Instituto Tecnológico de Costa Rica **II Semestre 2019**

Escuela de Ingeniería Electrónica

EL-2114 Circuitos Eléctricos en Corriente Alterna

Tutoría 13

Problema 1: Encuentre la función de transferencia $H(s) = I_o(s)/V_s(s)$ del circuito de la Figura 1.

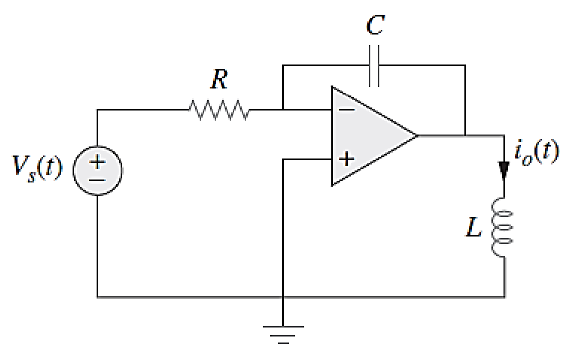


Figura 1. Circuito para el problema 1

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(s) = \frac{-1}{RLCs^2}$

Problema 2: Si la entrada del siguiente sistema es $v_i(t)$ y la salida es $v_o(t)$. Determine:

a. La función de transferencia del sistema $H(s)$.

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(s) = \frac{4000}{s}$

b. La respuesta al impulso $h(t)$.

Respuesta:

- $h(t) = 4000u(t)\ V$

c. Si es o no estable.

Respuesta:

- No es estable

d. La respuesta al escalón ($v_i(t) = u(t)$ V).

Respuesta:

- $v_o(t) = 4000tu(t)\ V$

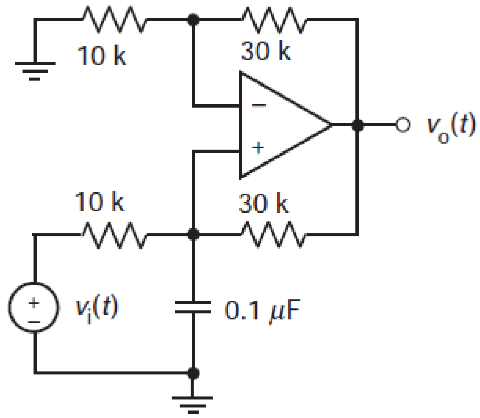


Figura 2. Circuito para el problema 2

Problema 3: Si la entrada del siguiente sistema es la corriente $i(t)$ y la salida la tensión $v(t)$. Determine:

a. La función de transferencia del sistema $H(s)$.

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(s) = \frac{-2,5x10^{11}}{(s+5000)(s+25000)}$

b. La respuesta al impulso $h(t)$.

Respuesta:

- $h(t) = 1,25x10^{7}(e^{-25000t} - e^{-5000t})u(t)\ V$

c. Si es o no estable.

Respuesta:

- Si es estable

d. La respuesta de estado permanente y transitoria cuando $i(t) = 2\cos(2t)u(t)$ A.

Respuesta:

- $v_{transitorio}(t) = [5000e^{-5000t} - 1000e^{-25000t}]u(t)\ V$
- $v_{permanente}(t) = 4000\cos\,(2t + 179,97^{o})u(t)\ V$

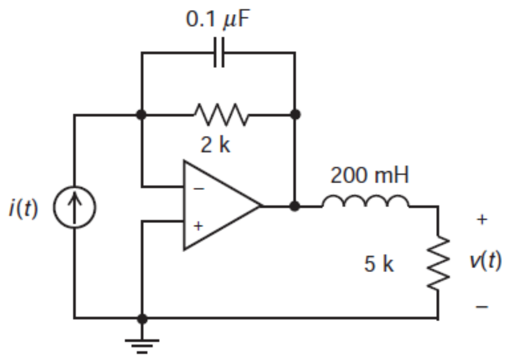


Figura 3. Circuito para el problema 3

Problema 4: La respuesta al escalón $(x(t) = u(t))$ de una red lineal es $y(t) = (4 + 32e^{-90t})u(t)$. Determine:

a. La función de transferencia $H(s)$.

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(s) = \frac{36(s+10)}{(s+90)}$

b. La respuesta el impulso.

Respuesta:

- $h(t) = 36[\delta(t) - 80e^{-90t}u(t)]\ V$

c. Si es o no estable.

Respuesta:

- Si es estable

d. La respuesta en frecuencia $\boldsymbol{H}(\omega)$.

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(j\omega) = \frac{36(j\omega+10)}{(j\omega+90)}$

Problema 5: La entrada de una red lineal es $v_i(t)$ y la salida es $v_o(t)$. La función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

El diagrama de polos y ceros de $H(s)$ se muestra en la siguiente figura:

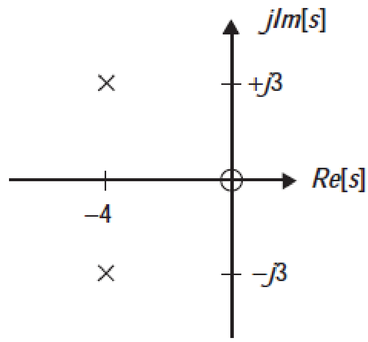


Figura 4. Diagrama de polos y ceros

Si la ganancia de la respuesta en frecuencia para $\omega = 5$ rad/s es 10. Determine:

a. La función de transferencia $H(s)$.

Respuesta:

- $H(s) = \frac{80s}{s^2+8s+25}$

b. La respuesta al impulso $h(t)$.

Respuesta:

- $h(t) = \frac{400}{3}e^{-4t}\cos(3t + 53{,}13^o)\,u(t)\ V$

c. La respuesta en frecuencia $\boldsymbol{H}(\omega)$.

Respuesta:

- $\boldsymbol{H}(j\omega) = \frac{80j\omega}{(j\omega)^2+8j\omega+25}$

d. La respuesta el escalón $u(t)$.

Respuesta:

- $v_o(t) = \frac{80}{3}e^{-4t}\sin(3t)\,u(t)\ V$

e. La respuesta de estado estacionario si $v_i(t) = \sin(3t)\,u(t)$ V.

Respuesta:

- $v_o(t) = 8{,}32\sin(3t + 33{,}69^o)\,u(t)\ V$

Problema 6: Considere la siguiente onda periódica $g(t)$.

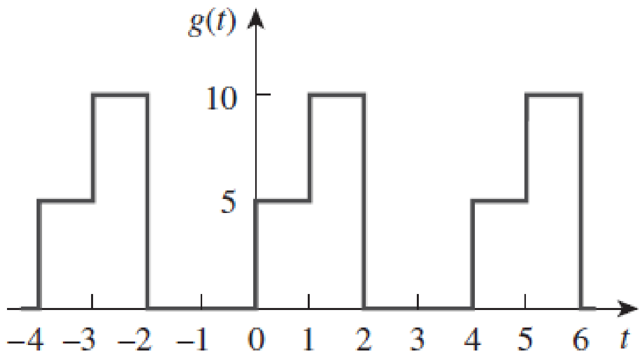


Figura 5. Señal periódica $g(t)$

Determine:

a. El valor promedio de la función.

Respuesta:

- $a_o = \frac{15}{4}$

b. Los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier.

Respuesta:

- $a_o = \frac{15}{4}$
- $a_n = \begin{cases} \frac{5}{n\pi}(-1)^{\frac{n+1}{2}} & n\ impar \\ 0 & n\ par \end{cases}$
- $b_n = \frac{5}{n\pi}\left[1 + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 2\cos(n\pi)\right]$

c. La síntesis de la función $g(t)$ utilizando la serie trigonométrica de Fourier.

Respuesta:

- $g(t) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi}{2}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi}{2}t\right)$

d. La aproximación de la función $g(t)$ en el instante $t = 2\ s$ utilizando los primeros 5 y 10 armónicos. Además incluya en la aproximación el nivel promedio de la función.

Respuesta:

- Con 5 términos → $g(t = 2) = 5{,}13$
- Con 10 términos → $g(t = 2) = 5{,}08$

e. El valor del sobreimpulso máximo que se genera debido al fenómeno de Gibbs al aproximar la función $g(t)$ en $t = 2\ s$ utilizando los primeros 10 armónicos de la serie trigonométrica de Fourier. Sugerencia: Utilice algún software que permita graficar la aproximación de la función para realizar el cálculo respectivo.

Respuesta:

- Valor del sobreimpulso → 10,8043
- Porcentaje del sobreimpulso → 8,043%

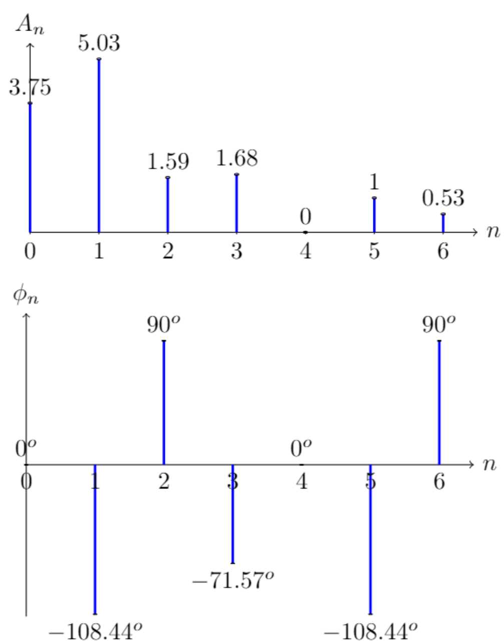
f. La serie de Fourier amplitud-fase (serie de cosenos con desfase) de la función $g(t)$.

Respuesta:

- $A_n = \sqrt{\frac{25}{n^2\pi^2}\sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{25}{n^2\pi^2}\left(1+\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 2\cos(n\pi)\right)}$
- $\phi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{1+\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-2\cos(n\pi)}{-\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}\right)$
- $g(t) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{\pi n}{2}t + \phi_n\right)$

g. La gráfica de los espectros de amplitud y fase de la función $g(t)$ para los primeros 6 términos.

Respuesta:



h.

Problema 7: Determine los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier a_0, a_n y b_n. Defina la síntesis de la función $f(t)$ a través de éstos coeficientes.

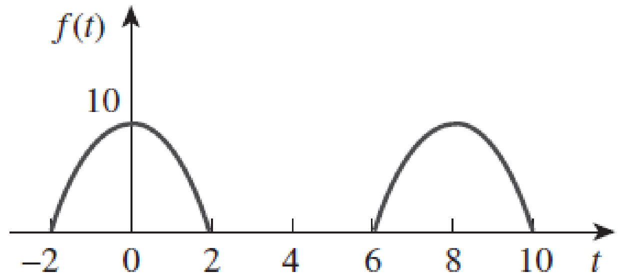


Figura 6. Señal periódica $f(t)$

Respuesta:

- $a_0 = 10/\pi$
- $b_n = 0$
- $a_1 = 5$
- $a_n = \begin{cases} \frac{20(-1)^{\frac{n}{2}}}{(1-n^2)\pi} & n\ par \\ 0 & m\ impar \end{cases}$

Problema 8: Realice la síntesis de la función $v_b(t)$ según la serie de Fourier en su forma trigonométrica.

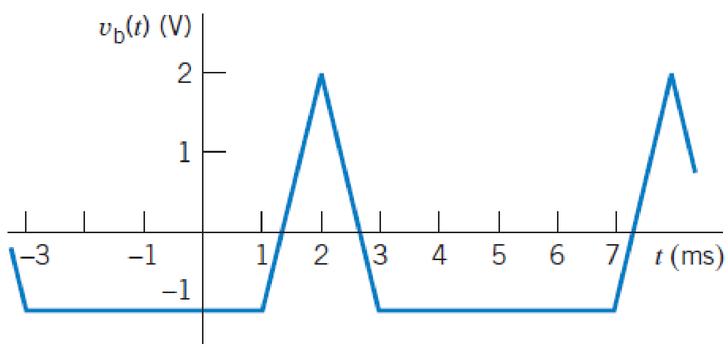


Figura 7. Señal periódica $v_b(t)$

Respuesta:

- $a_0 = -1/2$
- $a_n = \frac{18}{n^2\pi^2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - \frac{9}{n^2\pi^2}\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) - \frac{9}{n^2\pi^2}\cos(\pi n)$
- $b_n = \frac{18}{n^2\pi^2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - \frac{9}{n^2\pi^2}\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$
- $v_b(t) = \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{\pi n}{3}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{\pi n}{3}t\right)$

Problema 9: Determine la síntesis de la función $f(t)$ a través de una serie trigonométrica de Fourier (coseno-seno).

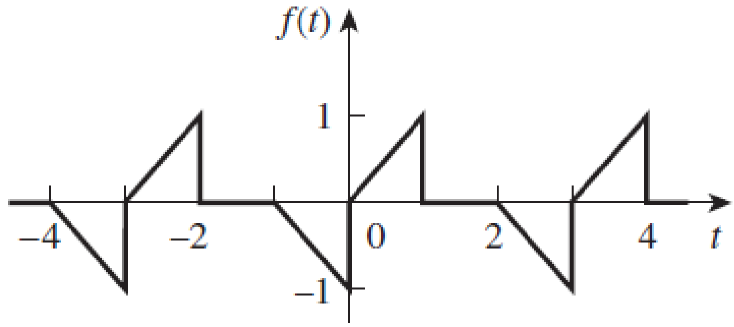


Figura 8. Señal periódica $f(t)$

Respuesta:

- $a_0 = 0$
- $a_n = \frac{3}{n^2\pi^2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) + \frac{1}{n\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - \frac{3}{n^2\pi^2}$
- $b_n = \frac{1}{n\pi} - \frac{1}{n\pi}\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{3}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{3}t\right)$$