Zadanie numeryczne 9

Mikołaj Płaszczyca

January 12, 2023

1 Metody

1.1 Rzad zbieżności

Dla pierwiastków jednokrotnych rzedy zbieżnosci przedstawiaja sie nastepujaco:
Metoda bisekcji : 1
Metoda falsi: 1
Metoda siecznych: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
Metoda Newtona: 2

Zaleta metody falsi jest to, że gwarantuje zbieżnosc. Metoda siecznych może nie zbiegać.

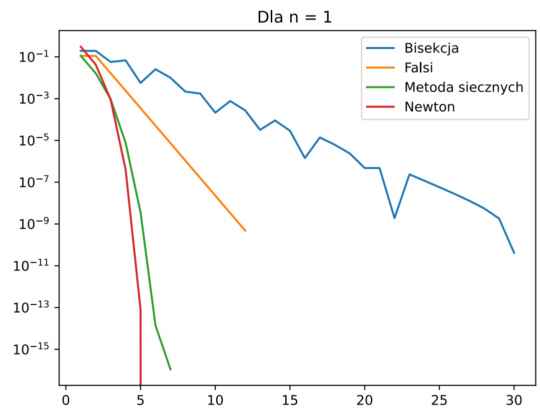
1.2 Efektywność metod ϵ

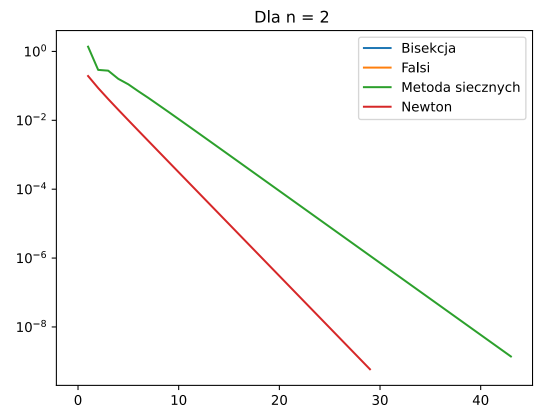
Metoda bisekcji : 1
Metoda falsi: 1
Metoda siecznych: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
Metoda Newtona: $\sqrt{2}$

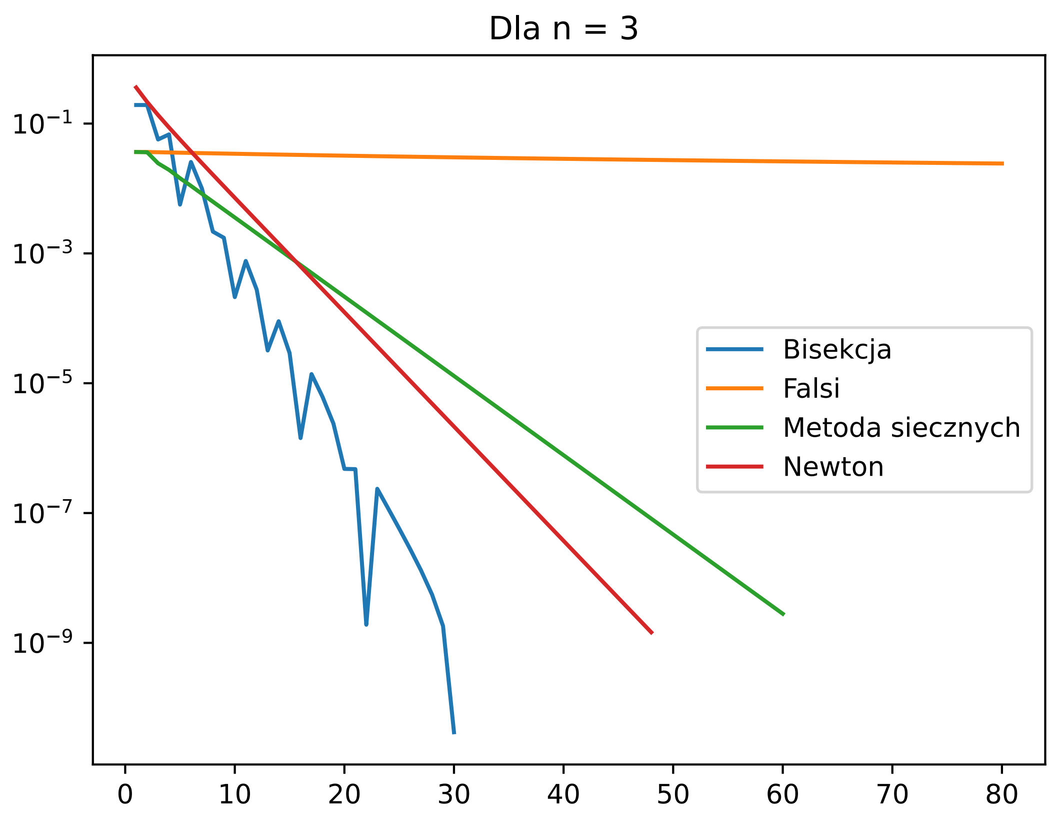
W zwiazku z tym, że w metodzie Newtona musimy obliczyć wartość funkcji i wartość pochodnej wykonujemy wiecej obliczeń niż w metodzie siecznych. Może sie okazać, że metoda siecznych bedzie bardziej efektywna. Metoda Newtona może być bardziej efektywna gdy obliczenie pochodnej jest "tanie".

2 Wyniki

2.1 Wykresy







2.2 Obserwacje

Dla potegi pierwszej Metoda Newtona i metoda siecznych zbiegaja bardzo szybko. Z ta potega radzi sobie też Metoda Falsi. Metoda bisekcji jest najwolniejsza.

W potedze drugiej nie możemy zastosować metody falsi ani metody bisekcji. Dla pozostałych metod widzimy wzrost wymaganej ilości kroków.

W trzeciej potedze Metoda falsi zbiega tak powoli, że nie nadaje sie do używania. Można zauważyc, że na tle metody Newtona i metody siecznych metoda bisekcji radzi sobie bardzo dobrze.

W przypadku n=2 i n=3, gdy pojawiaja sie pierwiastki wielokrotne metody falsi, siecznych i Newtona maja znacznie niższy rzad zbiegania niż metoda bisekcji która swój rzad utrzymuje.

3 Ulepszenie z zadania 5

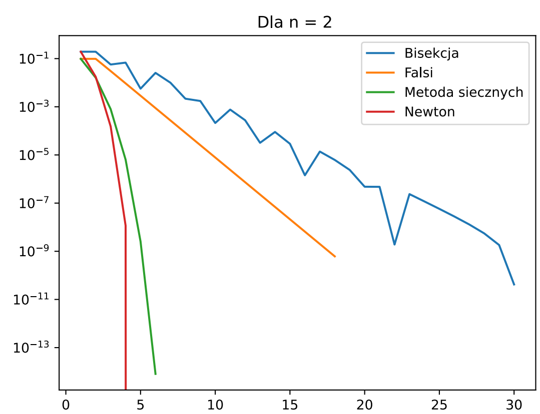
3.1 Opis

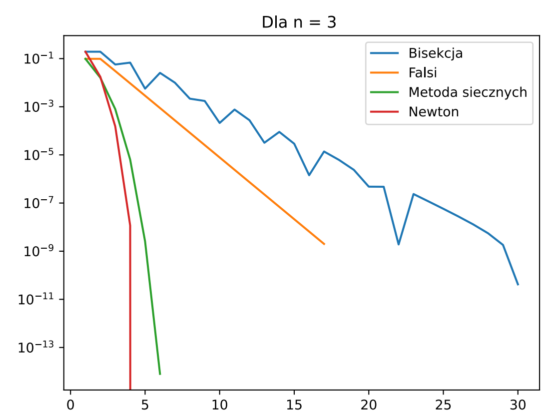
W przypadku n = 2 i n = 3 gdy wystepuja pierwiastki wielokrotne, możemy użyć wzoru $u(x) = \frac{f(x)}{f'(x)}$. Funkcja u ma wtedy ten sam pierwiastek, ale pierwszego stopnia. Zmienia sie wyglad funkcji i w przeciwieństwie do funkcji f, funkcja u bedzie miała zarówno wartości ujemne jak i dodatnie co pozwoli na użycie metod bisekcji i falsi.

Funkcja u dla n = 2:
$u(x) = \frac{\exp(x)-2}{2\exp(x)}$

Funkcja u dla n = 3:
$u(x) = \frac{\exp(x)-2}{3\exp(x)}$

3.2 Wykresy





3.3 Wnioski

Przy użyciu funkcji u udało sie zarówno umożliwić użycie metody falsi dla n = 2, jak i znacznie zwiekszyć tempo zbieżności dla metod siecznych, falsi i Newtona dla n = 2 i n = 3.
Najlepiej ze znajdowaniem pierwiastka w naszym przypadku radzi sobie metoda Newtona i metoda siecznych. Jest to kwestia kilku iteracji. Metoda bisekcji i falsi sa daleko w tyle.