МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики»

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра информационных систем

Методы оптимизации

Лабораторная работа № 2

Выполнили студенты группы M33051:

Ефимов Вячеслав Иосифович

Мелентьев Петр Алексеевич

Яндола Владислав Константинович

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2020

Обозначения функций

Функция 1

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

Функция 2

$$f(x_1, x_2) = (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

Функция 3

$$f(x_1, x_2) = (1.5 - x_1(1 - x_2))^2 + (2.25 - x_1(1 - x_2^2))^2 + (2.625 - x_1(1 - x_2^3))^2$$

Функция 4

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

Функция 5

$$f(x) = -5x^5 + 4x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 2x + 1$$

Функция 6

$$f(x) = \lg^2(x - 2) + \lg^2(10 - x) - x^{0.2}$$

Функция 7

$$f(x) = -3x\sin(0,75x) + \exp{-2x}$$

Функция 8

$$f(x) = \exp{3x} + 5\exp{-2x}$$

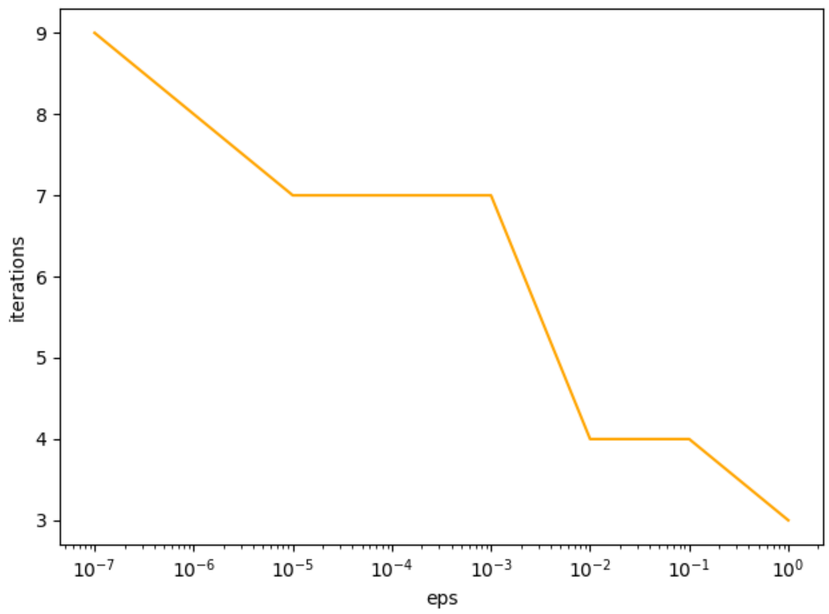
Функция 9

$$f(x) = 0.2x\lg x + (x - 2.3)^2$$

Метод Брента

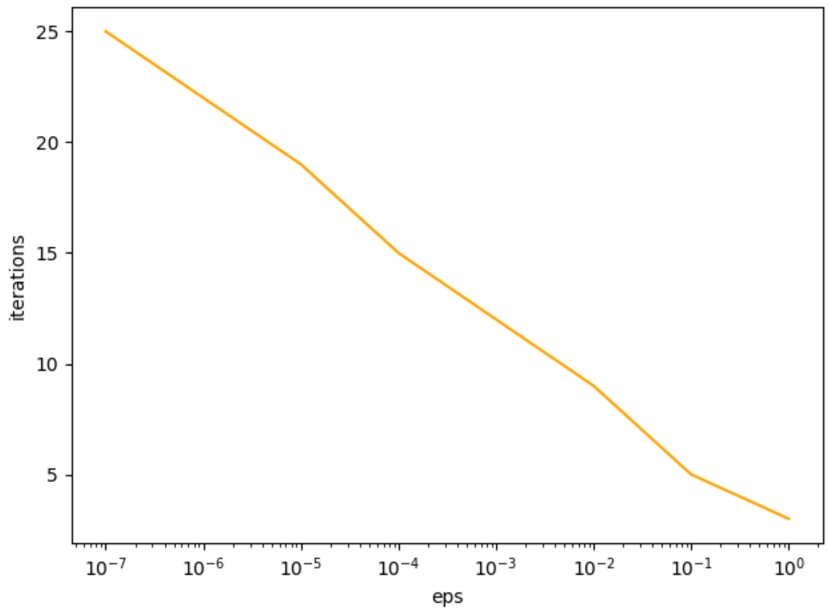
Функция f5

x = 0.10985, y = 0.89763



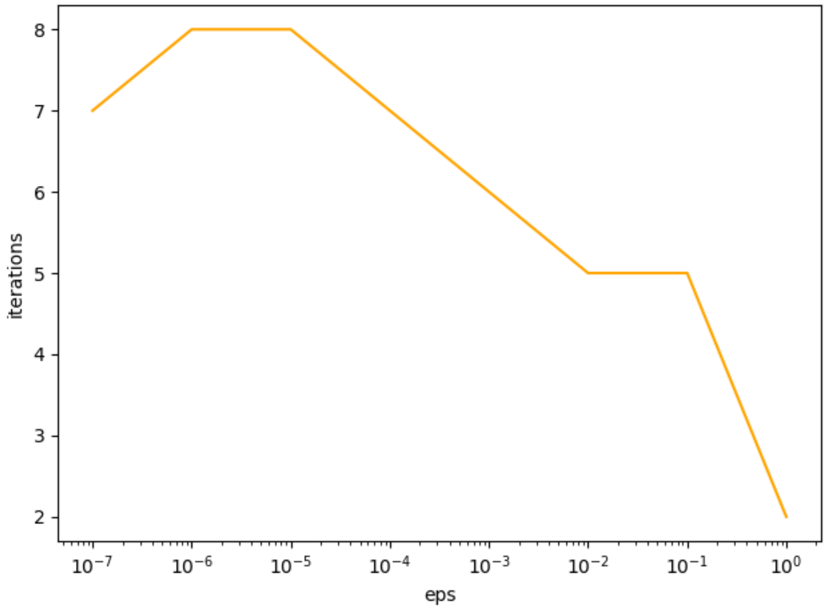
Функция f6

x = 9.41249, y = -0.52608



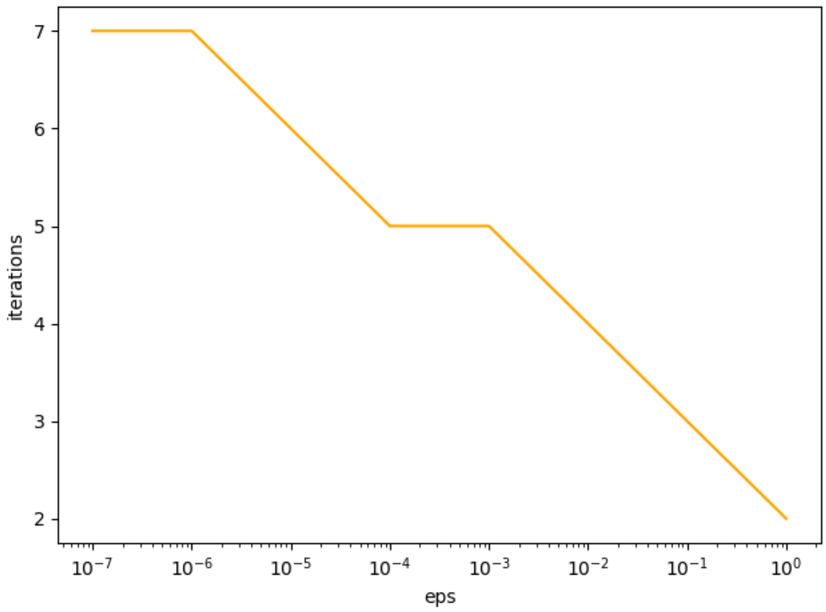
Функция f7

x = 2.70579, y = -7.27435



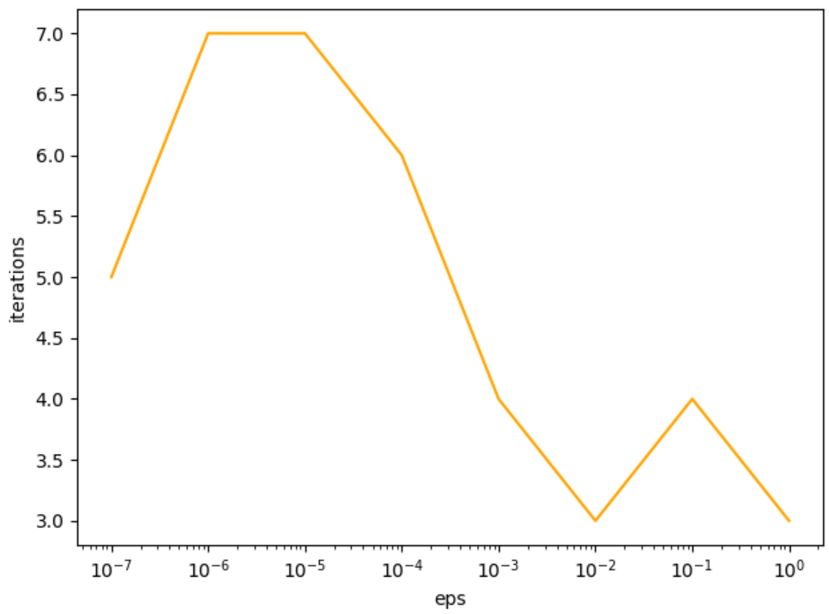
Функция f8

x = 0.24079, y = 5.14834



Функция f9

x = 2.33934, y = 0.17423

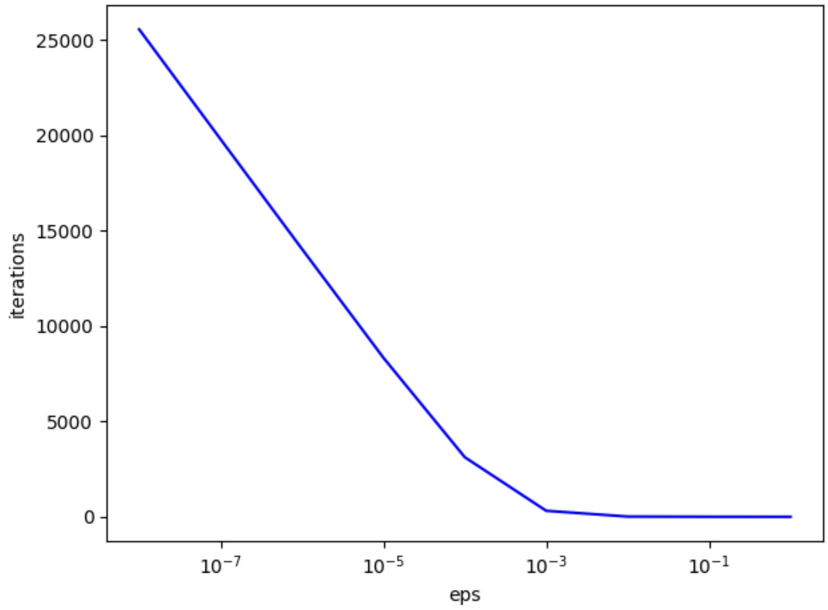


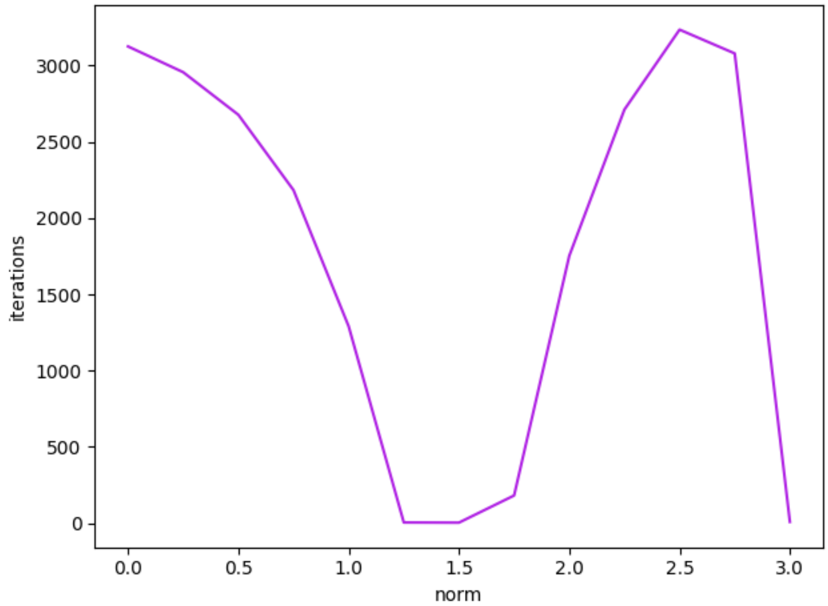
iterations
eps
7.0
6.5
6.0
5.5
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
10^{-7}
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}

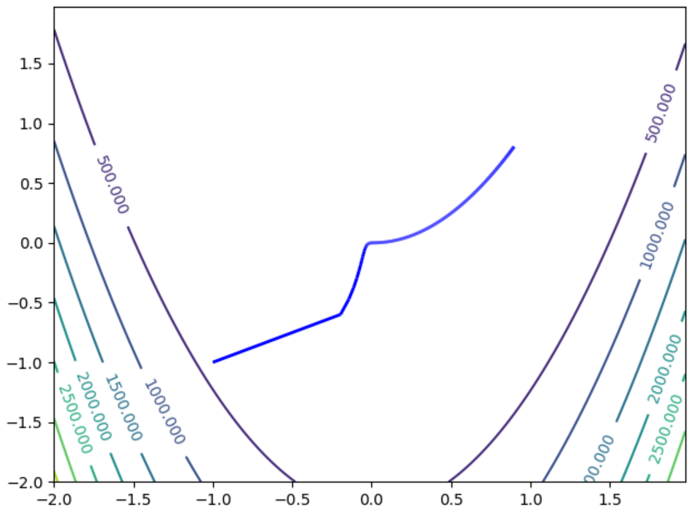
Метод градиентного спуска

Функция f1

x = [0.98892 0.97793], y = 0.0001

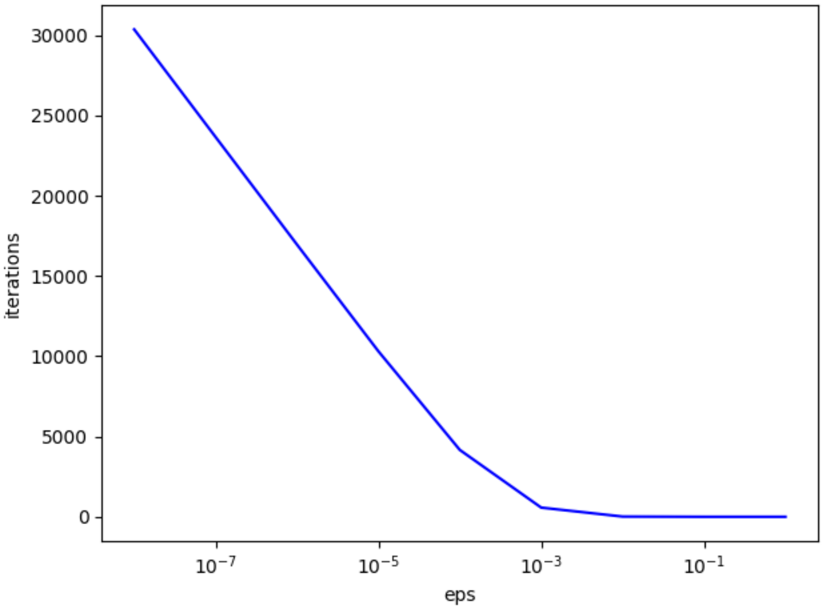


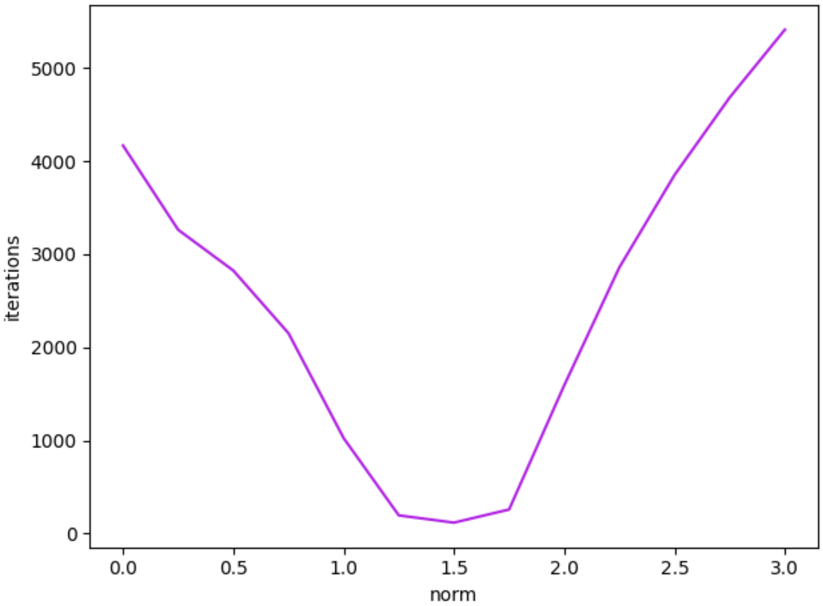


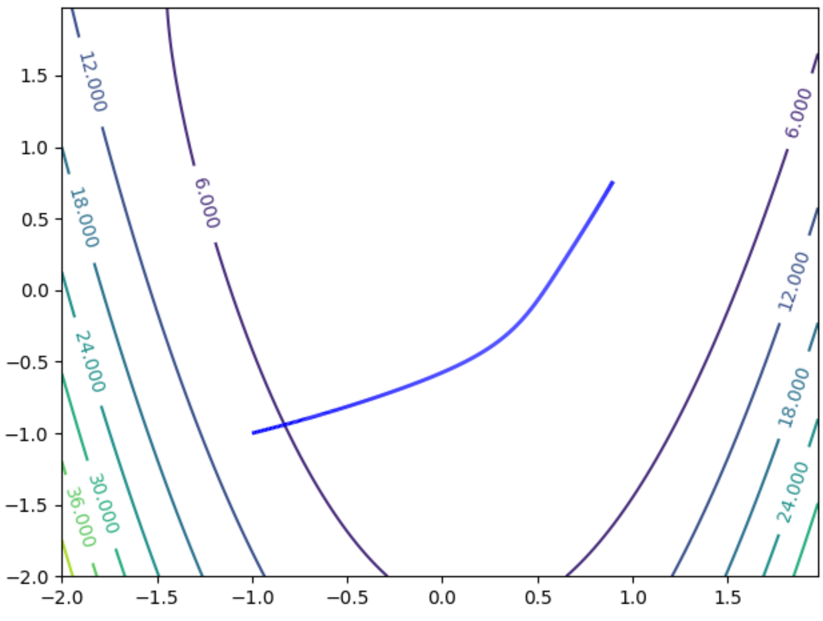


Функция f2

x = [0.98895 0.97342], y = 0.00014

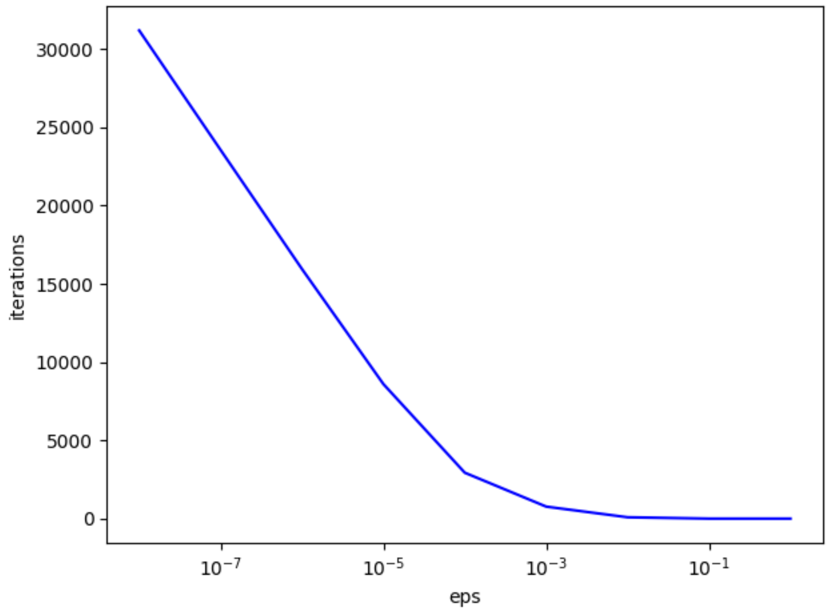


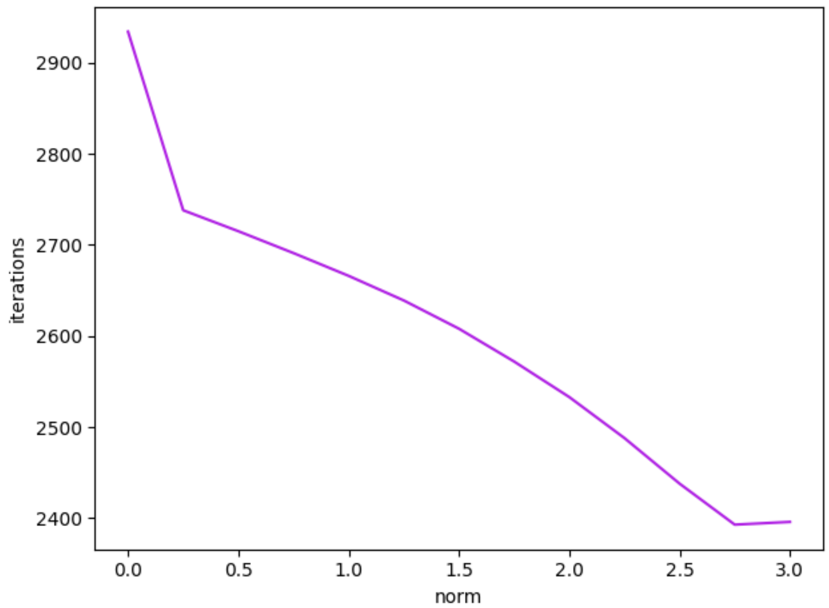


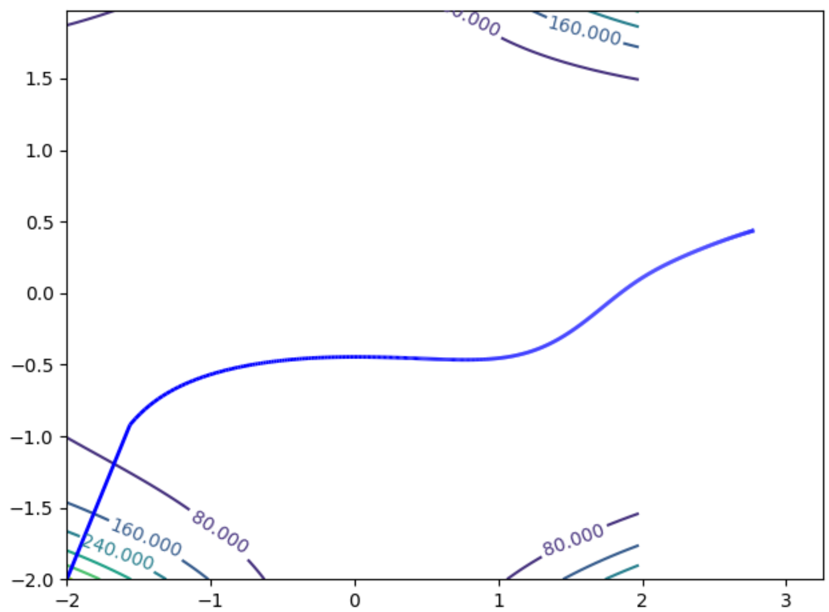


Функция f3

x = [2.96939 0.49226], y = 0.00016

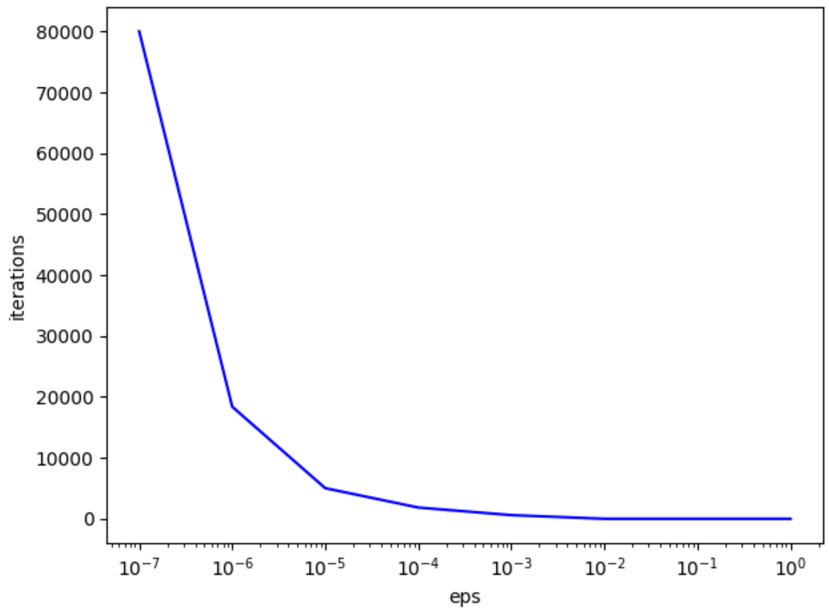


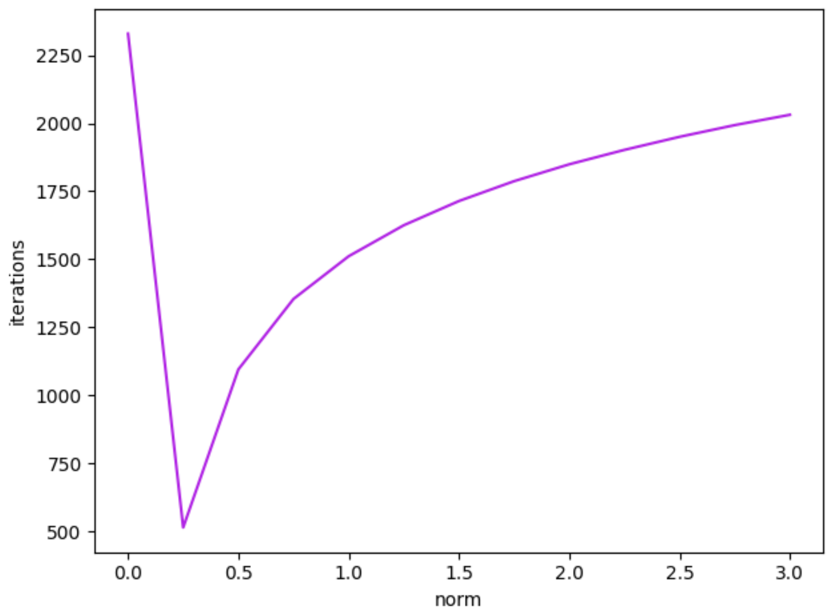




Функция f4

x = [0.00457 -0.00745 -0.05102 -0.05101], y = [0.00018]

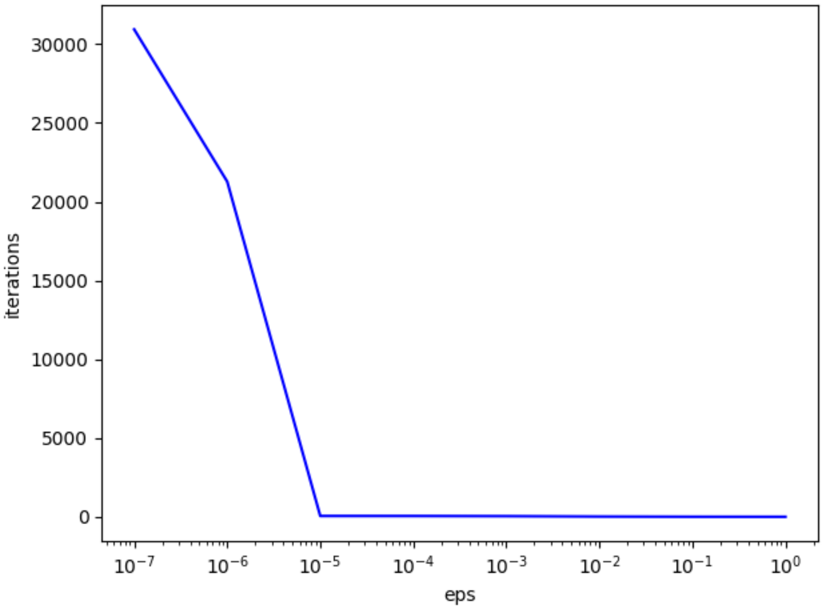


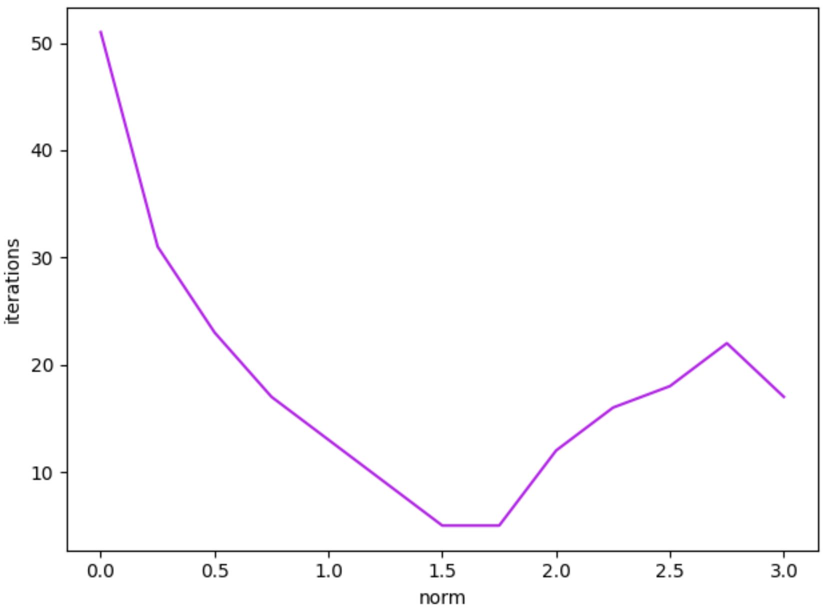


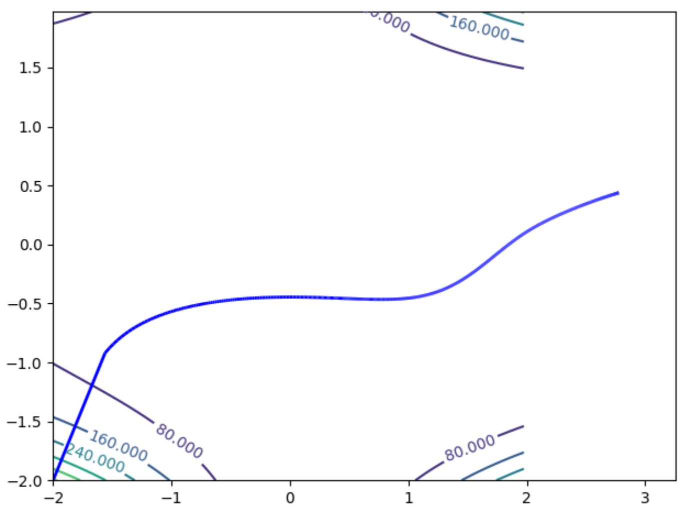
Метод покоординатного градиентного спуска

Функция f1

x = [-0.0759 0.00578], y = [1.1576]

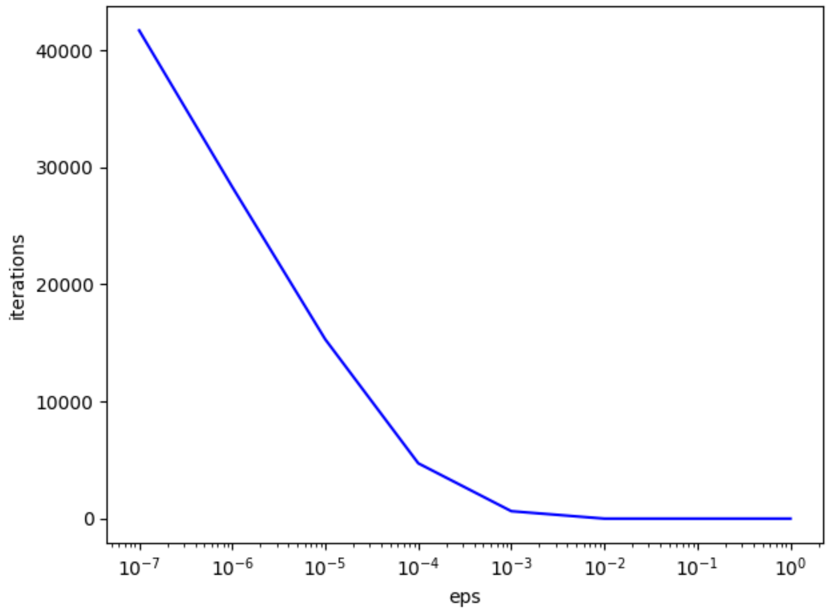


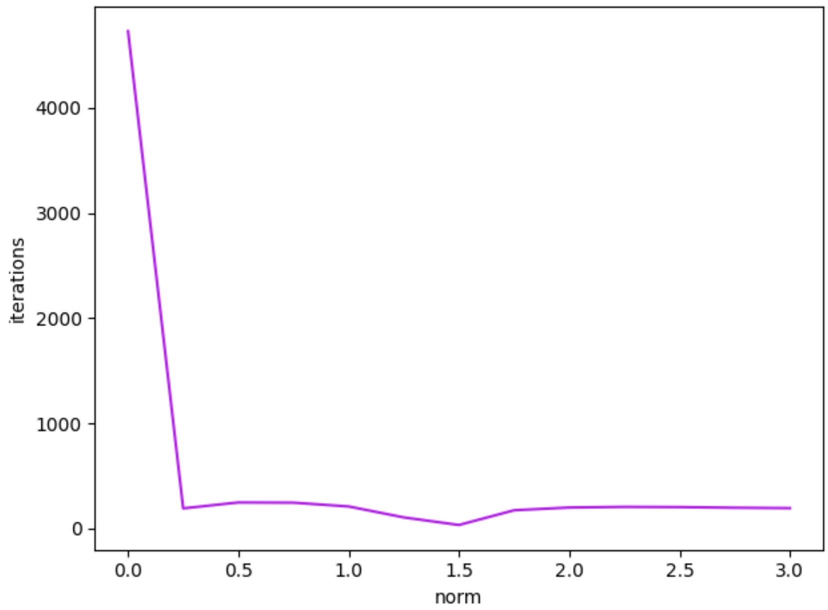


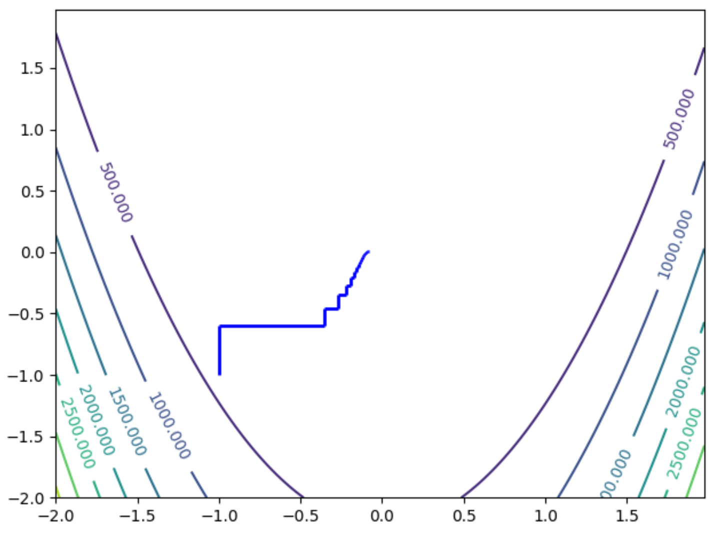


Функция f2

x = [0.00348 0.00956], y = 0.01169

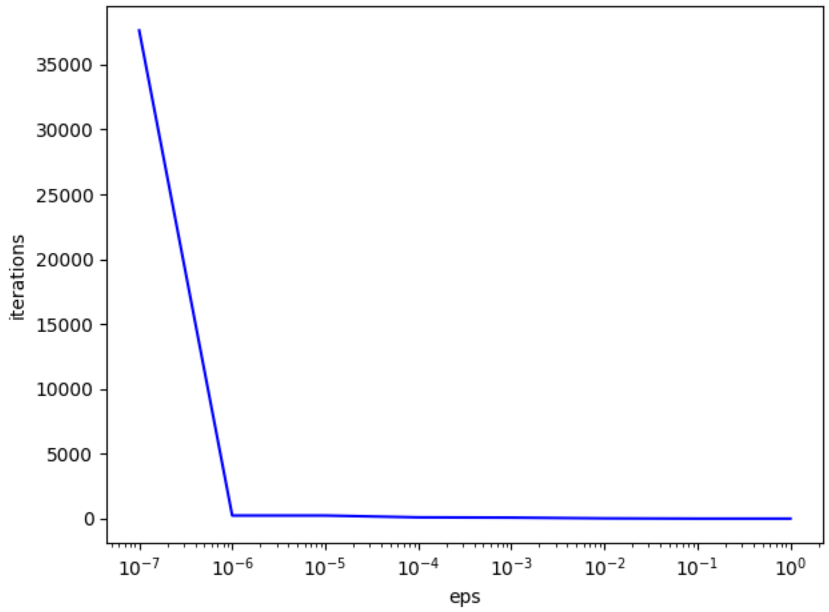


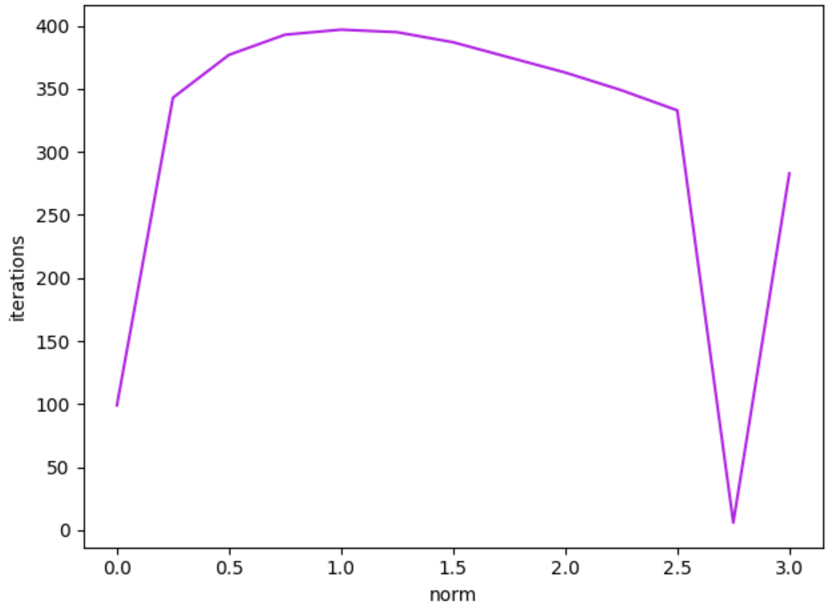


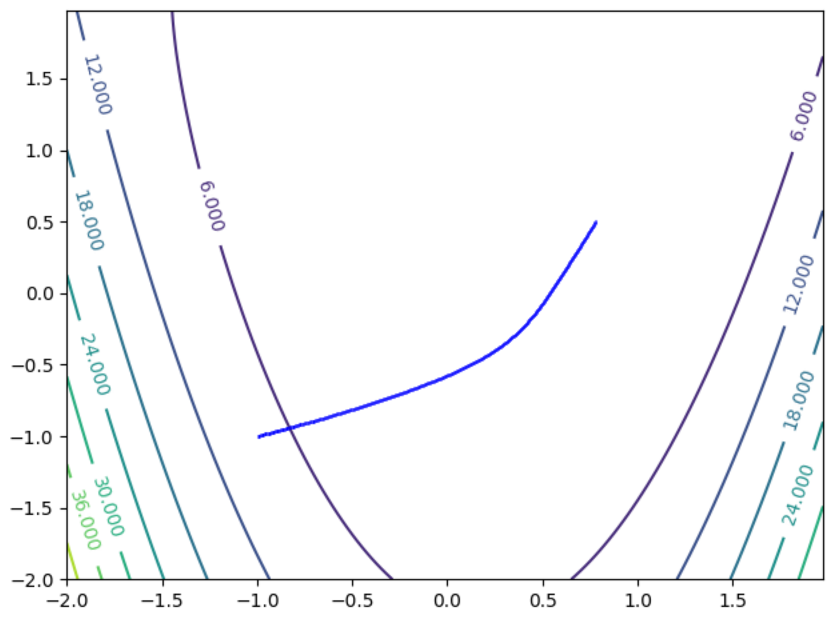


Функция f3

x = [2.99867 0.49967], y = 2.7975e-07

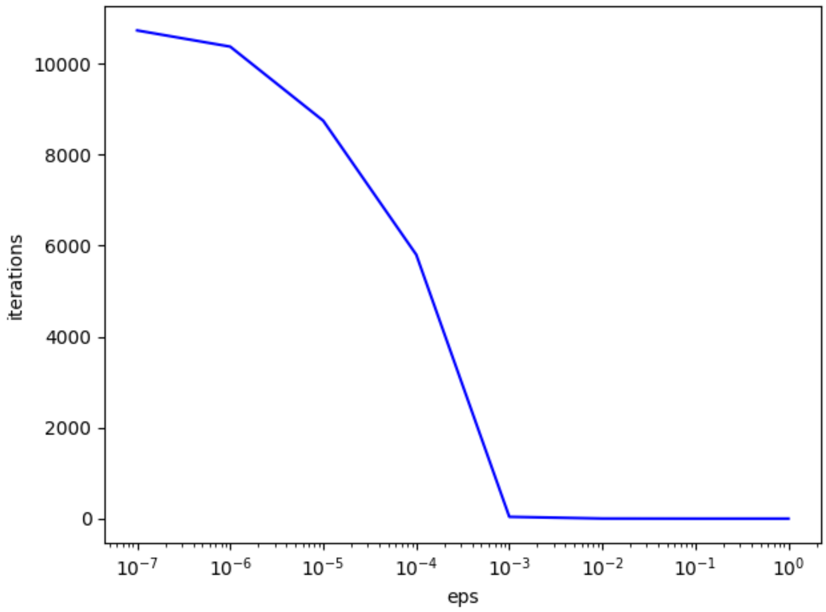


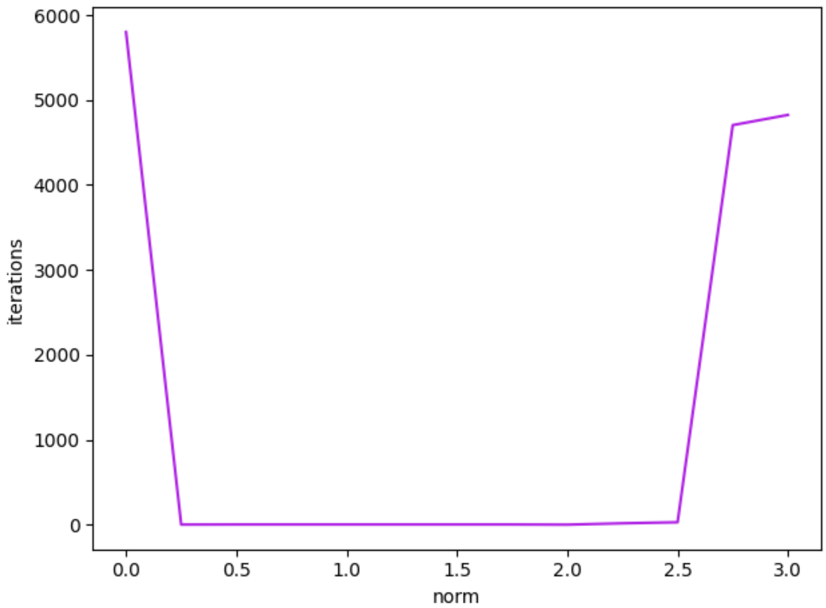




Функция f4

x = [0.00947 -0.03254 -0.09608 -0.09534], y = 0.00239





Выводы по лабораторной работе

Метод Брента с использованием производных первой степени обладает наибольшей скоростью сходимости, чем его аналог без производных. Происходит это из-за того, что вместо метода золотого сечения используется метод деления пополам. Однако нужно учитывать, что в нем мы обращаемся к оракулу 2 раза. Один раз к функции, второй к производной. Очевидно, это недостаток в сравнении с методом без производных.

Наискорейший градиентный спуск достаточно прост в реализации, но у него нелинейная скорость сходимости. Но к оракулу обращаться надо несколько раз на каждой итерации для вычисления полного градиента функции, что является минусом.

Реализация покоординатного градиентного спуска не сильно отличается от обычного. Для сходимости ему требуется больше итераций, чем обычному спуску, но на каждой итерации требуется обновлять только одно значение координаты, поэтому к оракулу приходится обращаться ровно один раз.

Помимо этого, можно заметить, что почти для всех графиков на всех участках с увеличением эпсилона eps уменьшается число итераций, что является логичным фактом, так как уменьшая точность вычислений, смягчается условие выхода из цикла алгоритма.