فصل هفتم

طراحی کنترل‌کننده‌های خطی

دکتر سعید عبادالهی
دانشگاه علم و صنعت ایران

عناوین:

1. انواع کنترل کننده ها
2. شکل های مختلف کنترلی
3. طراحی حوزه زمان کنترل کننده با مکان هندسی
4. طراحی حوزه زمان کنترل کننده های PID

انواع کنترل کننده ها:

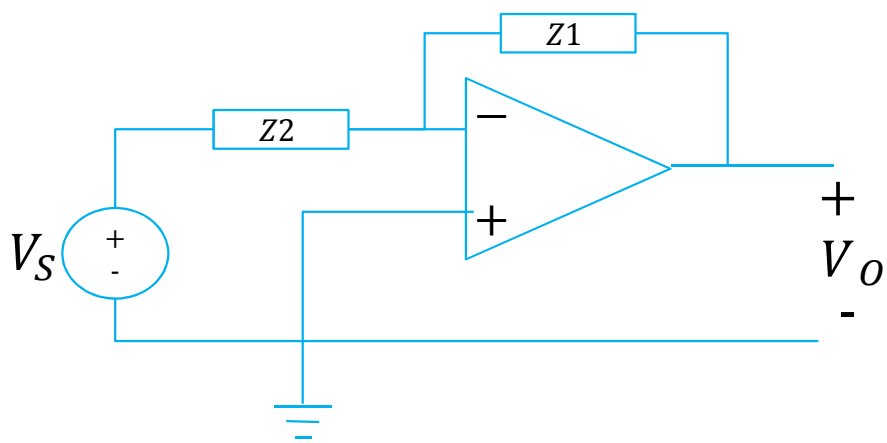
۱) کنترل کننده های خانواده PID

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K_p \longleftarrow P$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s}) \longleftarrow PI$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K_p(1 + T_d s) \longleftarrow PD$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \longleftarrow PID$$



روش ساخت:

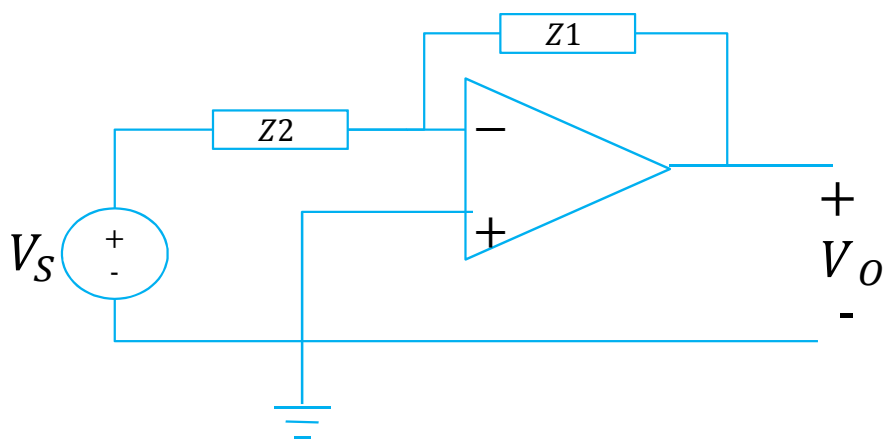
به وسیله Z(S)ها می توان کنترل کننده های فوق را ساخت.

۲) کنترل کننده های خانواده پیش‌فاز – پس‌فاز

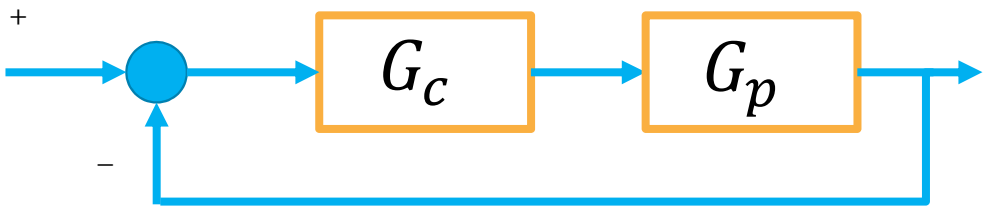
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \qquad \alpha < 1 \longleftarrow$$ پیش‌فاز

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K\frac{1+Ts}{1+\beta Ts} \qquad \beta > 1 \longleftarrow$$ پس‌فاز

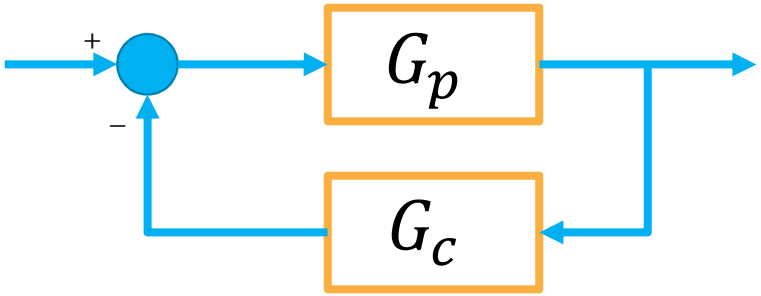
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}\,\frac{1+Ts}{1+\beta Ts} \longleftarrow$$ پس‌فاز – پیش‌فاز



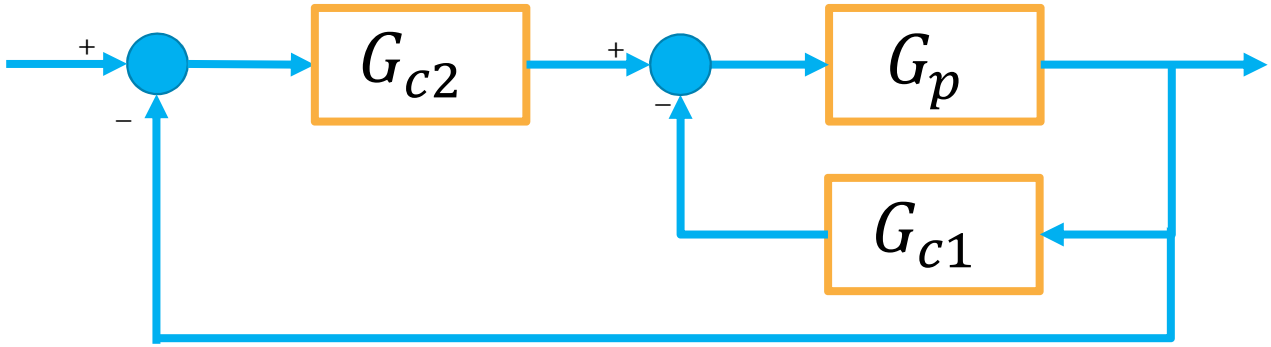
انواع ساختارهای کنترلی :



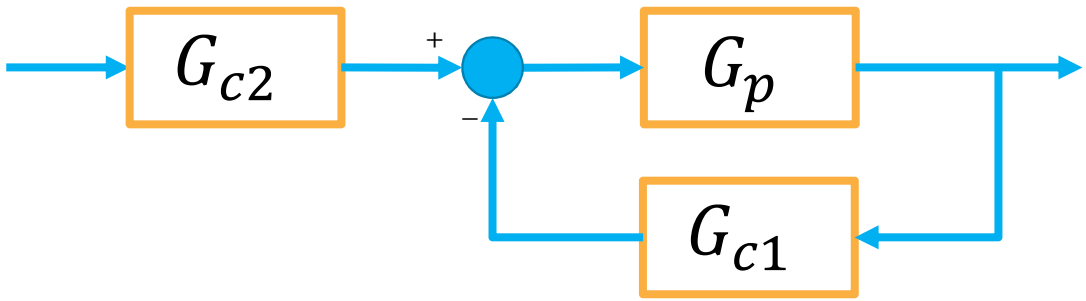
ساختار کنترلی سری



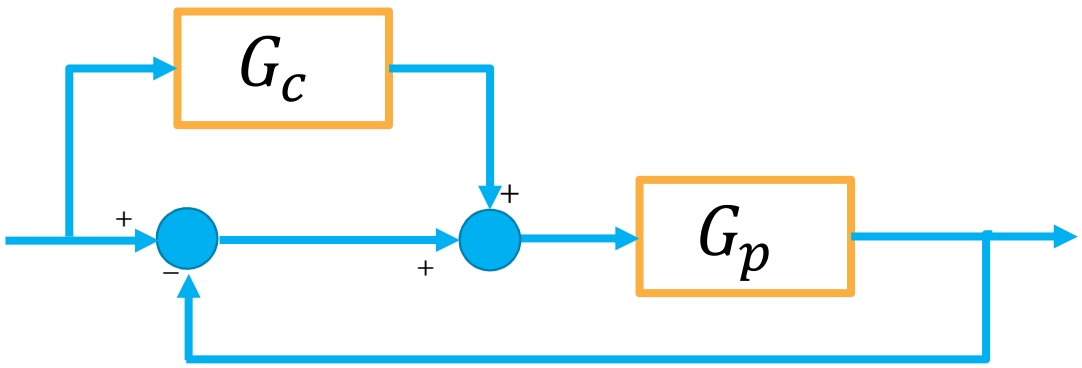
جبران سازی موازی



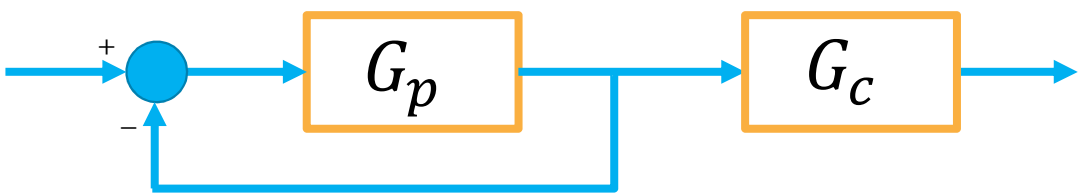
کنترل فیدبک با جبران ساز سری-موازی



کنترل فیدبک با جبران ساز سری
در مسیر ورودی



کنترل فیدبک با جبران ساز
موازی در مسیر ورودی



کنترل فیدبک با جبران ساز
در مسیر خروجی

طراحی حوزه فرکانس کنترل کننده های پسفاز-پیشفاز

۱- طراحی کنترل کننده پیش فاز:

مشخصات

مراحل طراحی در حوزه فرکانس:

۱- تعیین بهره K_c با توجه به خطای حالت ماندگار مطلوب سیستم
۲- رسم نمودار بود $K_c G(s)$ و تعیین حاشیه فاز
۳- محاسبه زاویه پیش فاز لازمی که باید به سیستم اضافه گردد.($\emptyset$)
۴- محاسبه α از روی $\sin\emptyset = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ وتعیین فرکانسی که سیستم جبران نشده $K_c G(j\omega)$ اندازه $-20\log\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ را داشته باشد.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$$

۵- حاشیه فاز سیستم جدید G_cG را محاسبه می‌کنیم که در صورت اختلاف با مقدار مطلوب به مرحله ۳ می‌رویم.

مثال: طراحی کنترل کننده پیش فاز برای سیستم $G(s)=\frac{1}{s(s+2)}$ با فیدبک واحد منفی با حداکثر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب ۵ درصد و حداقل حاشیه فاز ۴۵ درجه

۲- طراحی کنترل کننده پس فاز:

مشخصات

مراحل طراحی در حوزه فرکانس:

1) تعیین بهره $\boldsymbol{K_c}$ با توجه به خطای حالت ماندگار مطلوب سیستم

2) رسم نمودار بود $K_c G(s)$ محاسبه حاشیه فاز وبهره

پیدا کردن فرکانسی که در آن زاویه برابر

$$-180° + pm + \{5°\text{تا}12°\}$$

3) $20\log\alpha = 20\log|K_c G(j\omega_1)|$ ⟵ α

4) انتخاب $\omega = \frac{1}{T}$

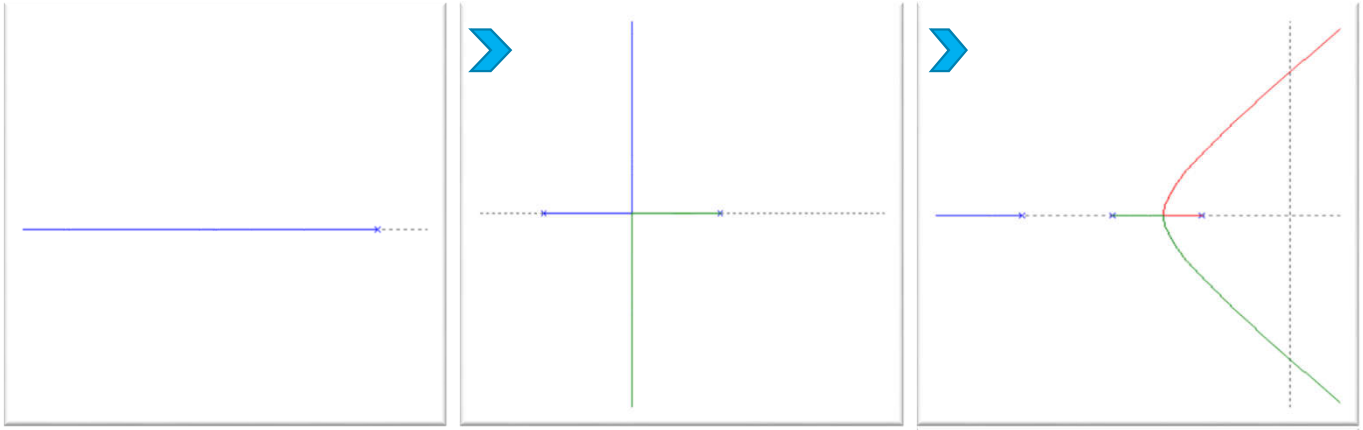
مثال: سیستم حلقه باز با فیدبک واحد منفی $G(s)=\frac{1}{s(s+2)}$

با معیارهای طراحی $e_{ss}\leq 5\%$ و $pm \geq 45°$ به ورودی شیب

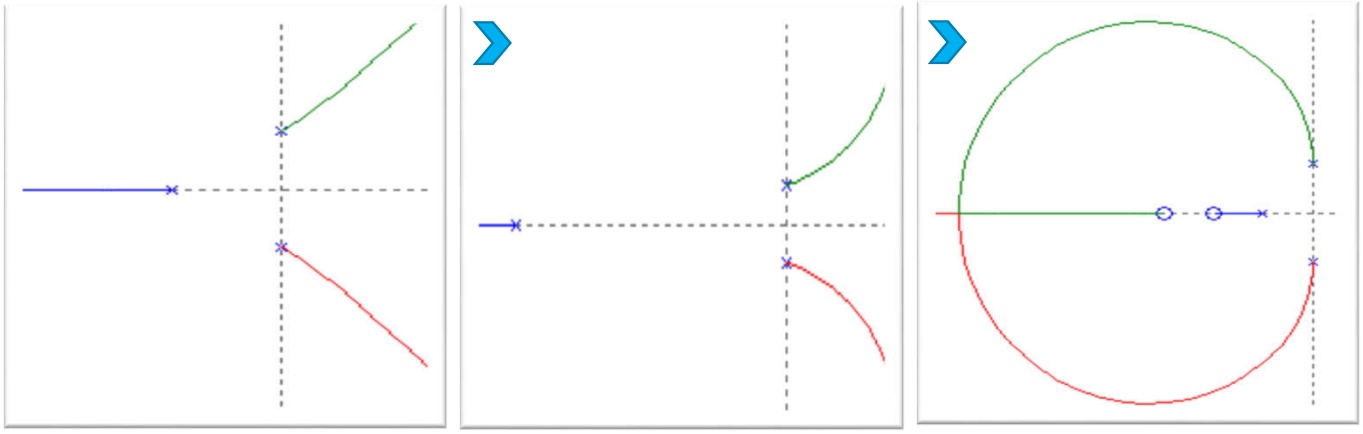
نکات مهم:

۱- افزودن یک قطب به تابع تبدیل حلقه باز باعث می‌شود نمودار مکان هندسی به سمت راست کشیده شود و پایداری نسبی سیستم حلقه بسته کاهش یابد.

۲- افزودن صفر حلقه باز بر خلاف حالت قبلی نمودار مکان هندسی را به سمت چپ می‌کشد و پایداری سیستم حلقه بسته را بیشتر می‌کند.



اثر افزودن قطب



اثر افزودن صفر

طراحی حوزه زمان کنترل کننده های پسفاز-پیشفاز

۱- طراحی کنترل کننده پیشفاز:

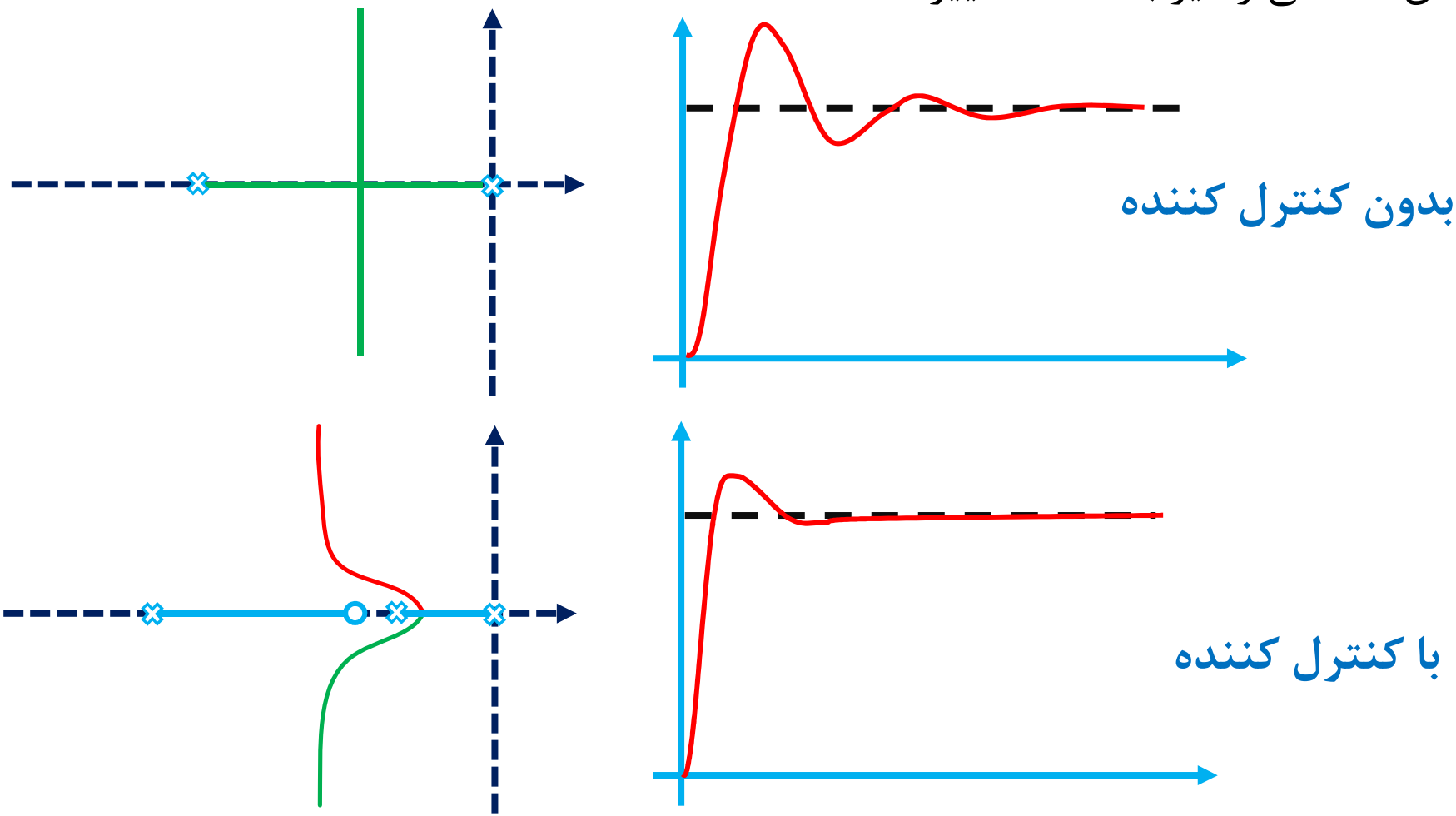
- این کنترل کننده برای بهبود شرایط گذرا مناسب است و تاثیر کمی بر روی حالت ماندگار دارد.
- کنترل کننده پیش‌فاز بر خلاف کنترل کننده پس‌فاز سیستم را از پایه به هم می‌ریزد و مکان هندسی سیستم اولیه را به شدت تغییر می‌دهد.
- برای مثال سیستم کنترلی زیر را با تابع تبدیل داده شده در نظربگیرید.

$$R(t)=u(t)$$

$$G(s) = \frac{10}{S(s+2)}$$

$$G_c(s) = 1.58\frac{1+.31s}{1+.089s}$$

پاسخ پله و نمودار مکان سیستم جبران شده و سیستم اولیه در شکل‌های زیر رسم شده است. از روی نمودارها مشخص است که کنترل کننده پیش‌فاز شرایط گذرا را مطلوب کرده و نمودار مکان هندسی را نیز به شدت تغییر داده است.



توجه: در طراحی کنترل کننده پیش فاز پارامترها را طوری انتخاب می‌کنیم که سیستم حلقه‌بسته دارای قطب‌های غالب مطلوب شود.

مراحل طراحی در حوزه زمان به ترتیب زیر است:

۱) با استفاده از معیار های عملکردی در طراحی حوزه زمان موقعیت قطب های غالب حلقه بسته مشخص می‌شود.

۲) رسم نمودار مکان ریشه حلقه باز (بدست آوردن نقص زاویه نسبت به صفر و قطب های حلقه باز $s_{1,2}$ $G(s)$ از ± 180)

۳) تعیین T و α از روی نقص زاویه ، K_c از شرط اندازه تعیین می‌شود.

۴) محاسبه خطای حالت ماندگار ، که در صورت مطلوب نبودن به مرحله ۳ می‌رویم.

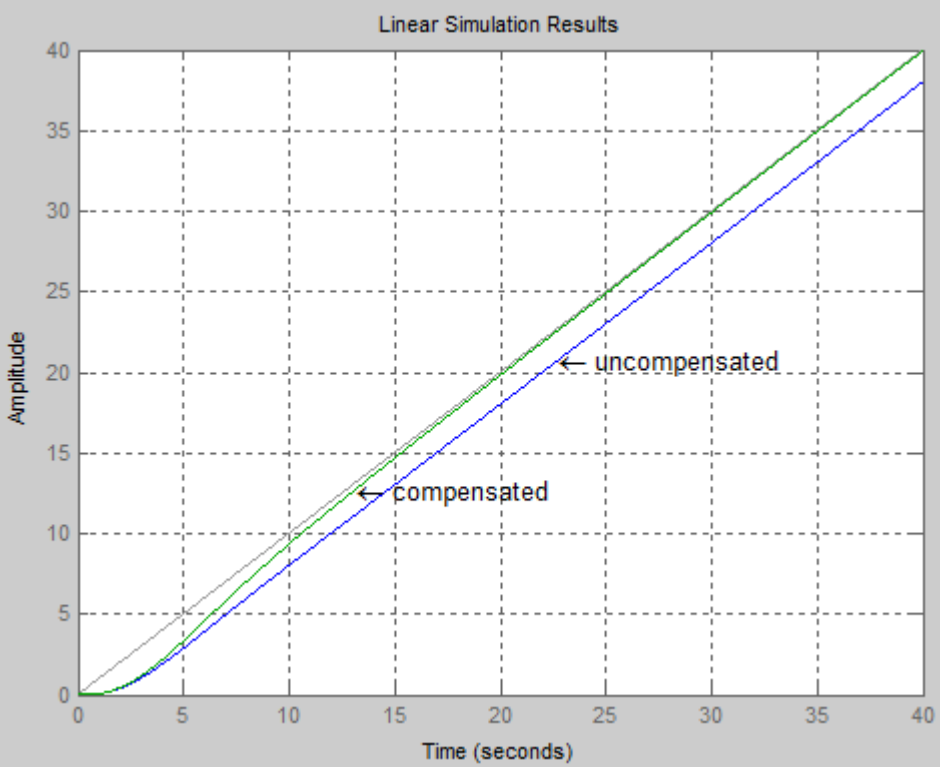
نکته: بهتر است شکل کنترل کننده را بصورت زیر بگیرید

$$G_c(s) = K_c \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} \qquad 0 < \alpha < 1$$

مثال: سیستمی با تابع تبدیل مقابل در نظر بگیرید می خواهیم کنترل کننده پیش فازی طراحی کنیم که نسبت میرایی ۰/۴۵ و حداکثر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب ۵درصد و $t_s \leq 1s$

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

۲- طراحی کنترل کننده پس‌فاز:



$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

$$Gc(s) = 1.03\,\frac{s+.12}{s+.005}$$

- از این کنترل کننده بیشتر برای بهبود حالت ماندگار استفاده می‌شود و تاثیر کمی روی حالت گذرا دارد.
- این کنترل کننده برخلاف کنترل‌کننده پیش‌فاز مکان هندسی را خیلی تغییر نمی دهد فقط یک دایره کوچک نزدیک مبدا به مکان هندسی اضافه می‌کند.
- نمودار مقابل تاثیر کنترل کننده پس‌فاز را روی پاسخ شیب نشان می‌دهد.

واضح است کنترل کننده پس‌فاز برای ردیابی مناسب است.

مراحل طراحی این کنترل کننده در حوزه زمان به ترتیب زیر است:

۱) تعیین موقعیت قطب های غالب حلقه بسته سیستم با توجه به مشخصه های پاسخ گذرا

۲) رسم نمودار مکان ریشه حلقه باز

۳) $\alpha > 1$ $$\boldsymbol{G_c(s) = K_c \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}}$$

توجه کنید که صفر وقطب کنترل کننده باید به گونه ای انتخاب شود که نقص زاویه ایجاد شده کمتر از ۵ درجه باشد و فاصله این دو از قطب غالب حلقه بسته
تقریبا مساوی شود. در نتیجه این دو قطب و صفر بایستی در نزدیکی مبدا انتخاب گردند. پس نمودار مکان ریشه حلقه باز بدون کنترل کننده و با کنترل کننده تقریبا یکسان می گردد.

۴) انتخاب K_c مناسب جهت خطای حالت ماندگار

۵) محاسبه بهره مکان هندسی G_cG در قطب غالب

نکته : بهتر است در این حالت هم تابع کنترل‌کننده را بصورت مقابل بگیریم.

$$\boldsymbol{G_c(s) = K_c \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}} \qquad \alpha > 1$$

مثال: طراحی کنترل کننده پس فاز برای سیستم حلقه باز $G(s)=\frac{1}{s(s+2)}$

با معیار های طراحی $e_{ss} \leq 5\%$, $\xi = 0.45$

۳- طراحی کنترل کننده پس‌فاز-پیش‌فاز

اگر هدف بهبود حالت ماندگار و حالت گذرا با هم باشد باید از کنترل کننده پس‌فاز-پیش‌فاز استفاده کنیم. این کنترل کننده هم سرعت سیستم را زیاد می‌کند و هم خطای ماندگار را کاهش می‌دهد.

$$Gc(s) = K\left(\frac{S+Z1}{S+P1}\right)\left(\frac{S+Z2}{S+P2}\right)$$

مراحل طراحی این کنترل کننده ترکیب طراحی کنترل کننده های پیش‌فاز و پس‌فاز است به این صورت که ابتدا بخش پیش‌فاز راطراحی می‌کنیم سپس بخش پس‌فاز را.

یادآوری:

بخش پس فاز کنترل کننده پس-پیش‌فاز خطای ماندگار را کم میکند و سرعت سیستم را قدری کم می‌کند و بخش پیش‌فاز شرایط حالت گذرا را مطلوب می‌کند و سرعت سیستم را نیز افزایش می‌دهد.

مثال: سیستم زیر را در نظر بگیرید می خواهیم کنترل کننده پس‌فاز-پیش‌فازی طراحی کنیم که نسبت میرایی برابر ۰/۵ و فرکانس طبیعی نامیرا برابر ۵ و ثابت خطای سرعت ۸۰ شود.

$$G_p(s) = \frac{4}{s(s+0.5)}$$

$\zeta = 0.5 \quad \omega_n = 5$ → $s_{1,2} = -2.5 \pm 4.33j$

$\angle Gp(S)|s. = -235$ → $\emptyset = 55$

محل صفر بخش پیش‌فاز را روی قطب سیستم می‌گیریم تا مرتبه سیستم بالا نرود سپس محل قطب را طوری تعیین می‌کنیم که کنترل کننده پیش‌فاز 55 درجه به سیستم حلقه بسته اضافه کند.

Z_1=-0.5 → محاسبه → P_1=-5.02

تا اینجا تابع تبدیل سیستم همراه بخش پیش‌فاز بصورت مقابل است.

$$G_{pl}(s) = \frac{4}{s(s+5.02)}$$

حال به طراحی بخش پس‌فاز می‌پردازیم

$$G_{pl}(s) = \frac{4}{s(s+0.502)}$$

$$Kv1 \cong 0.8$$
$$Kv2 = 80$$

$$\frac{Z2}{P2} = 100$$

با توجه به نسبت بدست آمده صفر و قطب کنترل کننده پس‌فاز را بصورت زیر انتخاب می‌کنیم.

Z2=-0.2 P2=-0.002

در ادامه داریم :

$$4K = \frac{s(s+5.02)(S+.002)}{(s+.2)}|s.$$

K=6.26

درنهایت شکل کامل کنترل کننده بصورت مقابل است.

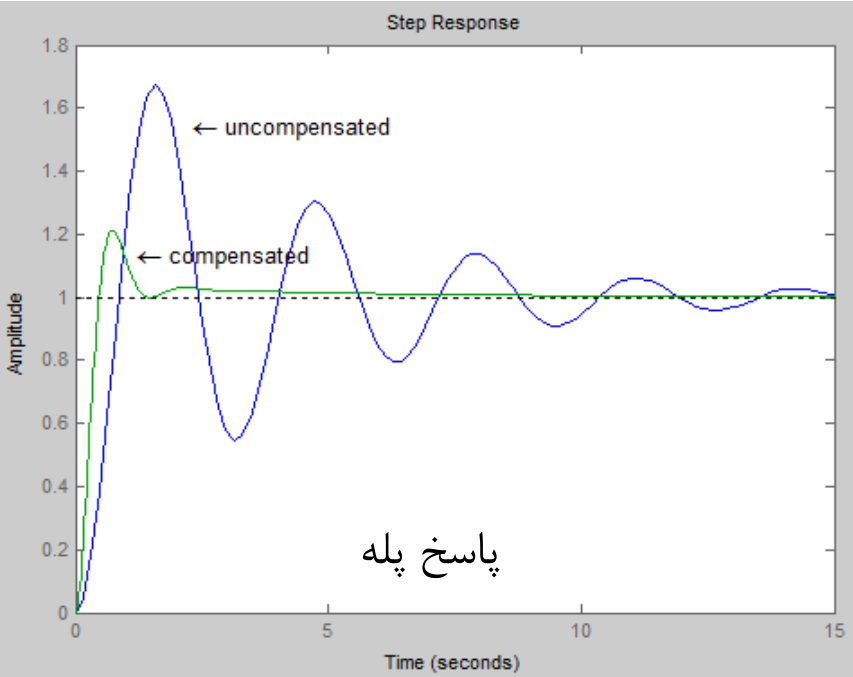
$$G_C(s) = 6.26\frac{s+0.5}{s+5.02}\frac{s+0.2}{s+0.002}$$

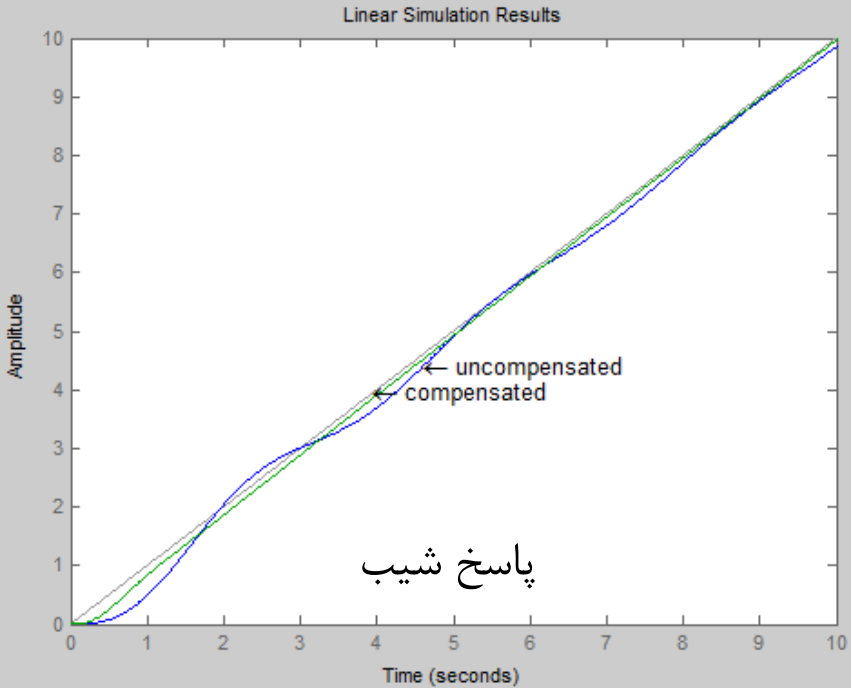
آزمایش کنترل کننده

نتایج:

۱- کنترل کننده پس-پیش‌فاز سرعت سیستم را افزایش می‌دهد (پهنای باند سیستم را زیاد می‌کند)

۲- کنترل کننده پس-پیش‌فاز خطای حالت ماندگار را کاهش می‌دهد.





طراحی کنترل کننده‌های PID در حوزه زمان

همان‌طور که قبلا ذکر شد خانواده کنترل کننده های PID بصورت زیر است:

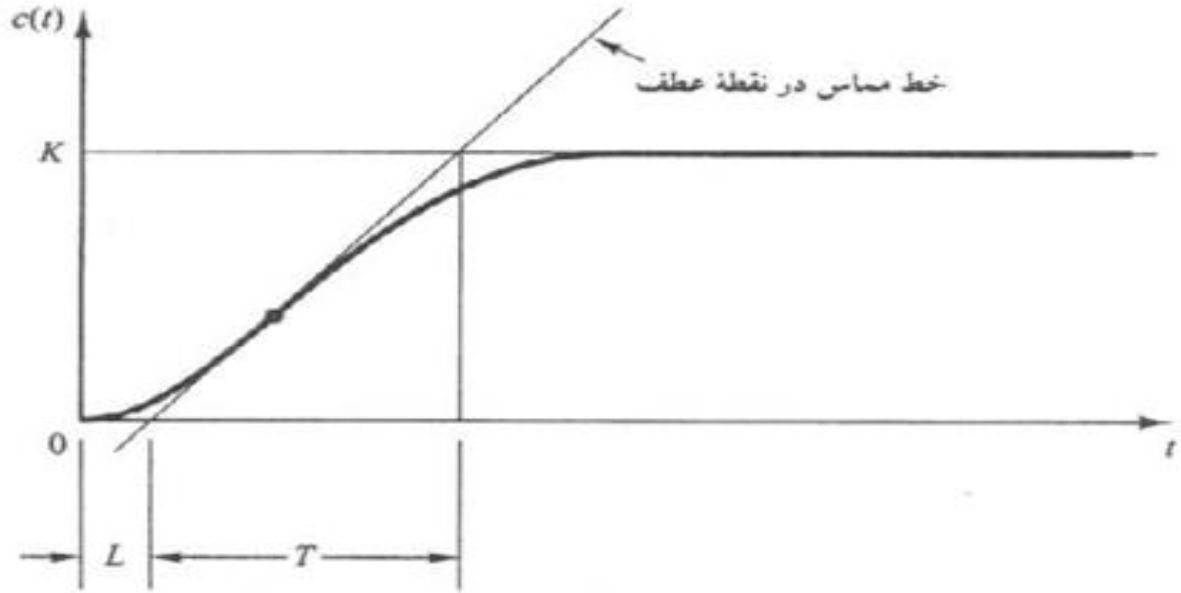
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

به دلیل اینکه این نوع از کنترل کننده ها در محل تنظیم می‌شوند بیش از نیمی از کنترل کننده های صنعتی از این نوع هستند و قواعد متعددی برای تنظیم آنها نوشته شده است که بهترین آنها توسط زیگلر-نیکولز ارائه شده است.

در ادامه به قواعد زیگلر–نیکولز می‌پردازیم.

قواعد زیگلر-نیکولز تنظیم کنترل کننده های PID

روش اول: در روش اول ابتدا بصورت تجربی پاسخ پله سیستم را بدست می‌آوریم.
این کار با انجام آزمایش صورت می‌گیرد.



توجه: اگر دستگاه انتگرال‌گیر نداشته باشد و یا قطب مزدوج مختلط غالب نداشته باشد شکل تقریبی پاسخ پله بصورت بالا است.
در این روش با استفاده از پارامترهای تعریف شده در روی نمودار ضرایب کنترل کننده را تعیین می‌کنند.

قواعد زیگلر-نیکولز تنظیم کنترل کننده های PID

جدول **روش اول**

نوع کنترل کننده	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{\tau}{LK}\left(1+\frac{L}{3\tau}\right)$	∞	0
PI	$\frac{\tau}{KL}\left(0.9+\frac{L}{12\tau}\right)$	$L\frac{30+\frac{3L}{\tau}}{9+\frac{20L}{\tau}}$	0
PID	$\frac{\tau}{KL}\left(\frac{4}{3}+\frac{L}{4\tau}\right)$	$L\frac{32+\frac{6L}{\tau}}{13+8\frac{L}{\tau}}$	$L\frac{4}{11+\frac{2L}{\tau}}$

مشکل این روش همان‌طور که ذکر شد این است که اگر دستگاه انتگرال‌گیر داشته باشد و یا قطب مختلط غالب داشته باشد این روش عملی نیست و همچنین با این روش نمی توان ضرایب کنترل کننده PD را بدست آورد.

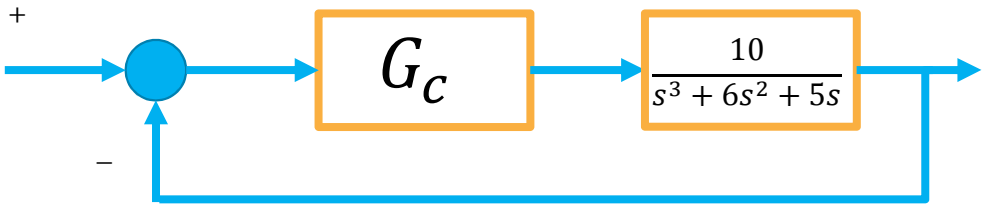
قواعد زیگلر-نیکولز تنظیم کنترل کننده های PID

روش دوم: در این روش ابتدا با استفاده از کنترل کننده تناسبی سیستم را به مرز ناپایداری می‌بریم (شروع به نوسان کند) سپس با استفاده از بهره بحرانی (K_{cr}) و دوره تناوب بحرانی(P_{cr}) پارامترهای کنترل کننده را مطابق جدول زیر تعیین می‌کنیم.

نوع کنترل کننده	K_p	T_i	T_d
P	$0.5\ K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45\ K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1.2}$	0
PID	$0.6\ K_{cr}$	$0.5\ P_{cr}$	$0.125\ P_{cr}$

نکته: قواعد زیگلر-نیکولز برای تنظیم کنترل‌کننده‌های بکار رفته در سیستم‌های صنعتی که رفتار دینامیکی مشخصی ندارند زیاد بکار می‌رود.
همچنین این روش می تواند نقطه شروع مناسبی برای قواعد تکراری (شبکه‌های عصبی , هوش مصنوعی و ..) پیچیده‌تر نیز باشد.

مثال: سیستم زیر را در نظر بگیرید با استفاده از قواعد زیگلر نیکولز می خواهیم یک کنترل کننده PID طراحی کنیم.



چون سیستم دارای انتگرال‌گیر است از روش اول نمی‌توان استفاده کرد

پس از روش دوم استفاده می‌کنیم.

با استفاده از روش روث بهره بحرانی را بدست می‌آوریم.

s^3	1	5
s^2	6	K_p
s^1	$\frac{30-K_p}{6}$	
s^0	K_p	

$$K_p = 30$$

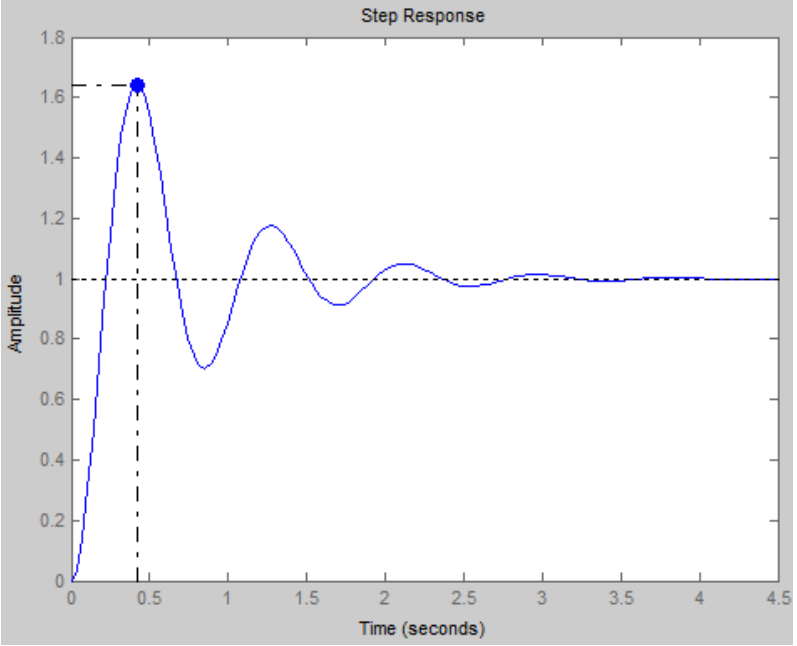
$$P(s)=6S^2+30$$

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} \cong 2.8099$$

در نتیجه

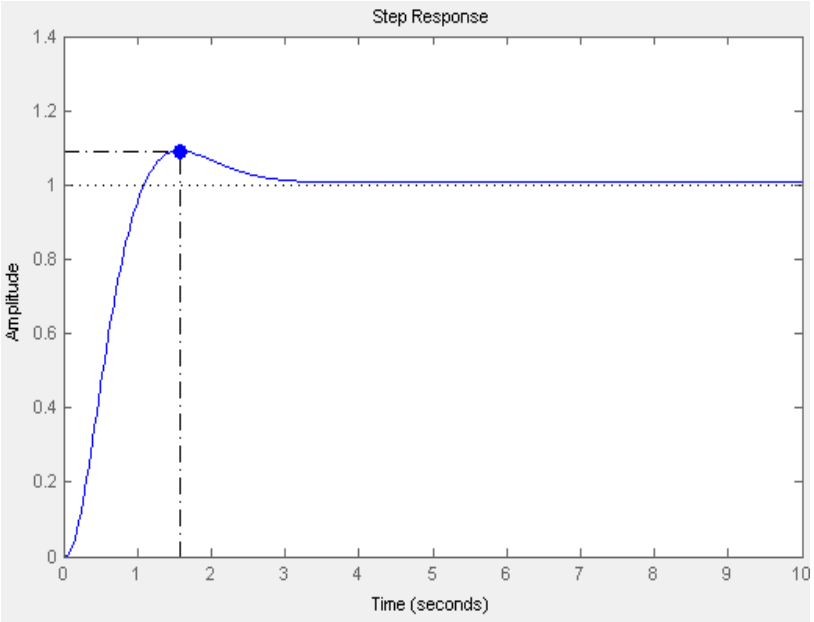
$$K_p = .6K_{cr} = 0.6 \times 30 = 18$$
$$T_i = .5P_{cr} = 0.5 \times 2.8099 = 1.405$$
$$T_d = 0.125P_{cr} = 0.125 \times 2.8099 = 0.3512$$

آزمایش کنترل کننده



$$Gpid(s) = 18(1 + \frac{1}{1.405S} + 0.35124s)$$

پاسخ پله سیستم حلقه بسته نشان می‌دهد فراجهش برابر ۶۲٪ درصد است. برای بهبود فراجهش می‌توان K_p را ثابت نگه داشت و T_i و T_d بصورت زیر انتخاب کرد و فراجهش را مطابق پاسخ نمودار دومی به ۱۰٪ درصد رساند.

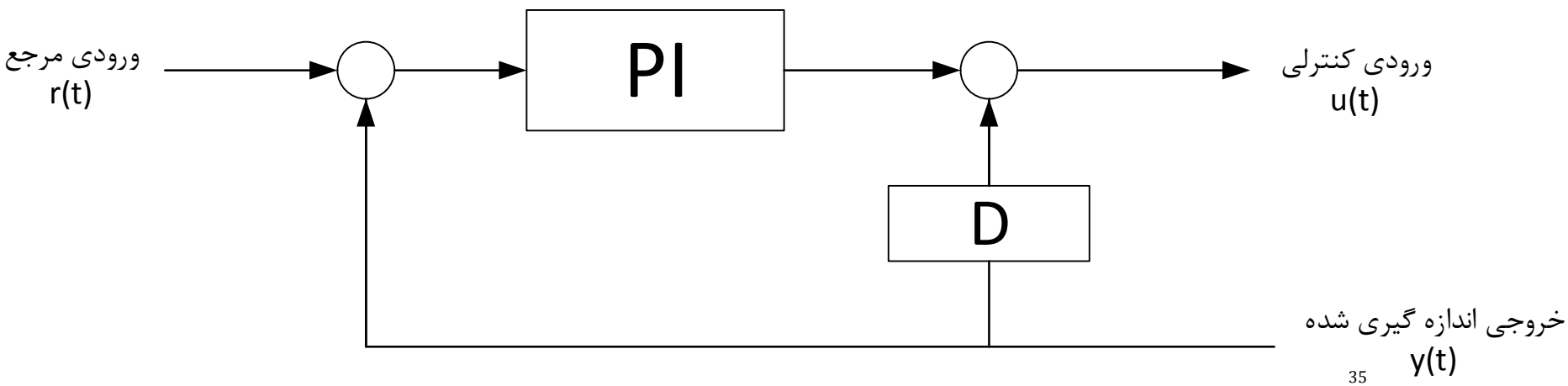


$$T_i = 4.024$$
$$T_d = 0.8634$$

در پایان ذکر این نکته مهم است که در طراحی کنترل کننده باید هزینه را در نظر گرفت چرا که ممکن است با یک بهره ثابت به مشخصات مطلوب برسیم و نیازی به استفاده از کنترل کننده های پیچیده‌تر نباشد.

در پیاده سازی PIDنکات زیادی وجود دارد:

۱- گاهی اوقات بعضی اجزای PIDبا سوئیچ حذف یا اضافه میشوند.

مثلا وقتی خطا از حدی بزرگتر شد ، جزء Iحذف میشود.

۲-گاهی دیاگرام بلوکی آن به صورت زیر پیاده سازی میشود.