

Comment jouer de façon optimale face à la stratégie affine $x = a(d-y)$? En jouant la stratégie affine $y = b(d-x)$ où $b = \frac{1}{2-a}$

Démonstration

$$\text{A l'équilibre} \quad \begin{cases} x = a(d-y) \\ y = b(d-x) \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} x = \frac{ad(1-b)}{1-ab} \\ y = \frac{bd(1-a)}{1-ab} \end{cases}$$

(Le coût pour y) = $y(x+y-d)$ doit être minimisé / b

Après quelques calculs...

$$\text{coût} = \frac{d^2 (1-a)^2 b (b-1)}{(1-ab)^2}$$

Il faut donc minimiser $f(x) = \frac{x(x-1)}{(1-ax)^2} \quad x \in]0,1[$

$$f'(x) = \frac{(1-ax)[(2-a)x-1]}{x^2}$$

$$\text{sur }]0,1[\quad f'(x)=0 \Leftrightarrow (2-a)x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2-a}$$

cqfd ☺