

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики»

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра информационных систем

Лабораторная работа № 1

Выполнили студенты группы М33051:

Ефимов Вячеслав Иосифович

Мелентьев Петр Алексеевич

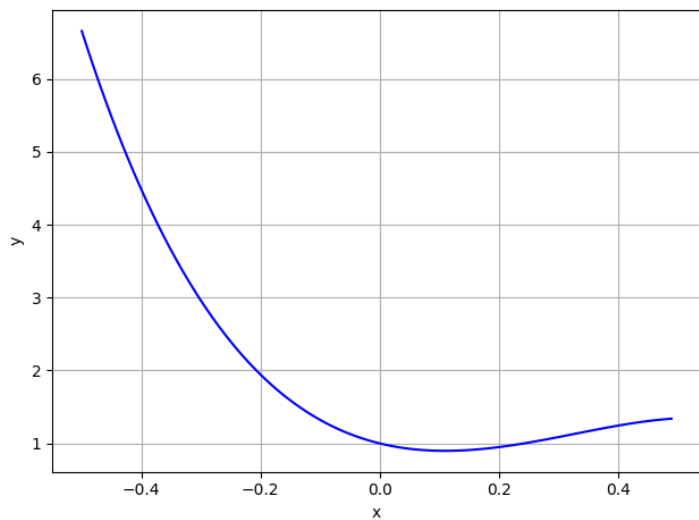
Яндола Владислав Константинович

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

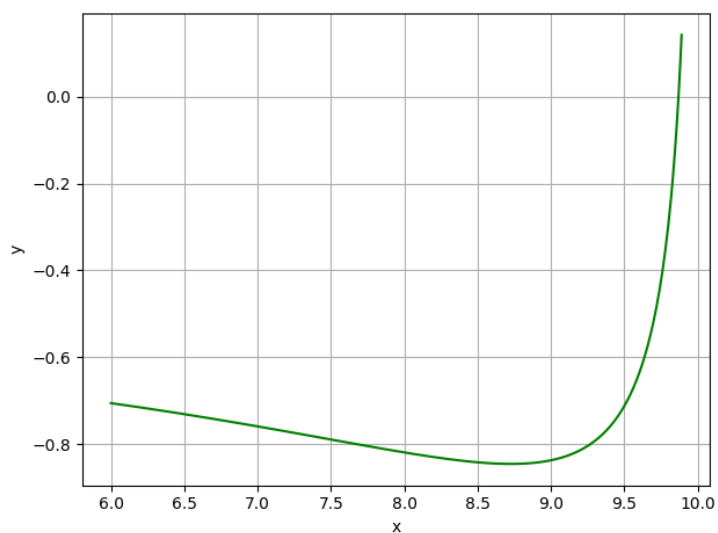
2020

Исходные графики функций

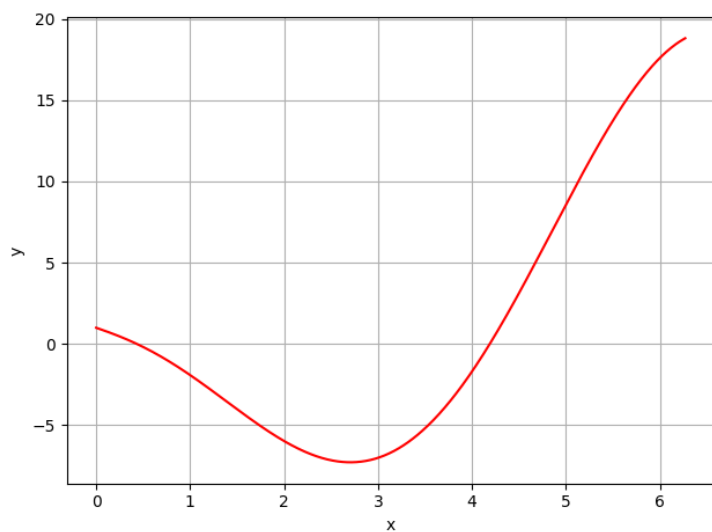
1. $f(x) = -5x^5 + 4x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 2x + 1$



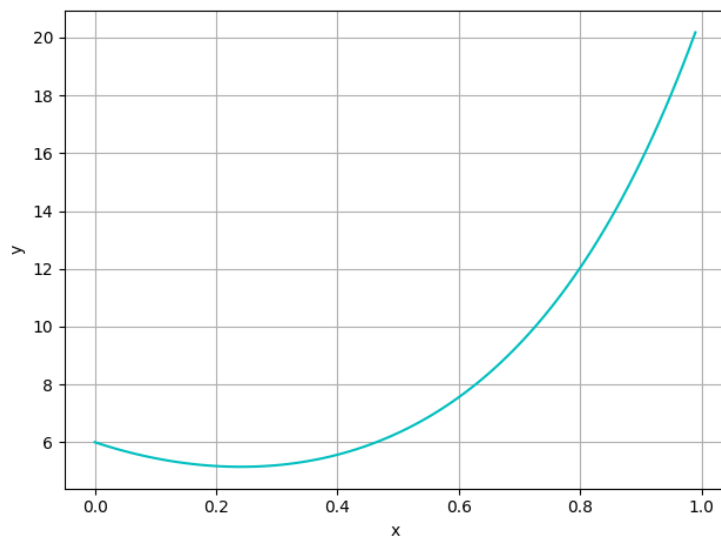
2. $f(x) = \lg^2(x-2) + \lg^2(10-x) - x^{0.2}$



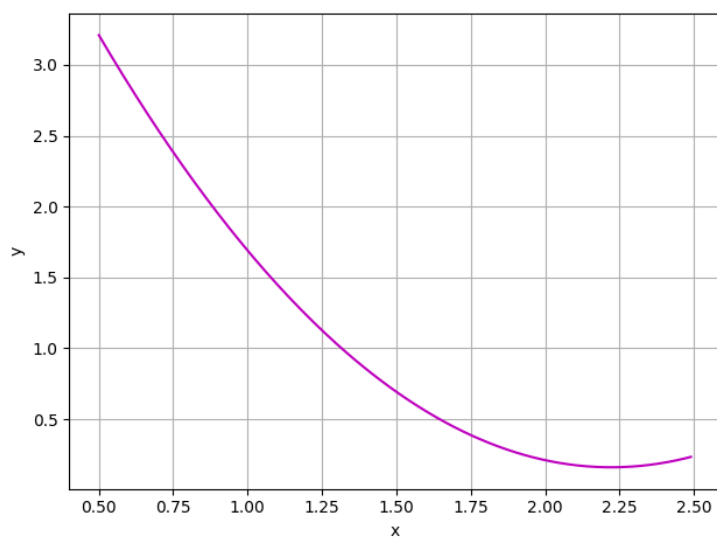
3. $f(x) = -3x\sin(0.75x) + e^{-2x}$



4. $f(x) = e^{3x} + 5e^{-2x}$



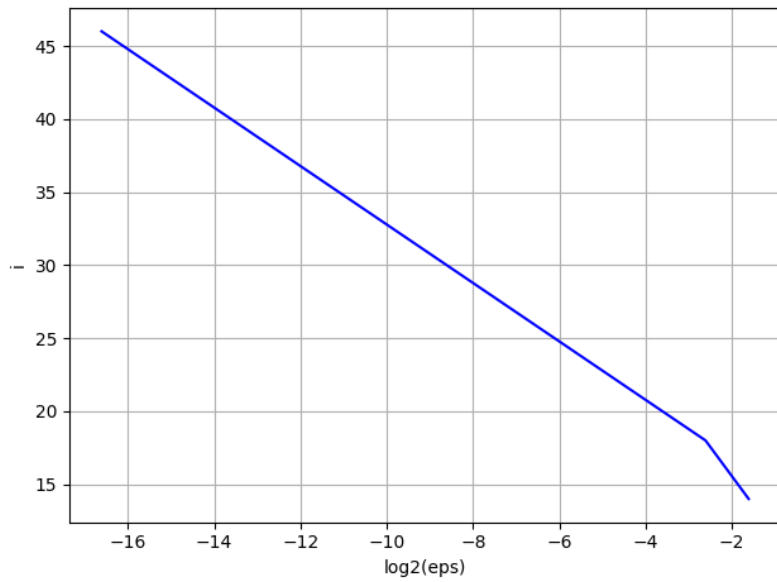
5. $f(x) = 0.2x \lg x + (x - 2.3)^2$



Метод дихотомии

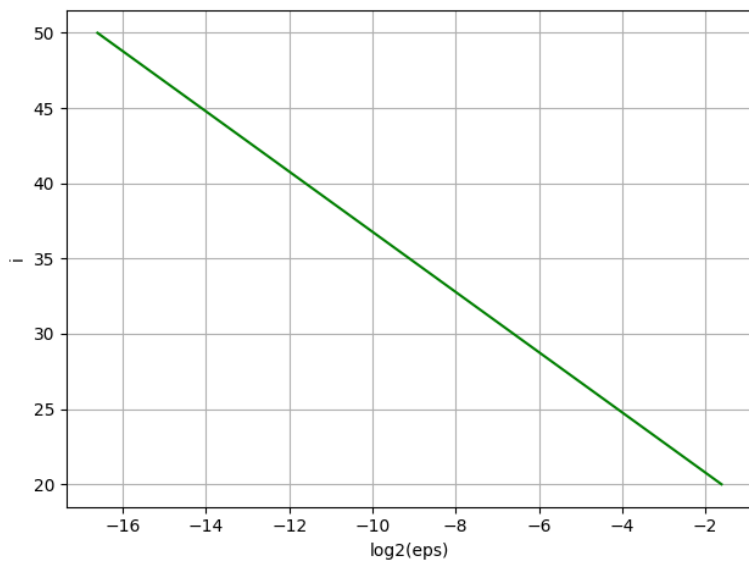
$y = f_1(x)$: $x_{\min} = 0.1099$, $y_{\min} = 0.8976$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	-0.5	0.5	1.0	0.0	-0.0049	0.0049	1.0101	0.9905
2	-0.0049	0.5	0.5049	1.9806	0.2427	0.2525	1.0006	1.0142
3	-0.0049	0.2525	0.2574	1.9619	0.1189	0.1287	0.8982	0.9001
4	-0.0049	0.1287	0.1336	1.9266	0.057	0.0668	0.9196	0.912
5	0.057	0.1287	0.0717	1.8633	0.0879	0.0977	0.9012	0.8987
6	0.0879	0.1287	0.0407	1.7595	0.1034	0.1132	0.8979	0.8977
7	0.1034	0.1287	0.0253	1.6122	0.1111	0.1209	0.8976	0.8985
8	0.1034	0.1209	0.0175	1.4411	0.1073	0.1171	0.8977	0.898
9	0.1034	0.1171	0.0137	1.283	0.1053	0.1151	0.8978	0.8978
10	0.1034	0.1151	0.0117	1.1648	0.1044	0.1142	0.8979	0.8978
11	0.1044	0.1151	0.0108	1.0898	0.1049	0.1147	0.8978	0.8978
12	0.1049	0.1151	0.0103	1.047	0.1051	0.1149	0.8978	0.8978
13	0.1049	0.1149	0.01	1.0241	0.105	0.1148	0.8978	0.8978



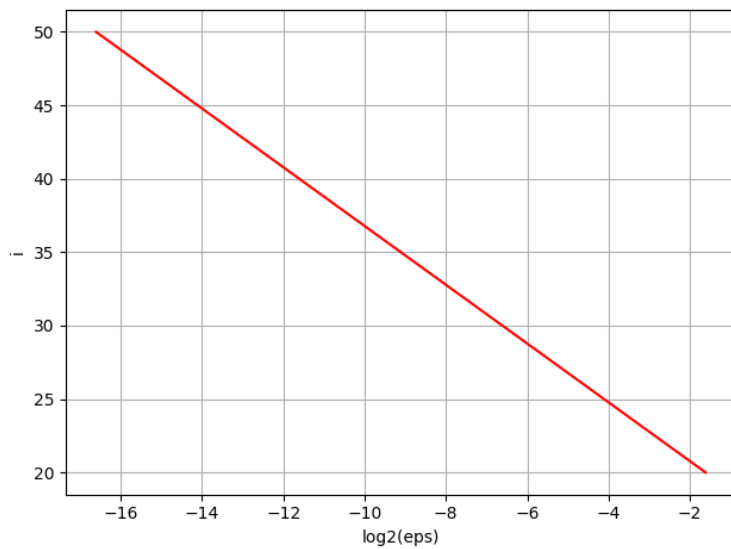
$y = f_2(x)$: $x_{\min} = 8.7268$, $y_{\min} = -0.846$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	6	9.9	3.9	0.0	7.9451	7.9549	-0.8165	-0.817
2	7.9451	9.9	1.9549	1.995	8.9177	8.9275	-0.8423	-0.8418
3	7.9451	8.9275	0.9824	1.99	8.4314	8.4412	-0.8401	-0.8405
4	8.4314	8.9275	0.4961	1.9802	8.6745	8.6843	-0.8458	-0.8459
5	8.6745	8.9275	0.2529	1.9613	8.7961	8.8059	-0.8456	-0.8455
6	8.6745	8.8059	0.1314	1.9254	8.7353	8.7451	-0.846	-0.846
7	8.6745	8.7451	0.0706	1.8612	8.7049	8.7147	-0.846	-0.846
8	8.7049	8.7451	0.0402	1.7562	8.7201	8.7299	-0.846	-0.846
9	8.7201	8.7451	0.025	1.6079	8.7277	8.7375	-0.846	-0.846
10	8.7201	8.7375	0.0174	1.4367	8.7239	8.7337	-0.846	-0.846
11	8.7201	8.7337	0.0136	1.2794	8.722	8.7318	-0.846	-0.846
12	8.7201	8.7318	0.0117	1.1624	8.7211	8.7309	-0.846	-0.846
13	8.7211	8.7318	0.0107	1.0884	8.7215	8.7313	-0.846	-0.846
14	8.7215	8.7318	0.0103	1.0462	8.7218	8.7316	-0.846	-0.846
15	8.7218	8.7318	0.01	1.0237	8.7219	8.7317	-0.846	-0.846



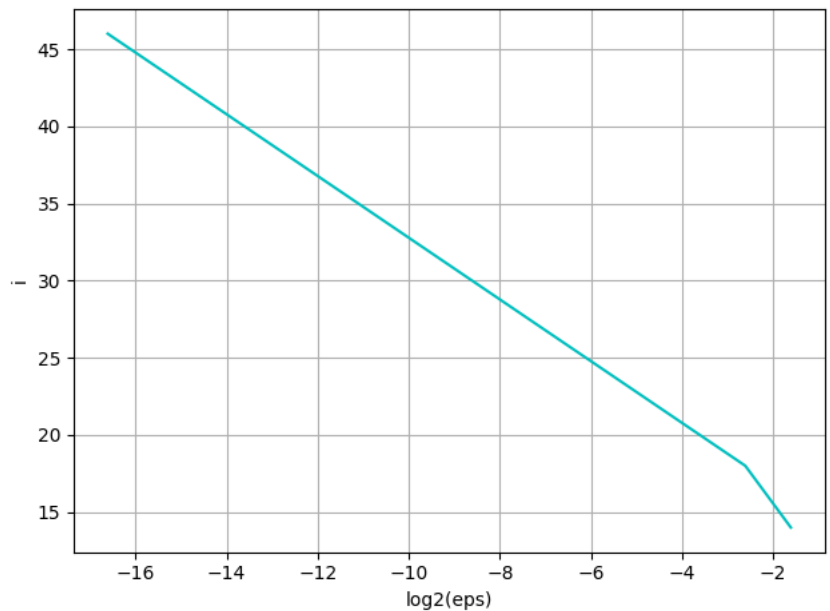
$$y = f_3(x): x_{\min} = 2.7065, y_{\min} = -7.2744$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	6.28	6.28	0.0	3.1351	3.1449	-6.681	-6.6529
2	0	3.1449	3.1449	1.9969	1.5676	1.5774	-4.2968	-4.338
3	1.5676	3.1449	1.5774	1.9938	2.3513	2.3611	-6.9143	-6.9332
4	2.3513	3.1449	0.7936	1.9877	2.7432	2.753	-7.2702	-7.2677
5	2.3513	2.753	0.4017	1.9756	2.5473	2.5571	-7.1991	-7.208
6	2.5473	2.753	0.2057	1.9524	2.6452	2.655	-7.263	-7.2663
7	2.6452	2.753	0.1078	1.9091	2.6942	2.704	-7.2739	-7.2743
8	2.6942	2.753	0.0588	1.8333	2.7187	2.7285	-7.2739	-7.2729
9	2.6942	2.7285	0.0343	1.7142	2.7065	2.7163	-7.2744	-7.2741
10	2.6942	2.7163	0.022	1.5555	2.7003	2.7101	-7.2742	-7.2743
11	2.7003	2.7163	0.0159	1.3845	2.7034	2.7132	-7.2743	-7.2742
12	2.7003	2.7132	0.0129	1.238	2.7019	2.7117	-7.2743	-7.2743
13	2.7003	2.7117	0.0113	1.1351	2.7011	2.7109	-7.2743	-7.2743
14	2.7011	2.7117	0.0106	1.0724	2.7015	2.7113	-7.2743	-7.2743
15	2.7015	2.7117	0.0102	1.0376	2.7017	2.7115	-7.2743	-7.2743



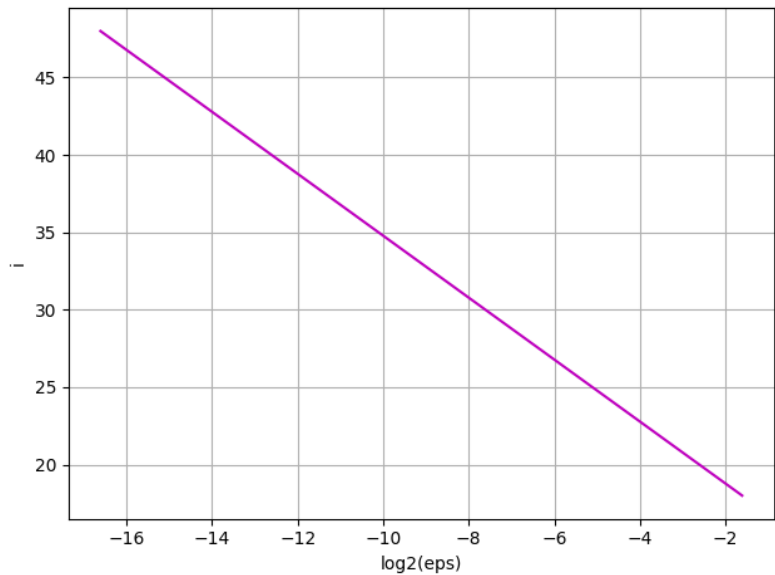
$$y = f_4(x): x_{\min} = 0.2408, y_{\min} = 5.1483$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	1	1	0.0	0.4951	0.5049	6.2738	6.3695
2	0	0.5049	0.5049	1.9806	0.2476	0.2574	5.149	5.1526
3	0	0.2574	0.2574	1.9619	0.1238	0.1336	5.3532	5.3207
4	0.1238	0.2574	0.1336	1.9266	0.1857	0.1955	5.1945	5.1796
5	0.1857	0.2574	0.0717	1.8633	0.2166	0.2264	5.1573	5.1515
6	0.2166	0.2574	0.0407	1.7595	0.2321	0.2419	5.1495	5.1484
7	0.2321	0.2574	0.0253	1.6122	0.2398	0.2496	5.1484	5.1495
8	0.2321	0.2496	0.0175	1.4411	0.2359	0.2457	5.1487	5.1487
9	0.2321	0.2457	0.0137	1.283	0.234	0.2438	5.149	5.1485
10	0.234	0.2457	0.0117	1.1648	0.235	0.2448	5.1489	5.1486
11	0.235	0.2457	0.0108	1.0898	0.2355	0.2453	5.1488	5.1486
12	0.2355	0.2457	0.0103	1.047	0.2357	0.2455	5.1487	5.1487
13	0.2357	0.2457	0.01	1.0241	0.2358	0.2456	5.1487	5.1487



$y = f_5(x): x_{\min} = 2.2218, y_{\min} = 0.1602$

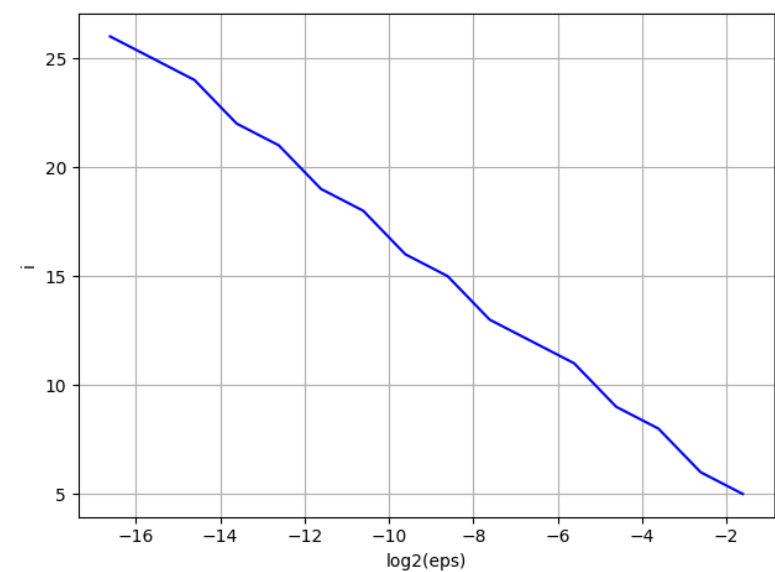
i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0.5	2.5	2.0	0.0	1.4951	1.5049	0.7001	0.6856
2	1.4951	2.5	1.0049	1.9902	1.9927	2.0025	0.2138	0.2093
3	1.9927	2.5	0.5073	1.9807	2.2414	2.2512	0.1606	0.1611
4	1.9927	2.2512	0.2586	1.9621	2.117	2.1268	0.1714	0.1694
5	2.117	2.2512	0.1342	1.927	2.1792	2.189	0.162	0.1613
6	2.1792	2.2512	0.072	1.8639	2.2103	2.2201	0.1603	0.1602
7	2.2103	2.2512	0.0409	1.7604	2.2259	2.2357	0.1602	0.1604
8	2.2103	2.2357	0.0253	1.6134	2.2181	2.2279	0.1602	0.1602
9	2.2103	2.2279	0.0176	1.4424	2.2142	2.224	0.1602	0.1602
10	2.2142	2.2279	0.0137	1.284	2.2162	2.226	0.1602	0.1602
11	2.2162	2.2279	0.0117	1.1655	2.2171	2.2269	0.1602	0.1602
12	2.2162	2.2269	0.0108	1.0902	2.2166	2.2264	0.1602	0.1602
13	2.2166	2.2269	0.0103	1.0472	2.2169	2.2267	0.1602	0.1602
14	2.2169	2.2269	0.01	1.0242	2.217	2.2268	0.1602	0.1602



Метод золотого сечения

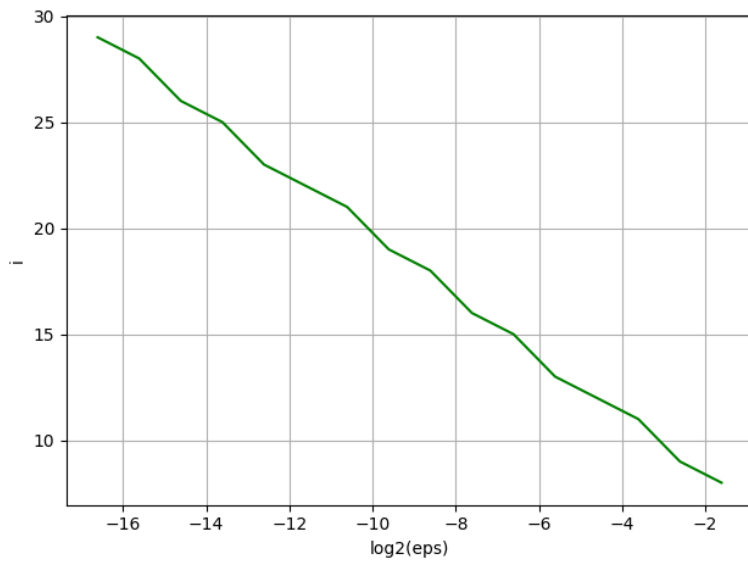
$y = f_1(x)$: $x_{min} = 0.1089$, $y_{min} = 0.8976$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	-0.5	0.5	1.0	0.0	-0.118	0.118	1.4099	0.8981
2	-0.118	0.5	0.618	1.618	0.118	0.2639	0.8981	1.0308
3	-0.118	0.2639	0.382	1.618	0.0279	0.118	0.9526	0.8981
4	0.0279	0.2639	0.2361	1.618	0.118	0.1738	0.8981	0.9245
5	0.0279	0.1738	0.1459	1.618	0.0836	0.118	0.9028	0.8981
6	0.0836	0.1738	0.0902	1.618	0.118	0.1393	0.8981	0.9037
7	0.0836	0.1393	0.0557	1.618	0.1049	0.118	0.8978	0.8981
8	0.0836	0.118	0.0344	1.618	0.0967	0.1049	0.8989	0.8978
9	0.0967	0.118	0.0213	1.618	0.1049	0.1099	0.8978	0.8976
10	0.1049	0.118	0.0132	1.618	0.1099	0.113	0.8976	0.8977



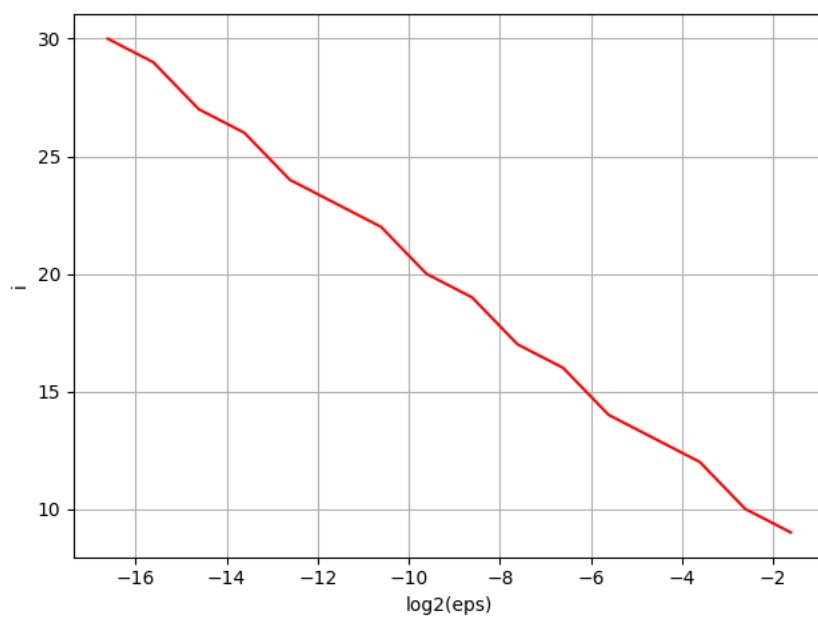
$y = f_2(x)$: $x_{min} = 8.7265$, $y_{min} = -0.846$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	6	9.9	3.9	0.0	7.4897	8.4103	-0.7892	-0.8394
2	7.4897	9.9	2.4103	1.618	8.4103	8.9793	-0.8394	-0.839
3	7.4897	8.9793	1.4897	1.618	8.0587	8.4103	-0.8228	-0.8394
4	8.0587	8.9793	0.9207	1.618	8.4103	8.6277	-0.8394	-0.8453
5	8.4103	8.9793	0.569	1.618	8.6277	8.762	-0.8453	-0.8459
6	8.6277	8.9793	0.3517	1.618	8.762	8.845	-0.8459	-0.8447
7	8.6277	8.845	0.2173	1.618	8.7107	8.762	-0.846	-0.8459
8	8.6277	8.762	0.1343	1.618	8.679	8.7107	-0.8458	-0.846
9	8.679	8.762	0.083	1.618	8.7107	8.7303	-0.846	-0.846
10	8.7107	8.762	0.0513	1.618	8.7303	8.7424	-0.846	-0.846
11	8.7107	8.7424	0.0317	1.618	8.7228	8.7303	-0.846	-0.846
12	8.7228	8.7424	0.0196	1.618	8.7303	8.7349	-0.846	-0.846
13	8.7228	8.7349	0.0121	1.618	8.7274	8.7303	-0.846	-0.846



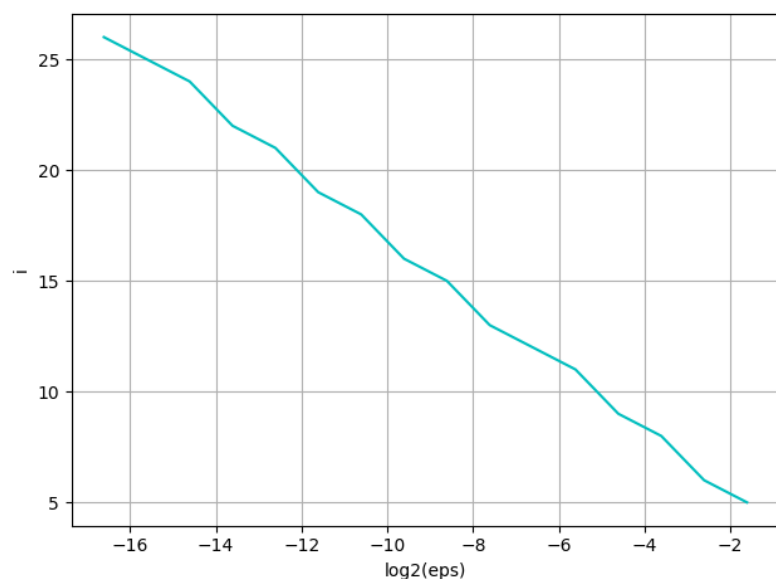
$y = f_3(x)$: $x_{\min} = 2.706$, $y_{\min} = -7.2744$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	6.28	6.28	0.0	2.3987	3.8813	-7.0013	-2.6615
2	0	3.8813	3.8813	1.618	1.4825	2.3987	-3.9358	-7.0013
3	1.4825	3.8813	2.3987	1.618	2.3987	2.965	-7.0013	-7.0626
4	2.3987	3.8813	1.4825	1.618	2.965	3.315	-7.0626	-6.0595
5	2.3987	3.315	0.9162	1.618	2.7487	2.965	-7.2689	-7.0626
6	2.3987	2.965	0.5663	1.618	2.615	2.7487	-7.2492	-7.2689
7	2.615	2.965	0.35	1.618	2.7487	2.8313	-7.2689	-7.2258
8	2.615	2.8313	0.2163	1.618	2.6977	2.7487	-7.2741	-7.2689
9	2.615	2.7487	0.1337	1.618	2.6661	2.6977	-7.2694	-7.2741
10	2.6661	2.7487	0.0826	1.618	2.6977	2.7172	-7.2741	-7.274
11	2.6661	2.7172	0.0511	1.618	2.6856	2.6977	-7.273	-7.2741
12	2.6856	2.7172	0.0316	1.618	2.6977	2.7051	-7.2741	-7.2744
13	2.6977	2.7172	0.0195	1.618	2.7051	2.7097	-7.2744	-7.2743
14	2.6977	2.7097	0.0121	1.618	2.7023	2.7051	-7.2743	-7.2744



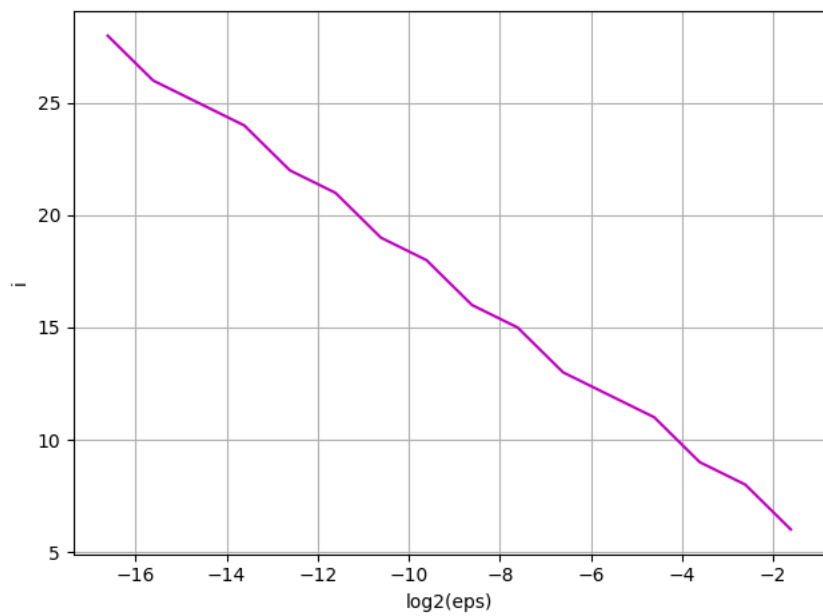
$$y = f_4(x): x_{\min} = 0.2401, y_{\min} = 5.1483$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	1	1	0.0	0.382	0.618	5.4744	7.8386
2	0	0.618	0.618	1.618	0.2361	0.382	5.1487	5.4744
3	0	0.382	0.382	1.618	0.1459	0.2361	5.2837	5.1487
4	0.1459	0.382	0.2361	1.618	0.2361	0.2918	5.1487	5.1893
5	0.1459	0.2918	0.1459	1.618	0.2016	0.2361	5.1717	5.1487
6	0.2016	0.2918	0.0902	1.618	0.2361	0.2574	5.1487	5.1526
7	0.2016	0.2574	0.0557	1.618	0.2229	0.2361	5.1533	5.1487
8	0.2229	0.2574	0.0344	1.618	0.2361	0.2442	5.1487	5.1485
9	0.2361	0.2574	0.0213	1.618	0.2442	0.2492	5.1485	5.1494
10	0.2361	0.2492	0.0132	1.618	0.2411	0.2442	5.1483	5.1485



$$y = f_5(x): x_{\min} = 2.2213, y_{\min} = 0.1602$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0.5	2.5	2.0	0.0	1.2639	1.7361	1.0992	0.4012
2	1.2639	2.5	1.2361	1.618	1.7361	2.0279	0.4012	0.1986
3	1.7361	2.5	0.7639	1.618	2.0279	2.2082	0.1986	0.1604
4	2.0279	2.5	0.4721	1.618	2.2082	2.3197	0.1604	0.1699
5	2.0279	2.3197	0.2918	1.618	2.1393	2.2082	0.1671	0.1604
6	2.1393	2.3197	0.1803	1.618	2.2082	2.2508	0.1604	0.161
7	2.1393	2.2508	0.1115	1.618	2.1819	2.2082	0.1618	0.1604
8	2.1819	2.2508	0.0689	1.618	2.2082	2.2245	0.1604	0.1602
9	2.2082	2.2508	0.0426	1.618	2.2245	2.2345	0.1602	0.1603
10	2.2082	2.2345	0.0263	1.618	2.2183	2.2245	0.1602	0.1602
11	2.2183	2.2345	0.0163	1.618	2.2245	2.2283	0.1602	0.1602
12	2.2183	2.2283	0.01	1.618	2.2221	2.2245	0.1602	0.1602



Метод Фибоначчи

$$y = f_1(x): x_{\min} = 0.1099, y_{\min} = 0.8976$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	-0.5	0.5	1.0	0.0	-0.118	0.118	1.4099	0.8981
2	-0.118	0.5	0.618	1.618	0.118	0.2639	0.8981	1.0308
3	-0.118	0.2639	0.382	1.618	0.0279	0.118	0.9526	0.8981
4	0.0279	0.2639	0.2361	1.618	0.118	0.1738	0.8981	0.9245
5	0.0279	0.1738	0.1459	1.618	0.0836	0.118	0.9028	0.8981
6	0.0836	0.1738	0.0902	1.618	0.118	0.1393	0.8981	0.9037
7	0.0836	0.1393	0.0557	1.618	0.1049	0.118	0.8978	0.8981
8	0.0836	0.118	0.0344	1.618	0.0967	0.1049	0.8989	0.8978
9	0.0967	0.118	0.0213	1.6181	0.1049	0.1099	0.8978	0.8976
10	0.1049	0.118	0.0132	1.618	0.1099	0.113	0.8976	0.8977
11	0.1049	0.113	0.0081	1.6182	0.108	0.1099	0.8977	0.8976
12	0.108	0.113	0.005	1.6176	0.1099	0.1111	0.8976	0.8976
13	0.108	0.1111	0.0031	1.619	0.1092	0.1099	0.8976	0.8976
14	0.1092	0.1111	0.0019	1.6154	0.1099	0.1103	0.8976	0.8976
15	0.1092	0.1103	0.0012	1.625	0.1096	0.1099	0.8976	0.8976
16	0.1096	0.1103	0.0007	1.6	0.1099	0.1101	0.8976	0.8976
17	0.1096	0.1101	0.0004	1.6667	0.1098	0.1099	0.8976	0.8976

$$y = f_2(x): x_{\min} = 8.7268, y_{\min} = -0.846$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	6	9.9	3.9	0.0	7.4897	8.4103	-0.7892	-0.8394
2	7.4897	9.9	2.4103	1.618	8.4103	8.9793	-0.8394	-0.839
3	7.4897	8.9793	1.4897	1.618	8.0587	8.4103	-0.8228	-0.8394
4	8.0587	8.9793	0.9207	1.618	8.4103	8.6277	-0.8394	-0.8453
5	8.4103	8.9793	0.569	1.618	8.6277	8.762	-0.8453	-0.8459
6	8.6277	8.9793	0.3517	1.618	8.762	8.845	-0.8459	-0.8447
7	8.6277	8.845	0.2173	1.618	8.7107	8.762	-0.846	-0.8459
8	8.6277	8.762	0.1343	1.618	8.679	8.7107	-0.8458	-0.846
9	8.679	8.762	0.083	1.6181	8.7107	8.7303	-0.846	-0.846
10	8.7107	8.762	0.0513	1.618	8.7303	8.7424	-0.846	-0.846
11	8.7107	8.7424	0.0317	1.6182	8.7228	8.7303	-0.846	-0.846
12	8.7228	8.7424	0.0196	1.6176	8.7303	8.7349	-0.846	-0.846
13	8.7228	8.7349	0.0121	1.619	8.7274	8.7303	-0.846	-0.846
14	8.7228	8.7303	0.0075	1.6154	8.7257	8.7274	-0.846	-0.846
15	8.7257	8.7303	0.0046	1.625	8.7274	8.7286	-0.846	-0.846
16	8.7257	8.7286	0.0029	1.6	8.7268	8.7274	-0.846	-0.846
17	8.7257	8.7274	0.0017	1.6667	8.7263	8.7268	-0.846	-0.846

$$y = f_3(x): x_{\min} = 2.706, y_{\min} = -7.2744$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	6.28	6.28	0.0	2.3987	3.8813	-7.0013	-2.6615
2	0	3.8813	3.8813	1.618	1.4825	2.3987	-3.9358	-7.0013

3	1.4825	3.8813	2.3987	1.618	2.3987	2.965	-7.0013	-7.0626
4	2.3987	3.8813	1.4825	1.618	2.965	3.315	-7.0626	-6.0595
5	2.3987	3.315	0.9162	1.618	2.7487	2.965	-7.2689	-7.0626
6	2.3987	2.965	0.5663	1.618	2.615	2.7487	-7.2492	-7.2689
7	2.615	2.965	0.35	1.618	2.7487	2.8313	-7.2689	-7.2258
8	2.615	2.8313	0.2163	1.618	2.6977	2.7487	-7.2741	-7.2689
9	2.615	2.7487	0.1337	1.6181	2.6661	2.6977	-7.2694	-7.2741
10	2.6661	2.7487	0.0826	1.618	2.6977	2.7172	-7.2741	-7.274
11	2.6661	2.7172	0.0511	1.6182	2.6856	2.6977	-7.273	-7.2741
12	2.6856	2.7172	0.0316	1.6176	2.6977	2.7051	-7.2741	-7.2744
13	2.6977	2.7172	0.0195	1.619	2.7051	2.7097	-7.2744	-7.2743
14	2.6977	2.7097	0.0121	1.6154	2.7023	2.7051	-7.2743	-7.2744
15	2.7023	2.7097	0.0074	1.625	2.7051	2.7069	-7.2744	-7.2744
16	2.7051	2.7097	0.0046	1.6	2.7069	2.7079	-7.2744	-7.2744
17	2.7051	2.7079	0.0028	1.6667	2.706	2.7069	-7.2744	-7.2744

$$y = f_4(x): x_{\min} = 0.2408, y_{\min} = 5.1483$$

i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0	1	1	0.0	0.382	0.618	5.4744	7.8386
2	0	0.618	0.618	1.618	0.2361	0.382	5.1487	5.4744
3	0	0.382	0.382	1.618	0.1459	0.2361	5.2837	5.1487
4	0.1459	0.382	0.2361	1.618	0.2361	0.2918	5.1487	5.1893
5	0.1459	0.2918	0.1459	1.618	0.2016	0.2361	5.1717	5.1487
6	0.2016	0.2918	0.0902	1.618	0.2361	0.2574	5.1487	5.1526
7	0.2016	0.2574	0.0557	1.618	0.2229	0.2361	5.1533	5.1487
8	0.2229	0.2574	0.0344	1.618	0.2361	0.2442	5.1487	5.1485
9	0.2361	0.2574	0.0213	1.6181	0.2442	0.2492	5.1485	5.1494
10	0.2361	0.2492	0.0132	1.618	0.2411	0.2442	5.1483	5.1485
11	0.2361	0.2442	0.0081	1.6182	0.2392	0.2411	5.1484	5.1483
12	0.2392	0.2442	0.005	1.6176	0.2411	0.2423	5.1483	5.1484
13	0.2392	0.2423	0.0031	1.619	0.2404	0.2411	5.1483	5.1483
14	0.2404	0.2423	0.0019	1.6154	0.2411	0.2415	5.1483	5.1483
15	0.2404	0.2415	0.0012	1.625	0.2408	0.2411	5.1483	5.1483
16	0.2404	0.2411	0.0007	1.6	0.2407	0.2408	5.1483	5.1483
17	0.2407	0.2411	0.0004	1.6667	0.2408	0.2409	5.1483	5.1483

$$y = f_5(x): x_{\min} = 2.2218, y_{\min} = 0.1602$$

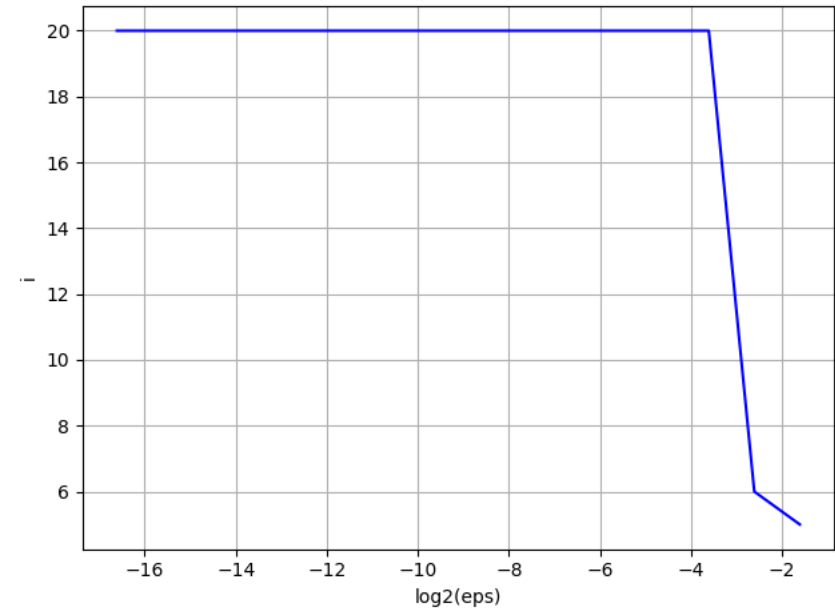
i	a	b	b - a	k	x1	x2	y1	y2
1	0.5	2.5	2.0	0.0	1.2639	1.7361	1.0992	0.4012
2	1.2639	2.5	1.2361	1.618	1.7361	2.0279	0.4012	0.1986
3	1.7361	2.5	0.7639	1.618	2.0279	2.2082	0.1986	0.1604
4	2.0279	2.5	0.4721	1.618	2.2082	2.3197	0.1604	0.1699
5	2.0279	2.3197	0.2918	1.618	2.1393	2.2082	0.1671	0.1604
6	2.1393	2.3197	0.1803	1.618	2.2082	2.2508	0.1604	0.161
7	2.1393	2.2508	0.1115	1.618	2.1819	2.2082	0.1618	0.1604
8	2.1819	2.2508	0.0689	1.618	2.2082	2.2245	0.1604	0.1602

9	2.2082	2.2508	0.0426	1.6181	2.2245	2.2345	0.1602	0.1603
10	2.2082	2.2345	0.0263	1.618	2.2183	2.2245	0.1602	0.1602
11	2.2183	2.2345	0.0163	1.6182	2.2245	2.2283	0.1602	0.1602
12	2.2183	2.2283	0.0101	1.6176	2.2221	2.2245	0.1602	0.1602
13	2.2183	2.2245	0.0062	1.619	2.2206	2.2221	0.1602	0.1602
14	2.2206	2.2245	0.0038	1.6154	2.2221	2.223	0.1602	0.1602
15	2.2206	2.223	0.0024	1.625	2.2215	2.2221	0.1602	0.1602
16	2.2215	2.223	0.0015	1.6	2.2221	2.2224	0.1602	0.1602
17	2.2215	2.2224	0.0009	1.6667	2.2218	2.2221	0.1602	0.1602

Метод парабол

$y = f_1(x)$: $x_{min} = 0.1099$, $y_{min} = 0.8976$

i	x1	x2	x3	x3 - x1	k	y1	y2	y3
1	-0.5	0.0	0.5	1.0	0.0	6.6562	1.0	1.3438
2	0.0	0.2214	0.5	0.5	2.0	1.0	0.9731	1.3438
3	0.0	0.1316	0.2214	0.2214	2.2588	1.0	0.901	0.9731
4	0.0	0.1193	0.1316	0.1316	1.6816	1.0	0.8983	0.901
5	0.0	0.112	0.1193	0.1193	1.103	1.0	0.8977	0.8983
6	0.0	0.1107	0.112	0.112	1.0651	1.0	0.8976	0.8977
7	0.0	0.1101	0.1107	0.1107	1.0122	1.0	0.8976	0.8976
8	0.0	0.1099	0.1101	0.1101	1.0056	1.0	0.8976	0.8976
9	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0013	1.0	0.8976	0.8976
10	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0005	1.0	0.8976	0.8976
11	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0001	1.0	0.8976	0.8976
12	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976
13	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976
14	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976
15	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976
16	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976
17	0.0	0.1099	0.1099	0.1099	1.0	1.0	0.8976	0.8976



$y = f_2(x)$: $x_{min} = 8.7269$, $y_{min} = -0.846$

i	x1	x2	x3	x3 - x1	k	y1	y2	y3
1	6	7.95	9.9	3.9	0.0	-0.706	-0.8168	0.224
2	7.1625	7.95	9.9	2.7375	1.4247	-0.7692	-0.8168	0.224
3	7.6953	7.95	9.9	2.2047	1.2416	-0.8017	-0.8168	0.224
4	7.9325	7.95	9.9	1.9675	1.1206	-0.8157	-0.8168	0.224
5	7.95	8.0366	9.9	1.95	1.009	-0.8168	-0.8216	0.224
6	8.0366	8.082	9.9	1.8634	1.0465	-0.8216	-0.8241	0.224
7	8.082	8.1396	9.9	1.818	1.0249	-0.8241	-0.8271	0.224
8	8.1396	8.1846	9.9	1.7604	1.0327	-0.8271	-0.8294	0.224

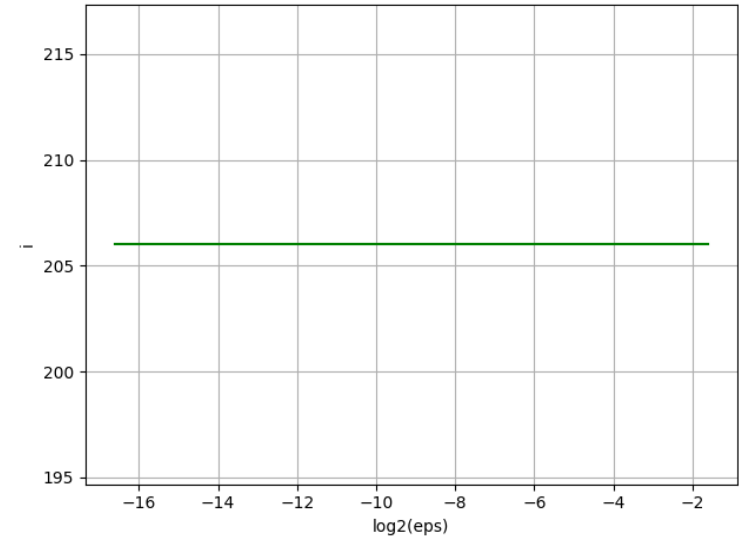
9	8.1846	8.2294	9.9	1.7154	1.0262	-0.8294	-0.8316	0.224
10	8.2294	8.2687	9.9	1.6706	1.0269	-0.8316	-0.8335	0.224
11	8.2687	8.3056	9.9	1.6313	1.0241	-0.8335	-0.8351	0.224
12	8.3056	8.3389	9.9	1.5944	1.0231	-0.8351	-0.8365	0.224
13	8.3389	8.3697	9.9	1.5611	1.0214	-0.8365	-0.8378	0.224
14	8.3697	8.3979	9.9	1.5303	1.0201	-0.8378	-0.8389	0.224
15	8.3979	8.4238	9.9	1.5021	1.0187	-0.8389	-0.8399	0.224
16	8.4238	8.4475	9.9	1.4762	1.0175	-0.8399	-0.8407	0.224
17	8.4475	8.4694	9.9	1.4525	1.0164	-0.8407	-0.8414	0.224
18	8.4694	8.4894	9.9	1.4306	1.0153	-0.8414	-0.8421	0.224
19	8.4894	8.5079	9.9	1.4106	1.0142	-0.8421	-0.8426	0.224
20	8.5079	8.5249	9.9	1.3921	1.0133	-0.8426	-0.8431	0.224
21	8.5249	8.5405	9.9	1.3751	1.0123	-0.8431	-0.8435	0.224
22	8.5405	8.5549	9.9	1.3595	1.0115	-0.8435	-0.8438	0.224
23	8.5549	8.5681	9.9	1.3451	1.0107	-0.8438	-0.8441	0.224
24	8.5681	8.5803	9.9	1.3319	1.0099	-0.8441	-0.8444	0.224
25	8.5803	8.5915	9.9	1.3197	1.0092	-0.8444	-0.8446	0.224
26	8.5915	8.6019	9.9	1.3085	1.0086	-0.8446	-0.8448	0.224
27	8.6019	8.6115	9.9	1.2981	1.008	-0.8448	-0.845	0.224
28	8.6115	8.6203	9.9	1.2885	1.0074	-0.845	-0.8451	0.224
29	8.6203	8.6284	9.9	1.2797	1.0069	-0.8451	-0.8453	0.224
30	8.6284	8.6359	9.9	1.2716	1.0064	-0.8453	-0.8454	0.224
31	8.6359	8.6428	9.9	1.2641	1.0059	-0.8454	-0.8455	0.224
32	8.6428	8.6492	9.9	1.2572	1.0055	-0.8455	-0.8456	0.224
33	8.6492	8.6551	9.9	1.2508	1.0051	-0.8456	-0.8456	0.224
34	8.6551	8.6605	9.9	1.2449	1.0047	-0.8456	-0.8457	0.224
35	8.6605	8.6655	9.9	1.2395	1.0044	-0.8457	-0.8457	0.224
36	8.6655	8.6702	9.9	1.2345	1.0041	-0.8457	-0.8458	0.224
37	8.6702	8.6745	9.9	1.2298	1.0038	-0.8458	-0.8458	0.224
38	8.6745	8.6784	9.9	1.2255	1.0035	-0.8458	-0.8458	0.224
39	8.6784	8.6821	9.9	1.2216	1.0032	-0.8458	-0.8459	0.224
40	8.6821	8.6855	9.9	1.2179	1.003	-0.8459	-0.8459	0.224
41	8.6855	8.6886	9.9	1.2145	1.0028	-0.8459	-0.8459	0.224
42	8.6886	8.6915	9.9	1.2114	1.0026	-0.8459	-0.8459	0.224
43	8.6915	8.6941	9.9	1.2085	1.0024	-0.8459	-0.8459	0.224
44	8.6941	8.6966	9.9	1.2059	1.0022	-0.8459	-0.846	0.224
45	8.6966	8.6989	9.9	1.2034	1.002	-0.846	-0.846	0.224
46	8.6989	8.701	9.9	1.2011	1.0019	-0.846	-0.846	0.224
47	8.701	8.7029	9.9	1.199	1.0018	-0.846	-0.846	0.224
48	8.7029	8.7047	9.9	1.1971	1.0016	-0.846	-0.846	0.224
49	8.7047	8.7064	9.9	1.1953	1.0015	-0.846	-0.846	0.224
50	8.7064	8.7079	9.9	1.1936	1.0014	-0.846	-0.846	0.224
51	8.7079	8.7094	9.9	1.1921	1.0013	-0.846	-0.846	0.224
52	8.7094	8.7107	9.9	1.1906	1.0012	-0.846	-0.846	0.224
53	8.7107	8.7119	9.9	1.1893	1.0011	-0.846	-0.846	0.224
54	8.7119	8.713	9.9	1.1881	1.001	-0.846	-0.846	0.224
55	8.713	8.7141	9.9	1.187	1.0009	-0.846	-0.846	0.224
56	8.7141	8.715	9.9	1.1859	1.0009	-0.846	-0.846	0.224

57	8.715	8.7159	9.9	1.185	1.0008	-0.846	-0.846	0.224
58	8.7159	8.7167	9.9	1.1841	1.0008	-0.846	-0.846	0.224
59	8.7167	8.7175	9.9	1.1833	1.0007	-0.846	-0.846	0.224
60	8.7175	8.7182	9.9	1.1825	1.0006	-0.846	-0.846	0.224
61	8.7182	8.7189	9.9	1.1818	1.0006	-0.846	-0.846	0.224
62	8.7189	8.7195	9.9	1.1811	1.0006	-0.846	-0.846	0.224
63	8.7195	8.72	9.9	1.1805	1.0005	-0.846	-0.846	0.224
64	8.72	8.7205	9.9	1.18	1.0005	-0.846	-0.846	0.224
65	8.7205	8.721	9.9	1.1795	1.0004	-0.846	-0.846	0.224
66	8.721	8.7215	9.9	1.179	1.0004	-0.846	-0.846	0.224
67	8.7215	8.7219	9.9	1.1785	1.0004	-0.846	-0.846	0.224
68	8.7219	8.7222	9.9	1.1781	1.0003	-0.846	-0.846	0.224
69	8.7222	8.7226	9.9	1.1778	1.0003	-0.846	-0.846	0.224
70	8.7226	8.7229	9.9	1.1774	1.0003	-0.846	-0.846	0.224
71	8.7229	8.7232	9.9	1.1771	1.0003	-0.846	-0.846	0.224
72	8.7232	8.7235	9.9	1.1768	1.0003	-0.846	-0.846	0.224
73	8.7235	8.7237	9.9	1.1765	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
74	8.7237	8.724	9.9	1.1763	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
75	8.724	8.7242	9.9	1.176	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
76	8.7242	8.7244	9.9	1.1758	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
77	8.7244	8.7246	9.9	1.1756	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
78	8.7246	8.7248	9.9	1.1754	1.0002	-0.846	-0.846	0.224
79	8.7248	8.7249	9.9	1.1752	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
80	8.7249	8.7251	9.9	1.1751	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
81	8.7251	8.7252	9.9	1.1749	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
82	8.7252	8.7253	9.9	1.1748	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
83	8.7253	8.7255	9.9	1.1747	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
84	8.7255	8.7256	9.9	1.1745	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
85	8.7256	8.7257	9.9	1.1744	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
86	8.7257	8.7258	9.9	1.1743	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
87	8.7258	8.7258	9.9	1.1742	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
88	8.7258	8.7259	9.9	1.1742	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
89	8.7259	8.726	9.9	1.1741	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
90	8.726	8.7261	9.9	1.174	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
91	8.7261	8.7261	9.9	1.1739	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
92	8.7261	8.7262	9.9	1.1739	1.0001	-0.846	-0.846	0.224
93	8.7262	8.7262	9.9	1.1738	1.0	-0.846	-0.846	0.224
94	8.7262	8.7263	9.9	1.1738	1.0	-0.846	-0.846	0.224
95	8.7263	8.7263	9.9	1.1737	1.0	-0.846	-0.846	0.224
96	8.7263	8.7264	9.9	1.1737	1.0	-0.846	-0.846	0.224
97	8.7264	8.7264	9.9	1.1736	1.0	-0.846	-0.846	0.224
98	8.7264	8.7265	9.9	1.1736	1.0	-0.846	-0.846	0.224
99	8.7265	8.7265	9.9	1.1735	1.0	-0.846	-0.846	0.224
100	8.7265	8.7265	9.9	1.1735	1.0	-0.846	-0.846	0.224
101	8.7265	8.7265	9.9	1.1735	1.0	-0.846	-0.846	0.224
102	8.7265	8.7266	9.9	1.1735	1.0	-0.846	-0.846	0.224
103	8.7266	8.7266	9.9	1.1734	1.0	-0.846	-0.846	0.224
104	8.7266	8.7266	9.9	1.1734	1.0	-0.846	-0.846	0.224

[illegible]

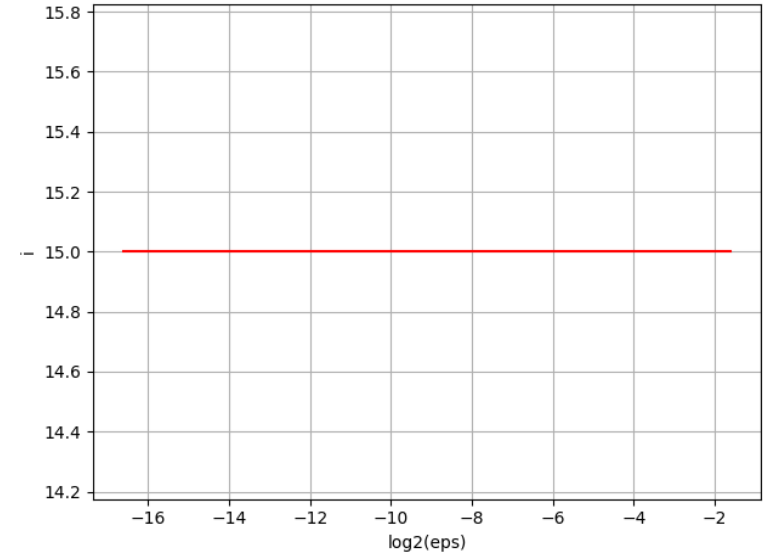
[illegible]

201	8.7269	8.7269	9.9	1.1731	1.0	-0.846	-0.846	0.224
202	8.7269	8.7269	9.9	1.1731	1.0	-0.846	-0.846	0.224
203	8.7269	8.7269	9.9	1.1731	1.0	-0.846	-0.846	0.224



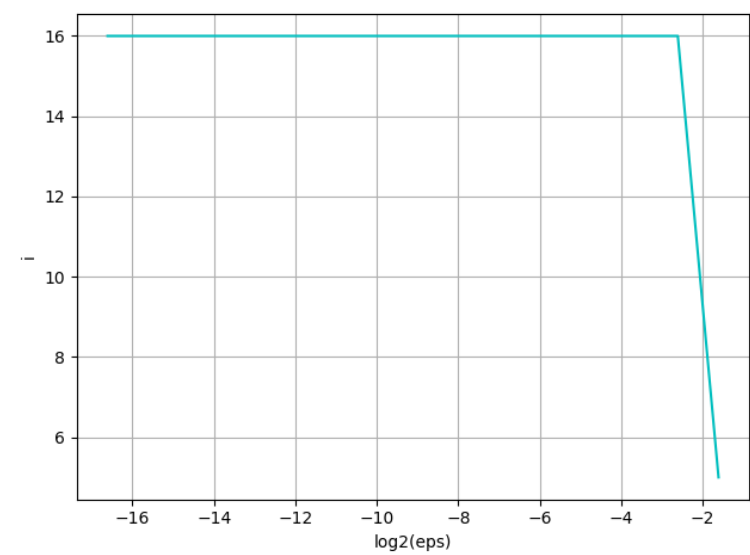
$y = f_3(x): x_{\min} = 2.7065, y_{\min} = -7.2744$

i	x1	x2	x3	x3 - x1	k	y1	y2	y3
1	0	3.14	6.28	6.28	0.0	1.0	-6.667	18.8399
2	0	2.2957	3.14	3.14	2.0	1.0	-6.7986	-6.667
3	2.2957	2.649	3.14	0.8443	3.7191	-6.7986	-7.2644	-6.667
4	2.649	2.6919	3.14	0.491	1.7195	-7.2644	-7.2737	-6.667
5	2.6919	2.7045	3.14	0.4481	1.0958	-7.2737	-7.2743	-6.667
6	2.7045	2.706	3.14	0.4355	1.0289	-7.2743	-7.2744	-6.667
7	2.706	2.7064	3.14	0.434	1.0036	-7.2744	-7.2744	-6.667
8	2.7064	2.7065	3.14	0.4336	1.0009	-7.2744	-7.2744	-6.667
9	2.7065	2.7065	3.14	0.4335	1.0001	-7.2744	-7.2744	-6.667
10	2.7065	2.7065	3.14	0.4335	1.0	-7.2744	-7.2744	-6.667
11	2.7065	2.7065	3.14	0.4335	1.0	-7.2744	-7.2744	-6.667
12	2.7065	2.7065	3.14	0.4335	1.0	-7.2744	-7.2744	-6.667



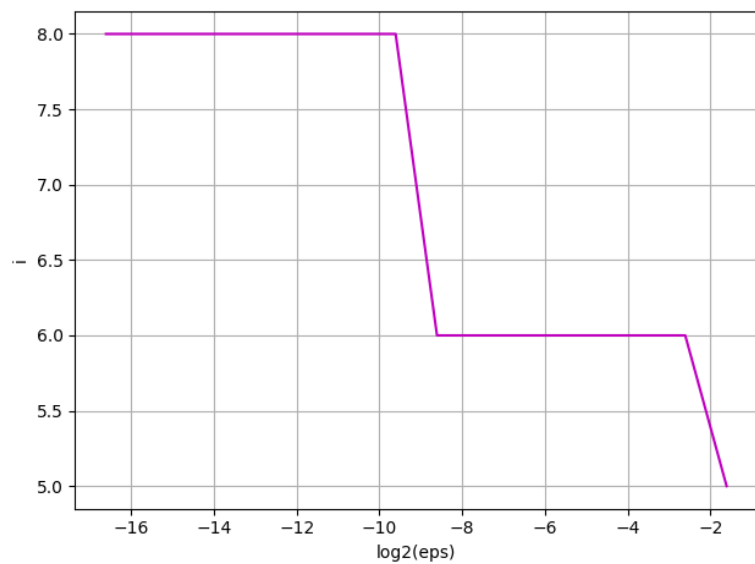
$y = f_4(x)$: $x_{\min} = 0.2408$, $y_{\min} = 5.1483$

i	x1	x2	x3	x3 - x1	k	y1	y2	y3
1	0	0.5	1	1	0.0	6.0	6.3211	20.7622
2	0	0.2386	0.5	0.5	2.0	6.0	5.1484	6.3211
3	0.2301	0.2386	0.5	0.2699	1.8523	5.1501	5.1484	6.3211
4	0.2386	0.2401	0.5	0.2614	1.0328	5.1484	5.1483	6.3211
5	0.2401	0.2406	0.5	0.2599	1.0055	5.1483	5.1483	6.3211
6	0.2406	0.2407	0.5	0.2594	1.0022	5.1483	5.1483	6.3211
7	0.2407	0.2408	0.5	0.2593	1.0004	5.1483	5.1483	6.3211
8	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0002	5.1483	5.1483	6.3211
9	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0	5.1483	5.1483	6.3211
10	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0	5.1483	5.1483	6.3211
11	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0	5.1483	5.1483	6.3211
12	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0	5.1483	5.1483	6.3211
13	0.2408	0.2408	0.5	0.2592	1.0	5.1483	5.1483	6.3211



$y = f_5(x)$: $x_{\min} = 2.2211$, $y_{\min} = 0.1602$

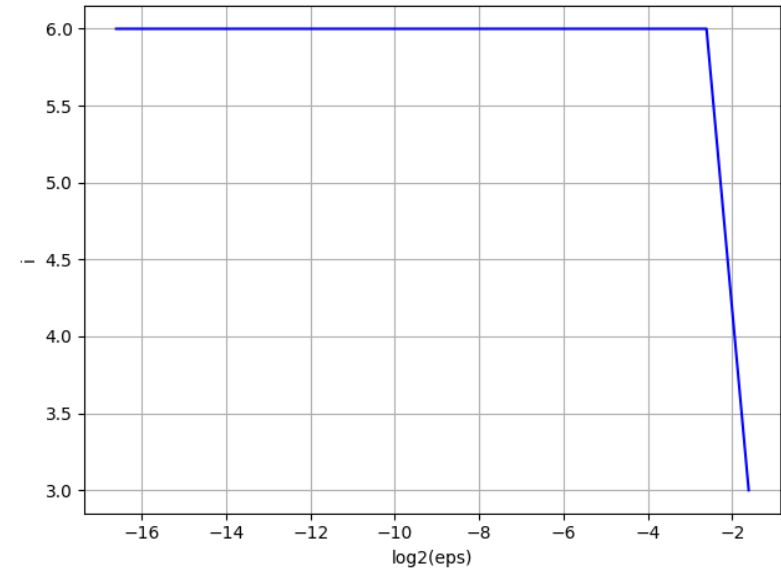
i	x1	x2	x3	x3 - x1	k	y1	y2	y3
1	0.5	1.5	2.5	2.0	0.0	3.2099	0.6928	0.239
2	1.5	2.22	2.5	1.0	2.0	0.6928	0.1602	0.239
3	2.22	2.2222	2.5	0.28	3.5711	0.1602	0.1602	0.239



Комбинированный метод Брента

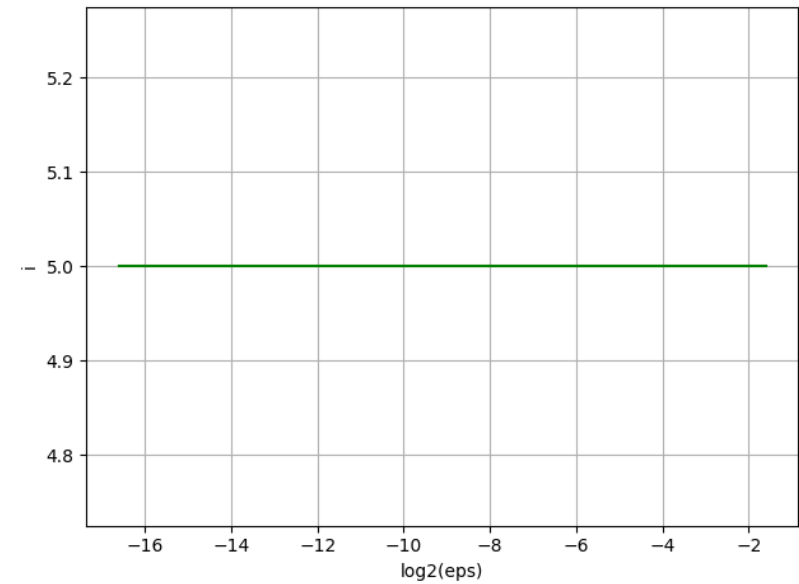
$y = f_1(x)$: $x_{min} = 0.1197$, $y_{min} = 0.8983$

i	a	c	c - a	k	x	w	v	yx	yw	yv	y1	y2
1	-0.5	0.5	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	6.6562	1.3438
2	0.0	0.5	0.5	2.0	0.0	-0.191	0.0	1.0	1.8734	1.0	1.0	1.3438
3	0.0	0.5	0.5	1.0	0.191	0.0	-0.191	0.9397	1.0	1.8734	1.0	1.3438
4	0.0	0.191	0.191	2.618	0.1097	0.191	0.0	0.8976	0.9397	1.0	1.0	0.9397
5	0.0	0.1097	0.1097	1.7417	0.1097	0.1197	0.191	0.8976	0.8983	0.9397	1.0	0.8976



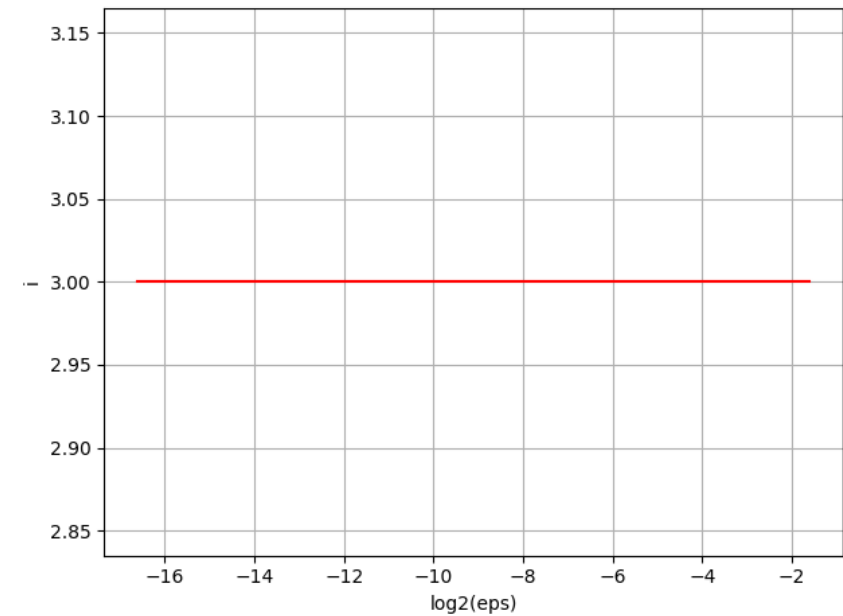
$y = f_2(x)$: $x_{min} = 7.95$, $y_{min} = -0.8168$

i	a	c	c - a	k	x	w	v	yx	yw	yv	y1	y2
1	6	9.9	3.9	0.0	7.95	7.95	7.95	-0.8168	-0.8168	-0.8168	-0.706	0.224
2	7.95	9.9	1.95	2.0	7.95	7.2052	7.95	-0.8168	-0.7718	-0.8168	-0.8168	0.224
3	7.95	9.9	1.95	1.0	8.6948	7.95	7.2052	-0.846	-0.8168	-0.7718	-0.8168	0.224
4	7.95	8.6948	0.7448	2.618	8.6948	7.95	-0.7718	-0.846	-0.8168	-0.7718	-0.8168	-0.846



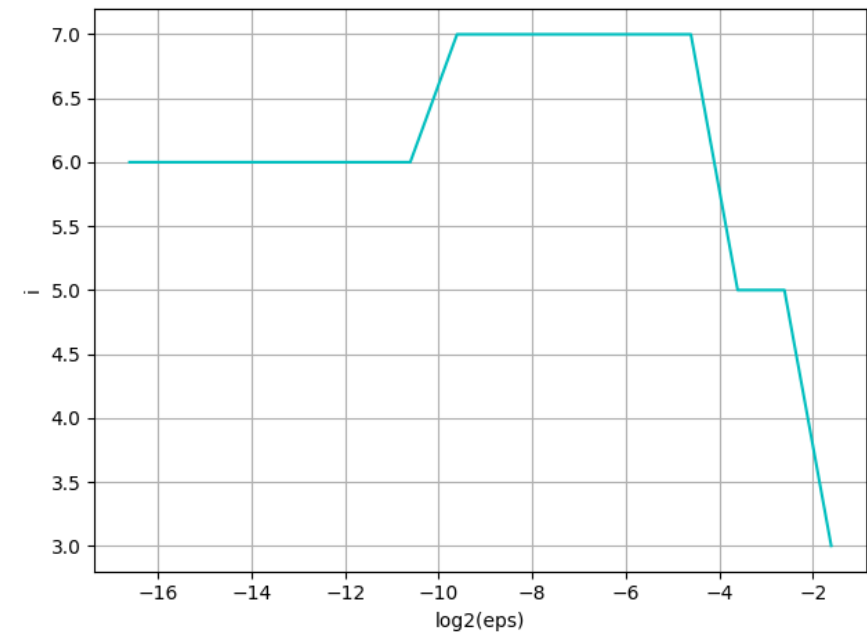
$y = f_3(x)$: $x_{\min} = 1.9406$, $y_{\min} = -5.7626$

i	a	c	c - a	k	x	w	v	yx	yw	yv	y1	y2
1	0	6.28	6.28	0.0	3.14	3.14	3.14	-6.667	-6.667	-6.667	1.0	18.8399
2	3.14	6.28	3.14	2.0	3.14	1.9406	3.14	-6.667	-5.7626	-6.667	-6.667	18.8399



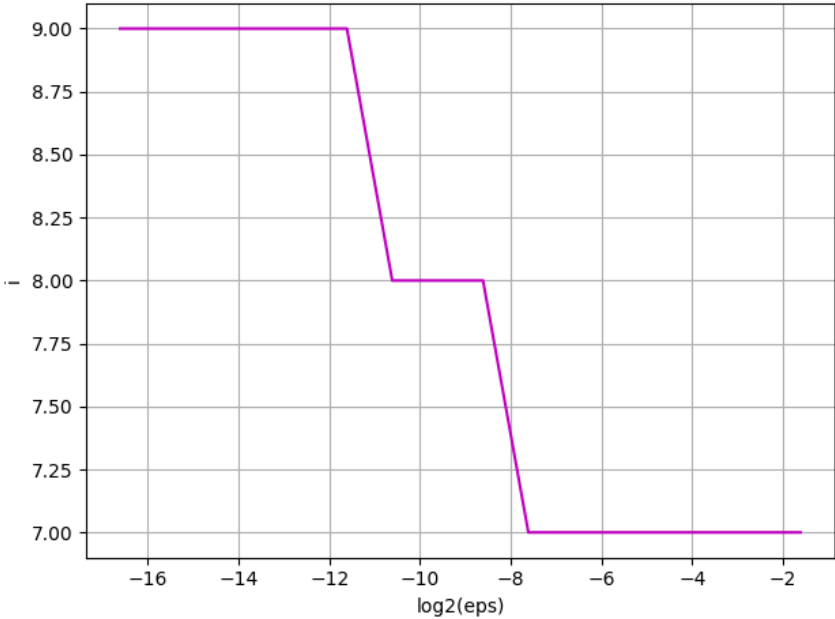
$y = f_4(x)$: $x_{\min} = 0.2314$, $y_{\min} = 5.1497$

i	a	c	c - a	k	x	w	v	yx	yw	yv	y1	y2
1	0	1	1	0.0	0.5	0.5	0.5	6.3211	6.3211	6.3211	6.0	20.7622
2	0	0.5	0.5	2.0	0.309	0.5	0.5	5.2221	6.3211	6.3211	6.0	6.3211
3	0	0.309	0.309	1.618	0.191	0.309	0.5	5.1861	5.2221	6.3211	6.0	5.2221
4	0.191	0.309	0.118	2.618	0.2414	0.191	0.309	5.1483	5.1861	5.2221	5.1861	5.2221
5	0.2414	0.309	0.0677	1.7445	0.2414	0.2314	0.191	5.1483	5.1497	5.1861	5.1483	5.2221
6	0.2414	0.309	0.0677	1.0	0.2414	0.2314	0.2314	5.1483	5.1497	5.1497	5.1483	5.2221



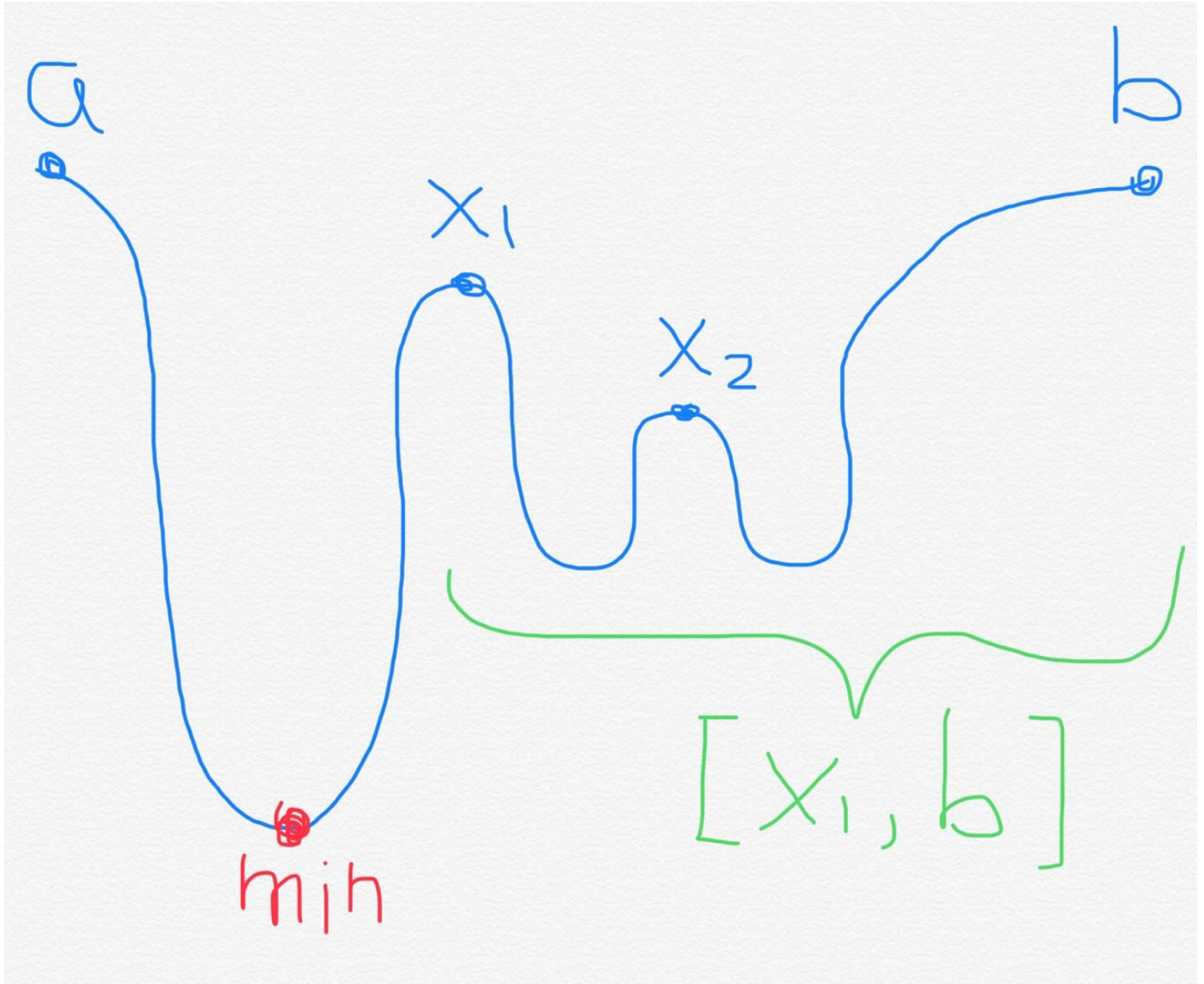
$y = f_5(x)$: $x_{\min} = 2.2284$, $y_{\min} = 0.1602$

i	a	c	c - a	k	x	w	v	yx	yw	yv	y1	y2
1	0.5	2.5	2.0	0.0	1.5	1.5	1.5	0.6928	0.6928	0.6928	3.2099	0.239
2	1.5	2.5	1.0	2.0	1.5	1.118	1.5	0.6928	1.4079	0.6928	0.6928	0.239
3	1.5	2.5	1.0	1.0	1.882	1.5	1.118	0.2781	0.6928	1.4079	0.6928	0.239
4	1.882	2.5	0.618	1.618	2.2184	1.882	1.5	0.1602	0.2781	0.6928	0.2781	0.239
5	1.882	2.2184	0.3364	1.837	2.2184	2.2284	1.882	0.1602	0.1602	0.2781	0.2781	0.1602
6	1.882	2.2184	0.3364	1.0	2.2184	2.2284	2.2284	0.1602	0.1602	0.1602	0.2781	0.1602



Могут ли методы золотого сечения / Брента не найти локальный минимум многомодальной функции?

Ответ: да, могут. Необходимое условие для корректного отрабатывания этих методов – условие унимодальности функции, которое позволяет на каждой итерации сужать потенциальную область нахождения искомого минимума, гарантируя, что отбрасываемая область не содержит локальных минимумов, а следовательно для любого значения аргумента функции ее значение в данной области больше искомого минимума. В случае с многомодальной функцией такое сокращение отрезка может привести к тому, что отрезок будет сужен таким образом, что этот минимум будет запросто пропущен. Пример описанной ситуации приведен ниже:



Имея отрезок $[a, b]$ и вычислив точки x_1 и x_2 по методу золотого сечения мы сравним значения функций в этих точках и заметим, что $f(x_1) > f(x_2)$, значит по алгоритму ответ гарантированно находится на отрезке $[x_1, b]$, что является, очевидно, неверным по рисунку, так как ввиду такого сокращения отрезка мы упустили из внимания минимум на отрезке $[a, x_1]$ (отмечен красным).

Аналогичные рассуждения можно привести и для метода Брента, где на первой итерации используется метод золотого сечения, который в свою очередь также может привести к описанной выше ситуации.