

## Задание на экзамен по дисциплине "Методы оптимизации"

## Задание

1. Дана квадратная матрица. Требуется найти ее LU-разложение. Реализовать процедуру нахождения обратной матрицы с использованием LU-разложения. Реализовать методы решения системы с использованием LU-разложения. При этом матрица хранится в разреженно-строчном (разреженно-столцовом) формате. Элементы матрицы обрабатывать в порядке, соответствующем формату хранения. Для решения использовать метод Гаусса.
2. Протестировать разработанную программу.
3. Провести исследование реализованного метода на матрицах, число обусловленности которых регулируется за счет изменения диагонального преобладания (т.е. оценить влияние увеличения числа обусловленности на точность решения). Для этого необходимо решить последовательность СЛАУ

$$A^k x^k = F^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где матрицы  $A^k$  строятся следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} -\sum_{i \neq j} a_{ij}, i > 1, \\ -\sum_{i \neq j} a_{ij} + 10^{-k}, i > 1, \end{cases},$$

и  $a_{ij} \in 0, -1, -2, -3, -4$  выбираются достаточно произвольно, а правая часть  $F_k$  получается умножение матрицы  $A^k$  на вектор  $x^* = (1, \dots, n)$ . Для каждого  $k$ , для которого система вычислительно разрешима, оценить погрешность найденного решения.

4. Провести аналогичные исследования на матрицах Гильберта различной размерности.  
Матрицы Гильберта размерности  $k$  строятся следующим образом:

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, i, j = 1..k.$$

5. Реализовать поиск обратной матрицы с использованием LU-разложения.
6. **Задание для претендующих на оценку отлично.** Реализовать LU-разложения для блочных матриц. Размер блока задается в виде входного параметра.

## Содержание отчета

Отчет должен содержать таблицы с результатами исследований по каждому методу. Необходимо построить зависимости количества итераций от выбранной точности и от выбранного начального приближения. Объяснить полученные результаты

Для блочных матриц выяснить, какой размер блока наиболее эффективный и почему. Какие ограничения на размер и структуру блока появляются.

По всем пунктам задания требуется сделать выводы.

### **Теоретические вопросы**

1. Разреженно-строчный/разреженно-столбцовый форматы хранения матриц. Способы перевода из плотной в разреженную и наоборот.
2. Особенности использования разреженных матриц в языке Python.
3. Вычисление обратной матрицы с использованием разложений.
4. Типы матриц и их хранение.
5. Работа с блочными матрицами: решение систем, поиск обратной, критерии обратимости, размер блоков.

### **Литература**

- 1.