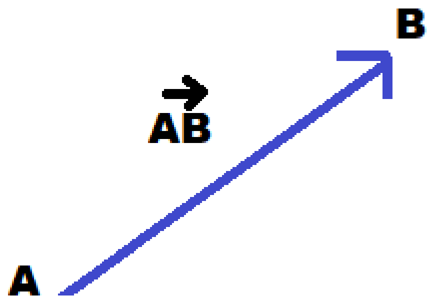
**Vektör ve Vektör Rankı - Iman MAMMADLI**

**Vektör**: Vektörel büyüklükler vektör adı verilen yönlü doğru parçaları ile gösterilirler. Vektör, belirli bir uzunluğa, belirli bir doğrultuya ve belirli bir yöne sahip bulunan bir doğru parçasıdır.

Vektör **|AB|** şeklinde gösterilebilir. A noktası vektörün başlangıç noktası ve B noktası da uç noktası (son nokta) adını alır. Örnek vektör gösterimi.

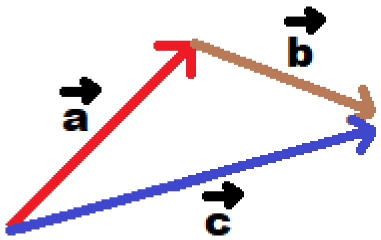



Bu gösterime işaretin baktığı yön (ok işareti) Vektörün Yönünü AB ise vektörün uzunluğunu veya modülünün gösterimidir.
Kısaca vektörün başlangıç ve uç noktaları arasındaki uzunluğa vektörün uzunluğu veya modülü denir |AB| veya görseldeki şekilde gösterilir.
Başlangıç noktasından uç noktasına giden yön vektörün yönüdür. Bunu belirtmek için AB'nin üzerine A'dan B'ye giden bir ok konur.

Vektörler iki türlüdür Serbest Vektörler (Free Vectors) ve Bağlı Vektörler (Fixed Vectors). Lineer Cebirde kullanılan, ele alınan vektörlerin bir çoğu aksi belirtilmediği sürece Serbest Vektörlerdir. Serbest Vektörler doğrultu, yön ve modülünü muhafaza ederek uzayda ötelenebilen vektörlerdir.

**Vektörlerin Özellikleri.**
**Vektör Eşitliği**
a ve b iki vektörü göz önüne alalım, a ve b vektörlerinin başlangıç noktaları farklı, fakat doğrultu, yön ve büyüklükleri (modülleri) aynı ise bu vektörler eşittir.

**Vektörlerin Toplamı**

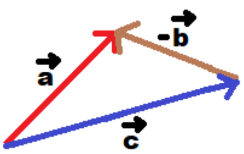



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

a ve b iki vektör olsun. Bu vektörlerin toplamı
c = a + b şeklinde gösterilir.
b vektörünün başlangıç noktası, a vektörünün uç noktasına getirilir. Elde edilen c = 0B vektörüne ve vektörlerinin toplamı (bileşke) denir.

a + b = b + a şeklinde de ifade edilebilir.

**Peki vektörlerin farkı nasıl gösterilir ?**




$\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$

a ve b iki vektörün verilsin, a-b farkı a ve (-b) vektörlerinin toplamı olup şeklinde ifade edilir.
c = a - b = a + (-b). Bunu yaptığımız zaman b vektörünün yönü değişir

**Bir Matrisin Rankı.**

Burada verilen bir S kümesinin gerdiği V vektör uzayının bir tabanının bulmaya çalışacağız. Bunun için, S`nin maksimal lineer bağımsızlık bir alt kümesini bulmak gerekir. Fakat bu işlem deneme-yanılma ile bazen uzun işlemler gerektirebilir. Bunun yerine Bir matrise tek türlü olarak karşılık getireceğimiz ve rank diye adlandıracağımız bir sayı yardımıyla homojen denklem sisteminin çözüm uzayının boyutu hakkında fikir edinmek mümkündür.

A ve B, satır denk iki matris olsun. A nın satırlarına elementer satır işlemleri uygulanarak, B matrisi elde edilmiş demektir. Elementer satır işlemleri hatırlanırsa, sonuçta B nin satırları A nın satırlarının lineer toplamları olduğu anlaşılır. Şu halde B nin satır uzayı A nın satır uzayında kapsanır. Ters elementer satır işlemleri yapılarak, B nin satırlarına elementer satır işlemleri uygulanarak, A matrisi elde edilebilir ve benzer şekilde, A nın satır uzayı da B nin satır uzayında kapsar. Şu halde A ve B matrislerinin satır uzayları aynıdır. Bu teorem yardımı ile verilen bir alt kümenin gerdiği alt uzayın bir tabanını bulabiliriz.

**Örnek 3.8.1** $R_4^1$ de, $v_1 = [1\ 0\ -1\ 2]$, $v_2 = [1\ 1\ -1\ 0]$, $v_3 = [2\ 0\ -1\ 0]$, $v_4 = [0\ 1\ -1\ ]$, $v_5 = [2\ -1\ -1\ 2]$ olmak üzere, $S = \{v_1, v_2, v_2, v_4, v_5\}$ ile üretilen $V$ alt uzayının bir tabanını bulalım.

$V$ alt uzayı

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

matrisinin satır uzayı olur. Elemanter satır işlemleri uygulanarak $A$ matrisinin

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

matrisine satır denk olduğu gösterilebilir. Şu halde teoreme göre $A$ ve $B$ matrislerinin satır uzayları aynıdır. $B$ nin satır uzayının tabanı olarak da,

$$w_1 = [1\ 0\ 0\ -2],\ \ w_2 = [0\ \ 0\ -2],\ \ w_3 = [0\ 0\ 1\ -4]$$

olmak üzere; $T = \{w_1,\ w_2,\ w_3\}$ alınabilir.

Yukardaki örnekte $B$ matrisi indirgenmiş eşelon forma geitrilmiştir. Bu durumda sıfırdan farklı satırlar, satır uzayının bir tabanını teşkil eder. Taban bulmak için, $B$ matrisini indirgenmiş eşelon forma getirmek şart değildir, sadece eşelon forma getirmek de yeter (3.8 Alıştırma 1.)