

بسمه تعالی

تمرین سری اول جبر خطی

موعده تحویل: ۹۸/۷/۳۰

مدرس: جناب آقای دکتر عبادالهی



۱- اگر ماتریس‌های A ، B و $A+B$ غیر منفرد باشند، نشان دهید،

$$A(A+B)^{-1}B = B(A+B)^{-1}A = (A^{-1} + B^{-1})^{-1}$$

۲- ماتریس زیر را به صورت حاصل جمع یک ماتریس متقارن و شبه متقارن نمایش دهید.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

۳- روابط دترمینانی زیر را ثابت کنید،

$$\begin{bmatrix} 1+k_1 & k_1 & k_1 & k_1 \\ k_2 & 1+k_2 & k_2 & k_2 \\ k_3 & k_3 & 1+k_3 & k_3 \\ k_4 & k_4 & k_4 & 1+k_4 \end{bmatrix} = 1 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \quad \text{و} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 \\ k & k & 1 & 1 \\ k & k & k & 1 \end{bmatrix} = (1-k)^3$$

۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$ باشد،

الف) نشان دهید ماتریس A^2 برابر صفر است.

ب) کلیه ماتریس‌های 2×2 بصورت $\beta = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ را بیابید که β^2 ماتریس صفر باشد.

۵- به ازای چه مقادیری از α و β ماتریس A یکین خواهد بود؟

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & i\beta \\ \alpha & 0 & i\beta & 0 \\ 0 & i\beta & 0 & \alpha \\ i\beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

۶- مقادیر a,b,c را چنان بیابید که ماتریس A و B متعامد گردد.

$$A = \begin{bmatrix} a+b & b-a \\ a-b & b+a \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 1 & c \end{bmatrix}$$