## 组合数

（a+b）^n

系数是：

到

=n\*(n-0)\*(n-1)\*…\*(n-k+1)/k!

性质

* =2^n
* =
* ：=+
* =n\*
* 没有初等表达式，但是存在递推公式，如果多次询问,可以用莫队分块

### 求C(n,m)%p

1.预处理阶乘和阶乘逆元,用组合数公式求。

2.用卢卡斯定理，单次复杂度是logn

3.n和m很大时(1e9级别)，后台打个阶乘的表，存起来，分块卢卡斯或者分块公式法

4.n很大m却很小，可以用n\*(n-0)\*(n-1)\*…\*(n-k+1)/k!计算。

### 杨辉三角：

它的每一行都是组合数C(n,i),n从0开始，i代表第几个数



杨辉三角可以说是目测组合数规律的图。

**性质(以下n从1开始)**

* 每个数等于它上方两数之和。
* 每行数字左右对称，由1开始逐渐变大。
* 第n行的数字有n项。
* 第n行数字和为2n-1
* 第n行的m个数可表示为 *C(n-1，m-1)*，即为从n-1个不同元素中取m-1个元素的组合数。
* 第n行的第m个数和第n-m+1个数相等 ，为[组合数](https://baike.baidu.com/item/%E7%BB%84%E5%90%88%E6%95%B0)性质之一。
* 每个数字等于上一行的左右两个数字之和。可用此性质写出整个杨辉三角。即第n+1行的第i个数等于第n行的第i-1个数和第i个数之和，这也是组合数的性质之一。即 *C(n+1,i)=C(n,i)+C(n,i-1)*。
* (a+b)n的展开式中的各项[系数](https://baike.baidu.com/item/%E7%B3%BB%E6%95%B0" \t "_blank)依次对应杨辉三角的第(n+1)行中的每一项。
* 将第2n+1行第1个数，跟第2n+2行第3个数、第2n+3行第5个数……连成一线，这些数的和是第4n+1个[斐波那契数](https://baike.baidu.com/item/%E6%96%90%E6%B3%A2%E9%82%A3%E5%A5%91%E6%95%B0" \t "_blank)；将第2n行第2个数(n>1)，跟第2n-1行第4个数、第2n-2行第6个数……这些数之和是第4n-2个斐波那契数。
* 将各行数字相排列，可得11的n-1（n为行数）次方：1=11^0; 11=11^1; 121=11^2……当n>5时会不符合这一条性质，此时应把第n行的最右面的数字"1"放在个位，然后把左面的一个数字的个位对齐到十位... ...，以此类推，把空位用“0”补齐，然后把所有的数加起来，得到的数正好是11的n-1次方。以n=11为例，第十一行的数为：1,10,45,120,210,252,210,120,45,10,1，结果为 25937424601=1110。

## Stirling数

**第二类Stirling数**

S(p,k)是：把p元素集合划分到k个 不可区分 的盒子里且没有空盒子的划分个数。

K!\* S(p,k)是：把p元素集合划分到k个 可区分 的盒子里且没有空盒子的划分个数。

它类似排列组合C几几和A几几,

一般p>=k比如4个球，放到2盒子里方法，不能出现空盒子，有几种方法

应该是S(4,2)=7

S(p,p)=1 (p>=0)

S(p,0)=0  (p>=1)

 S(p,k)=k\*S(p-1,k)+S(p-1,k-1)   (1<=k<=p-1)

S(p,k)=\*\*

S(4,2)=\*( C(2,1) )=7

代码的话,对于递推公式，可以用记忆化递归的方法，也可以打表用N^2的时间求出n以内的;

对于第二个是通项公式只能按照公式求了，预处理阶乘

**第一类Stirling数**

s(p,k)是：把p元素集合划分到k个 不可区分 的 首位相连 的盒子里,且没有空盒子的划分个数。可以认为盒子排成一个圆环

s(p,p)＝1(p≥0)，s(p,0)＝0(p≥1)；s(0,0)=1

 s(p,k)=(p-1)\*s(p-1,k)+s(p-1,k-1)   (1<=k<=p-1)

设P(n,k)=C(n,k)\*k!

P(n,k)= s(k,i)\*

把i=k时候单提出来

n^k=P(n,k)-s(k,i)\*

利用这个可以求出i^k前缀和

### 性质：

* s(n,1)=(n−1)!
* s(n,n-1)=C(n,2)
* s(n,2)=(n-1)!\*
* =n!
* s(n,n-2)=2C(n,3)+ 3C(n,4)

## 常见生成函数

= ，x∈(-1,1)，特别的x=0时得1

=

= ，x∈(-1,1) ，特别的x=0时得1

//推论 = ，x∈(-1,1)

= ，x∈R，

------------------------------------------------------------------------

ln(1+x) = ，x∈(-1,1]

-ln(1-x) = ，x∈[-1,1)

----------------------------------------------------------------

cosx = ,x∈R

sinx = ,x∈R

coshx = ,x∈R

sinhx = ,x∈R

x=0时有下面6个：

sinx=x - + o(x^3) arcsinx=x + + o(x^3)

cosx=1- + + o(x^4) arccosx化成srcsinx即可不用背

tanx=x + + o(x^3) arctanx=x - + o(x^3)

----------------------------------------------------------------------

= = 1 + ax +a(a-1)x^2/fac(2) + ….

a>0时x∈[-1,1] ；a<=-1时x∈(-1,1) ；-1<a<0时，x∈(-1,1]

--------------------------------------------------------------------------------------

F(0)(x)= F(1)(x)=

F(2)(x)=

F(3)(x)=