# 勾股数

又名**商高数**或**毕氏数**（Pythagorean triple），是由三个[正整数](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%AD%A3%E6%95%B4%E6%95%B0" \o "正整数)组成的数组；能符合[勾股定理](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%8B%BE%E8%82%A1%E5%AE%9A%E7%90%86)（毕式定理）“{\displaystyle a^{2}+b^{2}=c^{2}}”之中，{\displaystyle (a,b,c)}的正整数解。而且，基于勾股定理的[逆定理](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%AE%9A%E7%90%86)，任何[边长](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BE%B9%E9%95%BF)是勾股数组的[三角形](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%BD%A2)都是[直角三角形](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%9B%B4%E8%A7%92%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%BD%A2)。

如果{\displaystyle (a,b,c)}是勾股数，它们的正整数[倍数](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%80%8D%E6%95%B8)，也是勾股数，即{\displaystyle (na,nb,nc)}也是勾股数。若果{\displaystyle (a,b,c)}三者[互质](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%92%E8%B3%AA)（它们的[最大公因数](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%80%E5%A4%A7%E5%85%AC%E5%9B%A0%E6%95%B8" \o "最大公因数)是 1），它们就称为**素勾股数**。

## 寻找方法一

设n是正整数

a=2\*n+1，b=2n^2+2n, c=2n^2+2n+1。

由此可以找到所有最小数是奇数的互质勾股数

a=4n b=4n²-1, c=4n²+1

由此可以找到最小数是偶数的互质勾股数，但注意，这样不能找到全部最小数是偶数的互质勾股数，且这个式子n>=2

的素勾股数。

若m和n互质，且为一奇一偶，则计算的a b c就是互质的，这是充要条件。

以上结论证明，和圆有关

## 寻找方法二

设m>n,且n,m都是正整数。

a= m^2-n^2

b=2\*n\*m

c= m^2+n^2

上述列式不能找出所有勾股数，但可推论到数学上存在无穷多的素勾股数。

若m和n互质，且为一奇一偶，则计算的a b c就是互质的，这是充要条件。

上述式子按照这个找法可以得到所有互素的勾股数。

以上结论证明，和圆有关。

求得边小于等于给定整数N的所有整数直角三角形个数：

上述式子中c是a b c中最大的数，通过计算m^2+n^2 <=N，有多少整数点，可以sqrt(N)复杂度求得答案

## 性质：

* 三个数至少一个是3倍数，三个数至少一个是4倍数，三个数至少一个是5倍数
* 三个数任意两个数的gcd是三个数的总gcd
* 勾股数每个数乘以正整数a,结果还是勾股数，证明显而易见