

# Zadanie numeryczne 8

Mikołaj Płaszczyca

December 29, 2022

## 1 Temat zadania

W podpunkcie a) mając zestaw danych i ich funkcje modelujaca z nieznanymi współczynnikami, mamy znaleźć współczynniki które najlepiej opisują te dane w sensie metody najmniejszych kwadratów.

W podpunkcie b) mamy wyznaczyć własną funkcję modelującą, wygenerować dane, zaburzyć je (generując zaburzenia w rozkładzie normalnym) i sprawdzić jak na dokładność aproksymacji wpływa ilość punktów i wielkość zaburzeń.

## 2 Metody rozwiązania

### 2.1 I metoda

1. Tworzymy macierz  $A$  na podstawie danych i funkcji modelującej.
2. Dokonujemy rozkładu SVD macierzy  $A$ .
3. Wyznaczamy  $\Sigma^+$  takie, że  $\Sigma_{i,i}^+ = 1/\sigma_i$  jeśli  $\sigma_i > 0$ , lub  $\Sigma_{i,i}^+ = 0$  w przeciwnym wypadku.
4. Wyznaczamy macierz  $A^+$  za pomocą wzoru:  $A^+ = V\Sigma^+U^T$
5. Wyznaczamy współczynniki  $\vec{a} = A^+ \cdot \vec{y}$

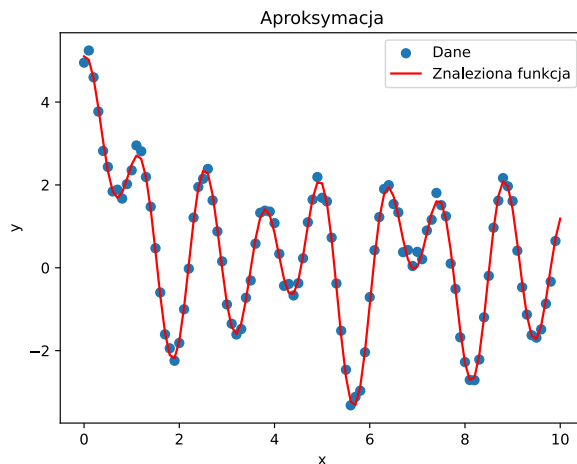
### 2.2 II metoda

1. Tworzymy macierz  $A$  na podstawie danych i funkcji modelującej.
2. Wyznaczamy współczynniki z równania  $A^T A \vec{a} = A^T \vec{y}$

## 3 Rozwiązanie dla funkcji

**3.1**  $F(x) = a \cdot \sin(2x) + b \cdot \sin(3x) + c \cdot \cos(5x) + d \cdot \exp(-x).$

$a = 0.66767124$ ,  $b = 1.07293276$ ,  $c = 1.69693956$ ,  $d = 3.40636597$ .

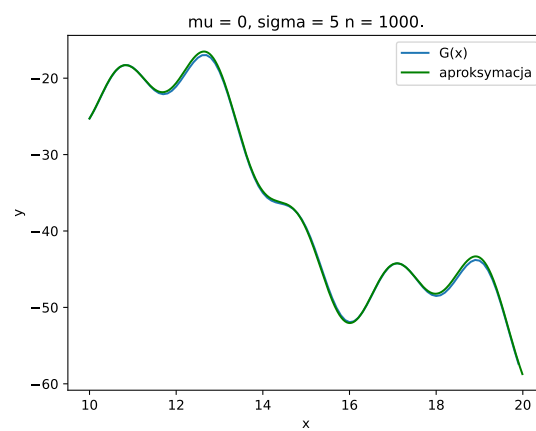
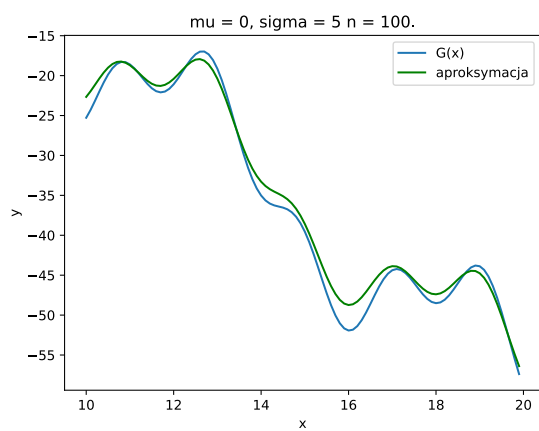
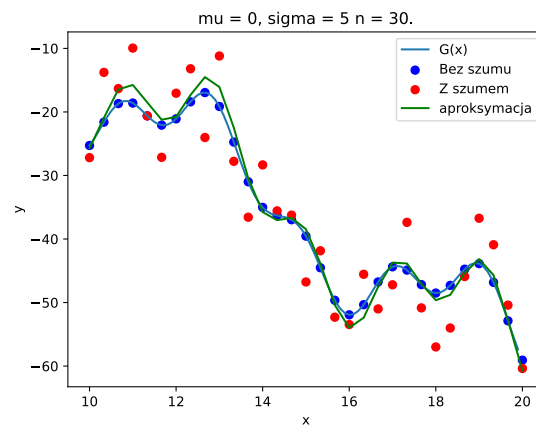
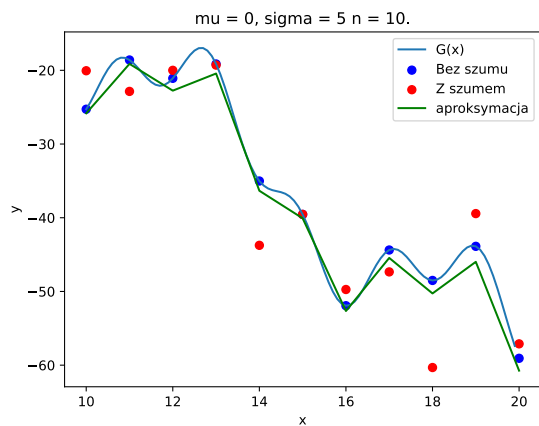


### 3.2 $G(x) = -3 \cdot x^{9/8} + 2.3 \cdot \sin 3x + 5.3 \cdot \log_2 2x + 10 \cdot \cos^3 x$

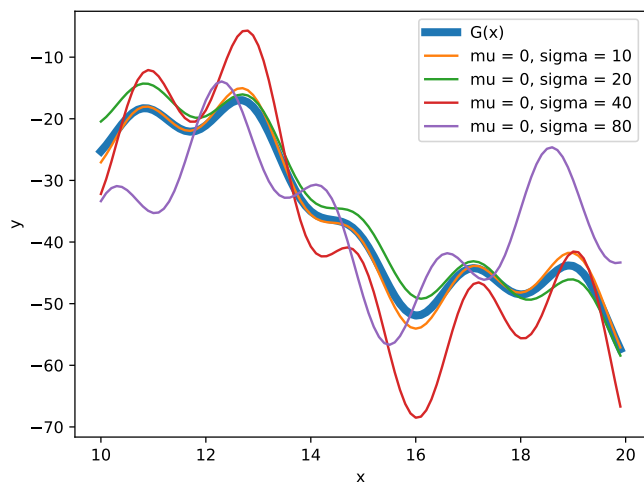
Współczynniki dla  $n = 1000$ :

$a = -2.97583148$ ,  $b = 1.96469536$ ,  $c = 5.19479983$ ,  $d = 10.07758451$ .

#### 3.2.1 Stały szum, różna ilość punktów



#### 3.2.2 Różny szum, stała ilość punktów, $n = 100$



## 4 Wnioski

Z przeprowadzonych prób wynika, że im więcej punktów jest używanych do aproksymacji, tym dokładniejsza jest ta aproksymacja. Innymi słowy, im więcej danych jest dostępnych do analizy, tym łatwiej jest znaleźć dobrze odzwierciedlający je wzór pozwalający na dokładne przewidywanie wartości dla nowych danych.

Natomiast przy stałej liczbie punktów, większy szum w danych może prowadzić do zmniejszenia precyzji aproksymacji. Jeśli szum jest zbyt duży, może to utrudnić znalezienie wzoru, który dobrze odzwierciedla dane, co prowadzi do mniej dokładnych przewidywań.

Ogólnie rzecz biorąc, aby uzyskać dokładną aproksymację, ważne jest, aby mieć dużo danych o dobrej jakości, bez zbyt dużego szumu. W ten sposób można zwiększyć precyzję aproksymacji i zapewnić lepsze wyniki.