

最佳化演算法期末專題

家庭電器使用排程最佳化

電力系統從發電廠發電，經過輸、配電系統，將電力供電給用戶使用，如圖 1 與圖 2 所示。

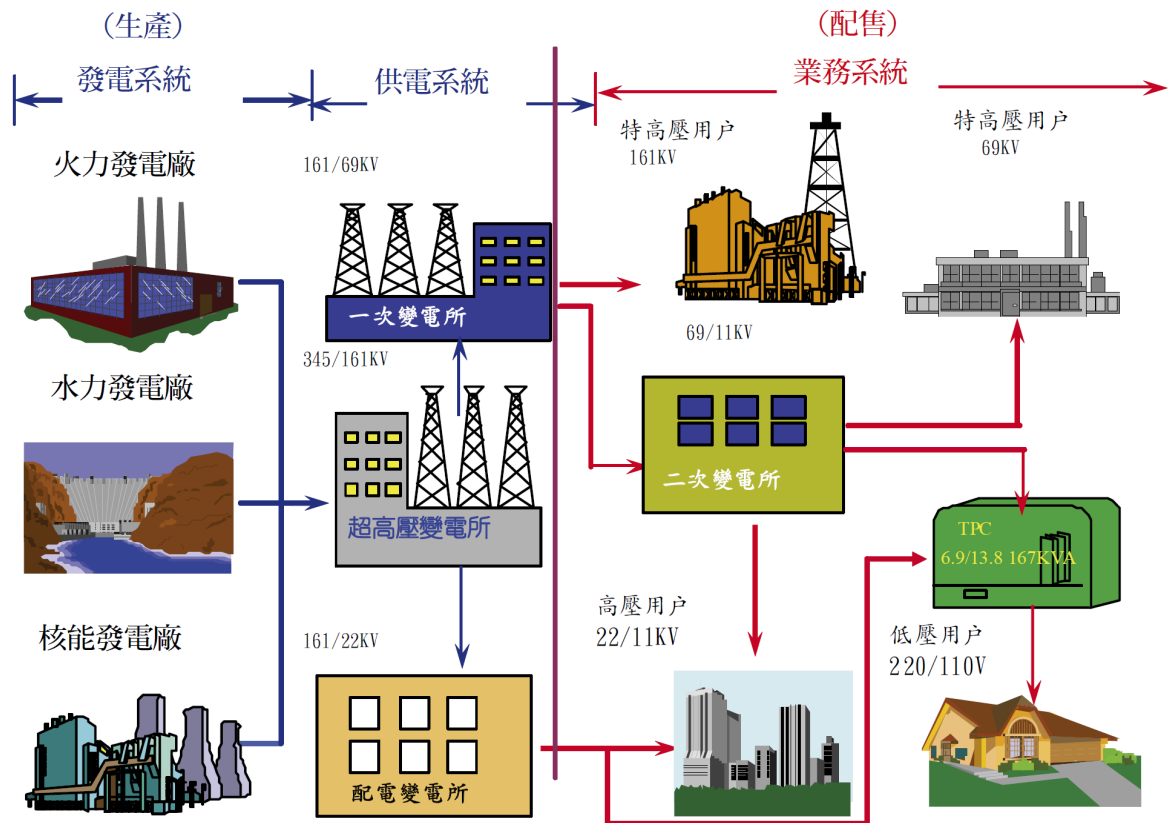


圖 1. 電力系統架構圖

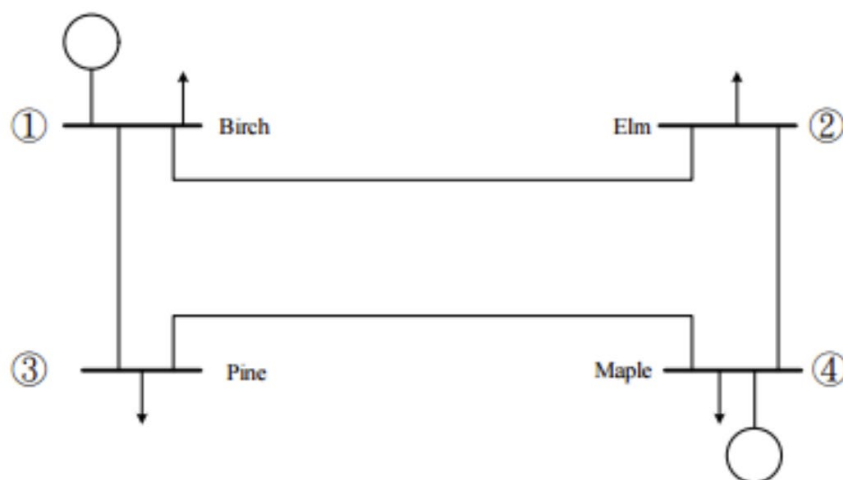


圖 2. 電力系統單線圖

電力的特性為，當下用電多少，就要發出同等電力，發電太多太少都不行，才能維持電力網路的穩定。若一日當中的用電量大幅度變動，電力公司除設備投資成本增加外，同時維持電力系統的穩定性也是對電力調度的考驗。

台灣電力需求之尖峰時間，平日為夏季期間（6—9 月）每日上午 10 點至 12 點、下午 1 點至 3 點，其餘時間為半尖峰或離峰時間，如圖 3 與圖 4 所示。供電能力簡單的說，就是應付尖峰用電的需求能力（ $\text{備用容量} = \text{供電能力} - \text{尖峰負載}$ ）。

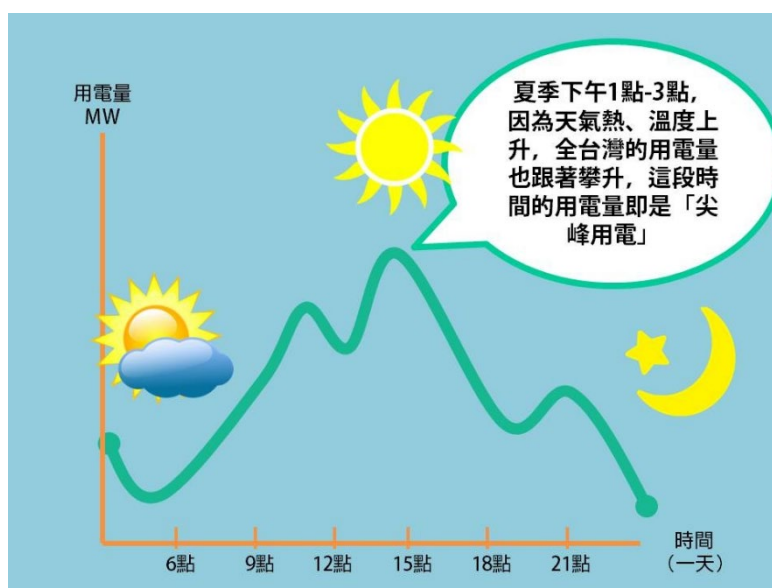


圖 3. 電力負載曲線圖(尖峰用電)

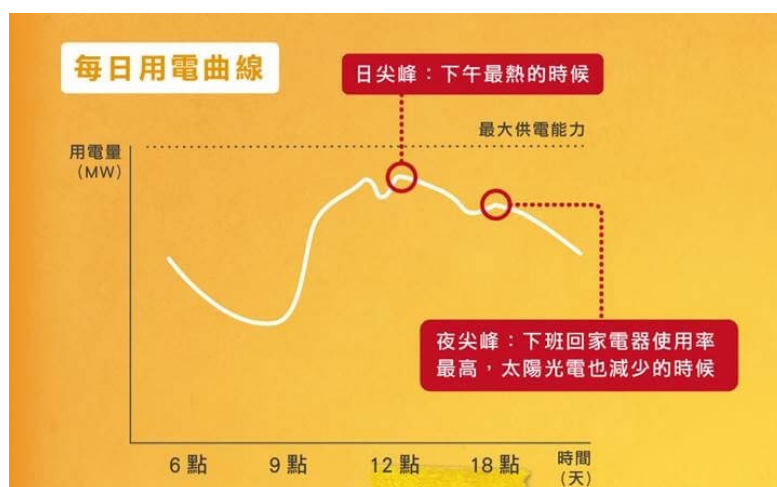


圖 4. 電力負載曲線圖(日夜尖峰)

電力公司利用即時電價方案，驅使負載變動趨於平滑。依照負載用電狀況，分別就尖峰、半尖峰與離峰時間，訂出三種時間電價。依照不同負載用電狀況下的營運成本，訂定不同用電費率。參與即時電價方案用戶，可收到隔天電價之預告資訊，提醒用戶明天的電價，何時是高峰電價或低峰電價。讓用電戶改變其用電行為，轉移用電至低費率時段，降低電費進而壓低尖峰負載。當大部分的用戶改變其用電行為，將使全國用電的尖峰及離峰差距縮小，負載曲線趨於平滑。發輸配電設備於各時段負載使用率得以均衡，促使系統整體效率與安全性得以提升，進而有效地降低尖峰發電成本提升用電效率。

需量反應被定義為「終端用戶從正常消費模式中改變電力使用，以回應隨時間改變的電價，或在高零售市場價格或系統可靠度損害時，抑低電力使用的補助。」以最簡單的經濟供需原理來說，需量反應就是供應方用動態調整的計價方式(稱為即時電價或時間電價)，使用戶調整其需求時間，減少用戶的總電費，以舒緩尖峰負載時之供電壓力。圖 5 為需求管理示意圖。

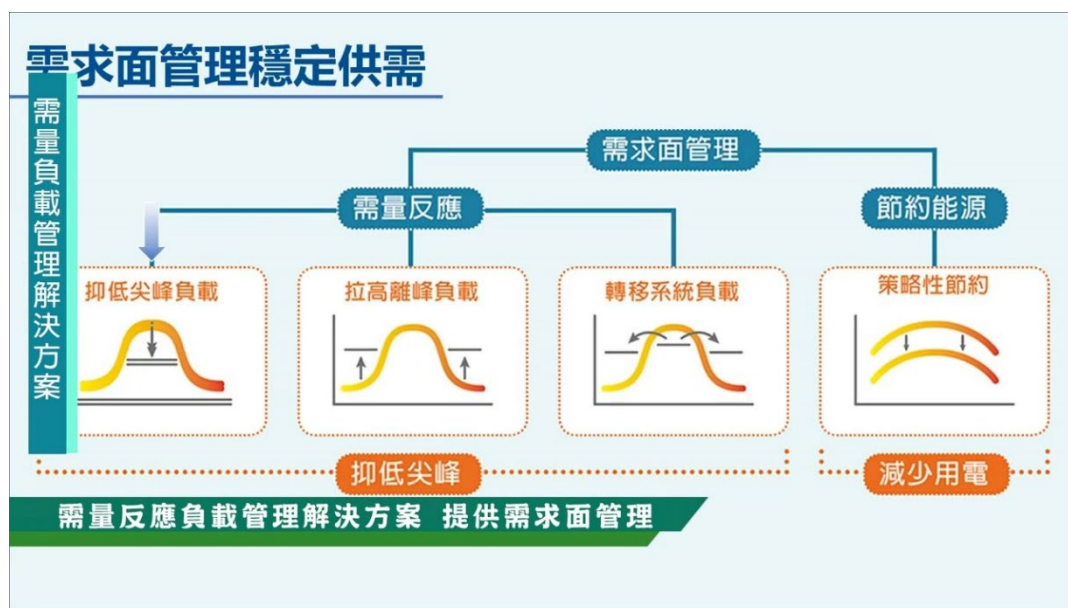


圖 5. 需求管理

時間電價反映尖峰、半尖峰、離峰時間不同之供電成本，訂定不同用電費率。尖峰時間電價較高，離峰時間電價較低，以鼓勵用戶調整作業時間、更新設備或增設負載管理設備等，俾移轉尖峰時間之用電於離峰時間。簡言之，時間電價是

提高尖峰用電價格，降低離峰價格，運用經濟誘因引導用戶避開尖峰時間用電，抑低尖峰負載。因此，用電戶可以調整其用電習慣，盡量於離峰低電價時段用電，或避免於尖峰高電價時段使用大功率之電器。

本題為幫用電戶安排其電器使用時程，使總電費為最少(或負載曲線平滑化)。電費的單位為 1000 瓦的電力使用 1 個小時之消耗，即 1 度電=1000 瓦 X1 小時(用電單位：度，千瓦小時或「kwh」)。

建立住宅區負載模型的第一步是研究家用負載和家用電器設備的使用行為。通常，從可控性的角度來看，家用電器分為三大類：第一類為不可調動型包含非預定式或自動動操作任務的電器，例如電燈、冰箱與數據機等，有自己的固定運轉時間，必須根據用戶的需求立即提供。第二類為可調運轉時間但需連續操作型，像洗碗機與電鍋等，第三類為可調可分段運轉型，像是冷氣、洗衣機等。其中，可調型設備(包含需連續操作型與可分段運轉型)的運行時間可以根據即時電價和用戶偏好延遲到另一個時間段。

就單一電器 a 而言，將一天的時間切割成 n 個時段(Time Interval) $t_0, t_1, t_2 \cdots t_{n-1}$ ，此電器的運轉時間 d ，設定該電器在第 s 個時段 t_s 開始運行，在第 f 個時段結束運行 t_f ，當該電器的功率消耗為 p ，則每一家電的數學模型可以表示為 $[a, t_s, t_f, d, p]$ 。例如，以每半小時為一時段，將一天的時間切割成 48 個時段(n)，分別為 $t_0, t_1, t_2 \cdots t_{47}$ ，就一台平均功率為 1.5 千瓦的洗衣機(p)，運行一次的時間為 90 分鐘，運作時間從早上 7 點至早上 8 點 30 分，則洗衣機(a_w)可表示式為 $[a_w, t_{14}, t_{16}, 90, 1.5]$ 。

電器使用排程為一高度複雜的最佳化問題，假設家中有 m 項電器，一天有 n 個時段，當每項電器最短的持續運作時間為一個時段，最長為 k 個時段，在此狀況下安排電器的啟閉之使用排程，其則有 $(n-k)^m$ 種的用電組合。舉例而言，以半個小時為一個時段，當家中有十項電器，每一家電的持續運作時間為一個時段(0.5 小時)，在一天之中電器可能的用電情況組合共有 48^{10} 種。如何從中安排一個可降低尖離峰負載差距的用電建議給用戶，是非常困難的。因此，有賴智慧型演算法。

題目一〈學號末碼為單數〉

安排各個電器於適當時間運作，使一天的總電費為最低。

將一天分成 48 個時段($t=0\sim47$)，每一個時段為 0.5 小時。

定義二元變數 I_{at} 為電器於時間 t 的運行狀態

$$I_{at} = \begin{cases} 0, & \text{電器 } a \text{ 於時段 } t \text{ off} \\ 1, & \text{電器 } a \text{ 於時段 } t \text{ on} \end{cases}$$

第 a 個電器的消耗功率為 p_a (kW)，若有 m 個電器，則於時段 t 之總耗電量為

$$P_t = \sum_{a=1}^m (p_a * I_{at})$$

於 t 時段之電價為 C_t (\$/kWh)，電器使用時間 d (小時，h)

一天的電費(當天所有用電設備的電費總和)(\$)

$$F_{cost} = \sum_{i=0}^{47} (P_t * d * C_t)$$

一天的平均用電率

$$P_{av} = \frac{\sum_{i=0}^{47} P_i}{48}$$

目標函數

日總電費最低： $\text{mim}(F_{cost})$

限制條件

總電器消耗功率 \leq 預設最高容許負載功率(安全容量)

第 i 個電器運行時間 \leq 第 i 個電器的可使用區間(可排程時段)

控制變數

各電器的使用時段

題目二〈學號末碼為偶數〉

安排各個電器於適當時間運作，使每一天的負載曲線為最平滑(減少尖峰高費率時間之用電，移往離峰較便宜電費時段使用)。

將一天分成 48 個時段($t=0\sim 47$)，每一個時段為 0.5 小時。

定義二元變數 I_{at} 為電器於時間 t 的運行狀態

$$I_{at} = \begin{cases} 0, & \text{電器 } a \text{ 於時段 } t \text{ off} \\ 1, & \text{電器 } a \text{ 於時段 } t \text{ on} \end{cases}$$

第 a 個電器的消耗功率為 p_a (kW)，若有 m 個電器，則於 t 時段總耗電量為

$$P_t = \sum_{a=1}^m (p_a * I_{at})$$

於 t 時段之電價為 C_t (\$/kWh)，電器使用時間 d (小時，h)，

一天的電費(當天所有用電設備的電費總和)(\$)

$$f_{cost} = \sum_{t=0}^{47} (P_t * d * C_t)$$

一天的平均用電率

$$P_{av} = \frac{\sum_{i=0}^{47} P_i}{48}$$

用電平滑指標

$$F_{smooth} = \sum_{t=0}^{47} \frac{|P_t - P_{av}|}{P_{av}}$$

目標函數

用電最平滑： $\min(F_{smooth})$

限制條件

總電器消耗功率 \leq 預設最高容許負載功率

第 i 個電器運轉時間 \leq 第 i 個電器可使用區間

控制變數

各電器的使用時段

繳交日期：2024 年 06 月 20 日

數據

表 1. 可移動使用時間之電器

(可非連續時間使用)

Appliance	可使用區間 Start ~ End	使用時間 Duration (h)	Power (KW)
Laundry drier	09:00-12:00 18:30-23:00	2 1.5	1.26
Electric kettle	06:00-08:30 18:00-20:00 20:00-23:00	0.5	1.5
Air conditioner	00:00-08:00 16:00-24:00	3 4	1 1.2
Electric radiator	12:00-17:00	2.5	2
Water pump	09:00-22:00	4	1.8
Electric oven	14:00-20:00	2	1.1
PHEV	00:00-09:00	3.5	1.8

表 2. 可移動使用時間之電器

(必須連續時間運作)

Appliance	可使用區間 Start ~ End	使用時間 Duration (h)	Power (KW)
Dish washer*	09:00-18:00 20:00-23:00	1.5	0.73
Rice cooker*	06:00-08:00 18:00-20:00	1 1	0.8
Washing machine*	08:00-15:00 18:00-22:00	2	0.38
Microwave	11:00-14:00 13:00-16:00	1	0.9
Toaster	6:00-9:00	1	0.8

表 3. 固定使用時間之電器

Appliance	Power (W)	Start	End
Light 電燈	300	19:00	24:00
Refrigerator 冰箱	30	00:00	24:00
Oven 烤箱	3500	12:15 19:15	13:00 20:00
TV 電視	200	08:00	24:00
Modem 數據機	10	00:00	24:00

表 4. 時間電價

(TOU tariffs)

Time	Price(元/度)
10:00-12:00 13:00-17:00	6.20
07:30-10:00 12:00-13:00 17:00-22:30	4.07
00:00-07:30 22:30-00:00	1.87

最高容許負載功率：13200W

比較基準(未調整排程前用電)

表 5. 可移動使用時間之電器(排程前)
(可非連續時間使用)

Appliance	使用區間 Start ~ End	使用時間 Duration (h)	Power (kw)
Laundry drier	09:00-11:00	2	1.26
	21:00-22:30	1.5	
Electric kettle	06:00-06:30	0.5	1.5
Air conditioner	05:00-08:00	3	1
	17:00-21:00	4	1.2
Electric radiator	12:00-14:30	2.5	2
Water pump	09:00-13:00	4	1.8
Electric oven	17:00-19:00	2	1.1
PHEV	00:00-03:30	3.5	1.8

表 6. 可移動使用時間之電器(排程前)
(必非連續時間使用)

Appliance	使用區間 Start ~ End	使用時間 Duration (h)	Power (kw)
Dish washer*	21:00-22:30	1.5	0.73
Rice cooker*	06:00-07:00	1	0.8
	18:00-19:00	1	
Washing machine*	20:00-22:00	2	0.38
Microwave	13:00-14:00	1	0.9
Toaster	6:00-7:00	1	0.8

表 7. 固定使用時間之電器

Appliance	Power (W)	Start	End
Light 電燈	300	19:00	24:00
Refrigerator 冰箱	30	00:00	24:00
Oven 烤箱	3500	12:15	13:00
		19:15	20:00
TV 電視	200	08:00	24:00
Modem 數據機	10	00:00	24:00

(以下為提示，供解題參考)

表 9. 電費計算例

電器	使用時間 起訖	時間 t_j (h)	功率 p_i (kw)	電價 c_k	小計
冷氣	16:00-19:00	1	1.2	1.2x1x6.20	7.44
		2		1.2x2x4.07	9.77
烤麵包機	06:00-07:30	1.5	0.8	0.8x1.5x1.80	2.16
電燈	19:00-24:00	3.5	0.3	0.3x3.5x4.07	4.27
		1.5		0.3x1.5x1.80	0.81
合計					24.45 元

f_1 = 非連續時間使用之電器電費+須連續時間運作電器之電費+固定使用時間之電器電費

$$\begin{aligned}
 &= 1*1.2*6.20 + 2*1.2*4.07 + 1.5*0.8*1.8 + 3.5*0.3*4.07 + 1.5*0.3*1.8 \\
 &= 7.44 + 9.77 + 2.16 + 4.27 + 0.81 \\
 &= 24.45 \text{ 元}
 \end{aligned}$$

基因編碼方式

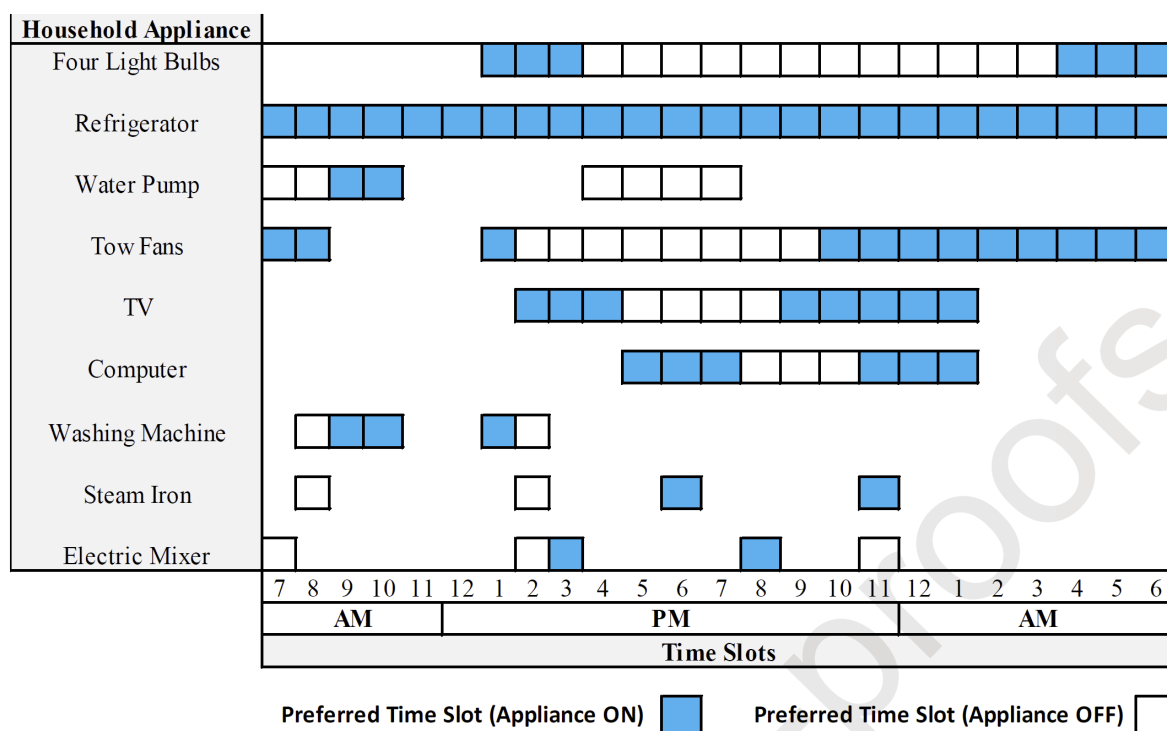


圖 6. 編碼示意圖

1. 編碼長度

(a) 電鍋

電器	可操作時段	運轉所需時間	功率
Rice cooker	06:00-08:00	1	0.8
	18:00-20:00	1	

以 0.5h(小時)為一區段(time slot)，06:00-08:00 為 2 小時，需要 4 個 bit 來編碼，同理 18:00-20:00 也需要 4 個 bit 來編碼，總共 8 個 bit。因為 Rice cooker 必須連續時間運作，故必須以連續 2 個 bit 來表示 1 小時之使用時間，如圖 7 至圖 9 之示例：

06:00			08:00		18:00		20:00
1	1	0	0	1	1	0	0
h0	h1	h2	h8

圖 7. 使用電鍋之可能情況一

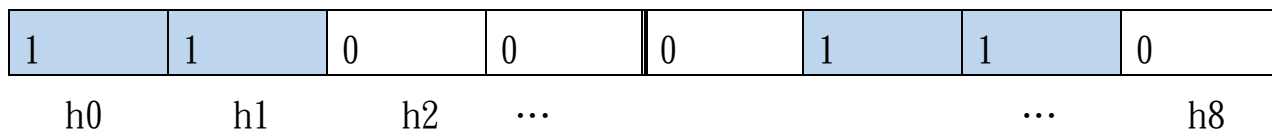


圖 8. 使用電鍋之可能情況二

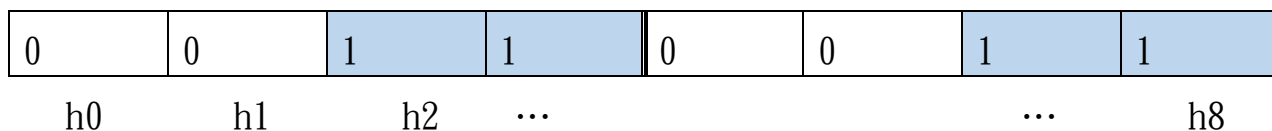


圖 9. 使用電鍋之可能情況三

(b)烘衣機

Laundry drier	09:00-12:00	2	
	18:30-23:00	1.5	1.26

烘衣機可使用區間為 09:00-12:00 及 18.30-23:00 共 7.5 小時需要 15 個 bit 來編碼，因為烘衣機不須連續時間運作，故只要在 09:00-12:00 間挑選 4 個時段(2 小時)，在 18:30-23:00 間挑選 3 個時段(1.5 小時)即可，如下之示例：

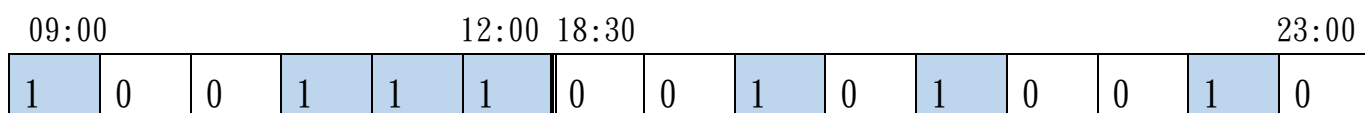


圖 10. 使用烘衣機之可能情況

2. 編碼方式

假設 電器 A 可排程時間為 1:00 ~ 4:00，可分段使用，每天須用 2 小時
則 電器 A 可能解如下：

編碼	1:00- 1:30	1:30- 2:00	2:00- 2:30	2:30- 3:00	3:00- 3:30	3:30- 4:00
1	X	X	X	X		
2		X	X	X	X	
3			X	X	X	X
4	X		X	X	X	
5		X		X	X	X

電器 A 可能解: [1, 2, 3, 4,], [2, 3, 4, 5],[1, 3, 4, 5,],
(將可能的解以 1, 2, 4,編碼)

假設 電器 B 可排程時間為 1:00 ~ 4:00，不可分段使用，每天須用 2 小時
則 電器 B 可能解如下：

編碼	1:00- 1:30	1:30- 2:00	2:00- 2:30	2:30- 3:00	3:00- 3:30	3:30- 4:00
1	X	X	X	X		
2		X	X	X	X	
3			X	X	X	X

電器 B 可能解: $X_B=[1, 2, 3]$ 只有 3 個可能解

書面報告補充說明：

書面專題完整報告包含背景知識及原理、演算法等之詳細說明，以及該演算法參數與工程問題之對應關係，例如表 10。

表 10. 基因演算法參數與工程問題之對應關係

基因演算法參數	工程術語
群體	一些可行解集合
個體	可行解
染色體	可行解的編碼
基因	可行解編碼的分量
基因形式	遺傳編碼方式
適應函數	評價函數

報告中須說明

(a)如何利用自選的 **Meta-Heuristic Algorithm** 實現這個問題(相關參數如何設計，如何對映所欲求解的問題)，

(b)結果：

- 1.排程表及排程前後比較表(參考表 11)、
- 2.排程前後每一時段及當日電費(元)比較表) (參考表 12 及 13)、
- 3.排程前後每一時段功率消耗(kW)比較圖(參考圖 11 及 12)、
- 4.收斂過程圖，並
- 5.附 matlab 程式檔案。

表 11. 可移動使用時間之電器的排程前後比較表

Appliance	可使用區間 Start ~ End	運轉需求時間 Duration (h)	原使用時間 (排程前) Start ~ End	新使用時間 (排程後) Start ~ End	Power (kw)
Laundry drier	09:00-12:00	2	09:00-11:00	09:00-11:00	1.26
	18:30-23:00	1.5	21:00-22:30	18:30-20:00	
Electric kettle	06:00-08:30	0.5	06:00-06:30	06:00-06:30	1.5
	18:00-20:00				
	20:00-23:00				
Air conditioner	00:00-08:00	3	05:00-08:00	05:00-08:00	1
	16:00-24:00	4	17:00-21:00	20:00-24:00	1.2
Electric radiator	12:00-17:00	2.5	12:00-14:30	14:00-16:30	2
Water pump	09:00-22:00	4	09:00-13:00	11:00-12:30	1.8
				13:00-14:30	
				16:30-17:30	
Electric oven	14:00-20:00	2	17:00-19:00	17:00-19:00	1.1
PHEV	00:00-09:00	3.5	00:00-03:30	00:00-01:00	1.8
				01:30-04:00	

表 12. 排程前後每一小時功率消耗(kw)比較表

時段	0	1	2	~	合計
原排程					
新排程					

表 13. 排程前後每一時段及當日電費(元)比較表

時段	0	1	2	~	合計
原排程	2.5	3	5		180
新排程	3	4	2		170

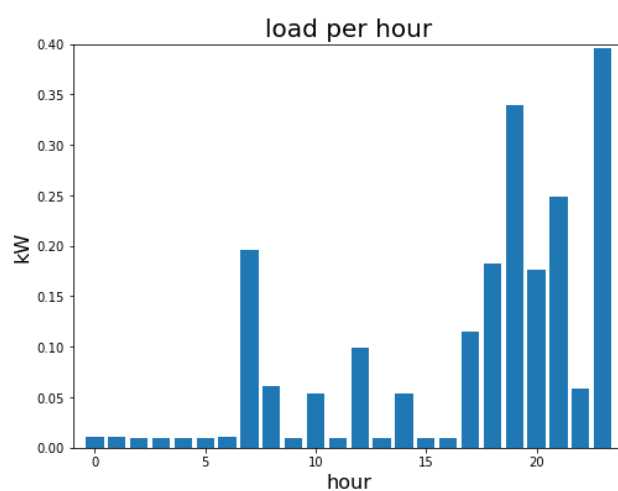


圖 11. 排程前每一時段功率消耗(一日負載曲線)示例

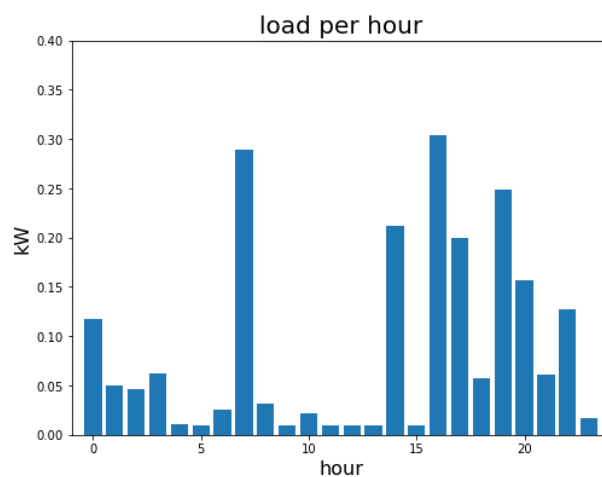


圖 12. 排程後每一時段功率消耗(一日負載曲線)示例

繳交期限 6/20。