1) $3\left(\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2x\right) = 2\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$3\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 6x = 2\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$-6x = -\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \qquad x = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

2)

a) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$

3) $[1, 2, 3] \xrightarrow{T} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \xrightarrow{T} \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x & z \\ y & w \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{T} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

7) $\begin{bmatrix} V_x & V_y & V_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & u_z & -u_y \\ -u_z & 0 & u_x \\ u_y & -u_x & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_y V_z - u_z V_y & u_z V_x - u_x V_z & u_x V_y - u_y V_x \end{bmatrix}$

$= u \times V$

10) $\begin{bmatrix} 21 & -4 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} \rightsquigarrow (21 \times 7) - (-4 \times 10) = 147 + 40 = 187$

$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \times 7 = 42$

۱۱

$$\begin{bmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱۰ & ۷ \end{bmatrix} = \frac{1}{۱۸۷}\begin{bmatrix} ۷ & ۴ \\ -۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix} =$$

سوال قبل

$$B = \begin{bmatrix} ۲ & 0 & 0 \\ 0 & ۳ & 0 \\ 0 & 0 & ۷ \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \frac{B^*}{\det B}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} ۳ & 0 \\ 0 & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & ۳ \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & 0 \\ 0 & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ ۳ & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & 0 \\ 0 & ۳ \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲۱ & 0 & 0 \\ 0 & ۱۴ & 0 \\ 0 & 0 & ۶ \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{۴۲}\begin{bmatrix} ۲۱ & 0 & 0 \\ 0 & ۱۴ & 0 \\ 0 & 0 & ۶ \end{bmatrix}$$

---

۱ $T(x,y,z) = (x+y, x-۳, z) \qquad T(ku) = kT(u)$

مثال نقض : $T(1,۲,۳) = (۳,-۲,۳) \xrightarrow[k=۲]{} T(ku) = (۲,۴,۶) = (۶,-1,۶)$

$kT(u) = ۲(۳,-۲,۳) \neq (۶,-۴,۶)$

۵

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ۷ \end{bmatrix} \qquad R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

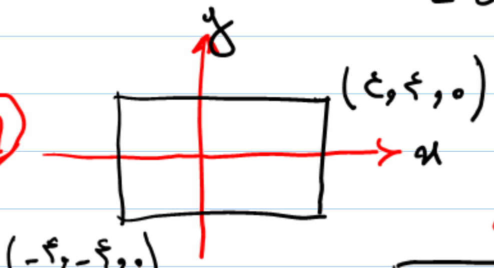
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & \sin 30 & 0 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos 40 & 0 & -\sin 40 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 40 & 0 & \cos 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos 30 & \sin 30 & 0 & 0 \\ -\sin 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

7) $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix}$

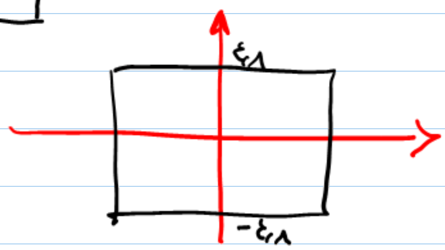
$S_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$S_1 \times T_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix}$$

9)



$\text{Scale} = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



$[-4, -4, 0] \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & -0.72 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [-2, -4.8, 0]$

10) $T = [x, y, z, 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \end{bmatrix}, T_1 = [x, y, z, 1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \end{bmatrix}$

T_1 نقاط را منتقل می‌کند چون پارامتر آخر آن ۱ است

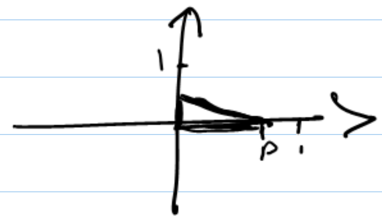
T_2 برای بردار که استفاده می‌کرد چون پارامتر آخر آن صفر است

انتقال مختصات یک بردار منطقی نیست چون بردار در واقع دارای مختصات مشخص نیست

وقتی طول آن را جابجا کرد فقط اندازه و جهت دارد

19) $P_1(0, 0, 0), P_2(0, 0, 0), P_3(0, 0, 0)$

a) $\frac{1}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2 + \frac{1}{3}P_3 \Rightarrow P_1(0, 0, 0), P_2(0, \frac{1}{3}, 0), P_3(\frac{1}{3}, 0, 0)$



b) $0.7P_1 + 0.2P_2 + 0.1P_3 \Rightarrow P_1(0,0,0,0),\ P_2(0,0,2,0),\ P_3(0,2,0,0)$

27

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x(40) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 40 & \sin 40 & 0 \\ 0 & -\sin 40 & -\cos 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(40) = \begin{bmatrix} \cos 40 & 0 & \sin 40 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 40 & 0 & \cos 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$S \times R_{xyz}(40) \times T = result$

$P \times result$

$g \times result$

$$R_z(40) = \begin{bmatrix} \cos 40 & \sin 40 & 0 & 0 \\ -\sin 40 & \cos 40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$