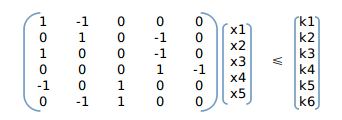
## 差分约束

差分约束系统（system of difference constraints），是求解关于一组变数的特殊不等式组之方法。如果一个系统由n个变量和m个约束条件组成，其中每个约束条件形如xj-xi<=bk(i,j∈[1,n],k∈[1,m]),则称其为差分约束系统(system of difference constraints)。亦即，差分约束系统是求解关于一组变量的特殊不等式组的方法。

通俗一点地说，差分约束系统就是一些不等式的组，而我们的目标是通过给定的约束不等式组求出最大值或者最小值或者差分约束系统是否有解。



把x1 x2 x3…写成矩阵



定义左边的矩阵为A，中间的列向量为 x, 右边的列向量为k。

我们观察一下A可以发现它和我们在离散数学中讲图的时候讲了一个关联矩阵很像。

矩阵A的特点是每行只有一个1和一个-1，其余列都是0。

而关联矩阵的特点是每列只有一个1和一个-1，其余行为0.

即A的转置矩阵就是一个关联矩阵。

那么我们想想，是否可以通过求解图的最短路径来求得不等式组的一个可行解呢？

结论是可以的。

对于每一个差分约束系统，我们根据矩阵A来建立图G（V， E），而G的关联矩阵就是A的转置矩阵，边权存在二维数组W中。假设我们现在要求单源最短路，将各个定点的最短距离存到对应的**dis[v]**中。最后我们要得到的结果一定满足： dis[v] <= dis[u] + w[u][v]. 变形一下得到： dis[v] - dis[u] <= w[u][v].   另dis[v] 为 Xv， dis[u]为Xu，有Xv - Xu <= w[u][v]. 可以看到当前单源最短路问题与差分约束系统问题的等价性。

故可以通过求解单源最短路来求解差分约束问题。当图中存在负环的时候，不等式组无解，否则有解，并且xi的解为dis[i]。若dis[i] = INF，则xi的值为任意值。

**结论是：小于约束等价于最短路**