$ points $P_i = ((x_i, y_i))_{i=0}^{n}$ du plan, dessiner la fonction polynomiale f de degré n telle que

$$f(x_i) = y_i,\ i = 1 \ldots n.$$

2. Cas paramétrique : Interpolation de points

Etant donnés $n+1$ points $P_i = ((x_i, y_i))_{i=0}^{n}$ du plan, et des paramètres $(t_i)_{i=0}^{n}$, dessiner la courbe paramétrique F polynomiale de degré minimum telle que : $F(t_i) = (x_i, y_i)$ pour tout i.

3. Influence des paramètres t_i

Vous mesurerez l'influence du choix des t_i sur vos courbes. Vous pourrez essayer de prendre des valeurs de t_i dépendant de la distance entre les points, de la racine de la distance entre les points, ou encore des valuers de Tchebychev dont vous a parlé Mr Berger.
Vous répondrez sous Moodle à un ensemble de question sur ce sujet.

4. Bonus : Algorithme de Neville

Vous évaluerez un point sur le polynôme de Lagrange correspondant aux points $P_i = ((x_i, y_i))_{i=0}^{n}$ par l'algorithme de Neville.

5. Bonus : Surfaces interpolantes en produit tensoriel

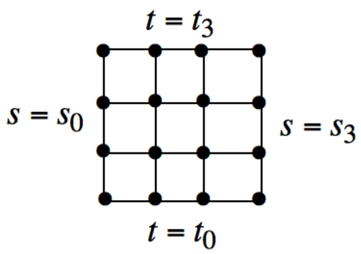
On rappelle qu'une surface en produit tensoriel est définie par :

$$S(s,t) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} P_{ij} L_i(s) L_j(t) = \sum_{i=0}^{n} L_i(s) P_i(t)$$

avec $n+1$ points $P_i(t)$ pris sur $n+1$ courbes (à t fixé, pour $i = 0 \ldots n$) :

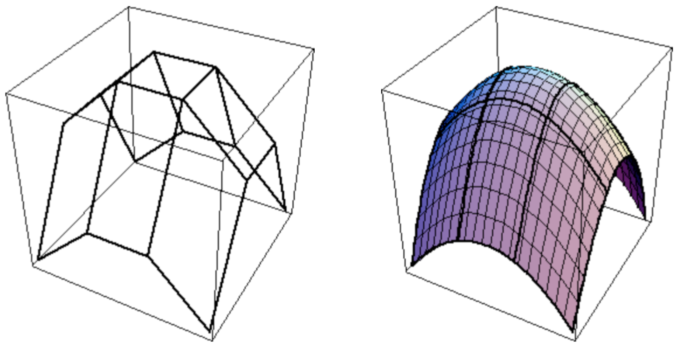
$$P_i(t) = \sum_{j=0}^{m} P_{ij} L_j(t).$$

Vous utiliserez votre programme sur les courbes pour générer des surfaces interpolantes en produit tensoriel étant donnée une grille de points de contrôle régulière (c'est-à-dire, les points de contrôle se rangent dans une matrice).



$$\begin{array}{cccc} P_{03} & P_{13} & P_{23} & P_{33} \\ P_{02} & P_{12} & P_{22} & P_{32} \\ P_{01} & P_{11} & P_{21} & P_{31} \\ P_{00} & P_{10} & P_{20} & P_{30} \end{array}$$

Domaine de paramétrisation et grille 4×4 de points de contrôle 3D
pour une surface de bi-degré $(n, m) = (3, 3)$.



Petit programme pour cliquer des points (disponible sur Moodle)

```
%% recupere une liste de points cliques sur la fenetre
function P = saisi_points()

clear all; close all;
figure(1);
axis([0 1 0 1])

b=1;
X=[];
Y=[];

disp('taper RETURN apres le dernier point');

while ( b==1 )
  [x,y,b]= ginput(1);
  X=[X x];
  Y=[Y y];
  figure(1)
  hold on
    plot(x,y,'r+'); % dessine les points un a un
  hold off
end;

P=[X;Y];
hold on;
```

Petit programme pour créer une grille de points de contrôle 3D (disponible sur Moodle)

```
[X,Y]=meshgrid(0:0.25:1,0:0.25:1);
Z=exp(-((X-1/2).^2+(Y-1/2).^2));

surf(X,Y,Z) % permet de visualiser la grille de points 3D

Grille=zeros(size(X,1),size(X,2),3);
```

```
Grille(:,:,1)=X;
Grille(:,:,2)=Y;
Grille(:,:,3)=Z;
```