Instituto Tecnológico de Costa Rica | II Semestre 2019
Escuela de Ingeniería Electrónica | Programa de Tutorías
EL 4703 Señales y Sistemas

Tutoría 1: Manejo de Fundamentos Matemáticos

Ejercicio 1. Realice las siguientes sumas de fracciones

a. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}$

Respuesta: $\frac{5}{6}$

b. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}$

Respuesta: $\frac{1}{6}$

c. $\dfrac{a}{4}+\dfrac{2}{a}$

Respuesta: $\frac{a^2+8}{4a}$

Ejercicio 2. Factorice las siguientes funciones polinomiales:

a. $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\phi$.

Respuesta: $f(x)=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ *con* $x_1=\dfrac{-\beta+\sqrt{\beta^2-4\alpha\phi}}{2\alpha}$, $x_2=\dfrac{-\beta-\sqrt{\beta^2-4\alpha\phi}}{2\alpha}$

b. $f(x)=bx^2+abx-2a^2b$

Respuesta: $f(x)=b(x-a)(x+2a)$

c. $f(x)=2x^3-4x^2-10x+12$, sabiendo que $f(3)=0$.

Respuesta: $f(x)=2(x-3)(x-1)(x+2)$

d. $f(x)=bx^3-3a^2bx-2ba^3$, sabiendo que $f(-a)=0$

Respuesta: $f(x)=b(x-2a)(x+a)^2$

Ejercicio 3. Realice la descomposición en fracciones parciales de las siguientes funciones:

a. $f(x)=\dfrac{(a+2b)x-(a^2+4b)}{x^2-(a+2)x+2a}$

Respuesta: $f(x)=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{2b}{x-a}$

b. $f(s)=\dfrac{s^2+6s-1}{s^2+s-2}$

Respuesta: $1+\dfrac{2}{s-1}+\dfrac{3}{s+2}$

c. $f(z)=\dfrac{az-a}{z(z+1)^2}$

Respuesta: $\dfrac{2a}{(z+1)^2}+\dfrac{a}{z+1}-\dfrac{a}{z}$

Ejercicio 4. Sea $f(t)$ una función de variable real t. Para cualquier definición de $f(t)$ y valores reales positivos τ y α indique qué relación tienen las funciones

1. $-f(t)$
2. $f(-t)$
3. $f(t+\tau)$
4. $f(t-\tau)$
5. $f(t)+\tau$
6. $\alpha f(t)$
7. $f(\alpha t)$
8. $f(\alpha t+\tau)$
9. $f(\alpha(t-\tau))$

para $\alpha < 1$ y $\alpha > 1$ con dicha función $f(t)$.

Respuesta:

1. $-f(t)$ *es una reflexión de la función con respecto al eje horizontal.*
2. $f(-t)$ *es una reflexión de la función con respecto al eje vertical.*
3. $f(t+\tau)$ *es un desplazamiento hacia la izquierda en* τ.
4. $f(t-\tau)$ *es un desplazamiento haciala derecha en* τ.
5. $f(t)+\tau$ *es un desplazamiento de la función hacia arriba de* τ.
6. $\alpha f(t)$ *es un escalamiento de cada valor de la función por el factor* α.
7. $f(\alpha t)$ *es un escalamiento temporal de la función por* α. *(contracción si* $\alpha > 1$ *y expansión si* $\alpha < 1$*).*
8. $f(\alpha t+\tau)$ *es un escalamiento por* α *y desplazamiento en* τ/α *hacia la izquierda.*
9. $f(\alpha(t-\tau))$ *es un desplazamiento en* $\alpha\tau$ *hacia la derecha seguido de un escalamiento por* α.

Ejercicio 5. Si la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt = C$$

indique qué valor tiene la integral

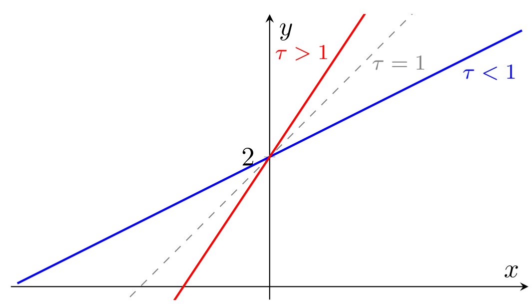
$$\int_{\infty}^{-\infty} f(-t-\tau)\,dt$$

Respuesta: $-C$

Ejercicio 6. Dibuje las trazas correspondientes a las siguientes ecuaciones:

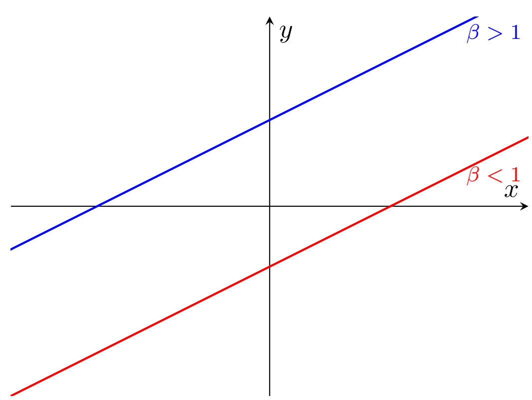
a. $y = \tau x + 2$ para τ positivos, un caso $\tau < 1$ y otro caso $\tau > 1$.

Respuesta:



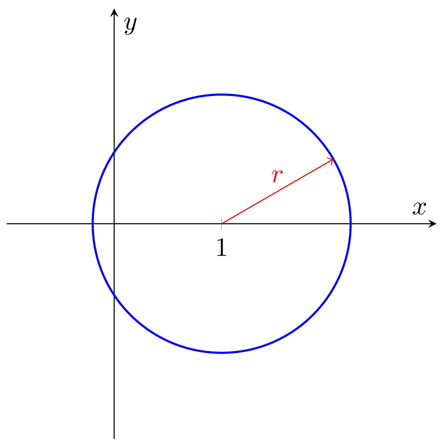
b. $y = \frac{1}{2}x + \beta$ para un caso $\beta < 0$ y otro caso $\beta > 0$.

Respuesta:



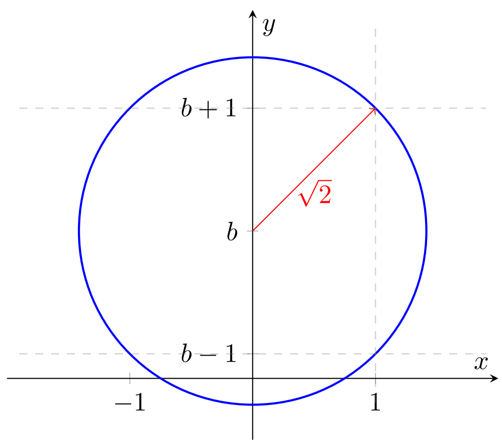
c. $(x-1)^2 + y^2 = r^2$

Respuesta:



d. $x^2 + (y-b)^2 = 2$

Respuesta:



Ejercicio 7. Indique las ecuaciones qué corresponden a

a. la recta ilustrada en la figura 1.

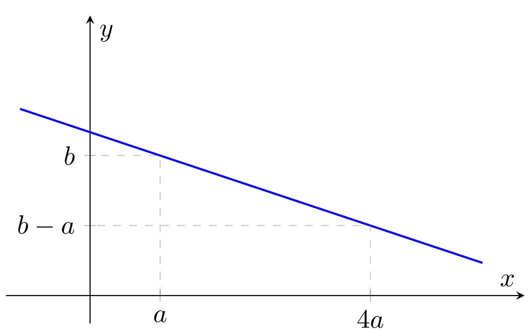


Figura 1: Recta para la cual usted debe encontrar una ecuación que la describa.

Respuesta: $y = -\frac{1}{3}x + \left(b + \frac{1}{3}a\right)$

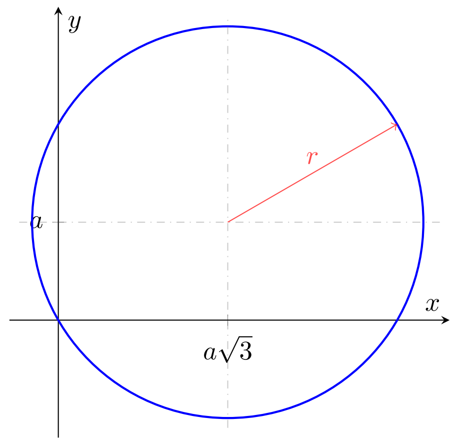


Figura 2: Círculo para el cual usted debe encontrar una ecuación que lo describa.

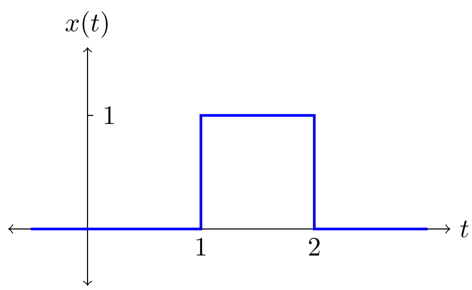
b. el círculo ilustrado en la figura 2. Observe que dicho círculo pasa por el origen.

Respuesta: $\left(x - a\sqrt{3}\right)^2 + (y - a)^2 = 4a^2$

Ejercicio 8. Considerando la función escalón unitario $u(t)$, dibuje las trazas correspondientes a las siguientes ecuaciones:

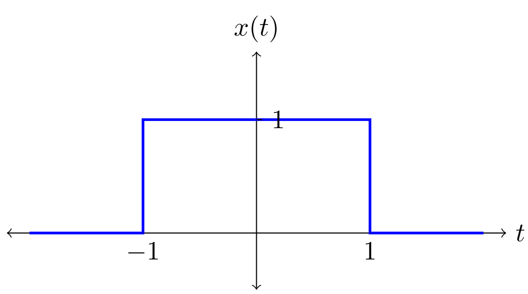
a. $x(t) = u(t-1) - u(t-2)$

Respuesta:



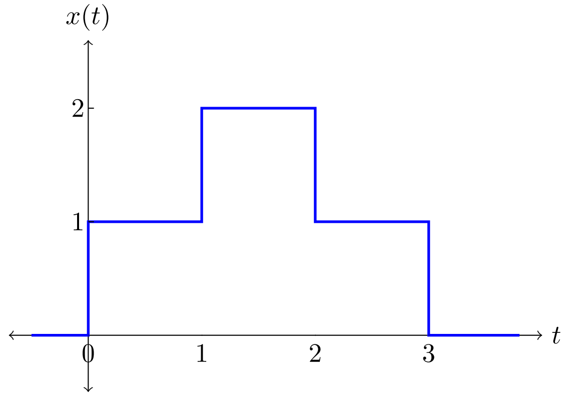
b. $x(t) = u(t+1)u(-t+1)$

Respuesta:



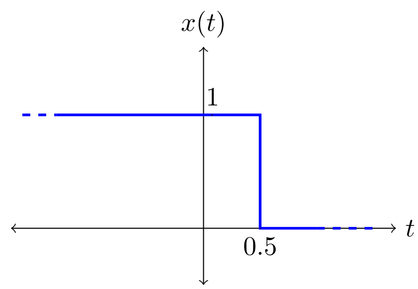
c. $x(t) = u(t) + u(t-1) - u(t-2) - u(t-3)$

Respuesta:



d. $x(t) = u(-2t + 1)$

Respuesta:



e. $x(t) = u(t + 1) - 1$

Respuesta: