# Zadanie numeryczne 2

Mikołaj Płaszczyca

26 października 2022

## 1 Dane

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2.34332898 & -0.11253278 & -0.01485349 & 0.33316649 & 0.71319625 \\ -0.11253278 & 1.67773628 & -0.32678856 & -0.31118836 & -0.43342631 \\ -0.01485349 & -0.32678856 & 2.66011353 & 0.8546246 & 40.16698798 \\ 0.33316649 & -0.31118836 & 0.85462464 & 1.54788582 & 0.32269197 \\ 0.71319625 & -0.43342631 & 0.16698798 & 0.32269197 & 3.27093538 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2.34065520 & -0.05353743 & 0.00237792 & 0.32944082 & 0.72776588 \\ -0.05353743 & 0.37604149 & -0.70698859 & -0.22898376 & -0.75489595 \\ 0.00237792 & -0.70698859 & 2.54906441 & 0.87863502 & 0.07309288 \\ 0.32944082 & -0.22898376 & 0.87863502 & 1.54269444 & 0.34299341 \\ 0.72776588 & -0.75489595 & 0.07309288 & 0.34299341 & 3.19154447 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 3.55652063354463 \\ 1.86337418741501 \\ 5.84125684808554 \\ 1.74587299057388 \\ 0.84299677124244 \end{pmatrix} \quad b^{'} = \begin{pmatrix} 3.55653063354463 \\ 1.86337418741501 \\ 5.84125684808554 \\ 1.74587299057388 \\ 0.84299677124244 \end{pmatrix}$$

## 2 Wyniki

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 2.03163246 \\ -1.03652186 \\ 3.22032664 \\ -3.52251753 \\ -0.1394951 \end{pmatrix} \quad Y_1^{'} = \begin{pmatrix} 2.03163717 \\ -1.0365219 \\ 3.22032706 \\ -3.52251858 \\ -0.13949605 \end{pmatrix} \quad Y_2 = \begin{pmatrix} 1.99998045 \\ -0.33814056 \\ 3.42431038 \\ -3.56662167 \\ 0.0329788 \end{pmatrix} \quad Y_2^{'} = \begin{pmatrix} 3.42873475 \\ -31.86258864 \\ -5.78337449 \\ -1.57579144 \\ -7.7523748 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 4.934587135822541 * 10^{-6} \qquad \Delta_2 = 33.84063773584277$$

## 3 Opracowanie

### 3.1 Zmiana błedu

Widzimy, że bardzo mała zmiana (rzedu $10^{-5}$) w macierzy wyrazów wolnych (b) w ogromnym stopniu powieksza bład ($\Delta$). Jest to powiekszenie błedu o rzad wielkości $10^7$.

## 3.2 Wnioski

Na podstawie naszych $\Delta$ widzimy, że podczas rozwiazywania równan z macierza $A_2$ pojawiaja sie bardzo duże błedy numeryczne. Nie dzieje sie to przy macierzy $A_1$.
Możemy wiec przypuszczać, że macierz $A_1$ jest dobrze uwarunkowana numerycznie, a macierz $A_2$, źle uwarunkowana numerycznie, to znaczy, że może być źródłem dużych błedów numerycznych.

Warto zauważyć, że w przypadku źle uwarunkowanej macierzy zmiana bardzo niskiego rzedu w wektorze wyrazów wolnych może przekładać sie na bład numeryczny wysokiego rzedu w rozwiazaniu.

## 3.3 Kappa

Dzieki temu, że nasze macierze sa kwadratowe i symetryczne możemy dojśc do tych samych wniosków innym sposobem. Możemy policzyć przybliżony (bo obarczony małym błedem numerycznym) współczynnik uwarunkowania $\kappa$ dany wzorem: $\kappa = \frac{max_i|\lambda_i|}{mini|\lambda_i|}$.

Współczynnik uwarunkowania to maksymalny stosunek błedu wzglednego rozwiazania do błedu wzglednego danych.

$\kappa_{A1} \approx \frac{4.000000004392998}{0.9999999948320186} \approx 4.0000000250649235$

$\kappa_{A2} \approx \frac{4.000000003143125}{1.2476105698101727*10^{-8}} \approx 3.206128659002733 * 10^8$

Mozna zauważyć, że współczynnik uwarunkowania macierzy $A_1$ jest z rzedu jedności, co wskazuje, że macierz nie powinna być źródłem znacznych błedów numerycznych.

Współczynnik uwarunkowania macierzy $A_2$ jest za to wiekszy, aż o rzad wielkości $10^8$. Dzieki temu widzimy, że ta macierz może być źródłem dużych błedów numerycznych i równania z nia zwiazane nie nadaja sie do bycia rozwiazywanymi metodami numerycznymi.