دانشگاه اصفهان

دانشکده ی فنی و مهندسی

گروه نقشه برداری

پروژه ژئودتیک

طراحی و سرشکنی شبکه

استاد مربوطه : جناب آقای دکتر عسگری

تهیه کننده : مهران قندهاری

851921326

فروردین 88

چکیده:

چو ن اغلب اندازه گیریهای ژئودتیکی با دستگاههای گران قیمت انجام می شود و در ضمن مستلزم کار زمینی دراز مدت نیز میباشد بنابراین کارهای ژئودتیکی مخارج هنگفتی را به دنبال دارد. بنابراین اندازه گیری دوباره یک شبکه نمی تواند به سادگی تکرار یک آزمایش در آزمایشگاه باشد و برای جلوگیری از مخارج اضافی سنگین،روش های ژئودتیکی باید شامل نقشه ها و طرح های جامع باشد.در این پروژه که به عنوان درس عملیات ژئودتیک است ابتدا به طراحی شبکه و معیارهای اعتماد پذیری و سپس به سرشکنی شبکه و بررسی معیارهای دقت شبکه پرداخته می شود.

مقدمه:

پیاده کردن پروژه های بزرگ و دقیق ساختمانی همچون سدها،پل ها،نیروگاه ها و بنادر و ... ،همچنین تعیین جابجایی سازه های مختلف(Deformation) و پوسته زمین نیاز به ایجاد شبکه های کنترل دارد. اولین قدم در ایجاد شبکه های کنترل طراحی است،که بر اساس اهداف و دقت های مورد نظر و ملحوظ داشتن اصل اقتصادی بودن صورت می گیرد. مرحله ی بعد انجام مشاهدات است.که دقیقا بر طبق دستورالعمل های حاصل از طراحی صورت می گیرد. بعد از انجام مشاهدات مرحله ی پردازش اطلاعات آغاز می شود که در دو بخش پردازش اولیه و پردازش نهایی صورت می گیرد.

پردازش اولیه به منظور کنترل صحت انجام مشاهدات و کیفیت آن ها می باشد. این مرحله بلافاصله بعد از انجام مشاهدات و معمولا در صحرا صورت میگیرد.

پردازش نهایی معمولا به سه مرحله تقسیم می شود: مشاهدات مربوط به کشف اشتباه،شامل تست های آماری مربوط به شناسایی مشاهدات اشتباه وحذف آن ها،سرشکنی و نهایتا تست نتایج.

اصولا کیفیت یک طرح کنترل به وسیله ی دقت، اعتماد پذیری،حساسیت و هزینه (اقتصادی بودن) مشخص می گردد. دقت که به وسیله ی ماتریس کواریانس مختصات،جابجایی ها و یا پارامترهای تغییر شکل بیان میگردد معیاری از مشخصات طرح در انتشار خطاهای تصادفی است.اعتمادپذیری،قابلیت مشاهدات اضافی را برای کشف خطاهای مشاهداتی توصیف می کند.حساسیت قابلیت طرح شبکه برای کشف جابجایی های خواسته شده و پارامترهای تغییر شکل با بزرگی مشخص را وصف می کند.و سرانجام اقتصادی بودن بر حسب برنامه ی مشاهداتی بیان می گردد.بنابراین یک طرح کنترل بهینه به طرحی اطلاق می گردد که به اندازه ی کافی دقیق،اعتماد پذیر وحساس باشد و به علاوه از حیث اقتصادی توجیه پذیر باشد.

فروردین ماه 88

مهران قندهاری

شرح پروژه :

ابتدا شبکه ای را به صورت یک چند ظلعی در متلب ایجاد نمودیم. بدین منظور از دستورات زیر استفاده کردیم:

```
k=10;   %k+1 is the number of point
fi=(0:k)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*200+200;
yC=sin(fi)*200+135;
```

سپس نقطه ی مرکزی این چند ظلعی را به عنوان یکی از نقاط شبکه در نظر گرفتیم:

```
xC=[xC 200];
yC=[yC 135];
```

این شبکه از 5 نقطه شروع و تا 25 نقطه ادامه یافت.در این شبکه فرض بر این بود که همه ی طول ها مشاهده شده اند.

در شبکه ای با p نقطه که فقط طول مشاهده کرده ایم داریم :

n= p*(p-1)/2 تعداد کل طول های مشاهده شده

u =2*n تعداد مجهولات

(defect) d=3

→ df = n + d - u = p*(p-1)/2 -2*p +3

سپس ماتریس ضرایب را با توجه به فرمول اندازه گیری طول بدست می آوریم:

$$(s_i^0)^2 = (X_k^0 - X_j^0)^2 + (Y_k^0 - Y_j^0)^2$$

$$\text{grad}\,\frac{s_i}{s_i^0} = \left(-\frac{X_k - X_j}{s_i s_i^0}, \frac{X_k - X_j}{s_i s_i^0}, -\frac{Y_k - Y_j}{s_i s_i^0}, \frac{Y_k - Y_j}{s_i s_i^0}\right)$$

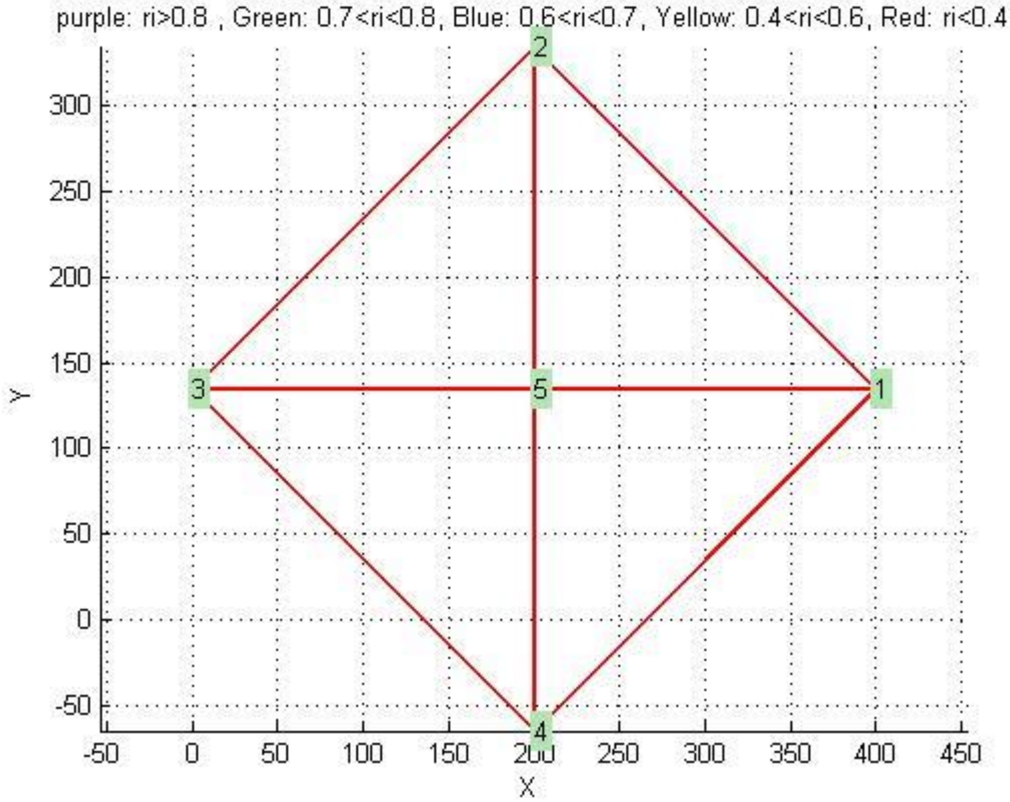
تعداد سطرهای ماتریس A برابر است با تعداد مشاهدات و تعداد ستون های ماتریس A برابر است با تعداد مجهولات .

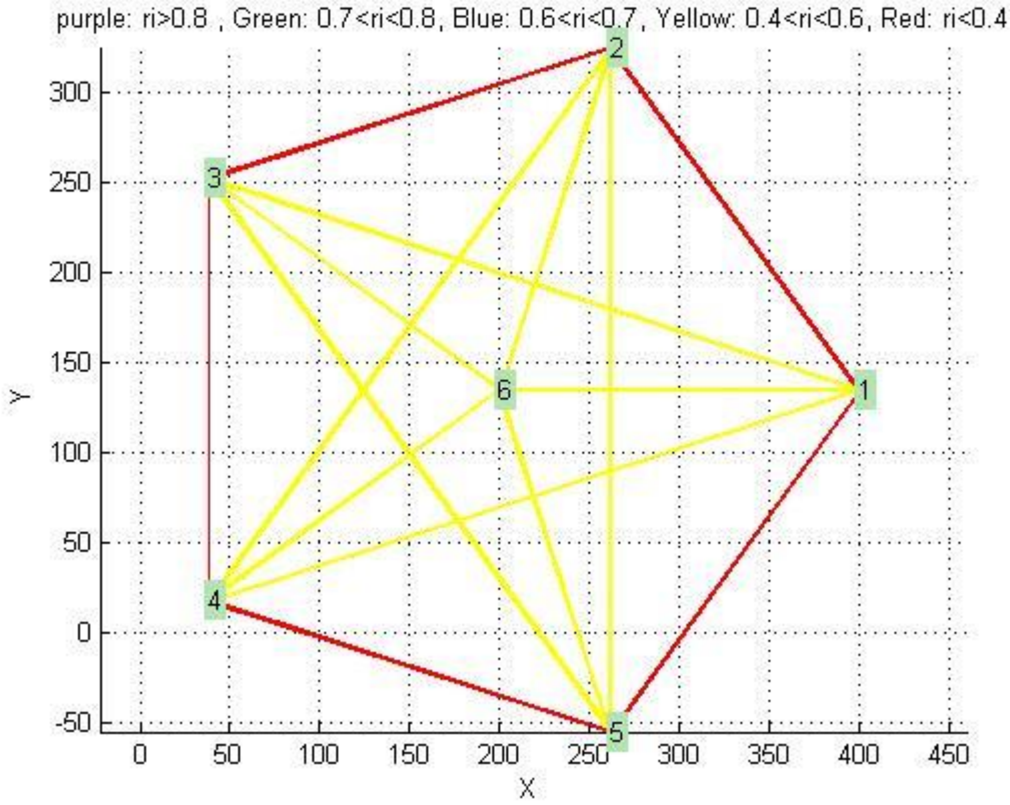
پس ازتشکیل ماتریس A و D (ماتریس دیتوم)ماتریس R (اعتماد پذیری) را تشکیل می دهیم:

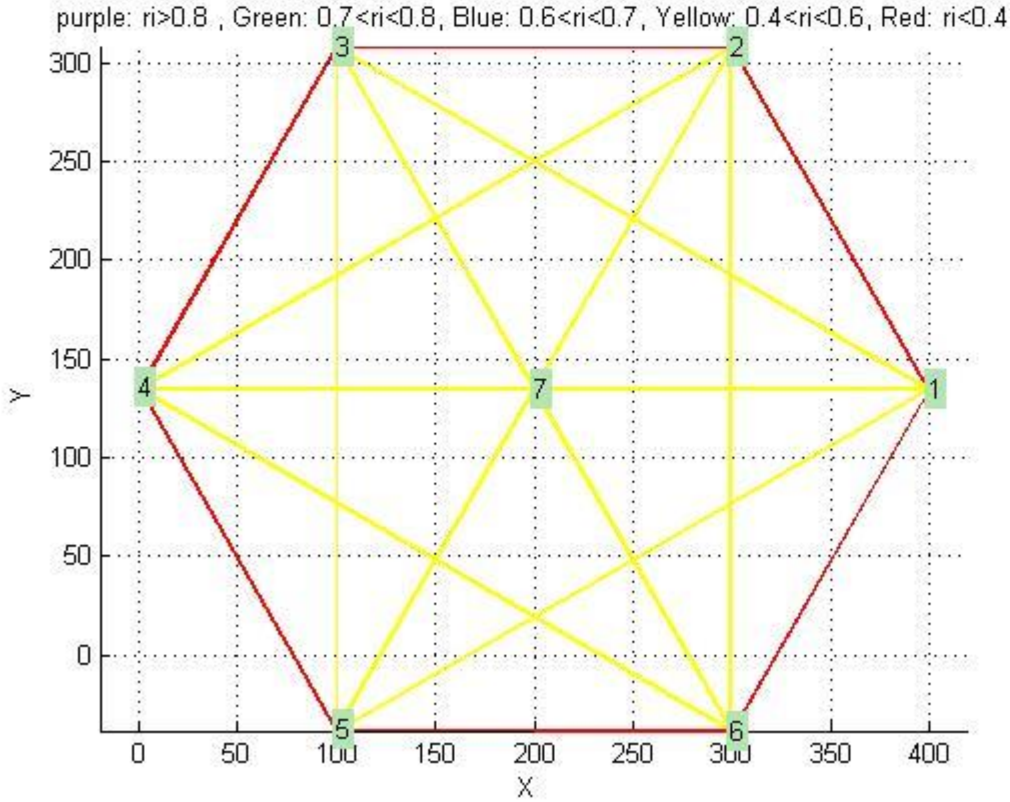
```
R=eye(n*(n-1)/2,n*(n-1)/2)-(A*inv(A'*A+D'*D)*A');
```

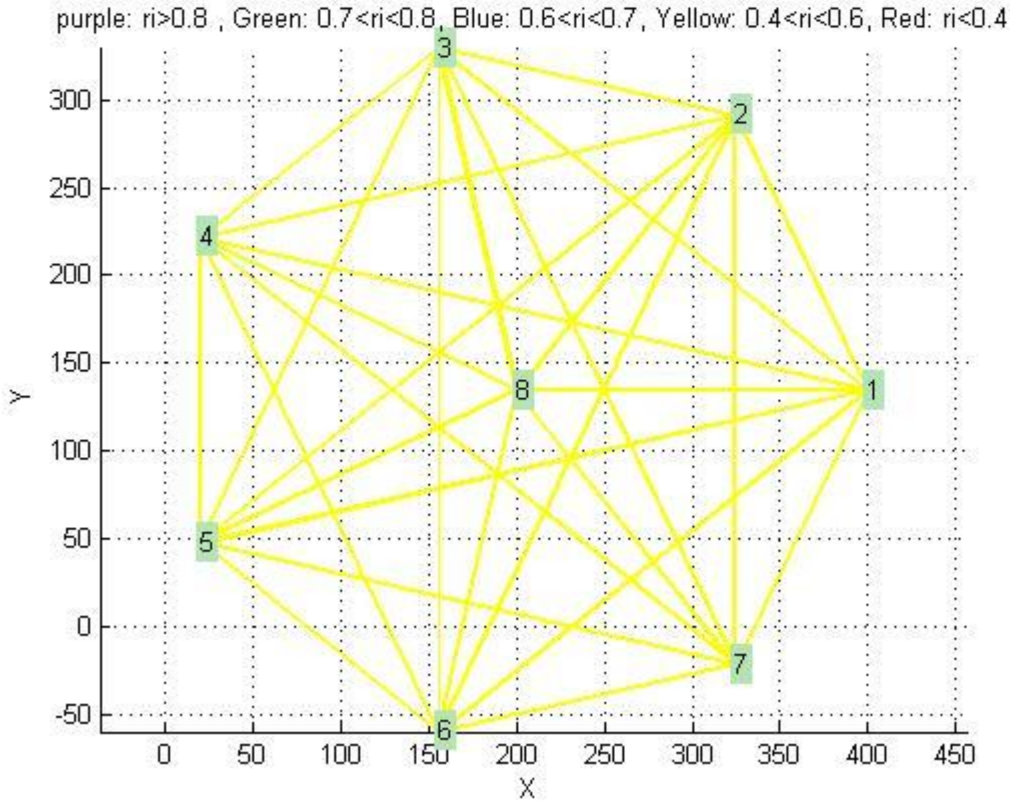
ماتریس R یک ماتریس غیر قطری است و اگر عناصر روی قطر اصلی ماتریس R را با هم جمع کنیم برابر درجه آزادی مسئله است.عناصر قطر اصلی ماتریس R اعداد آزادی ri گفته می شود .اعداد آزادی بین صفر و یک قرار دارند و سهم مشاهده ی iام در تولید درجه آزادی را نشان می دهد.بهترین طرح،طرحی است که کوچکترین ri ماکزیمم گردد.

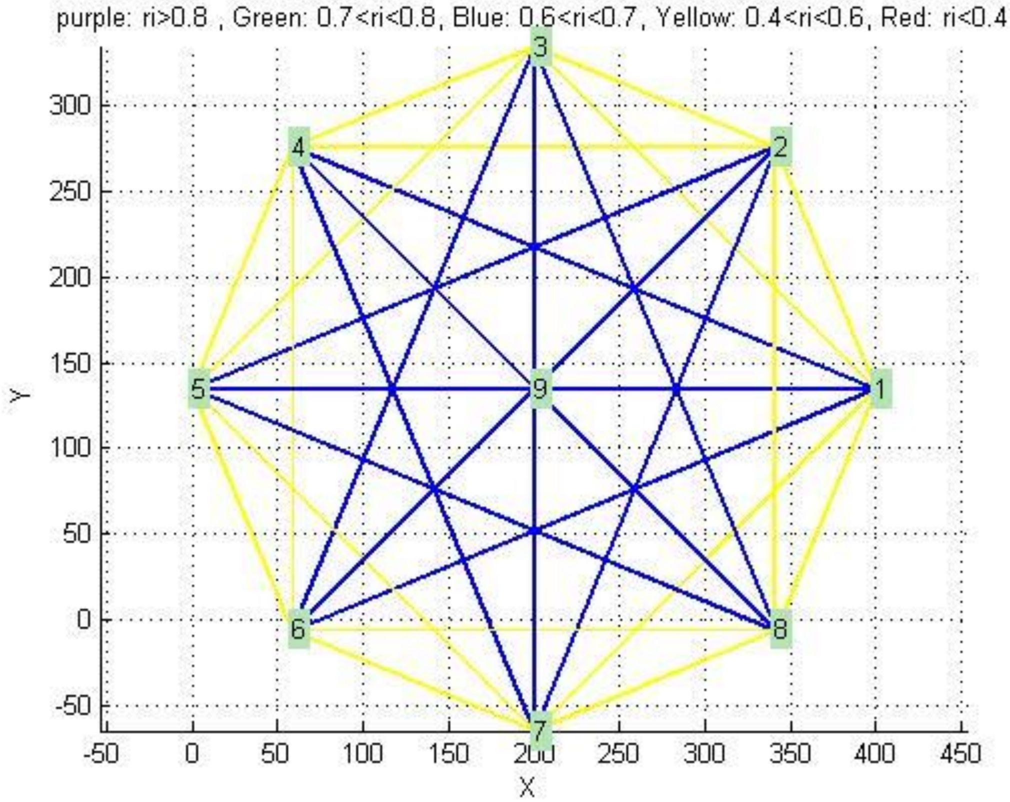
حال به محاصبه ی اعداد آزادی برای هر شبکه می پردازیم .در اشکال زیر تفاوت در اعداد آزادی با رنگ های مختلف نشان داده شده است:

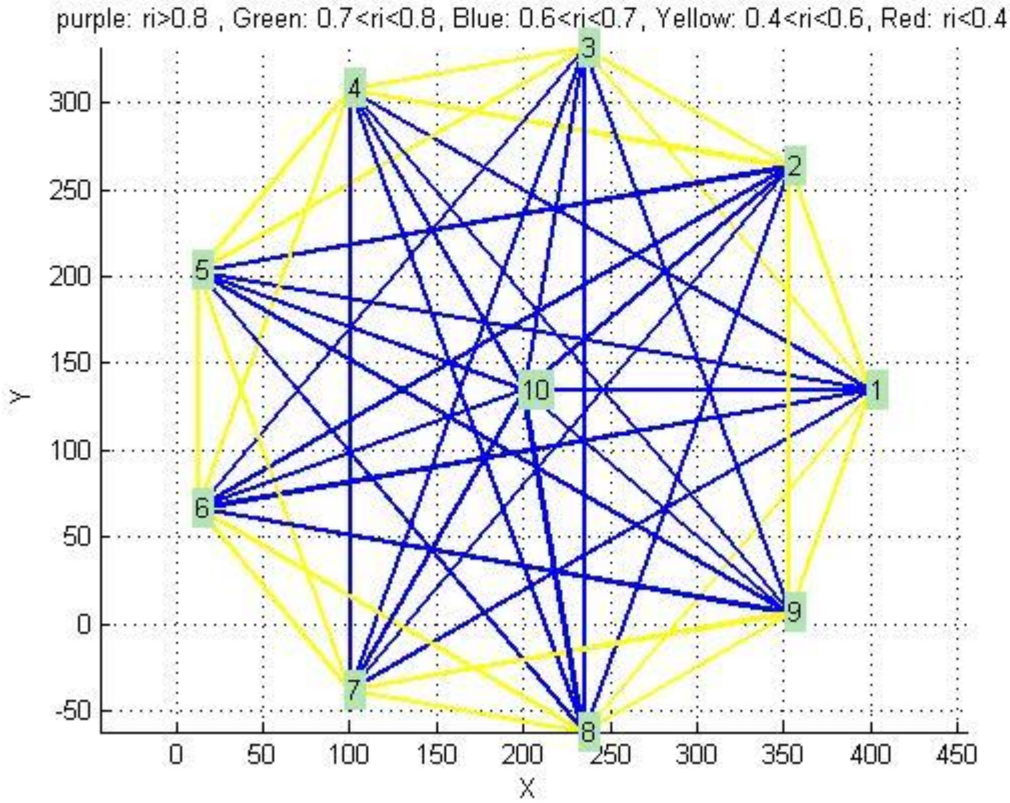

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5

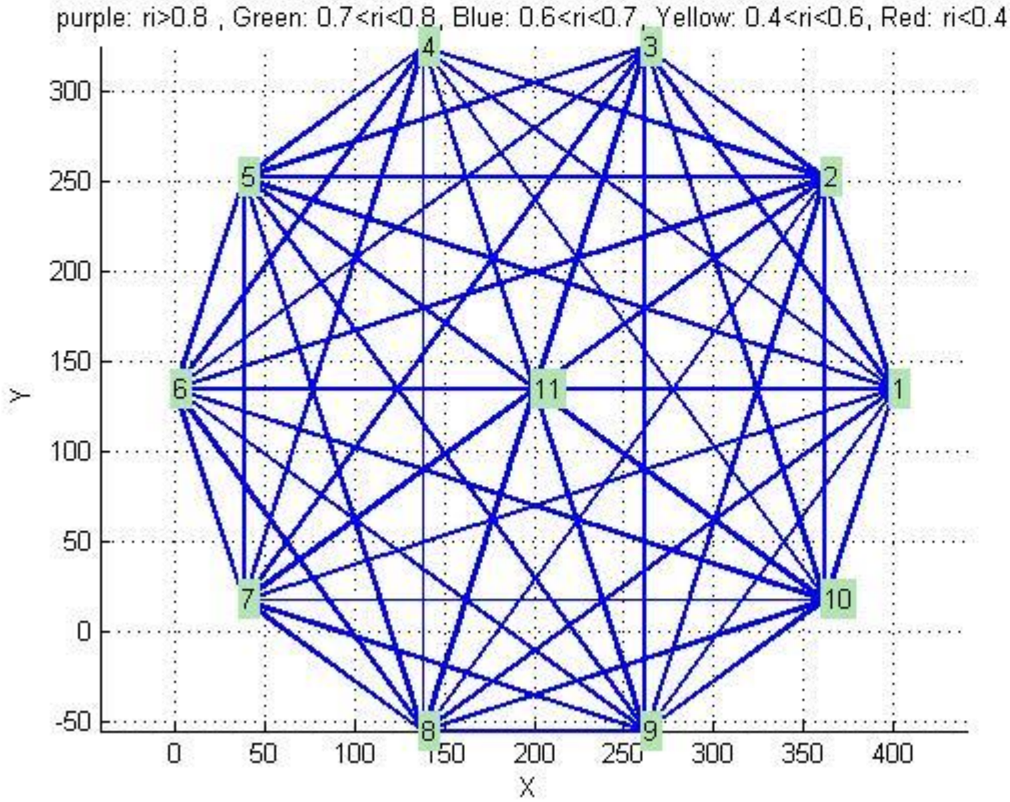

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6

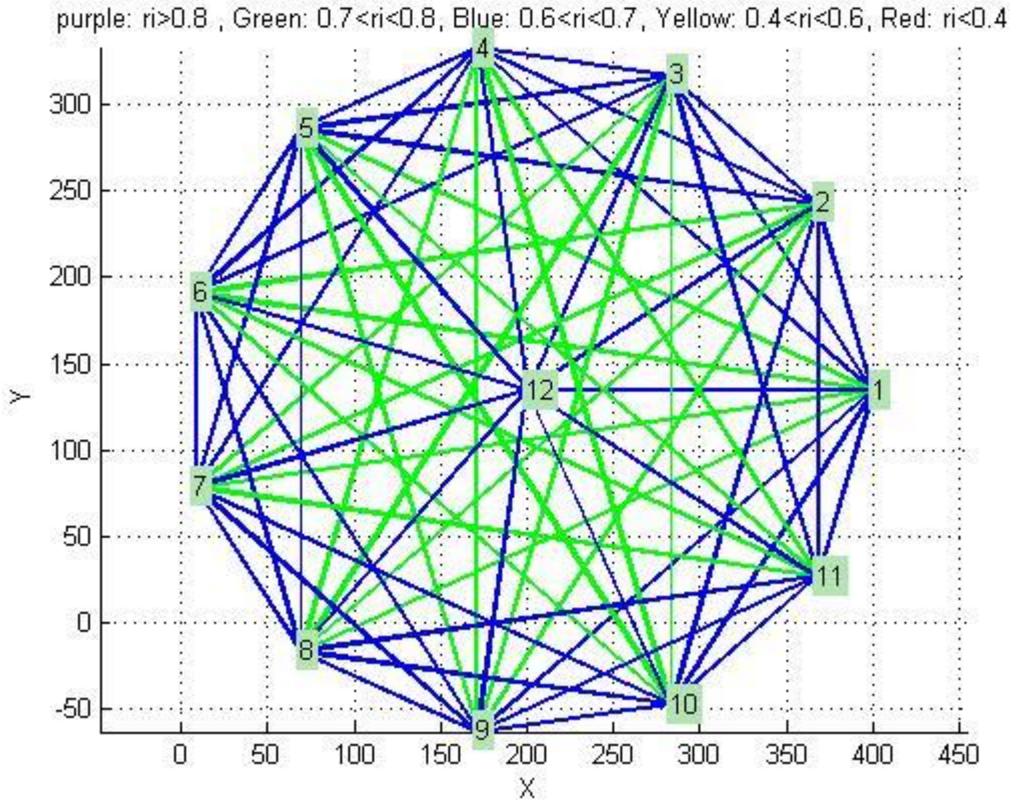

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7

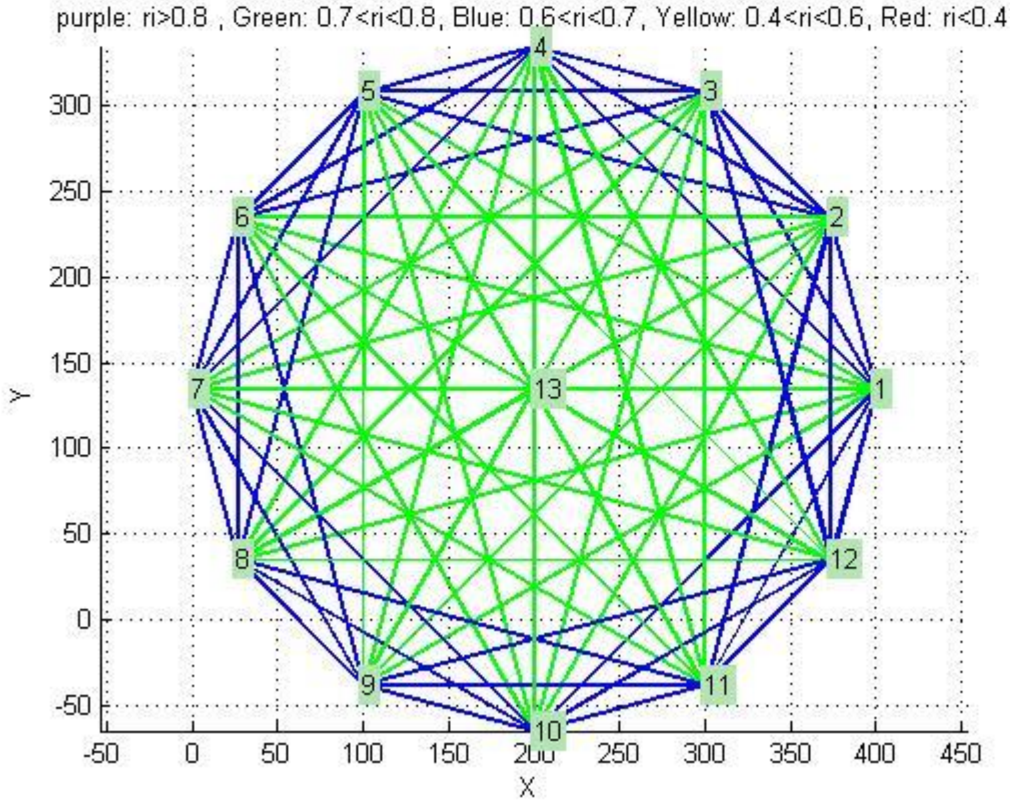

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8

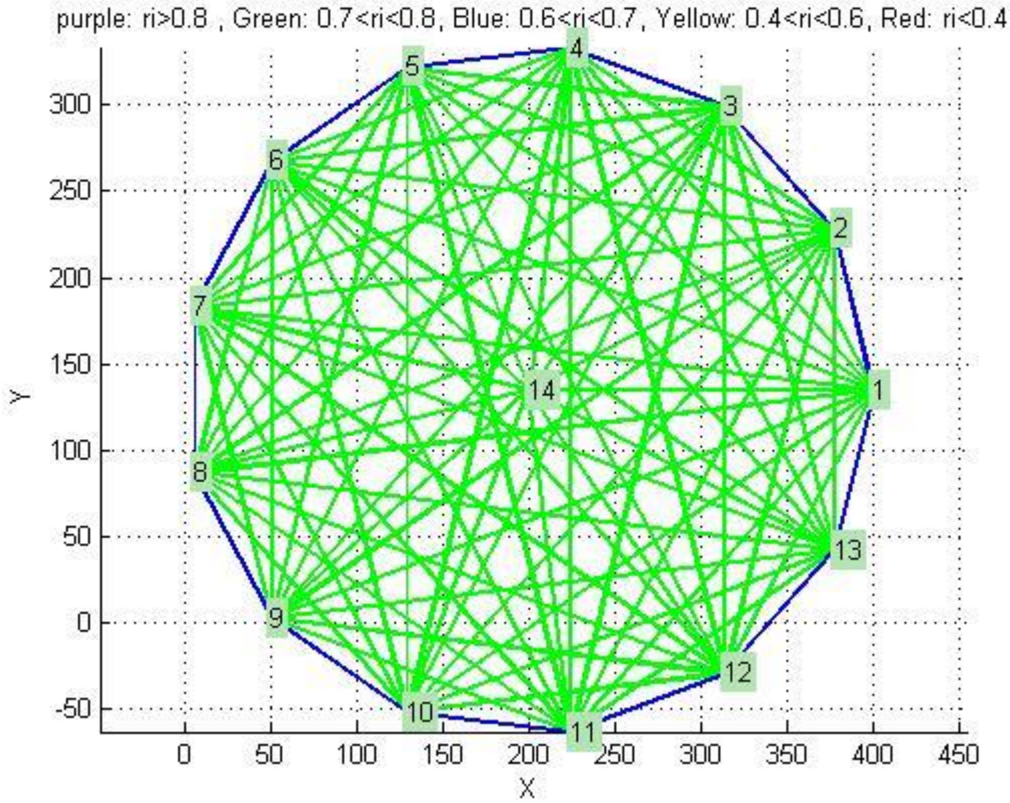

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
-50
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
1
2
3
4
5
6
7
8
9

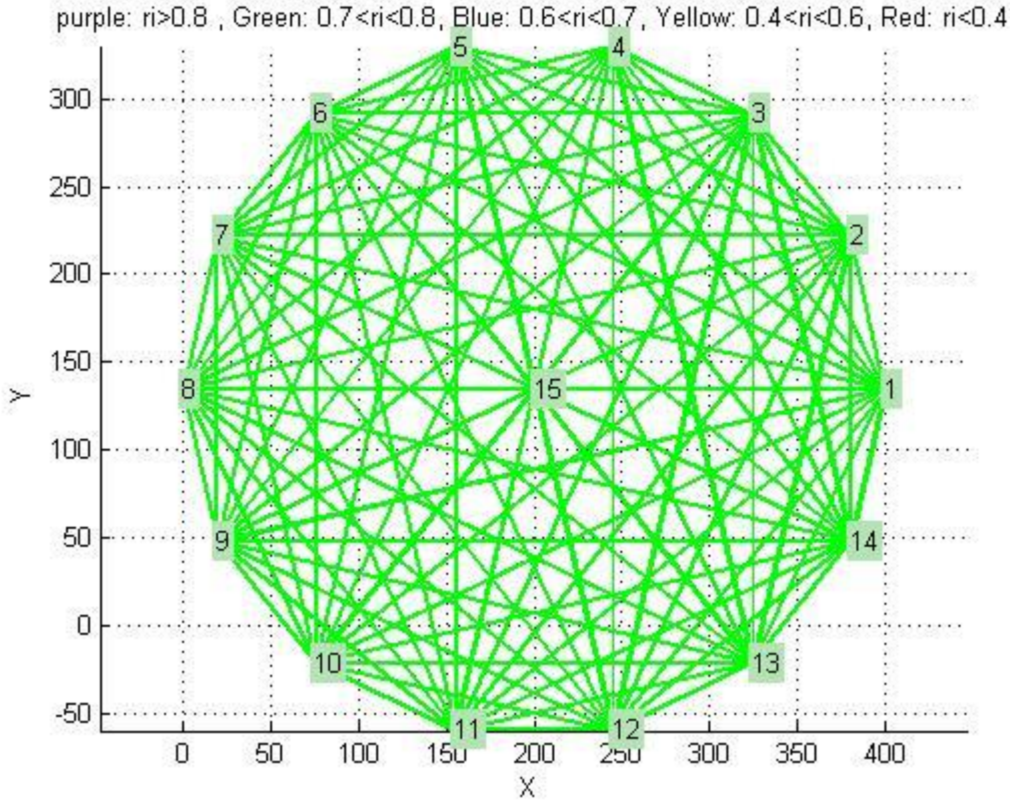

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
-50
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

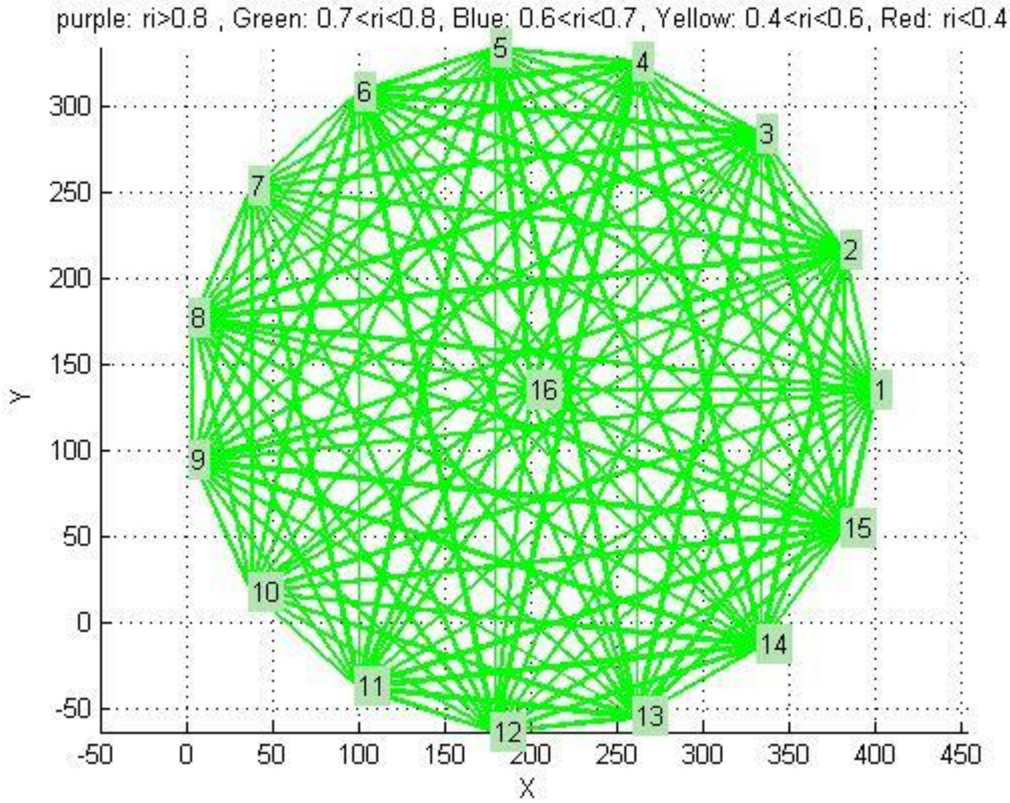

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
X
Y

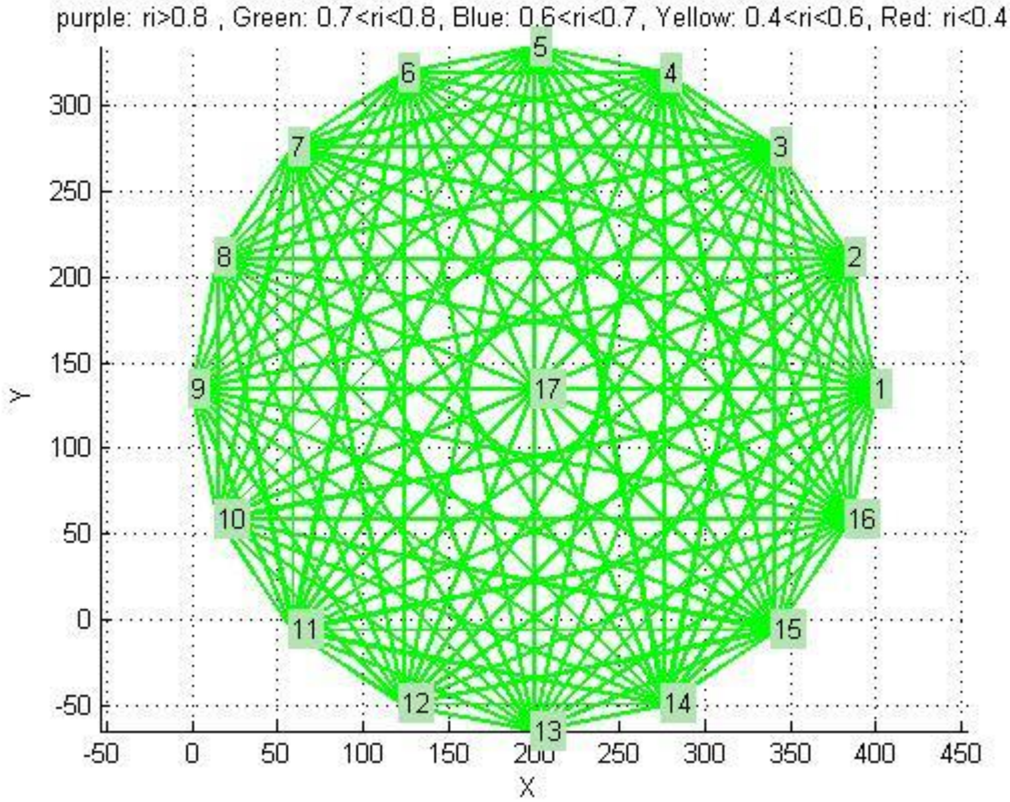

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
X
Y

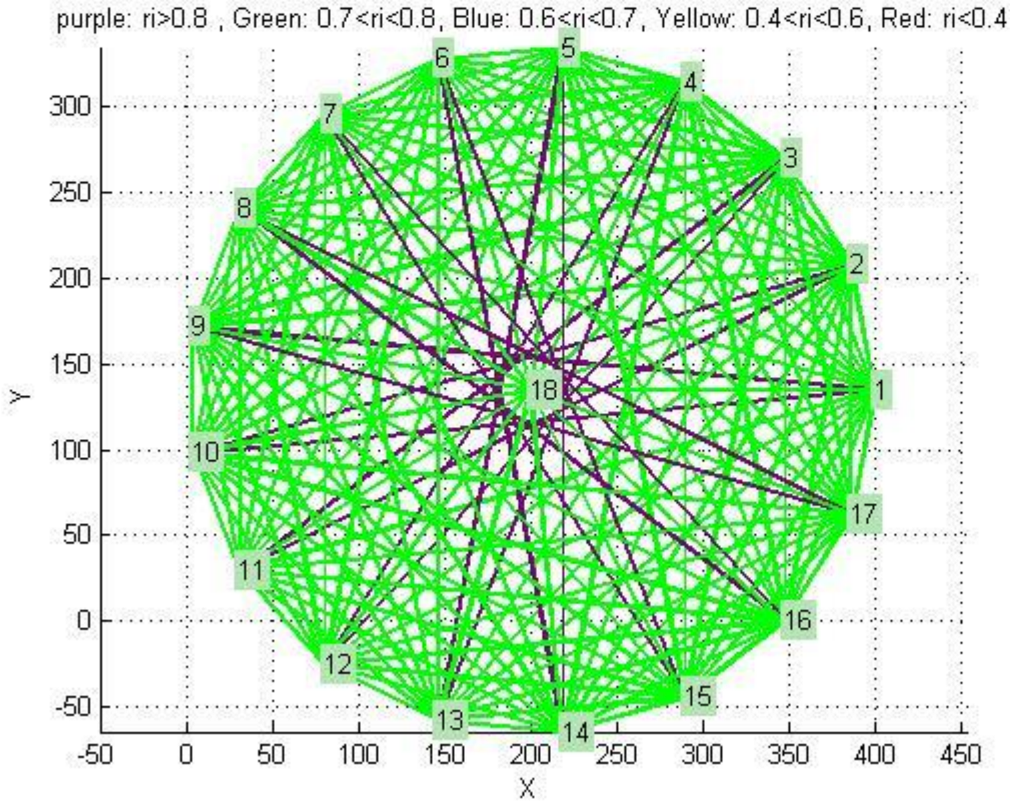

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

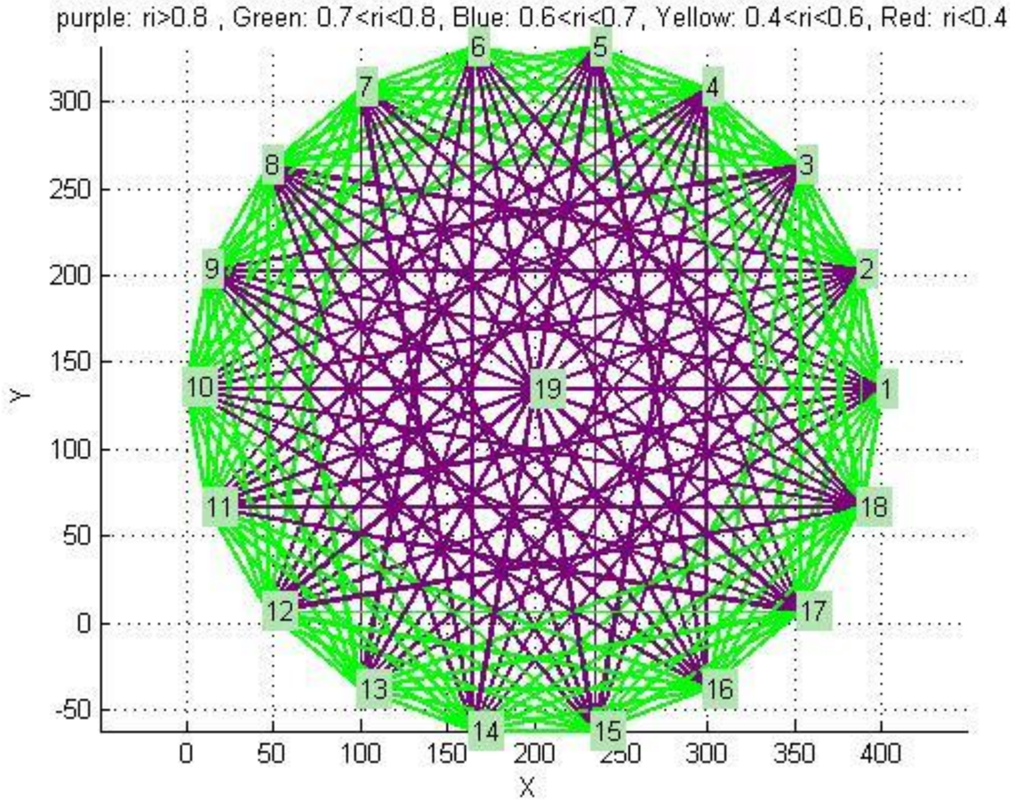

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

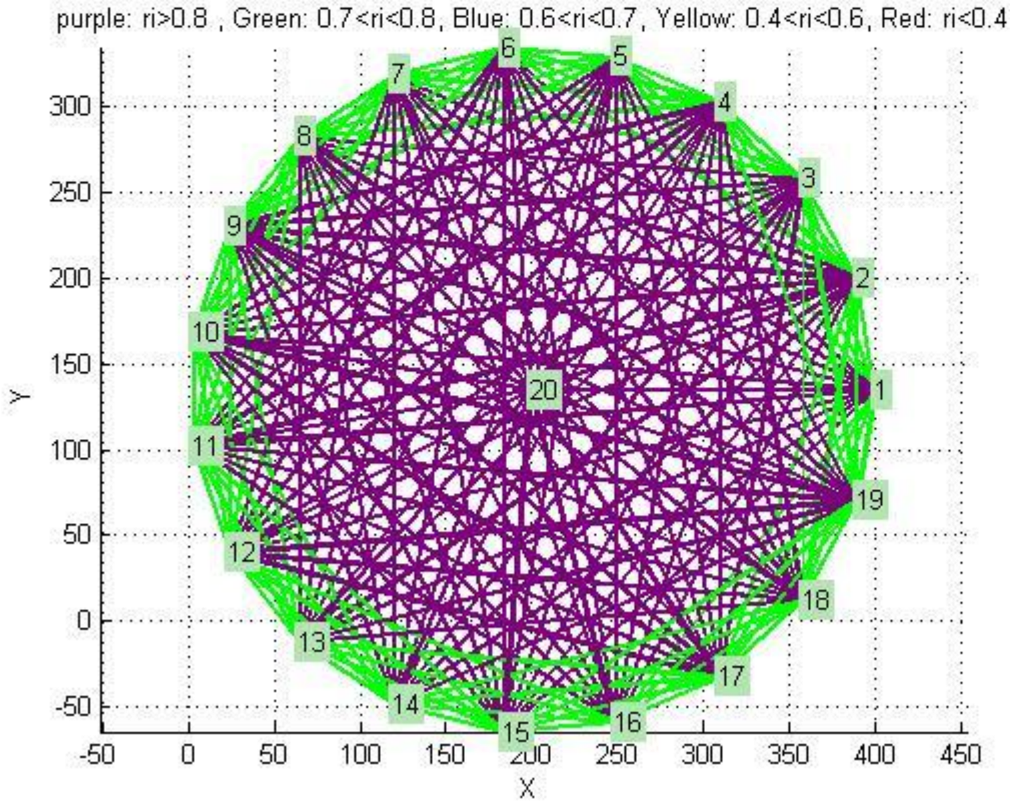

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7 , Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

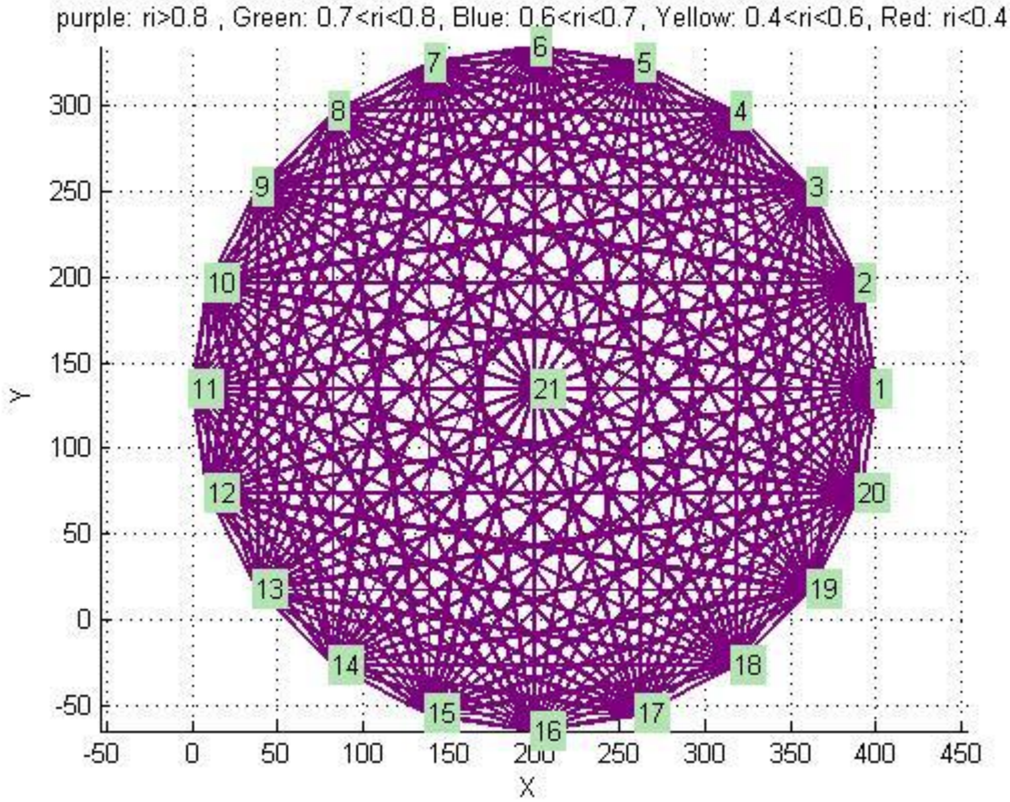

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7 , Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

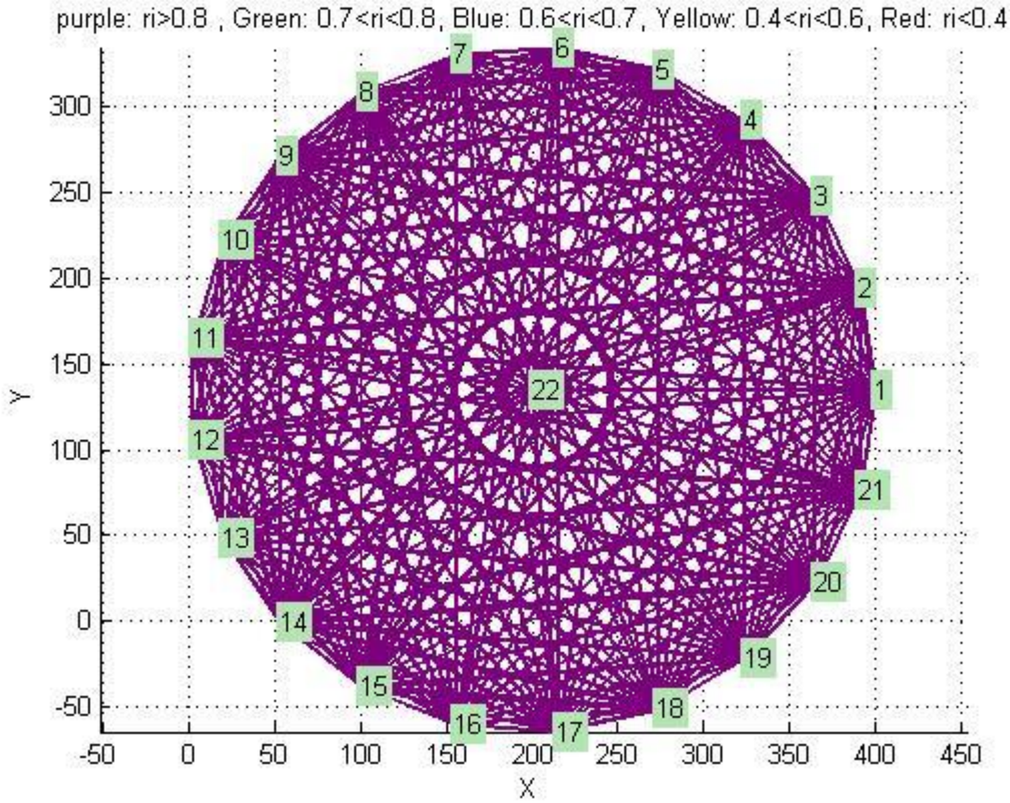

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17

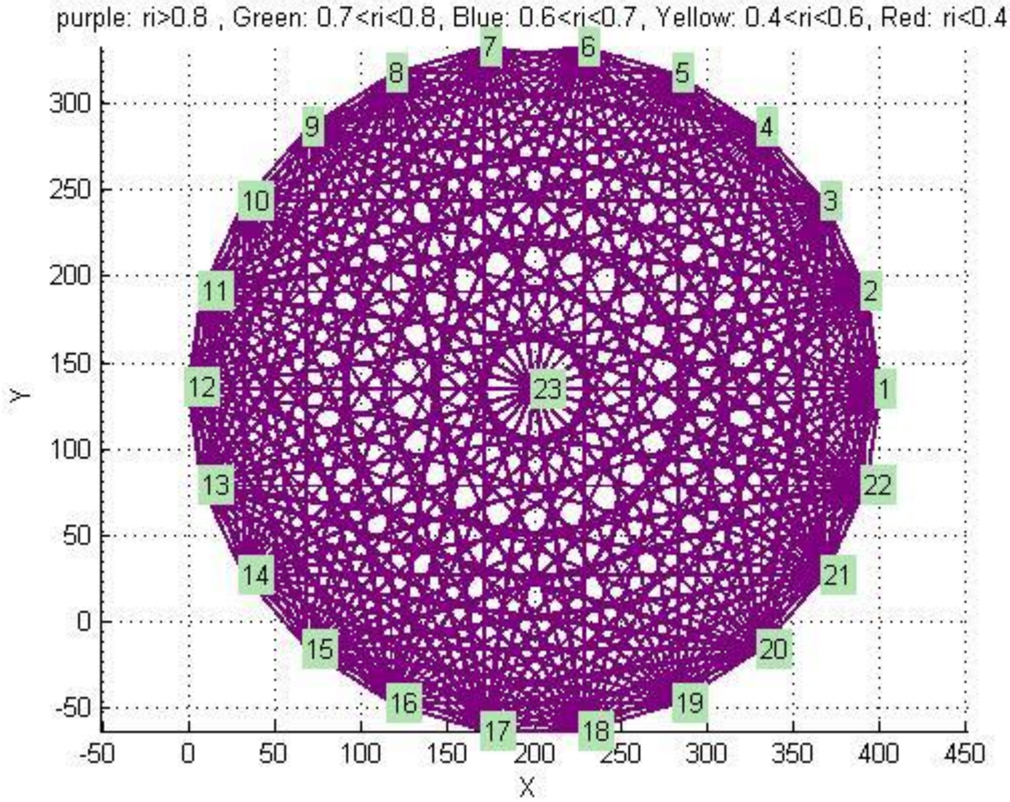

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18


purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

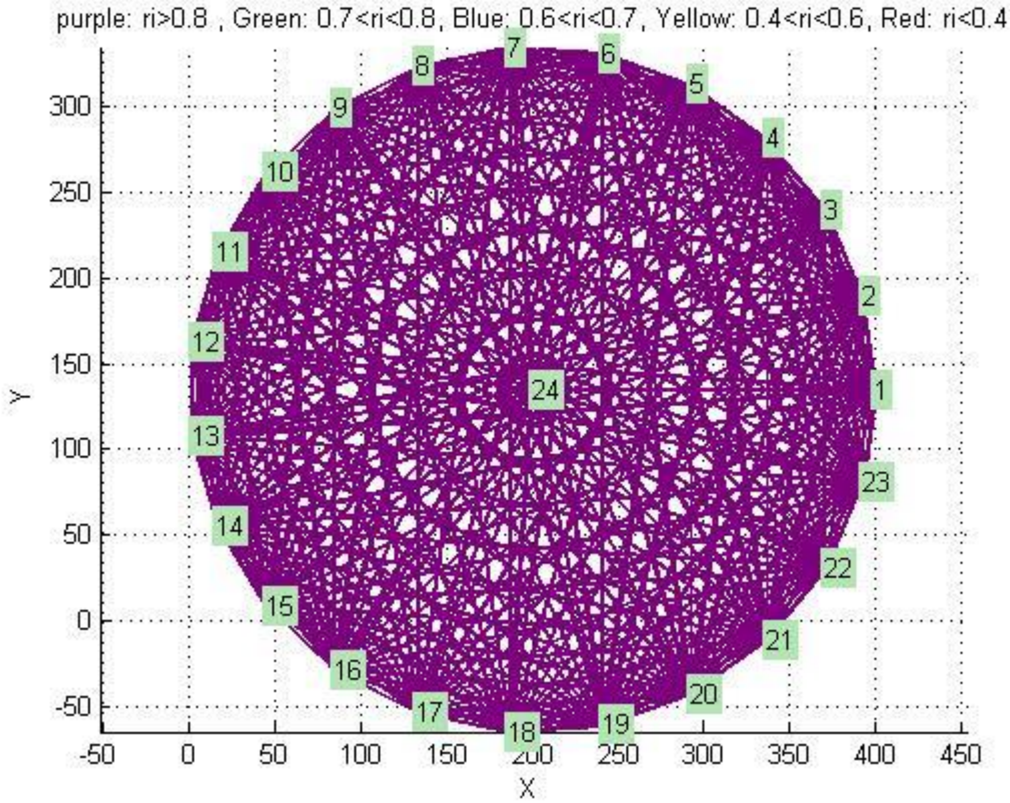

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X


purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X

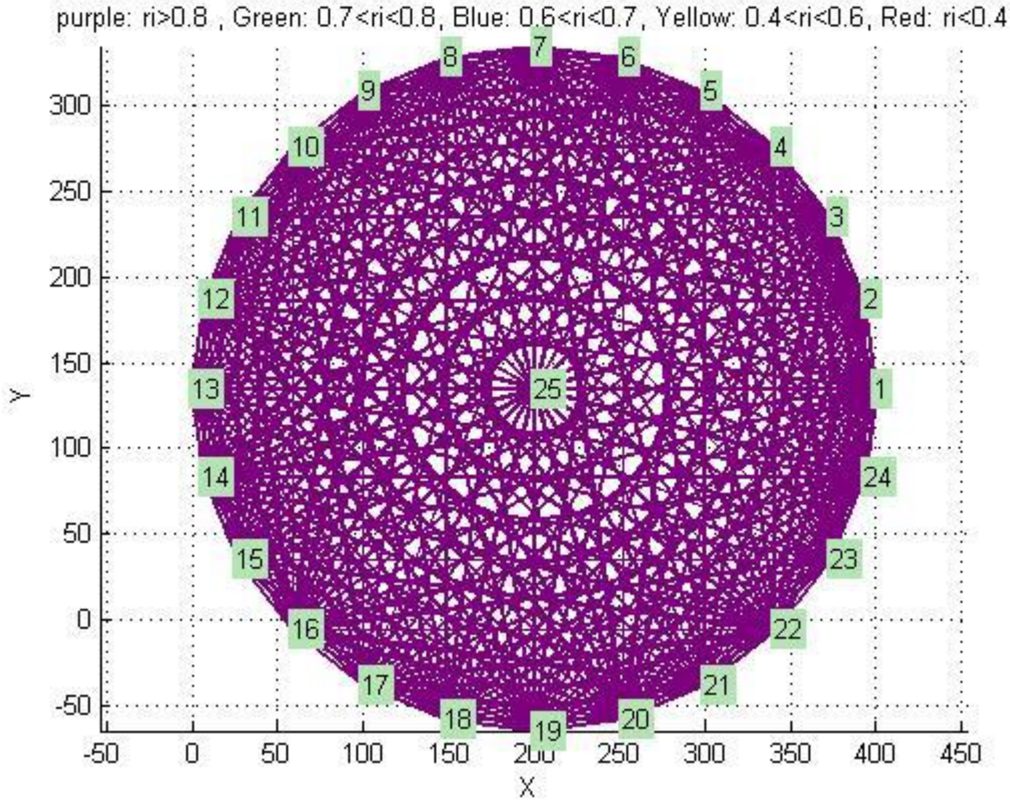

purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X



purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23



purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

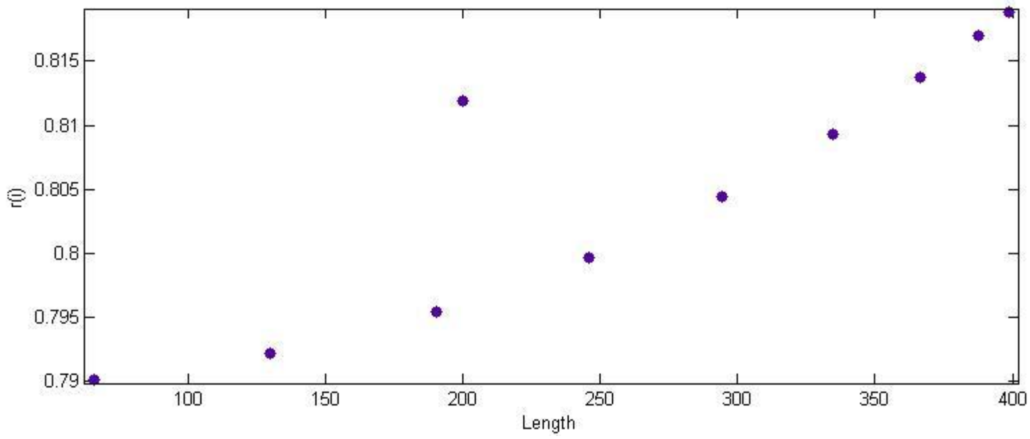


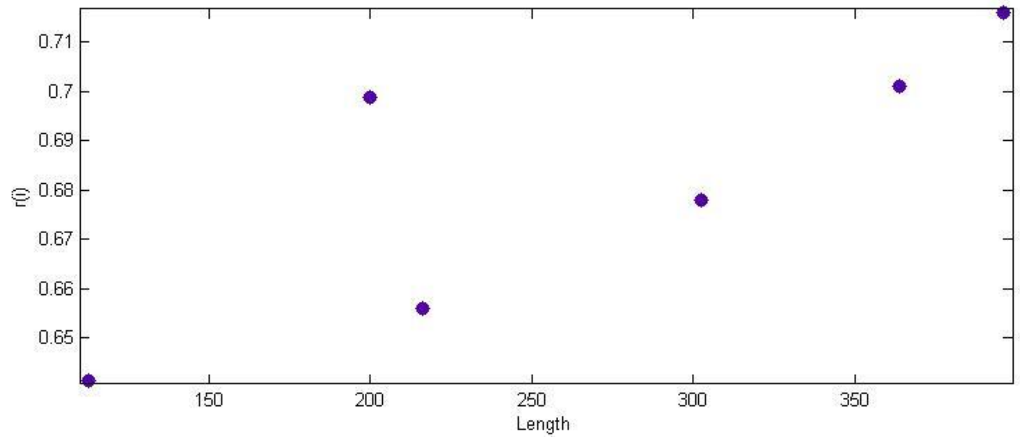
بهترین اعداد آزادی برای یک شبکه مقادیری هستند که اولا به یکدیگر نزدیک باشند(تک رنگ) و ثانیا به عدد یک نزدیک باشند.

با توجه به اشکال بالا با اضافه کردن نقاط به شبکه اعداد آزادی اندازه گیری ها بهتر می شود.

رابطه ی اعداد آزادی با اندازه ی طول :

با توجه به نمودارهای رسم شده اعداد آزادی با اندازه ی طول رابطه ی مستقیم دارند.





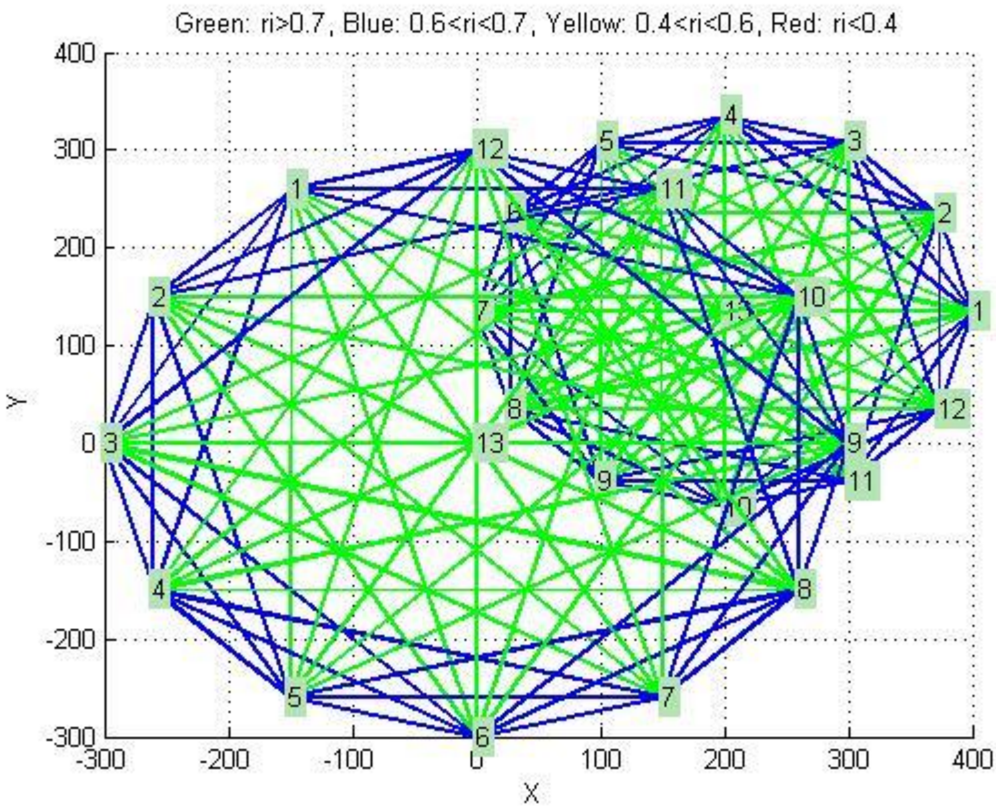
فاصله ی نقطه ی مرکز تا تمام نقاط 200 متر است.

بررسی عدم وابستگی اعداد آزادی به پارامترهای دیتوم :

پارامترهای دیتوم به صورت زیر تغییر یافت:

```
fi=(4:k+4)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*300;
yC=sin(fi)*300;
xC=[xC 0];
yC=[yC 0];
```

در اعداد آزادی هیچ تغییری صورت نگرفت.

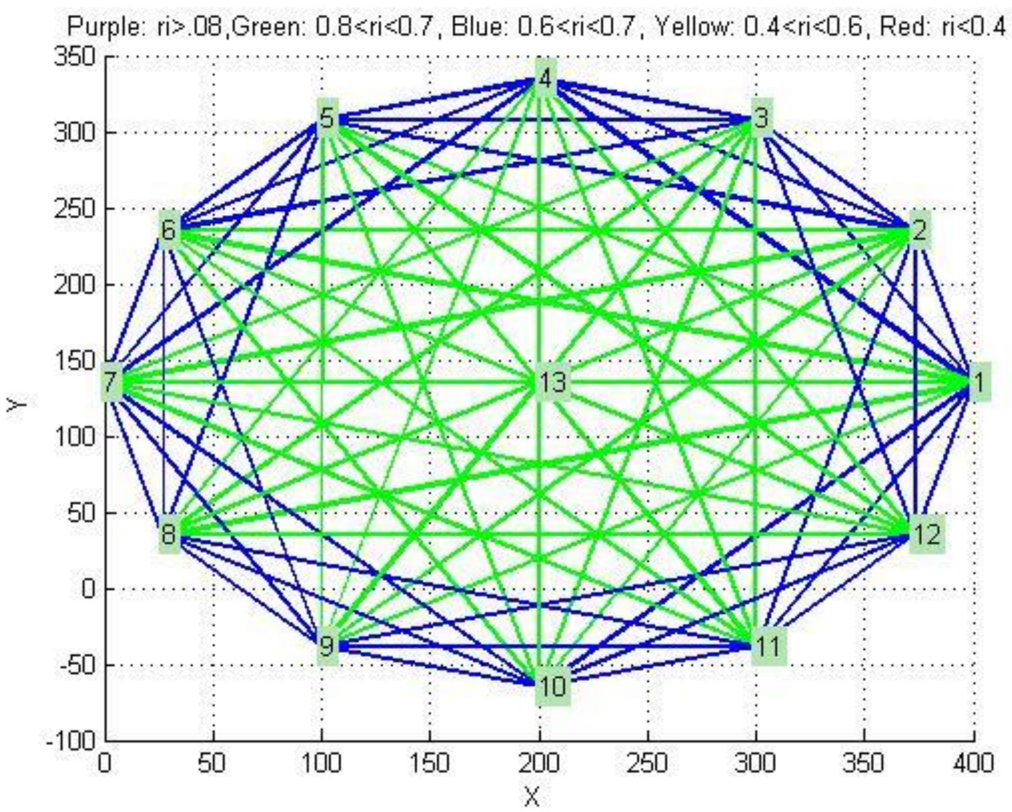


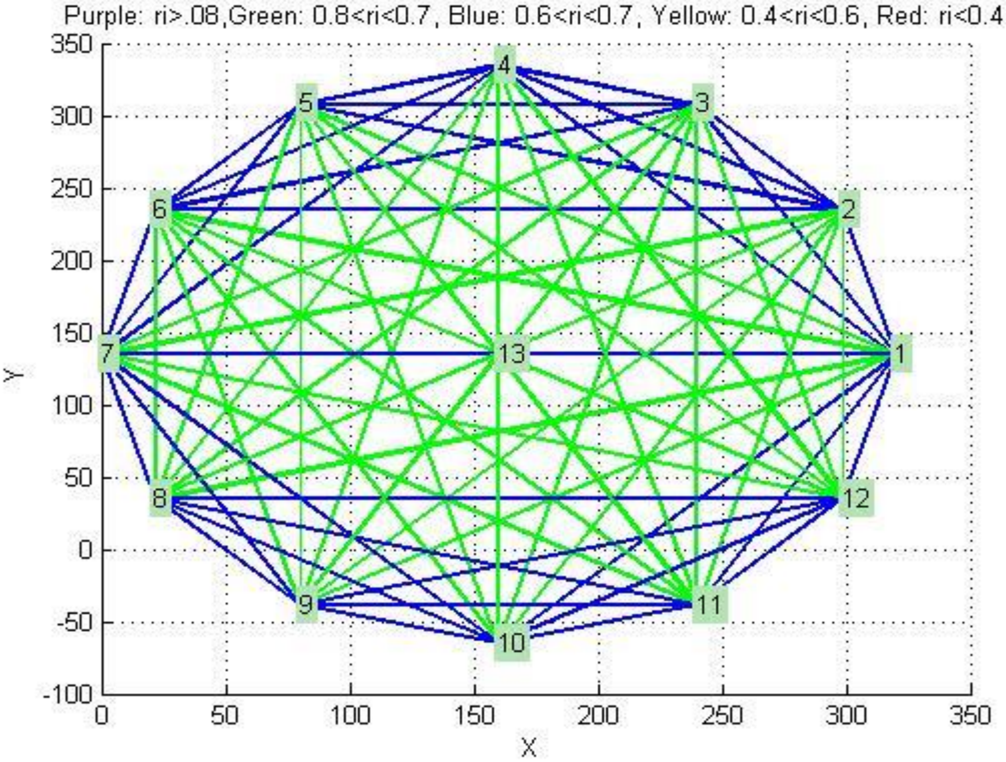
پس اعداد آزادی به پارامترهای دیتوم وابسته نیست.

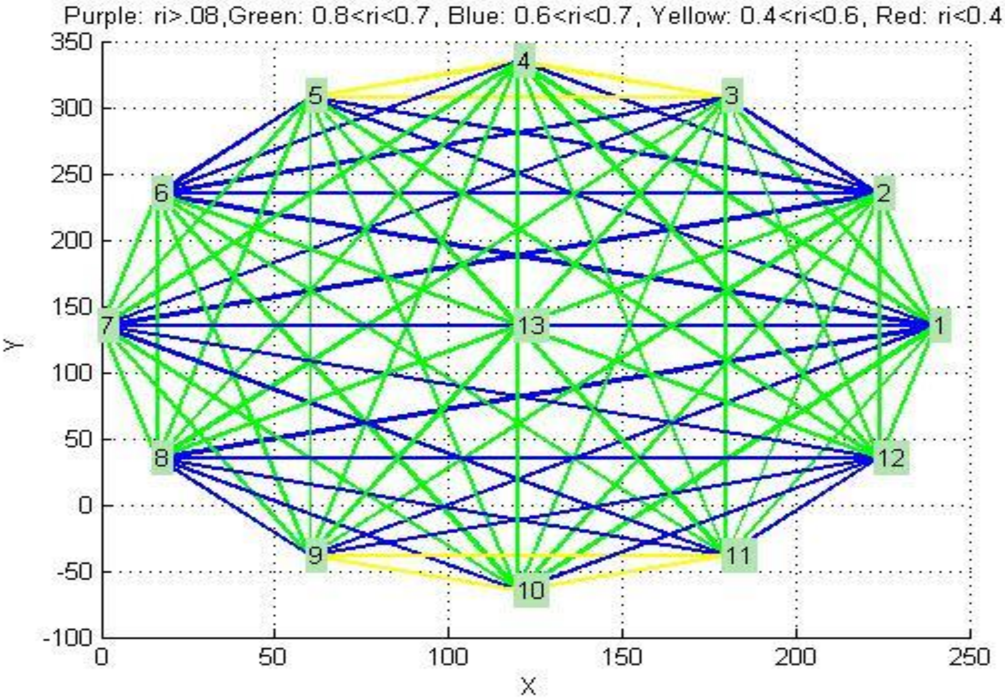
بررسی اعداد آزادی با تغییر شکل شبکه :(دایره به بیضی)

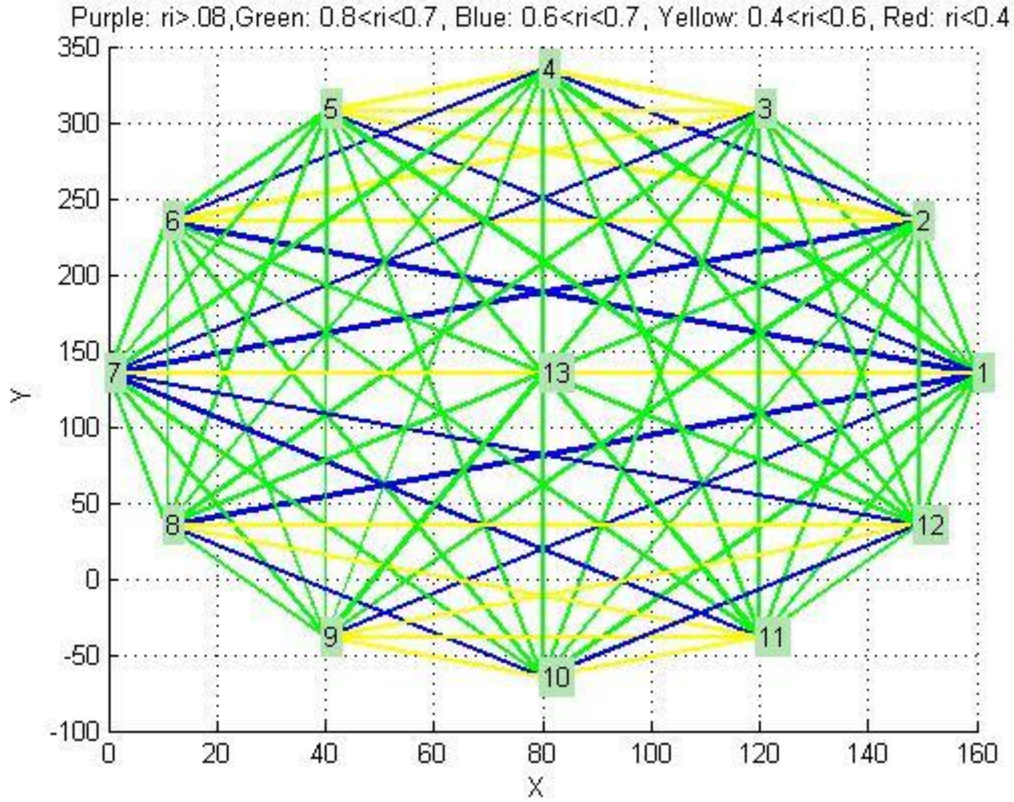
مقادیر X شبکه را در یک ضریب k $(0<k<1)$ضرب می کنیم.

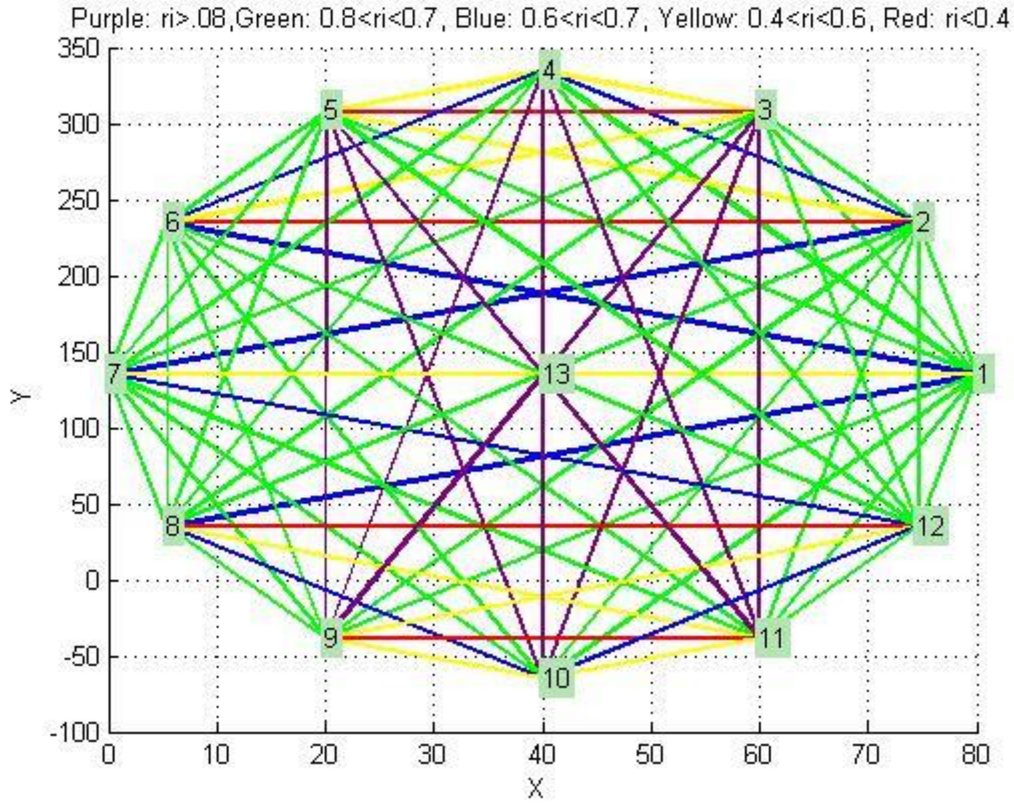
k	Mean ri	Variance ri
1	.70512	.000516
0.8	.70512	.000923
0.6	.70512	.00264
0.4	.70512	.007236
0.2	.70512	.019563
0.01	.70512	.042161
0.0001	.70512	.042299

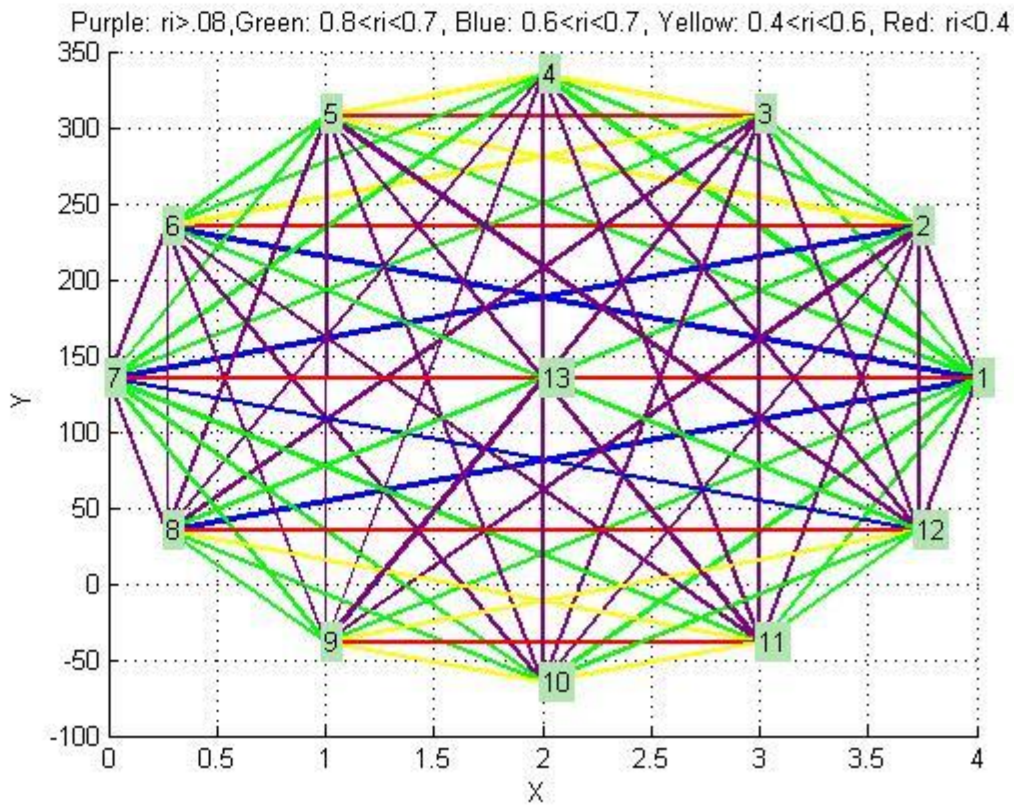


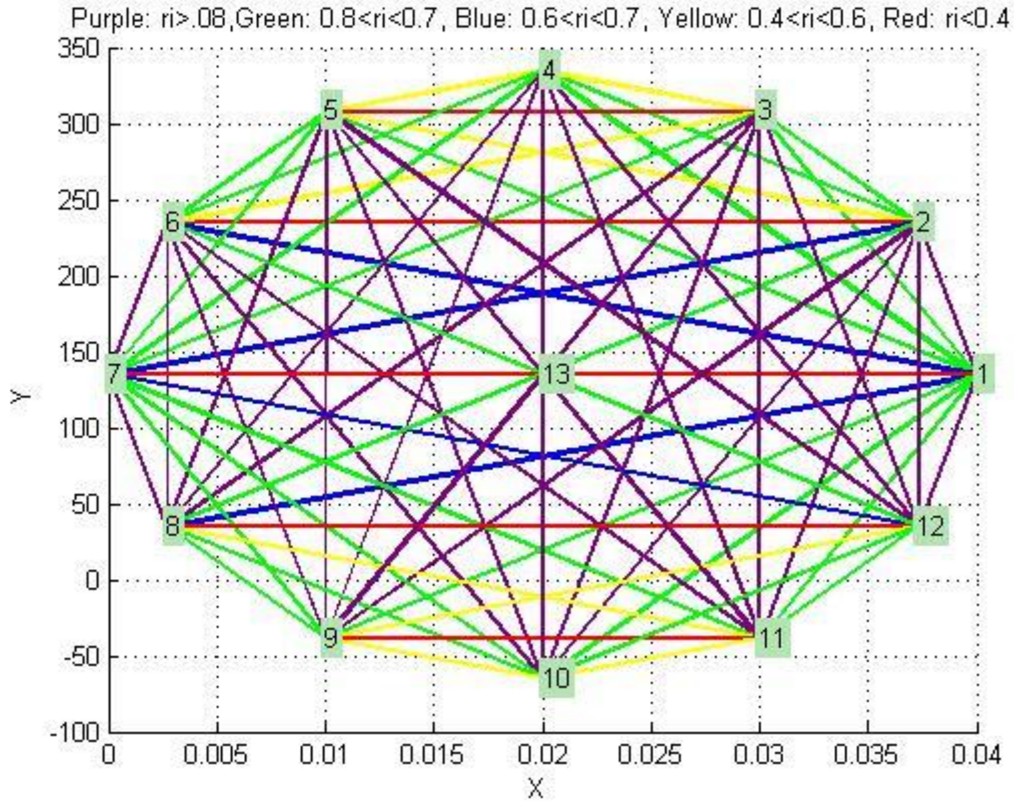

Purple: ri>.08,Green: 0.8<ri<0.7, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13


Purple: ri>.08,Green: 0.8<ri<0.7, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13


Purple: ri>.08,Green: 0.8<ri<0.7, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X


Purple: ri>.08,Green: 0.8<ri<0.7, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow: 0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4
Y
X





با توجه به اشکال با کوچک شدن k ،اعداد آزادی تنوع بیشتری می یابند.

بررسی اعداد آزادی با دیتوم اینرکنسترینت و مینیمم کنسترینت :

ماتریس D در حالت اینر کنسترینت به صورت زیر تعریف شد:

```
for i=1:n
   D(1,2*i-1)=1;
   D(1,2*i)=0;
   D(2,2*i-1)=0;
   D(2,2*i)=1;
   D(3,2*i-1)=yC(i);
   D(3,2*i)=-xC(i);
end
```

و در حالت مینیمم کنسترینت با ثابت در نظر گرفتن نقطه ی 1 وامتداد 12-13 به صورت زیر تعریف شد:

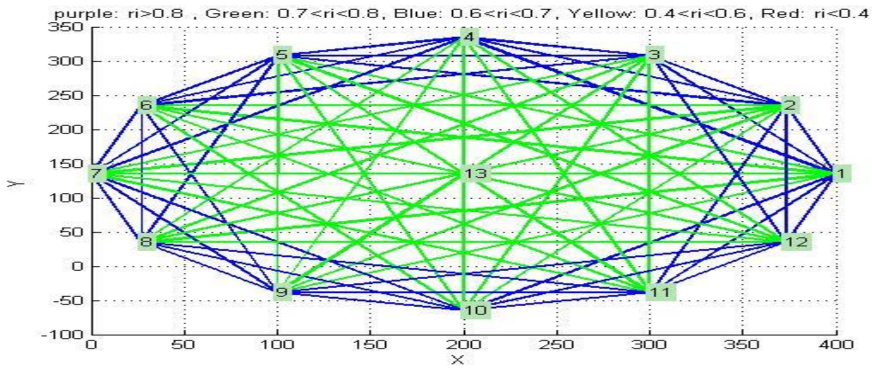
```
   D(3,1:2*n)=[0];
   D(1,1)=1;
   D(2,2)=1;
   D(3,23)=-(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
   D(3,24)=(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
   D(3,25)=(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
   D(3,26)=-(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
```

ri(Inner constraint)	ri(Minimum constraint)
0.670336722823478	0.670336722823471
0.68108974358993	0.681089743590055
0.697496947497059	0.697496947497193
0.71588827838847	0.71588827838845
0.730609553123267	0.730609553123255
0.736263736263804	0.736263736263795
0.730609553123184	0.730609553123166
0.715888278388463	0.715888278388286
0.697496947497233	0.697496947496987
0.681089743590099	0.681089743589864
0.670336722824065	0.670336722824544
0.719780219780259	0.719780219780468
0.670336722823143	0.67033672282313
0.68108974358986	0.681089743589744
0.697496947497224	0.697496947496948
0.715888278388425	0.715888278388279
0.730609553123117	0.730609553123146
0.736263736263752	0.736263736263737

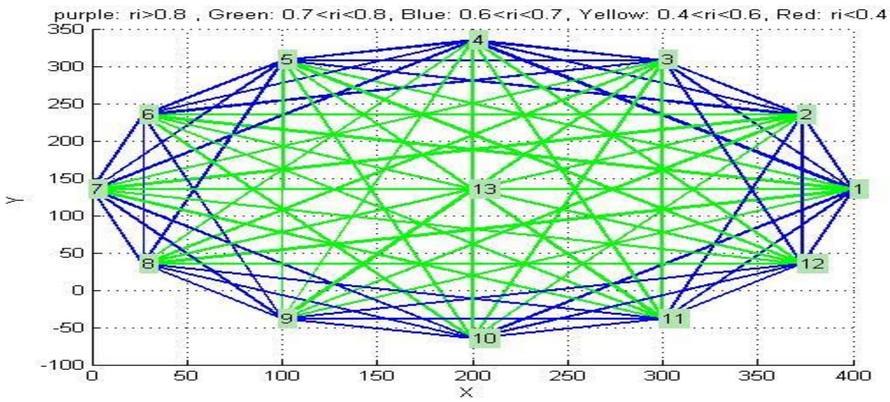
0.730609553123229	0.730609553123146
0.715888278388181	0.715888278388277
0.69749694749692	0.697496947496946
0.681089743590503	0.681089743590282
0.719780219780213	0.719780219780247
0.670336722822941	0.67033672282313
0.681089743589454	0.681089743589743
0.697496947496874	0.697496947496947
0.715888278388208	0.715888278388277
0.730609553123052	0.730609553123146
0.73626373626375	0.736263736263737
0.730609553123096	0.730609553123147
0.71588827838831	0.715888278388279
0.697496947497547	0.697496947497493
0.719780219779947	0.719780219780252
0.670336722823396	0.67033672282313
0.681089743590027	0.681089743589742
0.697496947497158	0.697496947496945
0.715888278388326	0.715888278388277
0.730609553123169	0.730609553123146
0.736263736263904	0.736263736263737
0.730609553123148	0.730609553123147
0.715888278388927	0.715888278388731
0.71978021978022	0.719780219780199
0.670336722823219	0.67033672282313
0.681089743589743	0.681089743589742
0.697496947496898	0.697496947496946
0.715888278388273	0.715888278388279
0.73060955312304	0.730609553123146
0.736263736263889	0.736263736263737
0.730609553123501	0.730609553123422
0.719780219780371	0.719780219780143
0.670336722823133	0.67033672282313
0.681089743589753	0.681089743589743
0.697496947496959	0.697496947496947
0.715888278388293	0.715888278388279
0.73060955312325	0.730609553123147
0.736263736263847	0.736263736263813
0.719780219780226	0.719780219780139
0.670336722823138	0.67033672282313
0.681089743589772	0.681089743589744
0.697496947496942	0.697496947496949
0.715888278388334	0.71588827838828
0.73060955312316	0.730609553123066
0.719780219780245	0.719780219780191
0.670336722823145	0.67033672282313
0.681089743589743	0.681089743589745
0.697496947496963	0.697496947496948
0.71588827838827	0.715888278388135
0.719780219780177	0.719780219780247
0.670336722823125	0.67033672282313

0.681089743589735	0.681089743589743
0.69749694749702	0.69749694749684
0.71978021978017	0.719780219780251
0.670336722823183	0.67033672282313
0.681089743589925	0.681089743589747
0.719780219780277	0.719780219780198
0.670336722823559	0.670336722823284
0.719780219780385	0.719780219780142
0.719780219780348	0.719780219780048

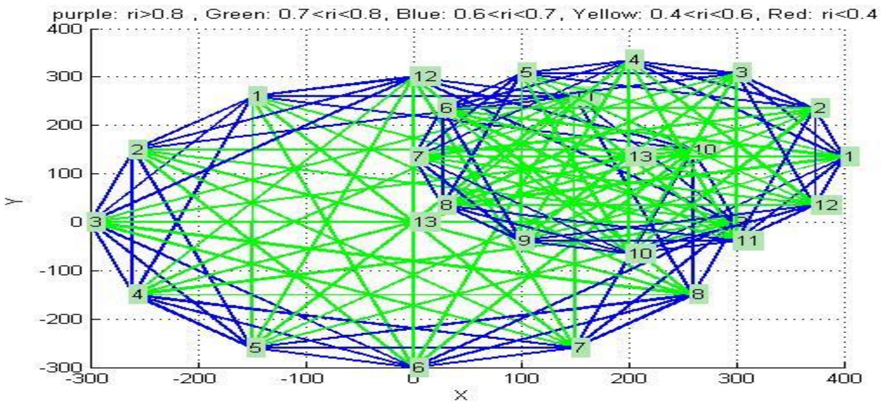
inner constraint



minimum constraint



minimum and inner with shift,scale,rotation



پس نتیجه میگیریم اعداد آزادی به دیتوم وابسته نیست.

اعتمادپذیری داخلی و خارجی :

اعتماد پذیری به دو بخش اعتمادپذیری داخلی و اعتمادپذیری خارجی تقسیم بندی می شود.
اعتمادپذیری داخلی توانایی شبکه برای کشف خطاهای سیستماتیک با استفاده از آزمون های آماری میباشد،هر شبکه که توانایی کشف خطاهای کوچکتری را داشته باشد اعتماد پذیرتر است.اعتماد پذیری خارجی تأثیر خطاهای کشف نشده بر روی پارامترهای برآورد شده است.هرچقدر تأثیر خطاها کمتر باشد شبکه اعتماد پذیرتر است.

اعتمادپذیری داخلی و خارجی به وسیله ی فرمول های زیر بدست می آید:

اعتمادپذیری داخلی $\nabla L_i = \sigma_{li} * (\delta/\mathrm{sqrt}(r_i))$

اعتمادپذیری خارجی $\lambda = (\delta^2) * ((1/r_i) - 1)$

با توجه به مفروضات مسأله داریم:

$\alpha_0 = 0.05$

$\beta_0 = 0.20$

$\sigma_l = 3mm + 2ppm$

$\delta = 2.80$

در جدول زیر معیارهای رسیدن به طرحی ایده آل به صورت زیر بررسی می شود:

min(ri)→max

max(λ)→min

min(▼Li)→min

trace(Cx)→min

البته شرط اقتصادی بودن را نیز باید در نظر گرفت.

Number of point	minimum(ri)	minimum(nablaLi)(mm)	Maximamλ(mm)	Trace(Cx)
5	0.1500	15.5754	6.8600	3.0333
6	0.2705	14.1542	7.1532	3.1381
7	0.3720	13.2292	10.4533	3.2262
8	0.4518	12.6157	11.6944	3.2996
9	0.5149	12.1780	14.2100	3.3611
10	0.5656	11.8496	15.7847	3.4131
11	0.6070	11.5939	18.0320	3.4576
12	0.6414	11.2769	19.7552	3.4959
13	0.6703	10.9678	21.8867	3.5293
14	0.6951	10.7185	23.6874	3.5586
15	0.7164	10.5132	25.7600	3.5845
16	0.7350	10.3413	27.6059	3.6076
17	0.7513	10.1953	29.6450	3.6283
18	0.7657	10.0696	31.5194	3.6469
19	0.7786	9.9604	33.5378	3.6637
20	0.7902	9.8645	35.4313	3.6791
21	0.8006	9.7798	37.4360	3.6931
22	0.8100	9.7043	39.3428	3.7059
23	0.8186	9.6366	41.3382	3.7177
24	0.8264	9.5756	43.2548	3.7286
25	0.8336	9.5204	45.2433	3.7387

با توجه به جدول بالا با اضافه کردن نقاط به شبکه ی منتظم نتایج زیر حاصل می شود :

1)اعداد آزادی مشاهدات افزایش می یابد.(مزیت)

2)کوچک ترین خطای قابل کشف کوچک تر می شود.(مزیت)

3)بزگ ترین تأثیر خطای کشف نشده افزایش می یابد.(معایب)

4)واریانس برآورد مجهولات افزایش می یابد یعنی دقت برآورد مجهولات کاهش می یابد.(معایب)

سرشکنی شبکه به روش اینرکنسترینت ومینیمم کنسترینت:

سیستم مختصات در روش اینر به وسیله ی مرکز ثقل شبکه تعریف می شود.سیستم مختصاتی که به روش اینر تعریف می شود بهترین سیستم مختصات ممکن می باشد که به منظور آنالیز داده ها از آن استفاده می شود.ماتریس N در این روش به صورت زیر تعریف می شود:

```
N=inv(A'*A+D'*D)-D'*inv(D*D'*D*D')*D;
```

تعریف سیستم مختصات در روش مینیمم کنسترینت با روش بالا متفاوت است. در این روش مبدأ به وسیله ی نقطه ی ثابت،مقیاس به وسیله ی طول ثابت و دوران به وسیله ی امتداد ثابت تعریف می شود. در این شبکه چون مشاهدات طول صورت گرفته مشکل مقیاس حل می شود.مشکل مبدأ و دوران نیز به وسیله ی ثابت فرض کردن نقطه ی 1 و امتداد 13-12 حل می شود.

ماتریس N و Cx در این روش به صورت زیر تعریف می شود :

```
CX=inv((A'*A)+D'*D)-H'*inv(H*D'*D*H')*D;
N=inv((A'*A)+D'*D);
```

که ماتریس D و H به صورت زیر تعریف می شود:

```
for i=1:n
H(1,2*i-1)=1;
H(1,2*i)=0;
H(2,2*i-1)=0;
H(2,2*i)=1;
H(3,2*i-1)=yC(i);
H(3,2*i)=-xC(i);
end
```

```
D(3,1:2*n)=[0];
D(1,1)=1;
D(2,2)=1;
D(3,23)=-(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
D(3,24)=(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
D(3,25)=(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
D(3,26)=-(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
```

ضمنا مشاهدات را با مختصات چند ظلعی ایجاد کرده و به با تابع RANDN مقادیر رندوم را به آن اضافه نمودیم.

Point X&Y	Design coordinates	Inner constraint	Minimum constraint
1	400.0000	400.1143	400.0000
1	135.0000	134.7896	135.0000
2	373.2051	373.1767	373.2523
2	235.0000	235.4940	234.9704
3	300.0000	300.4524	299.8097
3	308.2051	307.8076	308.4450
4	200.0000	199.5560	199.3368
4	335.0000	335.1456	334.7854
5	100.0000	99.6312	99.6979
5	308.2051	308.5207	308.1829
6	26.7949	27.3963	27.4033
6	235.0000	234.4862	234.9502
7	0	0.2437-	0.3593
7	135.0000	135.0115	135.8955
8	26.7949	27.3961	25.8849
8	35.0000	35.1236	35.0698
9	100.0000	99.5656	99.6456
9	38.2051-	38.0734-	37.7008-
10	200.0000	199.6743	199.3029
10	65.0000-	64.8644-	64.6088-
11	300.0000	300.3927	299.2153
11	38.2051-	38.1590-	37.5813-
12	373.2051	373.0810	372.7149
12	35.0000	34.8773	35.3980
13	200.0000	199.8070	200.1186
13	135.0000	134.8406	135.0466

بیضی خطای مطلق و نسبی :

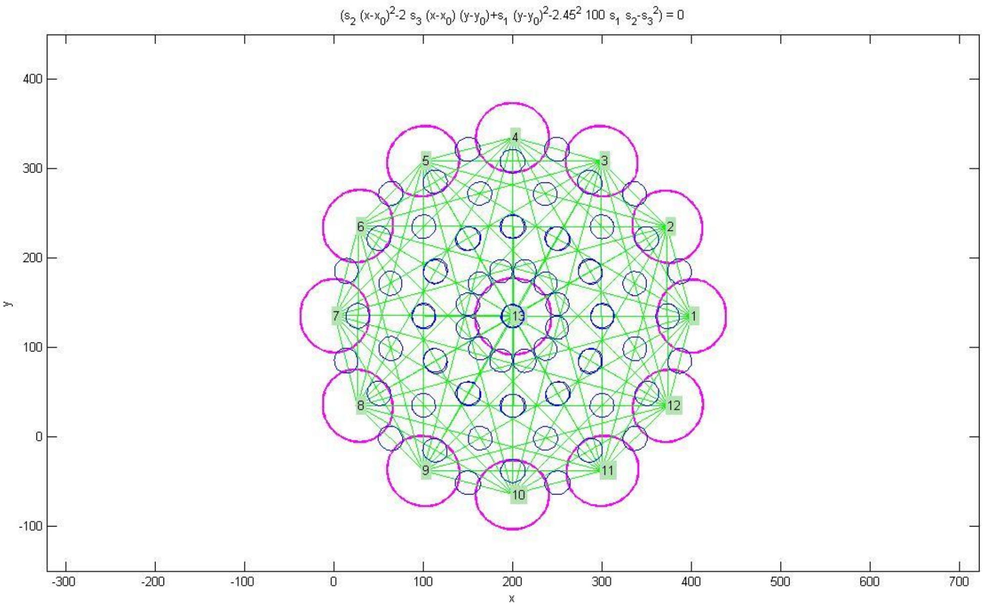
بیضی خطای مطلق و نسبی با استفاده از ماتریس واریانس-کوریانس مجهولات رسم میگردد:

بیضی های رسم شده در سطح اطمینان 95٪ رسم شده است.

برنامه ی رسم بیضی در ضمایم آورده شده است.

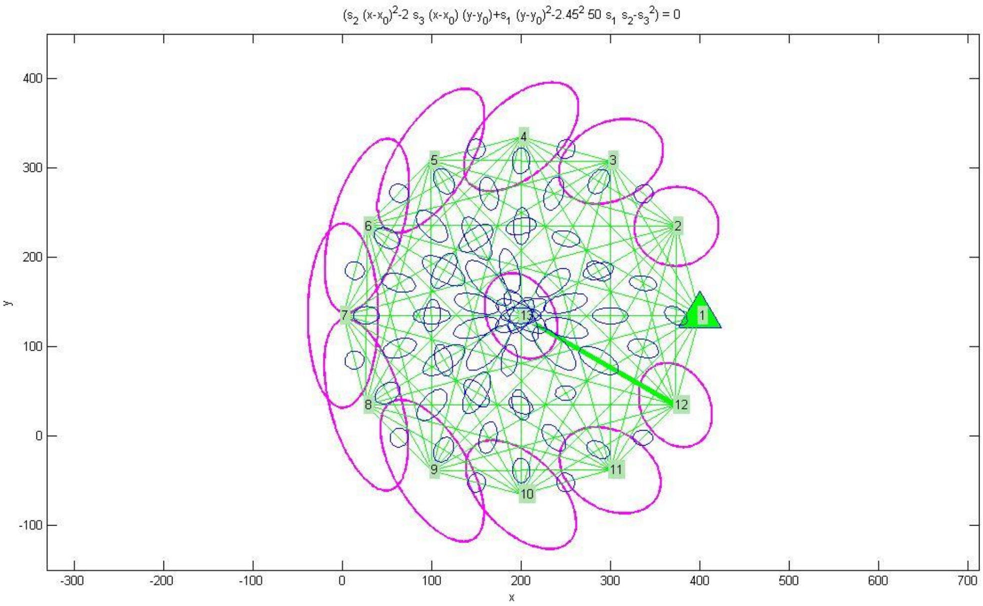
بیضی خطای مطلق و نسبی حاصل از سرشکنی به روش اینر کنسترینت:

بیضی خطای مطلق که با رنگ بنفش رسم شده با مقیاس 2000 برابر وبیضی خطای نسبی که با رنگ آبی رسم شده با مقیاس 100 برابر میباشد.



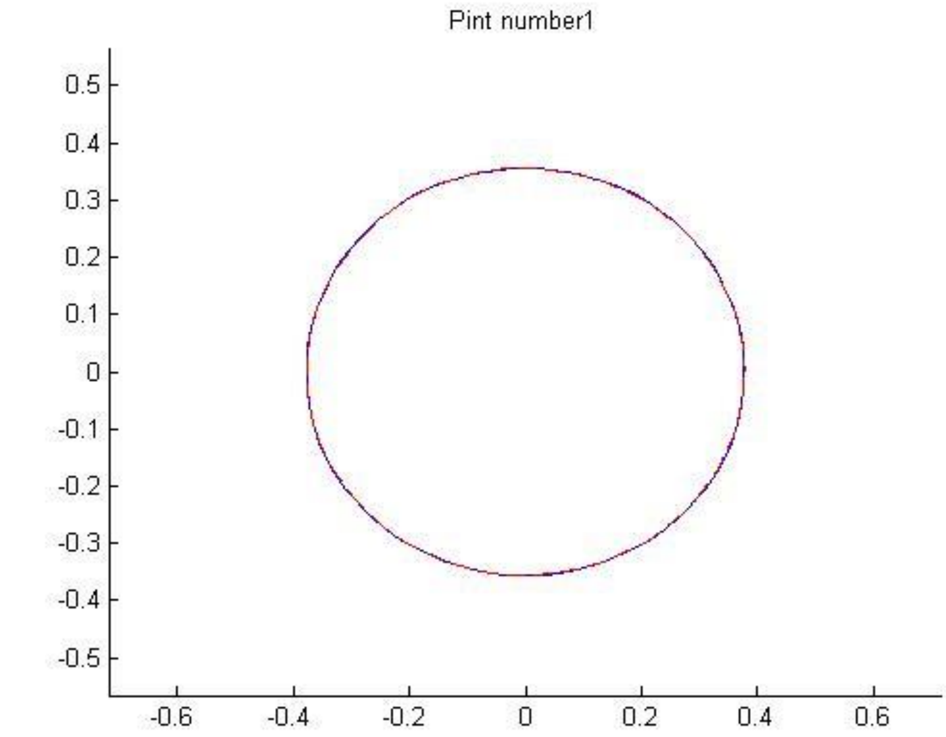
بیضی خطای مطلق و نسبی حاصل از سرشکنی به روش مینیمم کنسترینت:

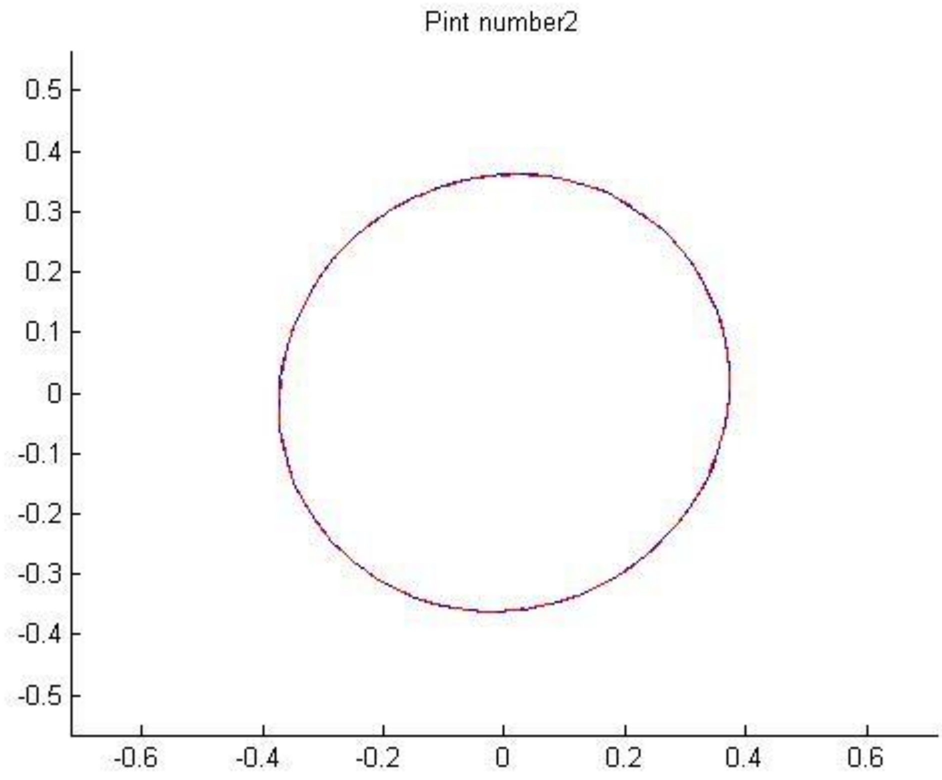
بیضی خطای مطلق که با رنگ بنفش رسم شده با مقیاس 1000 برابر وبیضی خطای نسبی که با رنگ آبی رسم شده با مقیاس 50 برابر میباشد

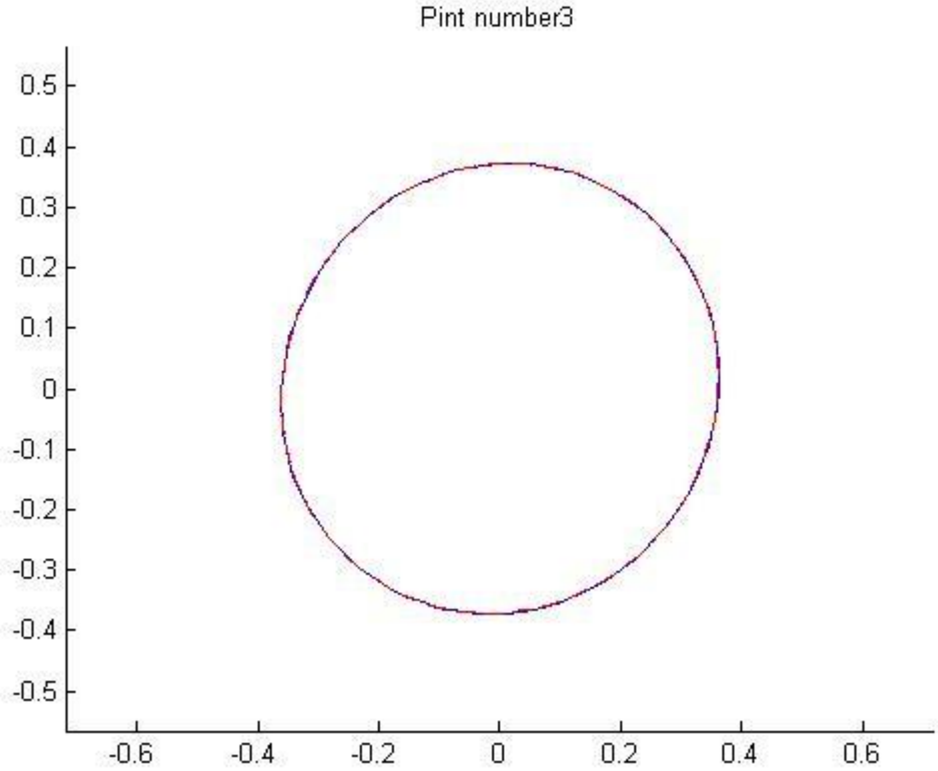


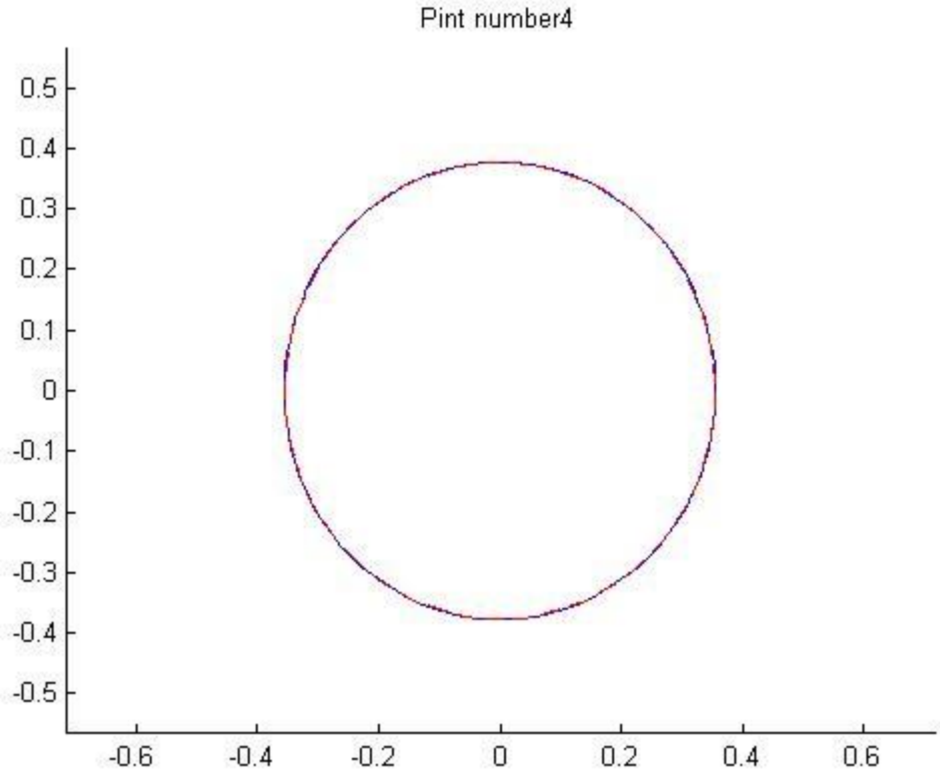
منحنی پدال برای سرشکنی به روش اینر کنسترینت :

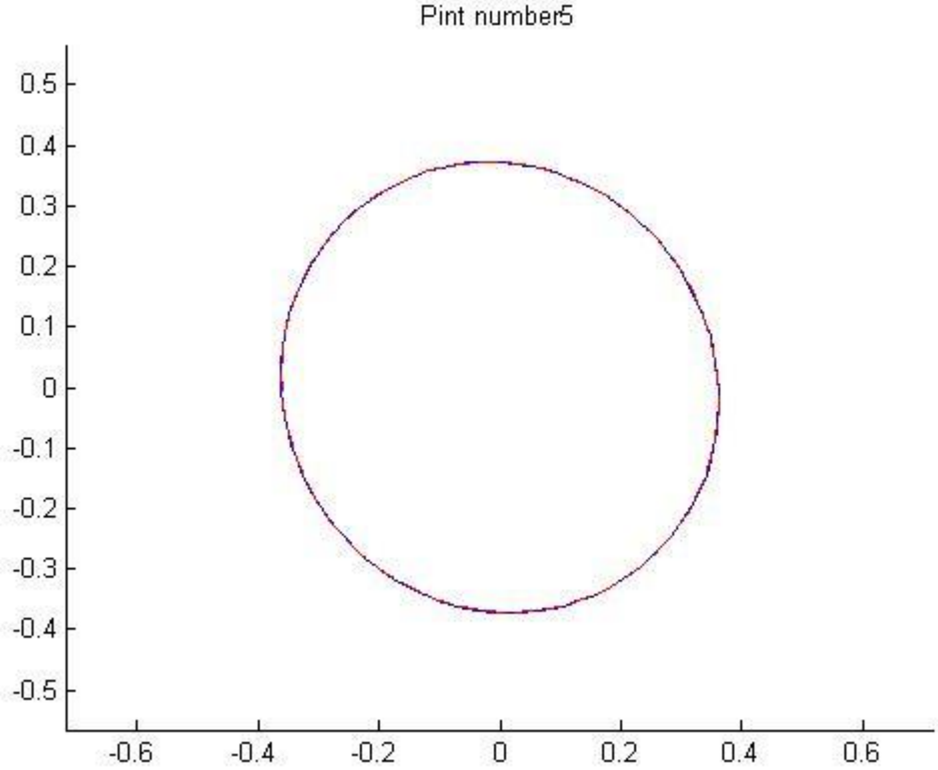
در این روش بیضی و منحنی پدال بر هم منطبق می شود.

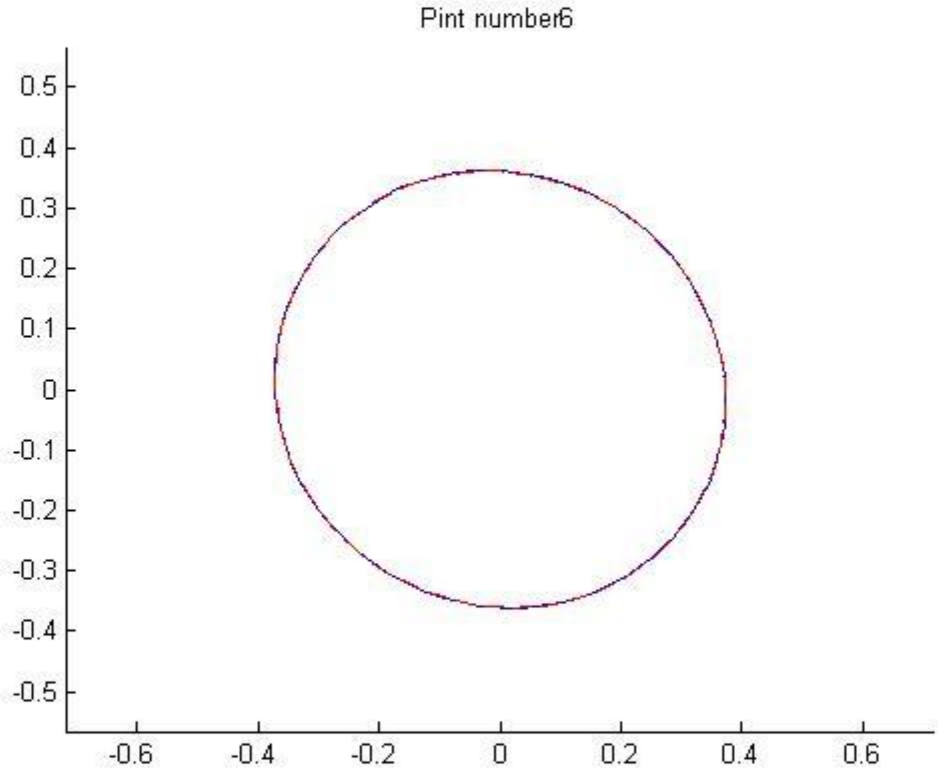

Pint number1
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

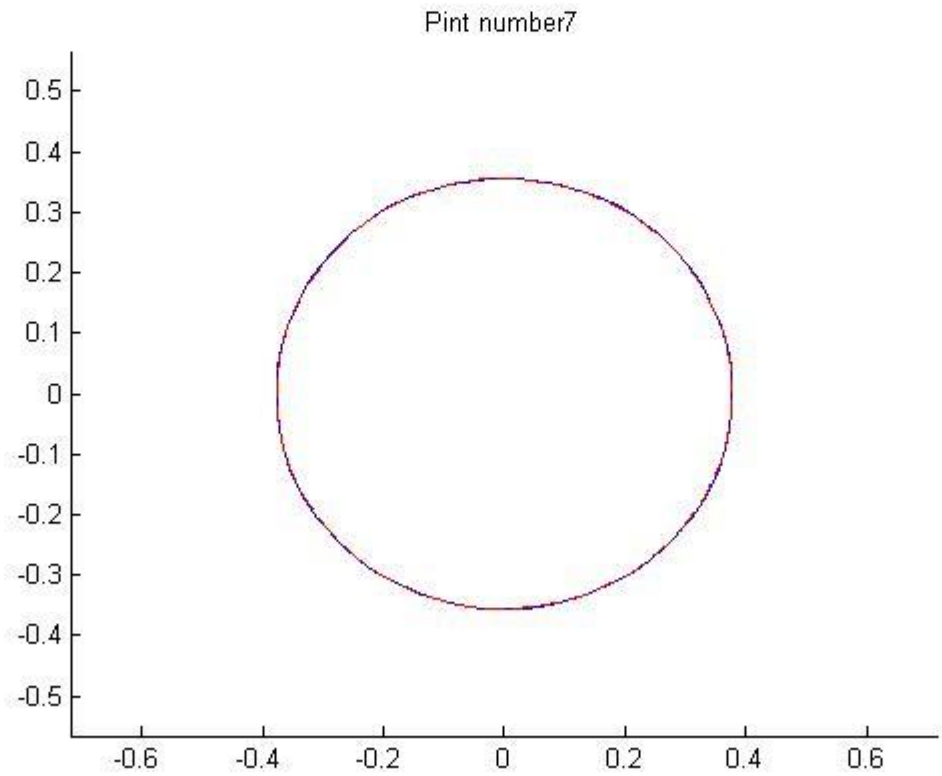

Pint number2
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6


Pint number3
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

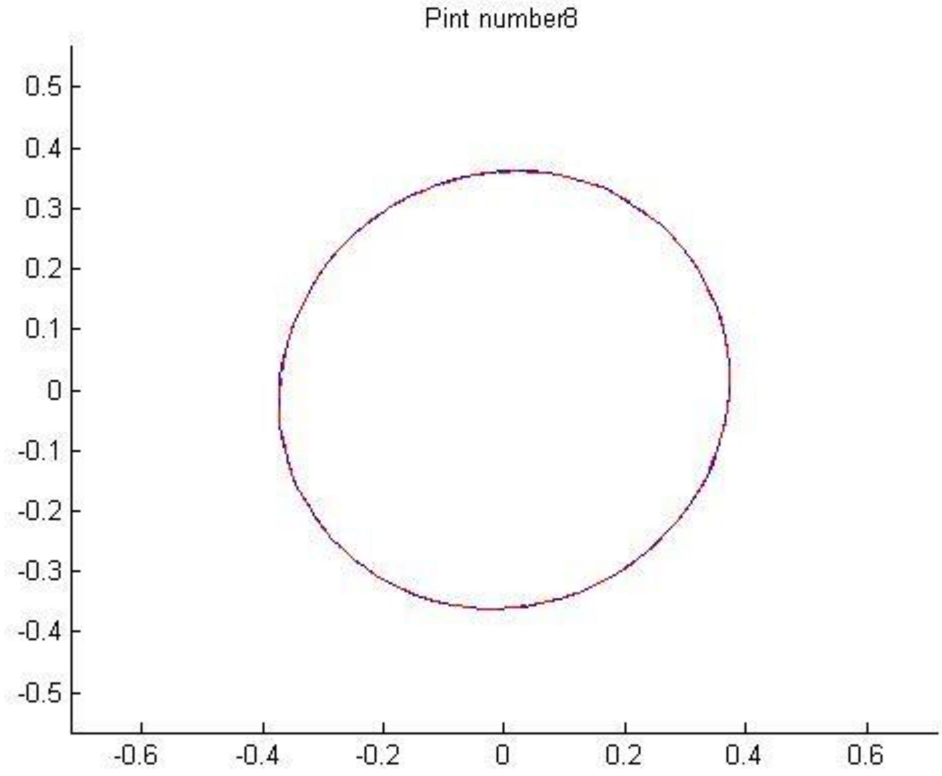

Pint number4
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6


Pint number5
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

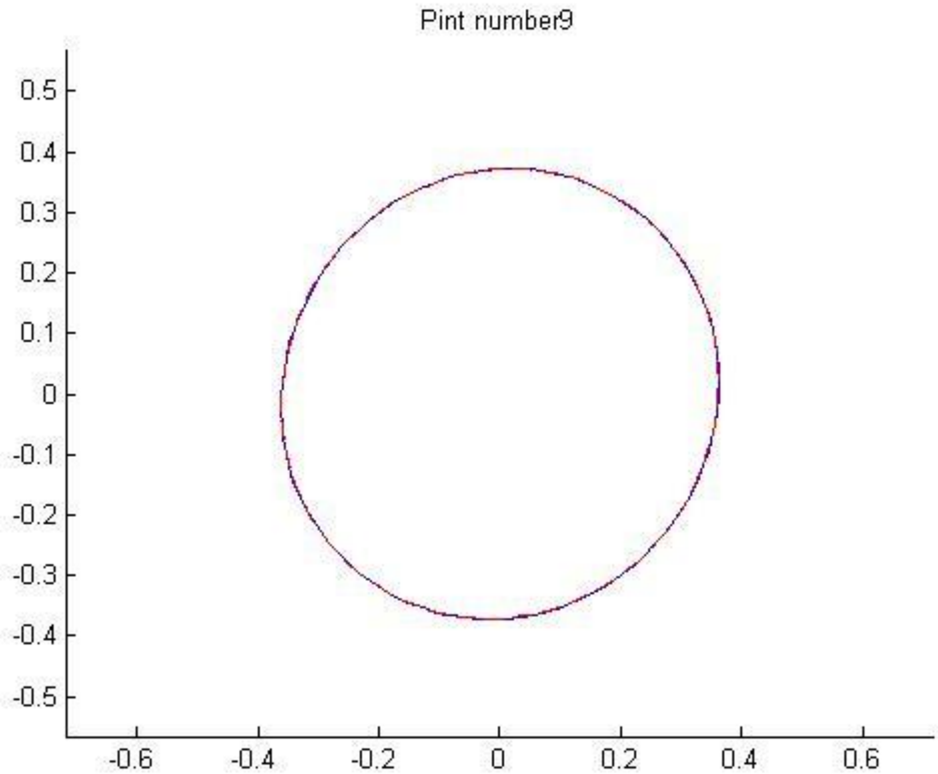

Pint number6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

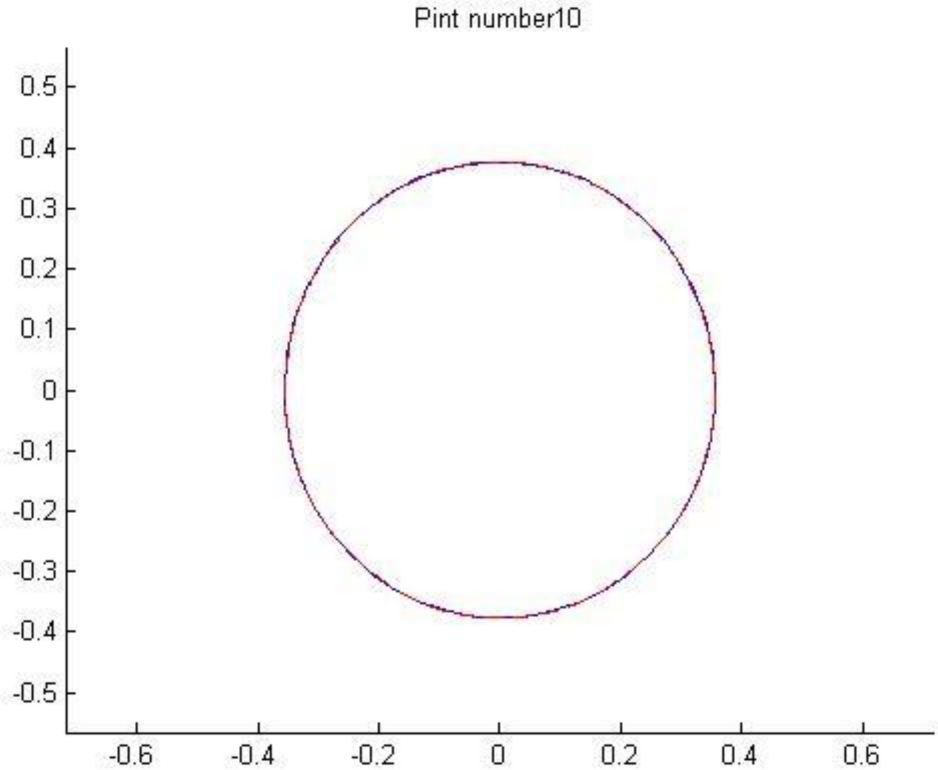


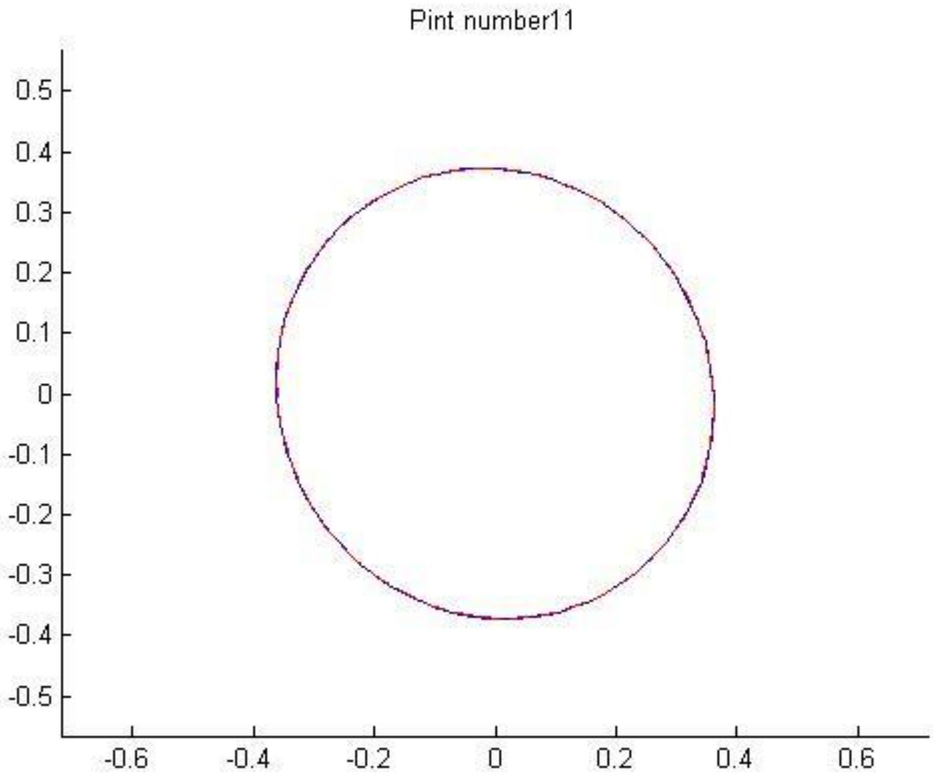
Pint number7

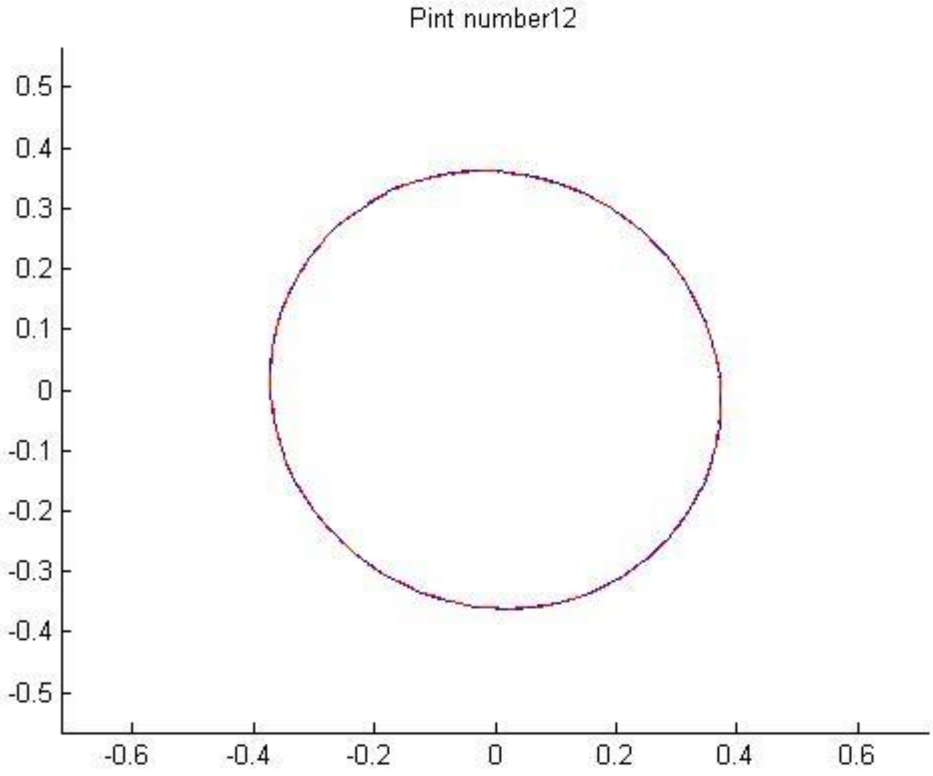


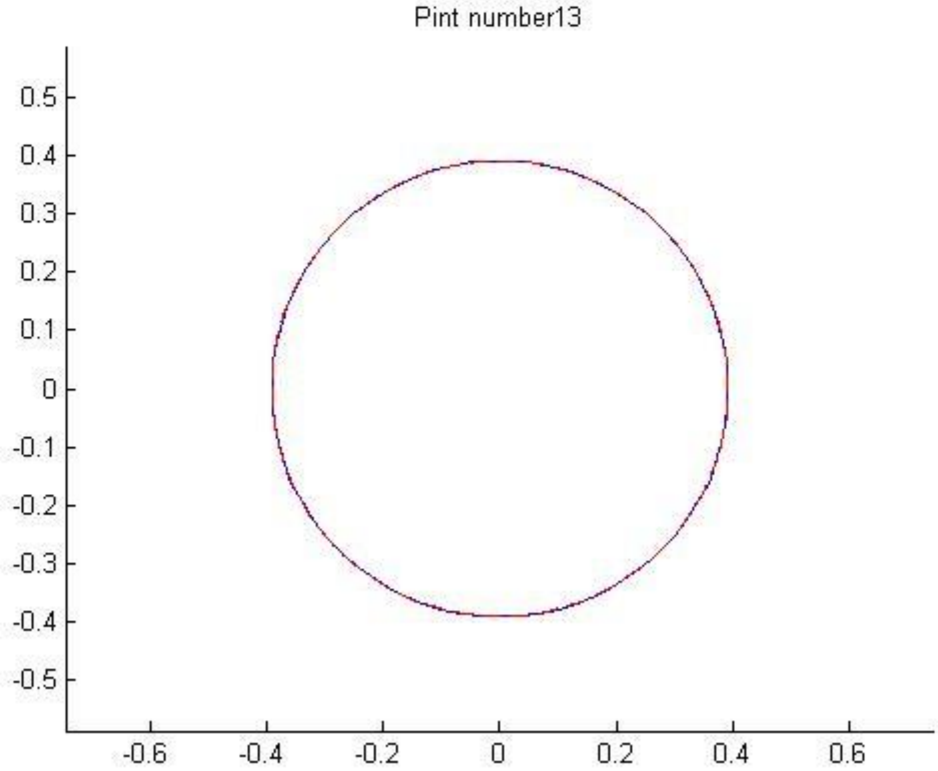
Pint number8


Pint number9
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

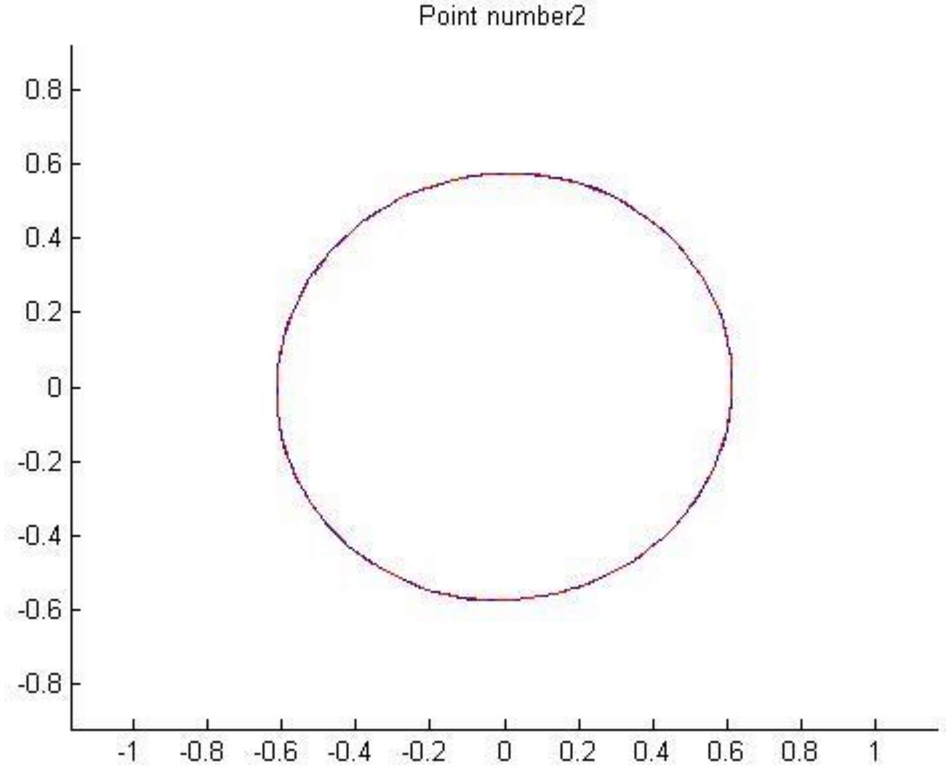

Pint number10
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

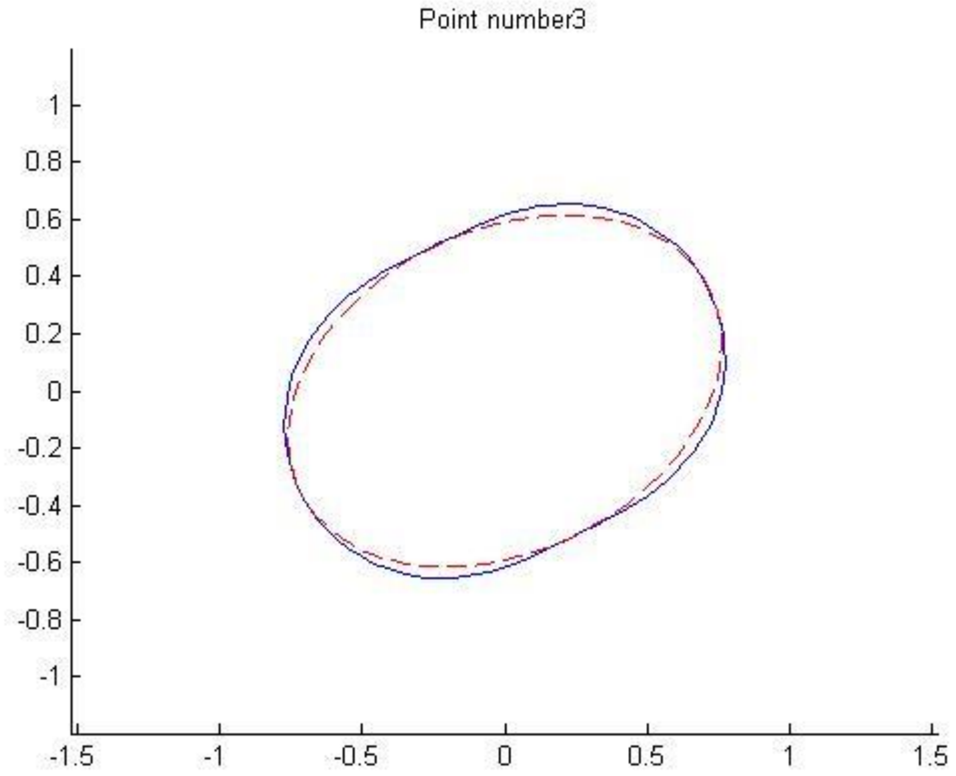

Pint number11
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

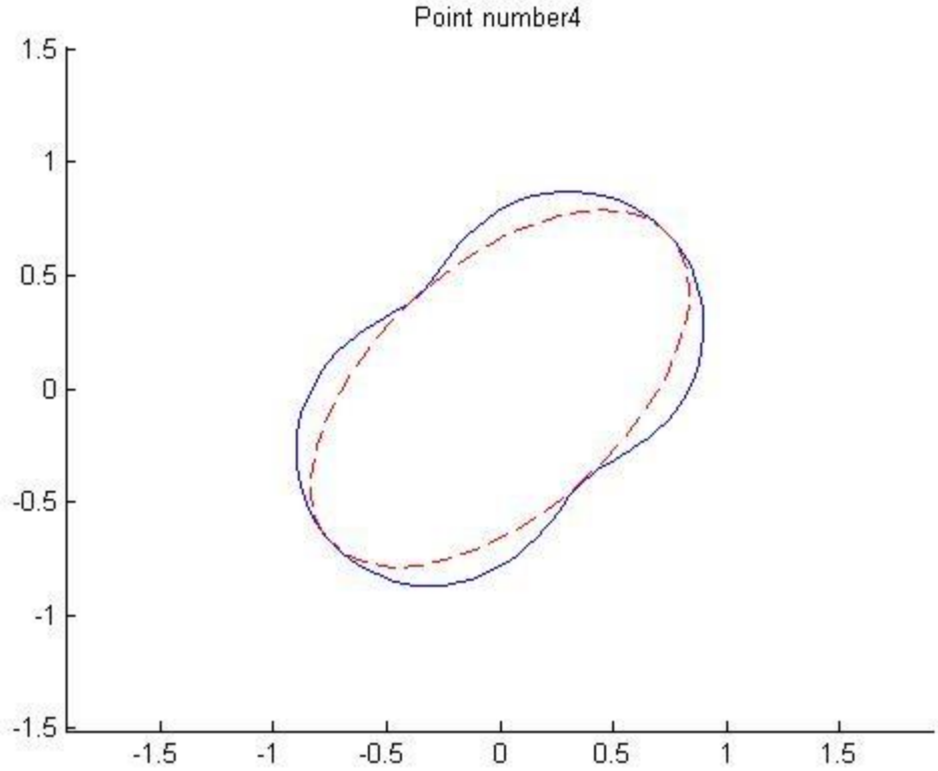

Pint number12
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

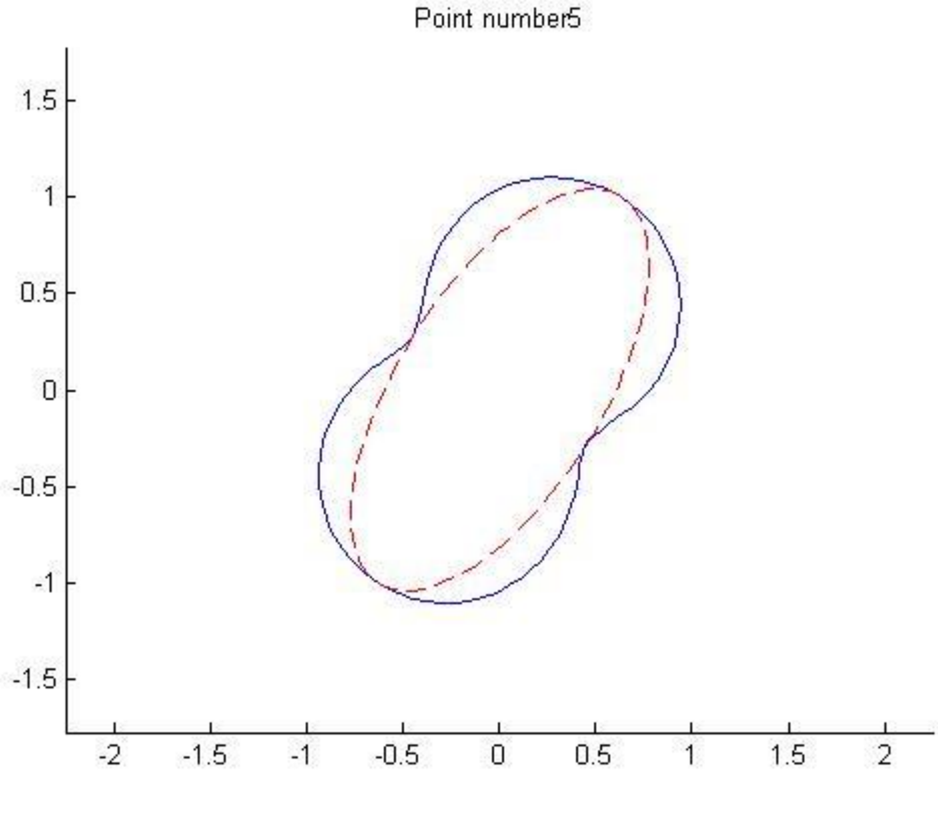

Pint number13
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

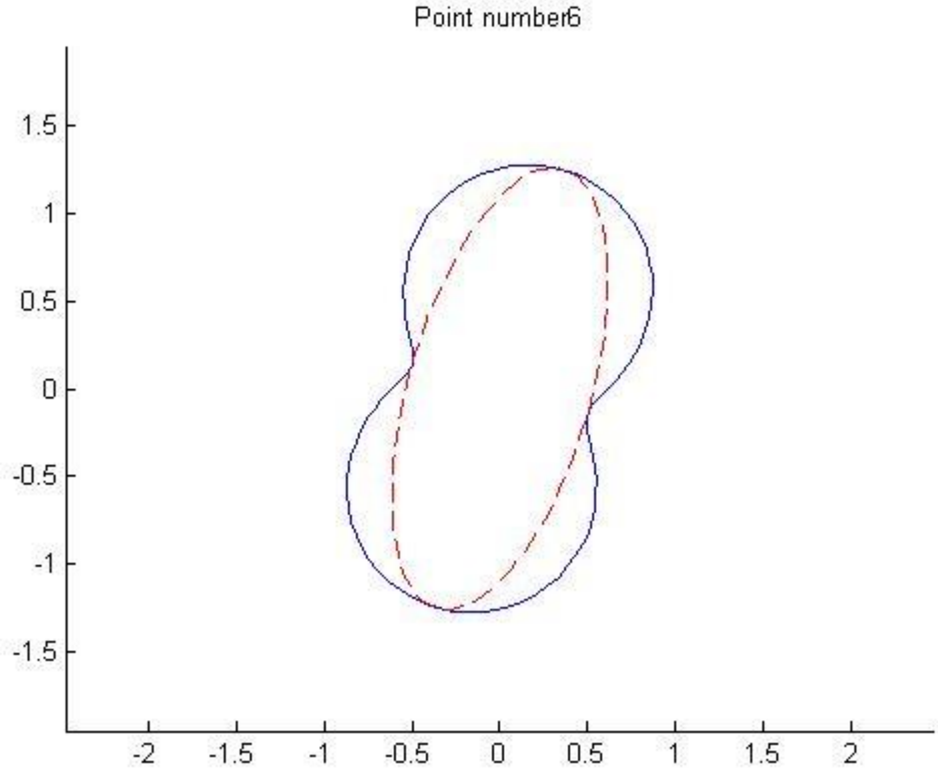
منحنی پدال برای سرشکنی به روش مینیمم کنسترینت :

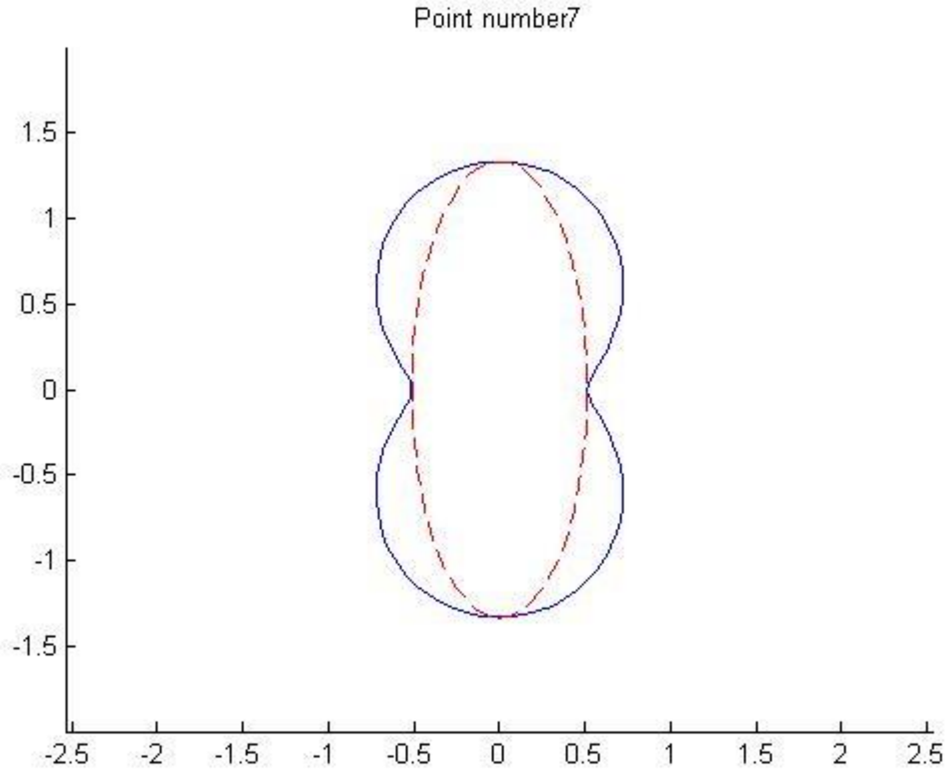


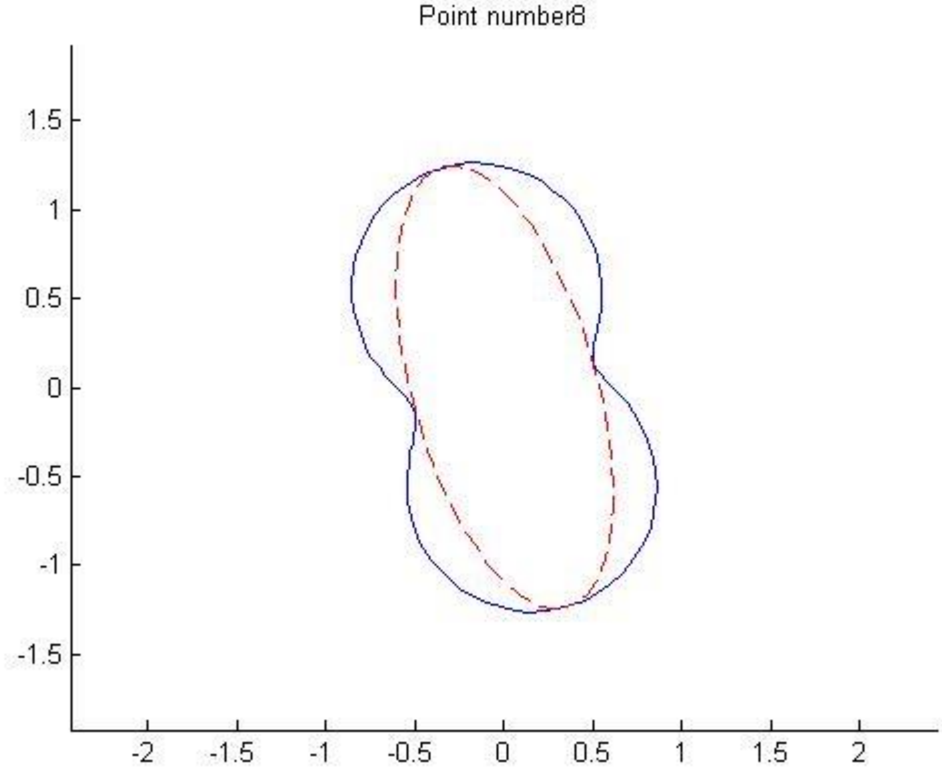


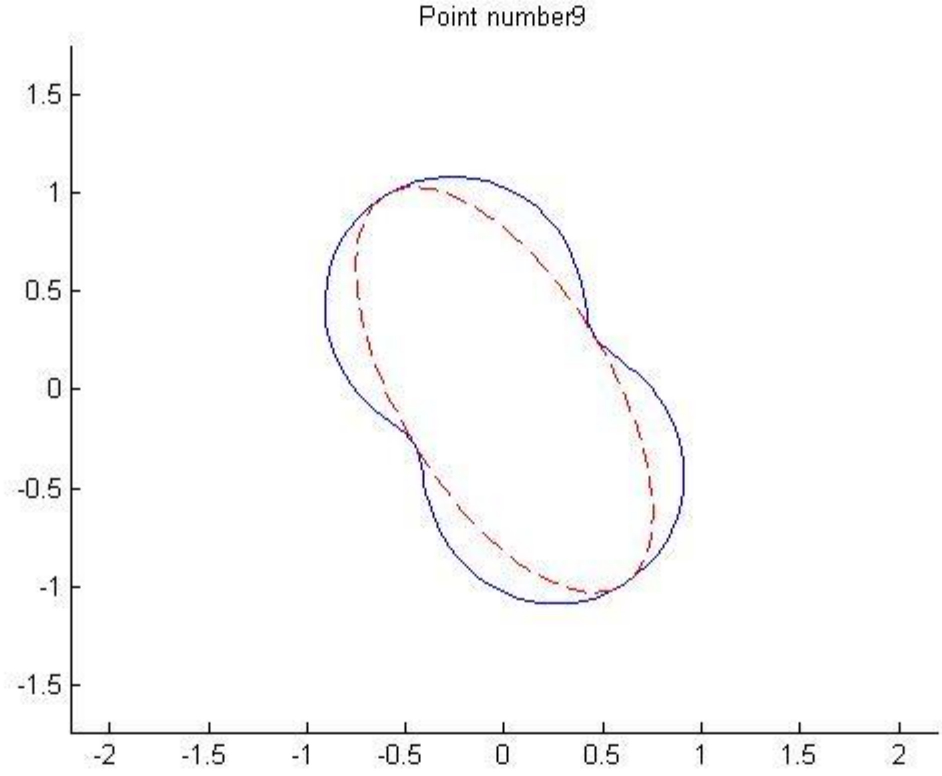

Point number4
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5

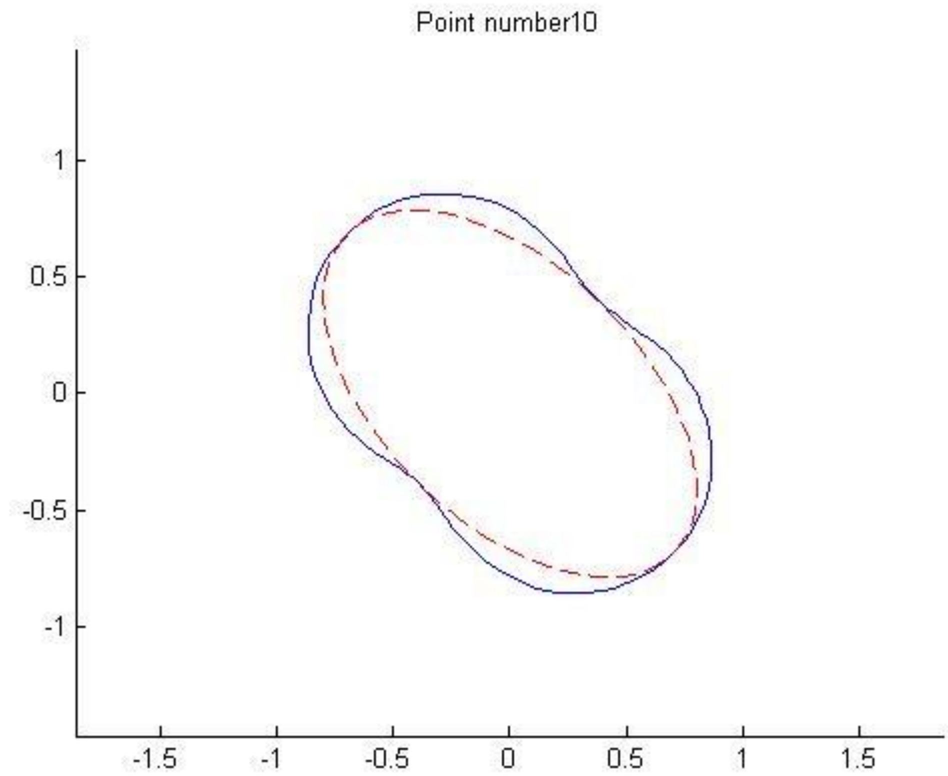

Point number5
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

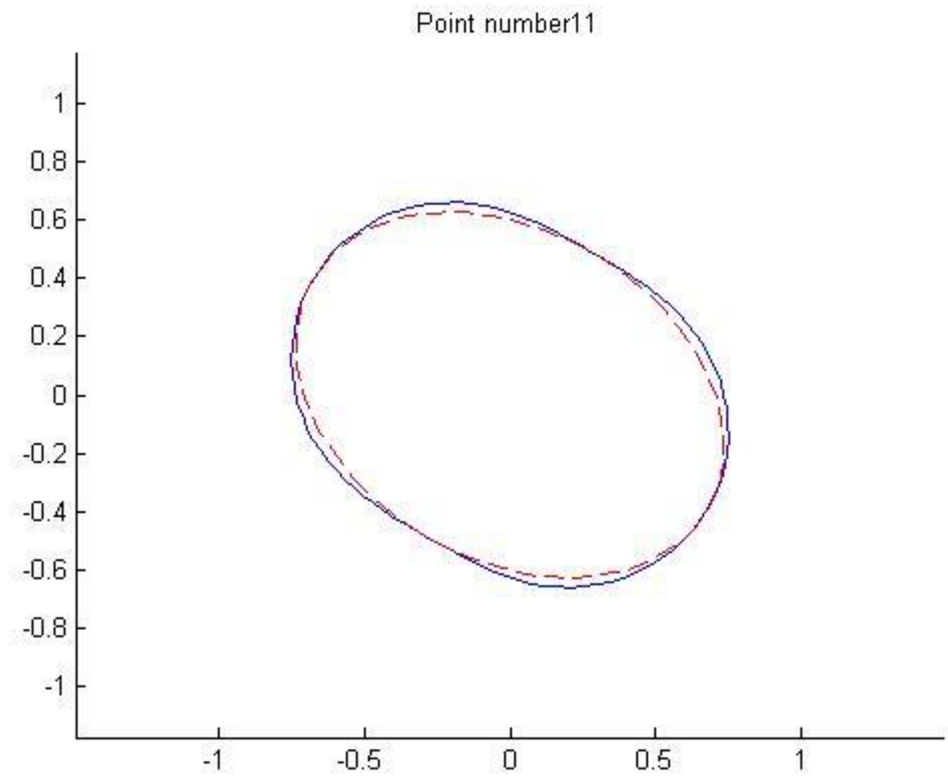

Point number6
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

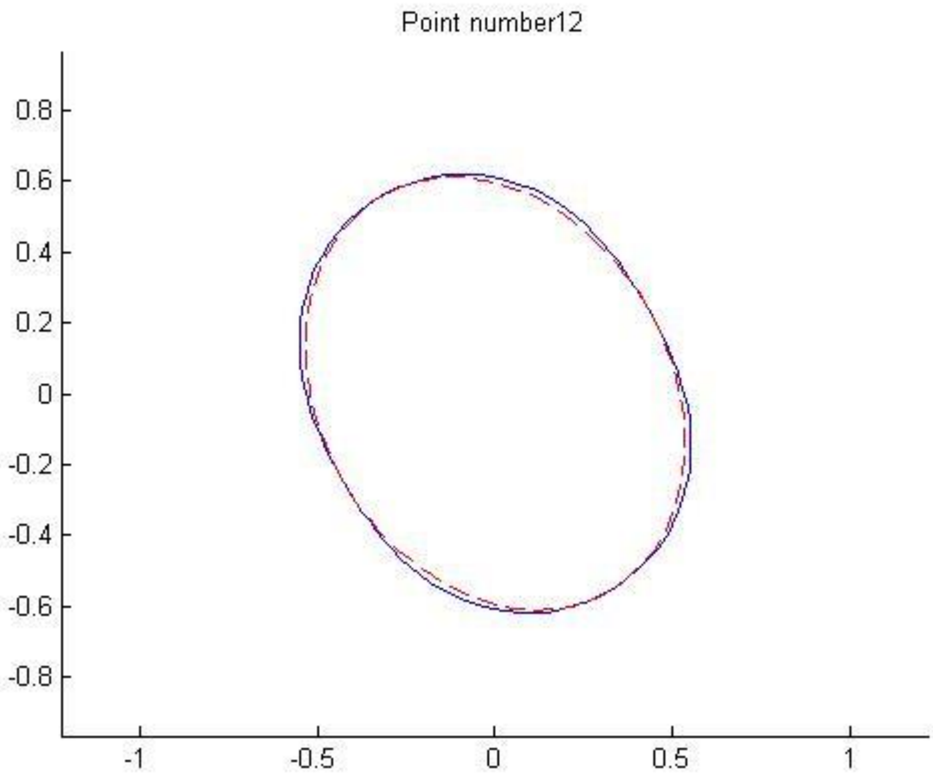

Point number7
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5

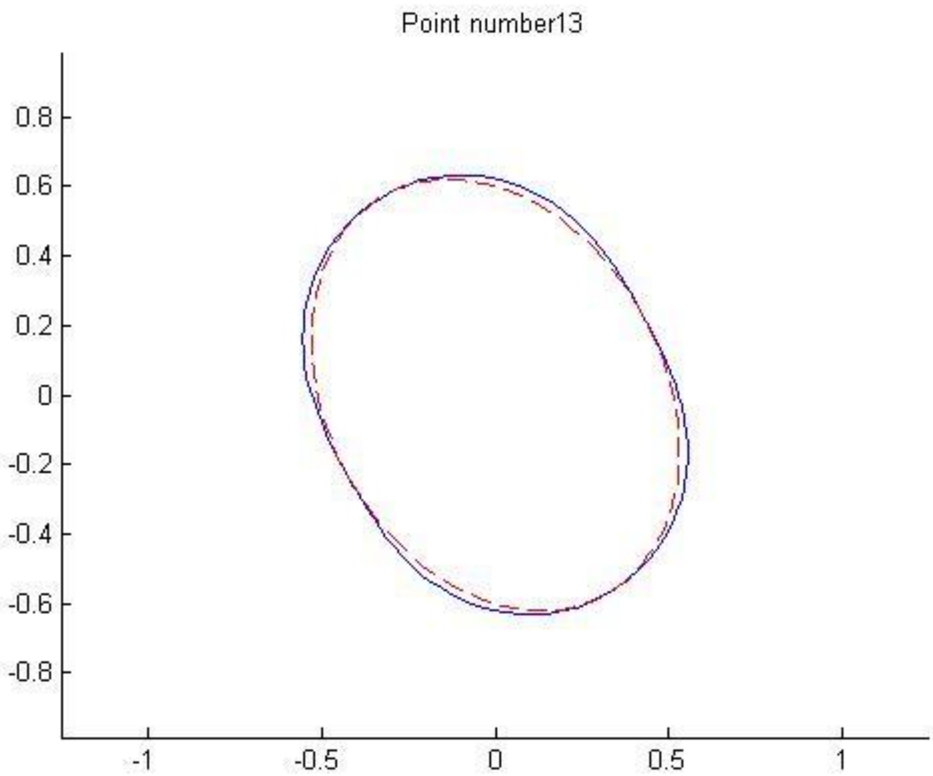

Point number8
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2


Point number9
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2


Point number10
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5


Point number11
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1


Point number12
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-0.5
0
0.5
1


Point number13
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-0.5
0
0.5
1

کم کردن مشاهدات شبکه :

با کم کردن مشاهدات (که به صورت رندوم با حذف سطرهای A صورت گرفت)نتایج زیر را در بر داشت:

```
m = n*(n-1)/2;
f = 1+ceil(m.*rand(cut,1))
for i=1:cut
   A(f(i),:)=[];
end
l(f)=[];
```

1)درجه ی آزادی (تریس ماتریس R)کاهش یافت که تعداد این کاهش به تعداد مشاهدات کم شده می باشد.

2)اعداد آزادی مشاهدات از یکدیگر فاصله گرفت.

3)تریس ماتریس N افزایش یافت به عبارت دیگر دقت مجهولات برآورد شده کاهش یافت.

4)اعتماد پذیری کاهش یافت.

5)طول قطرهای بیضی افزایش یافت.

خارج کردن شبکه از حالت منتظم :

با اضافه کردن مقادیر رندوم نسبتا بزرگ به مختصات،شبکه را از حالت منتظم خارج می کنیم.بدین منظور از دستورات زیر استفاده می کنیم:

```
f = 1+ceil(50.*rand(2*(k+1),1))
temp=1;
for i=1:k+1
   xC(i)=xC(i)+f(temp);
   yC(i)=yC(i)+f(temp+1);
   temp=temp+2;
end
```

در حالت منتظم:

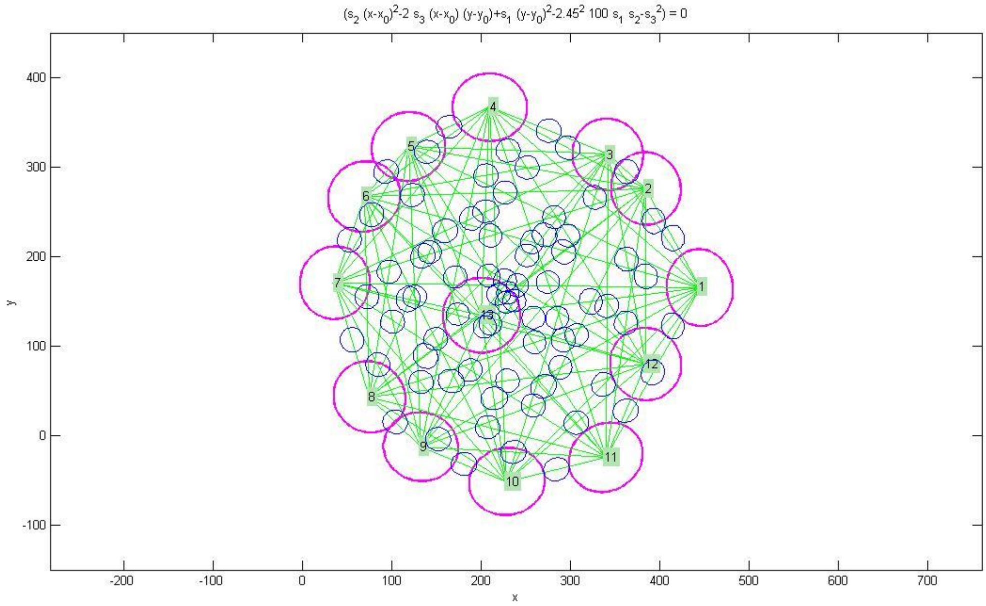
Number of point	minimum(ri)	minimum(nablaLi)(mm)	Maximamλ(mm)	Trace(Cx)
5	0.1500	15.5754	6.8600	3.0333
6	0.2705	14.1542	7.1532	3.1381
7	0.3720	13.2292	10.4533	3.2262
8	0.4518	12.6157	11.6944	3.2996
9	0.5149	12.1780	14.2100	3.3611
10	0.5656	11.8496	15.7847	3.4131
11	0.6070	11.5939	18.0320	3.4576
12	0.6414	11.2769	19.7552	3.4959
13	0.6703	10.9678	21.8867	3.5293
14	0.6951	10.7185	23.6874	3.5586
15	0.7164	10.5132	25.7600	3.5845
16	0.7350	10.3413	27.6059	3.6076
17	0.7513	10.1953	29.6450	3.6283
18	0.7657	10.0696	31.5194	3.6469
19	0.7786	9.9604	33.5378	3.6637
20	0.7902	9.8645	35.4313	3.6791
21	0.8006	9.7798	37.4360	3.6931
22	0.8100	9.7043	39.3428	3.7059
23	0.8186	9.6366	41.3382	3.7177
24	0.8264	9.5756	43.2548	3.7286
25	0.8336	9.5204	45.2433	3.7387

در حالت نامنتظم:

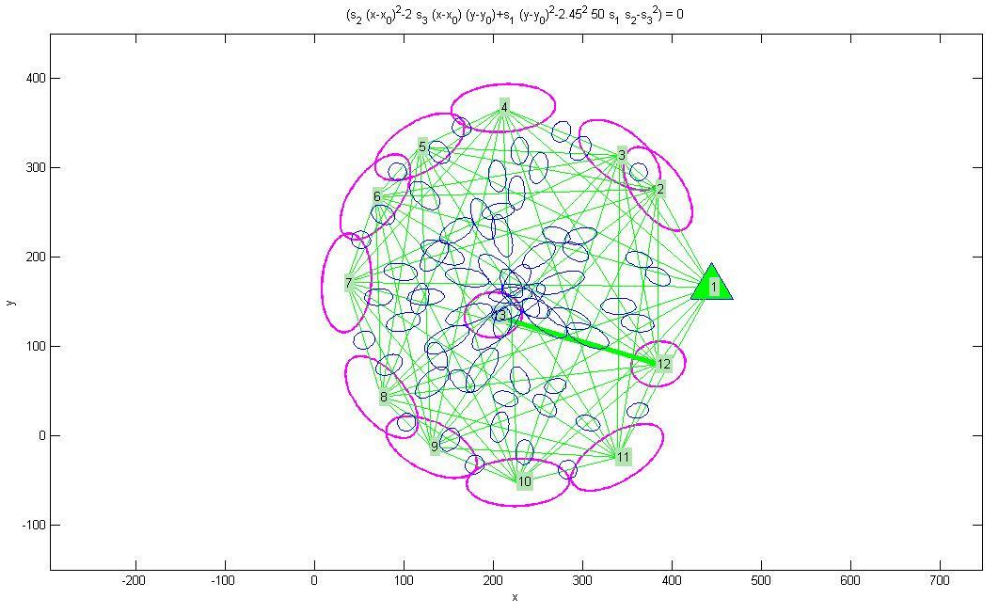
Number of point	minimum(ri)	minimum(nablaLi)(mm)	Maximamλ(mm)	Trace(Cx)
5	0.1347	14.5852	7.0286	3.0288
6	0.2152	12.4625	8.6709	3.3735
7	0.3440	12.6504	10.3265	3.2222
8	0.3786	11.9273	13.7984	3.4140
9	0.4597	11.3151	16.6313	3.4916
10	0.4961	11.3161	18.0557	3.5198
11	0.5836	11.1343	19.8611	3.5186
12	0.5809	10.1891	21.9503	3.6055
13	0.6133	10.2564	25.5740	3.6522
14	0.6569	9.8719	27.0190	3.6712
15	0.6589	9.9015	29.3752	3.6614
16	0.6639	9.5683	33.7457	3.7840
17	0.6964	9.4557	36.7590	3.7260
18	0.7147	9.4338	37.2874	3.7650
19	0.7337	9.3972	39.1040	3.7534
20	0.7191	9.4204	45.7085	3.8948
21	0.7284	9.3867	48.7510	3.8689
22	0.7656	9.3053	47.5252	3.8268
23	0.7521	9.3028	55.0160	3.9000
24	0.7678	9.2451	54.1844	3.9044
25	0.7863	9.2006	57.2649	3.8717

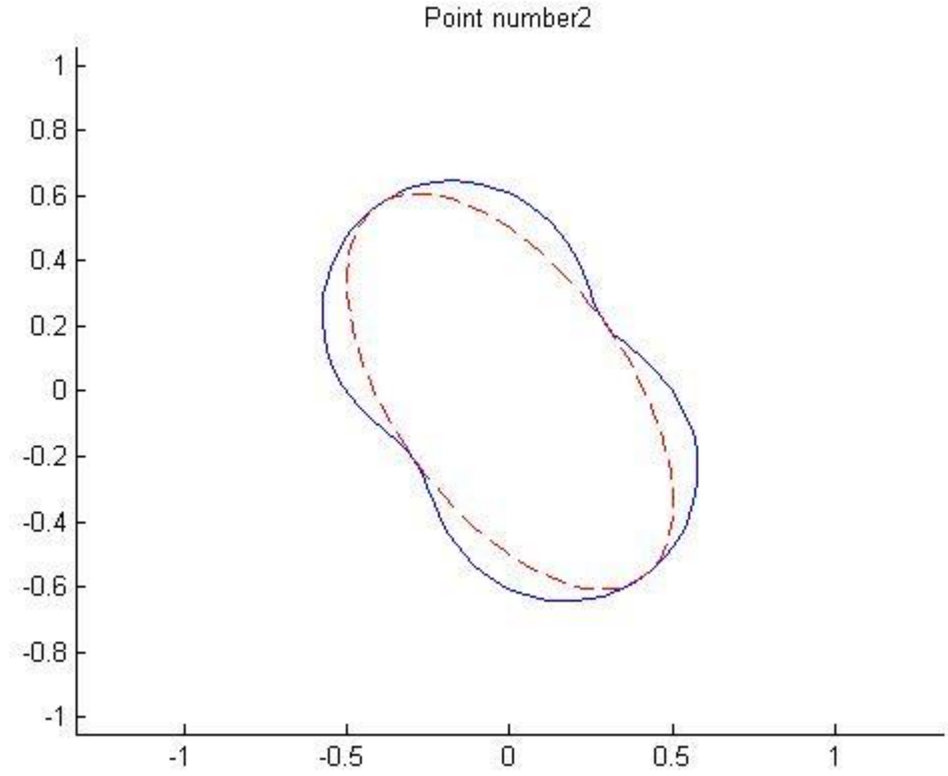
با مقایسه ی دو حالت بالا مشخص می شود که اعتماد پذیری در حالت نامنتظم کاهش می یابد.

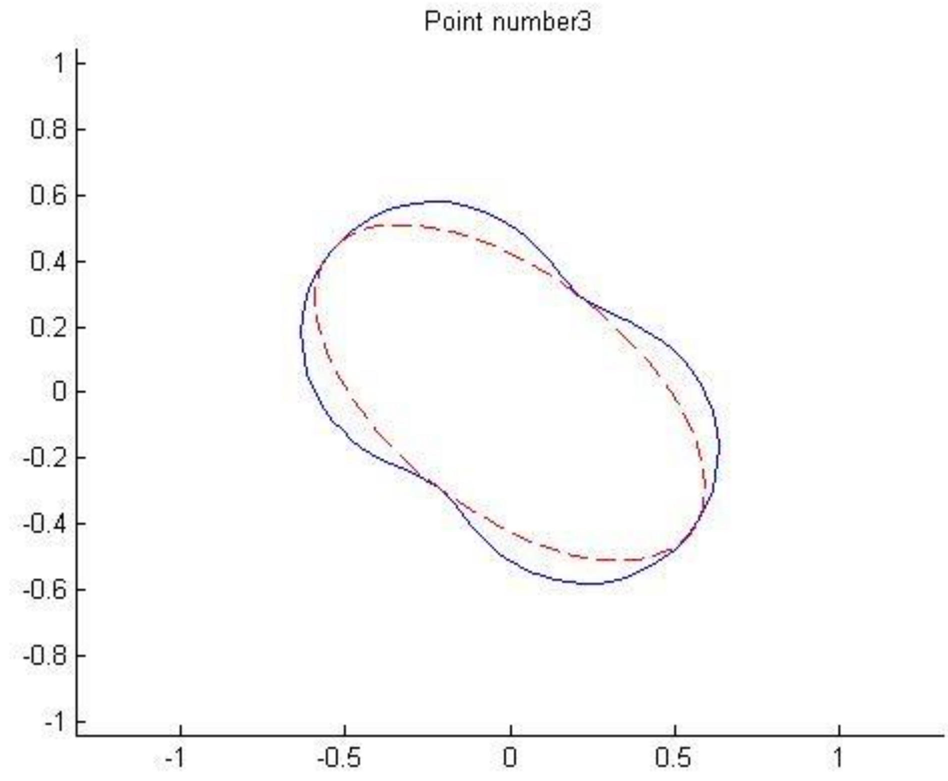
اینر کنسترینت:



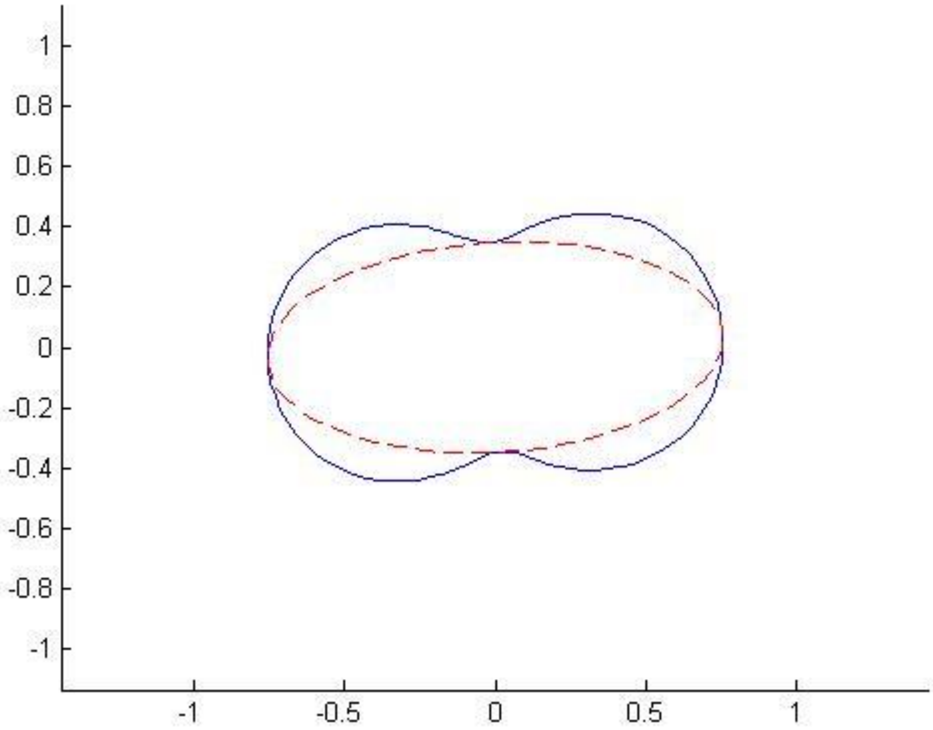
مینیمم کنسترینت :



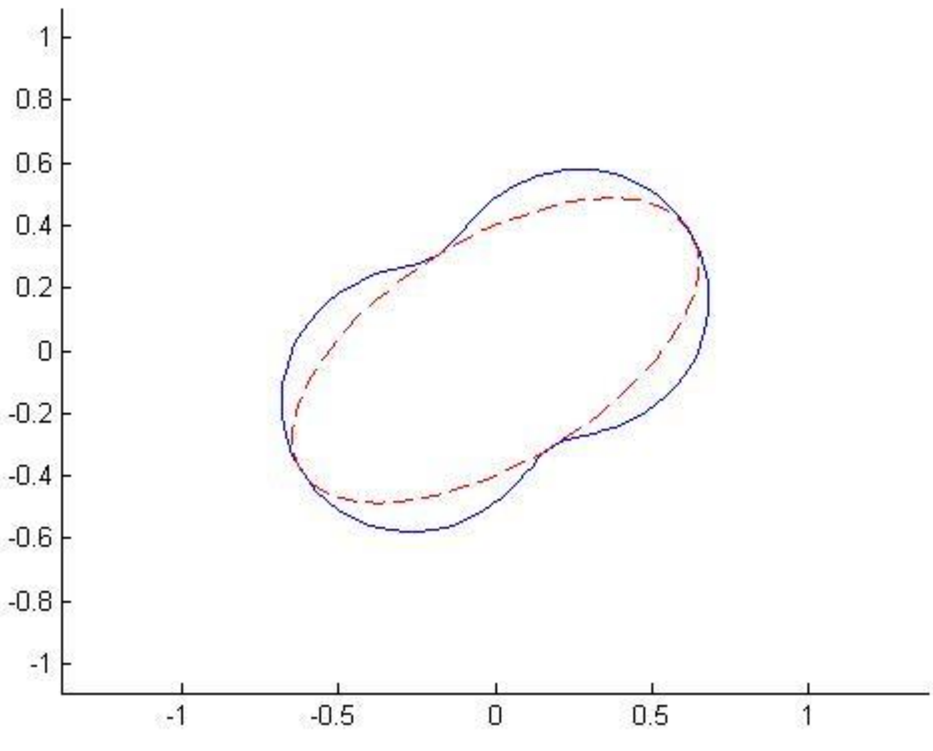

Point number2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

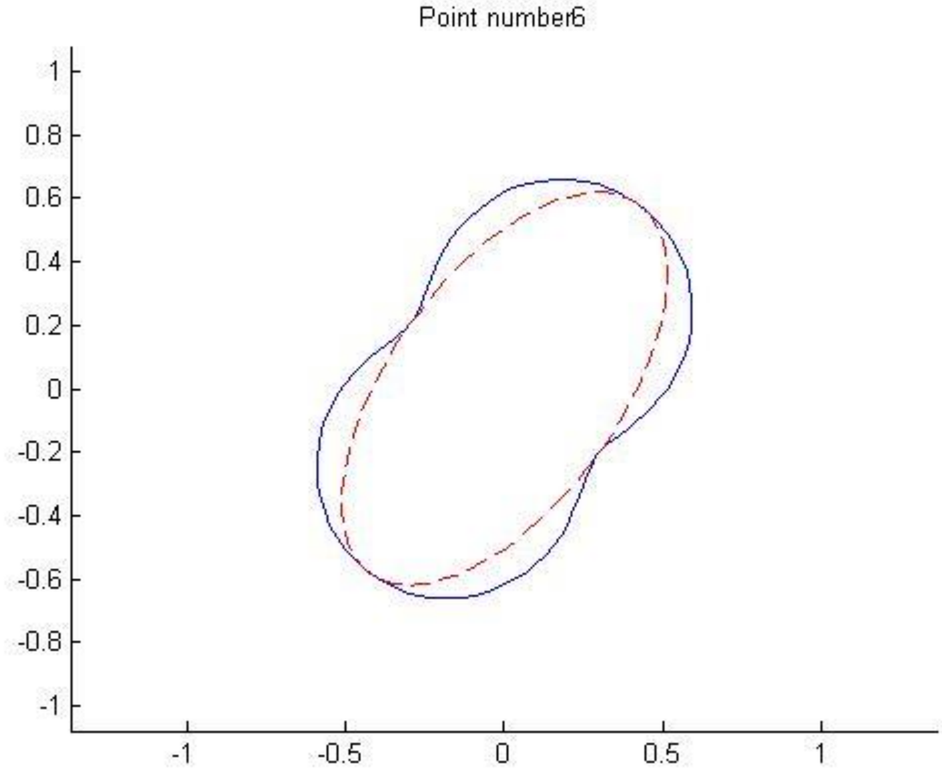

Point number3
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

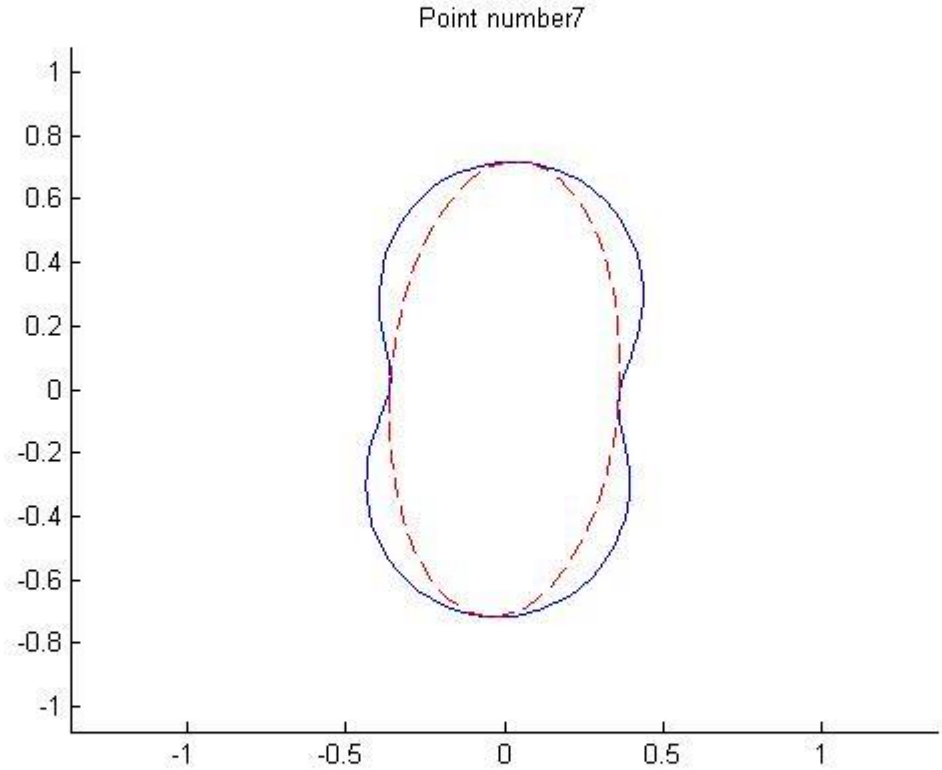
Point number4

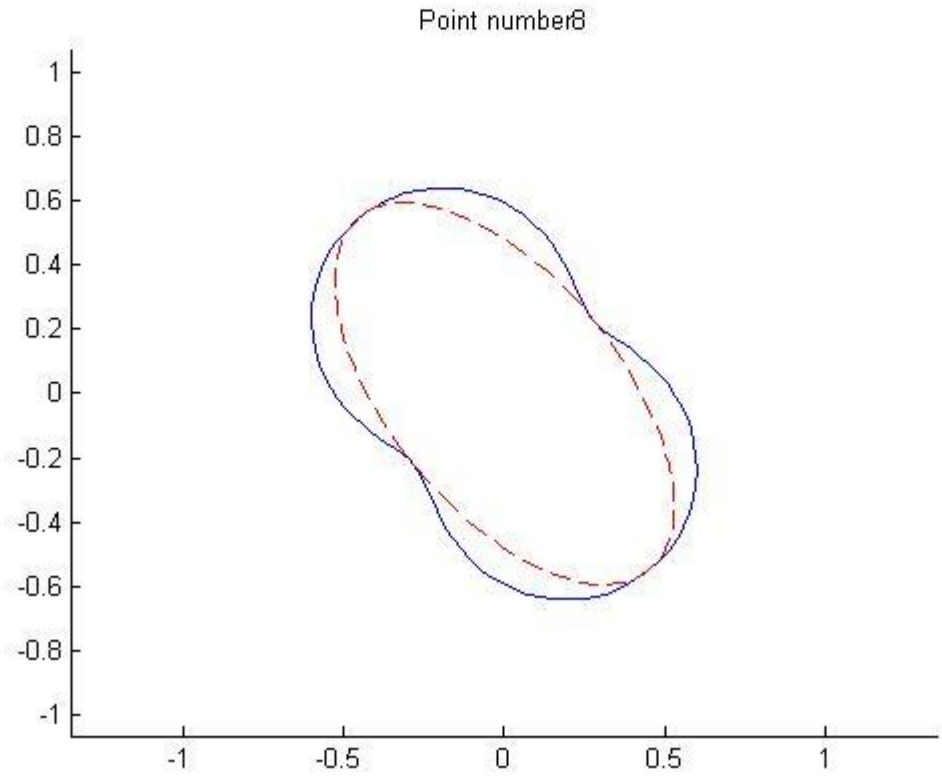


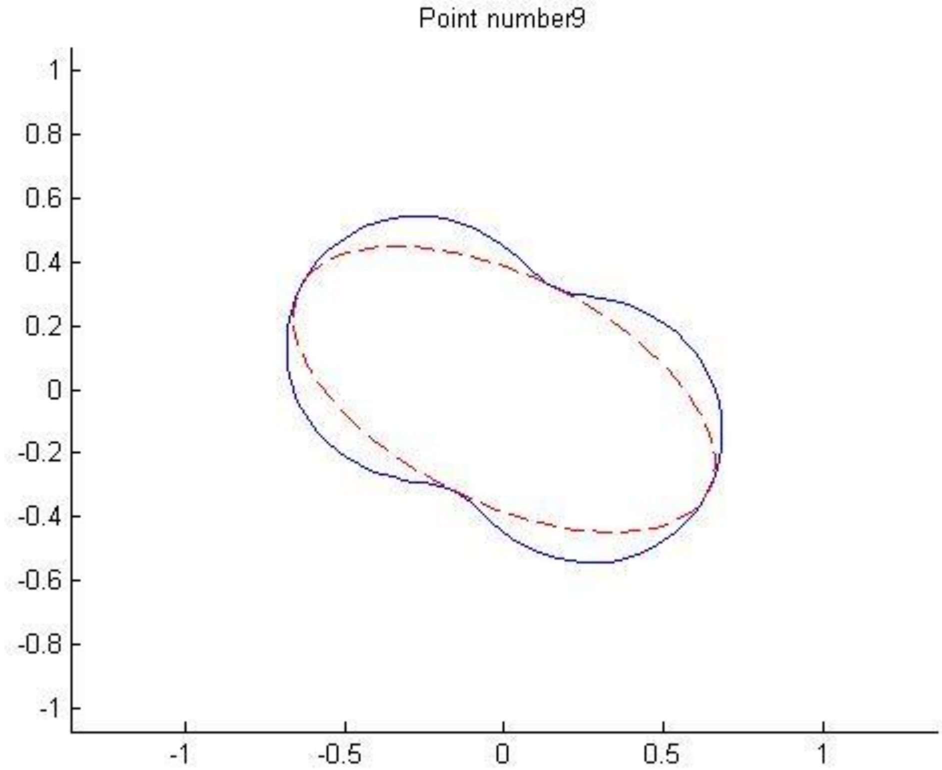
Point number5

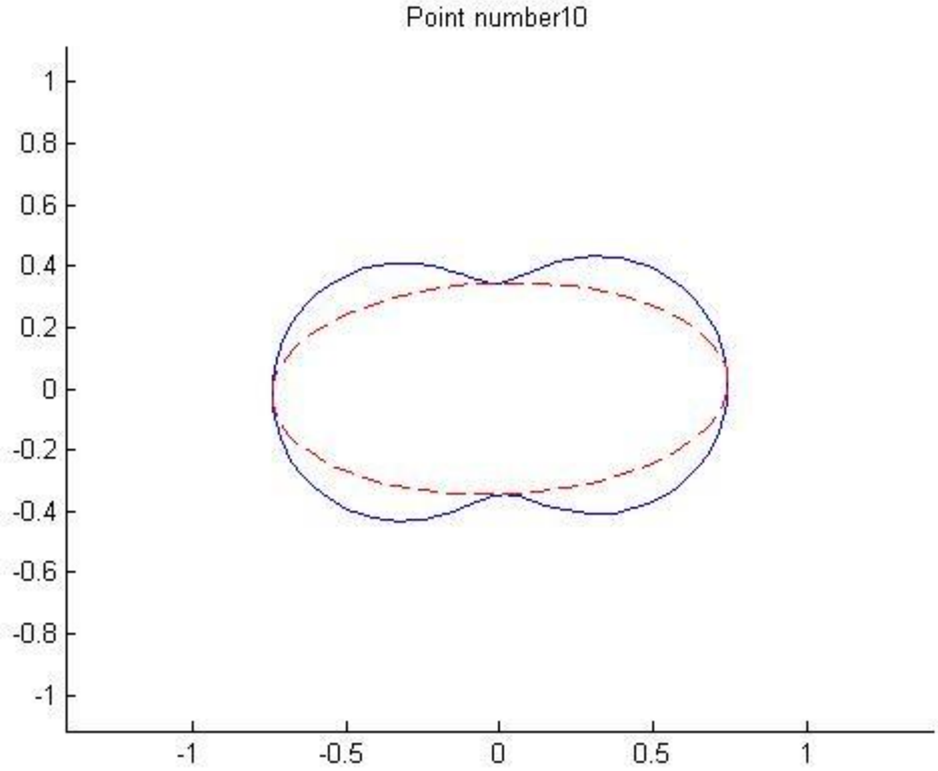


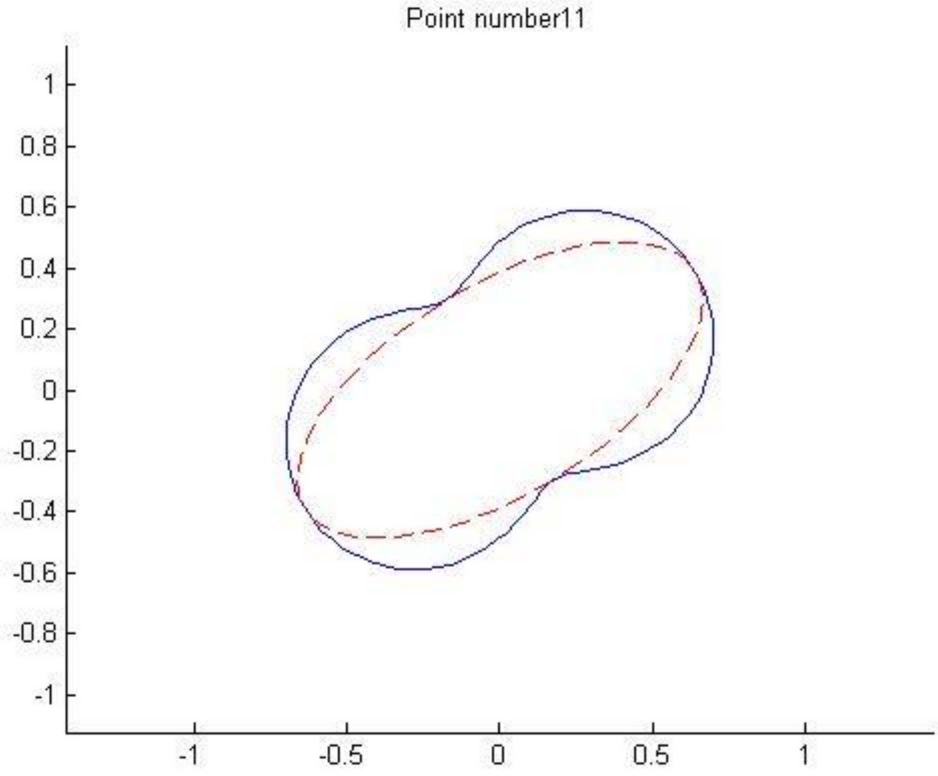

Point number6
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

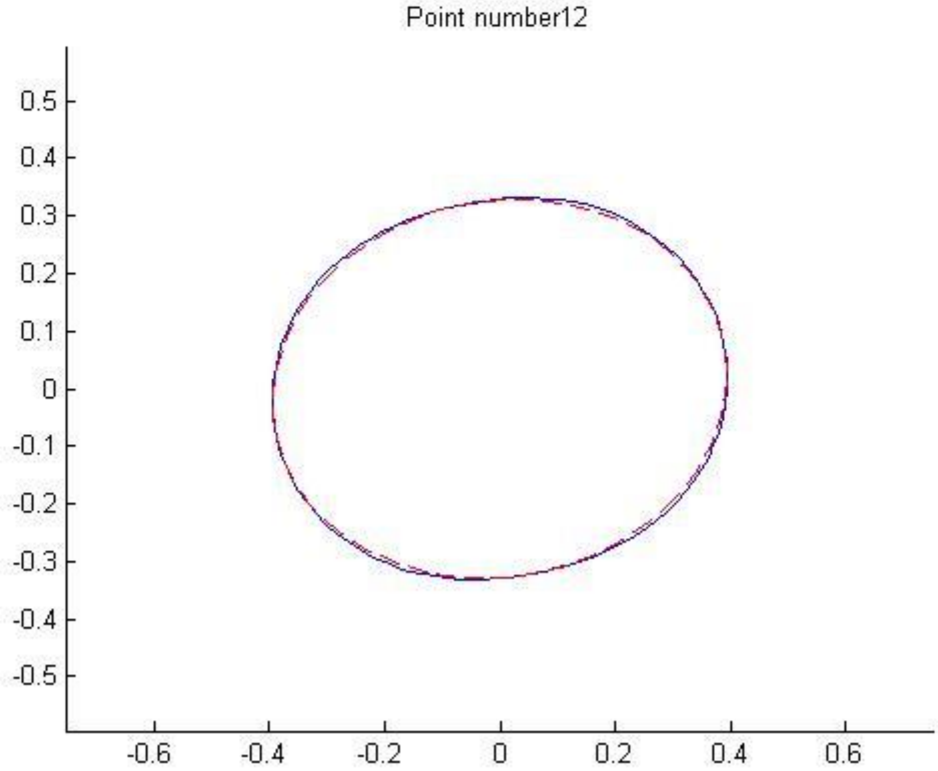

Point number7
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1


Point number8
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1

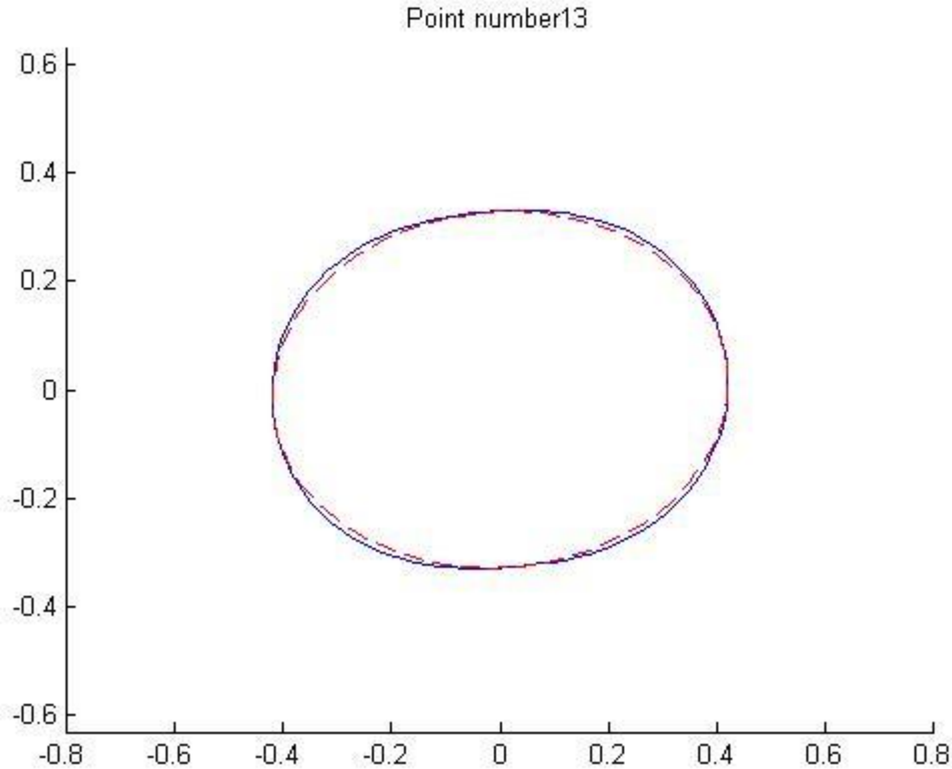

Point number9
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1


Point number10
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1


Point number11
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1
-0.5
0
0.5
1



Point number12
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6



Point number13
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8

نتیجه گیری :

1)بهترین اعداد آزادی برای یک شبکه مقادیری هستند که اولا به یکدیگر نزدیک باشند(تک رنگ) و ثانیا به عدد یک نزدیک باشند.

با اضافه کردن نقاط به شبکه(منتظم) اعداد آزادی اندازه گیری ها بهتر می شود.

2) اعداد آزادی با اندازه ی طول رابطه ی مستقیم دارند.

3)اعداد آزادی به پارامترهای دیتوم وابسته نیست.

4)با کم کردن مشاهدات درجه ی آزادی (تریس ماتریس R)کاهش می یابد که تعداد این کاهش به تعداد مشاهدات کم شده می باشد.

5)اعتماد پذیری در شبکه ی نامنتظم کاهش می یابد.

6) با اضافه کردن نقاط به شبکه ی منتظم نتایج زیر حاصل می شود :

1)اعداد آزادی مشاهدات افزایش می یابد.(مزیت)

2)کوچک ترین خطای قابل کشف کوچک تر می شود.(مزیت)

3)بزگ ترین تأثیر خطای کشف نشده افزایش می یابد.(معایب)

4)واریانس برآورد مجهولات افزایش می یابد یعنی دقت برآورد مجهولات کاهش می یابد.(معایب)

7)سیستم مختصاتی که به روش اینر کنسترینت تعریف می شود،بهترین سیستم مختصات قابل تعریف می باشد زیرا واریانس مجهولات برآوردشده نسبت به حالت مینیمم کنسترینت بسیار کوچک تر است.

ضمایم

برنامه ی محاسبه ی R (قسمت الف پروژه)

```
clear all;clc;
format short;
k=11;
fi=(0:k)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*200+200;
yC=sin(fi)*200+135;
xC=[xC 200];
yC=[yC 135];

n=k+2;
A(1:(n*(n-1)/2),1:2*n)=[0];
temp1=1;
for i=1:n
     for j=i+1:n
        l(temp1)=sqrt((xC(j)-xC(i))^2+(yC(j)-yC(i))^2);
        A(temp1,2*i-1)=-(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*i)=-(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j-1)=(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j)=(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        temp1=temp1+1;
    end
end
for i=1:n
    D(1,2*i-1)=1;
    D(1,2*i)=0;
    D(2,2*i-1)=0;
    D(2,2*i)=1;
    D(3,2*i-1)=yC(i);
    D(3,2*i)=-xC(i);
end
% in minimum constraint D is:
%      D(3,1:2*n)=[0];
%      D(1,1)=1;
%      D(2,2)=1;
%      D(3,23)=-(yC(13)-yC(12));
%      D(3,24)=xC(13)-xC(12);
%      D(3,25)=(yC(13)-yC(12));
%      D(3,26)=-(xC(13)-xC(12));

N=inv(A'*A+D'*D)-D'*inv(D*D'*D*D')*D;
%n is teh number of point in Network
R=eye(n*(n-1)/2,n*(n-1)/2)-(A*inv(A'*A+D'*D)*A');
for i=1:(n*(n-1)/2)
    delta(i)=3+(l(i)*2/1000);
    nabla(i)=delta(i)*2.8/sqrt(R(i,i));
end
for i=1:(n*(n-1)/2)
   lambda(i)=2.8^2/((1/R(i,i))-1);
end
temp=1;
for i=1:n
     for j=i+1:n
        if(R(temp,temp)>0.8)
           line([xC(i) xC(j)],[yC(i) yC(j)],'Marker','.','LineStyle','-
','Color',[0.5,0,0.5],'LineWidth',1.5);
           grid on;
        end
```

```
            if(R(temp,temp)<=0.8&&R(temp,temp)>0.7)
               line([xC(i) xC(j)],[yC(i) yC(j)],'Marker','.','LineStyle','-
','Color','g','LineWidth',1.5);
               grid on;
            end
            if(R(temp,temp)<=0.7&&R(temp,temp)>0.6)
               line([xC(i) xC(j)],[yC(i) yC(j)],'Marker','.','LineStyle','-
','Color','b','LineWidth',1.5);
               grid on;
            end
            if(R(temp,temp)<=0.6&&R(temp,temp)>0.4)
               line([xC(i) xC(j)],[yC(i) yC(j)],'Marker','.','LineStyle','-
','Color','y','LineWidth',1.5);
               grid on;
            end
            if(R(temp,temp)<=0.4)
               line([xC(i) xC(j)],[yC(i) yC(j)],'Marker','.','LineStyle','-
','Color','r','LineWidth',1.5);
               grid on;
            end
               temp=temp+1;
        end

end
xlabel('X ')
ylabel('Y ')
title('purple: ri>0.8 , Green: 0.7<ri<0.8, Blue: 0.6<ri<0.7, Yellow:
0.4<ri<0.6, Red: ri<0.4')
for i=1:n
    text(xC(i),yC(i),num2str(i),'BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
    end
    axis equal
```

برنامه ای برای سرشکنی و رسم بیضی خطا به روش اینر کنسترینت:

```
clear all;clc;
format short;
k=11;
fi=(0:k)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*200+200;
yC=sin(fi)*200+135;
xC=[xC 200];
yC=[yC 135];
j=1;
for i=1:length(xC)
    x(j)=xC(i);
    x(j+1)=yC(i);
    j=j+2;
end
n=k+2;
A(1:(n*(n-1)/2),1:2*n)=[0];
temp1=1;
for i=1:n
     for j=i+1:n
        l(temp1)=sqrt((xC(j)-xC(i))^2+(yC(j)-yC(i))^2);
        A(temp1,2*i-1)=-(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*i)=-(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j-1)=(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j)=(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        temp1=temp1+1;
    end
end
for i=1:n
    D(1,2*i-1)=1;
    D(1,2*i)=0;
    D(2,2*i-1)=0;
    D(2,2*i)=1;
    D(3,2*i-1)=yC(i);
    D(3,2*i)=-xC(i);
end

    N=inv(A'*A+D'*D)-D'*inv(D*D'*D*D')*D;
    w=randn(78,1);
    L=w+l'
    u=A'*w;
    deltax_hat=N*u
    x_hat=x'+deltax_hat
%     ---------------------------------------------------------------------
-

    for i=1:2:(n)*2-1
        Absulot_Ellipsoid = @(x,y)  (N(i+1,i+1)*(x-x_hat(i)).^2 -
2*N(i,i+1)*(x-x_hat(i))*(y-x_hat(i+1))+ N(i,i)*(y-x_hat(i+1)).^2 -
2.45^2*2000*(N(i,i)*N(i+1,i+1)-N(i,i+1)^2));
        h=ezplot(Absulot_Ellipsoid,[-100,500,-150,450],5)
                set(h,'Color','m','LineWidth',2)
        hold on;
    end


for i=1:2:(n)*2-1
     for j=i+2:2:(n)*2-1
```

```
     line([x_hat(i) x_hat(j)],[x_hat(i+1)
x_hat(j+1)],'Marker','.','LineStyle','-','Color','g','LineWidth',.1);
     end
end

for i=1:n
    text(xC(i),yC(i),num2str(i),'BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
end

% ----------------------------------------------------------------------
for i=1:2:(n)*2-1
     for j=i+2:2:(n)*2-1
         s1=N(i,i)+N(j,j)-2*N(i,j);
         s2=N(i+1,i+1)+N(j+1,j+1)-2* N(i+1,j+1);
         s3=N(i,i+1)+N(j,j+1)-N(i,j+1)-N(i+1,j);
         x0=(x_hat(i)+x_hat(j))/2;
         y0=(x_hat(i+1)+x_hat(j+1))/2;
         Relative_Ellipsoid = @(x,y) (s2*(x-x0).^2 -2*s3*(x-x0)*(y-y0)+
s1*(y-y0).^2 - 2.45^2*100*s1*s2-s3^2);
        ezplot(Relative_Ellipsoid,[-100,500,-150,450],5)
        hold on;
     end
end

axis equal
```

برنامه ای برای سرشکنی و رسم بیضی خطا به روش مینیمم کنسترینت:

```
clear all;clc;
format short;
k=11;
fi=(0:k)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*200+200;
yC=sin(fi)*200+135;
xC=[xC 200];
yC=[yC 135];
j=1;
for i=1:length(xC)
    x(j)=xC(i);
    x(j+1)=yC(i);
    j=j+2;
end
n=k+2;
A(1:(n*(n-1)/2),1:2*n)=[0];
temp1=1;
for i=1:n
     for j=i+1:n
        l(temp1)=sqrt((xC(j)-xC(i))^2+(yC(j)-yC(i))^2);
        A(temp1,2*i-1)=-(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*i)=-(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j-1)=(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j)=(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        temp1=temp1+1;
    end
end
for i=1:n
    H(1,2*i-1)=1;
    H(1,2*i)=0;
    H(2,2*i-1)=0;
    H(2,2*i)=1;
    H(3,2*i-1)=yC(i);
    H(3,2*i)=-xC(i);
end
    D(3,1:2*n)=[0];
    D(1,1)=1;
    D(2,2)=1;
    D(3,23)=-(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
    D(3,24)=(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
    D(3,25)=(yC(13)-yC(12))/l(temp1-1)^2;
    D(3,26)=-(xC(13)-xC(12))/l(temp1-1)^2;
    N1=inv((A'*A)+D'*D)-H'*inv(H*D'*D*H')*H;

    A(:,1:2)=[];
D(:,1:2)=[];
H(:,1:2)=[];
x(1:2)=[];
    N=inv((A'*A)+D'*D);

    w=randn(78,1);
    L=w+l';
    u=A'*w;
    deltax_hat=N*u
    x_hat=x'+deltax_hat
        N=N1;
        x_hat=[xC(1);yC(1);x_hat];
```

```
        for i=3:2:(n)*2-1
         fh = @(x,y) (N(i+1,i+1)*(x-x_hat(i)).^2 -2*N(i,i+1)*(x-
x_hat(i))*(y-x_hat(i+1))+ N(i,i)*(y-x_hat(i+1)).^2 -
2.45^2*1000*(N(i,i)*N(i+1,i+1)-N(i,i+1)^2));
         h=ezplot(fh,[-100,500,-150,450],1)
         set(h,'Color','m','LineWidth',2)
         hold on;
    end

plot(xC(1),yC(1),'^','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',30)
for i=1:2:(n)*2-1
     for j=i+2:2:(n)*2-1
     if(i~=23&&j~=25)
     line([x_hat(i) x_hat(j)],[x_hat(i+1)
x_hat(j+1)],'Marker','.','LineStyle','-','Color','g','LineWidth',.1);
     end
     if(i==23&&j==25)
     line([x_hat(i) x_hat(j)],[x_hat(i+1)
x_hat(j+1)],'Marker','.','LineStyle','-','Color','g','LineWidth',4);
     end
     end
end

for i=1:n
    text(xC(i),yC(i),num2str(i),'BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
end

for i=3:2:(n)*2-1
     for j=i+2:2:(n)*2-1
         if(i==23&&j==25)
             break;
         end
         s1=N(i,i)+N(j,j)-2*N(i,j);
         s2=N(i+1,i+1)+N(j+1,j+1)-2* N(i+1,j+1);
         s3=N(i,i+1)+N(j,j+1)-N(i,j+1)-N(i+1,j);
         x0=(x_hat(i)+x_hat(j))/2;
         y0=(x_hat(i+1)+x_hat(j+1))/2;
         fh = @(x,y) (s2*(x-x0).^2 -2*s3*(x-x0)*(y-y0)+ s1*(y-y0).^2 -
2.45^2*50*s1*s2-s3^2);
        ezplot(fh,[-100,500,-150,450],1)
        hold on;
     end
end
axis equal
```

برنامه ای برا رسم بیضی خطا ومنحنی پدال:

```
clear all;clc;
format short;
k=11;
fi=(0:k)/(k+1)*2*pi;
xC=cos(fi)*200+200;
yC=sin(fi)*200+135;
xC=[xC 200];
yC=[yC 135];
f = 1+ceil(50.*rand(2*(k+1),1))
temp=1;
for i=1:k+1
    xC(i)=xC(i)+f(temp);
    yC(i)=yC(i)+f(temp+1);
    temp=temp+2;
end
j=1;
for i=1:length(xC)
    x(j)=xC(i);
    x(j+1)=yC(i);
    j=j+2;
end
n=k+2;
A(1:(n*(n-1)/2),1:2*n)=[0];
temp1=1;
for i=1:n
     for j=i+1:n
        l(temp1)=sqrt((xC(j)-xC(i))^2+(yC(j)-yC(i))^2);
        A(temp1,2*i-1)=-(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*i)=-(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j-1)=(xC(j)-xC(i))/l(temp1);
        A(temp1,2*j)=(yC(j)-yC(i))/l(temp1);
        temp1=temp1+1;
    end
end
for i=1:n
    D(1,2*i-1)=1;
    D(1,2*i)=0;
    D(2,2*i-1)=0;
    D(2,2*i)=1;
    D(3,2*i-1)=yC(i);
    D(3,2*i)=-xC(i);
end

    N=inv(A'*A+D'*D)-D'*inv(D*D'*D*D')*D;
    w=randn(78,1);
    L=w+l'
    u=A'*w;
    deltax_hat=N*u
    x_hat=x'+deltax_hat

        temp=1;
        for i=3:2:(n)*2-1
    A=[N(i,i) N(i,i+1);N(i+1,i) N(i+1,i+1)];

[m,n] = size(A);
if m ~= 2 | n ~= 2
   error('Wrong dimension of matrix');
```

```
end
[v,d] = eig(A);
if d(1,1) <= 0 | d(2,2) <= 0
   error('The input matrix is no covariance matrix');
end;

% Calculations for confidence ellipse
[lambda,k] = sort(diag(d));
v = v(:,k);
if any(any(v)) == 1
   alpha = atan2(v(2,2),v(1,2))+pi/2;
else
   alpha = 0;
end
rot = [cos(alpha) sin(alpha);-sin(alpha) cos(alpha)];
t = linspace(0,2*pi,100);
a = sqrt(lambda(2))
b = sqrt(lambda(1));
pl = [a*cos(t);b*sin(t)];
for t = 1:100
   current = rot*pl(:,t); curve(1:2,t) = current;
end

% Calculations for support function
phi = linspace(0,2*pi,100);
support = sqrt(A(1,1)*(cos(phi)).^2 + A(2,1)*sin(2*phi)...
   + A(2,2)*(sin(phi)).^2);

% The 1-axis is oriented upwards and the 2-axis towards the right.
% interchanged the 1 and 2 columns of curve
h = figure(temp);
hold on
axis([-1.5*a 1.5*a -1.5*a 1.5*a])
axis equal

polar(phi,support,'b-')
axis(axis)
plot(curve(2,1:100),curve(1,1:100),'r--')


title(['Point number',num2str(temp+1)])
temp=temp+1;
        end
```