



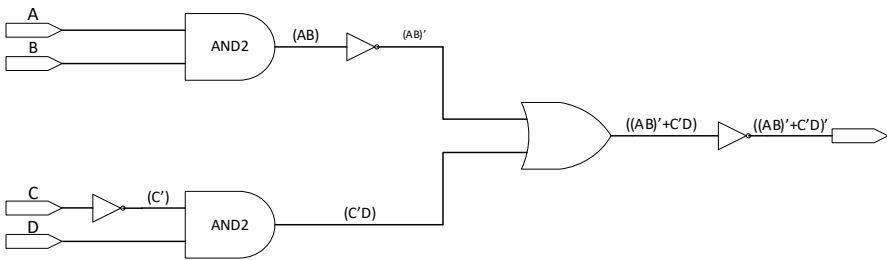
سوالات اصلی:

(۱) با ذکر دلیل، مبنای هریک از اعداد زیر را مشخص کنید.

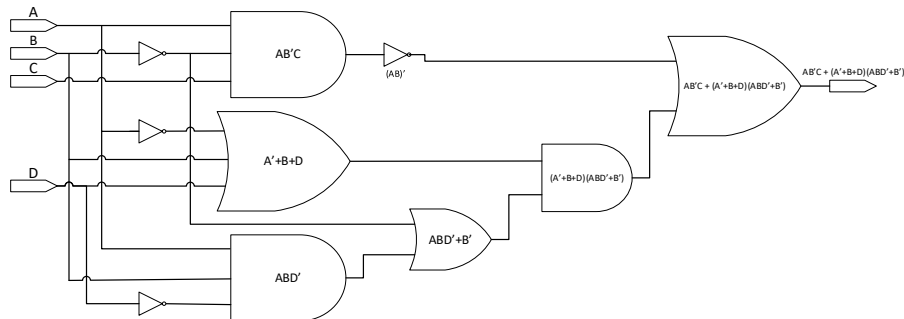
**نکته:** برای پیدا کردن کوچکترین مبنای ممکن برای خواندن عدد نوشته شده باید ابتدا بررسی کرد که واحدهای عددی تشکیل دهنده هر رشته اعداد در چه بازه‌ای می‌تواند باشد. به عبارت دیگر بزرگترین عدد موجود در رشته نمایش داده شده چند است. سپس کوچکترین توان عدد ۲ که بزرگتر از این عدد است را مشخص کرد. اینگونه می‌توان کوچکترین مبنای ممکن را برای رشته بیت نمایش داد. لازم به ذکر است که در این میان مبناهای ۱۰ (Decimal) و BCD نیز وجود دارد که می‌توان از آن‌ها استفاده کرد. لازم به ذکر است که مبناهای بسیار متنوعی وجود دارد اما مبناهای بر پایه توان ۲ از دیگر مبناهای پرکاربردتر و شناخته شده‌تر هستند.

رشته عدد	جواب
00111010110	بزرگترین عدد نمایش داده شده ۱ است و کوچکترین توان بزرگتر از ۱، ۲ <sup>۱</sup> است. بنابراین جواب این گزینه مبنا ۲ است.
1812	بزرگترین عدد نمایش داده شده ۸ است و کوچکترین توان بزرگتر از ۸، ۲ <sup>۱۶</sup> است. اما در این میان مبنا ۱۰ نیز وجود دارد. بنابراین جواب این گزینه 10 است. همچنین لازم به ذکر است که می‌توان از اعداد متفاوتی به عنوان مبنا استفاده کرد که در اینجا نیز می‌توان از مبنای ۹ هم استفاده کرد اما این مبنا از مبناهای شناخته شده و کاربردی نیست. از این رو در این سوال مبنای ۱۰ و ۹ درست است.
357.411	بزرگترین عدد نمایش داده شده ۷ است و کوچکترین توان بزرگتر از ۷، ۲ <sup>۲</sup> است. بنابراین جواب این گزینه مبنا ۸ است.
FAB1.CD7	در این نمونه همانطور که مشاهده می‌شود از حروف الفبای انگلیسی استفاده شده که نتیجه می‌شود این رشته تنها می‌تواند در مبنای ۱۶ معنی پیدا کند.

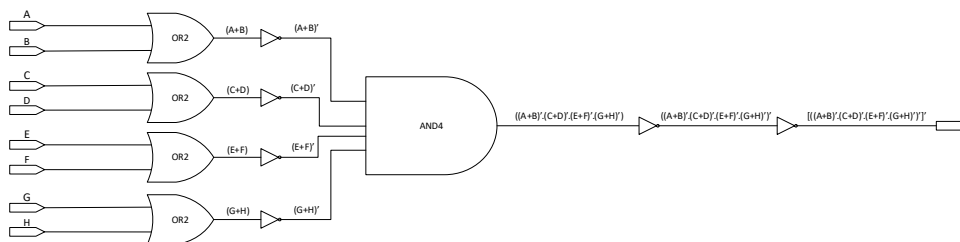
پاسخ

دوگان توابع زیر را به دست آورید.	(۲)
<p>a) <math>f(A, B, C) = [(A + B). (B + C). (A' + C) + 1]'</math>  <math>f(A, B, C) = (A + B)' + (B + C)' + (A' + C)'(1)'</math>  <math>= (A'B') + (B'C') + AC'(0))' = (A'B') + (B'C')</math>  <math>= (A' + B')(B' + C')</math></p>	
<p>b) <math>f(A, B, C, D) = [A + (BCD)'][(AD)' + B(C' + A)]</math>  <math>f(A, B, C, D) = (A + (B' + C' + D'))((A' + B') + BC' + AB) = AB'C'D'</math></p>	
<p>c) <math>f(A, B, C, D) = AB'C + (A' + B + D)(ABD' + B')</math>  <math>f(A, B, C, D) = (A + B' + C)(A'BD)((A + B + D')B')</math></p>	
مدار متناظر با توابع بولی زیر را رسم کنید.	(۳)
<p>d) <math>f(A, B, C, D) = [(AB)' + (C'D)]'</math></p> 	

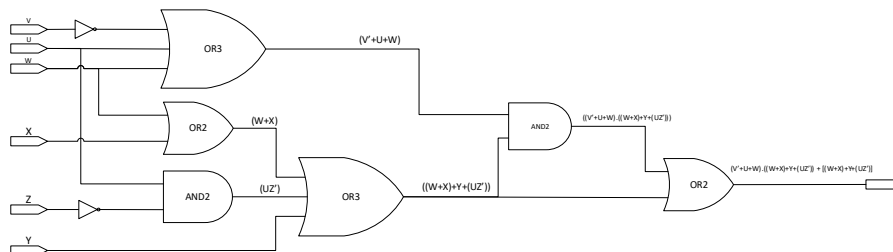
e)  $f(A, B, C, D) = AB'C + (A' + B + D)(ABD' + B')$



g)  $f(A, B, C, D) = [((A + B)'(C + D)'(E + F)'(G + H)')']'$



d)  $f(A, B, C, D) = (V' + U + W)[(W + X) + Y + UZ'] + [(W + X) + UZ' + Y]$



(۴)

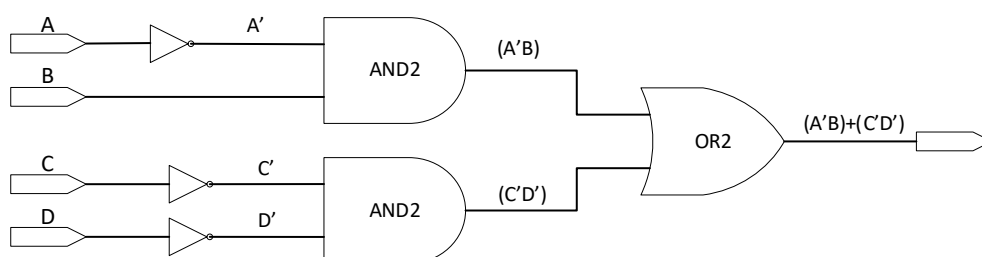
موارد خواسته شده را به دست آورید.

الف) توابع زیر را تا حد امکان ساده کنید و در نهایت مدار آن را رسم کنید.

$$a) f(A, B, C, D) = ((A + B')(C + D))'$$

برای ساده سازی نیاز است تا عملگر نقیض بر روی عبارت اعمال شده و عبارت را از POS به SOP تغییر دهیم.

$$f(A, B, C, D) = (A + B')' + (C + D)' = A'B + C'D'$$



$$b) f(A, B, C, D) = [A + (BCD)'][(AD)' + B(C' + A)]$$

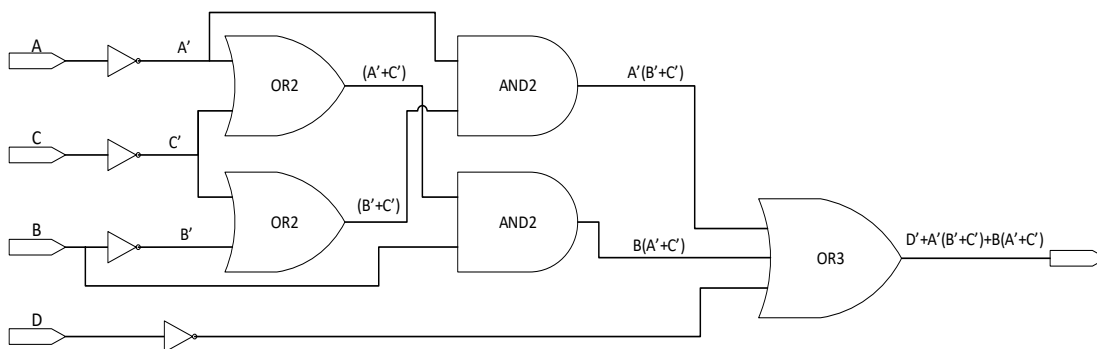
برای ساده سازی این سوال ابتدا نقیض دو عبارت AD و BCD را اعمال کرد.

$$f(A, B, C, D) = [A + (B' + C' + D')][(A' + D') + B(C' + A)]$$

سپس باید عبارت‌ها را در هم ضرب کرد تا بتوان از قوانین جبر بول برای ساده سازی استفاده کرد.

$$f(A, B, C, D)$$

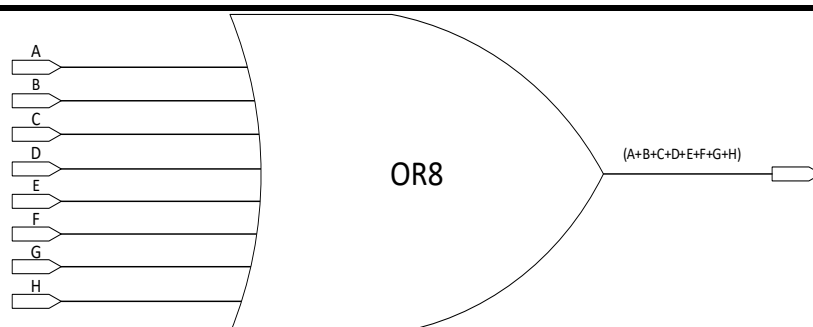
$$\begin{aligned}
 &= \overbrace{AD' + ABC' + AB}^A + \overbrace{A'B' + B'D'}^{B'} + \overbrace{A'C' + C'D' + BC' + ABC'}^{C'} \\
 &\quad + \overbrace{A'D' + D' + BC'D' + ABD'}^{D'} \\
 &= \overbrace{AD' + AB(C' + 1)}^A + \overbrace{A'B' + B'D'}^{B'} + \overbrace{A'C' + C'D' + BC'(1 + A)}^{C'} \\
 &\quad + \overbrace{D'(A' + 1 + BC' + AB)}^{D'} \\
 &= A'D' + AB + A'B' + B'D' + A'C' + C'D' + BC' + D' \\
 &= D'(A' + B' + C' + 1) + A'(B' + C') + B(A' + C') \\
 &= D' + A'(B' + C') + B(A' + C')
 \end{aligned}$$



$$c) f(A, B, C, D, E, F, G, H) = [(A + B)'(C + D)'(E + F)'(G + H)']'$$

برای ساده‌سازی این عبارت هم در گام اول نیاز است تا عملگر نقیض بر روی عبارت اعمال شده و عبارت را از POS به SOP تغییر دهیم.

$$\begin{aligned}
 f(A, B, C, D, E, F, G, H) &= ((A + B)')' + ((C + D)')' + ((E + F)')' + ((G + H)')' \\
 &= A + B + C + D + E + F + G + H
 \end{aligned}$$



ب) درستی یا نادرستی برابری‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها ارزیابی کنید.

i.  $A \oplus B = (A \cdot B') + (A' \cdot B)$

با توجه به جدول صحت بله

A	B	$A \oplus B$	$(A \cdot B') + (A' \cdot B)$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

ii.  $(A \oplus B)(C' + D) = (AB'C') + (BA'C') + ((A \oplus B) \cdot D)$

با توجه به جدول صحت بله

A	B	C	D	$(A \oplus B)(C' + D)$	$(AB'C') + (BA'C') + ((A \oplus B) \cdot D)$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1

1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

iii.  $ABC + AB'C + B'C'D + BCD = AB'C + ABC' + AD + BCD + B'C'D$

با توجه به جدول صحت خیر

A	B	C	D	$ABC + AB'C + B'C'D + BCD$	$AB'C + ABC' + AD + BCD + B'C'D$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1

ج) عبارات (i) و (ii) را به فرم POS و عبارت (iii) را به فرم SOP بازنویسی کنید.

i.  $AB + CD(AB' + CD)$

برای تبدیل یک عبارت از فرم POS به SOP یا برعکس باید ابتدا در صورتی که عبارت به صورت فاکتور گیری شده است باید از آن فرم خارجش کرد و یکبار دوگان عبارت را حساب کرد و سپس خروجی آن را معکوس می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 f(A, B, C, D) &= AB + AB'CD + CD = AB + CD = ((AB + CD)')' \\
 &= ((AB)'(CD)')' = ((A' + B')(C' + D'))' \\
 &= (A'C' + A'D' + B'C' + B'D')' \\
 &= (A' + C')(A' + D')(B' + C')(B' + D')
 \end{aligned}$$

ii.  $AB(B'C' + BC)$

$$f(A, B, C) = ABC$$

از آنجایی که در این عبارت به یک جمله رسیدیم، در این حالت این جمله هم می‌تواند به صورت POS و SOP در نظر گرفته شود.

iii.  $A + B[AC + (B + C)'D]$

$$f(A, B, C) = A + B[AC + (B'C')D] = A + ABC = A$$

مداری دارای ۶ ورودی است. خروجی مدار هنگامی که اکثر ورودی‌ها یک باشند، یک می‌شود. در سایر حالات، خروجی مدار صفر خواهد بود. جدول ارزش این مدار را به‌دست آورید.

(۵)

A	B	C	D	E	F	Majority	Phrase
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	
0	0	0	0	1	0	0	
0	0	0	0	1	1	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	0	1	0	1	0	
0	0	0	1	1	0	0	
0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	0	0	
0	0	1	0	1	1	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	0	1	1	0	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	0	1	1	1	1	1	A'B'CDEF
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	0	0	1	0	



0	1	0	0	1	0	0	
0	1	0	0	1	1	0	
0	1	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	1	0	
0	1	0	1	1	0	0	
0	1	0	1	1	1	1	A'BC'DEF
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	0	0	1	0	
0	1	1	0	1	0	0	
0	1	1	0	1	1	1	A'BCD'EF
0	1	1	1	0	0	0	
0	1	1	1	0	1	1	A'BCDE'F
0	1	1	1	1	0	1	A'BCDEF'
0	1	1	1	1	1	1	A'BCDEF
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	0	1	0	0	
1	0	0	0	1	1	0	
1	0	0	1	0	0	0	
1	0	0	1	0	1	0	
1	0	0	1	1	0	0	
1	0	0	1	1	1	1	AB'C'DEF
1	0	1	0	0	0	0	
1	0	1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	0	0	
1	0	1	0	1	1	1	AB'CD'EF
1	0	1	1	0	0	0	
1	0	1	1	0	1	1	AB'CDE'F
1	0	1	1	1	0	1	AB'CDEF'
1	0	1	1	1	1	1	AB'CDEF
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	
1	1	0	0	1	0	0	
1	1	0	0	1	1	1	ABC'D'EF

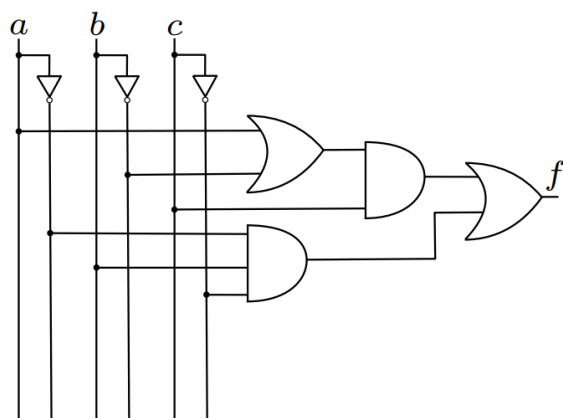
1	1	0	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	1	1	ABC'DE'F
1	1	0	1	1	0	1	ABC'DEF'
1	1	0	1	1	1	1	ABC'DEF
1	1	1	0	0	0	0	
1	1	1	0	0	1	1	ABCD'E'F
1	1	1	0	1	0	1	ABCD'E'F'
1	1	1	0	1	1	1	ABCD'EF
1	1	1	1	0	0	1	ABCDEF'
1	1	1	1	0	1	1	ABCDEF
1	1	1	1	1	0	1	ABCDEF'
1	1	1	1	1	1	1	ABCDEF

$$f(A, B, C, D, E, F)$$

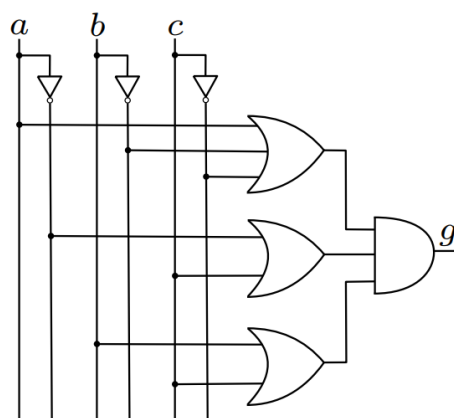
$$= A'B'CDEF + A'BC'DEF + A'BCD'EF + A'BCDE'F + A'BCDEF' + A'BCDEF + AB'C'DEF + AB'CD'EF + AB'CDE'F + AB'CDEF' + AB'CDEF + ABC'D'EF + ABC'DE'F + ABC'DEF' + ABC'DEF + ABCD'E'F + ABCD'EF' + ABCD'EF + ABCDE'F' + ABCDE'F + ABCDEF' + ABCDEF$$

الف) نشان دهید هر دو مدار نشان داده شده در این سؤال یک تابع را نمایش می دهند.

(۶)



(A)

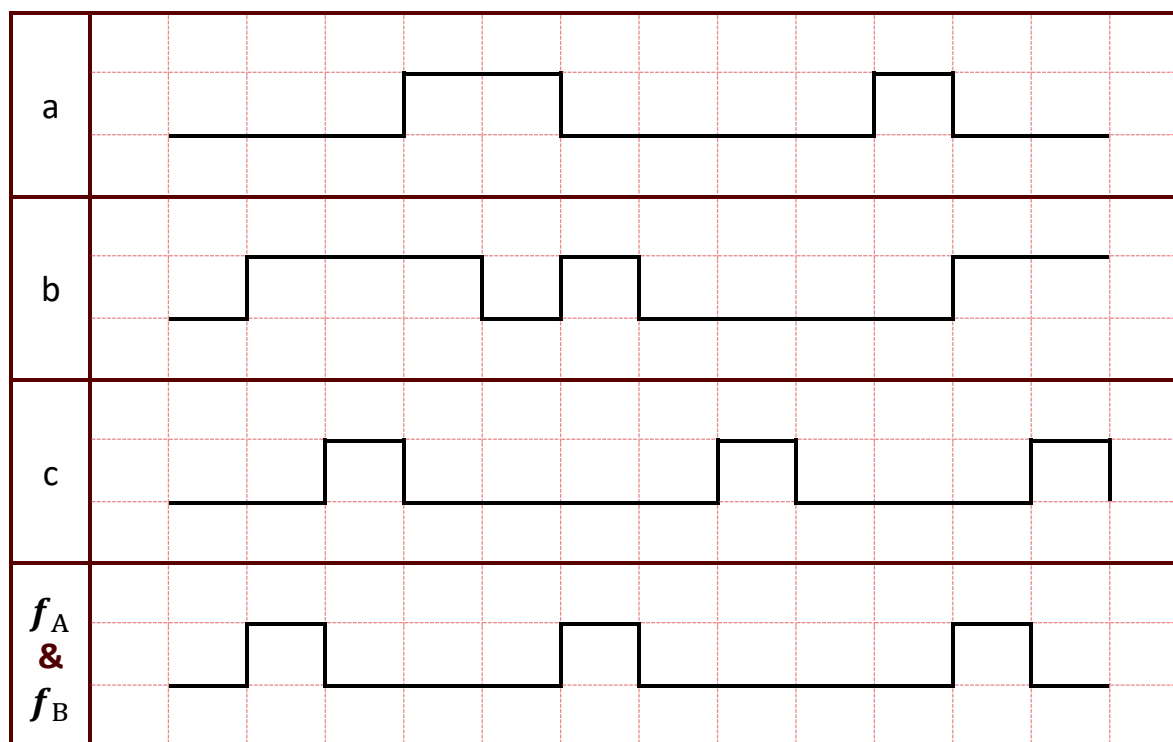


(B)

$$f_A(a, b, c) = c(a + b') + a'bc' = ac + b'c + a'bc' = \boxed{ac + a'bc'}$$

$$f_B(a, b, c) = (a + b' + c')(a' + c)(b + c) = abc + ac + a'b'c + b'c + a'bc' \\ = ac + b'c + ab'c = \boxed{ac + a'bc'}$$

ب) خروجی  $f$  را به ازای سیگنال‌های ورودی داده شده را رسم کنید.



### سوالات امتیازی

- ۱) یک مدار دزدگیر بانک دارای چهار سیگنال ورودی  $A, B, C, D$  است. سیگنال  $A$  به کلید کنترل، سیگنال  $B$  به حسگر فشاری زیر قفل گاو صندوق، سیگنال  $C$  به ساعت و سیگنال  $D$  به قفل در بانک متصل است. در شرایط زیر مقدار سیگنال‌ها یک می‌شوند:
- \* کلید کنترل بسته است.
  - \* گاو صندوق در وضعیت عادی خود قرار دارد.
  - \* ساعت بین ۶ تا ۱۴ است.
  - \* درب بانک بسته است.

مداری طراحی کنید که در صورت وقوع هر کدام از شرایط زیر آژیر را فعال کند:

الف) گاو صندوق جابجا شود و کلید کنترلی بسته باشد

ب) درب بانک پس از ساعت مقرر باز باشد

ج) درب بانک و کلید کنترلی همزمان باز باشند.

A	B	C	D	Alarm
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$f_A(A, B, C, D) = AB' + C'D' + A'D'$$