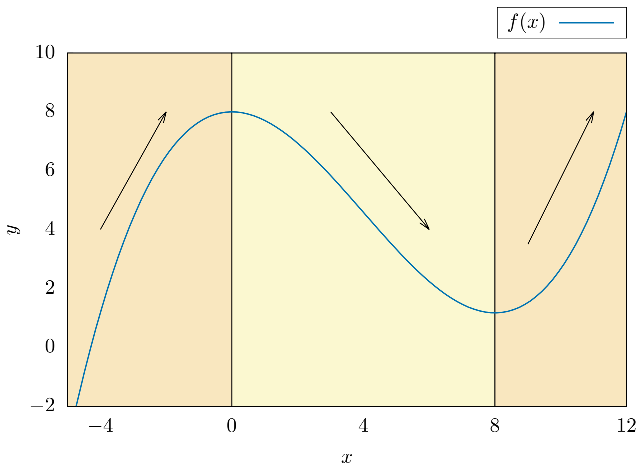
ÚVOD DO ANALÝZY FUNKCÍ

Růst a pokles funkce

O funkci f řekneme, že je

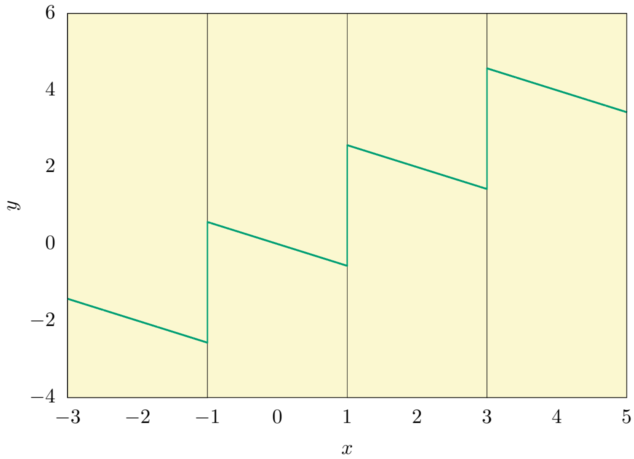
- **rostoucí** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x < y$ platí $f(x) < f(y)$,
- **klesající** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x < y$ platí $f(x) < f(y)$,
- **neklesající** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x < y$ platí $f(x) \leq f(y)$,
- **nerostoucí** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x < y$ platí $f(x) \geq f(y)$,
- **monotónní** na intervalu I, jestliže je na něm neklesající, anebo nerostoucí,
- **konstantní** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x < y$ platí $f(x) = f(y)$.



Obrázek 1: Ilustrace pojmu rostoucí a klesající funkce. Na oranžové oblasti je $f(x)$ rostoucí, na žluté oblasti je $f(x)$ klesající.

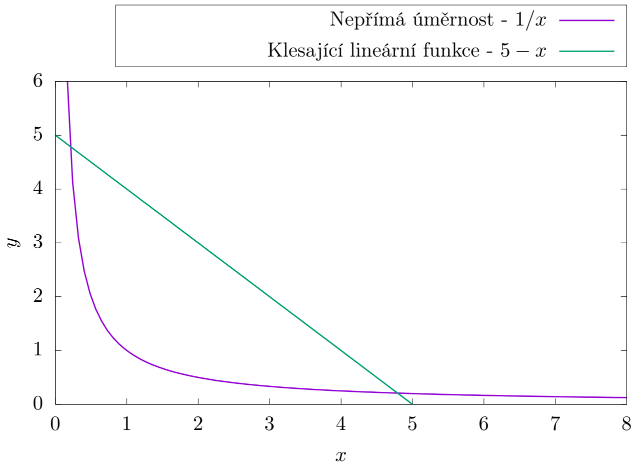
Poznámka 1. Pokud mluvíme o růstu nebo poklesu funkce, je vždy nutné uvést, na jakém intervalu se pohybujeme. Důležitost je vidět na následujícím příkladu, viz obrázek 2.

Verze: 3. listopadu 2021



Obrázek 2: Příklad funkce, která je klesající na každém intervalu $I_p = (2p-1, 2p+1)$, kde $p \in \mathbb{Z}$. Na celém $\mathbb{R}$ ale není ani rostoucí, ani klesající. Porovnáme-li dva body $x_1 < x_2$ v témže intervalu I_p, splňují $f(x_1) > f(x_2)$. Porovnáme-li však body v různých intervalech, dostaneme $f(x_1) < f(x_2)$. Není tedy splněna ani jedna z podmínek pro růst nebo pokles na $\mathbb{R}$. Všimněme si, že funkce je v krajních bodech intervalů nespojitá, má v nich skoky.

Poznámka 2. V některé literatuře se o různých křivkách mluví jako o „rostoucích zleva doprava" nebo „klesajících zprava doleva" a podobně. Matematická terminologie vždy pracuje s tím, co se děje s hodnotami $f(x)$ při rostoucích x - tedy vždy „zleva doprava", chcete-li. Podobně se někdy říká o klesajících funkcích $y(x)$, že „y je nepřímo úměrné x". Ale matematická terminologie říká, že pouze funkce $y(x) = C/x$ je nepřímá úměrnost, žádná jiná funkce toto nesplňuje.



Obrázek 3: Ilustrace často nesprávně použitého termínu „nepřímá úměrnost". Pouze funkce typu C/x jsou nepřímé úměrnosti.

Další charakteristiky funkce

O funkci $f(x)$ říkáme, že je

- **prostá** na intervalu I, jestliže pro všechna $x, y \in I$ splňující $x \neq y$ platí $f(x) \neq f(y)$ („každému x přísluší jiná hodnota $f(x)$"),
- **omezená shora**, jestliže existuje konečné číslo K takové, že pro všechna $x \in D(f)$ platí $f(x) \leq K$,
- **omezená zdola**, jestliže existuje konečné číslo K takové, že pro všechna $x \in D(f)$ platí $f(x) \geq K$,
- **omezená**, jestliže je omezená shora i zdola.