

TEMAS SELECTOS DE INGENIERÍA

# El transistor bipolar de unión

Segunda edición

Libro en  
Buen  
Estado

TEMAS SELECTOS DE INGENIERÍA

# El transistor bipolar de unión

Segunda edición

Gerold W. Neudeck  
*Purdue University*

Versión en español de  
Bartolomé Fabian-Fränel  
*Universidad Tecnológica Nacional  
Buenos Aires, Argentina*

Con la colaboración de  
Juan Miguel López  
*Universidad Politécnica de Cataluña  
Barcelona, España*



ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA

Argentina • Brasil • Chile • Colombia • Ecuador • España  
Estados Unidos • México • Perú • Puerto Rico • Venezuela

Versión en español de la obra *The Bipolar Junction Transistor, Second Edition*, de Gerold W Neudeck, publicada originalmente en inglés por Addison-Wesley Publishing Co., E.U.A. © 1988 por Addison-Wesley Publishing Co.

Esta edición en español es la única autorizada.



## ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA

Malabia 2363-2ºG, Buenos Aires 1425, Argentina  
Ave. Brigadeiro Luis Antonio 2344, Conjunto 114,  
Sao Paulo 01402, Sao Paulo, Brasil  
Casilla 70060, Santiago 7, Chile  
Apartado Aéreo 241-943, Santa Fé de Bogotá, Colombia  
Espalier 3 bajo, Madrid 28014, España  
7 Jacob Way, Reading, Massachusetts 01867, E.U.A.  
Apartado Postal 22-012, México, D.F. 14000, México  
Apartado Postal 29853, Rio Piedras, Puerto Rico 00929  
Apartado Postal 51454, Caracas 1050-A, Venezuela

65012  
19 SEP 2000

© 1994 por Addison-Wesley Iberoamericana, S.A.  
Wilmington, Delaware, E.U.A.

Impreso en Estados Unidos. Printed in U.S.A.

ISBN 0-201-60143-5

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10-CRS-98 97 96 95 94

BD

65012

19 SEP 2000

## Introducción

### 1 Introducción a los transistores bipolares de unión

1.1 Terminología y símbolos	1
1.2 Funcionamiento cualitativo en la región activa	4
1.2.1 El transistor $p + np$	5
1.2.2 El transistor $n + pn$	10
1.3 Fabricación	12
1.4 Definiciones de circuito	13
1.5 Resumen	17
Problemas	17

### 2 El transistor de unión ideal

2.1 Análisis cuantitativo: plan estratégico	21
2.1.1 Notación	22
2.1.2 Definiciones de corrientes	24
2.1.3 Solución para la región de volumen	25
2.1.4 Condiciones de contorno	26
2.1.5 Corriente de emisor	27
2.1.6 Corriente de colector	27
2.1.7 Corriente de base	27
2.2 El transistor bipolar ideal	28
2.3 Las corrientes en el transistor $pnp$ ideal	30
2.3.1 Región activa	32
2.3.2 Región de saturación	34
2.3.3 Región de corte	35
2.3.4 Funcionamiento inverso	36

2.4 Características ideales $I-V$	37
2.4.1 Base común	37
2.4.2 Emisor común	39
2.4.3 $I_{ECB}$ para el transistor $pnp$ e $I_{CEO}$ para el transistor $npn$	40
2.5 Ecuaciones de Ebers-Moll	42
2.6 Resumen	45
Problemas	45



1

1

1

10

12

13

17

17

21

21

22

24

25

26

27

27

27

28

30

32

34

35

36

37

40

42

45

45

v

<b>3 Desviaciones respecto al transistor ideal</b>	<b>49</b>
3.1 Recombinación en la base	49
3.1.1 Casi ideal	53
3.1.2 Transistor casi ideal completo	56
3.2 Modulación de la anchura de la base	57
3.3 Perforación y avalanchas	61
3.3.1 Perforación	61
3.3.2 Ruptura por avalancha	62
3.4 Efectos geométricos	63
3.4.1 Área de emisor $\neq$ área de colector	63
3.4.2 Resistencia en la región de volumen y en el contacto	63
3.4.3 Aglomeración de corriente	64
3.5 Generación-recombinación en la región de vaciamiento	64
3.5.1 Revisión de la aglomeración de corriente	65
3.6 Resumen	67
Problemas	67
<b>4 Modelos de pequeña señal</b>	<b>69</b>
4.1 Modelo de baja frecuencia	69
4.2 Modelo híbrido-pi de baja frecuencia	72
4.2.1 No ideal	73
4.3 Modelo híbrido-pi de alta frecuencia	74
4.4 Resumen	75
Problemas	76
<b>5 Transitorios de conmutación</b>	<b>79</b>
5.1 Modelo de control de carga	79
5.2 Transitorio a saturación	81
5.3 Transitorio a corte	84
5.3.1 $I_B$ a 0	84
5.3.2 $I_B$ a $-I_B$	86
5.4 Resumen	87
Problemas	88
<b>Apéndice A. Ejercicios: problemas y soluciones</b>	<b>89</b>
<b>Apéndice B. Problemas de revisión con soluciones</b>	<b>93</b>
Problemas de revisión	93
Soluciones a los problemas de revisión	94
<b>Apéndice C. Lecturas recomendadas</b>	<b>99</b>
<b>Apéndice D. Lista de símbolos</b>	<b>101</b>
<b>Apéndice E. Tablas</b>	<b>105</b>
<b>Índice de materias</b>	<b>107</b>

# Prefacio

---

Los dispositivos de estado sólido han alcanzado un nivel de perfeccionamiento e importancia económica que excedió las más altas expectativas de sus inventores. Al ofrecer permanentemente dispositivos de mejor comportamiento a un costo unitario decreciente, la industria electrónica ha penetrado en mercados nunca antes considerados. Como requisito para mantener esta iniciativa de crecimiento, es necesaria una amplia comprensión del funcionamiento interno de los dispositivos de estado sólido por parte de los diseñadores modernos de circuitos electrónicos y sistemas. Esto es esencial, pues tanto el sistema como el circuito y los procesos de diseño del circuito integrado se fusionan en una función única. Teniendo en consideración los requerimientos actuales y proyectados, hemos escrito una serie de textos\* que brindan una fundamentación intuitiva y analítica firme para tratar los dispositivos de estado sólido.

Nuestros libros están destinados a estudiantes de los últimos años de los cursos básicos o del primero del superior, que hayan tenido al menos una exposición introductoria a la teoría del campo eléctrico. Se pone énfasis en el desarrollo de una comprensión fundamental sobre el funcionamiento interno de la mayoría de las estructuras básicas de los dispositivos de estado sólido. Quitando algunos temas, el material de estos libros se utiliza en cursos de ingeniería eléctrica y electrónica en la Purdue University.

Los diversos libros son relativamente independientes entre sí, aunque algunas fórmulas necesariamente se repiten, y se hacen referencias cruzadas. Esta flexibilidad permite utilizar los libros de acuerdo con las necesidades específicas de cada currículo universitario, ya sean como textos de un curso completo o como material complementario. También se espera que estudiantes, ingenieros y científicos encuentren útiles estos libros para su instrucción personal, sea como referencia, repaso o estudio en casa.

Muchos de los textos estándar sobre dispositivos se han escrito como enciclopedias, atiborrados de información pero con poca visión sobre cómo el estudiante aprende o razona. Los libros que son de naturaleza enciclopédica frecuentemente resultan difíciles de leer para los estudiantes e incluso pueden presentar barreras a la comprensión. Al fragmentar el material en unidades de información más pequeñas, y al escribir para estudiantes, esperamos haber logrado libros realmente legibles y comprensibles. También hemos buscado obtener un balance equilibrado entre presentación de conceptos básicos e información práctica.

Los problemas que aparecen al final de cada capítulo constituyen componentes importantes del programa de aprendizaje. Algunos de esos problemas amplían la teoría expuesta en el texto o están elaborados para reforzar temas de mucha importancia; otros son problemas numéricos que proporcionan al lector una sensación intuitiva sobre la dimensión típica de los parámetros clave. Entonces, cuando se establezcan o presuppon-

gan aproximaciones, el estudiante podrá confiar en que unas cantidades citadas serán efectivamente más pequeñas que otras en varios órdenes de magnitud. Estos problemas de final de capítulo varían en dificultad, desde ser muy sencillos, hasta llegar a constituir verdaderos desafíos. En la segunda edición de este título se han agregado problemas resueltos o *ejercicios*, que aparecen recopilados en el apéndice A, y se hace referencia a ellos en el texto. Los ejercicios son de naturaleza similar a los problemas de final de capítulo. Finalmente, el apéndice B contiene grupos de problemas con soluciones de revisión que abarcan todo el volumen. Estos conjuntos presentan consultas de respuesta breve, del tipo utilizado en exámenes o evaluaciones, y pueden servir de revisión o para autoevaluación.

Reiteramos que en nuestros libros se pone énfasis en el desarrollo de una comprensión definida sobre el funcionamiento intrínseco de la mayor parte de las estructuras de los dispositivos de estado sólido. No obstante, tenemos la esperanza de que ayudarán (y quizás motivarán) al lector para extender sus conocimientos al aprendizaje sobre muchos otros dispositivos ya en uso, y aun a buscar información sobre los que están en etapa de desarrollo en laboratorios.

Gerold W. Neudeck  
Robert F. Pierret  
*Purdue University*

## Nota al lector de la versión en español

La presente obra fue publicada en inglés dentro de la serie "Modular Series on Solid State Devices" de Addison-Wesley Publishing Company. De esa serie, se encuentran disponibles en español los siguientes títulos:

1. Pierret, R.F., *Fundamentos de semiconductores*, Segunda edición
2. Neudeck, G.W., *El diodo PN de unión*. Segunda edición
3. Neudeck, G.W., *El transistor bipolar de unión*. Segunda edición
4. Pierret, R.F., *Dispositivos de efecto de campo*. Segunda edición

Todos son parte de la serie Temas Selectos de Ingeniería de Addison-Wesley Iberoamericana.

Se sugiere al lector estudiar los libros en el orden arriba indicado, ya que así fueron concebidos originalmente.

## Introducción

Este volumen se centra en el transistor bipolar de unión (BJT, *bipolar junction transistor*), presentando descripciones cualitativas y cuantitativas del dispositivo. Hay dos formas básicas del transistor bipolar, la *npn* y la *pnp*, denominadas así por las tres capas de semiconductor utilizadas para su construcción. Ambas formas son de uso general como dispositivos discretos individuales y en circuitos integrados. En muchos diseños de circuitos se prefiere la versión *npn* debido a su ganancia generalmente más alta y a su comutación más veloz.

Para lograr una presentación eficiente del transistor bipolar de unión se aplican directamente muchos de los conceptos y deducciones desarrollados en el libro *El diodo PN de unión* (de esta serie) para el diodo de unión. Sin embargo, el transistor bipolar difiere del diodo en que el transistor puede brindar ganancias de corriente, de voltaje y de potencia. Es un dispositivo activo, mientras que el diodo, como la resistencia, es un dispositivo pasivo. Por lo tanto, se hace énfasis en la calidad del transistor de lograr ganancia.

Los transistores bipolares *npn* y *pnp* son *complementarios*. Esto significa que los dispositivos presentan intercambio de tipos de materiales (*n* por *p* y *p* por *n*) y tienen polaridades opuestas en todos sus voltajes y corrientes. Usamos esta idea de complementos en lugar de repetir las descripciones físicas, las corrientes y los voltajes para los transistores *pnp* y *npn*. En los capítulos siguientes se utiliza el *pnp* para el desarrollo de los conceptos y ecuaciones que describen el transistor bipolar, porque los sentidos de las corrientes y los flujos de portadores son de más fácil descripción. Como el *npn* es el complemento del *pnp*, sólo se necesita permutar todas las polaridades de las corrientes y voltajes para describir el *npn*.

El capítulo 1 establece las direcciones de referencia de los voltajes y corrientes, así como una descripción cualitativa de la acción del transistor bipolar y su fabricación. También se definen las regiones o zonas de funcionamiento y los flujos de portadores para esas regiones. El capítulo 2 bosqueja un "plan estratégico" para hallar las concentraciones de portadores en la base, y presenta las ecuaciones necesarias para lograr las corrientes de los terminales en función de los voltajes en esos terminales. Se define un transistor bipolar ideal y se determinan sus corrientes terminales. También se analizan en el capítulo 2 las regiones de funcionamiento del transistor *pnp* ideal y se dan sus características *I-V* de entrada y salida en emisor común. Se determinan y analizan cualitativamente los valores de cc de alfa, beta, eficiencia de inyección de emisor,  $I_{CBO}$  e  $I_{CEO}$ . Se deducen las ecuaciones de Ebers-Moll para el dispositivo ideal y se constata su validez para las cuatro regiones de funcionamiento. Esas ecuaciones incluyen el modelo no lineal de cc para los dispositivos bipolares y cumplen un papel similar al de la ecuación del diodo ideal en el caso del diodo.

Las desviaciones de los dispositivos reales con respecto al transistor ideal son el tema del capítulo 3. Se comienza por presentar la recombinación en la base, que luego se simplifica para el BJT casi ideal. Se investigan las modificaciones del espesor de la base, la ruptura por avalancha, la perforación, la recombinación-generación y los efectos de graduación de la base. El capítulo 4 desarrolla el modelo híbrido-pi de pequeña señal y baja frecuencia, para el transistor ideal. Luego se incluyen efectos no ideales para completar el modelo de baja frecuencia. Se revisan las capacidades de vaciamiento y de difusión del dispositivo para agregarlas al modelo en señal de alta frecuencia. Finalmente, en el capítulo 5 se introduce el modelo de control de carga y se deduce el tiempo de almacenamiento para un transistor saturado que se conmuta hacia el corte, con un escalón de corriente de base. También se deduce el transitorio de corte a saturación.

# 1 Introducción a los transistores bipolares de unión

## 1.1 TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS

Por definición, el transistor de unión es un dispositivo semiconductor que contiene tres porciones vecinas dopadas alternativamente, en el cual la región media es muy estrecha en comparación con la longitud de difusión de portadores minoritarios correspondiente a esa zona. Como se puede ver en la figura 1.1(a), el contacto de la región central estrecha hacia el mundo exterior se conoce como *base*. Los contactos en las porciones externas reciben los nombres de *emisor* y *colector*. Las designaciones de emisor y colector nacen de las funciones que cumplen estas zonas en el funcionamiento del dispositivo; observando la figura 1.1(a), podría parecer que estas dos regiones son intercambiables. Sin embargo, en los dispositivos prácticos actuales, la zona emisora generalmente está mucho más dopada que la colectora y no se pueden intercambiar los terminales sin modificar las características del dispositivo.

En la figura 1.1(b) se ilustra el símbolo circuital utilizado para el transistor de unión *pnp*, al mismo tiempo que se definen simultáneamente las polaridades de voltaje y corriente pertinentes. Aunque en esta figura aparecen los signos "+" y "-" para definir las polaridades de los voltajes, en realidad son redundantes porque el doble subíndice en el símbolo de voltaje indica igualmente dichas polaridades. El primer subíndice especifica la referencia de polaridad supuesta como "+". Por ejemplo,  $V_{EB}$  supone que "E" tiene el signo "+" y "B" el signo "-". Nótese que como consecuencia de las leyes de Kirchhoff, solamente hay dos voltajes y dos corrientes independientes. Si se conocen dos voltajes o corrientes, se conoce también la tercera.

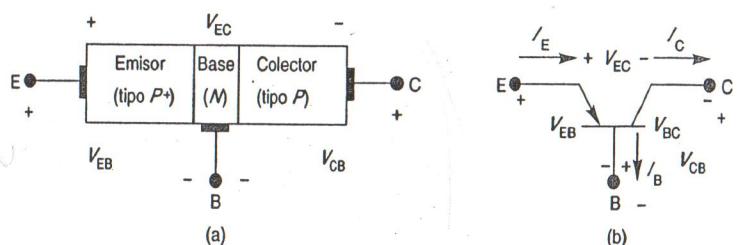


Figura 1.1 Transistor bipolar *pnp*: (a) tipos de semiconductor; (b) símbolo en circuito con polaridades de voltaje y corriente.

A lo largo de este libro se eligieron direcciones de referencia de corriente en coincidencia con el flujo físico de corriente en la zona activa de cada dispositivo, en lugar de adoptar la convención estándar del IEEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*, Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos) de que en todos los dispositivos las corrientes entran en cada terminal. Con las convenciones de corrientes elegidas, todas las corrientes en la región activa son magnitudes positivas, lo que facilita la argumentación conceptual para el lector. También brinda una base más intuitiva para la comprensión del flujo físico de portadores en el dispositivo.

En la figura 1.2(a) se ve el complemento del *pnp*: el transistor *npn*. Por "complemento" se entiende el intercambio de *p* por *n* y de *n* por *p*. En la figura 1.2(b) se puede ver las direcciones de referencia para el *npn*. Si se comparan las figuras 1.1(b) y 1.2(b) queda claro que para obtener el complemento del *pnp*, el *npn*, deben invertirse todas las polaridades de corrientes y voltajes. Si se conoce el *pnp*, para describir el *npn* sólo se necesita invertir las polaridades y el sentido de la conducción. Esta obra se centra en el *p<sup>+</sup>np* porque sigue más directamente el formato de las ecuaciones y polaridades desarrollado en el libro *El diodo PN de unión* (de esta serie) para el diodo de unión. No obstante, el *n<sup>+</sup>pn* se utiliza con mayor frecuencia en la mayoría de los diseños de *IC* (*integrated circuits*, circuitos integrados).

Se puede pensar en el transistor *pnp* de la figura 1.1(a) como en dos uniones *p-n* muy próximas. Una unión está constituida por el emisor y la base, y la otra por las regiones de colector y base. La región de base de tipo *n* es típicamente menor que 1  $\mu\text{m}$  de ancho (mucho menos que una longitud de difusión de portadores minoritarios). Debido a la estrecha proximidad de las dos uniones, éstas interactúan entre sí, con lo que el transistor puede presentar ganancias de corriente y de voltaje. En el capítulo 2 se presenta un análisis más detallado de su interacción y ganancia.

El transistor bipolar tiene cuatro *regiones o zonas de funcionamiento* o polarización en cc. Las "regiones de funcionamiento" se determinan de acuerdo con las polaridades de los voltajes en las uniones colector-base y emisor-base. Por ejemplo, el diodo de unión tenía dos regiones de funcionamiento, la de polarización directa y la de polarización inversa, de acuerdo con la polaridad del voltaje de la unión. La zona más común de funcionamiento del transistor bipolar es la *zona activa*, que se define como aquella que tiene la unión E-B polarizada en directa y la unión C-B polarizada en inversa. Para el *p<sup>+</sup>np* esto significa que la E-B tiene una polaridad de "+" a "-" y que la C-B tiene una polaridad de "-" a "+". Casi todos los amplificadores de señal lineales, como los amplificadores operacionales, tienen sus transistores bipolares polarizados en la región activa, porque en esa región tienen mayor ganancia de señal y menor distorsión.

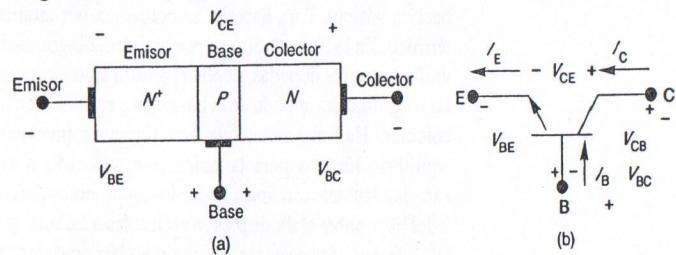


Figura 1.2 Transistor bipolar *npn*: (a) tipos de semiconductor; (b) polaridades de referencia de voltaje y corriente.

La *zona o región de saturación* se define como aquella en la que tanto la unión E-B como la unión C-B están polarizadas en directa. Para el *pnp*, esto significa que los voltajes  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  son positivos. En los circuitos lógicos y cuando el transistor actúa como conmutador, esto implica la *región de funcionamiento* en la que  $|V_{CE}|$  es pequeña e  $|I_C|$  es elevada; es decir, el dispositivo actúa como un conmutador cerrado, o sea en "conducción". Un conmutador cerrado tiene poco o ningún voltaje entre sus bornes aun cuando fluya una corriente elevada. En un circuito lógico, denominamos a esto un nivel lógico cero o "bajo".

Definimos la *zona o región de corte* como aquella en la que ambas uniones están polarizadas en inversa. Para el transistor *pnp* esto hace necesario un voltaje negativo de  $V_{EB}$  y de  $V_{CB}$ . Esto representa generalmente el estado abierto, o sea en "corte", para el transistor como conmutador, o el nivel lógico uno o "alto" en circuitos digitales. Cuando está en "corte", el transistor es similar a un circuito abierto en que  $|I_C|$  es casi cero y  $|V_{CE}|$  es elevado.

La cuarta *región de funcionamiento* es la *zona o región inversa*, denominada también *región activa inversa*. Para el funcionamiento en activa inversa, la unión E-B está polarizada en inversa y la unión C-B lo está en directa. Se podría pensar que el caso activo inverso es aquel en el que el colector funciona como emisor y el emisor lo hace como colector, es decir, que el dispositivo se usa en forma inversa. El uso más común de esta zona de funcionamiento es en circuitos de lógica digital, como la lógica TTL (*transistor-transistor-logic*), en los que la ganancia de señal no es un objetivo.

Se puede ver en la figura 1.3(a) los voltajes  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  para las cuatro regiones de funcionamiento del *pnp*. Se observa que el "complemento" de la figura 1.3(a), la figura 1.3(c), corresponde al transistor *n<sup>+</sup>pn* que tiene  $V_{BE}$  y  $V_{BC}$  como ejes de coordenadas. En la figura 1.3(b) aparecen las regiones de funcionamiento en las características  $I-V$  de salida del *p<sup>+</sup>np*, mientras que la figura 1.3(d) las representa para el dispositivo *n<sup>+</sup>pn*. Cada una de estas regiones será tratada con mucho más detalle en el capítulo 2.

En aplicaciones de circuito, el transistor funciona típicamente con un terminal común entre la entrada y la salida, ya sea en cc o en señal con una masa común. Debido a que el transistor tiene solamente tres terminales, hay tres tipos posibles de amplificador. Se designan como *base común*, *emisor común* y *colector común*; estos nombres indican el terminal que es común a los circuitos tanto de entrada como de salida, como se puede ver en las figuras 1.4(a), (b) y (c), respectivamente, para el *pnp*. Entre estos tres tipos de amplificadores, generalmente el más utilizado es el de emisor común. Al describir el amplificador y sus características  $I-V$ , no se tiene en cuenta la corriente en el terminal "común". Por ejemplo, el amplificador en emisor común tiene las variables de salida  $v_{EC}$  e  $i_C$ . Sus variables de entrada son  $v_{EB}$  e  $i_B$ . Se hace notar nuevamente que si se conocen dos corrientes (o voltajes), también se conoce la tercera a partir de las leyes de Kirchhoff. Por lo tanto, describir el emisor común por las características  $I-V$  de salida y entrada implica que se pueden calcular las características en base común y colector común. El transistor *npn* es el complemento del *pnp*, invirtiendo todas las polaridades de voltajes y corrientes.

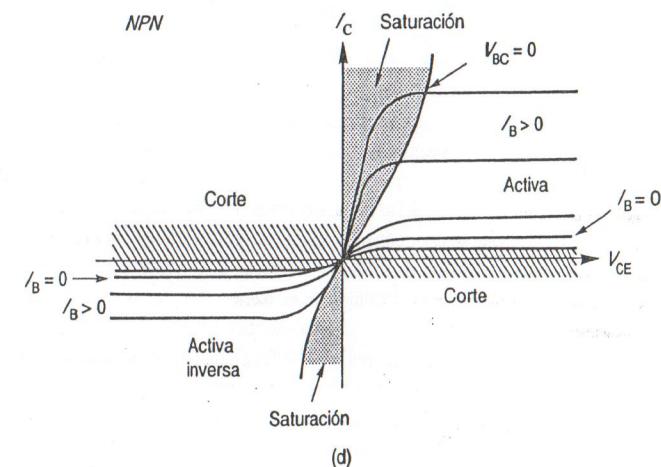
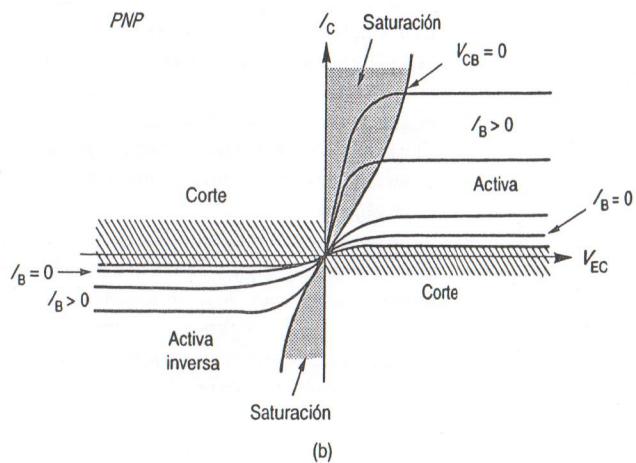
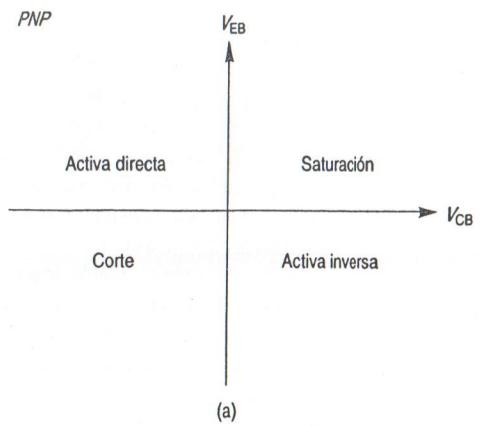


Figura 1.3 Regiones de funcionamiento: (a) polaridades de las uniones  $p^+np$ ; (b) características de salida de un transistor  $p^+np$ ; (c) polaridades de las uniones  $n^+pn$ ; (d) características de salida de un transistor  $n^+pn$ .

VÉASE EL EJERCICIO 1.1. APÉNDICE A

## 1.2 FUNCIONAMIENTO CUALITATIVO EN LA REGIÓN ACTIVA

El BJT (*bipolar junction transistor*, transistor bipolar de unión)  $p^+np$  se analiza primero porque se va a mencionar con mucha frecuencia en este análisis y porque utiliza algunos resultados de la unión  $p^+n$  del libro *El diodo PN de unión*. Como en muchas aplicaciones de circuito se utiliza extensamente el BJT  $n^+pn$ , también se presenta aquí. El propósito de esta sección es desarrollar el funcionamiento del BJT desde un punto de vista cualitativo, antes de saltar a las descripciones matemáticas del capítulo 2.

### 1.2.1 El transistor $p^+np$

Antes de poder comprender cómo funciona un transistor, es necesario establecer algunos hechos básicos. Para hacerlo, se comienza por analizar un transistor  $pnp$  en equilibrio térmico. En la figura 1.5(a) se puede ver un diagrama de bandas de energía para regiones uniformemente dopadas, donde el emisor tipo  $p$  está mucho más dopado que el colector. La magnitud del dopado de la base tipo  $n$  es inferior a la del emisor pero mayor que la del colector. Hay que notar que esta figura es precisamente una extensión del caso de equilibrio térmico para la unión  $p-n$ , aplicado a una unión  $p^+-n$  y una unión  $n-p$  extremadamente cercanas. Todos los argumentos físicos que se presentaron en el capítulo 2 del libro sobre el diodo  $pn$  son aplicables a las uniones E-B y B-C. El potencial interno ( $V_{bi}$ ), la densidad de carga, los campos eléctricos, etc., tratados allí siguen siendo válidos para cada unión. Las figuras 1.5(b) y (c) muestran las densidades de cargas y los campos

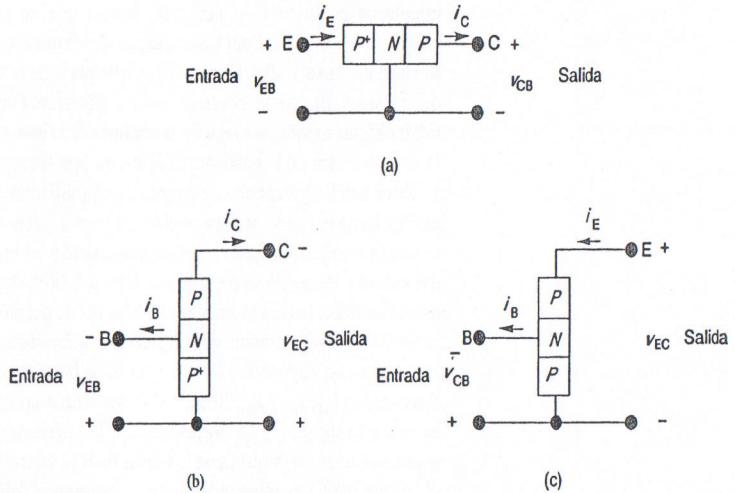
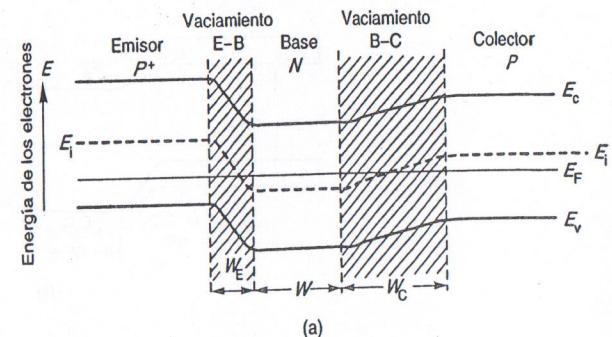


Figura 1.4 Tipos de amplificador para un transistor  $pnp$ : (a) en base común; (b) en emisor común; (c) en colector común.

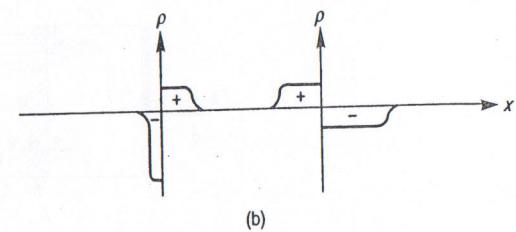
eléctricos en las dos regiones de vaciamiento. El gráfico de representación del potencial,  $V(x)$ , es una imagen invertida del diagrama de bandas de energía y no aparece aquí. Hacemos notar que en la figura 1.5(a), las regiones de vaciamiento aparecen rotuladas como  $W_E$  y  $W_C$ , para las uniones de emisor a base y colector a base, respectivamente. Nótese también que la región de volumen de base ahora aparece etiquetada como  $W$ , y *no debe ser confundida con la región de vaciamiento del diodo*.

Cuando hay equilibrio térmico no hay flujo neto de corriente; por lo tanto, como en el caso del diodo de unión, todas las corrientes de arrastre y difusión se cancelan entre sí. Dicho de otro modo, todas las componentes de arrastre son iguales y opuestas a las componentes de difusión para cada tipo de portador en cada unión. Si se suponen uniones ideales, todos los anchos de difusión, campos eléctricos, etc., se calculan por medio de las fórmulas que se introdujeron para el diodo ideal, en el mismo capítulo 2 de aquel libro.

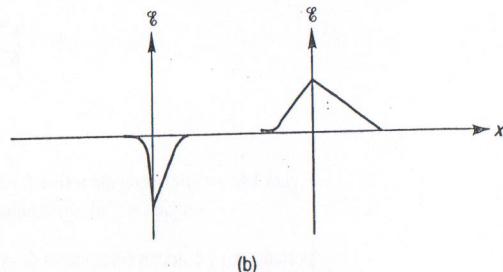
El dispositivo  $pnp$  polarizado en la región activa requiere que el emisor tenga un potencial mayor que el de la base y el colector un potencial menor. En la figura 1.6(a) se puede ver el diagrama de bandas de energía en equilibrio térmico y para funcionamiento en la región activa. En este diagrama de bandas de energía se dejó fija la base y se redujo el emisor al voltaje positivo aplicado a esa región de volumen. Cuando la unión E-B se polariza en directa, se puede ver que se reduce la barrera para los huecos que entran en la región de base tipo  $n$ , desde el emisor\*, como sucedía en el caso del diodo en polarización directa; los huecos pueden inyectarse desde el emisor hacia la base. También hay que tener en cuenta que se ha reducido la barrera para los electrones en la base y que éstos se inyectan desde la base hacia el emisor. El efecto combinado es que la unión E-B polarizada directamente crea una corriente positiva de emisor. Como en el caso del diodo, las corrientes de difusión para electrones y huecos se han incrementado exponencialmente con un aumento de  $V_{EB}$ .



(a)



(b)



(c)

Figura 1.5 Transistor  $p^+np$  en equilibrio térmico: (a) diagrama de bandas de energía; (b) densidad de cargas; (c) campo eléctrico.

La unión colector-base está polarizada en inversa para el funcionamiento en la región activa, y el lado derecho (el colector) de la figura 1.6(a) es elevado respecto a la región de base tipo  $n$ . Esto eleva efectivamente la barrera para los electrones de la base que quieran viajar hacia el colector. En forma similar se incrementa la barrera de huecos desde el colector a base, pero se debe observar que los huecos inyectados desde el emisor (es decir, que provienen de él) en la base muy estrecha ( $<1\text{ }\mu\text{m}$ ) se difunden fácilmente a través de ella, y encuentran una cima de potencial por la cual pueden deslizarse\* hacia el colector. El lector puede ahora descubrir una pista que explica el término emisor (inyector de

\* Recuérdese que en un diagrama de bandas de energía de electrones, los huecos tienden a "flotar" y los electrones a hundirse.

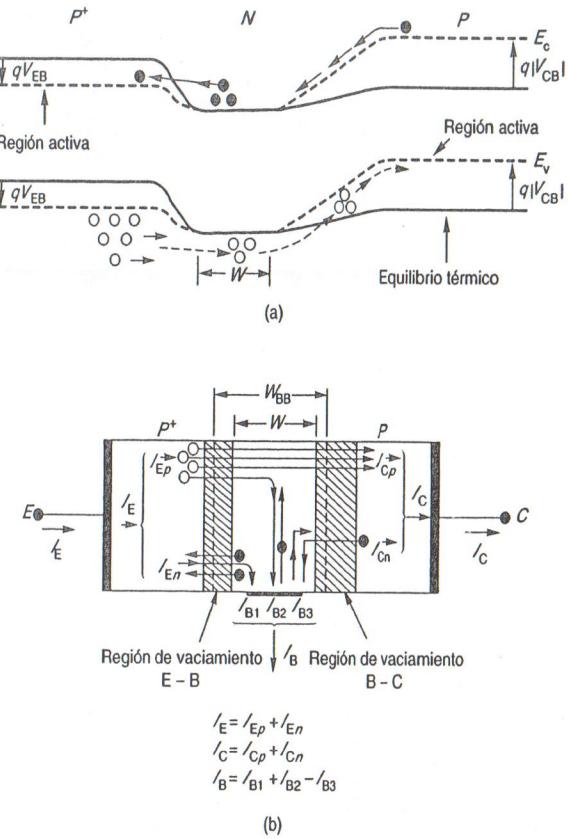


Figura 1.6  $p^+$ np en la región activa: (a) diagrama de bandas de energía (— equilibrio térmico, - - - - - región activa); (b) componentes de corriente y flujo de portadores.

portadores) y colector (recolector de aquellos injectados en otros lugares). Si casi todos los huecos injectados desde el emisor atraviesan la base, con menos del 1% recombinándose en la región de base  $n$ , la corriente de huecos del colector es levemente inferior a la corriente de huecos del emisor. La componente de electrones en la corriente de colector proviene de los electrones minoritarios generados térmicamente en el borde del colector tipo  $p$ , que caen a la base por la pendiente de la barrera de potencial.

Para que se produzca cualquier tipo de “interacción” entre ambas uniones del transistor, éstas deben estar separadas de tal modo que el ancho de la base sea mucho menor que la longitud de difusión de los portadores minoritarios (huecos en la base). Si no es el caso, la estructura del  $pnp$  no pasa de ser la de dos diodos adosados espalda con espalda; es decir, todos los huecos injectados desde el emisor se recombinan en la base y nunca alcanzan la unión C-B polarizada inversamente.

Observando el interior del dispositivo, ¿qué se ve desde el punto de vista de la electrostática? Ante todo, alrededor de las uniones metalúrgicas de emisor-base y de colector-base hay una región de vaciamiento. La región de carga espacial E-B será menor que en

equilibrio porque esta unión se encuentra polarizada directamente. La región de vaciamiento de la unión C-B será más ancha que en equilibrio, porque esta unión está polarizada en inversa. Por lo tanto, se puede visualizar que la situación es parecida a lo que se ve en la figura 1.6(b). Debe notarse que parte de la base, de ancho  $W$ , es casi neutra; es decir, esencialmente no contiene campo eléctrico. Ponemos énfasis en que la anchura de la base  $W$  casi neutra, *no* es igual a la anchura de la base metalúrgica,  $W_{BB}$ . Específicamente,  $W$  es la anchura de la base metalúrgica menos las regiones de vaciamiento de la base.

En el estudio precedente se concentró el análisis en la corriente de huecos que fluye del emisor hacia el colector para establecer varios hechos de importancia. Esta información se puede ampliar cualitativamente examinando las componentes de la corriente de base del sistema. Para ello se recurre a la figura 1.6(b), donde aparecen los diagramas en los que están todas las componentes principales de corriente\* (exceptuando las corrientes de recombinación-generación en la región de vaciamiento, que por el momento no se consideran). Las tres componentes de la corriente de base de la región activa se etiquetaron en esta figura como  $I_{B1}$ ,  $I_{B2}$  e  $I_{B3}$ . Ellas constituyen en conjunto toda la corriente que sale por la base, como sigue: (1)  $I_{B1}$  corresponde a la corriente que surge de los electrones que se injetan (difusión) a través de la unión E-B polarizada directamente desde la base hacia el emisor. (2)  $I_{B2}$  corresponde a los electrones que deben entrar a la base para reemplazar los electrones utilizados en recombinaciones con huecos injectados desde el emisor. Solamente una cantidad muy pequeña de huecos injectados producen recombinación mientras la mayor parte de ellos pasa hacia el colector a través de la base. (3)  $I_{B3}$  es aquella parte de la corriente de colector debida a los electrones generados térmicamente, cuya posición está dentro de una vez la longitud de difusión desde el límite de la unión C-B y que caen por la pendiente de potencial desde el colector hacia la base.

En la práctica los transistores se fabrican de modo que el dopado del emisor sea mucho mayor que el dopado de la base, y que a su vez éste sea mucho mayor que el dopado del colector. ¿Qué efecto tiene esto en la medida de la corriente en el transistor? Como el dopado del emisor es mucho mayor que el de la base, la corriente de huecos a través de la unión E-B ( $I_E$ ) debe ser mucho mayor que la corriente de electrones ( $I_{B1} = I_{E_B}$ ), como sucede en el diodo  $p^+-n$ . Por lo tanto,  $I_E$  es aproximadamente igual a la corriente de huecos injectada en la base; es decir,  $I_E \ll I_{E_B}$  e  $I_E \approx I_{E_B}$ . Como se hace  $W \ll L_p$ , se pierden muy pocos huecos al atravesar la base y también  $I_{B2}$  será mucho menor que  $I_E$ . Finalmente, como  $I_{B3}$  corresponde a una corriente de saturación en polarización inversa en la unión C-B, también será muy pequeña, e  $I_C$  será aproximadamente igual a la corriente de huecos que pasan a través de la base. Sumando todos estos hechos se concluye que en la práctica, en condiciones de polarización en la región activa:

1. La corriente de huecos injectada desde E-B es  $I_{E_B} \approx I_E$ , con  $I_E$  levemente mayor a  $I_C$ .
2.  $I_B \ll I_C$  o  $I_E$ .

La posibilidad de obtener una gran ganancia de corriente del transistor bipolar para el dispositivo en emisor común, se origina en el hecho de que una pequeña corriente de base

\* Los electrones generados térmicamente en el emisor se desprecian porque, debido a los fuertes dopados, son muy pocos los portadores generados. Los huecos generados en la base también se desprecian porque  $W$  es pequeña y no son muchos los portadores generados.

brinda electrones para recombinación con huecos que provienen del emisor y para reinyección en el emisor. La ganancia de corriente  $I_C/I_B$  es elevada porque una unión  $p^+n$  (E-B) sólo requiere una pequeña corriente de electrones para conseguir una elevada corriente de huecos. Dicho de otra forma, una pequeña corriente de base fuerza a que E-B quede polarizada directamente e inyecte una gran cantidad de huecos que atraviesan la base hacia el colector.

### 1.2.2 El transistor $n^+pn$

Considere el caso de un diagrama de bandas de energía para un transistor  $npn$  en equilibrio térmico, similar al de la figura 1.6(a) y que aparece en la figura 1.7(a). Esta figura ilustra el diagrama de bandas de energía para regiones dopadas de manera uniforme, donde el emisor está dopado tipo  $n$  más fuertemente que el colector. La magnitud del dopado tipo  $p$  de la base es menor que la del emisor pero mayor que la del colector. Puede verse que esta figura es precisamente una extensión del caso de equilibrio térmico de una unión  $p-n$  aplicado a una unión  $n^+-p$  y una unión  $p-n$  muy próximas. Cuando hay equilibrio térmico no hay flujo neto de corriente, por lo que las corrientes de arrastre y difusión para cada tipo de portador se cancelan entre sí para cada unión.

En la figura 1.7(a) se ve el diagrama de bandas de energía para equilibrio térmico y para funcionamiento en la región activa. El dispositivo  $npn$  polarizado en la región activa requiere que el emisor tenga una energía superior a la de la base, debido al potencial negativo con respecto a la base. Observe que se reduce la barrera para los electrones que entran en la región de la base  $p$  desde el emisor y los electrones pueden ser inyectados desde el emisor hacia la base. Es necesario resaltar que la barrera para huecos en la base también se reduce y se inyectan huecos desde la base hacia el emisor. El efecto combinado es que la unión B-E polarizada directamente genera una corriente positiva que sale del emisor. Recuerde que el flujo convencional de corriente es opuesto al flujo de electrones.

La unión colector-base está polarizada inversamente para el funcionamiento en la región activa y el lado derecho (el colector) de la figura 1.7(a) se bajó respecto a la región de base tipo  $p$ . Esto eleva efectivamente la barrera para los huecos de la base que traten de viajar hacia el colector. En forma similar se incrementa la barrera para los electrones del colector a la base. Sin embargo, se debe observar que los electrones inyectados desde el emisor en la base muy delgada ( $<1 \mu\text{m}$ ) se difunden fácilmente a través de ella, encontrando una cima de potencial por la cual deslizarse hacia el colector. Si casi todos los electrones inyectados desde el emisor atraviesan la base, la corriente de electrones del colector es levemente inferior a la corriente de electrones del emisor. La componente de huecos en la corriente de colector proviene de los huecos minoritarios generados térmicamente en los bordes del colector tipo  $n$ , que "caen" por la pendiente de la barrera de potencial hacia la base.

Esa información se puede ampliar en forma cualitativa examinando las componentes de la corriente de base del sistema. Para ello se recurre a la figura 1.7(b), en la cual aparece un diagrama en el que están todas las componentes principales de corriente (exceptuando las corrientes de recombinación-generación en la región de vaciamiento). Las tres componentes de la corriente de base en esta figura se han rotulado como  $I_{B1}$ ,  $I_{B2}$  e  $I_{B3}$ . En conjunto constituyen toda la corriente que sale por la base, como sigue: (1)  $I_{B1}$  corresponde a la

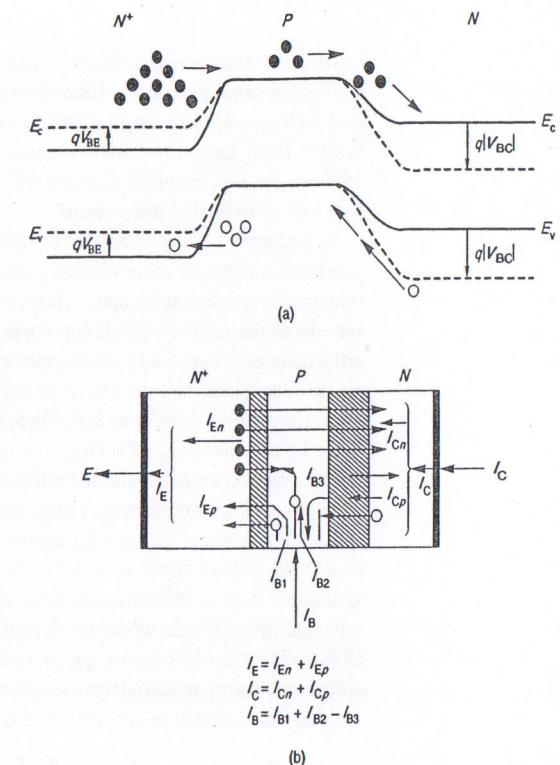


Figura 1.7  $n^+pn$  en la región activa: (a) diagrama de bandas de energía, (— equilibrio térmico, - - - región activa); (b) componentes de corriente y flujo de portadores.

corriente que surge de los huecos que son inyectados (difusión) a través de la unión B-E polarizada directamente, desde la base hacia el emisor. (2)  $I_{B2}$  corresponde a los huecos que deben entrar a la base para reemplazar los huecos utilizados en recombinaciones con electrones inyectados desde el emisor. Sólo una cantidad muy pequeña de electrones inyectados produce recombinación, durante su paso hacia el colector a través de la base. (3)  $I_{B3}$  es aquella parte de corriente de colector debida a los huecos generados térmicamente en el colector, situados dentro de una vez la longitud de difusión del borde desde el límite de la unión B-C y que caen por la pendiente de potencial desde el colector hacia la base.

La mayor parte de los transistores bipolares se fabrican de modo que el dopado del emisor sea mucho mayor que el dopado de la base, y que a su vez éste sea mucho mayor que el dopado del colector. Como el dopado del emisor es mucho mayor que el de la base, la corriente de electrones a través de la unión B-E ( $I_{E_n}$ ) será mucho mayor que la corriente de huecos ( $I_{E_p} = I_{B1}$ ). Por lo tanto,  $I_E$  es aproximadamente igual a la corriente de electrones inyectada en la base. Como se hace  $W \ll L_N$  se pierden muy pocos electrones al atravesar la base y también  $I_{B2}$  será mucho menor que  $I_E$ . Por último, como  $I_{B3}$  corresponde a una corriente de saturación en polarización inversa, también será muy pequeña. Por tanto,  $I_C$  será aproximadamente igual a la corriente de electrones que pasan a través de la base.

## 1.3 FABRICACIÓN

La fabricación de transistores bipolares *pnp* y *npn* es similar a la de los diodos de unión *p-n* descritos en el capítulo 1 del libro antes mencionado y se analiza extensamente en la obra de Jaeger, *Introduction to Microelectronic Fabrication* (Reading, Ma., Addison-Wesley, 1988). La principal diferencia está en que deben formarse dos uniones *p-n* para un dispositivo *pnp*: una unión *p<sup>+</sup>-n* para la E-B y una unión *n-p* para la C-B, con la región base *n* de un ancho de 1  $\mu\text{m}$  o menos.

En las figuras 1.8(a) y (b) aparece un típico transistor discreto *p<sup>+</sup>np* de doble difusión y un transistor *n<sup>+</sup>pn* de un circuito integrado, respectivamente. El *pnp* discreto se forma comenzando con un sustrato tipo *p<sup>+</sup>* (fuertemente dopado), al que se le deposita una capa epitaxial de alta resistividad (bajo dopado) de silicio tipo *p* en la superficie. La capa epitaxial *p* típica es de unos 5 a 10  $\mu\text{m}$  de espesor. La región de base *n* en la capa epitaxial tipo *p* se difunde térmicamente a través de una ventana de óxido. Luego se difunde un emisor *p<sup>+</sup>* (fuertemente dopado) en la región de base *n*. Las disposiciones geométricas de la figura 1.8 no están a escala. Para tener una mejor idea de las medidas, habría que alargar la figura unas 50 veces en sentido horizontal, dejando las medidas verticales fijas. El metal es una aleación de aluminio y silicio que hace contacto óhmico con las tres regiones.

Para fabricar el transistor *npn* del circuito integrado de la figura 1.8(b) se comienza por un sustrato de tipo *p* de alta resistividad. Se difunde una pequeña superficie de *n<sup>+</sup>* en el sustrato *p*, a la que se denomina capa enterrada o subcolección. La función principal de esta capa enterrada es brindar un camino de baja resistencia para que la corriente de colector alcance el contacto del colector, que ahora debe quedar en la superficie superior. Tras la difusión *n<sup>+</sup>*, una capa epitaxial tipo *n* levemente dopada se deposita sobre la *n<sup>+</sup>* y el sustrato *p*. La región *n* epitaxial se convierte en el colector de bajo dopado.

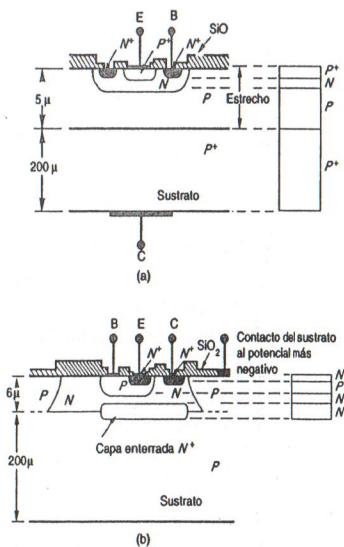


Figura 1.8 Fabricación de transistores bipolares (BJTs): (a) BJT *p<sup>+</sup>np* discreto; (b) BJT *n<sup>+</sup>pn* de un circuito integrado.

Para lograr el aislamiento entre resistencias y transistores (componentes) en un circuito integrado bipolar se recurre al uso de un diodo en polarización inversa, por lo cual se designa como *aislamiento por unión pn*. Las regiones *p* se difunden a través de una máscara de óxido atravesando totalmente la capa epitaxial *n* para hacer contacto con el sustrato *p*. Colocando el sustrato *p* al potencial más negativo del circuito, la región epitaxial *n* se encuentra a un potencial algo más elevado y por lo tanto, la región epitaxial *n* está rodeada por una unión *p-n* polarizada de manera inversa. En dispositivos más avanzados se reemplazan las uniones verticales por aislamiento mediante dióxido de silicio.

La base tipo *p* se difunde en la región epitaxial *n*, seguida por difusiones de impurezas de las regiones de contacto de emisor *n<sup>+</sup>* y colector. El contacto de colector en la superficie es necesario para interconectar componentes en la superficie, mientras que el contacto *n<sup>+</sup>n* de colector se requiere porque el aluminio con una región *n<sup>+</sup>* forma un contacto óhmico, como se estudió en el capítulo 7 del libro sobre el diodo *pn*. Aluminio sobre silicio levemente dopado puede producir un contacto rectificador, un diodo Schottky. Hay que recordar que el aluminio es una impureza tipo *p*, de modo que su contacto con una base *p* forma un contacto óhmico.

En los capítulos restantes se supone un análisis unidimensional del transistor bipolar; es decir, el flujo principal de corriente se da en una sola dirección. Debido a que la dimensión vertical es muy estrecha, y al pequeño flujo de corriente lateral (excepto en el contacto de base), la hipótesis brinda muy buenos modelos de primer orden. En especial, proporciona ecuaciones que pueden resolverse sin recurrir a supercomputadores para las integraciones numéricas.

## 1.4 DEFINICIONES DE CIRCUITO

En esta sección se presentan las variables de circuito necesarias para la descripción del transistor bipolar en la región activa. La figura 1.9(a) presenta las principales componentes de la corriente de emisor y de colector para el BJT *pnp*. Los huecos inyectados desde el emisor a la base constituyen la componente de corriente  $I_{E_p}$ , mientras que los electrones reinyectados desde la base integran  $I_{E_n}$ . Aquellos huecos inyectados desde el emisor y que alcanzan la unión de colector, constituyen  $I_{C_p}$ . La corriente  $I_{C_n}$  es resultado de los electrones generados térmicamente cerca de la unión C-B que se desplazan entrando a la base. En las ecuaciones (1.1) a (1.3) se expresan las corrientes de los terminales en función de las componentes de corriente en la región activa.

$$I_E = I_{E_p} + I_{E_n} \quad (1.1)$$

$$I_C = I_{C_p} + I_{C_n} \quad (1.2)$$

$$I_B = I_E - I_C = I_{B1} + I_{B2} - I_{B3} \quad (1.3)$$

El factor de transporte de base para el *p<sup>+</sup>np* se define como la relación de corriente de huecos que se difunden hacia el colector, respecto a la corriente de huecos inyectada en la unión E-B, y se expresa como

$$\alpha_T = I_{C_p} / I_{E_p} \quad (pnp) \quad (1.4)$$

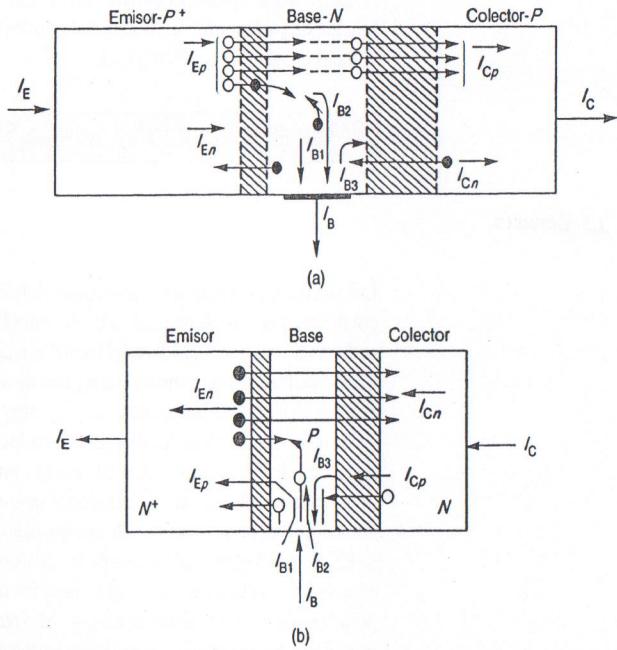


Figura 1.9 Flujo de portadores y componentes de corriente para (a) el funcionamiento de un transistor  $p^+np$  en la región activa y (b) el funcionamiento de un  $n^+pn$  en la región activa.

Idealmente,  $\alpha_T$  debería ser la unidad; sin embargo, debido a la recombinación de huecos en la base,  $\alpha_T$  es levemente inferior a la unidad. En dispositivos muy bien fabricados con base estrecha,  $\alpha_T \rightarrow 1.0$ .

Otro parámetro de funcionamiento es la *eficiencia de inyección de emisor* ( $\gamma$ ), que mide la relación entre la corriente de huecos inyectada y la corriente total de emisor:

$$\gamma = \frac{I_{E_p}}{I_E} = \frac{I_{E_p}}{I_{E_n} + I_{E_p}} \quad (pnp) \quad (1.5)$$

Nótese que  $\gamma \rightarrow 1$  si  $I_{E_n} \rightarrow 0$ ; es decir, a medida que el emisor está más dopado,  $I_{E_n}$  representa un porcentaje más pequeño de  $I_E$  (similar a las componentes de corriente del diodo  $p^+-n$ ). Para transistores de ganancias mayores,  $\gamma$  se hace lo más cercano posible a la unidad.

La relación  $I_C/I_E$  en la región activa se define como *alfa de corriente continua* ( $\alpha_{cc}$ ) y, de las ecuaciones (1.1) y (1.2),

$$\alpha_{cc} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{I_{C_p} + I_{Cn}}{I_{E_p} + I_{E_n}} \quad (1.6)$$

Para casi cualquier grado de polarización directa de la unión E-B y de polarización inversa de la unión C-B,  $I_{Cp} \ll I_{Cn}$  y, por lo tanto, la ecuación (1.6) se puede aproximar por

$$\boxed{\alpha_{cc} = \frac{I_{C_p}}{I_{E_p} + I_{E_n}}} \quad (1.7)$$

Si se saca factor común  $I_{Cp}/I_{E_p}$  de la ecuación (1.7) y se aplica la definición de  $\alpha_T$ ,

$$\alpha_{cc} = \frac{I_{C_p}}{I_{E_p}} \left[ \frac{1}{1 + I_{E_n}/I_{E_p}} \right] = \alpha_T \left[ \frac{I_{E_p}}{I_{E_p} + I_{E_n}} \right] \quad (1.8)$$

con lo que se puede expresar que

$$\boxed{\alpha_{cc} = \gamma \alpha_T} \quad (1.9)$$

Idealmente, cuando  $\gamma$  y  $\alpha_T$  tienden a la unidad, también lo hace  $\alpha_{cc}$ . Lo que es bueno para  $\gamma$  y/o  $\alpha_T$ , es bueno para  $\alpha_{cc}$ .

Beta ( $\beta_{cc}$ ) es otro parámetro de funcionamiento para la región activa, y se le define como

$$\beta_{cc} = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_C}{I_E - I_C} \quad (1.10)$$

Sacando factor común  $I_E$  del denominador de la ecuación (1.10), se tiene

$$\beta_{cc} = \frac{I_C}{I_E(1 - I_C/I_E)} = \frac{I_C/I_E}{1 - I_C/I_E}$$

De la ecuación (1.6) la definición de  $\alpha_{cc}$ ,

$$\boxed{\beta_{cc} = \frac{\alpha_{cc}}{1 - \alpha_{cc}}} \quad (1.11)$$

Nótese que cuando  $\alpha_{cc} \rightarrow 1$ ,  $\beta_{cc} \rightarrow$  infinito. Como  $I_C/I_B$  es una ganancia de corriente, se ve la conveniencia de que  $\gamma$  y  $\alpha_T$  (y por lo tanto  $\alpha_{cc}$ ) sean lo más próximas posible a la unidad.

Para describir la región activa en base común lo más fácil es expandir la ecuación (1.2) utilizando las ecuaciones (1.4) y (1.5):

$$I_C = I_{C_p} + I_{Cn} = \alpha_T I_{E_p} + I_{Cn} = \gamma \alpha_T \frac{I_{E_p}}{\gamma} + I_{Cn} = \alpha_{cc} I_E + I_{Cn} \quad (1.12)$$

La corriente de saturación inversa de colector,  $I_{Cn}$ , se define como

$$I_{Cn} \equiv I_{BC0} \quad (1.13)$$

con la corriente C-B que fluye con el emisor en circuito abierto ( $I_E=0$ ), en forma similar a la corriente de saturación inversa del diodo  $n^+ - p$ , por lo tanto, la corriente de colector de la ecuación (1.12) se obtiene como

$$I_C = \alpha_{cc} I_E + I_{BC0} \quad (1.14)$$

Sustituyendo la ecuación (1.3) en la (1.14) se obtiene la corriente de colector para emisor común, la región activa:

$$I_C = \alpha_{cc} (I_B + I_C) + I_{BC0} \quad (1.15)$$

Despejando  $I_C$

$$I_C (1 - \alpha_{cc}) = \alpha_{cc} I_B + I_{BC0} \quad (1.16)$$

$$I_C = \frac{\alpha_{cc}}{(1 - \alpha_{cc})} I_B + \frac{I_{BC0}}{(1 - \alpha_{cc})} = \beta_{cc} I_B + I_{BC0} (\beta_{cc} + 1) \quad (1.17)$$

Si se define la corriente de saturación inversa de E-C ( $I_{EC0}$ ) para el caso de  $I_B=0$ , entonces, de la ecuación (1.17), tenemos

$$I_{EC0} = I_{BC0} (\beta_{cc} + 1) \quad (1.18)$$

y

$$I_C = \beta_{cc} I_B + I_{EC0} \quad (1.19)$$

Ahora se ha desarrollado un conjunto de ecuaciones para el funcionamiento del transistor bipolar  $pnp$  en la región activa. Se puede deducir fácilmente un conjunto de ecuaciones similar para el transistor  $npn$ , utilizando la figura 1.9(b). Por ejemplo, a partir de las definiciones básicas se puede obtener las ecuaciones

$$\alpha_T = \frac{I_{Cn}}{I_{E_n}} \quad (npn) \quad (1.20)$$

$$\gamma = \frac{I_{E_n}}{I_{E_n} + I_{E_p}} \quad (npn) \quad (1.21)$$

$$\alpha_{cc} = \frac{I_{Cn}}{I_{E_n} + I_{E_p}} = \frac{I_{Cn}}{I_E} \quad (npn) \quad (1.22)$$

Observe que las ecuaciones (1.9), (1.11), (1.14), (1.18) y (1.19) pueden aplicarse tal como están al dispositivo  $npn$ , con sólo cambiar  $I_{BC0}$  a  $I_{CB0}$  e  $I_{EC0}$  a  $I_{CEO}$ .

La tarea del capítulo 2 consistirá en deducir ecuaciones cuantitativas para  $I_C$ ,  $I_E$  e  $I_B$  en función de parámetros de los materiales tales como  $N_A$ ,  $N_D$ ,  $\tau_p$ , etc., y en función de los voltajes en las uniones E-B y C-B.

### VÉASE EL EJERCICIO 1.2, APÉNDICE A

## 1.5 Resumen

Las zonas o regiones de funcionamiento del  $pnp$  y del  $npn$  se definieron en función de las condiciones de voltaje aplicado a las uniones E-B y C-B. El funcionamiento en la región activa (máxima ganancia de señal) tiene la unión E-B polarizada directamente y la unión C-B polarizada inversamente. La región de saturación funciona cuando ambas uniones están polarizadas directamente; cuando están polarizadas inversamente ocurre corte.

Se investigó una descripción cualitativa de cómo el BJT conduce a los portadores desde los puntos de vista de las bandas de energía y del flujo de portadores. A partir de la banda de energía, el flujo neto de portadores bajo polarización aplicada se relacionó con el aumento o disminución de las componentes de la corriente de difusión. Al tener polarización directa, las corrientes de difusión aumentan en forma exponencial con la cantidad de portadores que tienen energías mayores que la barrera de potencial. Bajo polarización inversa disminuyen con el voltaje aplicado. Los diagramas de flujo de portadores que ilustran las diversas componentes de corriente brindaron un punto de vista alternativo que contiene la misma información. La corriente de base se hizo pequeña dopando al emisor en forma más elevada que a la base y haciendo a ésta más pequeña ante la longitud de difusión de los portadores minoritarios.

Se establecieron las definiciones para  $\alpha_{cc}$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha_T$  y  $\beta_{cc}$  cuando el transistor bipolar funciona en la región activa en función de las componentes de corriente. Estas definiciones fueron luego utilizadas para relacionar entre sí las corrientes de colector, base y emisor. Hay que recordar que éstas sólo son válidas en la región activa.

## Problemas

1.1 Determine las zonas o regiones de funcionamiento del transistor bipolar de unión (BJT) si las polaridades son las indicadas para los dos tipos señalados:

(a) $pnp$		
Región	$V_{EB}$	$V_{CB}$
	+	+
	-	-
	+	-
	-	+

(b) $npn$		
Región	$V_{BE}$	$V_{BC}$
	+	+
	-	-
	+	-
	-	+

- 1.2 Un BJT de silicio  $p^+np$  está en equilibrio térmico. Sean  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.026 \text{ eV}$ . Si las densidades de dopado son

$$N_{AE} = 5 \times 10^{17}, N_{DB} = 10^{15}, N_{AC} = 10^{14}/\text{cm}^3$$

- a) Trace el diagrama de bandas de energía e indique las posiciones del nivel de energía en unidades de  $kT$ .
- b) Represente las densidades de carga y calcule los campos eléctricos máximos.
- c) Dibuje el potencial utilizando la región de emisor  $p^+$  como  $V = 0$ .
- d) Calcule la diferencia de potencial total entre el emisor y el colector. ¿El emisor está a un potencial más alto o más bajo que el colector?

- 1.3 Un BJT de silicio  $n^+pn$  está en equilibrio térmico.

$$N_{DE} = 10^{17}, N_{AB} = 10^{16}, N_{DC} = 10^{15}/\text{cm}^3$$

Sean  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.026 \text{ eV}$ .

- a) Represente el diagrama de bandas de energía.
- b) Trace las densidades de carga y los campos eléctricos.
- c) Dibuje el potencial utilizando la región de emisor  $n^+$  como  $V = 0$ .
- d) Calcule la diferencia de potencial total entre el emisor y el colector.
- e) ¿El emisor está a un potencial más alto o más bajo que el colector?

- 1.4 En el problema 1.2,  $V_{EB} = 0.5$  volt y  $V_{CB} = -2$  volts.

- a) Represente el diagrama de bandas de energía con respecto al diagrama de equilibrio térmico.
- b) ¿Cuál es la barrera de potencial para la difusión de huecos desde el colector hacia la base?
- c) ¿Cuál es la barrera de potencial para la difusión de huecos desde el emisor hacia la base?

- 1.5 Si el BJT  $p^+np$  está funcionando sólo levemente en la región de saturación ( $I_C > 0$ ), dibuje una figura similar a la figura 1.6 que muestre las corrientes y flujos de portadores principales.

- 1.6 Si el BJT  $n^+pn$  está funcionando en la región de corte, dibuje una figura similar a la figura 1.6 que muestre las corrientes y flujos de portadores principales.

- 1.7 Para un dispositivo  $pnp$  con  $I_{Ep} = 1 \text{ mA}$ ,  $I_{En} = 0.01 \text{ mA}$ ,  $I_{Cp} = 0.98 \text{ mA}$  e  $I_{Cn} = 0.1 \mu\text{A}$ , calcule:

- a) El factor de transporte de base.
- b) La eficiencia de inyección de emisor.
- c)  $\alpha_{ce}$  y  $\beta_{ce}$ ; el valor de  $I_B$ .
- d)  $I_{BC0}$  e  $I_{EC0}$ .
- e) Si  $I_{Cp} = 0.99 \text{ mA}$ , calcule  $\beta_{ce}$  e  $I_B$ .
- f) Si  $I_{Cp} = 0.99 \text{ mA}$  e  $I_{En} = 0.005 \text{ mA}$ , calcule  $\beta_{ce}$  e  $I_B$ .
- g) ¿Cómo cambiará  $\beta_{ce}$  si se incrementa  $I_{En}$ ?

- 1.8 Si en el problema 1.2 el espesor de la base metalúrgica es de  $W_{BB} = 2 \mu\text{m}$ ,
- a) ¿Cuál es el espesor  $W$  de la zona casi neutra de la base?
  - b) ¿Qué voltaje se puede aplicar a la unión colector-base antes de que desaparezca la base? Suponga que  $V_{BE} = 0$  volts.

- 1.9 Para un dispositivo  $npn$  con  $I_{En} = 100 \mu\text{A}$ ,  $I_{Ep} = 1 \mu\text{A}$ ,  $I_{Cn} = 99 \mu\text{A}$  e  $I_{Cp} = 0.1 \mu\text{A}$ , calcule:

- a) El factor de transporte de base.
- b) La eficiencia de inyección de emisor.
- c)  $\alpha_{ce}$  y  $\beta_{ce}$ ; el valor de  $I_B$ .
- d)  $I_{BC0}$  e  $I_{EC0}$ .
- e) Si  $I_{Cn} = 99.5 \mu\text{A}$ , calcule  $\beta_{ce}$  e  $I_B$ .
- f) Si  $I_{Cn} = 99 \mu\text{A}$  e  $I_{Ep} = 2 \mu\text{A}$ , calcule  $\beta_{ce}$  e  $I_B$ .
- g) ¿Cómo cambiará  $\beta_{ce}$  si se incrementa  $I_{En}$ ?

- 1.10 Si para un BJT  $pnp$  el espesor de la base,  $W$ , es mucho menor que la longitud de difusión de los portadores minoritarios en la base, haga  $V_{CB} = 0$  y deduzca una ecuación que dé la eficiencia de inyección de emisor. Suponga que el emisor es de longitud infinita, y que todas las uniones son de tipo escalón con regiones de volumen uniformemente dopadas. [Sugerencia: Recuerde el "diodo de base corta". Si el ancho de la base se hiciera aún menor, ¿cómo afectaría esto a  $\beta_{ce}$ ?]

- 1.11 Explique por qué en el dispositivo  $p^+np$  la corriente  $I_{BC0}$  no tiene componente apreciable de corriente de huecos de la base hacia el colector.

## 2 El transistor de unión ideal

El transistor moderno tiene una región de base de espesor muy estrecho y por lo tanto hay muy poca recombinación en la región de volumen casi neutra de la base. El *transistor de unión bipolar ideal* se define como un dispositivo que no tiene recombinación-generación en la región de volumen de la base (casi neutra), en las regiones de vaciamiento de la unión E-B y de la C-B. Se supone también que hay un bajo nivel de inyección, que no hay campos eléctricos en las regiones de volumen, que hay un flujo de corriente unidimensional y que no existen fuentes externas de generación, por ejemplo la iluminación. Aquí se presentan las ecuaciones que incluyen el caso de recombinación en la región de volumen de base, las cuales se resolverán en el capítulo 3.

El propósito del capítulo 2 es utilizar el modelo de transistor bipolar del capítulo 1, para resolver expresiones cuantitativas que relacionen las corrientes y los voltajes entre los terminales de las uniones E-B y B-C. La deducción va precedida por un plan estratégico coherente, de manera que el lector tenga menos probabilidad de confundirse. Nuestra estrategia consiste en desarrollar las ecuaciones y los análisis necesarios sin tener que recurrir a cálculos matemáticos detallados. Una vez que la estrategia se ha comprendido cabalmente, se desarrolla la deducción del funcionamiento del BJT ideal, comenzando por hallar la expresión de la concentración de portadores minoritarios en la región de base. Tras obtener las concentraciones de portadores minoritarios en las regiones de volumen, se utilizan para obtener las corrientes en los terminales. Durante el proceso, el lector debe tener en cuenta la similitud de esta deducción con la de la corriente en el diodo *p-n*. El capítulo concluye con la definición de las ecuaciones de Ebers-Moll para el BJT, que suelen constituir la base para los modelos de BJT utilizados en los programas de análisis de circuitos que se emplean en CAD (*Computer Aided Design*, diseño asistido por computador).

### 2.1 ANÁLISIS CUANTITATIVO: PLAN ESTRATÉGICO

Para obtener más fácilmente las expresiones teóricas voltaje-corriente, comenzamos por suponer que el transistor tiene las corrientes y voltajes que aparecen en la figura 2.1(a) para el *pnp* y en la figura 2.1(b) para el *npn*. Otros supuestos que se consideran explícita o implícitamente son: (1) la estructura es unidimensional (todas las variables internas dependen solamente de  $x$ ); (2) el espesor de la región de volumen de la base,  $W$ , es menor que una vez la longitud de difusión de los portadores minoritarios; (3) las corrientes de recombinación-generación que aparecen en las regiones de vaciamiento son despreciables (se utilizó el mismo supuesto al establecer la ecuación del diodo ideal); (4) hay densidad uniforme de dopado en el emisor, en el colector y en la base; y (5) hay bajo nivel de inyección en todas las regiones de volumen. Se hace notar que, de la figura 2.2, se eligió

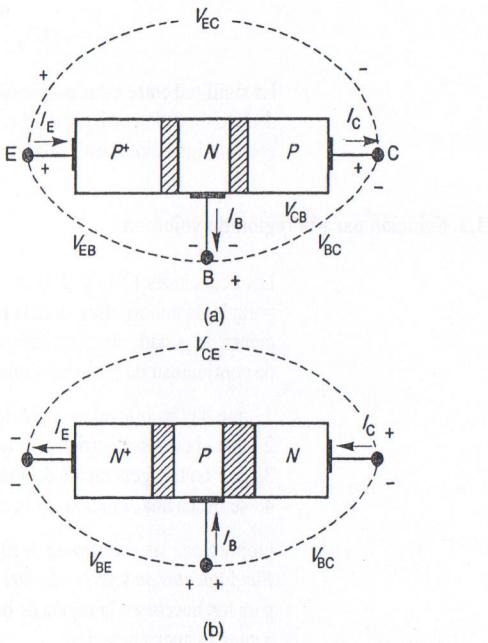


Figura 2.1 Definiciones de corriente y voltaje por transistores (a)  $p^+np$  y (b)  $n^+pn$ .

el origen de coordenadas,  $x = 0$ , en la región de volumen de la base junto a la región de vaciamiento de la unión E-B. Como se definió previamente en la figura 1.6(a), la anchura de la base,  $W$ , es la parte casi neutra del ancho total de la base. También se eligen, al comienzo de los límites de la región de vaciamiento, los ejes  $x'$  y  $x''$  para las regiones de colector y emisor, respectivamente.

El “plan estratégico” es aplicable a la deducción de cualquier transistor bipolar, y se usará también en el capítulo 3 para el dispositivo no ideal. Con modificaciones en los símbolos, puede utilizarse también para el  $npn$ . En este caso se pone énfasis en el transistor  $p^+np$ , porque su unión E-B es muy similar al diodo  $p^+-n$  del libro sobre el diodo pn, lo que hará más fácil la comprensión del tema al lector aun cuando en los circuitos son más comunes los dispositivos  $n^+pn$ . Hay que recordar que el “complemento” del  $pnp$  es el  $npn$ .

### 2.1.1 Notación

La existencia de dos regiones  $p$  en el transistor  $pnp$  produce un problema de notación. No podemos utilizar el mismo símbolo para la longitud de difusión de los electrones portadores minoritarios,  $L_N$ , en el emisor y en el colector, porque si el dopado es diferente,  $L_N$  puede tener dos valores distintos. En la figura 2.2(a) hay un conjunto de símbolos de aceptación general. El símbolo se refiere siempre a los portadores minoritarios de la región. Por ejemplo,  $L_N$  en el emisor se convierte en  $L_E$ , que significa la longitud de difusión de los portadores minoritarios en el emisor, en este caso para el  $pnp$ , la longitud de difusión de los electrones. Para el colector el símbolo es  $L_C$ . Para la base,  $L_B$  es la

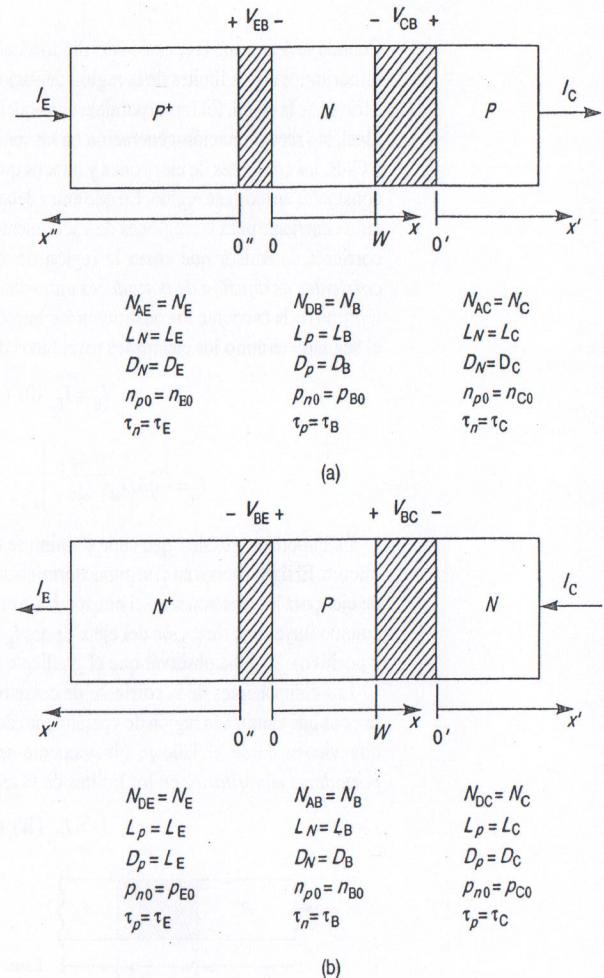


Figura 2.2 Definiciones de los ejes de coordenadas y las constantes del material para (a) un BJT  $pnp$  y (b) un BJT  $npn$ .

longitud de difusión de los portadores minoritarios en la base; para el  $pnp$  eso significa  $L_p = L_B$ . Ocurren problemas similares con las constantes de difusión  $D_N$  y  $D_P$ , así como también con las concentraciones de portadores en equilibrio térmico  $n_{p0}$  y  $p_{n0}$ . En la figura 2.2(a) se introducen los símbolos  $n_{E0}$  para la concentración de portadores minoritarios en equilibrio térmico en el emisor y  $n_{C0}$  para el colector, mientras que  $D_E$ ,  $D_C$  y  $\tau_C$  se utilizan para las constantes de difusión y tiempos de vida de los electrones portadores minoritarios. La base tiene  $L_B$ ,  $D_B$ ,  $\tau_B$  y  $P_{B0}$  para sus símbolos de portadores minoritarios. Nótese que se puede definir un juego de símbolos similar para el  $npn$ , como se ve en la figura 2.2(b).

## 2.1.2 Definiciones de corrientes

Cuando se determinó la ecuación del diodo ideal, se utilizaron las corrientes de portadores minoritarios en los límites de la región de vaciamiento para determinar la corriente total a través de la unión. En forma paralela con aquella determinación de la ecuación del diodo ideal, sin recombinación-generación en las regiones de vaciamiento de las uniones E-B o C-B, las corrientes de electrones y huecos que entran a una región de vaciamiento son constantes en toda esa región. Lo que entra debe salir. La figura 2.3 ilustra las componentes de corriente para las regiones de vaciamiento de las uniones E-B y C-B. Se evalúa la corriente de emisor que cruza la región de vaciamiento de la unión E-B como *dos corrientes de difusión de portadores minoritarios* [Ecs. (2.1) y (2.2)], donde el primer término de la corriente lo constituyen los huecos inyectados desde el emisor a la base, y el segundo término los electrones inyectados desde la base hacia el emisor.

$$I_E = I_{E_p}(0) + I_{E_n}(0'') \quad (2.1)$$

$$I_E = -qAD_B \frac{d\Delta p_B}{dx} \Big|_{x=0} - qAD_E \frac{d\Delta n_E}{dx''} \Big|_{x''=0} \quad (2.2)$$

Es importante resaltar que cada término se evalúa en el límite de la región de vaciamiento. El signo menos en el segundo término de la ecuación (2.2) es resultado del cambio de ejes para los electrones en el emisor. La corriente de electrones del emisor es positiva cuando fluye en la dirección del eje  $x''$ , pues  $I_E$  es positiva en la dirección opuesta (el eje  $x$  positivo). Se debe observar que el gradiente  $d\Delta n_E/dx''$  es negativo.

Las componentes de la corriente de colector en la unión C-B se determinan por los huecos que entran a la región de vaciamiento desde el lado de la base y por los electrones que vienen desde el lado  $p$ . Nuevamente se evalúa *cada corriente de difusión de portadores minoritarios* en los límites de la región de vaciamiento; es decir,

$$I_C = I_{C_p}(W) + I_{C_n}(0') \quad (2.3)$$

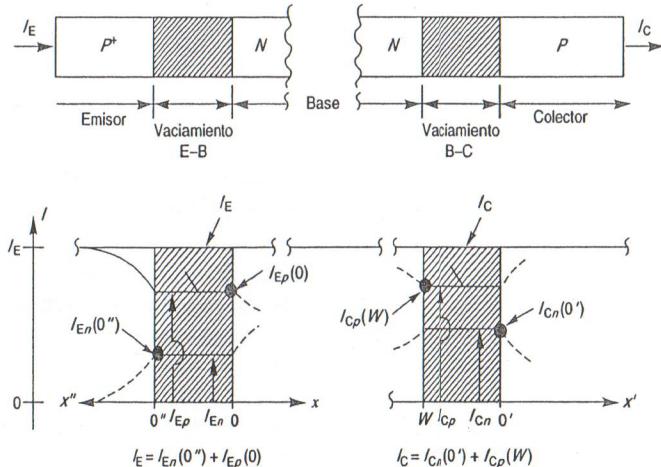


Figura 2.3 Componentes de la corriente de  $I_E$  e  $I_C$  para un  $pnp$ .

$$I_C = -qAD_B \frac{d\Delta p_B}{dx} \Big|_{x=0} + qAD_C \frac{d\Delta n_C}{dx'} \Big|_{x'=0} \quad (2.4)$$

La similitud entre estas definiciones de las corrientes para los transistores de unión y la deducción de la corriente del diodo ideal deben resultar evidentes. Si no es así, hay que efectuar inmediatamente un repaso del capítulo 3 del libro sobre el diodo pn.

## 2.1.3 Solución para la región de volumen

Las ecuaciones (2.1) a (2.4) destacan la necesidad de conocer las concentraciones de portadores minoritarios en cada región de volumen. Se deben determinar las concentraciones de portadores minoritarios  $n_E(x'')$ ,  $p_B(x)$  y  $n_C(x')$ . El planteamiento de la ecuación de continuidad de portadores minoritarios, suponiendo

1. que hay bajo nivel de inyección,
2. que el campo eléctrico para los portadores minoritarios es cero,
3. que no hay generación debida a iluminación, etc., y que
4. se busca una solución para cc, en estado estacionario,

proporciona las *ecuaciones de difusión de portadores minoritarios* del libro de Pierret, *Fundamentos de semiconductores* (de esta serie). La ecuación (2.5) se debe ser resolver para los huecos en la región de base, para un dispositivo  $pnp$ , donde  $\tau_p = \tau_B$  de acuerdo a nuestra nueva notación:

$$D_B \frac{d^2 \Delta p_B(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p_B(x)}{\tau_B} \quad (2.5)$$

Como el dopado de la base es uniforme,  $p_{B0}$  es constante y cualquier variación de la concentración en  $x$  debe estar en  $\Delta p_B$ . De la ecuación 2.5 se pasa a la ecuación (2.6) al dividir ambos miembros por  $D_B$  y definir la longitud de difusión de portadores minoritarios  $L_p$  como  $L_B = \sqrt{D_B \tau_B}$ :

$$\frac{d^2 \Delta p_B(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p_B(x)}{L_B^2} \quad (2.6)$$

cuya solución es de la forma

$$\Delta p_B(x) = C_1 e^{x/L_B} + C_2 e^{-x''/L_B} \quad (2.7a)$$

donde se requieren dos condiciones de contorno para determinar  $C_1$  y  $C_2$ .

Con argumentos similares se obtienen las ecuaciones de difusión de los portadores minoritarios para  $\Delta n_E(x'')$  y  $\Delta n_C(x')$ , con  $L_E = \sqrt{D_E \tau_E}$  y  $L_C = \sqrt{D_C \tau_C}$ , respectivamente. Cada ecuación de difusión es una ecuación diferencial lineal de segundo orden y necesita dos condiciones de contorno para obtener una solución general. Para la región de volumen de emisor,

$$\Delta n_E(x'') = C_1 e^{x''/L_E} + C_2 e^{-x''/L_E} \quad (2.7b)$$

y para la región de volumen de colector,

$$\Delta n_C(x') = C_1 e^{x'/L_C} + C_2 e^{-x'/L_C} \quad (2.7c)$$

## 2.1.4 Condiciones de contorno

Los voltajes de las uniones  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  establecen las concentraciones de portadores minoritarios en los límites de las regiones de vaciamiento. La deducción es idéntica a la del diodo  $p-n$  de unión del libro sobre este tema (de esta serie) y aquí solamente se presentan los resultados en las ecuaciones (2.8) a (2.11) para las uniones E-B y C-B.

$$\Delta n_E(0'') = n_{E0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.8)$$

$$\Delta p_B(0) = p_{B0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.9)$$

$$\Delta p_B(W) = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.10)$$

$$\Delta n_C(0') = n_{C0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.11)$$

La figura 2.4 ilustra esas condiciones de contorno en función de las concentraciones de portadores totales con la unión E-B polarizada directamente y la unión C-B polarizada inversamente, es decir, funcionando en la región activa.

Las condiciones de contorno adicionales necesarias para una solución deben provenir de zonas alejadas de las regiones de vaciamiento. Para el caso en que la región de volumen de emisor es mucho más larga que la longitud de difusión de portadores minoritarios  $L_E$ ,  $\Delta n_E(x'' \rightarrow \infty) = 0$ , pues finalmente todos los electrones injectados deben recombinar con huecos portadores mayoritarios. De forma similar para el colector,  $\Delta n_C(x' \rightarrow \infty) = 0$ . Recordemos que " $L$ " es la distancia media a la que un portador minoritario se difundirá antes de recombinarse con un portador mayoritario. Por lo tanto, si las regiones de volumen de emisor y colector son mucho más largas que la longitud de difusión de los portadores minoritarios, la concentración de portadores minoritarios alcanza su valor de equilibrio térmico a distancias alejadas de la unión, como se ve en la figura 2.4.

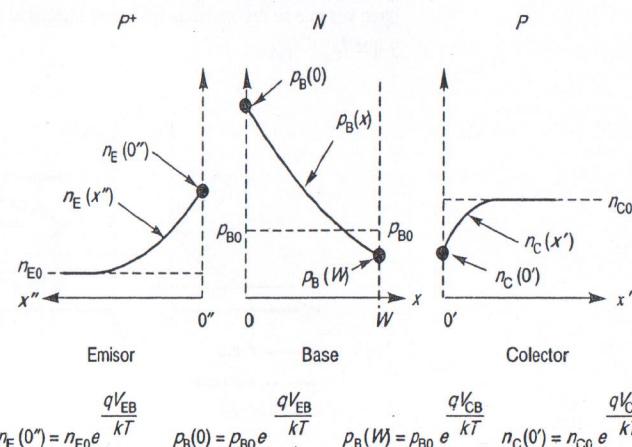


Figura 2.4 Concentraciones de portadores minoritarios y condiciones de contorno en las regiones de volumen de un dispositivo que funciona en la región activa.

## 2.1.5 Corriente de emisor

Para obtener una ecuación que brinde la corriente de emisor  $I_E$ , hay que determinar  $I_{Ep}$  e  $I_{En}$  realizando los pasos siguientes:

1. Resolver la ecuación de difusión de los portadores minoritarios en la base, ecuación (2.6), hallando  $\Delta p_B(x)$ .
2. Aplicar las condiciones de contorno  $\Delta p_B(0)$  y  $\Delta p_B(W)$ , ecuaciones (2.9) y (2.10), a la ecuación (2.7a) y calcular las dos constantes  $C_1$  y  $C_2$ .
3. Resolver la ecuación (2.12) de difusión de portadores minoritarios en la región de volumen del emisor para obtener  $n_E(x'')$  de la ecuación (2.7b)

$$\frac{d^2 \Delta n_E(x'')}{dx''^2} = \frac{\Delta n_E(x'')}{L_E^2} \quad (2.12)$$

donde  $L_E = \sqrt{D_E \tau_E}$ .

4. Aplicar las condiciones de contorno, es decir  $\Delta n_E(x'' = \infty) = 0$ ; y  $n_E(0'')$  o sea, la ecuación (2.8).
5. Resolver la ecuación (2.2) que da los componentes de la corriente de difusión en cada límite de la región de vaciamiento, como se indica en la figura 2.3, lo que proporciona  $I_E$  en función de  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$ .

## 2.1.6 Corriente de colector

Con el fin de obtener una expresión para la corriente de colector,  $I_C$ , hay que seguir los pasos siguientes para hallar  $I_{Cp}$  e  $I_{Cn}$ :

1. Resolver la ecuación (2.13) de difusión en la región de volumen del colector para  $\Delta n_C(x')$  de la ecuación (2.7c):

$$\frac{d^2 \Delta n_C(x')}{dx'^2} = \frac{\Delta n_C(x')}{L_C^2} \quad (2.13)$$

donde  $L_C = \sqrt{D_C \tau_C}$ .

2. Aplicar las condiciones de contorno, es decir  $\Delta n_C(x' = \infty) = 0$  y  $\Delta n_C(0')$ , ecuación (2.11).
3. Resolver la ecuación (2.4) que proporciona los componentes de la corriente en cada límite de la región de vaciamiento B-C como se indica en la figura 2.3, con lo que se consigue  $I_C$  en función de  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$ .

## 2.1.7 Corriente de base

Para hallar  $I_B$  se aplica la ley de Kirchhoff, que establece que

$$I_B = I_E - I_C \quad (2.14)$$

También se podría obtener  $I_B$  de las ecuaciones, teniendo en cuenta que  $I_{B1} + I_{B2} - I_{B3} = I_{En} + (I_{Ep} - I_{Cp}) - I_{Cn}$ .

## 2.2 EL TRANSISTOR BIPOLAR IDEAL

Definimos al *transistor bipolar ideal* como un caso especial del transistor bipolar que tiene una región de volumen de base tan delgada que no se produce recombinación (o generación) en la base. En los dispositivos modernos la anchura de la base casi neutra ( $W$ ) suele ser menor que  $1 \mu\text{m}$ , mientras que la longitud de difusión de los portadores minoritarios está entre  $20$  y  $35 \mu\text{m}$ . Con tan estrechos espesores de base, los portadores minoritarios no permanecen en la zona el tiempo suficiente para tener una oportunidad efectiva de recombinación. Por lo tanto, aproximamos el dispositivo real al caso ideal.

Otra razón para comenzar con un dispositivo ideal son las ecuaciones resultantes, bastante simplificadas, para  $I_E$  e  $I_C$ , que se pueden identificar y relacionar fácilmente con las corrientes de los diodos. Además, con el modelo ideal se pueden demostrar fácilmente diversos conceptos sin perderse en los detalles matemáticos.\*

Si no se produce recombinación de huecos en la región de base en un *pnp*, el tiempo de vida  $\tau_p = \tau_B$  debe tender a infinito; esto es,  $L_B$  debe tender a infinito o, alternativamente,  $W \ll L_B$ . Si se aplica esto a la ecuación (2.6), el miembro derecho de la misma se hace cero:

$$\frac{d^2 \Delta p_B(x)}{dx^2} \approx 0 \quad (2.15)$$

Se integra dos veces y recordando las constantes de integración se obtiene:

$$\Delta p_B(x) = C_1 x + C_2 \quad (2.16)$$

Nótese que la ecuación (2.16) es la ecuación de una recta. Si se aplican las dos condiciones de contorno en  $x = 0$  y en  $x = W$  a la ecuación (2.16) se obtienen, primero  $C_2$  y luego  $C_1$ , respectivamente:

$$\Delta p_B(0) = C_1[0] + C_2 = C_2 \quad (2.17)$$

$$\Delta p_B(W) = C_1 W + C_2 = C_1 W + \Delta p_B(0) \quad (2.18)$$

Por lo tanto,

$$C_1 = \frac{\Delta p_B(W) - \Delta p_B(0)}{W}$$

Se puede escribir la ecuación de  $\Delta p_B(x)$  como

$$\boxed{\Delta p_B(x) = -\left[\frac{\Delta p_B(0) - \Delta p_B(W)}{W}\right]x + \Delta p_B(0)} \quad (2.19)$$

que muestra más explícitamente que la ecuación es la de una línea recta.

La figura 2.5 representa las concentraciones de portadores minoritarios para el transistor ideal en las regiones de funcionamiento activo, saturación y corte. Nótese que cada caso depende de las polaridades de  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$ , pues  $\Delta p_B(0) = p_{B0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1)$  y  $\Delta p_B(W) = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$ .

\* Se evita la escritura de  $p_B(x)$  utilizando funciones hiperbólicas: véase el capítulo 3.

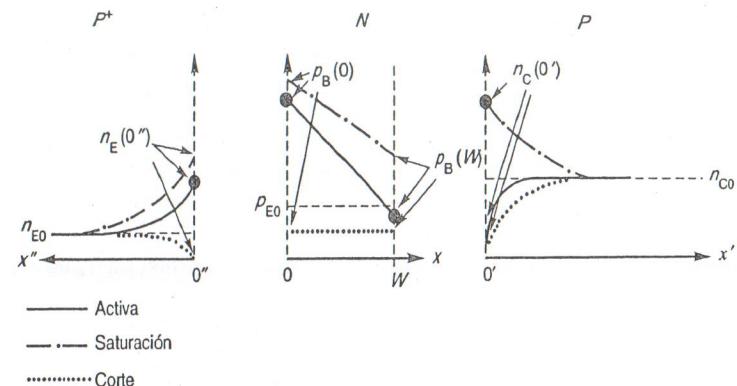


Figura 2.5 Concentraciones de portadores minoritarios en el *pnp* ideal, sin recombinación en la región de volumen de la base.

Una inspección rápida de la figura 2.5 y de la ecuación (2.19) muestra que la pendiente de  $\Delta p_B(x)$  es

$$-\left[\frac{\Delta p_B(0) - \Delta p_B(W)}{W}\right] = \text{declive} \quad (2.20)$$

que se utiliza para calcular la corriente de huecos que entra y sale de la región de la base, como se indica en las ecuaciones (2.2) y (2.4). Como la pendiente es constante para el dispositivo ideal, la corriente de huecos es constante en la región de la base, que es lo que debe suceder cuando no hay recombinación de huecos. El flujo de partículas/huecos que entran a la base desde el emisor iguala al flujo de partículas/huecos que salen de la región de base hacia el colector. El lector debe notar la diferencia en  $\Delta p_B(x)$  si compara las figuras 2.5 y 2.6. Para un dispositivo con recombinación significativa, la representación no es una línea recta; esto indica que se pierden (se recombinan) huecos en  $W$ . Se debe observar también que las pendientes de  $\Delta p_B(x)$  en  $x = 0$  y en  $x = W$  son diferentes, lo que hace ver que se recombinan (pierden) huecos al atravesar la región de volumen de base y que  $I_{Cp} < I_{Ep}$ .

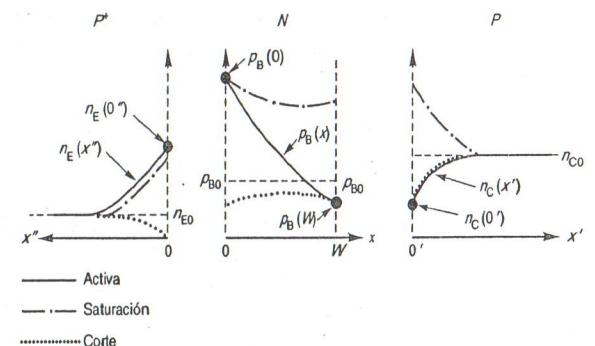


Figura 2.6 Concentraciones de portadores minoritarios con recombinación en la región de volumen de la base.

### 2.3 LAS CORRIENTES EN EL TRANSISTOR *pnp* IDEAL

En esta sección de realizan las deducciones matemáticas del transistor bipolar *pnp* ideal para obtener las ecuaciones de las corrientes en los terminales, como función de los voltajes en las uniones y de parámetros de los materiales, como son los dopados y las longitudes de difusión. Al dispositivo ideal de la sección 2.2. se le aplica la estrategia resumida en la sección 2.1.

Para evaluar la corriente de emisor de la ecuación (2.2), primero hay que resolver el valor de  $\Delta n_E(x'')$  de la ecuación (2.12) en la región de volumen del emisor. Aquí la solución de la ecuación de difusión de los portadores minoritarios se repite como ecuación (2.21):

$$\Delta n_E(x'') = C_1 e^{-x''/L_E} + C_2 e^{x''/L_E} \quad (2.21)$$

Se necesitan dos condiciones de contorno para resolver  $C_1$  y  $C_2$ . Como un electrón no puede sobrevivir eternamente en una región *p*,  $\Delta n_E(x'' = \infty) = 0$ , y por lo tanto  $C_2$  debe ser cero. En  $x'' = 0$ ,

$$\Delta n_E(0'') = C_1 e^0 = C_1 = n_{E0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.22)$$

teniendo en cuenta la condición de contorno, ecuación (2.8). Entonces la solución es

$$\Delta n_E(x'') = n_{E0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) e^{-x''/L_E} \quad (2.23)$$

En las figuras 2.4 y 2.5 se representa la ecuación (2.23). Ahora, de la ecuación (2.2), se puede evaluar los electrones inyectados desde la base hacia el emisor,  $I_{B1} = I_{E1}(0'')$  (como se trazó en la figura 2.3):

$$I_{E1}(0'') = -qAD_E \frac{d \Delta n_E(x'')}{dx} \Big|_{x''=0''} = \frac{qAD_E}{L_E} n_{E0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.24)$$

La componente de huecos  $I_{Ep}(0)$  puede calcularse fácilmente para el dispositivo ideal porque la pendiente ya ha sido determinada en la ecuación (2.20):

$$I_{Ep}(0) = -qAD_B \frac{d \Delta p_B}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{qAD_B}{W} [\Delta p_B(0) - \Delta p_B(W)] \quad (2.25)$$

Sustituyendo las condiciones de contorno para  $\Delta p_B(0)$  y  $\Delta p_B(W)$  en las ecuaciones (2.9) y (2.10) se tiene

$$I_{Ep}(0) = \frac{qAD_B}{W} p_{B0} [(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - (e^{qV_{CB}/kT} - 1)] \quad (2.26)$$

La ecuación (2.2) muestra que la corriente de emisor es la suma de las ecuaciones (2.24) y (2.26),  $I_E = I_{Ep} + I_{E1}$ :

$$I_E = qA \left[ \frac{D_E n_{E0}}{L_E} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \left[ \frac{qAD_B}{W} p_{B0} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.27)$$

Se puede observar que el primer término de la ecuación (2.27) es semejante al del diodo de "base corta", tal como se vio en diversos problemas del libro sobre el diodo *pn*; si  $V_{CB} = 0$ , la ecuación presenta la misma forma matemática.

Del mismo modo, la corriente de colector ( $I_C$ ) se puede determinar con un conjunto similar de cálculos. Sin embargo, se puede evaluar directamente el primer término de la ecuación (2.4). Como la corriente de huecos  $I_{Ep}$  es una constante en la base (no hay recombinación de huecos en la base), su valor de entrada a la base debe ser igual al de salida de la base; esto es,

$$I_{Ep}(0) = I_{Ep}(W) = I_{Cp} \quad (2.28)$$

La componente de corriente  $I_{Cn}(0')$  puede obtenerse directamente de la ecuación (2.24) intercambiando "E" por "C" y  $V_{EB}$  por  $V_{CB}$ .

Se hace necesario un cambio de signo, porque en este caso  $I_C$  se encuentra en la misma dirección que el eje  $x'$ , lo que no ocurría con el emisor:

$$I_{Cn} = \frac{-qAD_C}{L_C} n_{C0} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.29)$$

La corriente de colector es la suma de las ecuaciones (2.26) y (2.29). Por tanto,

$$I_C = \left[ \frac{qAD_B}{W} p_{B0} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qA \left[ \frac{D_C n_{C0}}{L_C} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.30)$$

Alternativamente, se puede resolver la ecuación (2.13) sujeta a las condiciones de contorno  $\Delta n_C(x' \rightarrow \infty)$  y  $\Delta n_C(0')$ . Luego se aplica el segundo término de la ecuación (2.4) para obtener la ecuación (2.29). Véase el ejercicio 2.1 del apéndice A. El segundo término de la ecuación (2.30) es muy similar al diodo de unión *n-p* de "base corta". De hecho, si  $V_{EB} = 0$ , entonces es idéntico.

De  $I_B = I_E - I_C$ , se obtiene la corriente de base para el transistor ideal. Restando la ecuación (2.30) de la ecuación (2.27) se tiene

$$I_B = \frac{qAD_E}{L_E} n_{E0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) + \frac{qAD_C}{L_C} n_{C0} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.31)$$

Las ecuaciones (2.27), (2.30) y (2.31) son válidas en todas las regiones de operación del BJT ideal: activa, de saturación, de corte y activa inversa.

Las corrientes en los terminales del BJT se pueden expresar en forma ligeramente distinta pero equivalente. Como  $n_{E0} = n_i^2/N_{AE} = n_i^2/N_E$ ,  $p_{B0} = n_i^2/N_{DB} = n_i^2/N_B$ , y  $n_{C0} = n_i^2/N_{AC} = n_i^2/N_C$ ; también pueden escribirse las ecuaciones (2.27), (2.30) y (2.31) como sigue:

$$I_E = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{WN_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{WN_B} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.32a)$$

\* Alternativamente, se puede resolver la ecuación (2.13) sujeta a las condiciones de borde  $\Delta n_C(x' = \infty)$  y  $\Delta n_C(0')$ . Luego se aplica el segundo término de la ecuación (2.4) para obtener la ecuación (2.29).

$$I_C = qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{WN_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{WN_B} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.32b)$$

$$I_B = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) + qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.32c)$$

Estas expresiones de las corrientes  $I_E$ ,  $I_C$  e  $I_B$  muestran la dependencia explícita respecto a  $n_i^2$ , cuyo valor aumenta exponencialmente con el incremento de la temperatura.

La corriente de base,  $I_B$ , de las ecuaciones (2.31) y (2.32c) está constituida por dos términos que tienen la misma forma matemática, lo que indica una simetría si se intercambian el emisor y el colector.

#### VÉASE EL EJERCICIO 2.1, APÉNDICE A

### 2.3.1 Región activa

El objetivo de esta sección es mostrar las principales componentes de la corriente en el BJT cuando está trabajando en la mitad de la región activa. Posteriormente se utilizarán estos resultados para determinar  $\beta_{dc}$  y  $\alpha_{dc}$  en función de los parámetros físicos.

Las ecuaciones (2.27), (2.30) y (2.31) confirman el análisis cualitativo del *pnp* en la región activa, que se presentó en la figura 1.6(b). Para el funcionamiento en la zona activa,  $V_{CB}$  es negativa y los términos exponenciales correspondientes en esas ecuaciones son, aunque el valor negativo sea de unas pocas décimas de volt, mucho menores que la unidad, pues  $q/kT$  a temperatura ambiente vale aproximadamente 38.46; es decir,

$$\exp\left(\frac{qV_{CB}}{kT}\right) \ll 1, \quad \text{y en forma similar, } \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right) \gg 1$$

porque  $V_{EB}$  es positiva y porque apenas con unas décimas de volt la exponencial es muy superior a la unidad. Por lo tanto, se puede ignorar la exponencial en el primer caso y la “unidad” en el segundo. Para la corriente de emisor, nótese que en las ecuaciones (2.27) o (2.32a) se podría aproximar como

$$I_E \cong qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{WN_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT})$$

donde los términos “-1” se han anulado entre sí. La figura 2.7 muestra las componentes de corriente en la región activa. Las componentes de corriente se pueden identificar como

$$I_{Ep} = qAn_i^2 \frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{EB}/kT}$$

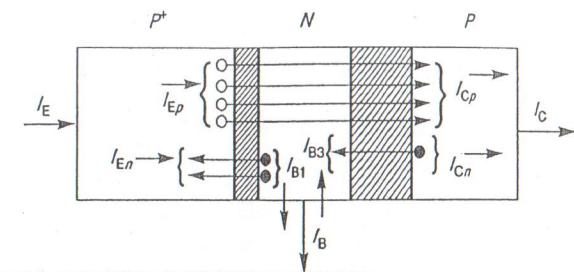


Figura 2.7 Componentes de corriente de un *p+np* ideal funcionando en la región activa.

que representa los huecos inyectados desde el emisor hacia la base. Para el BJT ideal,

$$I_{Cp} \equiv I_{Ep}$$

ya que, debido a la recombinación en la región de volumen de base,  $W$ , no se pierden huecos. Los electrones inyectados desde la base hacia el emisor son

$$I_{En} \cong qAn_i^2 \frac{D_E}{L_E N_E} e^{qV_{EB}/kT}$$

donde  $I_{En} = I_{B1}$  la corriente de base. Por lo tanto,

$$I_E \cong I_{Ep} + I_{En} \cong qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{WN_B} \right] e^{qV_{EB}/kT} \quad (2.33a)$$

Se hace notar la dependencia exponencial de la corriente de emisor respecto a  $V_{EB}$ .

La corriente de colector está compuesta por  $I_{Ep} = I_{Cp}$  e  $I_{Cn}$ , que también se convierte en  $I_{B3}$  (los electrones portadores minoritarios generados térmicamente en el colector). Nótese que en las ecuaciones (2.30) o (2.32b),  $\exp(qV_{CB}/kT) \ll 1$ ; entonces,

$$I_{Cn} \cong qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} \right] = I_{B3}$$

y la corriente de colector en la región activa se approxima como

$$I_C \cong qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{WN_B} \right] e^{qV_{EB}/kT} + qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} \right]$$

que para un nivel razonable de  $V_{EB}$  se convierte en

$$I_C \cong qAn_i^2 \frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{EB}/kT} \quad (2.33b)$$

porque entre los dos términos, el exponencial es muy superior.

La corriente de base, por inspección de las ecuaciones (2.31) o (2.32), se expresa como

$$I_B \cong qAn_i^2 \frac{D_E}{L_E N_E} e^{qV_{EB}/kT} - \frac{qAn_i^2 D_C}{L_C N_C}$$

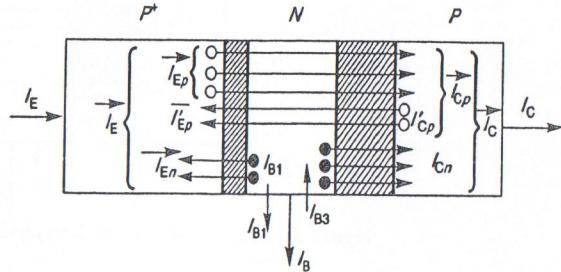


Figura 2.8 Principales componentes de corriente en un  $p^+np$  ideal en la región de saturación.

El primer término es  $I_{E_p}$  y el segundo es  $I'_{C_p} = I_{B_3}$ . Como el término exponencial es grande,

$$I_B \cong qAn_i^2 \frac{D_E}{L_E N_E} e^{qV_{EB}/kT} \quad (2.33c)$$

En principio, se puede decir que el funcionamiento en la región activa puede ser controlado por  $V_{EB}$  y es relativamente independiente de  $V_{CB}$ , siempre y cuando sea negativo en por lo menos unas pocas décimas de volt.

### 2.3.2 Región de saturación

El BJT ideal que funciona en la región de saturación tiene ambas uniones, E-B y C-B, polarizadas directamente. En la figura 2.8 se pueden ver las componentes de corriente y flujos de portadores en saturación. La familia de circuitos integrados de lógica de transistor a transistor (TTL) tiene dispositivos que operan en esta zona. En el límite entre las regiones de saturación y activa,  $V_{CB} = 0$  y  $V_{EB} > 0$ . Dentro de la región de saturación,  $V_{CB} > 0$  y  $V_{EB} > 0$ ; por lo tanto, ambos términos exponenciales son grandes en comparación con el "1", y entonces

$$e^{qV_{EB}/kT} \gg 1 \quad \text{y} \quad e^{qV_{CB}/kT} \gg 1$$

Si se inspecciona la ecuación (2.32a) respecto a  $I_E$ , se ve que

$$I_E \cong qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_E}{L_E N_E} e^{qV_{EB}/kT}}_{I_{E_p}} + qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{EB}/kT}}_{I_{E_n}} - qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{CB}/kT}}_{I_{C_p}} \quad (2.34a)$$

En este caso, la unión C-B polarizada directamente está inyectando huecos desde el colector hacia el emisor ( $I'_{C_p}$ ), y de ahí el signo menos ya que el flujo se opone al de los huecos inyectados desde el emisor. Si  $V_{EB} = V_{CB}$ , sólo queda el primer término de la ecuación (2.34a), lo que muestra que  $I_E$  sigue siendo positiva. La figura 2.8 muestra los tres componentes principales de la ecuación (2.34a). Se puede observar que si  $V_{CB} > V_{EB}$  en magnitud suficientemente elevada, la corriente de emisor se podría hacer negativa!

Para la corriente de colector en saturación, la ecuación (3.32b) se convierte en

$$I_C \cong qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{EB}/kT}}_{I_{E_p}} - qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_C}{L_C N_C} e^{qV_{CB}/kT}}_{I_{C_p}} - qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_B}{WN_B} e^{qV_{CB}/kT}}_{I_{C_n}} \quad (2.34b)$$

Debe advertirse que  $I_{C_p} = I_{E_p} + I'_{C_p}$  y que  $I_C = I_{C_p} + I_{C_n}$ . Aquí se ve que los electrones se inyectan desde la base hacia el colector pues la unión está polarizada directamente. La corriente  $I_{B_3}$  ha invertido su dirección y se hace mucho mayor, hasta que su valor se compara con  $I_{B_1}$ .

Ahora la corriente de base es mucho mayor que en la región activa, pues debe proporcionar electrones para ambas uniones, E-B y C-B. De la ecuación (2.32c),

$$I_B \cong qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_E}{L_E N_E} e^{qV_{EB}/kT}}_{I_{B_1} = I_{E_n}} + qAn_i^2 \underbrace{\frac{D_C}{L_C N_C} e^{qV_{CB}/kT}}_{-I_{B_3} = -I_{C_n}} \quad (2.34c)$$

Se ve que  $I_{B_3}$  es negativa y, con  $V_{BC}$  suficientemente elevada, resulta de un valor comparable a  $I_{B_1}$ . El resultado es que  $I_B$  se ha incrementado de manera considerable en la zona de saturación, aun cuando  $I_{B_1}$  es aproximadamente igual al valor anterior.

### 2.3.3 Región de corte

Cuando ambas uniones, tanto la E-B como la C-B, están polarizadas en inversa, hay funcionamiento en la región de corte. En la figura 2.9 se pueden ver las componentes principales de la corriente y los flujos de portadores. Recuérdese que las exponenciales son mucho más pequeñas que la unidad para valores de  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  negativos, de tan sólo unas pocas décimas de volt:

$$e^{qV_{EB}/kT} \ll 1 \quad \text{y} \quad e^{qV_{CB}/kT} \ll 1$$

De las ecuaciones (2.32a), (2.32b) y (2.32c) las corrientes en los terminales se pueden aproximar como

$$I_E \cong -qAn_i^2 \frac{D_E}{L_E N_E} \quad (2.35a)$$

$$I_C \cong qAn_i^2 \frac{D_C}{L_C N_C} \quad (2.35b)$$

$$I_B \cong -qAn_i^2 \frac{D_E}{L_E N_E} - qAn_i^2 \frac{D_C}{L_C N_C} \quad (2.35c)$$

Se puede observar que, para  $I_E$ , los electrones portadores minoritarios generados térmicamente en el emisor se desplazan deslizándose por la barrera de potencial hacia la base, y, por lo tanto,  $I_E < 0$ . Para el colector, los electrones generados térmicamente también caen por la barrera de potencial de la C-B, y entonces  $I_{C_n} = I_C > 0$ . Como  $N_{AC} \ll$

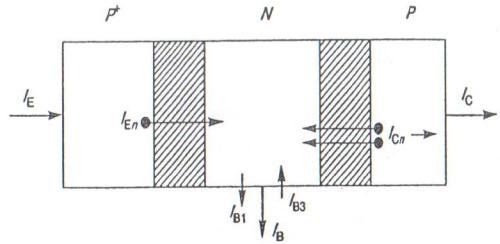


Figura 2.9 Principales componentes de corriente un  $p^+np$  ideal en la región de corte.

$N_{AE}$ , se generan más portadores minoritarios en el colector que en el emisor. Se puede observar también que ambas componentes de la corriente de base son negativas.

### 2.3.4 Funcionamiento inverso

El transistor funciona en inverso cuando  $V_{CB}$  se hace positivo y suficientemente grande como para invertir la corriente neta de colector; es decir, se hace negativo. Según el valor de  $V_{EB}$ , se pueden producir saturación inversa y funcionamiento inverso. Si  $V_{EB}$  es positivo, con polarización directa, el BJT funciona en la región de saturación inversa. Si  $V_{EB}$  es negativo, el funcionamiento es en activa inversa. En la figura 2.10 se ven los principales flujos de portadores y corrientes en activa inversa.

Los componentes de corriente  $I_{Cp}$ ,  $I_{Cr}$ ,  $I_{En}$  e  $I_{Ep}$  son todos negativos, como también lo son  $I_{B1}$  e  $I_{B3}$ . Como  $I_{B3}$  es negativa y de gran magnitud, la corriente neta de base es positiva, pues  $I_B = I_{B1} - I_{B3}$ , como se ve en la figura 1.3(b). Acotamos que la eficiencia de inyección de colector a base es baja porque  $N_{AC} < N_{DB}$ . Por lo tanto, más electrones se inyectan desde la base hacia el emisor, que huecos desde el colector hacia la base.

Si se considera la ecuación (2.32b) con  $V_{EB} < 0$  y  $V_{CB} > 0$ , la corriente de colector se hace, en el modo activo inverso,

$$I_C \cong -qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{WN_B} \right] e^{qV_{CB}/kT} \quad (2.36a)$$

lo que muestra que  $I_C < 0$  y está controlada por el voltaje  $V_{CB}$ . El primer término entre los corchetes de la ecuación (2.36a) representa los electrones  $I_{Cr}$  inyectados desde la base hacia el colector, y el segundo término representa a  $I_{Cp}$ , debida a los huecos inyectados desde el colector hacia la base. En forma similar, para la corriente de emisor se ve que

$$I_E \cong -qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{WN_B} \right] e^{qV_{CB}/kT} \quad (2.36b)$$

La corriente de base en el modo activo inverso de la ecuación (2.32c) es

$$I_B \cong qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} \right] e^{qV_{CB}/kT} \quad (2.36c)$$

lo que muestra que es positiva, y el componente principal se debe a los electrones inyectados desde la base hacia el colector.

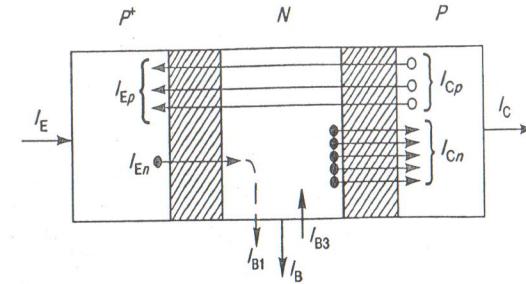


Figura 2.10 Principales flujos de portadores para dispositivo  $p^+np$ , funcionando en la región activa inversa.

Hay varias aplicaciones en las cuales utiliza el funcionamiento en modo inverso en circuitos analógicos y digitales. Se hace notar que  $\gamma$ ,  $\alpha_{dc}$  y  $\beta_{dc}$  ahora se pueden definir como  $\gamma_R$ ,  $\alpha_{dcR}$  y  $\beta_{dcR}$ , y todos son más pequeños en activa inversa.

## 2.4 CARACTERÍSTICAS IDEALES I-V

En esta sección, uno de los objetivos fundamentales es obtener ecuaciones para hallar  $\alpha_{dc}$  y  $\beta_{dc}$  en función de las densidades de dopado, de otros parámetros físicos y de las dimensiones de los dispositivos. Utilizando esta información se pueden diseñar efectivamente los dispositivos para mejorar el funcionamiento de los circuitos. Un objetivo secundario es la obtención de diagramas de características  $I-V$  de entrada y salida de los BJT.

Para trazar un diagrama de las características de entrada y salida en las configuraciones en base común y en emisor común, se pueden utilizar las ecuaciones de corriente (2.32a, b y c) obtenidas en las secciones previas. (Véase la figura 1.4 para las definiciones de variables de entrada y salida). Un amplificador en base común se adapta muy bien a la forma de las ecuaciones, ya que  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  son los voltajes de entrada y salida, e  $I_E$  e  $I_C$  son las corrientes de entrada y salida. Sin embargo, la forma más utilizada es la de emisor común, con  $V_{EB}$  e  $I_B$  como parámetros de entrada y  $V_{EC}$  e  $I_C$  como las variables de salida.

### 2.4.1 Base común

En la figura 2.11(a) se pueden ver las características de entrada del BJT ideal, y en la figura 2.11(b), las características de salida de la configuración en base común. Se destaca que para  $V_{CB} = 0$ , la característica de entrada es similar a la de un diodo polarizado

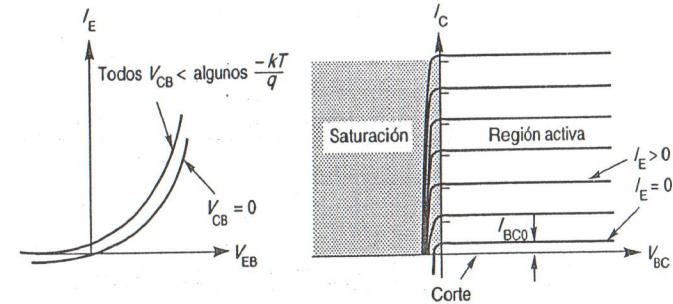


Figura 2.11 Características  $I - V$  en base común del  $p^+np$  ideal: (a) entrada; (b) salida.

directamente (Ec. 2.32a). Es habitual cortocircuitar la unión C-B, y entonces utilizar la unión E-B como un diodo en diseños de circuitos integrados. Para todo  $V_{CB}$  más negativo que varios  $-kT/q$  volts, la característica de entrada se convierte en una curva, lo que indica que la corriente de emisor está compuesta fundamentalmente por los huecos de inyección directa (que dependen de  $V_{EB}$ ), independientes de  $V_{CB}$ , como muestra la ecuación (2.33a) en la región activa.

Las características de salida en base común de la figura 2.11(b) indican que la región activa está a la derecha del eje  $V_{BC}$  (o  $V_{CB} < 0$ ). Se puntuiza que  $I_C$  es independiente de  $V_{BC}$  para un valor fijo de  $I_B$ , en un intervalo amplio de  $V_{BC}$ .

A la izquierda del eje,  $V_{BC}$  es negativa (o  $V_{CB} > 0$ ) y el dispositivo está en saturación (para  $I_E \geq I_B$  y por tanto  $V_{BE} > 0$ ). En saturación, se inyectan huecos desde el colector hacia la base. Estos huecos están dirigidos en forma opuesta a los que se inyectan desde el emisor. Como resultado, las componentes de la corriente de huecos del colector se restan entre sí y la corriente neta de colector disminuye, como se puede ver por las componentes de corriente en la figura 2.8. Cuanto más directamente se polariza la unión C-B, mayor es la inyección de huecos de colector y menor el valor neto de  $I_C$ . Se puede observar que para valores mayores de  $I_E$  son necesarias mayores magnitudes de  $V_{CB}$  para una disminución significativa de la corriente de huecos y, por lo tanto, para la reducción de  $I_C$ .

Cuando ambas uniones, E-B y C-B, están polarizadas inversamente, se produce la región de corte. En este caso, la corriente de emisor es inferior a cero.

Para el funcionamiento del dispositivo ideal en la región activa, alfa ( $\alpha_{dc}$ ), es una medida de cómo se inyectan pocos electrones desde la base hacia el emisor, en comparación con la cantidad de huecos inyectados desde el emisor hacia la base, como se ve en la figura 2.7. Para valorar la importancia de la corriente de huecos de emisor, en comparación con la corriente de emisor total, se definió la eficiencia de inyección de emisor ( $\gamma$ ), dada por la ecuación (1.5) para un transistor *pnp* en la región activa, como

$$\gamma_{pnp} = \frac{I_{Ep}}{I_E} + \frac{I_{Ep}}{I_{Ep} + I_{En}}$$

Para el dispositivo ideal en la región activa de las ecuaciones (2.26) y (2.27), la relación  $I_{Ep}/I_E$  se puede expresar como se indica en la ecuación (2.37), en la cual los términos exponenciales se cancelan:

$$\gamma_{pnp} = \frac{\frac{D_B P_{B0}}{W}}{\frac{D_B P_{B0}}{W} + \frac{D_E n_{EO}}{L_E}} \quad (2.37)$$

Observe que en la ecuación (2.37), como se hace que  $n_{EO}$  sea mucho más pequeño que  $P_{EO}$ , dopando el emisor,  $N_{AE} \gg N_{DB}$ , entonces  $\gamma \rightarrow 1$ . Si se pudiera, se haría  $\gamma = 1$  porque esto incrementa la ganancia del transistor a valores fenomenales ( $\beta_{dc}$  sería infinito).

El factor de transporte de base ( $\alpha_T$ ) se define en la ecuación (1.4); para el dispositivo ideal es la unidad, porque no se recombinan ( pierden) huecos al viajar a través de la región de la base. Por lo tanto,  $\alpha_{dc} = \gamma \alpha_T = \gamma$  en este caso.

La ganancia de corriente en cortocircuito  $I_C/I_B$ , en base común y región activa, se denomi na alfa de dc ( $\alpha_{dc}$ ). La relación  $I_C/I_E$  se define en las ecuaciones (1.6) y (1.7), y se

obtiene aplicando las ecuaciones (2.28), (2.26) y (2.24) en la región activa. La ecuación (2.38) muestra que  $W$  debe ser pequeña y  $N_E$  grande:

$$\alpha_{dc} = \frac{\frac{D_B P_{B0}}{W}}{\frac{D_B P_{B0}}{W} + \frac{D_E n_{EO}}{L_E}} = \frac{1}{1 + \frac{D_E n_{EO} W}{D_B P_{B0} L_E}} = \frac{1}{1 + \frac{D_E N_B W}{D_B N_E L_E}} \quad (2.38)$$

Es necesario que  $W \ll L_E$  para tener un dispositivo de ganancia elevada.

En la figura 2.11(b) se puede ver cómo las características de salida de un transistor ideal en base común definen a  $I_{BC0}$  como la corriente de colector, cuando el emisor está en circuito abierto ( $I_E = 0$ ) y la unión C-B está polarizada inversamente. Desde el punto de vista físico esto significa que  $I_{BC0}$  es la corriente de saturación inversa de la unión C-B, la componente  $I_{Cn}$  en la figura 2.7. Para un dispositivo *p<sup>+</sup>np*, esta corriente está determinada principalmente por la  $n_{C0}$  del colector, porque la base está mucho más dopada que el colector, y  $W \ll L_B$ . Por lo tanto, no hay generación significativa de huecos en la base. Los electrones minoritarios generados térmicamente en un lugar situado dentro de una vez la longitud de difusión desde el límite de la región de vaciamiento de la unión C-B, se desplazan cayendo por la pendiente de potencial hacia la base y se convierten en  $I_{B3}$  de la corriente de base de la figura 2.7.

#### 2.4.2. Emisor común

La figura 2.12(a) muestra las características de entrada del transistor bipolar *pnp* ideal en emisor común. Nótese la similitud entre el diodo polarizado directamente y las características de entrada  $I_B$  en función de  $V_{EB}$ , con  $V_{EC} = 0$ . Cuando  $V_{EC}$  se hace mayor que unos pocos  $kT/q$ , la característica se hace independiente de  $V_{EC}$ ; porque, tras tornarse inversamente polarizada la unión B-C en varios  $kT/q$ , un voltaje adicional no tiene mayor efecto en la inyección de huecos (o electrones) en la unión E-B. La figura 2.12(b) muestra las características de salida que indican la región activa, donde para una valor de  $I_B$  fijo,  $I_C$  se hace independiente de  $V_{EC}$  porque cualquier ulterior polarización inversa de la unión B-C no modifica el voltaje E-B, que se fija básicamente por  $I_B$ .

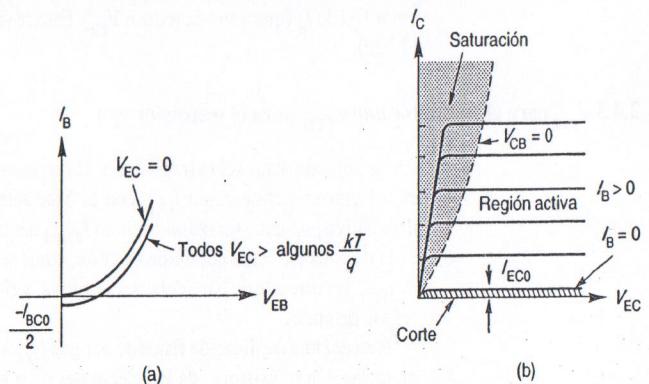


Figura 2.12 Características  $I-V$  en emisor común del *p<sup>+</sup>np* ideal: (a) entrada; (b) salida.

La región activa se caracteriza por una elevada ganancia de corriente. La ganancia de corriente se denomina beta de cc ( $\beta_{cc}$ ) y fue definida como  $I_C/I_B$  en la ecuación (1.11). Como el dispositivo ideal en la región activa tiene  $V_{CB} < 0$  en varios  $kT/q$  volt, y debido a que en la región activa el dopado es asimétrico en la base y el emisor [Ec. (2.33b) para  $I_C$  y Ec. (2.33c) para  $I_B$ ], éstos pueden ser combinados con la definición de  $\beta_{cc}$  para dar la ecuación (2.39). Puesto que  $\beta_{cc} = I_C/I_B$ :

$$I_C \cong qA p_{B0} \frac{D_B}{W} e^{qV_{EB}/kT} \quad \text{e} \quad I_B \cong qA n_{E0} \frac{D_E}{L_E} e^{qV_{EB}/kT}$$

$$\beta_{cc} = \frac{qA p_{B0} \frac{D_B}{W} e^{qV_{EB}/kT}}{qA n_{E0} \frac{D_E}{L_E} e^{qV_{EB}/kT}} \quad (2.39)$$

Por lo tanto, beta de la región activa ( $\beta_{cc}$ ) se define como

$$\beta_{cc} = \frac{D_B p_{B0}}{D_E n_{E0}} \frac{L_E}{W} = \frac{D_B N_E L_E}{D_E N_B W} \quad (2.40)$$

Si se dopa mucho el emisor ( $p^+$ ), entonces  $p_{B0}$  se hace mucho más grande que  $n_{E0}$  y si  $W$  se hace pequeña la ganancia de corriente resulta alta. De nuevo se ve por qué la región de base ( $W$ ) se hace muy estrecha.

Si se hace  $V_{CB} = 0$ , el límite entre la región activa y la región de saturación, entonces la deducción anterior se vuelve exacta. Para  $V_{CB} < 0$ , el resultado es una buena aproximación porque el voltaje de la unión C-B no afecta significativamente a la inyección de huecos en la unión E-B.

La región de saturación se define como aquella en la cual tanto la unión E-B como la C-B están polarizadas directamente. Al incrementar la polarización directa  $V_{CB}$ , se incrementa la cantidad de huecos inyectados desde el colector hacia la base. El flujo de huecos del colector se opone al flujo de huecos que llegan desde el emisor; por lo tanto, los dos componentes se restan. Como se ve en la figura 2.12(b), la corriente neta de colector disminuye cuando  $V_{CB}$  aumenta (es decir, cuando  $V_{EC}$  disminuye) con un valor fijo de  $I_B$  (que a su vez reduce  $V_{EB}$ ). Esto se ve con mayor claridad en la ecuación (2.32c).

#### 2.4.3 $I_{EC0}$ para el transistor $pnp$ e $I_{CEO}$ para el transistor $npn$

En las hojas de datos sobre transistores, la corriente de saturación desde el emisor hacia el colector se define como  $I_{CEO}$  con la base abierta ( $I_B = 0$ ). Sin embargo, para el dispositivo  $pnp$  debe ser definido como  $I_{EC0}$ , pues la corriente es de E-C. Esta corriente es la de colector cerca del límite de corte, como se indica en la figura 2.12(b). Para  $I_C < I_{EC0}$ , la corriente de base debe ser negativa, y el dispositivo generalmente está en la región de corte.

Para dar una explicación física de por qué  $I_{EC0} > I_{BC0}$  para el  $pnp$ , es posible basarse en la "acción transistora" de los electrones de la base que se inyectan hacia el emisor

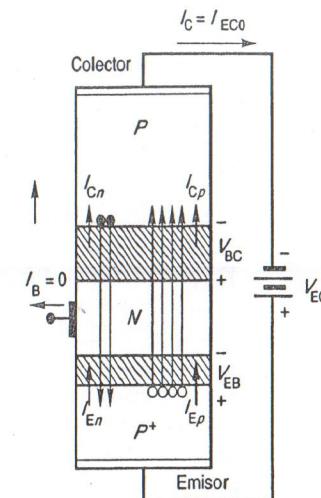


Figura 2.13 Corriente  $I_{EC0}$  para un  $pnp$ .

polarizado directamente. En la figura 2.13 se ven las corrientes y flujos de partículas del  $pnp$  en emisor común con su base en circuito abierto. Los electrones minoritarios dentro de una longitud de difusión ( $L_C$ ) de la unión C-B, son arrastrados a través de la región de vaciamiento en la unión C-B polarizada inversamente. Cuando alcanzan la base, son portadores mayoritarios e impulsan con facilidad a los electrones hacia la unión B-E, polarizada directamente. En la unión B-E, los electrones se convierten en electrones que se inyectarán en el emisor. Debido al dopado  $p^+$  del emisor, la cantidad relativamente pequeña de electrones que se originan en el colector fuerzan la inyección de grandes cantidades de huecos desde el emisor hacia la base (pues  $\gamma \rightarrow 1$ ). Para el dispositivo ideal sin recombinación en la base, esos huecos alcanzan la unión B-C y son recogidos por el colector ( $I_{Ep} = I_{Cp}$ ). La corriente total de colector, como se muestra en la figura 2.13, es

$$I_{EC0} = I_{Cn} + I_{Cp} \cong I_{BC0} + I_{Ep} \quad (2.41)$$

donde  $I_{Cn}$  es aproximadamente la corriente de saturación inversa de la unión C-B con el emisor abierto, e  $I_{Cp}$  representa los huecos inyectados desde el emisor que alcanzan al colector. Se debe observar también que en este caso particular en que no hay recombinación ni generación en la base,  $I_{BC0} = I_{Ep}$ , la corriente de electrones inyectados desde la base hacia el colector. De la ecuación (2.39), repetida aquí por comodidad,

$$\beta_{cc} \cong I_{Ep} / I_{En}$$

Por lo tanto, la ecuación (2.41) se puede escribir como

$$I_{EC0} = I_{En} + \beta_{cc} I_{En} = I_{BC0} (\beta_{cc} + 1) \quad (2.42)$$

Para resumir, la corriente de colector con la base abierta es mucho más grande que la corriente de saturación inversa (pérdidas) de la unión C-B polarizada inversamente, debido a la "acción transistora" causada porque los electrones de la corriente de la base

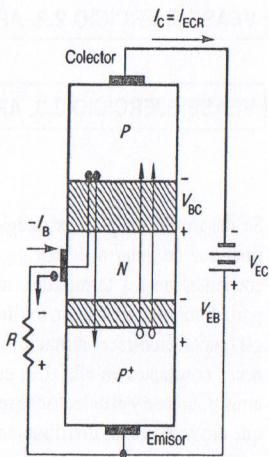


Figura 2.14  $I_{BC0} \leq I_{EC0}$  para una resistencia entre base y emisor.

polarizan directamente la unión E-B. Éste es un ejemplo excelente de la “acción transistor” en el dispositivo BJT.

Conectando una resistencia externa entre la unión E-B, como se ve en la figura 2.14, se puede observar cómo disminuir  $I_C$  por debajo de  $I_{EC0}$ , al perderse algunos de los electrones que se originaron en la unión C-B, con lo que se evita que algunos de ellos alcancen la unión E-B. Nótese que los electrones extraídos de la base producen una corriente de base negativa. En el caso presentado, la unión E-B polarizada directamente hace que circule corriente por la resistencia ( $R$ ). La corriente de base negativa “roba” electrones desde el contacto base, restando algunos electrones inyectados hacia el emisor. Al ser menor la cantidad de electrones inyectados, la corriente de huecos desde E-B se reduce, lo que obliga a que  $I_C$  sea inferior a  $I_{EC0}$ . En el límite, al reducirse  $R$  a cero (y por lo tanto  $V_{EB} = 0$ )  $I_C$  se hace aproximadamente  $I_{BC0}$ , e  $I_B$  aproximadamente  $-I_{BC0}$ .

El transistor *npn* tiene un conjunto similar de corrientes,  $I_{CEO}$  e  $I_{CBO}$ , que se puede obtener por dos caminos. Un modo simple es el de hacer uso del “complemento” del *pnp* intercambiando huecos por electrones e invirtiendo todos los sentidos de las corrientes y las polaridades de los voltajes. El otro camino para generar las ecuaciones para el *npn* es deducir las ecuaciones (2.41) y (2.42).

## 2.5 ECUACIONES DE EBERS-MOLL

Muchos de los programas de análisis de circuitos asistidos por computador (CAD), elaborados para resolver circuitos de transistores, utilizan las ecuaciones no lineales (2.27), (2.30) y (2.31), o las ecuaciones (2.32a) a (2.32c), para hallar el punto de polarización de las variables en cc. En su solución debe utilizarse el computador, debido a las relaciones no lineales entre las corrientes y los voltajes de las uniones. Uno de los programas CAD utilizados con mucha frecuencia para el análisis de circuitos de transistor bipolar (así como de unión de efecto de campo y MOSFET [*metal oxide semiconductor field effect transistor*, transistor de efecto de campo de metal, óxido y semiconductor]),

es el SPICE2, que utiliza una versión de esas ecuaciones. Las ecuaciones se simplifican agrupando los términos en tan sólo algunas constantes.

Los coeficientes de la ecuación (2.27) reciben diferentes nombres; por ejemplo, el primer término se define como

$$I_F = I_{F0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) = qA \left[ \frac{D_E n_{E0}}{L_E} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.43)$$

donde

$$I_{F0} = qA n_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{W N_B} \right]$$

y el segundo término como

$$\alpha_R I_R = \alpha_R I_{R0} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) = \frac{qAD_B}{W} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.44)$$

Por lo tanto, la corriente de emisor de la ecuación (2.27) se puede escribir como la ecuación (2.45), que es mucho más compacta que la ecuación (2.27):

$$I_E = I_F - \alpha_R I_R \quad (2.45)$$

En forma similar, para la corriente de colector de la ecuación (2.30) el segundo término se define como

$$I_R = I_{R0} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) = qA \left[ \frac{D_C n_{C0}}{L_C} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (2.46)$$

donde

$$I_{R0} = qA n_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{W N_B} \right]$$

y el primer término es

$$\alpha_F I_F = \alpha_F I_{F0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) = \frac{qAD_B}{W} p_{B0} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (2.47)$$

Por lo tanto, la corriente de colector de la ecuación (2.30) se escribe como

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R \quad (2.48)$$

Como  $I_B = I_E - I_C$ , la ecuación (2.31) se convierte en

$$I_B = (1 - \alpha_F) I_F + (1 - \alpha_R) I_R \quad (2.49)$$

restando la ecuación (2.48) de la ecuación (2.45). Las ecuaciones (2.45), (2.48) y (2.49) se conocen como las *ecuaciones de Ebers-Moll* para un *pnp* ideal. En la figura 2.15 se puede ver el circuito equivalente Ebers-Moll. Este circuito es una reafirmación de las

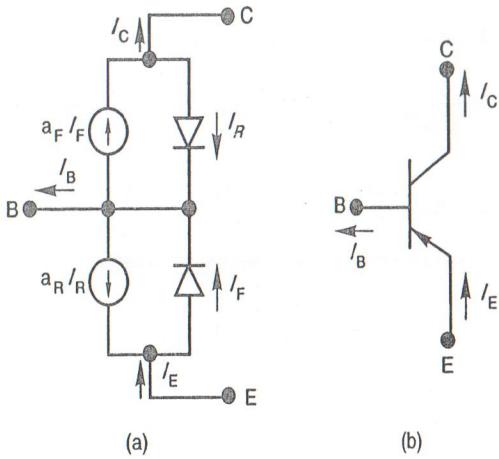


Figura 2.15 (a) Circuitos equivalent Ebers-Moll: transistor *pnp*; (b) símbolo.

ecuaciones. Conviene observar la similitud de  $I_F$  e  $I_R$  con las fórmulas del diodo, en las uniones de E-B y C-B. Las fuentes de corriente  $\alpha_F I_F$  y  $\alpha_R I_R$  muestran los términos de interacción de las dos uniones con la región estrecha de base.

Los coeficientes de los términos exponenciales en los miembros derechos de las ecuaciones (2.44) y (2.47) son idénticos; entonces

$$\alpha_F I_{F0} = \alpha_R I_{R0} = I_S \quad (2.50)$$

donde  $I_S$  se define por medio de la ecuación (2.50). El término  $I_S$  es uno de los valores requeridos por SPICE2. Se puede ver que si

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$$

entonces sólo se necesitan tres números para dejar las ecuaciones Ebers-Moll totalmente especificadas:  $\beta_F$ ,  $\beta_R$  e  $I_S$ . Todos los demás parámetros pueden calcularse a partir de estos tres. Debe notarse también que se pueden aplicar las ecuaciones de Ebers-Moll en todas las zonas de funcionamiento del transistor.

La conexión directa entre densidades de dopado, ancho de base, tiempos de vida, etc., y las ecuaciones de Ebers-Moll, las hace muy atractivas en análisis de circuitos integrados. Observe que a partir de esas ecuaciones es posible determinar el conjunto completo de características  $I-V$  de entrada-salida. Observe también que  $\beta_F$  y  $\beta_R$  están definidas en todas las regiones de operación y que en la región activa,  $\beta_F \cong \beta_{cc}$ .

El *npn*, como es el “complemento” de un *pnp*, tiene un conjunto de ecuaciones de Ebers-Moll similar a las ecuaciones (2.45), (2.48) y (2.49) y un circuito equivalente similar a la figura 2.15, con los diodos y corrientes invertidos.

Las ecuaciones de Ebers-Moll se pueden obtener también para el caso no ideal de recombinación en la base, definiendo los coeficientes adecuados para los términos exponenciales ( $I_{R0}$  e  $I_{F0}$ ).

## VÉASE EJERCICIO 2.2. APÉNDICE A

## VÉASE EJERCICIO 2.3. APÉNDICE A

### 2.6 Resumen

Se desarrolló un plan estratégico para analizar las características de un *pnp*, con la finalidad de guiar al lector en la deducción de las corrientes en los terminales. Las corrientes en los terminales se obtuvieron evaluando las corrientes de difusión de portadores minoritarios en los límites de cada región de vaciamiento. Como no se produce g-r (generación-recombinación) en la región de vaciamiento, las corrientes deben permanecer constantes en ella. Las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios en el emisor, la base y el colector se resolvieron con las adecuadas condiciones de contorno, lo que dio origen a las distribuciones de portadores en cada región de volumen.

El *transistor bipolar ideal* se definió como un dispositivo que no tiene recombinación o generación en la región de volumen de base; es decir, los huecos que entran a la base desde el emisor deben salir por la vía del colector. El “plan estratégico” aplicado al *pnp* ideal produjo las ecuaciones que dan  $I_E$ ,  $I_C$  e  $I_B$ , que eran funciones de  $V_{CB}$  y  $V_{EB}$ . Estas tres ecuaciones representan el modelo de cc no lineal para el dispositivo en las cuatro regiones de funcionamiento; es decir, activa, de saturación, de corte y activa inversa.

Los flujos de portadores y las componentes de las corrientes de huecos y de electrones se obtuvieron para las cuatro regiones de funcionamiento. Teniendo en cuenta las principales componentes de las corrientes, se simplificaron las ecuaciones en cada región. Los diagramas de flujo de portadores son de suma importancia para que el lector entienda cabalmente el transistor bipolar de unión.

Se examinaron las características  $I-V$  en base común y en emisor común para el dispositivo ideal, y se dedujeron los valores de alfa, beta y la eficiencia de inyección de emisor en función de los parámetros físicos. Se examinaron dos corrientes,  $I_{BC0}$  e  $I_{EC0}$ , y sus distintas magnitudes según el funcionamiento del transistor. El capítulo concluyó con un análisis de las ecuaciones de Ebers-Moll.

### Problemas

- 2.1 Deduzca un conjunto de ecuaciones similar a las ecuaciones (2.32a), (b) y (c) para un transistor bipolar *npn* ideal, partiendo de las soluciones de las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios.
- 2.2 Se considera un dispositivo transistor bipolar *pnp* ideal, el cual funciona con los parámetros que aparecen a continuación.

Emisor	Base	Colector
$n_{E0} = 2.56 \times 10^2/\text{cm}^3$	$p_{B0} = 6.39 \times 10^3/\text{cm}^3$	$n_{C0} = 4.92 \times 10^5/\text{cm}^5$
$L_E = 22.8 \times 10^{-4} \text{ cm}$	$L_B = 46.9 \times 10^{-4} \text{ cm}$	$L_C = 39.5 \times 10^{-4} \text{ cm}$
$D_{E0} = 5.18 \text{ cm}^2/\text{s}$	$D_B = 22 \text{ cm}^2/\text{s}$	$D_C = 15.6 \text{ cm}^2/\text{s}$
	$W = 4 \times 10^{-4} \text{ cm} = 4 \mu\text{m}$	
$N_{AE} \cong 3.9 \times 10^{17}/\text{cm}^3$	$N_{DB} \cong 1.57 \times 10^{16}/\text{cm}^3$	$N_{AC} \cong 2 \times 10^{14}/\text{cm}^3$

Sean  $A = 1.265 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.026 \text{ eV}$ . Calcule lo siguiente para  $V_{EB} = 0.67235$  y  $V_{CB} = -1$ , suponiendo que  $W = 4 \mu\text{m}$ :

- Las componentes de corriente  $I_{Ea}$ ,  $I_{Ep}$  e  $I_E$ .
- Las componentes de corriente  $I_{Cp}$ ,  $I_{Ca}$  e  $I_C$ .
- $I_{B1}$  e  $I_{B3}$ ; también: ¿qué porcentaje de  $I_B$  total es  $I_{B3}$ ?
- ¿Qué relación de magnitud hay entre los términos exponenciales que contienen  $V_{CB}$  y los que contienen  $V_{EB}$ ?
- ¿Qué son la eficiencia de inyección de emisor,  $\alpha_{ce}$  y  $\beta_{ce}$ ? [Sugerencia: haga una copia de sus cálculos pues se utilizarán en los problemas siguientes].

2.3 Utilice el concepto de dispositivos "complementarios" para:

- Dibujar las concentraciones de portadores minoritarios para un dispositivo  $n^+pn$  ideal en las zonas de funcionamiento en corte, saturación y activa inversa.
  - Hacer un gráfico similar al de la figura 1.9 para cada región de funcionamiento del punto (a).
- 2.4 En la mayor parte de los modernos BJT se realiza una implantación iónica en la difusión de base, con un perfil gaussiano de impurezas. Se puede demostrar que, en lo que respecta al campo eléctrico, es posible aproximar este perfil de impurezas como una exponencial en la región de volumen de base. Si el perfil de dopado de la base del  $p^+np$  es aproximado por

$$N_{DB} = N_D(0) e^{-ax/W}, \text{ donde } a = 1n \left[ \frac{N(0)}{N(W)} \right]$$

- Pruebe que el campo eléctrico es constante lejos de los límites de la región de la base. Suponga que el dispositivo está en equilibrio térmico. [Sugerencia:  $\propto a/W$ ].
  - Suponga que no hay recombinación en la base y determine una fórmula que proporcione  $p_B(x)$ ; haga  $p_B(W) = 0$  e  $I_E \cong I_{Ep}$ , la corriente de huecos en la base.
  - Calcule y dibuje  $p_B(x)/(I_{Ep}W/qAD_Ba)$  en función de  $x/W$ , para  $a = 5$  y  $a = 9$ .
  - ¿Qué se puede concluir sobre las componentes de arrastre y difusión de la corriente de huecos, en  $0.2 W$ ,  $0.5 W$  y  $0.9 W$  para  $a = 9$ ?
  - Explique la forma como esta "base graduada" puede afectar las probabilidades de cualquier recombinación en la base.
- 2.5 En el problema 2.2 se reduce la anchura de la base a la mitad,  $2 \mu\text{m}$ .

- Calcule los nuevos valores de  $\beta_{ce}$  y  $\alpha_{ce}$ .
  - Calcule el nuevo valor de  $I_{Ep}$  y compárela con su valor original.
  - ¿Cómo afectó este cambio a la eficiencia de inyección de emisor?
- 2.6 Calcule los coeficientes de Ebers-Moll para el dispositivo  $pnp$  ideal del problema 2.2, y examine las características  $I-V$  de salida en base común al trabajar el dispositivo en la zona activa directa hasta una saturación profunda, con  $I_E = 200 \mu\text{A}$ , observando  $I_C$  en función de  $V_{BC}$  para diversos valores de  $V_{EC}$ . Calcule  $V_{EB}$ ,  $V_{EC}$  y los componentes  $I_{Cp}$  e  $I'_{Cp}$  si  $V_{BC}$  vale
- 1,
  - 0,

- 0.10 y
- 0.60.

2.7 Deduzca una ecuación que determine  $V_{EB}$  en función de los coeficientes de Ebers-Moll, que se utilizará para representar, en emisor común,  $I_C$  en función de  $V_{EC}$ . Al dibujar las características de salida tenga en cuenta que  $I_B$  es una constante y  $V_{EC}$  una variable.

2.8 Calcule los coeficientes de Ebers-Moll para el dispositivo  $pnp$  ideal del problema 2.2 y analice la característica  $I-V$  de salida en emisor común al funcionar el dispositivo desde la región activa, hasta la de saturación profunda, con  $I_B = 2 \mu\text{A}$ , representando  $I_C$  en función de  $V_{EC}$  para diversos valores de  $V_{CB}$ :

- $V_{CB} = -1$ ,
- $V_{CB} = 0$  (límite entre las regiones de saturación y activa)
- $V_{CB} = +0.45$ . ¿Qué se puede decir sobre el valor de la polarización directa en  $V_{CB}$  necesaria para reducir significativamente  $I_C$  desde su valor en la región activa?

2.9 En muchos dispositivos BJT actuales, para lograr una velocidad muy alta es necesario tener regiones de volumen de emisor muy delgadas (tal dispositivo recibe el nombre de emisor "superficial"). Si el dispositivo es ideal y  $L_E \gg W_E$  para el BJT  $npn$  de la figura P2.9, y  $\Delta n(x'' = W_E) = 0$  debido al contacto de metal,

- Represente los perfiles de portadores minoritarios funcionando en la región activa y deduzca una ecuación para la componente  $I_{Ea}$  de la corriente de emisor.
- Encuentre una ecuación para la corriente total de emisor.
- Obtenga la eficiencia de inyección de emisor.
- Explique qué sucede con la beta del dispositivo cuando se reduce  $W_E$ .

2.10 Respecto al problema 2.9, recientes investigaciones muestran que un emisor de polisilicio (o, más precisamente, un emisor de contactos de polisilicio) permite modificar el perfil de concentraciones de portadores minoritarios en el emisor superficial. Como resultado, se produce un BJT muy rápido, sin reducir significativamente el valor de beta. Si en la figura P2.10 se hace  $L_E \ll W_E$  y  $\Delta n(x'' = W_E) = K$ , y se supone que el polisilicio es muy grueso en comparación con la longitud de difusión de los portadores minoritarios en esa región,

- Trace los perfiles de portadores minoritarios cuando funciona en la región activa y deduzca una ecuación para la componente  $I_{Ea}$  de la corriente de emisor.
- Encuentre una ecuación para la corriente total de emisor.
- Obtenga la eficiencia de inyección de emisor.

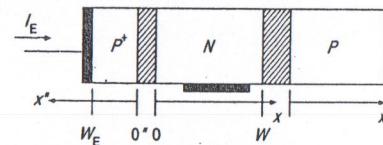


Figura P2.9

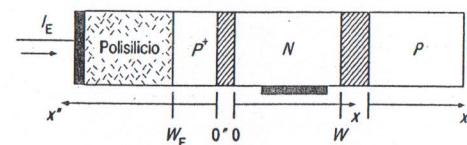


Figura P2.10

### 3 Desviaciones respecto al transistor ideal

El transistor que se presentó en el capítulo 2 describe adecuadamente la mayor parte de los dispositivos reales en todas sus regiones normales de funcionamiento. Sin embargo, para el caso de corrientes y voltajes muy pequeños o muy grandes, las características  $I-V$  de un dispositivo real, fabricado con silicio, difieren de las del dispositivo ideal. El propósito de este capítulo es analizar las razones de esas desviaciones respecto al transistor bipolar ideal.

La primera desviación es que se admite alguna recombinación en la región casi neutra de la base. Se comienza por deducir un conjunto muy general de ecuaciones que requieren funciones hiperbólicas, pero que se aplican a todos los casos posibles de espesor de base y de región de funcionamiento. Se logra una aproximación al ideal si se permite una recombinación de base muy pequeña y se obtiene entonces que el perfil de portadores minoritarios de base es una línea recta. A esto se le puede denominar: BJT "casi ideal". En este capítulo se ve claramente cómo se incrementa la corriente de base, debido a la recombinación de portadores minoritarios en la base.

Análisis comparativos entre la característica  $I-V$  observada y la ideal muestran que las formas básicas de las características son aproximadamente las mismas para dispositivos reales e ideales. Sin embargo, teóricamente se predice una única característica de entrada para voltajes de salida cuyas magnitudes exceden de unos pocos  $kT/q$  volts. En realidad, se observa que las características de entrada cambian cuando el voltaje de salida se hace más negativo; es decir, la unión C-B se polariza más inversamente. Del mismo modo, las características teóricas de salida son planas durante casi todo el intervalo de voltajes de salida. Mientras tanto, las características de salida observadas se desplazan hacia arriba al aumentar el valor del voltaje de salida.

Otras desviaciones respecto al dispositivo ideal son: la generación-recombinación en las regiones de vaciamiento de las uniones E-B y C-B, el voltaje de ruptura de la unión por avalancha, la resistencia serie y los fenómenos de alto nivel de inyección. Todos éstos son similares a los del diodo  $p-n$ . Otros efectos nuevos son la perforación de la base, la aglomeración de corriente y el voltaje de ruptura de colector a emisor.

#### 3.1 RECOMBINACIÓN EN LA BASE

La concentración de portadores minoritarios en la base de un dispositivo  $pnp$ ,  $p_B(x)$ , cambia de una línea recta en una función hiperbólica cuando se admite una recombinación significativa en la región de la base. La deducción completa es muy similar a la del diodo de base media (véanse los problemas del capítulo 3 del libro sobre el diodo pn) con una función  $p_B(x)$  debida a las condiciones de contorno, en la unión C-B.

La determinación comienza por la ecuación de difusión de portadores minoritarios en la base, ecuación (3.1a), que tiene como una solución a la ecuación (3.1b):

621381528  
N479T2

$$\frac{d^2 \Delta p_B(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p_B(x)}{D_B \tau_B} = \frac{\Delta p_B(x)}{L_B^2} \quad (3.1a)$$

$$\Delta p_B(x) = C_1 e^{-x/L_B} + C_2 e^{x/L_B} \quad (3.1b)$$

Las condiciones de contorno se determinan por los voltajes de unión  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$ , ecuaciones (2.9) y (2.10). Para  $x = 0$ ,

$$\Delta p_B(0) = C_1 + C_2 = p_{B0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) \quad (3.1c)$$

y para  $x = W$ ,

$$\Delta p_B(W) = C_1 e^{-W/L_B} + C_2 e^{W/L_B} = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.1d)$$

Las ecuaciones (3.1c) y (3.1d) tienen dos incógnitas y deben resolverse simultáneamente para hallar las constantes  $C_1$  y  $C_2$ . Se puede despejar  $C_1$  de la ecuación (3.1c) y sustituir el resultado en la ecuación (3.1d). Luego se puede determinar  $C_2$  en función de las condiciones de contorno  $\Delta p_B(0)$  y  $\Delta p_B(W)$ . Tras algunas operaciones algebraicas, se obtiene

$$C_1 = \frac{\Delta p_B(0)e^{W/L_B} - \Delta p_B(W)}{e^{W/L_B} - e^{-W/L_B}} \quad (3.2a)$$

Ahora se pueden utilizar tanto la ecuación (3.1c) como la ecuación (3.1d) para hallar  $C_2$  en función de las condiciones de contorno; es decir, tras algunas operaciones algebraicas, se tiene

$$C_2 = \frac{\Delta p_B(W) - \Delta p_B(0)e^{-W/L_B}}{e^{W/L_B} - e^{-W/L_B}} \quad (3.2b)$$

Introduciendo nuevamente  $C_1$  y  $C_2$  en la ecuación (3.1b) se obtiene la ecuación (3.3):

$$\Delta p_B(x) = \left[ \frac{\Delta p_B(0)e^{W/L_B} - \Delta p_B(W)}{e^{W/L_B} - e^{-W/L_B}} e^{-x/L_B} \right] + \left[ \frac{\Delta p_B(W) - \Delta p_B(0)e^{-W/L_B}}{e^{W/L_B} - e^{-W/L_B}} e^{+x/L_B} \right] \quad (3.3)$$

Las ecuaciones hiperbólicas se definen como

$$\operatorname{senh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad y \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Se puede observar que el denominador de la ecuación (3.3) es  $2 \operatorname{senh}(W/L_B)$ . Se extiende la ecuación (3.3) y se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta p_B(x) &= \frac{1}{2 \operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} [\Delta p_B(0)e^{W/L_B} e^{-x/L_B} - \Delta p_B(W)e^{-x/L_B} + \Delta p_B(0)e^{x/L_B} \\ &\quad - \Delta p_B(0)e^{-W/L_B} e^{-x/L_B}] \end{aligned}$$

$$\Delta p_B(x) = \frac{1}{2 \operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} [\Delta p_B(0)(e^{(W-x)/L_B} - e^{-(W-x)/L_B}) + \Delta p_B(W)(e^{x/L_B} - e^{-x/L_B})]$$

que se puede simplificar nuevamente aplicando la definición de  $\operatorname{senh}$ , como se puede ver en la ecuación (3.4):

$$\Delta p_B(x) = \frac{1}{2 \operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \left[ \Delta p_B(0)2 \operatorname{senh}\left(\frac{W-x}{L_B}\right) + \Delta p_B(W)2 \operatorname{senh}\left(\frac{x}{L_B}\right) \right] \quad (3.4)$$

Si se eliminan los factores 2 y se reemplazan las condiciones de contorno  $\Delta p_B(0)$  y  $\Delta p_B(W)$  con sus representaciones de voltaje equivalentes, se obtienen las ecuaciones (3.5a) y (3.5b):

$$\boxed{\Delta p_B(x) = \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \left[ \Delta p_B(0) \operatorname{senh}\left(\frac{W-x}{L_B}\right) + \Delta p_B(W) \operatorname{senh}\left(\frac{x}{L_B}\right) \right]} \quad (3.5a)$$

$$\Delta p_B(x) = p_{B0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) \frac{\operatorname{senh}\left(\frac{W-x}{L_B}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} + p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \frac{\operatorname{senh}\left(\frac{x}{L_B}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \quad (3.5b)$$

La figura 2.6 muestra adecuadamente las concentraciones de huecos para las zonas activa, de saturación y de corte, a medida que  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  varían.

### VÉASE EL EJERCICIO 3.1. APÉNDICE A

Para obtener la corriente de emisor, retornamos a nuestro “plan estratégico” para evaluar las corrientes de electrones y de huecos en cada límite de la región de vaciamiento E-B. Hacemos notar que para el dispositivo *pnp*, la corriente de electrones  $I_E$  será la misma que antes, porque sólo  $p_B(x)$  se cambió respecto a la solución del transistor ideal.

$$I_{Ep} = -qAD_B \frac{d \Delta p_B(x)}{dx} \Big|_{x=0} \quad (3.6)$$

Por lo tanto,  $I_{Ep}$  se obtiene de la ecuación (3.5a) o (b). Como la derivada de  $\operatorname{senh}(x)$  es  $\cosh(x)$  se tiene, de la ecuación (3.6),

$$I_{Ep} = \frac{-qAD_B}{\operatorname{senh}(W/L_B)} \left[ \Delta p_B(0) \cosh\left(\frac{W-x}{L_B}\right) \left[ \frac{-1}{L_B} \right] + \Delta p_B(W) \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) \left[ \frac{+1}{L_B} \right] \right]_{x=0}$$

$$I_{Ep} = qA \frac{D_B}{L_B} p_{B0} \left[ \frac{\cosh\left(\frac{W}{L_B}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \frac{(e^{qV_{CB}/kT} - 1)}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right] \quad (3.7a)$$

(3.7b)

Con la ayuda de la ecuación (2.24) se determina  $I_{Ei}$ , y la corriente total de emisor está dada por

$$I_E = qA \left[ \frac{D_E}{L_E} n_{E0} + \frac{D_B}{L_B} p_{B0} \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \left[ \frac{qAD_B p_{B0}}{L_B \operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.8a)$$

$$I_E = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{L_B N_B} \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{L_B N_B} \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right] \\ \cdot (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.8b)$$

Nótese que las formas de las ecuaciones (3.8a) y (b) son muy similares al caso ideal, ecuaciones (2.32a) y (b).

La corriente de colector se puede determinar en una forma análoga, calculando la ecuación siguiente que está constituida por  $I_{Cn}$  y por  $I_{Cp}$ , respectivamente:

$$I_C = -qAD_B \frac{d\Delta p_B}{dx} \Big|_{x=W} + qAD_C \frac{d\Delta n_C}{dx'} \Big|_{x=0}$$

El resultado es

$$I_C = qA \left[ \frac{D_B}{L_B} p_{B0} \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \\ - qA \left[ \frac{D_C}{L_C} n_{C0} + \frac{D_B p_{B0}}{L_B} \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.9a)$$

$$I_C = qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{L_B N_B} \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{L_B N_B} \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \right] \\ \cdot (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.9b)$$

Como  $I_B = I_E - I_C$ , la ecuación (3.9b) se puede restar de la ecuación (3.8b):

$$I_B = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{L_B N_B} \left( \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) - \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right) \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1)$$

$$+ qn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{L_B N_B} \left( \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) - \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \right) \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.10)$$

Se hace notar que como  $x \ll 1$ ,  $\cosh(x) \approx 1$  y  $\operatorname{senh}(x) \approx x$ , de manera que  $\coth(x) \approx 1/x$ . Por lo tanto, si  $W \ll L_B$  en la ecuación (3.10),

$$\coth\left(\frac{W}{L_B}\right) - \frac{1}{\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right)} \approx \frac{L_B}{W} - \frac{1}{W} \approx 0$$

y se tiende a la ecuación de la corriente de base del BJT ideal, ecuación (2.32c). El término hiperbólico representa obviamente la recombinación de base, que se rotuló como  $I_{B2}$  en la figura 3.1(a). Como se ilustra, deben entrar electrones adicionales en la base para neutralizar los huecos que se recombinan en el ancho de la base  $W$ . Debido a la recombinación de portadores minoritarios, se incrementa la corriente de base ( $I_{B2} > 0$ ) y el factor de transporte de base,  $\alpha_T$ , ha disminuido porque  $I_{Cp} < I_{Ep}$ . También ha disminuido  $\alpha_{cc}$  y, por lo tanto,  $\beta_{cc}$ .

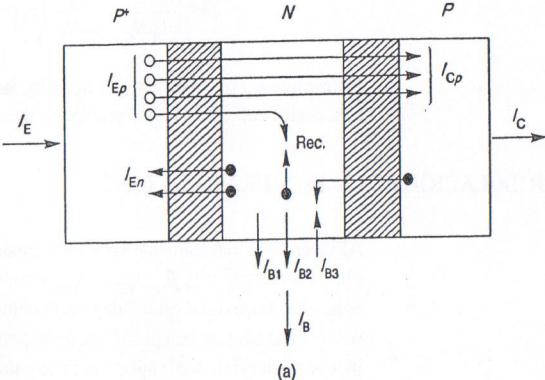
### VÉASE EL EJERCICIO 3.2. APÉNDICE A

#### 3.1.1 Casi ideal

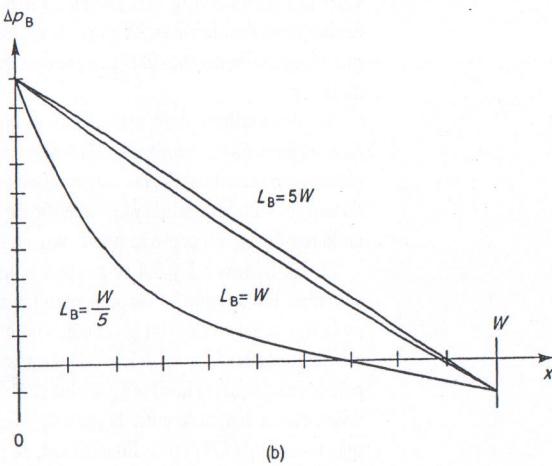
El dispositivo casi ideal resulta como compromiso entre el dispositivo ideal (sin recombinación en  $W$ ) y el caso general, que lleva a funciones matemáticas más bien abstractas. Como para la mayoría de los dispositivos modernos  $W < L_B$ , y sin embargo la recombinación puede ser significativa, se desean simplificar las ecuaciones generales hiperbólicas de corriente. Se presentan dos procedimientos. Como *dispositivo casi ideal* se define el que tiene una distribución en línea recta de la concentración de portadores minoritarios en la base, como se puede ver por la ecuación (2.19), que se representa en la figura 2.5; sin embargo, tiene recombinación en la base ( $I_{B2} \neq 0$ ). Cuando se representa  $\Delta p_B(x)$  para un dispositivo con  $W/L_B$  de aproximadamente un medio, la curva parece aproximarse a una línea recta. Sólo se nota claramente la diferencia cuando se compara con una verdadera línea recta. Pueden verse diversos ejemplos en la figura 3.1. La mayoría de los dispositivos modernos tienen  $W/L_B$  de un décimo o menos, y por lo tanto es razonable suponer una aproximación a la línea recta, además de la recombinación.

Para obtener la componente de recombinación de la corriente de base,  $I_{B2}$ , se determina la carga total inyectada en la base que recombinan en promedio cada  $\tau_B$  segundos y que ha de ser la corriente debida a la recombinación. Con la ayuda de la ecuación (2.19), la carga total inyectada se halla integrando  $\Delta p_B(x)$  y multiplicando por el área:

$$I_{B2} = \frac{\Delta Q_B}{\tau_B} = \frac{qA}{\tau_B} \int_0^W \Delta p_B(x) dx = \frac{qA}{\tau_B} \int_0^W \left[ \Delta p_B(0) - \left( \frac{\Delta p_B(0) - \Delta p_B(W)}{W} \right) x \right] dx \quad (3.11a)$$



(a)



(b)

Figura 3.1 BJT  $p^+np$  en la región activa con la recombinación en la base: (a) flujo de portadores; (b) concentración de huecos para diferentes valores de  $L_B$ .

$$I_{B2} = \frac{qA}{2\tau_B} [\Delta p_B(0) + \Delta p_B(W)] W = \frac{qAW}{2\tau_B} p_{B0} [(e^{qV_{EB}/kT} - 1) + (e^{qV_{CB}/kT} - 1)] \quad (3.11b)$$

Debe notarse que la ecuación anterior es válida para todas las regiones de funcionamiento, y simplemente se suma a la ecuación (2.31), lo que da una corriente de base incrementada a

$$I_B = qA \left[ \frac{D_E}{L_E} n_{E0} + \frac{W}{2\tau_B} p_{B0} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) + qA \left[ \frac{D_C}{L_C} n_{C0} + \frac{W}{2\tau_B} p_{B0} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.12a)$$

Como  $p_{B0} = n_i^2/N_B$  y  $L_B^2 = \tau_B D_B$ , la ecuación (3.12a) se puede escribir en forma diferente. El segundo término dentro de los corchetes es

$$\frac{W}{2\tau_B} p_{B0} = \frac{W}{2L_B^2/D_B} \times \frac{n_i^2}{N_B} = \frac{Wn_i^2 D_B}{2L_B^2 N_B}$$

y por lo tanto

$$I_B = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{L_B N_B} \times \frac{W}{2L_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) + qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{L_B N_B} \times \frac{W}{2L_B} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.12b)$$

Como  $W/L_B \rightarrow 0$ , la corriente de recombinación de base  $I_{B2} \rightarrow 0$ . Para dispositivos típicos, el primer término de la ecuación (3.12a) puede tener valores de  $n_{E0} \sim 10^2$ ,  $p_{B0} \sim 10^4$ ,  $D_E \sim 10$ ,  $L_E \sim 25 \mu m$ ,  $W \sim 1.5 \mu m$  y  $\tau_B \sim 1 \mu seg$ , lo que da

$$D_E n_{E0} / L_E \sim (10 \times 10^2) / 25 \mu m = 4 \times 10^5$$

mientras que  $Wp_{B0}/2\tau_B \sim 1.5 \times 10^{-4} \times 10^4 / 2 \times 10^{-6} = 7.5 \times 10^5$ , lo que indica que  $I_{B1}$  e  $I_{B2}$  tienen dimensiones comparables.

La corriente de emisor en la región activa no se afecta significativamente por la recombinación en la base, por dos razones. Primero,  $I_{B2}$ , igual que  $I_{B1}$ , es mucho más pequeña que la corriente de huecos injectada  $I_{Ep}$ , y además  $I_E \cong I_{Ep}$ . Segundo,  $I_{Ep}$  se determina por la pendiente de  $p_B(x)$  en  $x = 0$ , que no varía mucho del caso ideal de la línea recta. Por lo tanto, no cambiamos  $I_E$  respecto al caso ideal.

Será reducida la corriente de huecos de colector  $I_{Cp}$  porque llegan menos huecos al colector. Los huecos perdidos en recombinación con electrones en la región de volumen de base crean  $I_{B2}$  y, por lo tanto, reducen  $I_C$  en esa magnitud:

$$I_C = I_{C_{ideal}} - I_{B2} \quad (3.13)$$

De la ecuación (2.30),

$$I_C = qA \left[ \frac{D_B p_{B0}}{W} - \frac{W p_{B0}}{2\tau_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qA \left[ \frac{D_C n_{C0}}{L_C} + \frac{D_B p_{B0}}{W} - \frac{p_{B0} W}{2\tau_B} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.14)$$

Nuevamente hacemos notar que

$$D_B/W \sim \frac{20}{10^{-4}} = 2 \times 10^5 \quad y \quad \frac{W}{2\tau_B} \sim \frac{10^{-4}}{2 \times 10^{-6}} = 50$$

e  $I_{B2}$  no modifica significativamente  $I_C$ . Por lo tanto, en el dispositivo casi ideal, en la región activa,

$$I_E \cong I_{E_{ideal}} \quad \text{como en la ecuación (2.27)}$$

$$I_C \cong I_{C_{ideal}} \quad \text{como en la ecuación (2.30)}$$

$$I_B \cong I_{B_{ideal}} + I_{B2} \quad \text{como en la ecuación (3.12)}$$

El transistor bipolar casi ideal es un buen compromiso entre la simplicidad del análisis mediante las componentes de corriente y la exactitud de las relaciones hiperbólicas completas.

### 3.1.2 Transistor casi ideal completo

Otro procedimiento más completo para el dispositivo no ideal, en el que hay alguna recombinación en la base, es el de suponer que  $W/L_B \ll 1$  en las ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.10). El fundamento para este razonamiento es que en la mayor parte de los dispositivos modernos,  $W \approx 0.5 \mu\text{m}$ , mientras que  $L_B \approx 20 \mu\text{m}$ . Las funciones  $\cosh(x)$  y  $\sinh(x)$  para  $x \ll 1$  se pueden descomponer en serie como

$$\cosh(x) \approx 1 + (1/2)x^2 + \dots$$

$$\sinh(x) \approx x + \dots$$

$$\coth(x) \approx \frac{x + (1/2)x^2 \dots}{x \dots} \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{2} \dots \approx \frac{1}{\sinh(x)} + \frac{x}{2}$$

En la ecuación (3.10),

$$\coth(W/L_B) - \frac{1}{\sinh(W/L_B)} \approx \frac{1}{W/L_B} + \frac{W/L_B}{2} - \frac{1}{W/L_B} \approx \frac{W}{2L_B}$$

y

$$I_B = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{L_B N_B} \times \frac{W}{2L_B} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \\ + qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{L_B N_B} \times \frac{W}{2L_B} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.15)$$

que es idéntica a la ecuación (3.12b).

Si se aplica la aproximación hiperbólica a  $I_E$ , ecuación (3.8b), tenemos

$$I_E = qAn_i^2 \left[ \frac{D_E}{L_E N_E} + \frac{D_B}{L_B N_B} \left( \frac{L_B}{W} + \frac{W}{2L_B} \right) \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) \\ - qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{L_B N_B} \times \frac{L_B}{W} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.16)$$

En forma similar, para  $I_C$

$$I_C = qAn_i^2 \left[ \frac{D_B}{L_B N_B} \left( \frac{L_B}{W} \right) \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1)$$

$$- qAn_i^2 \left[ \frac{D_C}{L_C N_C} + \frac{D_B}{L_B N_B} \left( \frac{L_B}{W} + \frac{W}{2L_B} \right) \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.17)$$

Nótese que  $L_B/W \gg W/2L_B$  y, por lo tanto, las ecuaciones (3.16) y (3.17) se reducen a las ecuaciones casi ideales de la sección anterior.

### 3.2 MODULACIÓN DE LA ANCHURA DE LA BASE

Al determinar teóricamente las características ideales en el capítulo 2, se supuso implícitamente que  $\alpha_{ce}, \beta_{ce}, I_{BC0}$  e  $I_{EC0}$  eran constantes e independientes de los voltajes aplicados. Todas estas cantidades son funciones de  $W$ . Se presumió que  $W$ , la anchura casi neutra de la base, es independiente de la polarización. En verdad,  $W$  no es una constante independiente del voltaje aplicado. Si se cambian  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$ , cambian los espesores de las regiones de vaciamiento en las uniones E-B y C-B, lo que modifica a  $W$ , como se puede ver en la figura 3.2(a). Los cambios en las zonas de vaciamiento de la base son especialmente significativos, debido a la estrecha extensión física de la base. Una pequeña modificación de tan sólo  $0.05 \mu\text{m}$  puede significar un porcentaje importante del espesor de la base.

Se puede utilizar ahora este efecto, conocido como *modulación de la anchura de la base* o *efecto Early* (bautizado así en homenaje al ingeniero que por primera vez explicó el fenómeno), para explicar la variación observada en las características de entrada, cuando varía el voltaje de salida y la variación de las pendientes de las características de salida en la región activa, como se puede ver en la figura 3.3.

En las figuras 3.3 y 3.4 se pueden comparar las características  $I-V$  ideales y observadas. En la figura 3.3 se presentan las características en base común, mientras que en la figura 3.4 se muestra las características en emisor común. Como se puede ver en estas figuras, las formas básicas de las características son aproximadamente las mismas para los dispositivos ideales y para los reales. Sin embargo, teóricamente se predice una única característica de entrada para voltajes de salida cuyas magnitudes son mayores que unos pocos  $kT/q$  volts. En realidad, se percibe que las características de entrada se modifican cuando el voltaje de salida ( $V_{CB}$ ) se hace más negativo; es decir, la unión C-B aumenta su polarización inversa. Del mismo modo, las características teóricas de salida son planas en casi todo el intervalo del voltaje de salida. Por otro lado, para una magnitud creciente del voltaje de salida, las características de salida observadas se inclinan hacia arriba.

Como se ve en la ecuación (2.27), repetida aquí como la ecuación (3.18) que describe las características de entrada en base común,  $I_E$  es aproximadamente proporcional a  $1/W$  y, en consecuencia, aumentará tanto como  $W$  disminuya, debido a un valor más negativo de  $V_{CB}$ .

$$I_E = qA \left[ \frac{D_E n_{E0}}{L_E} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \frac{qAD_B}{W} p_{B0} (e^{qV_{CB}/kT} - 1) \quad (3.18)$$

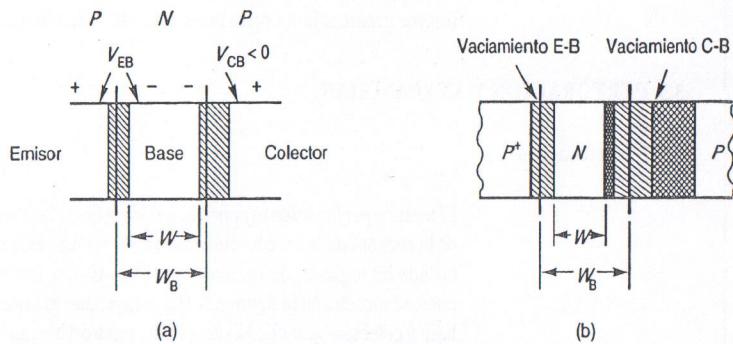


Figura 3.2 Efectos de modulación de la anchura de la base, cuando  $V_{CB}$  se hace más negativa: (a) inicial; (b) aumentando la polarización inversa de la unión C-B.

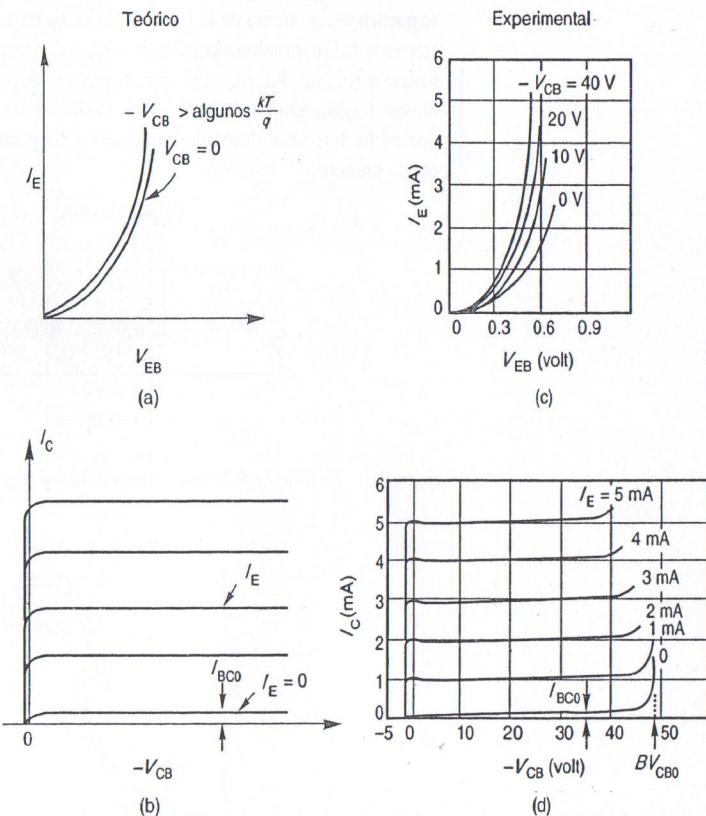


Figura 3.3 Comparación entre ideal y real para dispositivos pnp de base común: (a) característica de entrada ideal; (b) característica de salida ideal; (c) característica de entrada real (experimental); (d) característica de salida real (experimental).

Para  $V_{CB} < -0.1$  volt y  $V_{EB} > 0.1$  volt, la ecuación (3.18) se puede aproximar con

$$I_E \cong qA \left[ \frac{D_E n_{E0}}{L_E} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] e^{qV_{EB}/kT} \quad (3.19)$$

Hay que recordar también que  $p_{B0} \gg n_{E0}$  porque el emisor  $p^+$  está mucho más dopado que la base; por tanto,

$$I_E \cong qA \frac{D_B p_{B0}}{W} e^{qV_{EB}/kT} \quad (3.20)$$

Está claro que la anchura de la base  $W$  disminuye cuando  $V_{CB}$  se hace más negativa, como se ve en la figura 3.2(b); por lo tanto,  $I_E$  ha de ser mayor para un valor fijo de  $V_{EB}$ , como se ve en la figura 3.3(c).

En las características de salida en base común de la figura 3.3 (d) se ven pocos efectos de modulación de base. Cuando  $V_{CB}$  varía, para un valor fijo de  $I_E$ , una inspección de la región activa muestra tan sólo un incremento muy leve de  $I_C$ . Este fenómeno es en cierto modo autocompensatorio, por la condición de corriente fija de emisor. Al reducirse  $W$ ,  $I_E$  tiende a aumentar; por lo tanto,  $V_{EB}$  disminuye para mantener  $I_E$  fija. Como resultado, hay menos huecos inyectados en la base que son la fuente primaria de portadores para  $I_C$ ; es decir,  $I_C$  no se incrementa significativamente.

La pendiente existente para  $I_C$  en función de  $V_{BC}$  se debe a tres posibles fenómenos. El primero es una corriente superficial alrededor de la unión C-B polarizada inversamente, la que en efecto agrega una pequeña conductancia en paralelo con la unión. El segundo fenómeno se produce cuando  $W$  se reduce. Con un  $W$  más pequeño, hay aún menor probabilidad de que haya recombinaciones de huecos en la base, con lo que se aumenta la cantidad de huecos inyectados que alcanzan el colector; es decir, hay un leve incremento de  $I_C$ . El segundo fenómeno se produce solamente en dispositivos donde hay una presencia significativa de recombinación en la base. El tercer fenómeno es similar al que se observa en el diodo de unión polarizada inversamente, donde la generación en la región de vaciamiento aumenta con la corriente de saturación inversa. Cuando  $V_{CB}$  se hace más negativo, se amplía la región de vaciamiento C-B, lo que permite una generación de corriente mayor, y así un incremento en  $I_C$ . Esto sólo se observa para valores pequeños de  $I_E$ .

En las figuras 3.4(c) y (d) aparecen las características de entrada y salida en emisor común, donde se ven los mayores efectos debidos a la modulación del espesor de la base. Se ve que el efecto Early sobre la característica de salida del dispositivo real muestra una pendiente finita en toda la región activa de  $I_C$  en función de  $V_{CE}$  (con un valor fijo de  $I_B$ ). La ecuación (2.31), para la corriente de base ideal, muestra que si  $I_B$  tiene que ser constante en la región activa,  $V_{EB}$  debe ser constante, pues despreciando el último término (porque  $V_{CB}$  es negativo) se obtiene

$$I_B \cong \frac{qAD_E}{L_E} n_{E0} e^{qV_{EB}/kT} + I_{B2} \quad (3.21)$$

De modo similar, la corriente de colector se puede aproximar de la ecuación (2.30) en la región activa donde  $V_{EB} > 0.1$  volt, por

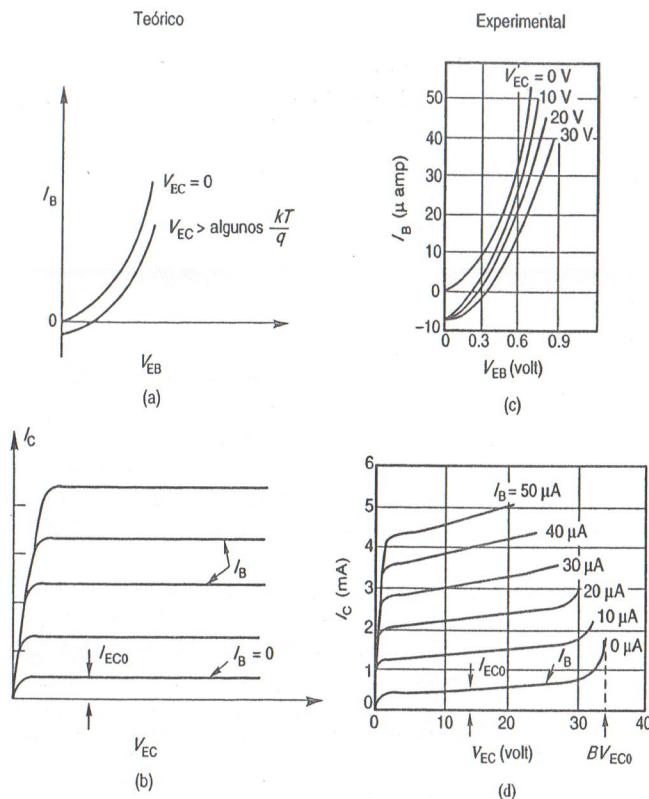


Figura 3.4 Comparación entre dispositivos *pnp* ideales y reales en emisor común: (a) característica de entrada ideal; (b) característica de salida ideal; (c) característica de entrada real (experimental); (d) característica de salida real (experimental).

$$I_C \cong \frac{qAD_B}{W} P_{B0} e^{qV_{EB}/kT} \quad (3.22)$$

Para un aumento de  $V_{EC}$  ( $V_{EB}$  constante),  $V_{CB}$  se hace más negativo y disminuye el espesor de la base  $W$ , lo que produce un incremento de  $I_C$ . Se puede notar que, como  $N_C \ll N_B$ , la mayor parte de la región de vaciamiento C-B está dentro del colector.

La corriente de generación producida en la región de vaciamiento C-B es otro fenómeno importante que contribuye a la pendiente en las características de salida en emisor común. Se generan electrones y huecos, cada uno de los cuales contribuye a un aumento de  $I_C$  al aumentar la región de vaciamiento C-B. No obstante, el mayor incremento es un resultado de los electrones generados que se desplazan hacia la base, donde se convierten en portadores mayoritarios. Esos electrones se suman directamente a los electrones inyectados en la unión E-B, lo que fuerza a un aumento mucho mayor de los huecos inyectados desde el emisor que a su vez se difunden hacia la unión de colector, e incrementa  $I_C$  significativamente. Nótese que este fenómeno del dispositivo es muy similar a la relación entre  $I_{BC0}$  e  $I_{EC0}$  en el sentido de que la "acción de transistor" aumentó el efecto. La figura

3.4(d), para  $I_B = 0$ , muestra el efecto del aumento de la anchura de vaciamiento C-B (mayor generación de portadores) cuando se incrementa  $I_{EC0}$  al aumentar  $V_{EC}$ .

### 3.3 PERFORACIÓN Y AVALANCHAS

#### 3.3.1 Perforación

El término *perforación* (o *penetración*) se refiere a la situación física en que la modulación de la anchura de la base ha alcanzado a  $W \rightarrow 0$ ; esto es, se dice que la base se ha perforado cuando las regiones de vaciamiento E-B y C-B se han tocado entre sí dentro de la base, como se muestra en la figura 3.5. Una vez producida la perforación, las uniones de emisor-base y colector-base quedan acopladas electrostáticamente. Un incremento de  $-V_{CB}$  más allá del punto de perforación produce una reducción del potencial de barrera de la unión E-B, como se muestra en la figura 3.6, lo que permite una gran inyección de huecos (exponencial) directamente desde el emisor hacia el colector. Sólo se necesita un leve aumento de  $V_{BC}$  para que haya un gran crecimiento de  $I_C$ . En las figuras 3.3(d) y 3.4(d) se pueden ver el efecto de la perforación en las características de salida y el rápido incremento de  $I_C$  para valores grandes de  $-V_{CB}$  y  $V_{EC}$ , respectivamente. Decimos "se puede" porque el voltaje  $-V_{CB}$  requerido para la perforación puede ser mayor que el necesario para otro fenómeno que da lugar a un efecto similar de alta corriente llamado *efecto avalancha*. Las zonas de alta corriente se originan por avalancha o por perforación, lo que ocurre primero.

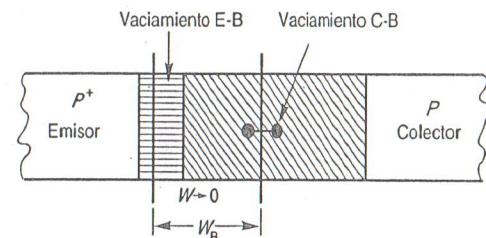


Figura 3.5 Perforación de la base a través de las regiones de vaciamiento de colector y emisor.

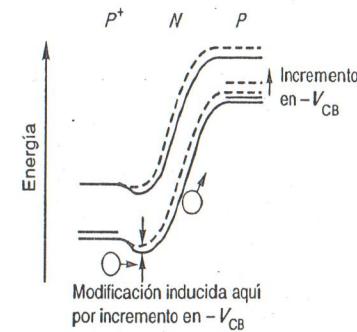


Figura 3.6 Diagrama de bandas de energía para un BJT *pnp* perforado.

### 3.3.2 Ruptura por avalancha

La unión colector-base, polarizada inversamente, es similar al diodo y la avalancha causará que circule una corriente inversa elevada, si el voltaje inverso a través de una unión alcanza el valor en el cual los electrones y huecos, al desplazarse en la región de vaciamiento C-B, adquieren suficiente energía para ionizar átomos de silicio y generar pares electrón-hueco adicionales. Con funcionamiento en la región activa y un voltaje creciente  $-V_{CB}$ , finalmente se alcanza un punto en que la unión colector-base comienza una avalancha (suponiendo, por supuesto, que no se haya producido perforación). Con base en este único razonamiento se esperarían características de salida de la forma que se muestra en la figura 3.7(a) en base común. El *voltaje de ruptura colector-base*,  $BV_{BC0}$ , se define como el voltaje de la unión B-C para el cual  $I_C$  crece con gran rapidez (típicamente en un factor de 10 a 100 sobre el valor a bajo voltaje) con  $I_E = 0$  en circuito abierto. Se hace notar que hay un aumento en  $I_C$  mucho antes de que se produzca un aumento en  $BV_{BC0}$ . En lugar de pensar que la avalancha se produce a un voltaje específico, hay que reconocer que en realidad se produce algún grado de avalancha mucho antes de alcanzar lo que normalmente se denomina voltaje de ruptura. De hecho, hay efecto avalancha antes de percibir ningún incremento de  $I_C$  en el diagrama de  $I_C$  en función de  $-V_{CB}$ .

En la figura 3.7(b) se ilustra la característica de avalancha en emisor común que se distingue por el *voltaje de ruptura colector-emisor*,  $BV_{EC0}$ . Nótese que  $BV_{EC0}$  es mucho menor que  $BV_{BC0}$  y que la avalancha está mucho más extendida. El voltaje de ruptura  $BV_{EC0}$  se define con la base en circuito abierto; es decir, con  $I_B = 0$ . Un poco de efecto avalancha en la unión C-B produce electrones adicionales que entran en la región de la base, se desplazan a través de ésta (como portadores mayoritarios) y proporcionan los electrones adicionales inyectados en el emisor. Los electrones adicionales inyectados provocan un gran incremento en la cantidad de huecos inyectados desde el emisor hacia la base. Estos huecos inyectados se difunden hacia el colector y agregan un gran componente a la corriente de colector. Efectivamente, la corriente de los electrones de la avalancha se multiplica por la "acción de transistor" del dispositivo. Por lo tanto, aun a bajos valores de multiplicación en avalancha se observa un aumento significativo en  $I_C$  en las características de salida de emisor común. Debido a la "acción transistora" de los electrones que alcanzan el emisor,  $BV_{EC0}$  es muy inferior a  $BV_{BC0}$ . El lector debe notar la similitud con los argumentos de  $I_{BC0}$  en función de  $I_{EC0}$  que se presentan en el capítulo 2.

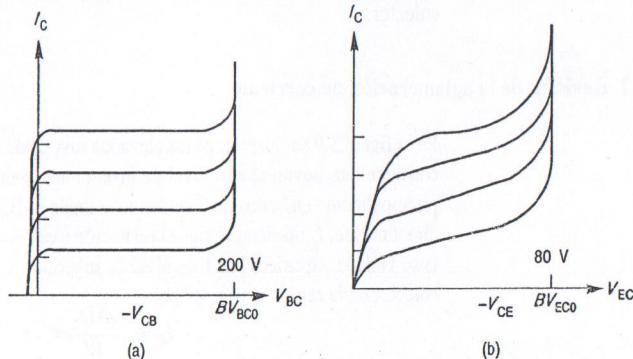


Figura 3.7 Ruptura por avalancha en un BJT *n-p-n*; (a) base común; (b) emisor común.

Como observación final, hacemos notar que cualquier resistencia colocada entre la base y el emisor aumentará el voltaje de ruptura en emisor común. La resistencia E-B "roba" algunos de los electrones de avalancha, impidiéndoles alcanzar el emisor. Con menos electrones para inyección hacia el emisor, se inyectan menos huecos en la base en su contribución a  $I_C$ . El valor de  $R$  controla el voltaje de ruptura, como se indica en la ecuación (3.23):

$$BV_{BC0} > BV_{ECR} > BV_{EC0} \quad (3.23)$$

$R = 0 \quad R = \infty$

En las figuras 2.13 y 2.14 se muestra el efecto de reducción en la cantidad de electrones que alcanzan el emisor, drenándolos a través del terminal de la base. En el caso real, los electrones adicionales se crean, por avalancha, en la región de vaciamiento C-B. Al disminuir  $R$  se retiran más electrones de la región de la base y no pueden utilizarse para inyección hacia el emisor.

### 3.4 EFECTOS GEOMÉTRICOS

En nuestro modelo ideal del transistor bipolar se supuso que el dispositivo era unidimensional. Los transistores reales son siempre tridimensionales. En la figura 1.8 se muestran claramente las dos secciones transversales bidimensionales de un BJT planar y un circuito integrado BJT. La naturaleza tridimensional de un transistor real requiere una revisión del modelo de transistor ideal para tener en cuenta algunos factores.

#### 3.4.1 Área de emisor $\neq$ área de colector

El área de emisor no es igual al área de colector, como se supuso en el modelo simple. Esto aparece en la figura 3.8(a) que utiliza el transistor planar discreto. Se supuso que el área,  $A$ , es la del emisor. Por tanto, la operación inversa resulta afectada porque el área de colector es mayor, pero la operación directa es correcta.

#### 3.4.2 Resistencia en la región de volumen y en el contacto

La corriente de base debe pasar por una región resistiva al abandonar el "corazón" del transistor (líneas punteadas en la figura 3.8b, denominadas *base intrínseca*) y antes de alcanzar el terminal de la base. Por lo tanto, la caída de voltaje sobre la unión es realmente menor que el voltaje terminal  $V_{EB}$ . Esto puede resultar bastante serio, pues la unión E-B está polarizada directamente en condiciones normales de funcionamiento en el modo activo y la corriente de emisor está relacionada exponencialmente con  $V_{EB}$ . Nótese también que el contacto de base  $n^+$  tiene una unión metal-semiconductor. Esta unión es generalmente óhmica (resistencia de contacto) y contribuye a la resistencia serie total de base  $r_B$ .

En la figura 3.8(a) se ilustra la resistencia de volumen de colector,  $r_C$ , que puede ser significativa porque el colector está siempre dopado levemente. Para reducir  $r_C$  se hace el dispositivo planar en una capa epitaxial delgada ( $10 \mu\text{m}$ ) en un sustrato  $p^+$ , como se ve en la figura 1.8(a). El dispositivo en un circuito integrado reduce  $r_C$  al ubicar la "capa enterrada" de material  $n^+$  por debajo de la región de colector. La capa enterrada brinda un camino de baja resistencia al contacto de colector, como se ve en la figura 1.8(b). Aun cuando los emisores estén formados por material fuertemente dopado, el contacto de metal a semiconductor forma una resistencia en serie  $r_E$ .

### 3.4.3 Aglomeración de corriente

Además de una caída de voltaje al ir hacia el corazón del transistor, habrá también una caída de voltaje a lo largo de todas las zonas del emisor junto a la base, debida a la resistencia distribuida de base. El centro del emisor estará menos polarizado directamente que los bordes laterales. Los electrones que cruzan la región de vaciamiento de la unión E-B desde la base ( $I_{B1}$ ) viajan en forma lateral desde el contacto de la base, como se puede ver en la figura 3.8(c). Debido a la resistencia en el material de volumen de la base, los bordes tienen un potencial inferior a causa de la caída IR,  $V$ . Esto lleva a una corriente más elevada alrededor de los bordes que en el centro del emisor, situación conocida como *aglomeración de corriente*. Como la periferia del emisor está más directamente polarizada que el centro, los bordes alcanzan condiciones de alto nivel de inyección a niveles de corriente más bajos.

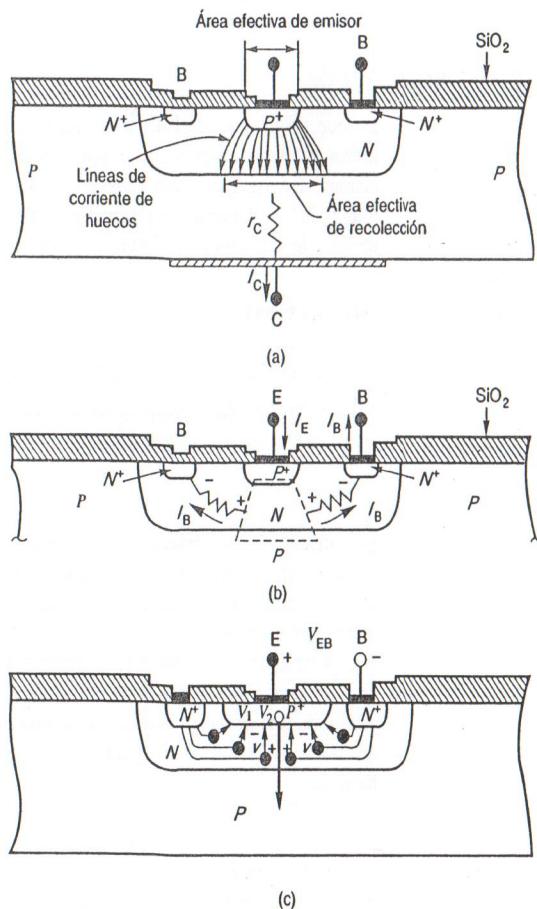


Figura 3.8 Efectos geométricos; (a) área efectiva de emisor  $\neq$  área efectiva de colector; (b) resistencia extrínseca de base; (c) aglomeración de corriente debido a caídas de voltaje laterales en la base;  $V_1 > V_2$ .

Los efectos de la aglomeración de corriente requieren un transistor de potencia que tenga una relación elevada entre perímetro y área, y muchos contactos de base. Con frecuencia se forman contactos de emisor a base interdigitados en una estructura de peine, con 10 a 20 emisores en paralelo y contactos de base entre ellos.

### 3.5 GENERACIÓN-RECOMBINACIÓN EN LA REGIÓN DE VACIAMIENTO

El transistor ideal se definió considerándolo con carencia de generación o recombinación en las regiones de vaciamiento E-B y C-B. Como en el diodo, una unión polarizada inversamente, con generación en su región de vaciamiento, agregará un componente de corriente de generación a la corriente inversa de saturación. Por ejemplo,  $I_{BC0}$  aumentará al generarse electrones y huecos en la región de vaciamiento C-B, que caen por la cima de la barrera de potencial. Nótese también que el componente de generación de la corriente de pérdidas aumentará según  $|V_{CB}|^{1/2}$  (para una unión C-B abrupta). También aumentará la corriente  $I_{EC0}$  por la generación C-B debido a los electrones adicionales disponibles para inyección en la unión E-B.

Una unión polarizada directamente tendrá recombinación en su región de vaciamiento, y por lo tanto tendrá un componente de corriente adicional en las corrientes de emisor y base. En la figura 3.9 se muestra el efecto sobre  $I_B$  para un dispositivo en la región activa, con valores bajos de  $I_B$ . Como  $I_{Eg} \approx I_B$  e  $I_{Eg} \ll I_E$ , la corriente de generación afecta mucho más a  $I_B$  que a  $I_E$ . Los argumentos para explicar la corriente de recombinación en la región de vaciamiento E-B son idénticos a los del diodo. En la figura 3.9 también está representada la corriente de colector, que se ve afectada por las corrientes de recombinación-generación de E-B porque  $I_C$  se debe principalmente a los huecos inyectados en la base que se difunden hacia el colector.

La  $\beta_{ce}$  del transistor es la relación entre  $I_C$  e  $I_B$  en la región activa. Si se representa  $\ln I_C$  en función de  $V_{EB}$  a la misma escala que  $\ln I_B$ , en la figura 3.9 se percibe que la diferencia entre los diagramas es  $\ln \beta_{ce}$ . En la figura 3.10 se representa  $\beta_{ce}$  para muchas décadas de la corriente de colector, transcrita desde la figura 3.9. Se hace notar que a bajos niveles de corriente, la recombinación en la región de vaciamiento E-B produce una reducción de  $\beta_{ce}$ . Al aumentar  $I_C$ , la corriente de recombinación se convierte en una parte más pequeña de la corriente total inyectada, y  $\beta_{ce}$  aumenta. Beta alcanza un pico cuando las corrientes de difusión dominan la unión E-B. Para corrientes muy elevadas,  $\beta_{ce}$  disminuye debido a la inyección de alto nivel y a la resistencia serie de la base y el colector.

#### 3.5.1 Revisión de la aglomeración de corriente

En la figura 3.9 se ilustran, en los elevados niveles de  $I_C$ , los efectos de aglomeración de corriente que llevan al alto nivel de inyección. Como la corriente de colector consiste principalmente en huecos inyectados en la unión E-B y ésta es como un diodo polarizado directamente,  $I_C$  no siempre sigue la ecuación ideal. A cierto nivel de densidad de corriente se viola la suposición de bajo nivel de inyección y, como en el diodo, la corriente de colector en la región activa se hace

$$I_C \approx \frac{qAD_B}{W} e^{qV_{EB}/nkT} \quad (3.24)$$

donde  $n \rightarrow 2$ . La condición de inyección de alto nivel se agrava por la “aglomeración de corriente” en los bordes del emisor; esto es, debido a la resistencia de base lateral los bordes se polarizan más directamente, lo que lleva en niveles bajos de corriente a una condición de alto nivel de inyección. En la figura 3.10 se ilustra la “caída” de  $\beta_{cc}$  para corrientes de colector elevadas. Este efecto puede ser también un resultado de la resistencia de base o de colector.

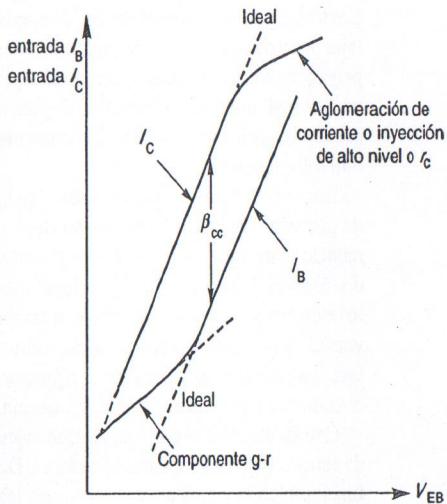


Figura 3.9 *pnp* en la región activa con recombinación en la región de vaciamiento E-B y aglomeración de corriente (o alto nivel de inyección).

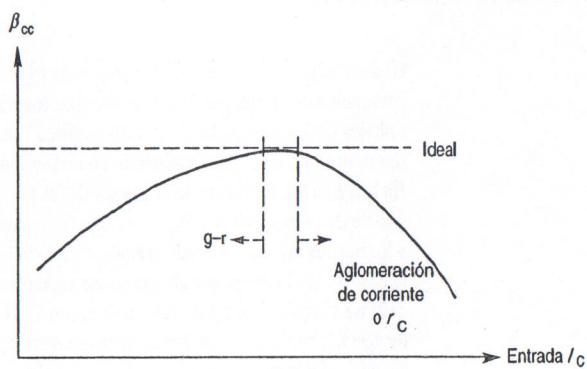


Figura 3.10 Efectos no ideales sobre  $\beta_{cc}$ .

### 3.6 Resumen

En este capítulo se presentaron diversos fenómenos que explican las desviaciones de los transistores bipolares reales respecto al modelo ideal. La recombinación en la región de base casi neutra W se manifiesta en un componente de corriente de base  $I_{B2}$  más elevado. El efecto Early, o modulación de la anchura de base, explica por qué las características de salida tienen una pendiente finita al incrementar  $IV_{CB}I$ . La perforación y la avalancha afectan a las características de salida para voltaje elevado haciendo que  $I_C$  crezca rápidamente. Las diferencias entre  $BV_{CBO}$  y  $BV_{CEO}$  se explicaron con base en la acción transistor en los portadores en avalancha de la unión C-B. Se analizaron los efectos geométricos y las resistencias de volumen y de contacto, y cómo repercuten en las corrientes. Para bajos niveles de corriente se utilizaron la generación y la recombinación en las regiones de vaciamiento con el fin de explicar los cambios en los valores de  $\beta_{cc}$  en función de  $I_C$ . Con altos niveles de inyección, para valores elevados de  $I_C$ , se produce una reducción de  $\beta_{cc}$ .

### Problemas

- 3.1 Considere un *pnp* con recombinación en la base de espesor  $W$ . Si  $W$  se hiciera muy grande en comparación con  $L_B$ ,
  - (a) Describa qué sucedería en el dispositivo.
  - (b) ¿En qué se transformarían las ecuaciones (3.8b), (3.9b) y (3.10) cuando  $W \rightarrow \infty$ ?
- 3.2 Con los datos numéricos de  $\Delta p_B(0) = 7.883 \times 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $\Delta p_B(W) = -6.39 \times 10^3/\text{cm}^3$ , represente, sobre el mismo eje,  $\Delta p_B(x)$  para el dispositivo ideal y para el caso de recombinación en la base. Como ejemplo, haga  $W = 25.4 \mu\text{m}$  y  $L_B = 46.9 \mu\text{m}$ . ¿Qué se puede decir sobre la pendiente de  $\Delta p_B$  en  $x = 0$  y en  $x = W$  en comparación con el ideal? ¿Cuál es el área bajo los dos diagramas?
- 3.3 Deduzca una ecuación para  $I_{B1} = I_{E1}$  si el espesor del emisor es tal que  $W_E$  es aproximadamente igual a  $L_E$ . (Véase la Fig. P3.3).
- 3.4 Utilizando los datos del problema 2.2 aplicados al dispositivo *casi ideal*,
  - (a) calcule  $I_{B2}$  y compárela con  $I_{B1}$  e  $I_{B3}$ .
  - (b) ¿Es significativa la recombinación de base?
  - (c) Calcule  $\alpha_{cc}$  y  $\beta_{cc}$  para el dispositivo casi ideal.
- 3.5 Un dispositivo *p<sup>+</sup>np* ideal en la región activa tiene  $I_E = 961.3 \text{ mA}$  y  $W = 3 \mu\text{m}$ , cuando  $V_{EB}$  es 0.65 volt.

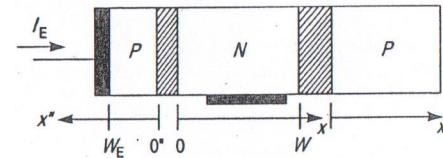


Figura P3.3

- (a) Si se incluyen los efectos de modulación de la anchura de base, ¿cuál es la variación de  $I_E$  con respecto a  $W$ ?
- (b) Si  $W$  queda determinado solamente por  $W_B - x_n$ , donde  $x_n \cong K (-V_{CB})^{1/2}$ , ¿qué ecuación brinda la variación de  $I_E$  respecto a  $V_{CB}$ ?
- (c) Para  $V_{EB}$  fijo, determine una ecuación que proporcione la variación de  $I_B$  respecto a  $V_{EC}$ , si el transistor es casi ideal.
- 3.6 La pendiente del diagrama de  $I_C - V_{EC}$  en la región activa con  $V_{EB}$  constante es consecuencia de la modulación de la anchura de la base. Deduza una fórmula de  $dI_C/dV_{EC}$ , suponiendo una unión abrupta B-C y que  $|V_{CB}| \gg V_{bi}$ .
- 3.7 Explique cómo afecta la recombinación en la base a  $I_{CEO}$  del dispositivo casi ideal, respecto al *pnp* ideal.
- 3.8 Trace un diagrama similar a la figura 2.10 para un dispositivo *n<sup>t</sup>pn* a fin de explicar la diferencia entre  $BV_{CEO}$  y  $BV_{CER}$ .

## 4 Modelos de pequeña señal

Los tres capítulos previos describen la respuesta del transistor bipolar de unión para voltajes y corrientes de cc. Este capítulo se centra en la respuesta de los transistores ante pequeñas señales de voltaje o corriente superpuestas a los valores de cc. El término “pequeña señal” implica que los valores de pico de voltaje o corriente de señal son mucho más pequeños que los valores de cc. Típicamente, esto significa voltajes de señal de algunos milivoltios o menos.

Para representar la respuesta en señal se han desarrollado muchos modelos de circuito de pequeña señal. La representación denominada *modelo híbrido-pi* es muy útil. Este modelo tiene varias ventajas que lo hacen especialmente atractivo para los ingenieros diseñadores de circuitos. Por ejemplo, el modelo relaciona explícitamente los valores de los elementos del circuito de señal con las variables del punto de polarización de cc. Las variaciones con la temperatura de los parámetros del modelo se pueden obtener con igual facilidad; además, para frecuencias típicamente inferiores a 500 mHz, los elementos del circuito son independientes de la frecuencia.

Con los modelos de pequeña señal se calculan las ganancias de señal y las impedancias de entrada y salida de los amplificadores. Debido a que de los transistores bipolares que funcionan en la región activa se obtienen las mayores ganancias de señal y distorsiones mínimas, solamente los modelos de pequeña señal en la región activa, son de especial utilidad. En este capítulo se considera que el transistor estará funcionando en la región activa.

### 4.1 MODELO DE BAJA FRECUENCIA

El desarrollo de un modelo de baja frecuencia para el transistor bipolar comienza con la presunción de una respuesta casi estática de los portadores ante pequeños cambios en los voltajes de los terminales. Por “casi estática” se entiende que los electrones y huecos retornan a su estado casi estacionario en un tiempo muy inferior al del periodo de la señal. En la figura 4.1 se muestra la respuesta de los portadores ante un incremento positivo del voltaje de emisor a base,  $\Delta V_{EB}$ , con un periodo suficientemente largo como para permitir a los huecos inyectados desde el emisor hacia la base y a los electrones inyectados desde la base hacia el emisor, que alcancen su estado estacionario. La figura muestra que en este caso no se aplicó voltaje de señal a la unión C-B. Nótese que con una pendiente mayor de  $p_B(x)$ , la corriente de emisor aumentó en respuesta a  $\Delta V_{EB}$ ; es decir, el valor instantáneo total  $i_E$  se incrementó por encima de  $I_E$  el valor de cc, debido a la componente de señal, donde  $\Delta V_{EB} \equiv v_{eb}$ , por definición. La ecuación (4.1) es una declaración formal de las componentes de la corriente de emisor.

$$i_E = I_E + i_e \quad (4.1)$$

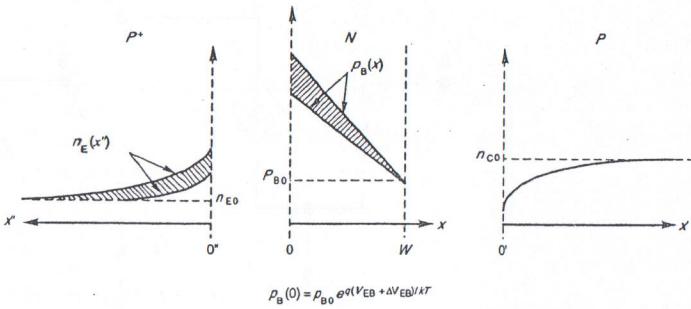


Figura 4.1 Respuesta casi estática a  $V_{eb}$ .

De forma similar, las otras corrientes y voltajes se escriben como

$$v_{EB} = V_{EB} + v_{eb} \quad (4.2)$$

$$i_B = I_B + i_b \quad (4.3)$$

$$i_C = I_C + i_c \quad (4.4)$$

$$v_{CB} = V_{CB} + v_{cb} \quad (4.5)$$

Nuestro objetivo es desarrollar relaciones entre  $i_b$  y  $i_c$  en función de  $v_{eb}$  y  $v_{ec}$ . Esta elección de variables es un poco arbitraria pero muy útil, porque modela al amplificador en emisor común que tiene  $i_b$  como corriente de entrada y  $i_c$  como corriente de salida, con  $v_{eb}$  como voltaje de entrada y  $v_{ec}$  como voltaje de salida.

Las relaciones de Ebers-Moll constituyen un punto de partida conveniente siempre que se supongan respuestas casi estáticas de los portadores en cada región de volumen. En el análisis en señal de baja frecuencia se reemplazan las variables de cc en las ecuaciones de Ebers-Moll [Ecs. (2.45), (2.48) y (2.49)] con las variables instantáneas totales de las ecuaciones (4.1) a (4.5). Antes de realizar esas sustituciones hay que recordar que lo que se busca son modelos de señal útiles para funcionamiento en la región activa. Por lo tanto, se simplifican las ecuaciones de Ebers-Moll para el caso de región activa; es decir, la unión E-B está polarizada directamente y la C-B lo está inversamente, y  $e^{qV_{EB}/kT} \gg 1$  y  $e^{qV_{CB}/kT} \ll 1$ . Las ecuaciones (2.45), (2.48) y (2.49) se aproximan por

$$i_E = I_{F0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - \alpha_R I_{R0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \cong I_{F0} e^{qV_{EB}/kT} \quad (4.6)$$

$$i_C = \alpha_F I_{F0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) - I_{R0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \cong \alpha_F I_{F0} e^{qV_{EB}/kT} - 1 \quad (4.7)$$

$$i_B = (1 - \alpha_F)I_{F0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1) + (1 - \alpha_R)I_{R0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1) \cong (1 - \alpha_F)I_{F0} e^{qV_{EB}/kT} \quad (4.8)$$

donde

$$I_{F0} = qA \left[ \frac{D_E n_{EO}}{L_E} + \frac{D_E p_{BO}}{W} \right] \quad (4.9)$$

y

$$v_{CB} = V_{EB} - V_{EC} \quad (4.10)$$

Las formas generales de las ecuaciones (4.7) y (4.8), tras sustituir las ecuaciones (4.1) a (4.5) y utilizar la ecuación (4.10) para reemplazar  $V_{CB}$  por  $V_{EC}$  son las siguientes:

$$i_C = f_1(V_{EB} + v_{eb}, V_{EC} + v_{ec}) = I_C + i_c \quad (4.11)$$

$$i_B = f_2(V_{EB} + v_{eb}, V_{EC} + v_{ec}) = I_B + i_b \quad (4.12)$$

Si  $v_{eb}$  y  $v_{ec}$  son mucho más pequeñas que  $V_{EB}$  y  $V_{EC}$ , respectivamente, entonces, en la fórmula del desarrollo en serie de Taylor, los términos hasta primer orden de las ecuaciones (4.11) y (4.12) son buenas aproximaciones a los valores instantáneos totales. Matemáticamente, la fórmula de Taylor se plantea como

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{y, x} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x, y} \Delta y + \dots \quad (4.13)$$

Comenzamos por aplicarla a la ecuación (4.11) para la corriente de colector,  $i_C$ , donde  $f_1$  es la forma funcional de la ecuación (4.7) con  $v_{EB}$  reemplazada por  $V_{EB} + v_{eb}$ , y  $v_{EC}$  por  $V_{EC} + v_{ec}$ . En la ecuación (4.13) se hace  $x = V_{EB}$ ,  $y = V_{EC}$ ,  $\Delta x = v_{eb}$  y  $\Delta y = v_{ec}$ , con lo que se llega a la siguiente ecuación para la corriente total de colector:

$$i_C = \underbrace{f_1(V_{EB}, V_{EC})}_{I_C} + \underbrace{\left. \frac{\partial f_1}{\partial V_{EB}} \right|_{V_{EC}, V_{EB}} v_{eb}}_{i_c} + \underbrace{\left. \frac{\partial f_1}{\partial V_{EC}} \right|_{V_{EB}, V_{EC}} v_{ec}}_{i_c} \quad (4.14)$$

Todas las componentes de cc y de señal de la ecuación (4.14) se pueden identificar, pero en esta ocasión sólo nos interesa la componente de pequeña señal. Otra presunción es que las derivadas parciales en la ecuación (4.14) que se evalúan en los valores totales de las variables son aproximadamente iguales a los valores de cc. Como el componente de señal es pequeño, normalmente ésta es una excelente aproximación, siempre que las funciones no varíen con demasiada rapidez (lo que no suelen hacer).

Se analizan los dos últimos términos de la ecuación (4.14), que son solamente de señal y que se repiten en la ecuación (4.15). En el caso de la corriente de señal de colector, las derivadas parciales son cocientes de corrientes entre voltajes y, por lo tanto, representan una forma de conductancia. El primer término es una relación entre una variable de salida ( $i_c$ ) y una variable de entrada ( $v_{eb}$ ), y por tanto es una transconductancia que definimos como  $g_m$ . El segundo término es una relación entre una variable de salida ( $i_c$ ) y una variable de salida ( $v_{ec}$ ), propiamente una conductancia que se define como  $g_0$ , la conductancia de salida.

$$i_c = \left. \frac{\partial f_1}{\partial V_{EB}} \right|_{V_{EC}} v_{eb} + \left. \frac{\partial f_1}{\partial V_{EC}} \right|_{V_{EB}} v_{ec} = g_m v_{eb} + g_0 v_{ec} \quad (4.15)$$

Se hace notar que las dos conductancias se definen en términos de cortocircuitos en la señal:

$$g_m = \frac{i_c}{v_{eb}} \text{ con } v_{ec} = 0$$

y

$$g_0 = \frac{i_c}{v_{ec}} \text{ con } v_{eb} = 0$$

La corriente de base es una variable de entrada y se define como de la forma funcional  $f_2$  aplicada a la ecuación (4.13). La ecuación (4.16) muestra nuevamente la forma de las conductancias y las transconductancias inversa y de entrada,

$$i_B = f_2(V_{EB}, V_{EC}) + \frac{\partial f_2}{\partial V_{EB}} \Big|_{V_{EC}} v_{eb} + \frac{\partial f_2}{\partial V_{EC}} \Big|_{V_{EB}} v_{ec} = I_B + i_b \quad (4.16)$$

donde

$$i_b = \frac{\partial f_2}{\partial V_{EB}} \Big|_{V_{EC}} v_{eb} + \frac{\partial f_2}{\partial V_{EC}} \Big|_{V_{EB}} v_{ec} = (g_\pi + g_\mu)v_{eb} - g_\mu v_{ec} \quad (4.17)$$

Las conductancias de señal incremental se definen como  $g_\pi + g_\mu = i_b/v_{eb}$ , para la *conductancia de entrada* con la señal de salida  $v_{ec} = 0$ , y  $g_\mu = -i_b/v_{ec}$ , con  $v_{eb} = 0$  para la *conductancia de realimentación inversa*.

## 4.2 MODELO HÍBRIDO-PI DE BAJA FRECUENCIA

El modelo híbrido-pi es el más popular de los diversos modelos posibles en señal de baja frecuencia para el transistor bipolar. En la figura 4.2(a) se presenta el modelo simple e ideal del dispositivo en baja frecuencia. Si se supone un transistor bipolar sin modulación del espesor de la base, entonces  $W$  es una constante en la ecuación (4.9) e  $I_F0$  es una constante independiente de  $v_{EB}$  y  $v_{EC}$ . Se aplica la ecuación (4.15) a la ecuación (4.7) y, utilizando la ecuación (4.6) para  $I_E$ , se hallan  $g_m$  y  $g_0$ , como sigue:

$$g_m = \frac{\partial I_c}{\partial V_{EB}} \Big|_{V_{EC}} = \alpha_F I_F0 \frac{q}{kT} e^{qV_{EB}/kT} = \alpha_F \frac{q}{kT} I_E = \frac{q}{kT} I_C$$

$$g_m = \frac{qI_c}{kT} \quad (4.18)$$

$$g_0 = \frac{\partial I_c}{\partial V_{EC}} \Big|_{V_{EB}} = 0 \quad (4.19)$$

Nótese la ausencia de  $g_0$  en la figura 4.2(a). Aplicando en forma similar la ecuación (4.17) a la ecuación (4.8) se logran  $g_\pi$  y  $g_\mu$ :

$$g_\pi = \frac{1}{r_\pi} = \frac{\partial I_B}{\partial V_{EB}} \Big|_{V_{ec}} = (1 - \alpha_F) I_F0 \frac{q}{kT} e^{qV_{EB}/kT} = \frac{q(1 - \alpha_F)}{kT} \quad (4.20)$$

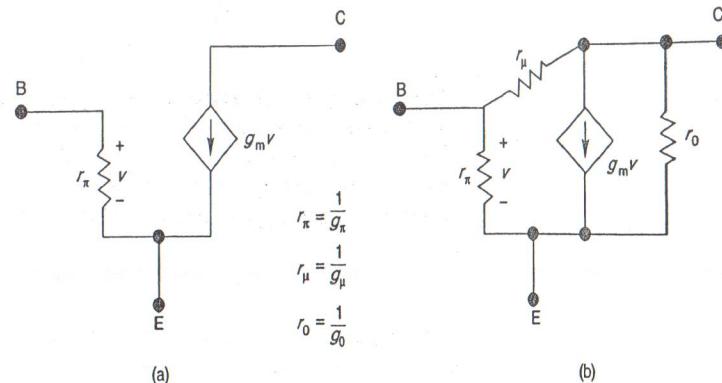


Figura 4.2 Modelos híbrido-pi: (a) modelo ideal de baja frecuencia; (b) modelo no ideal de baja frecuencia con modulación de la anchura de la base.

$$r_\pi = \frac{kT}{q(1 - \alpha_F)I_E} = \frac{kT\alpha_F}{q(1 - \alpha_F)I_E} = \frac{kT\beta_F}{qI_C} = \frac{\beta_F}{g_m}$$

$$r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m} \quad (4.21)$$

donde

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} \quad (4.22)$$

Se hace notar que

$$g_\mu = \frac{\partial I_B}{\partial V_{EC}} \Big|_{V_{EB}} = 0$$

Es importante resaltar que este modelo tiene un camino de transmisión de señal perfecto (ideal) de la entrada a la salida sin realimentación inversa; es decir, un recorrido de señal unilateral. El parámetro  $\beta_F$  es aproximadamente igual a  $\beta_{ac}$  en la región activa y a veces se expresa como  $\beta_0$ , la *beta en señal de baja frecuencia* del dispositivo.

### 4.2.1 No ideal

Un transistor bipolar que tiene modulación de la anchura de base tendría el circuito equivalente de baja señal de la figura 4.2(b). En este caso  $W$  es una función de  $v_{EB}$  y  $v_{EC}$  (vía  $v_{CB}$ ), y  $g_\mu$  y  $g_0$  no son cero. En la mayor parte de los casos prácticos,  $g_\mu$  es al menos 100 veces más pequeño que  $g_0$  y frecuentemente se le ignora en algunas aplicaciones de circuito.

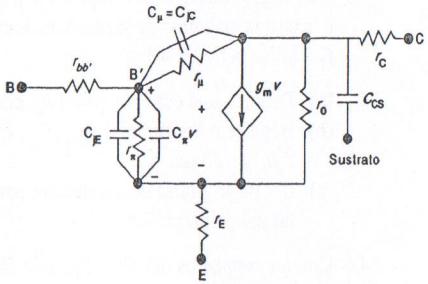


Figura 4.3 Modelo híbrido- $\pi$  de alta frecuencia.

#### 4.3 MODELO HÍBRIDO-PI DE ALTA FRECUENCIA

El modelo de alta frecuencia para un transistor bipolar se puede desarrollar sobre las líneas establecidas para la unión  $p-n$ , pues la C-B es un diodo polarizado inversamente y la E-B es un diodo polarizado directamente. Se podría esperar que la unión C-B tuviera una capacidad de vaciamiento variable de acuerdo con el voltaje aplicado, del mismo modo que un diodo polarizado inversamente. En la figura 4.3 aparece el modelo híbrido- $\pi$  de alta frecuencia con una capacidad de vaciamiento  $C_{\mu C} = C_{\mu}$  entre el colector y la base intrínseca B'. La dependencia con el voltaje es la de un diodo C-B polarizado inversamente:

$$C_{\mu} = \frac{C_{\mu 0}}{\left[1 - \frac{V_{CB}}{V_{bic}}\right]^m} = C_{\mu C} \quad (4.23)$$

donde

$C_{\mu 0}$  es la capacidad de polarización cero, similar a  $C_{j0}$  para la unión  $p-n$ ;  
 $V_{bic}$  es el potencial interno de la unión B-C, idéntico a la  $V_{bi}$  del diodo; y  
 $m = 1/2$  a  $1/3$ , según el perfil de impurezas en la unión ( $1/3$  para dopado lineal,  $1/2$  para uniforme).

La unión E-B tiene una capacidad de vaciamiento similar a  $C_{je}$ , con definiciones análogas a las de la ecuación (4.23)

$$C_{je} = \frac{C_{je0}}{\left[1 - \frac{V_{EB}}{V_{bie}}\right]^m} \quad (4.24)$$

donde

$C_{je0}$  es la capacidad de vaciamiento E-B de polarización cero,  
 $V_{bie}$  es el potencial interno de la unión E-B; y  
 $m = 1/2$  para dopado uniforme y  $1/3$  para dopado lineal.

En la figura 4.3 aparece la resistencia de base extrínseca,  $r_{bb'}$ , que se analizó en el capítulo 3 como  $r_B$  y que es en principio la resistencia de contacto metal-semiconductor, más alguna resistencia de la región de volumen de base. La resistencia  $r_C$  de la figura 4.3

comprende resistencias de volumen y de contacto de la región de colector. Un dispositivo bien diseñado minimiza  $r_{bb'}$  y  $r_C$ . En dispositivos de IC la capacidad colector-sustrato también está presente y es una capacidad de vaciamiento con una dependencia similar a las ecuaciones (4.23) y (4.24).

La unión emisor-base es una unión polarizada directamente y tiene, además de  $C_{je}$ , una capacidad de difusión similar a la del diodo en polarización directa. En la deducción de la capacidad de difusión del diodo  $C_D$ , se consideró que la región  $n$  tenía una longitud muy superior a una longitud de difusión de los portadores minoritarios. Para el transistor  $pnp$ , la región de la base es muy inferior a una longitud de difusión y en consecuencia hay que modificar nuestra capacidad. Un diodo  $p^+ - n$  a frecuencias donde  $\omega r_p < 1/2$ , tiene

$$C_D \cong \frac{G_0 \tau_p}{2} = \frac{qI}{kT} \frac{\tau_p}{2}$$

El tiempo de vida de los portadores minoritarios es el tiempo medio en que un portador minoritario permanece con vida antes de recombinarse. En un transistor se puede modificar esto para hacerlo igual al tiempo medio que requiere un portador minoritario para atravesar el ancho de la base  $W$  en su camino hacia el colector, denominado *tiempo de tránsito en la base*,  $\tau_t$ . Entonces, la capacidad de difusión es

$$C_{\pi} = \frac{qI_E}{kT} \tau_t \cong g_m \tau_t \quad (4.25)$$

En la mayor parte de los casos, cuando la polarización directa de la unión E-B es razonable,  $C_{\pi}$  es mucho mayor que  $C_{je}$ .

El modelo híbrido- $\pi$  completo de la figura 4.3 es el adecuado para la mayor parte de los dispositivos con frecuencias hasta de varios centenares de megahertz. Para frecuencias mayores, el modelo no contempla el suficiente desplazamiento de fase entre las corrientes de colector y base. Esto se debe principalmente a nuestra suposición de que  $\omega r < 1$ . Se encuentra el mismo problema que con el diodo; es decir, la admittance es compleja y  $C_{\pi}$  varía con la frecuencia. Hay que modelar la región de la base en forma similar a una línea de transmisión y el resultado será un desplazamiento de fase adicional para  $i_c$ . Se podría intentar modelar  $C_{\pi}$  con un condensador dependiente de la frecuencia, pero el análisis circuital de un dispositivo así se convierte en una pesadilla. Para modelos adicionales, véanse las lecturas recomendadas (Ap. C).

#### 4.4 Resumen

El modelo de baja señal más utilizado para un transistor bipolar es el modelo híbrido- $\pi$ , que relaciona las señales de entrada  $i_b$  y  $v_{eb}$  con las señales de salida,  $i_c$  y  $v_{ec}$ . Suponiendo que los portadores se comportan casi estáticamente, el modelo de baja frecuencia se puede desarrollar con ayuda de la fórmula de Taylor del desarrollo en serie para las ecuaciones de Ebers-Moll. Los modelos en la región activa, que son los más útiles, nos permitieron simplificar las ecuaciones de Ebers-Moll y evitar la generación de ecuaciones matemáticas

complejas. Se supuso que no hay modulación del espesor de la base en el modelo de baja frecuencia ideal; por lo tanto,  $W$  e  $I_{F0}$  son constantes independientes de los voltajes de la unión. El modelo ideal se describió con dos elementos de circuito solamente, una resistencia  $r_\pi$  y una transconductancia  $g_m$ .

El modelo de baja frecuencia con modulación de la anchura de base tiene dos elementos adicionales,  $g_0$  y  $g_\mu$ , las conductancias de salida y de realimentación, respectivamente. Ambos elementos representan desviaciones respecto al ideal.

Extendiendo el modelo de baja frecuencia se obtuvo un modelo de alta frecuencia para incluir capacidades. La unión C-B se modeló con una capacidad de vaciamiento; la E-B con una capacidad de vaciamiento y otra de difusión. Para completar el modelo se agregaron dos resistencias, de volumen y de contacto, en serie con la base y el colector. Para frecuencias típicamente por debajo de varios centenares de megahertz, el modelo híbrido-pi es una excelente representación del dispositivo real.

## Problemas

### 4.1 Para el BJT $p^+np$ de baja frecuencia:

- Determine el modelo híbrido-pi para un BJT ideal si  $I_C = 1 \text{ mA}$ ,  $\beta_F = 200$  y  $kT = 0.026 \text{ eV}$ .
- Represente  $g_m$  en función de  $I_C$  para los casos ideal y no ideal, sobre el mismo eje.
- Repita el punto (b) para  $r_\pi$  en función de  $I_C$ .

### 4.2 El BJT $p^+np$ tiene modulación de la anchura de la base, en la cual el espesor de la base casi neutra está afectado principalmente por $V_{CB}$ . Si $W = W_{BB} - K_1[|V_{CB}|]^{1/2}$ :

- Deduzca un conjunto de ecuaciones para los parámetros del modelo híbrido-pi de baja frecuencia  $g_m$  y  $g_0$ .
- Analice cómo el incremento del dopado de la base afecta los parámetros del modelo.

### 4.3 Aplique la ecuación (4.13) a la función $i = 2x^2 + 3xy^3 + 3$ :

- Si  $x = 1.0 + 0.01$  y  $y = 2 + 0.02$ , calcule el valor exacto de  $i$  y compárelo con el resultado de la fórmula de Taylor. ¿Cuál es el porcentaje de error?
- En el punto (a), evalúe exactamente las derivadas parciales en  $x = 1.01$  e  $y = 2.02$  y compárelas con las aproximaciones de  $x = 1$  e  $y = 2$ .

### 4.4 Para un BJT $n^+pn$ que tiene $\beta_F = 150$ , $C_{\mu 0} = 2 \text{ pF}$ , $C_{JE0} = 10 \text{ pF}$ , $V_{bic} = 0.7 \text{ volt}$ , $V_{bie} = 0.9 \text{ volt}$ , $m = 1/2$ y $\tau_i = 10^{-8} \text{ seg}$ :

- Determine el modelo de alta frecuencia para  $I_E = 1 \text{ mA}$ ,  $V_{BE} = 0.35$  y  $V_{BC} = -3 \text{ volt}$ .
- Repita el punto (a) con  $I_E = 0.1 \text{ mA}$  y  $V_{BC} = -5 \text{ volt}$ .

4.5 Una medida efectiva del comportamiento del BJT en alta frecuencia es la frecuencia a la cual la magnitud de la ganancia de corriente en señal es la unidad, denominada  $f_T$ . Utilice la figura 4.3 y:

- Deduzca una ecuación para  $i_c/i_b$ , con  $v_{ec} = 0$ .
  - Haga cero los valores  $r_C$ ,  $r_E$ ,  $C_{je}$ ,  $C_\pi$  y  $r_{bb}$ . Determine la frecuencia a la cual  $|i_c/i_b| = 1$ , o sea,  $f_T$ .
  - Use un programa de computador para simular un circuito y halle  $f_T$  para la parte (a) del problema 4.4.
- 4.6 Con los resultados del libro *El diodo PN de unión*, deduzca una ecuación para el espesor de la base en función de los voltajes de las uniones E-B y C-B; suponga un dopado uniforme en todas las regiones del BJT.

# 5 Transitorios de conmutación

La electrónica digital requiere que un transistor conmute rápidamente desde el corte hasta la saturación pasando por la región activa. Después el transistor se comuta desde saturación y retorna a la región de funcionamiento en corte. La física del dispositivo que interviene en tales transitorios de grandes señales afecta la velocidad de conmutación y, por lo tanto, el diseño de circuito en el caso de los de lógica bipolar. Para ser más específicos, la velocidad a la cual se puede conmutar un elemento lógico está determinada por la rapidez con que el dispositivo puede conmutarse y por la duración del tiempo de retardo en el camino de la señal. Los objetivos de este capítulo son desarrollar un modelo para determinar el almacenamiento de carga de portadores minoritarios, aplicable a la conmutación de gran señal, y hallar las corrientes terminales como funciones del tiempo para los transitorios a saturación y a corte.

## 5.1 MODELO DE CONTROL DE CARGA

La deducción de las concentraciones de portadores minoritarios para un dispositivo *pnp*, la cual se presentó en el capítulo 2, llevó a obtener  $p_B(x)$ , que se puede ver en la figura 5.1(a) para las regiones de corte, de saturación y activa. Para simplificar las deducciones y concentrarnos en los conceptos más importantes de conmutación del dispositivo, se supone que éste es del tipo *p<sup>+</sup>np<sup>+</sup>*. Utilizando un emisor y colector fuertemente dopados se provoca que la concentración de portadores minoritarios en la base sea mucho mayor que la de electrones portadores minoritarios en las regiones de volumen *p<sup>+</sup>*, como se puede ver en la figura 5.1(b) para el caso de saturación. Por lo tanto, cuando se comuta desde saturación hacia corte o viceversa, el componente más grande de carga que debe cambiarse son los huecos acumulados en la región de la base, como indican las áreas con rayado cruzado de la figura 5.1(b). Se supone que el transistor bipolar *p<sup>+</sup>np<sup>+</sup>* puede ser aproximado por la concentración de huecos que aparece en la figura 5.1(c). Nótese que, como  $\Delta p_B(x)$  es aproximadamente una línea recta, la concentración de huecos inyectada puede dividirse en dos partes. La primera, denominada  $Q_N$ , es la carga total inyectada en la base cuando  $V_{CB} = 0$  y  $V_{EB} > 0$ . La segunda es  $Q_I$ , la carga total inyectada en la base cuando  $V_{CB} > 0$  y  $V_{EB} = 0$ . Si la carga de huecos total en la base es  $Q_B$ , entonces

$$Q_N = qA \frac{W}{2} \Delta p_B(0) \quad (5.1)$$

$$Q_I = qA \frac{W}{2} \Delta p_B(W) \quad (5.2)$$

$$Q_B = Q_N + Q_I \quad (5.3)$$

Debemos recordar que las condiciones de contorno en los límites de la región de volumen de base son  $\Delta p_B(0) = p_{B0}(e^{qV_{EB}/kT} - 1)$  y  $\Delta p_B(W) = p_{B0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$ .

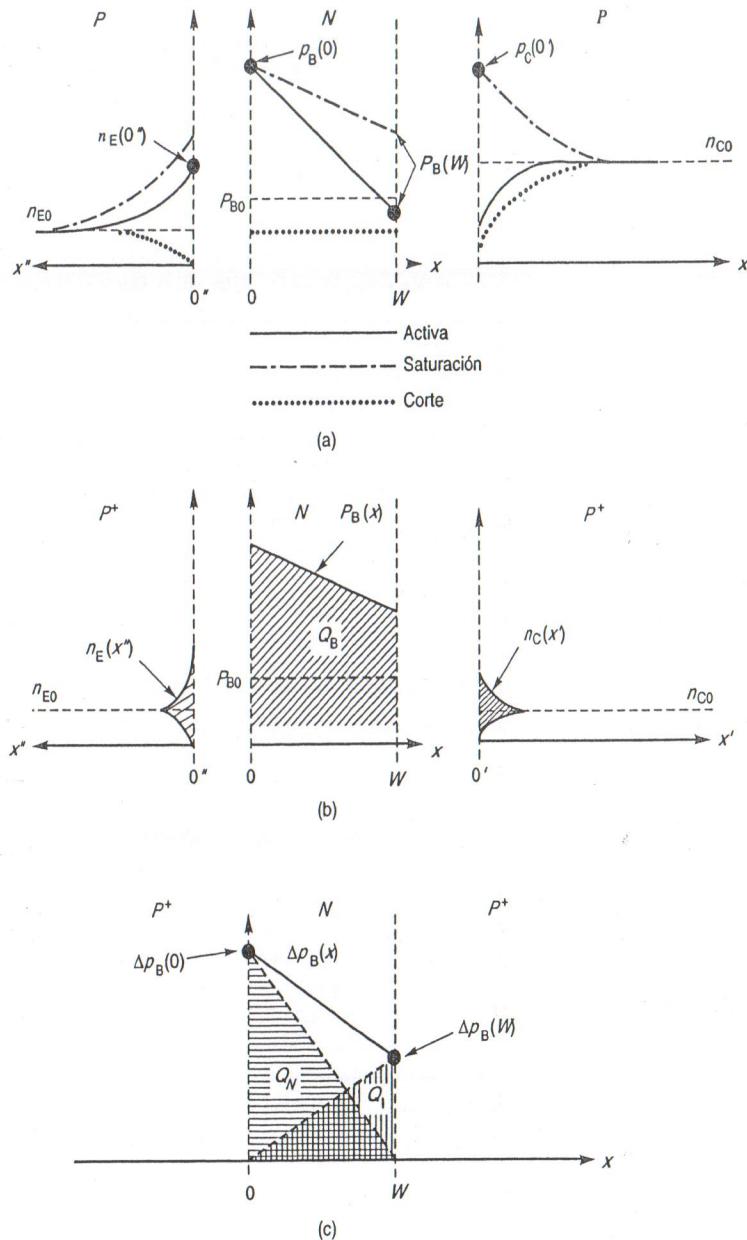


Figura 5.1 (a) Concentración de portadores minoritarios en un transistor  $pnp$ ; (b) carga eliminada en  $p^+pn+p^+$  al comutar desde la región de saturación a la de corte; (c) componentes de carga en la base en la región de saturación.

Para el dispositivo  $p^+np^+$  en saturación, la corriente de emisor es determinada inicialmente por la pendiente de  $\Delta p_B(x)$  en  $x = 0$  y la corriente de colector por la pendiente en  $x = W$ , porque las componentes de electrones son muy pequeñas debido a las uniones  $p^+ - n$  y  $n - p^+$ . Las corrientes de base debidas a los electrones inyectados desde la base a las regiones  $p^+$  son también pequeñas y se les desprecia. Por lo tanto, la corriente de base se debe principalmente a la recombinación de huecos en la base; es decir,  $I_B \approx Q_B / \tau_B$ .

Un amplificador en emisor común tiene  $i_B(t)$  como variable de entrada, que en nuestro caso controla el sedimento de carga de base. El ritmo de variación de  $Q_B(t)$  en cualquier instante de tiempo está determinado por  $i_B(t)$ , agregando carga a la región de la base y quitándola por recombinación. Argumentos similares a los del diodo  $p^+ - n$  (véase la sección 6.2 del libro *El diodo PN de unión*) indican la carga de base por determinar mediante

$$\frac{dQ_B(t)}{dt} = i_B(t) - \frac{Q_B(t)}{\tau_B} \quad (5.4)$$

La carga de base se modifica por corriente de difusión y por recombinación.

La corriente de colector,  $i_C(t)$ , es la variable de salida de un transistor bipolar conectado en emisor común. En caso de funcionamiento en la región activa,  $\Delta p_B(W) \approx 0$  y  $Q_B \approx Q_N$ . La corriente de colector se puede determinar por la carga total en la base, que debe transferirse al colector cada  $\tau_t$  segundos, donde se define  $\tau_t$  como el *tiempo de tránsito en la base*.\* La corriente de colector es

$$i_C(t) = \frac{Q_N(t)}{\tau_t} = \frac{Q_B(t)}{\tau_t} \quad (\text{región activa}) \quad (5.5)$$

El fundamento para la definición de la *carga de base en el límite de saturación*,  $Q_{\text{sat}}$ , para un dispositivo  $p^+np^+$  en el umbral de saturación, donde  $V_{CB} = 0$  y  $V_{EB} > 0$ , se encuentra por inspección de la figura 5.1(c) como

$$Q_{\text{sat}} = Q_N = I_{\text{Csat}} \tau_t \quad (\text{límite de saturación}) \quad (5.6)$$

donde cualquier  $V_{CB} > 0$  requiere que  $Q_B > Q_{\text{sat}}$ . Debe notarse que un valor mayor de  $I_{\text{Csat}}$  necesita un valor mayor de  $Q_B = Q_{\text{sat}}$ .

## 5.2 TRANSITORIO A SATURACIÓN

La conmutación de un transistor desde corte hasta saturación se denomina *transitorio a saturación*. Generalmente esto se logra utilizando un circuito similar al que aparece en la figura 5.2(a). Cuando  $V_S$  está en cero o en un valor negativo, el transistor está en "off" cortado en la región de funcionamiento de corte, y  $v_{EC} \equiv V_{CC}$  con  $i_C \equiv 0$ , como se indica en el punto A de la figura 5.2(b). Cuando  $V_S$  se torna positivo se incrementa la corriente

\* El tiempo de tránsito,  $\tau_t$ , es también el tiempo medio que requiere un portador minoritario para atravesar la región de la base.

de base, y  $v_{EC}$  disminuye hacia el punto B, desde corte hasta saturación a través de la zona activa.

Se analiza el caso en que  $V_S \gg v_{EB}$ ; entonces  $i_B \cong V_S/R_S = I_B$ . Es decir, la corriente de base es una constante. Si se aplica la ecuación (5.4) se obtiene

$$\frac{dQ_B(t)}{dt} = I_B - \frac{Q_B(t)}{\tau_B} \quad (5.7)$$

y si  $Q_B = 0$  antes de que se comute la corriente de base,<sup>\*</sup> la solución de la ecuación (5.7) es

$$Q_B(t) = I_B \tau_B (1 - e^{-t/\tau_B}) \quad (5.8)$$

En la figura 5.2(c) hay una representación de  $Q_B(t)$ . Nótese que para  $Q_B < Q_{sat}$  el transistor se comuta a través de la zona activa en su recorrido hacia la saturación, y  $Q_B(t) \cong Q_N(t)$ . De la ecuación (5.5) se obtiene la corriente de colector,  $i_C(t)$ , como

$$i_C(t) = \frac{Q_B(t)}{\tau_t} = \frac{I_B \tau_B}{\tau_t} (1 - e^{-t/\tau_B}), \quad Q_B \leq Q_{sat} \quad (5.9)$$

Para la mayoría de los dispositivos,  $\tau_B$  es mucho más grande que  $\tau_t$ . De hecho, cuando  $t \rightarrow \infty$ ,  $i_C \rightarrow I_C$ , y de la ecuación (5.9),  $I_C/I_B = \tau_B/\tau_t = \beta_f$ , siempre que  $Q_B(\infty)$  no alcance  $Q_{sat}$  y que el dispositivo se mantenga en activa. En la figura 5.2(c) aparece representado el caso general de  $i_C$ , donde  $t_r$  es el tiempo que tarda en llegar al límite de saturación. Se puede hallar  $t_r$  igualando  $I_{Csat}$  de la ecuación (5.6) con la de la ecuación (5.9), con  $t = t_r$ :

$$I_{Csat} = \frac{Q_{sat}}{\tau_t} = \frac{I_B \tau_B}{\tau_t} (1 - e^{-t_r/\tau_B}) \quad (5.10)$$

Despejando  $t_r$  mediante logaritmos naturales,

$$t_r = \tau_B \ln \left[ \frac{1}{1 - \frac{I_{Csat} \tau_t}{I_B \tau_B}} \right] \quad (5.11)$$

donde

$$I_{Csat} = \frac{V_{CC} - V_{ECsat}}{R_L} \cong V_{CC}/R_L \quad (5.12)$$

y

$$I_B = \frac{V_S - v_{EC}}{R_S} \cong V_S/R_S \quad (5.13)$$

Si se inspecciona la ecuación (5.11) se ve que un valor más pequeño de  $I_{Csat}$  o uno más grande de  $I_B$  reducen  $t_r$  a un valor más pequeño respecto a  $\tau_B$ .

\*O bien  $V_{EB}$  y  $V_{CB}$  son cero, o se desprecia la carga de vaciamiento ( $Q_B < 0$ ) por ser pequeña comparada con la región activa  $Q_B$ .

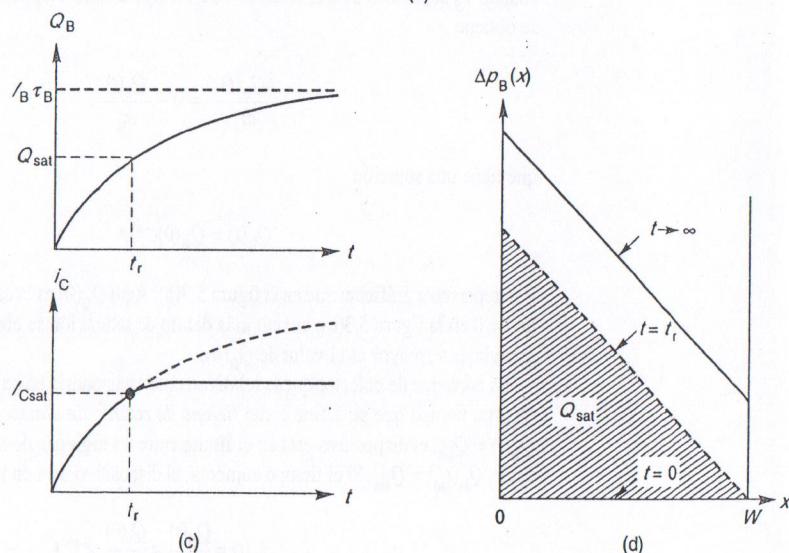
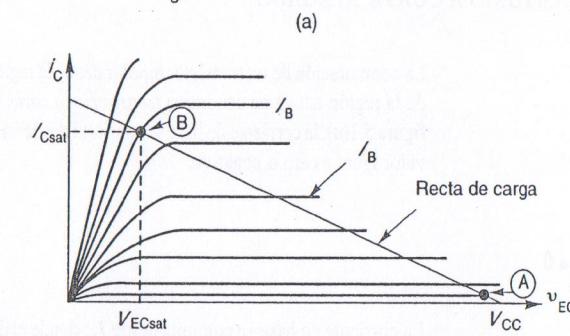
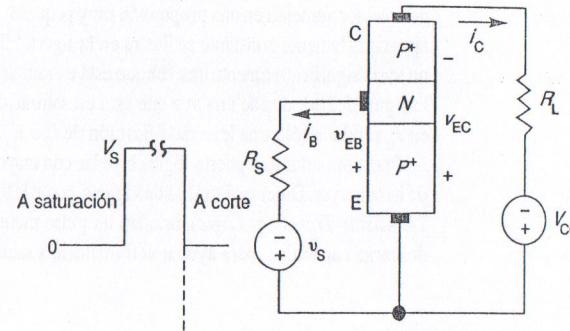


Figura 5.2 Transistor a saturación: (a) circuito; (b) característica de salida; (c) carga en la base y corriente de colector; (d) carga inyectada en la base.

En la figura 5.2(c) se puede ver que una vez que el valor de  $Q_B$  alcanza  $Q_{\text{sat}}$ , la corriente de colector aumenta en una proporción muy pequeña. Un modo de comprobar que  $I_{C\text{sat}}$  es aproximadamente constante se ilustra en la figura 5.2(d), donde la pendiente de  $\Delta p_B(W)$  no varía significativamente una vez que está en saturación. Otro modo es el que aparece en la figura 5.2(b), donde una vez que está en saturación, cualquier incremento posterior en  $I_B$  produce sólo una leve modificación de  $i_C$  o  $v_{EC}$ .

Para conmutar una puerta lógica bipolar con mayor rapidez se requiere una corriente de base mayor. Diversas familias de lógicas, como la lógica de transistor a transistor (TTL, *Transistor-Transistor Logic*), brindan un pulso momentáneo de corriente mediante una descarga capacitiva, para ayudar al transitorio a saturación.

### 5.3 TRANSITORIO A CORTE APAGADO

La conmutación de un transistor bipolar desde la región de saturación hasta corte a través de la región activa se denomina *transitorio a corte*. Para el caso de emisor común de la figura 5.1(a), la corriente de base se conmuta desde un valor de  $I_B$  (en saturación) hasta un valor igual a cero o negativo.

#### 5.3.1 $I_B$ a 0

La corriente de base se conmuta desde  $I_B$ , donde el dispositivo está saturado, hasta cero cuando  $V_S$  se cambia a cero, como se ve en la figura 5.3(a). Aplicando la ecuación (5.4) se obtiene

$$\frac{dQ_B(t)}{dt} = 0 - \frac{Q_B(t)}{\tau_B} \quad (5.14)$$

que tiene una solución

$$Q_B(t) = Q_B(0)e^{-t/\tau_B} \quad (5.15)$$

y se representa gráficamente en la figura 5.3(b). Aquí  $Q_B(0)$  es la carga total bajo la línea de  $t = 0$  en la figura 5.3(c); cuanto más dentro de saturación se encuentre el dispositivo inicialmente, mayor es el valor de  $Q_B(0)$ .

La corriente de colector queda relativamente estacionaria hasta que  $Q_B(t)$  se reduce a  $Q_{\text{sat}}$ , un tiempo que se define como *tiempo de retardo de almacenamiento*  $t_{sd}$ . Cuando  $Q_B(t) = Q_{\text{sat}}$ , el dispositivo está en el límite entre las regiones de saturación y activa, es decir,  $Q_B(t_{sd}) = Q_{\text{sat}}$ . Si el tiempo aumenta, el dispositivo está en la región activa y

$$i_C(t) = \frac{Q_B(t)}{\tau_t} = \frac{Q_B(0)}{\tau_t} e^{-t/\tau_B} \quad (5.16)$$

que aparece en la figura 5.3(d).

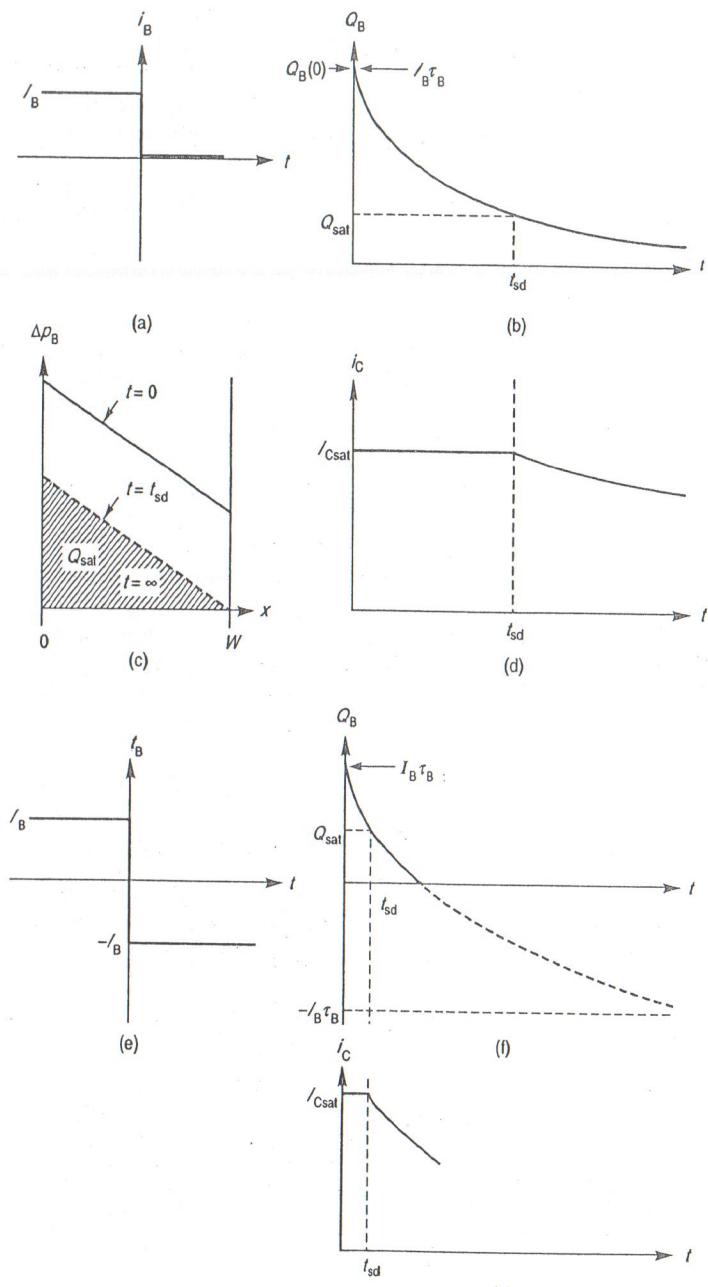


Figura 5.3 (a)  $i_B = 0$  para  $t \geq 0$ ; (b)  $Q_B(t)$  para  $i_B = 0$ ; (c)  $\Delta p_B(x)$ ; (d)  $i_C(t)$  para  $i_B = 0$ ; (e)  $i_B = -I_B$  para  $t \geq 0$ ; (f)  $Q_B(t)$  para  $i_B = -I_B$ ; (g)  $i_C(t) = -I_B$ .

El tiempo de almacenamiento se puede determinar a partir de la ecuación (5.16), igualando  $I_{C\text{sat}}$  con  $i_c(t_{sd})$ :

$$I_{C\text{sat}} = \frac{Q_B(0)}{\tau_t} e^{-t_{sd}/\tau_t} = \frac{I_B \tau_B}{\tau_t} e^{-t_{sd}/\tau_t} \quad (5.17)$$

y despejando  $t_{sd}$  se tiene

$$t_{sd} = \tau_B \ln \left[ \frac{I_B \tau_B}{I_{C\text{sat}} \tau_t} \right] \quad (5.18)$$

Nótese que, si  $\tau_B$  o  $I_B$  son más pequeños, reducen  $t_{sd}$ ; es decir, a menor saturación del dispositivo y menor o más baja carga de base acumulada, más corto es el tiempo de retardo de almacenamiento. Una vez en la región activa,  $i_c(t)$  cae exponencialmente hacia cero, como se puede ver en la figura 5.3(d). Como  $t_{sd} = 0$  para circuitos de lógica sin saturación, éstos se comutan más rápidamente que los circuitos con dispositivos saturados. Por ejemplo, los circuitos de la familia ECL (*Emitter Coupled Logic*, lógica de acoplamiento por emisor) son más rápidos pues los dispositivos entran en saturación.

### 5.3.2 $I_B$ a $-I_B$

Para acelerar la eliminación de carga de portadores minoritarios desde la base, y por tanto reducir el tiempo de conmutación, la corriente de base se invierte a un valor de  $-I_B$ , lo que se puede ver en la figura 5.3(e). La ecuación (5.4) se hace

$$\frac{dQ_B(t)}{dt} = -I_B - \frac{Q_B}{\tau_B} \quad (5.19)$$

que tiene una solución

$$Q_B(t) = I_B \tau_B (2e^{-t/\tau_B} - 1) \quad (5.20)$$

La ecuación (5.20) se representa en la figura 5.3(f). Mientras está en saturación,  $Q_B(t) > Q_{\text{sat}}$ , la corriente de colector es casi constante como se puede ver en la figura 5.3(g). Cuando  $Q_B(t) = Q_{\text{sat}}$ , entonces  $i_c(t) = I_{C\text{sat}}$  y  $t = t_{sd}$ .

$$I_{C\text{sat}} = \frac{Q_{\text{sat}}}{\tau_t} = \frac{I_B \tau_B}{\tau_t} (2e^{-t_{sd}/\tau_B} - 1) \quad (5.21)$$

Con algunas operaciones algebraicas, el tiempo de retardo de almacenamiento es

$$t_{sd} = \tau_B \ln \left[ \frac{I_B \tau_B}{I_{C\text{sat}} \tau_t \left[ 1/2 + 1/2 \frac{I_B \tau_B}{I_{C\text{sat}} \tau_t} \right]} \right] \quad (5.22)$$

Si se compara la ecuación (5.22) con la ecuación (5.18) se encuentra que se reduce  $t_{sd}$  por utilizar una corriente de base negativa ( $-I_B$ ) como ayuda para quitar  $Q_B$  de la región de la base. En la figura 5.3(f),  $Q_B(t)$  intenta alcanzar un valor de  $-I_B \tau_B$ ; sin embargo, nuestra solución finaliza cuando  $Q_B \approx 0$ . Obsérvese que en la región activa la corriente de colector decrece a un ritmo más rápido que en el caso previo, cuando se descarga con  $I_B = 0$ .

En algunas familias lógicas se reduce deliberadamente el tiempo de vida en la base, agregando impurezas con niveles de energía cercanos al centro de la banda prohibida. La recombinación adicional ayuda a cortar con mayor rapidez el dispositivo, reduciendo  $\tau_B$ . Otro método en circuitos integrados es el de la figura 5.4. La resistencia proporciona una corriente de base negativa que ayuda en la comutación a corte. Durante la descarga de la base,  $V_{EB}$  es de la polaridad adecuada para invertir la corriente de base.

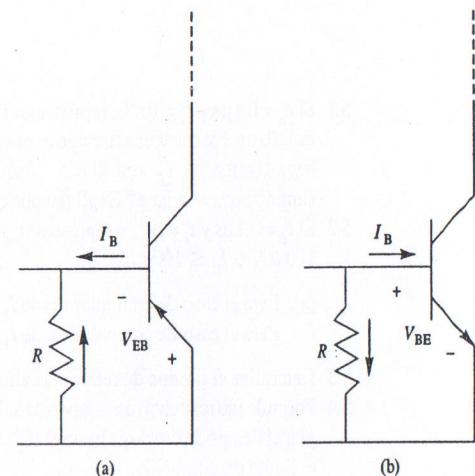


Figura 5.4 Descarga por resistencia: (a) *pnp*; (b) *npn*.

### 5.4 Resumen

El modelo de control de carga para la comutación de un dispositivo  $p^+np^+$  se determinó en función de la carga de portadores minoritarios  $Q_B(t)$  en la región de la base. Suponiendo regiones  $p^+$  de emisor y colector, el almacenamiento de cargas de portadores minoritarios en sus regiones de volumen es insignificante en comparación con el de la región de volumen de la base, y la corriente de base se puede aproximar por la componente de recombinación  $Q_B/\tau_B$ . Se controla el almacenamiento de carga en la base por la corriente de base, a la cual se van agregando huecos y quitándolos por recombinación.

Se diseñó un modelo del transistor a saturación en emisor común, desde corte, hallando la carga de huecos en la base  $Q_B(t)$ . En el límite de saturación,  $Q_B = Q_{\text{sat}}$ .

e  $i_C = I_{C\text{sat}}$ . Una vez en saturación,  $i_C$  es relativamente constante. Se puede reducir este tiempo aumentando la corriente de base  $I_B$  y reduciendo el tiempo de vida de base  $\tau_B$ .

El transitorio a corte se caracteriza por tener dos intervalos de tiempo. Uno es el tiempo de almacenamiento,  $t_{sd}$ , que es el requerido para quitar una magnitud suficiente de carga de la base para llevar al dispositivo desde saturación hasta el límite de la región activa. Una vez en la región activa, la corriente de colector puede responder a la señal y comienza a decrecer, lo que constituye el segundo intervalo de tiempo. Al conmutar al transistor con una corriente de base negativa,  $-I_B$ , la eliminación de carga es más veloz que cuando se conmuta desde una corriente de base igual a cero; por lo tanto, se tiene un tiempo de conmutación más corto. En suma, el transitorio a corte se reduce si hay menos  $Q_B$  para cambiar. Así, cuanto menos se impulsa al dispositivo dentro de saturación, más corto es el tiempo de almacenamiento.

## Problemas

- 5.1 Si  $\tau_B = 0.1 \mu s$  y  $\tau_i = 10^{-9} s$ , represente  $t/\tau_B$  en función de  $\ln I_B$  para el caso de  $I_{C\text{sat}} = 10 \text{ mA}$ . Recuerde que  $t_i$  es el tiempo en el cual el dispositivo queda saturado. *Sugerencia:* haga  $100 \mu A \leq I_B \leq 100 \text{ mA}$ . ¿A qué conclusión se llega respecto a la corriente suministrada a la base? Explique por qué es necesario que  $I_B$  sea  $> 100 \mu A$ .
- 5.2 Si  $\tau_B = 0.1 \mu s$  y  $\tau_i = 10^{-9} s$ , represente  $t_{sd}/\tau_B$  en función de  $\ln I_B$  para  $I_{C\text{sat}} = 10 \text{ mA}$  (haga  $100 \mu A \leq I_B \leq 100 \text{ mA}$ ):
  - (a) Para el caso de conmutar desde  $I_B$  a 0.
  - (b) Para el caso de conmutar desde  $I_B$  hasta  $-I_B$ .
- 5.3 Determine el tiempo de retardo de almacenamiento si  $i_B$  se conmuta de  $I_{B1}$  a  $-I_{B1}$ .
- 5.4 Formule (no resuelva) un método de solución para la figura 5.4(a), necesario para lograr el tiempo de descarga hasta el 10% de la carga inicial de base, comenzando desde el límite de saturación.

## Apéndice A

### Ejercicios: problemas y soluciones

#### EJERCICIO 1.1

- (a) ¿Cuáles son las polaridades de los voltajes (positivo o negativo) de E-B y C-B de un BJT *pnp* que funciona en la región de saturación pero que tiene una  $I_C$  negativa?
- (b) Repita el punto (a) para la región activa inversa.

#### Solución:

- (a) En las figuras 1.3(a) y (b), se observa que  $V_{EB}$  es positiva, igual que  $V_{CB}$ , porque aún están polarizadas directamente para quedar en saturación. Más tarde se sabrá que en este caso  $V_{CB}$  es mayor que  $V_{EB}$ . Cuando  $I_C$  es negativa, hasta se podría llamar "saturación inversa".
- (b) En las figuras 1.3(a) y (b) se observa que  $V_{EB}$  es negativa y  $V_{CB}$  es positiva; es decir, el colector actúa como un emisor y el emisor lo hace como un colector.

#### EJERCICIO 1.2

Un BJT *npn* tiene un  $\alpha_T$  de 0.998, una eficiencia de inyección de emisor de 0.997 y una  $I_{Cp}$  de 10 nA:

- (a) Calcule  $\alpha_{cc}$  y  $\beta_{cc}$  para el dispositivo.
- (b) Si  $I_B$  es cero, ¿cuál es la corriente de emisor?

#### Solución:

$$\alpha_{cc} = (0.998)(0.997) = 0.995$$

$$\beta_{cc} = \frac{\alpha_{cc}}{1 - \alpha_{cc}} = \frac{0.995}{1 - 0.995} = 199$$

(b) Como  $I_{Cp}$  es 10 nA, entonces  $I_{CB0}$  es 10 nA.  $I_{CEO}$  es  $(\beta_{cc} + 1)$  veces  $I_{CB0}$ ,

$$I_{CEO} = 200.2 \times 10 \text{ n} = 2002 \text{ n} = 2.002 \mu A$$

#### EJERCICIO 2.1

Deduzca la ecuación (2.30) de la corriente de colector partiendo de la ecuación de difusión de portadores minoritarios.

Solución:

De la ecuación (2.13), la ecuación de difusión de portadores minoritarios en la región de volumen del colector tipo  $p$ , es

$$\frac{d^2\Delta n_C(x')}{dx'^2} = \frac{\Delta n_C(x')}{L_C^2}$$

donde  $L_C = \sqrt{D_C \tau_C}$

La solución está dada por la ecuación (2.7) como

$$\Delta n_C(x') = C_1 e^{x'/L_C} + C_2 e^{-x'/L_C}$$

Si se aplican las condiciones de contorno en  $x' = 0$  y  $x' = \infty$ , se tiene

$$\Delta n_C(x' = \infty) = C_1 e^{\infty/L_C} + C_2 e^{-\infty} = 0$$

Por lo tanto,  $C_1 = 0$  y

$$\Delta n_C(x' = 0) = 0e^{0/L_C} + C_2 e^{-0/L_C} = C_2 = \Delta n_C(0')$$

$$\Delta n_C(0') = n_{C0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

La solución es

$$n_C(x') = n_{C0}(e^{qV_{CB}/kT} - 1)e^{-x'/L_C}$$

Para determinar la corriente de colector se aplica la ecuación (2.4):

$$I_C = -qAD_B \frac{d\Delta p_B}{dx} \Big|_{x=W} + qAD_C \frac{d\Delta n_C}{dx'} \Big|_{x'=0}$$

Puede utilizarse la ecuación (2.19) ya que constituye el componente de la base, y las derivadas indicadas originan lo siguiente después de su evaluación:

$$I_C = \left[ \frac{qAD_B}{W} p_{B0} \right] (e^{qV_{EB}/kT} - 1) - qA \left[ \frac{D_C n_{C0}}{L_C} + \frac{D_B p_{B0}}{W} \right] (e^{qV_{CB}/kT} - 1)$$

## EJERCICIO 2.2

Determine una ecuación para hallar  $I_{BC0}$  en función de los coeficientes de Ebers-Moll.

Solución:

Con  $I_E = 0$  y la unión B-C está polarizada inversamente,  $I_C = I_{BC0}$ . De la ecuación (2.45) con  $I_E = 0$ ,

$$0 = I_F - \alpha_R I_R \cong I_F + \alpha_I R_0$$

como  $V_{CB}$  es elevada y negativa se tiene que  $I_R \cong -R_0$ . Despejando  $I_F$ ,

$$I_F = -\alpha_R I_{R0}$$

Entonces, para  $I_E = 0$  se sustituye en la ecuación anterior y se halla

$$I_C = I_{BC0} = \alpha_F I_F - I_R = -\alpha_F \alpha_R I_{R0} + I_{R0}$$

y

$$I_{BC0} = (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{R0}$$

## EJERCICIO 2.3

Determine una ecuación para hallar  $I_{EC0}$  en función de los coeficientes de Ebers-Moll.

Solución:

Por definición,  $I_B = 0$  y el dispositivo está funcionando en la región activa; es decir,

$$I_B = 0 = (1 - \alpha_F) I_F + (1 - \alpha_R) I_R \cong (1 - \alpha_F) I_F - (1 - \alpha_R) I_{R0}$$

como  $V_{CB}$  es elevada y negativa,  $I_R = -R_0$  y

$$I_C = I_{EC0} \cong \alpha_F I_F + I_{R0}$$

Se despeja  $I_F$  y se sustituye en la ecuación anterior, con lo que se halla  $I_{EC0}$ :

$$I_{EC0} \cong \frac{\alpha_F (1 - \alpha_R) I_{R0}}{(1 - \alpha_F)} + I_{R0}$$

Al seguir simplificando se tiene

$$I_{EC0} \cong I_{R0} \frac{(1 - \alpha_F \alpha_R)}{(1 - \alpha_F)} = I_{BC0} (\beta_F + 1)$$

Esta ecuación muestra claramente la fuente de los portadores para  $I_{EC0}$  y que  $I_{EC0}$  es mucho mayor que  $I_{BC0}$ .

## EJERCICIO 3.1

Para verificar la ecuación (3.5a) haga  $W/L_B \ll 1$ , utilice la aproximación  $\operatorname{senh}(x) = x + \dots$  para  $x \ll 1$  y demuestre que se llega a la ecuación (2.19), si no hay recombinación en la base; es decir, donde  $W \ll L$ .

Solución:

De la ecuación (3.5a) se sustituye

$$\operatorname{senh}\left(\frac{W}{L_B}\right) \text{ con } \frac{W}{L_B};$$

$$\operatorname{senh}\left(\frac{x}{L_B}\right) \text{ con } \frac{x}{L_B}; \text{ y}$$

$$\operatorname{senh}\left(\frac{W-x}{L_B}\right) \text{ con } \frac{W-x}{L_B}$$

El resultado es

$$\Delta p_B(x) \cong \frac{1}{W/L_B} \left\{ [\Delta p_B(0)] \left[ \frac{W-x}{L_B} \right] + [\Delta p_B(W)] \left[ \frac{x}{L_B} \right] \right\}$$

y agrupando términos se logra

$$\Delta p_B(x) = - \left[ \frac{\Delta p_B(0) - \Delta p_B(W)}{W} \right] x + \Delta p_B(0)$$

### EJERCICIO 3.2

Pruebe que si  $W/L_B \ll 1$ , las ecuaciones (3.8b) y (3.9) se reducen a las ecuaciones del BJT ideal del capítulo 2.

Solución:

$$\operatorname{senh} \left( \frac{W}{L_B} \right) \cong \frac{W}{L_B} \text{ para } \frac{W}{L_B} \ll 1$$

Por lo tanto, el segundo término de la ecuación (3.8b), que aparece entre corchetes, se hace

$$\frac{D_B}{L_B N_B} \left( \frac{L_B}{W} \right) = \frac{D_B}{N_B} \left( \frac{1}{W} \right)$$

Como

$$\coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\operatorname{senh}(x)} \cong \frac{1}{x}$$

entonces

$$\coth \left( \frac{W}{L_B} \right) = \frac{L_B}{W}$$

y el primer término entre corchetes es

$$\frac{D_B}{L_B N_B} \left( \frac{L_B}{W} \right) = \frac{D_B}{N_B} \left( \frac{1}{W} \right)$$

y el resto de la ecuación es idéntico al del dispositivo ideal.

Lo mismo sucede con la ecuación (3.9b).

## Apéndice B

### Problemas de revisión con soluciones

#### PROBLEMAS DE REVISIÓN

- B.1 Liste las regiones de funcionamiento de un transistor bipolar.  
B.2 Para un dispositivo *pnp*, indique la polaridad de los voltajes (+ o -) para los siguientes casos:

Región	$V_{EB}$	$V_{CB}$
Activa		
Saturación		
Corte		
Activa inversa		
Saturación inversa		

- B.3 Represente el diagrama de bandas de energía en equilibrio térmico para un transistor *pnp*.  
B.4 Represente las componentes de corriente e indique el flujo de corrientes de electrones y de huecos para una región activa: (a) *pnp*, (b) *npn*.  
B.5 Explique la expresión "aislamiento por unión pn".  
B.6 Defina el factor de transporte de base para un dispositivo *npn* en función de  $I_{Cn}$  e  $I_{En}$ . ¿Qué impide que sea la unidad?  
B.7 Dado que un *pnp* ideal tiene una eficiencia de inyección de emisor de 0.99 y la corriente de pérdidas en C-B es 10  $\mu A$ , calcule la corriente de emisor en la región activa debida a los huecos si  $I_B = 0$ .  
B.8 Represente las distribuciones de portadores minoritarios para un *p<sup>+</sup>n<sub>p</sub>* no ideal funcionando en región de saturación.  
B.9 Para el caso de un *pnp* casi ideal, represente las distribuciones de portadores minoritarios en funcionamiento inverso.  
B.10 Explique el origen de las tres componentes de la corriente de base de un dispositivo *pnp*.  
B.11 ¿Cómo se modifican las ecuaciones de Ebers-Moll para un dispositivo *npn*? Exprese las ecuaciones y diseñe el circuito equivalente.  
B.12 ¿Por qué el emisor está mucho más dopado que la base?  
B.13 Para un dispositivo casi ideal, ¿son idénticas  $\alpha_{ce}$  y  $\gamma$ ? Explíquelo.  
B.14 Utilice un diagrama de flujo de portadores para explicar por qué para un *npn*,  $I_{CEO}$  es muy diferente de  $I_{CBO}$ .

- B.15 En los análisis de dispositivos se utiliza habitualmente la expresión "la región de la base es pequeña". ¿Qué es "pequeña" y con qué se compara?
- B.16 Represente los flujos de partículas y sus dimensiones relativas en el caso de un dispositivo  $p^+np$  ideal que funciona en (a) saturación, (b) corte, (c) activa inversa.
- B.17 Si se hiciera  $W$  más pequeña, explique cómo afectaría a la modulación de la anchura de la base.
- B.18 ¿Por qué  $\beta_{ce}$  se incrementa al aumentar  $I_C$  para valores pequeños de la corriente de colector?
- B.19 Explique por qué beta "cae" para valores elevados de corriente de colector.
- B.20 Dibuja el modelo híbrido-pi de baja frecuencia no ideal. ¿Cómo varía la transconductancia con  $T$ ?
- B.21 Trace la gráfica de  $C_\mu$  en función de  $V_{CB}$  y de  $C_{je}$  en función de  $V_{BE}$ .
- B.22 Si se aumentaran los efectos de modulación del espesor de la base, ¿cómo afectaría esto a los valores de los elementos del modelo híbrido-pi?
- B.23 Dibuja los cambios requeridos en el almacenamiento de carga de los portadores minoritarios para que un dispositivo  $pnp$  sea comutado desde corte hasta saturación. Destaque la representación del cambio total sufrido con un área rayada.
- B.24 Si se cuadriplica la carga de base, ¿cuál es la diferencia entre los dos retardos en el tiempo de almacenamiento, cuando se comuta a cero la corriente de base?
- B.25 Nombre tres métodos utilizados para reducir el tiempo de saturación a corte.

#### SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE REVISIÓN

B.1 Activa, saturación, corte, inversa.

B.2

Región	$V_{EB}$	$V_{CB}$
Activa	+	-
Saturación	+	+
Corte	-	-
Activa inversa	-	+
Saturación inversa	+	+

B.3

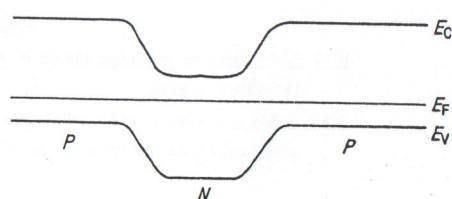


Figura B.3

B.4

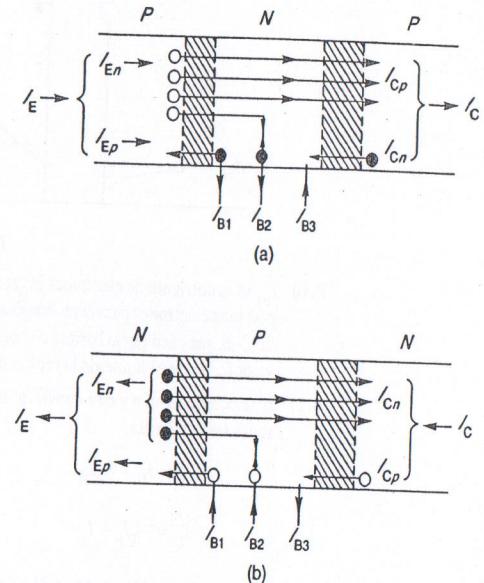


Figura B.4

B.5 Aislamiento por unión pn:

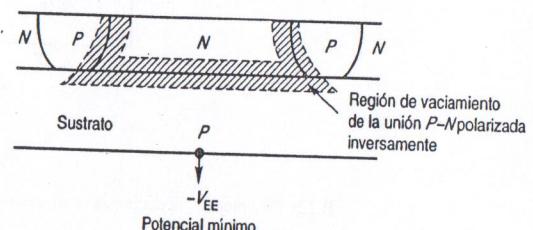


Figura B.5

B.6  $\alpha_T = I_{Cn}/I_{En}$ ; cualquier electrón que se recombinen en la base.

B.7  $\beta_{ce} = 99$  e  $I_{CEO} = 100 \text{ nA}$ .

B.8

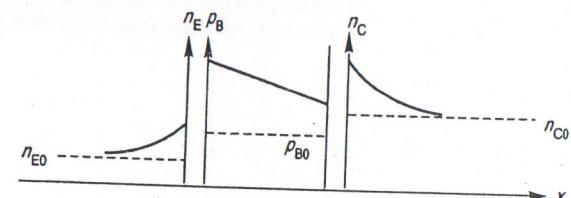


Figura B.8

B.9

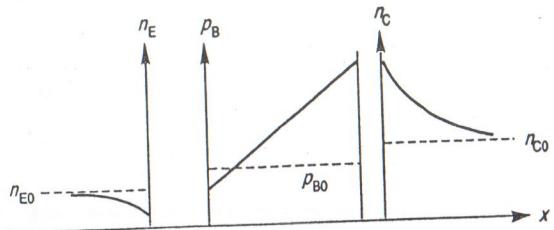


Figura B.9

- B.10  $I_{B1}$  es la corriente de electrones injectados desde la unión B-E.  $I_{B2}$  es la corriente que proporciona electrones para la recombinación con huecos en W.  $I_{B3}$  es la corriente de electrones de C-B que caen por la barrera de potencial; se genera térmicamente dentro de un espacio de valor  $L_C$  desde el límite de la región de vaciamiento.

- B.11  $p$  se convierte en  $n$  y  $n$  se convierte en  $p$ ;  $V_{BE}$  se convierte en  $V_{EB}$ ; cambian los sentidos de todas las corrientes.

$$I_E = I_F - \alpha_R I_R$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R$$

$$I_B = (1 - \alpha_F) I_F + (1 - \alpha_R) I_R$$

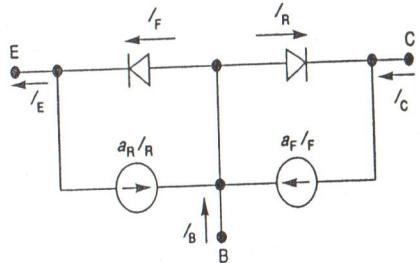


Figura B.11

- B.12 Para mejorar la eficiencia de inyección de emisor y para reducir los portadores inyectados desde la unión B-E.
- B.13 No, porque algunos huecos se pierden por recombinación en W; por tanto,  $I_{Cp}$  no es igual a  $I_{Ep}$  y  $\alpha_T < 1$ . Sin embargo, como la corriente de recombinación es pequeña comparada con  $I_C$  e  $I_E$ , es una buena aproximación que  $\alpha_{ce}$  sea casi igual a  $\gamma$ .
- B.14  $I_{CBO} \approx I_{Cp}$  se forma por huecos generados térmicamente en el colector para proporcionar huecos que serán inyectados desde la base al emisor y hacer que E-B quede polarizada directamente, y que una gran cantidad de electrones partan desde el emisor (véase la Fig. B.14).

B.15 "Pequeño" significa que  $W \ll L_B$ , típicamente  $\leq 1 \mu\text{m}$ .

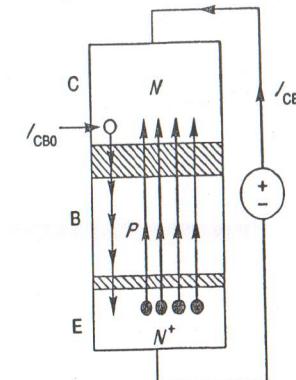


Figura B.14

B.16

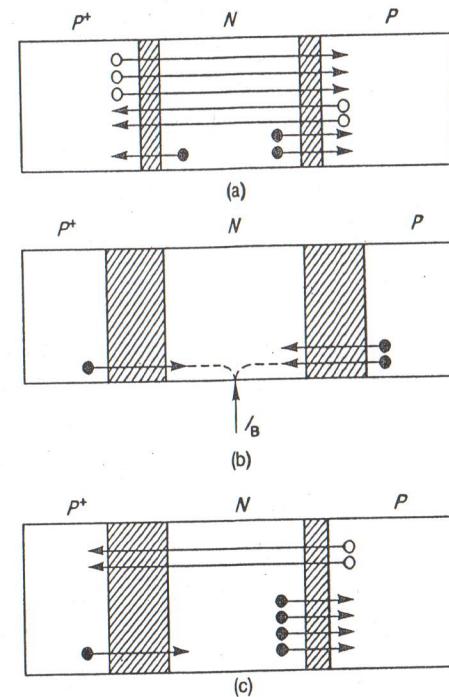


Figura B.16

- B.17  $\Delta W$  se haría un porcentaje alto de  $W$ ; por lo tanto, incrementaría la pendiente de las características de salida.
- B.18 Debido a la corriente de recombinación en la región de vaciamiento de E-B, que a su vez, al aumentar  $I_E$ , se hace una parte más pequeña de  $I_B$ .

## Apéndice C

### Lecturas recomendadas

B.19 Para valores elevados de  $I_C$ , la alta inyección ( $r_C$ ) no aumenta con la misma exponencial (el efecto de  $r_C$  no es exponencial).

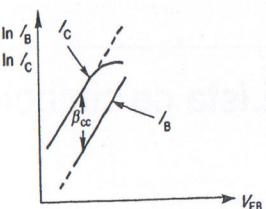
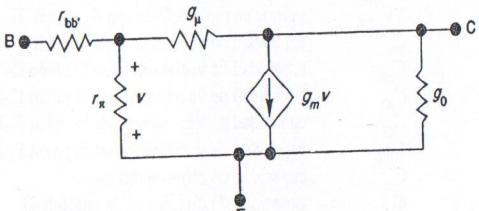


Figura B.19

B.20  $g_m = q(I_C/kT)$ ; por lo tanto,  $g_m \propto T^{-1}$  si  $I_C$  es constante.



B.21

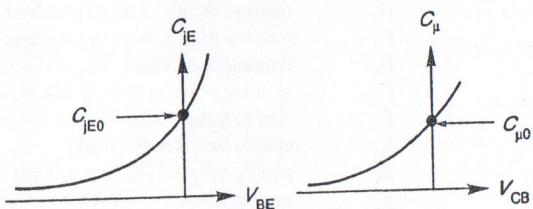


Figura B.21

B.22 Aumentarían  $g_\mu$  y  $g_0$ .

B.23

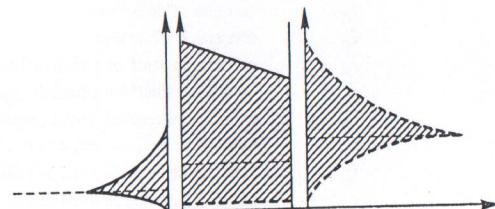


Figura B.23

B.24  $\tau_B \ln 4$ .

B.25 Disminuir  $\tau_B$ , disminuir  $I_B$ , aumentar  $I_{C\text{sat}}$ .

*David  
Venezas*

A.B. Glassey G.E. Subak-Sharpe, *Integrated Circuit Engineering*, Reading, MA, Addison-Wesley, 1977. En el capítulo 2 hay una imagen detallada de la capacidad de unión, el voltaje de ruptura y el modelado de circuitos integrados con transistores bipolares. Se tratan con detalle la resistencia extendida de base y los efectos tridimensionales.

W.H. Hayt y G.W. Neudeck, *Electronic Circuit Analysis and Design*, Boston, Houghton Mifflin Co., 1976. El capítulo 2 es una descripción física elemental del dispositivo y sus características ampero-volt importantes. Los capítulos 3 a 9 son aplicaciones de circuito.

J.L. Moll, *Physics of Semiconductors*, Nueva York, Mc.Graw-Hill, 1964. El capítulo 8 contiene un análisis formal sobre beta en alta frecuencia y los fenómenos de almacenamiento de carga.

B.G. Streetman, *Solid State Electronic Devices*, 2a. ed. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1980. El capítulo 7 es un análisis profundo del transistor bipolar, incluyendo las desviaciones respecto al ideal.

R.S. Muller y T.I. Kamins, *Device Electronics for Integrated Circuits*, 2a. ed., Nueva York, John Wiley & Sons, 1986. Un excelente análisis sobre modelos de BJT.

S.M. Sze, *Semiconductor Devices: Physics and Technology*, Nueva York, John Wiley & Sons, 1985. Contiene un análisis avanzado sobre efectos no ideales.

# Apéndice D

## Lista de símbolos

$BV_{CB0}$	voltaje de ruptura C-B con $I_E = 0$
$BV_{CEO}$	voltaje de ruptura C-E con $I_B = 0$
$BV_{CER}$	voltaje de ruptura C-E con $R$ entre B-E
$C_\mu$	capacidad de vaciamiento de la unión C-B
$C_{\mu 0}$	capacidad de vaciamiento de la unión C-B, $V_{BC} = 0$
$C_{JC}$	capacidad de vaciamiento de la unión C-B
$C_{JE}$	capacidad de vaciamiento de la unión E-B
$C_{JEO}$	capacidad de vaciamiento de la unión E-B, $V_{EB} = 0$
$C_D$	capacidad de difusión del diodo
$C_n$	capacidad de difusión de la unión E-B
$D_N$	constante de difusión de los electrones
$D_P$	constante de difusión de los huecos
$D_E$	constante de difusión de los portadores minoritarios en el emisor
$D_B$	constante de difusión de los portadores minoritarios en la base
$D_C$	constante de difusión de los portadores minoritarios en el colector
$E_C$	nivel de energía del límite de la banda de conducción (eV)
$E_i$	nivel de energía intrínseco (eV)
$E_F$	nivel de energía de Fermi (eV)
$E_V$	nivel de energía del límite de la banda de valencia (eV)
$g_m$	transconductancia en señal de baja frecuencia
$g_0$	transconductancia de salida en señal de baja frecuencia
$g_\pi$	conductancia de entrada en señal de baja frecuencia
$g_\mu$	conductancia de realimentación en señal de baja frecuencia
$G_D$	conductancia del diodo en señal de baja frecuencia
$I_B$	corriente cc de base
$I_C$	corriente cc de colector
$I_E$	corriente cc de emisor
$i_B$	corriente instantánea y total de base
$i_E$	corriente instantánea y total de emisor
$i_C$	corriente instantánea y total de colector
$i_b$	corriente de pequeña señal de base
$i_e$	corriente de pequeña señal de emisor
$i_c$	corriente de pequeña señal de colector
$I_N$	corriente de electrones
$I_P$	corriente de huecos
$I_{B1}$	componente de la corriente de base de portadores inyectados al emisor
$I_{B2}$	componente de la corriente de base de recombinación
$I_{B3}$	componente de la corriente de base de portadores del colector

$I_{C_{sat}}$	corriente de colector al límite de saturación	$t_s$	tiempo de subida de la corriente de colector (segundos)
$I_{E_P}$	corriente de emisor de huecos	$t_{sd}$	tiempo de retardo de almacenamiento (segundos)
$I_{E_n}$	corriente de emisor de electrones	$V_{EB}$	voltaje emisor-base
$I_{C_P}$	corriente de colector de huecos	$V_{CB}$	voltaje colector-base
$I_{C_n}$	corriente de colector de electrones	$V_{EC}$	voltaje emisor-colector
$I_{CB0} \circ I_{BC0}$	corriente de saturación C-B, $I_E = 0$	$v_{EB}$	voltaje instantáneo y total E-B
$I_{CE0} \circ I_{EC0}$	corriente de saturación C-E, $I_B = 0$	$v_{CB}$	voltaje instantáneo y total C-B
$I_F$	componente de Ebers-Moll de la corriente directa	$v_{EC}$	voltaje instantáneo y total E-C
$I_{FO}$	coeficiente de Ebers-Moll en directa	$v_{eb}$	voltaje de pequeña señal E-B
$I_R$	componente de Ebers-Moll de la corriente inversa	$v_{cb}$	voltaje de pequeña señal C-B
$I_{RO}$	coeficiente de Ebers-Moll en inversa	$v_{ee}$	voltaje de pequeña señal E-C
$I_S$	$= \alpha_F I_{FO} = \alpha_R I_{RO}$	$V_{bic}$	voltaje interno de la unión B-C
$L_N$	longitud de difusión de los electrones (cm)	$V_{bie}$	voltaje interno de la unión E-B
$L_P$	longitud de difusión de los huecos (cm)	$W$	anchura de la base (región de volumen) (cm)
$L_E$	longitud de difusión de los portadores minoritarios en el emisor (cm)	$W_{BB}$	anchura metárgica de la base
$L_B$	longitud de difusión de los portadores minoritarios en la base (cm)	$x, x', x''$	variables del eje x
$L_C$	longitud de difusión de los portadores minoritarios en el colector (cm)	$\rho$	densidad de carga (coulomb/cm <sup>3</sup> )
$m$	coeficiente de la capacidad de vaciamiento, $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{2}$	$\mathcal{E}$	campo eléctrico (volt/cm)
$N_A$	concentración de impurezas aceptadoras (#/cm <sup>3</sup> )	$\alpha_c$	alfa de cc
$n^+$	material tipo n con alto dopado	$\alpha_{cc}$	factor de transporte de base
$N_D$	concentración de impurezas donadoras (#/cm <sup>3</sup> )	$\alpha_T$	eficiencia de inyección de emisor
$N_{AE}$	concentración de impurezas aceptadoras en el emisor	$\gamma$	beta de cc
$N_{DB}$	concentración de impurezas donadoras en la base	$\beta_{cc}$	beta normal directa, modelo de Ebers-Moll
$N_{AC}$	concentración de impurezas aceptadoras en el colector	$\beta_F$	beta inversa, modelo de Ebers-Moll
$n$	factor de idealidad de la unión	$\Delta V_{EB}$	componente de señal del voltaje E-B
$n_p$	concentración de electrones en un material p (#/cm <sup>3</sup> )	$\Delta n_E$	concentración de electrones inyectados en el emisor (#/cm <sup>3</sup> )
$n_{p0}$	concentración de huecos en un material p en equilibrio térmico (#/cm <sup>3</sup> )	$\Delta n_C$	concentración de electrones inyectados en el colector (#/cm <sup>3</sup> )
$n_{n0}$	concentración de electrones en un material n en equilibrio térmico (#/cm <sup>3</sup> )	$\Delta p_B$	concentración de huecos inyectados en la base (#/cm <sup>3</sup> )
$n_n$	concentración de electrones en un material n	$\tau_E$	tiempo de vida de los portadores minoritarios en emisor (segundos)
$n_{E0}$	concentración de electrones en el emisor en equilibrio térmico	$\tau_B$	tiempo de vida de los portadores minoritarios en base (segundos)
$n_{C0}$	concentración de electrones en el colector en equilibrio térmico	$\tau_C$	tiempo de vida de los portadores minoritarios en colector (segundos)
$n_B$	concentración de electrones en la base	$\alpha_F$	alfa directa, modelo de Ebers-Moll
$n_E$	concentración de electrones en el emisor	$\alpha_R$	alfa inversa, modelo de Ebers-Moll
$n_C$	concentración de electrones en el colector	$\tau_P$	tiempo de vida de los portadores minoritarios (segundos)
$p^+$	material tipo p con alto dopado	$\tau_i$	tiempo de tránsito en la base (segundos)
$P_p$	concentración de huecos en un material tipo p	$\omega$	frecuencia angular (radianes)
$P_{p0}$	concentración de huecos en un material tipo p en equilibrio térmico		
$P_n$	concentración de huecos en un material tipo n		
$P_{n0}$	concentración de huecos en un material tipo n en equilibrio térmico		
$P_{B0}$	concentración de huecos en la base en equilibrio térmico		
$P_B(x)$	concentración de huecos en la base		
$Q_B$	almacenamiento de carga de portadores minoritarios en la base		
$Q_N$	almacenamiento normal de carga de portadores minoritarios en la base, $V_{CB} = 0, V_{EB} > 0$		
$Q_I$	almacenamiento inverso de carga de portadores minoritarios en la base, $V_{EB} = 0, V_{CB} > 0$		
$Q_{sat}$	almacenamiento de carga de portadores minoritarios en la base al límite de saturación		
$r_0 = 1/g_0$	resistencia de salida en señal de baja frecuencia		
$r_{bb'}$	resistencia de base extrínseca		
$r_C$	resistencia de volumen y de contacto de colector		
$t$	tiempo (segundos)		

## Apéndice E

### Tablas

#### CONSTANTES FÍSICAS

Símbolo	Nombre	Valor
$q$	Magnitud valor de la carga del electrón	$1.602 \times 10^{-19}$ coulomb
$m_0$	Masa del electrón en el vacío	$9.109 \times 10^{-31}$ kg
$\epsilon_0$	Permitividad del vacío	$8.854 \times 10^{-14}$ farad/cm
$k$	Constante de Boltzmann	$1.381 \times 10^{-23}$ joule/ $^{\circ}$ K $8.617 \times 10^{-5}$ eV/ $^{\circ}$ K
$h$	Constante de Planck	$6.625 \times 10^{-34}$ joule · s $4.135 \times 10^{-15}$ eV · s
$kT$	Energía térmica	0.02586 eV ( $T = 27$ $^{\circ}$ C) 0.02526 eV ( $T = 20$ $^{\circ}$ C) 0.026 eV (temperatura ambiente)

#### FACTORES DE CONVERSIÓN

$$1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm} \\ = 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \mu\text{m} = 10^{-4} \text{ cm} \\ = 10^{-6} \text{ m}$$

$$1 \text{ mil} = 10^{-3} \text{ pulg} \\ = 25.4 \mu\text{m}$$

$$1 \text{ mil}^2 = 645.2 \mu\text{m}^2 \\ = 6.45 \times 10^{-6} \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ joule}$$

## PROPIEDADES DEL SILICIO

Densidad atómica	$5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$
Densidad, $\rho$	$2.33 \text{ g/cm}^3$
Constante atómica de la red, $a$	$5.43 \text{ \AA}$
Constante dieléctrica, $K_s$	11.8
$K_s \epsilon_0$	$1.045 \times 10^{-12} \text{ F/cm}$
$K_s \epsilon_0/q$	$6.522 \times 10^6$
Densidad efectiva de estados en la banda de conducción, $N_C$	$3.2 \times 10^{19} (T/300)^{1.5} / \text{cm}^{-3}$
Densidad efectiva de estados en la banda de valencia, $N_V$	$1.8 \times 10^{19} (T/300)^{1.5} / \text{cm}^{-3}$
Anchura de la banda prohibida, $E_G$	1.12 eV a temperatura ambiente
Concentración intrínseca de portadores, $n_i$	$1.18 \times 10^{10}$ a 300 K $\cong 10^{10}/\text{cm}^3$ a temperatura ambiente
Campo eléctrico de ruptura	$\cong 3 \times 10^5 \text{ volt/cm}$
Afinidad electrónica, $\chi$	4.05 eV

## Índice de materias

- aglomeración de corriente, 64, 65
- aislamiento, 12. Véase también aislamiento por unión *pn*
- aislamiento por unión *pn*, 12-14
- alfa en cc, 15. Véase también región activa del transistor ideal
- almacenamiento de carga en la base, 80
- anchura de la base, 57
- metalúrgica, 9
- base común, amplificador en, 3, 9
- beta, 15
- del transistor ideal, 40, 44
- de baja frecuencia, 74
- CAD, 21, 42, 47
- capa enterrada, 12
- capa epitaxial, 12
- capacidad de difusión, 75
- círculo integrado, 12
- colector común, amplificador en, 3, 6
- complemento del transistor *pnp*, 3, 2
- concentración de portadores minoritarios de la base, 28, 49, 51, 53-54, 80
- condiciones de contorno, 25
- conductancia
- de entrada, 71
- de realimentación inversa, 72
- de salida, 71
- contacto
- de colector, 13
- óhmico, 12
- rectificador, 13
- coordenadas, 22
- corriente de base, 9, 11-12, 27, 31, 32, 53, 60
- componentes de la, 9
- corriente del colector, 27, 31, 32, 52-53
- corriente del emisor, 27, 30, 31, 52
- corriente, definiciones de, 24-27
- de electrones, 24
- de huecos, 24
- de portadores minoritarios, 24-25
- en la región de vaciamiento, 24
- en la unión base-emisor, 24
- ganancia, 17. Véase también alfa en cc
- polaridades, 23
- corriente de colector en saturación, 38
- corriente de huecos de la unión colector-base, 31
- corriente de saturación de colector a emisor, 42-43
- corriente de saturación inversa del colector, 40-42
- corriente de saturación inversa de la unión colector-base, 40
- difusión, doble, 12-13
- diseño asistido por computador. Véase CAD
- dispositivo discreto, 12-13
- dispositivo ideal
- corriente de base, 55, 58
- corriente de colector, 55, 56
- corriente de emisor, 55, 56
- Early, efecto, 57
- Ebers-Moll, circuito equivalente de, 43, 70
- ecuaciones de difusión en la región de volumen, 25
- efectos geométricos, 63-66
- eficiencia de inyección de emisor, 14, 38
- en el transistor ideal, 38
- electrones injectados desde la base al emisor, 14-15
- equilibrio térmico, diagrama de bandas de energía en, 7
- concentración de portadores minoritarios, 23
- fabricación, 12-13
- factor de transporte de base, 14-16

flujo de portadores  
en la región activa, 14, 33  
en la región de corte, 35  
en la región de saturación, 34  
en la región inversa, 37

generación-recombinación en la región de vaciamiento de la unión emisor-base, 64-65

IEEE, notación estándar, 2

longitud de difusión  
en la base, 25

en el colector, 27  
en el emisor, 27

longitudes de difusión, 11

modelo de baja frecuencia, 69-74

modelo de control de carga, 79-82

modelo híbrido-pi

de alta frecuencia, 74-76  
de baja frecuencia, 72-73

no ideal, 73, 74, 80

modulación de la anchura de la base, 56, 60.

Véase también Early, efecto

en base común, 58

en emisor común, 60

notación, 22-24

perfil de impurezas gradual, 74-75

perforación, 61-62

plan estratégico, 21-29

polaridades de las tensiones, 22

portadores minoritarios, 80

concentración de carga de los, 80

constante de difusión de los, 24

ecuaciones de difusión de los, 24

inyección de,

inyección de, concentración en, 26, 29

longitud de difusión de los, 25-26

potencial interno

en la unión colector-base, 74

en la unión emisor-base, 74

recombinación en la base, 8, 49-51

recombinación-generación en la región de vaciamiento de la unión emisor-base, 8

región

activa, 2-6, 8-9

activa del transistor ideal, alfa, 13-16, 39  
activa inversa, 3  
casi neutra, 8  
de base, 1  
de colector, 3  
de corte, 3  
de funcionamiento, 2, 4  
de saturación, 3  
de vaciamiento de la unión colector-base, 23  
de vaciamiento de la unión emisor-base, 23  
emisora, 1  
inversa, 3  
ruptura de avalancha, 61-63

símbolo circuital, 1-2

símbolos, 1-2

SPICE-2, 43

subcolector, 11

tensión de ruptura. Véase ruptura de avalancha

tensión de ruptura colector-base, 62

tensión de ruptura emisor-base, 62

con resistencia, 63

tiempo de retardo de almacenamiento, 85

tiempo de tránsito de la base, 75, 81

tiempo de vida de los portadores minoritarios

en el colector, 25

en el emisor, 25

en la base, 25

transconductancia, 72

transistor bipolar ideal, 21, 27-29

corriente en el, 29-32

transistor casi ideal, 53-50

corriente de base en el, 54-55

transistor como comutador, 79

transistor complementario, 1, 3

transistor ideal, región activa del, 32-33

beta de la, 40

corriente de base en la, 33

corriente de colector en la, 33

corriente de emisor en la, 33

corte, 36

inversa, 36-37

portadores minoritarios en el emisor de la, 26

saturación, 34-35

I-V en base común de la, 37

I-V en emisor común de la, 39-40

transistor *npn*, 10-12

complemento del, 1, 2

diagrama de bandas de energía del, 11

flujo de los portadores en el, 11

polaridad en el, 22  
región activa del, 16-17  
región de funcionamiento del, 4  
región de volumen en el, 10-11  
transistor *pnp*  
campo eléctrico en el, 7  
complemento del, 1  
definiciones de circuito del, 13-16

densidad de cargas en equilibrio térmico del, 7-8  
diagrama de bandas de energía del, 7-8  
flujo de portadores en el, 8, 13, 16,  
región activa del, 5-10  
regiones de funcionamiento del, 3-4  
símbolo circuital del, 1