

Elementos Activos El Transistor de Unión Bipolar (BJT)

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

Tabla de Contenidos

Tema 4. El Transistor de Unión Bipolar BJT

Clase 13: Construcción, símbolo y funcionamiento	3-25
Clase 14: Modelo de gran señal y efecto Early	26-41
Clase 15: Polarización I	42-46
Clase 16: Polarización II	47-49
Clase 17: Modelo de pequeña señal	50-71
Clase 18: Modelo de Ebers-Moll	72-85

Clase 13 El Transistor BJT

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

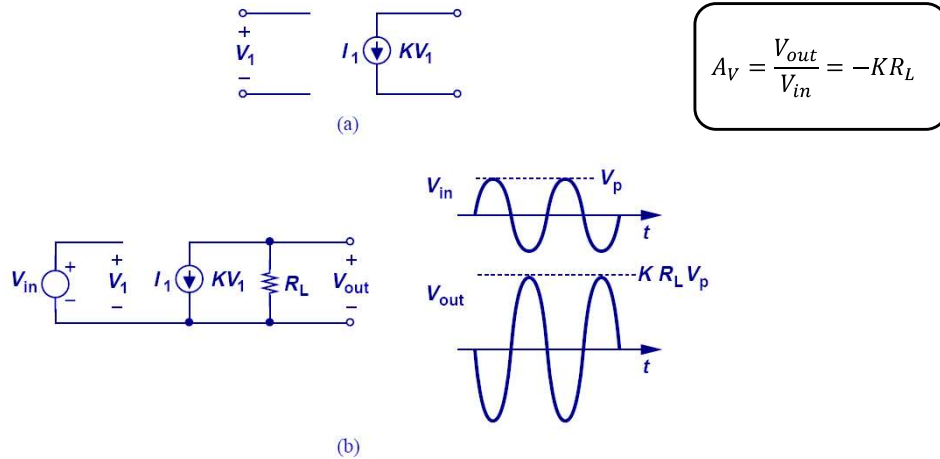
Introducción

- Primer BJT inventado en 1947
 - Bell Laboratories
 - John Bardeen, Walter Brattain y William Shockley
 - Premio Nobel de Física en 1956
 - Transistor de Germanio de tres puntos



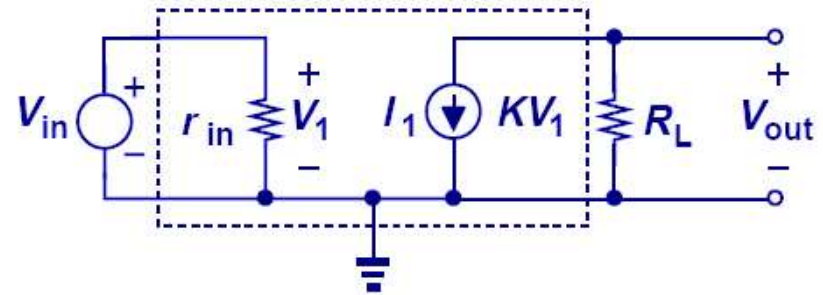
Fuente de Corriente Dependiente con la Tensión

- Una fuente de corriente dependiente puede actuar como amplificador.
- Si KR_L es mayor que 1, la señal es amplificada.



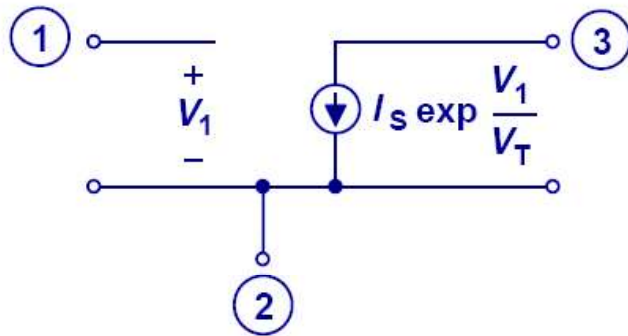
Fuente Dependiente con Resistencia de Entrada

- Sin importar la resistencia de entrada, la magnitud de amplificación permanece sin cambios.



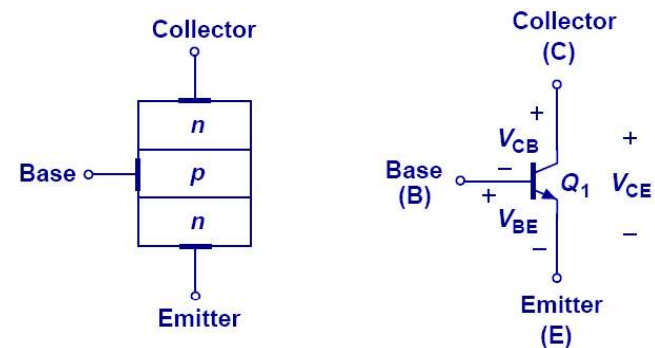
Fuente de Corriente con Dependencia Exponencial de V

- Una fuente de corriente exponencialmente dependiente de la tensión V_1 se muestra a continuación.
- Los transistores bipolares ideales se pueden modelar con este circuito.



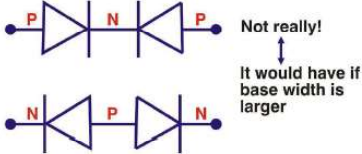
Estructura y Símbolo del Transistor Bipolar

- El transistor bipolar consiste en la unión de tres regiones de silicio dopadas.
 - Las regiones a los lados están dopadas con el mismo tipo de dopante.
 - La región del centro está dopado con el tipo opuesto de dopante.

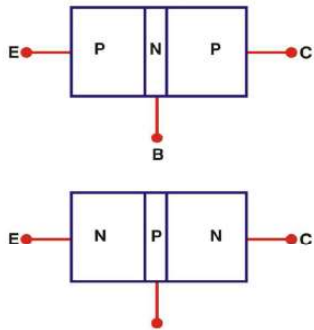


Estructura y Símbolo del Transistor Bipolar

Do transistors behave like two diodes connected back to back?



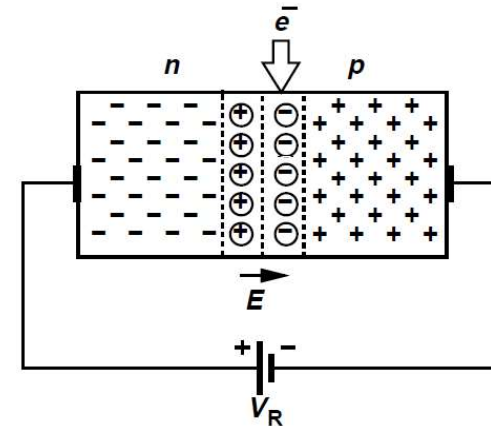
BJTs are built such that the base is very narrow



- Juntas PN de base-emisor y base-colector no tienen las mismas dimensiones ni concentraciones de dopado
- ⇒ Colector y emisor no son intercambiables
- ⇒ No opera como dos diodos en serie
- Dopado de emisor es alto, dopado de base es bajo, dopado de colector menor que el del emisor
- Base es muy angosta, permite difusión de portadores mayoritarios del emisor a través de la base hacia el colector
- Dopado de base es bajo para disminuir recombinación de portadores en la base

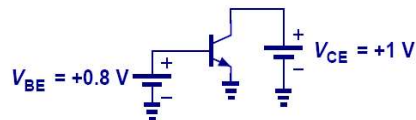
Inyección de Portadores: Acción del Colector

- Una junta PN en reversa crea un campo eléctrico alto que atrae cualquier portador minoritario que sea inyectado en la región de agotamiento.
- Esta habilidad es esencial para el funcionamiento del transistor BJT.

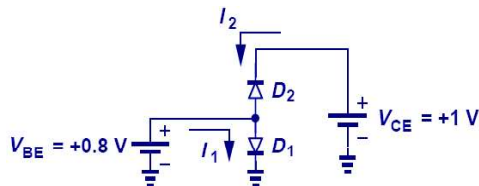


Región Activa Directa

- En la región activa directa: $V_{BE} > 0$, $V_{BC} < 0$.
 - El diodo B-E está en polarización directa.
 - El diodo B-C está en polarización reversa.

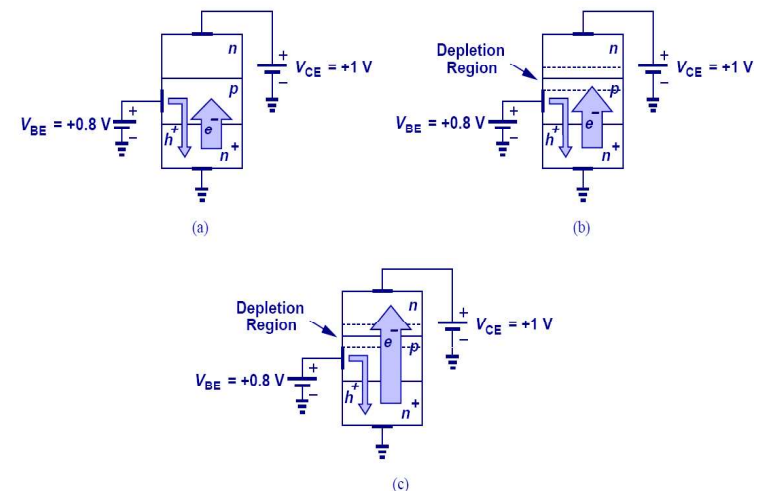


- La siguiente figura muestra una forma incorrecta de modelar el transistor.
 - El diodo D2 está en reversa pero aun así conduce una corriente.

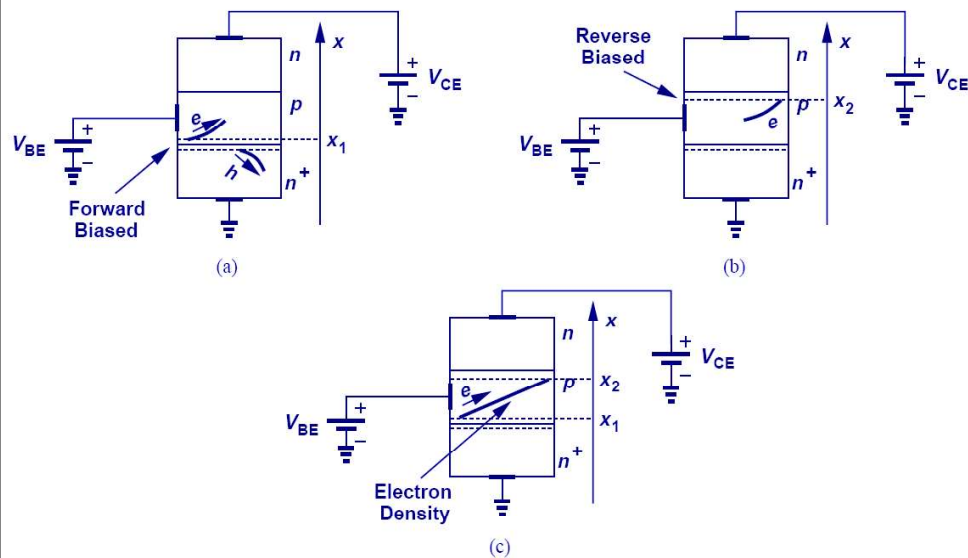


Funcionamiento del Transistor Bipolar

- El colector transporta corriente debido a la inyección de carga desde la base.



Transporte de Portadores en la Base



Corriente de Colector

- Aplicando la ley de difusión, se puede determinar el flujo de carga a través de la región de la base hacia el colector.
- La ecuación muestra que el transistor es en efecto un elemento controlado por tensión, y un buen candidato como amplificador.

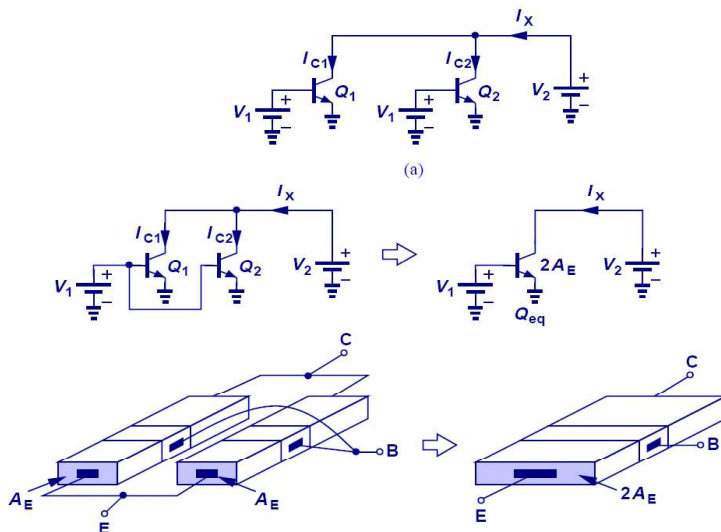
$$I_C = \frac{A_E q D_n n_i^2}{N_E W_B} \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right)$$

$$I_C = I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}$$

$$I_S = \frac{A_E q D_n n_i^2}{N_E W_B}$$

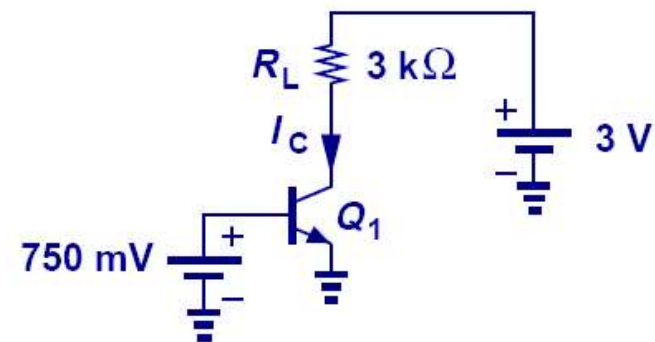
Combinación de Transistores en Paralelo

- Cuando dos transistores se conectan en paralelo y experimentan el mismo potencial a través de las tres terminales, se pueden representar por un único transistor con el doble de área.



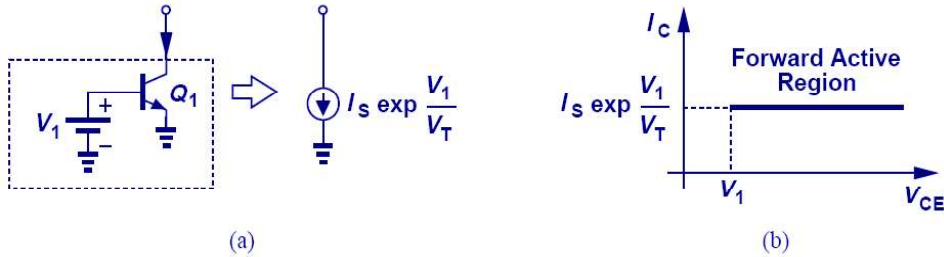
Configuración Simple del Transistor

- Aunque el transistor convierte una tensión en una corriente, se puede obtener una tensión de salida insertando una resistencia de carga en la salida, permitiendo que la corriente controlada pase a través de ella.



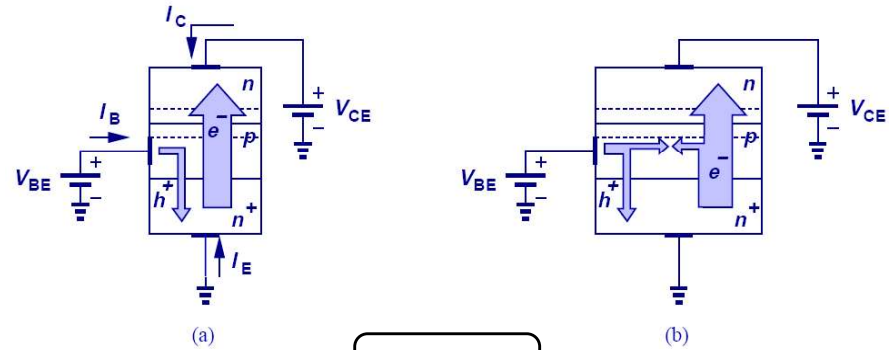
Fuente de Corriente Constante

- Idealmente, la corriente de colector no depende de la tensión VCE (tensión colector-emisor).
- Esta propiedad le permite al transistor funcionar como una fuente de corriente constante cuando la tensión VBE (base-emisor) es fija.



Corriente de Base

- La corriente de base tiene dos componentes:
 - Inyección de huecos al emisor.
 - Recombinación de huecos con electrones que vienen del emisor.



$$I_C = \beta I_B$$

Corriente de Emisor

- Aplicando la ley de corriente de Kirchhoff al transistor, se puede encontrar la corriente de emisor.

$$I_C = I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}$$

$$I_E = I_C + I_B$$

$$I_E = I_C \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

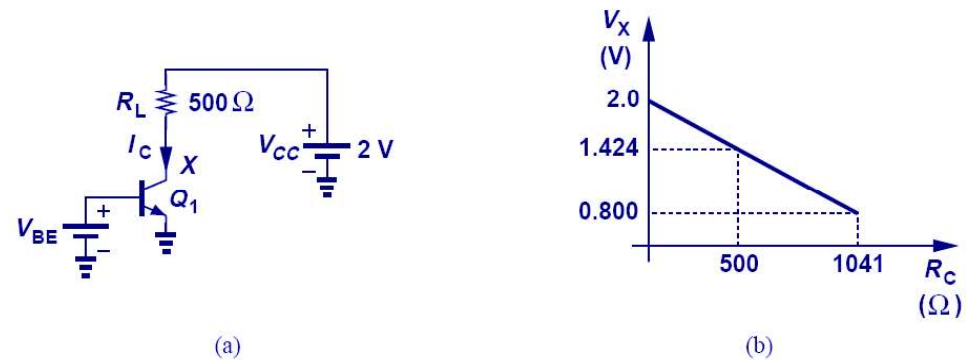
$$I_B = \frac{1}{\beta} I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}$$

$$I_E = \frac{\beta + 1}{\beta} I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}$$

$$\frac{\beta}{\beta + 1} = \alpha$$

Ejemplo: Máxima Resistencia de Carga R_L

- A medida que R_L aumenta, V_X disminuye y eventualmente polariza la unión base-colector en directa. Esto ocasiona que el transistor se salga de la región activa directa.
- Por este motivo, existe una máxima resistencia de colector.



Curvas Características del Transistor Bipolar

Curva de Transferencia

(a)

Curva de Salida

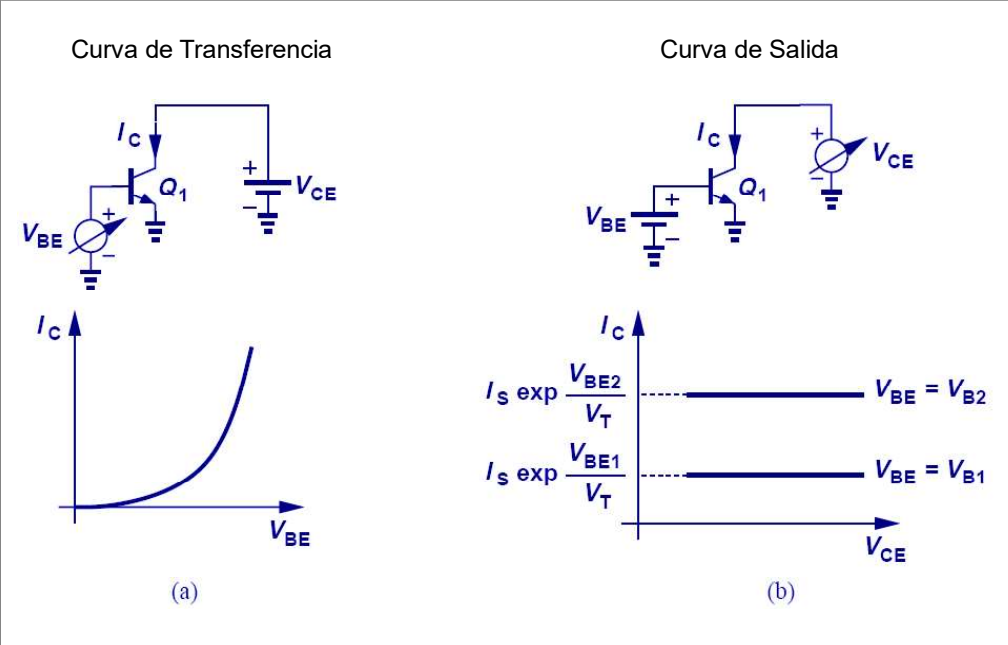
(b)

Curva de Transferencia

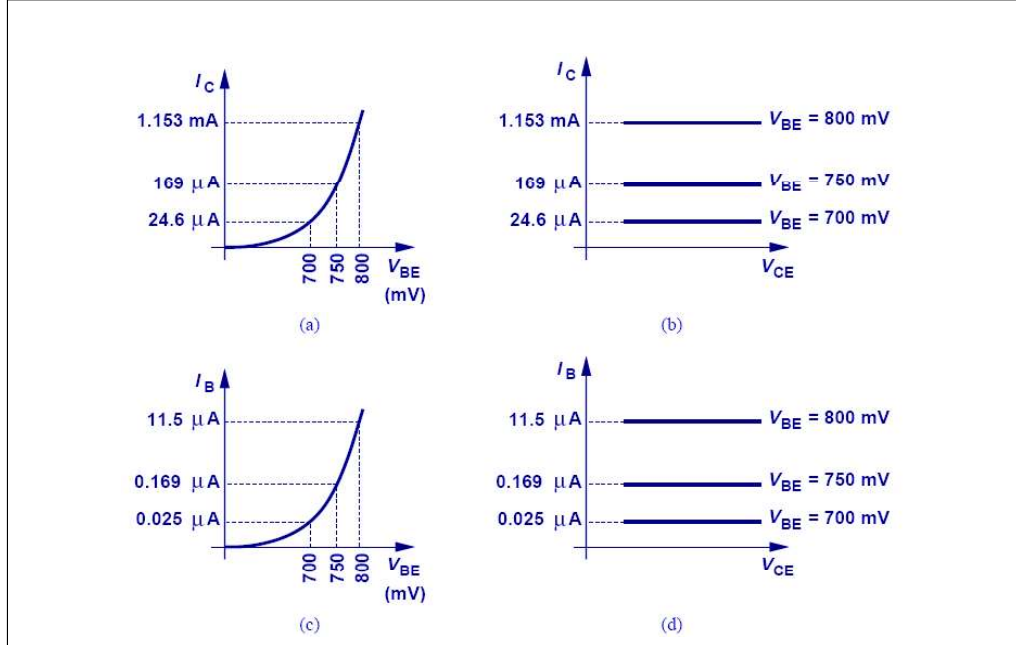
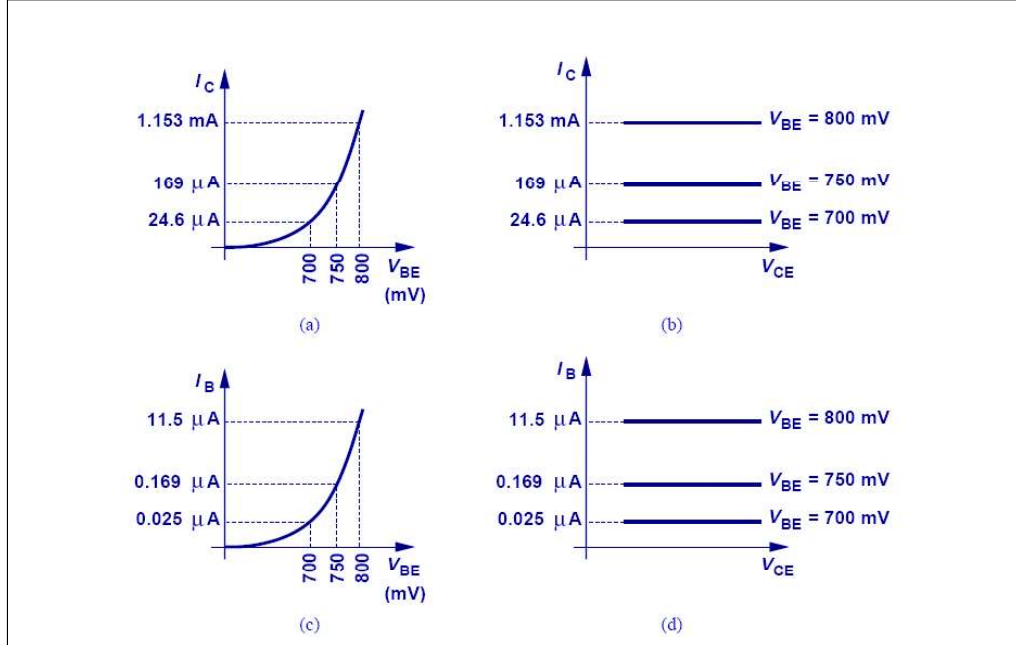
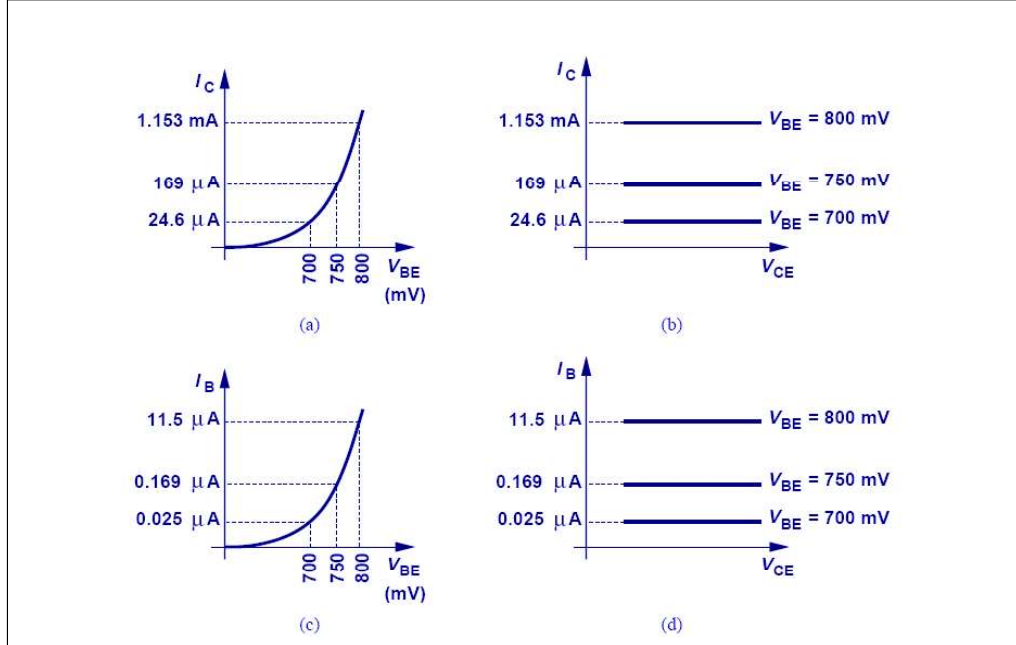
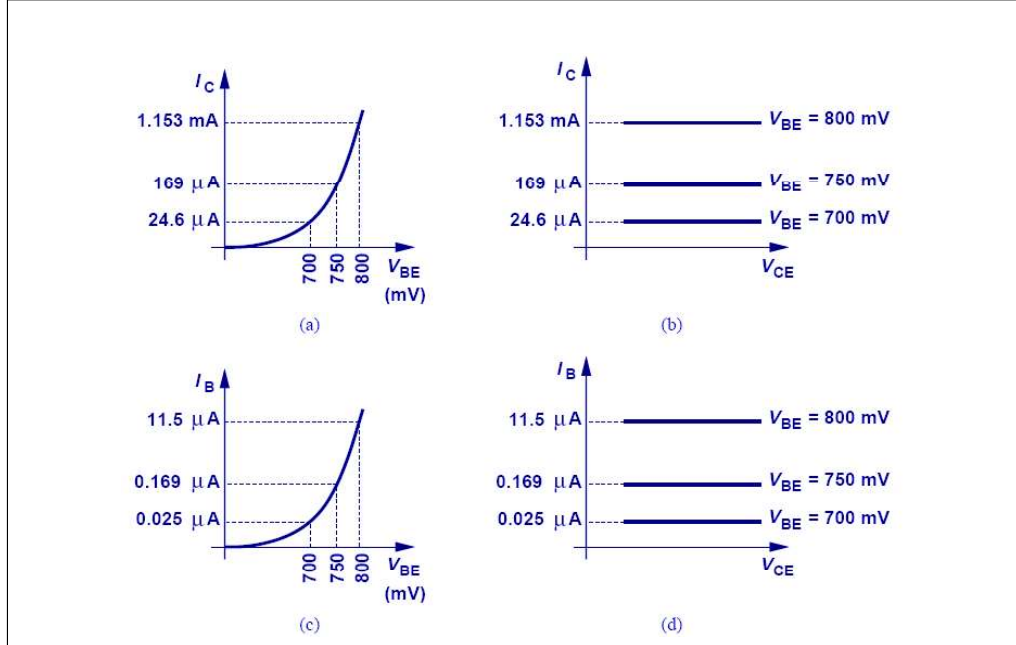
(a)

Curva de Salida

(b)



Ejemplo: Características I-V



Regiones de Operación

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa
 $I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

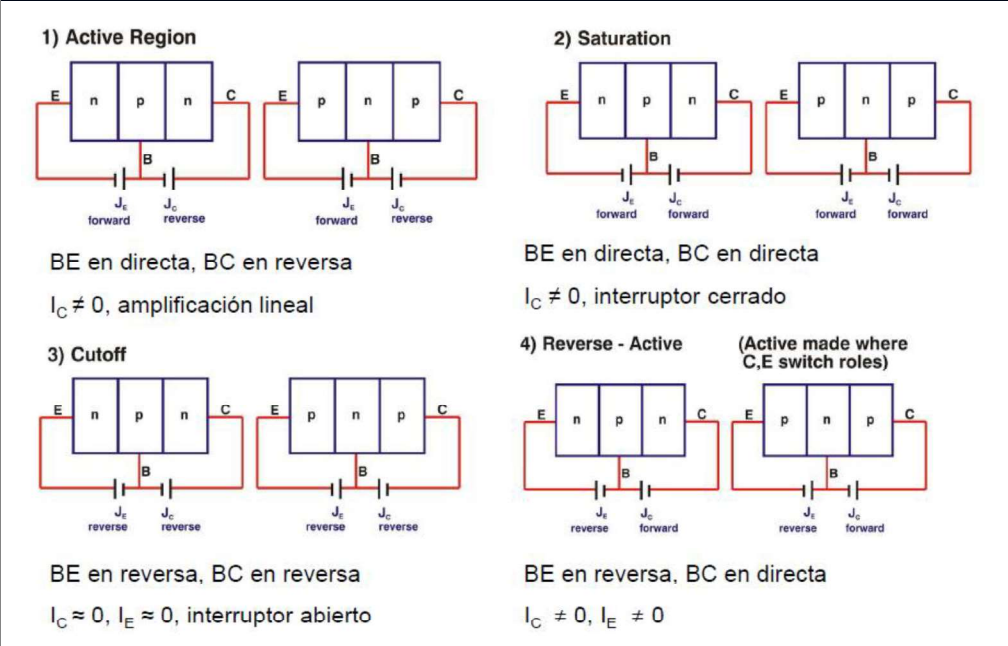
BE en directa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa
 $I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active
 (Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$



1) Active Region

BE en directa, BC en reversa
 $I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa
 $I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active
 (Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa
 $I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa
 $I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active
 (Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa
 $I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

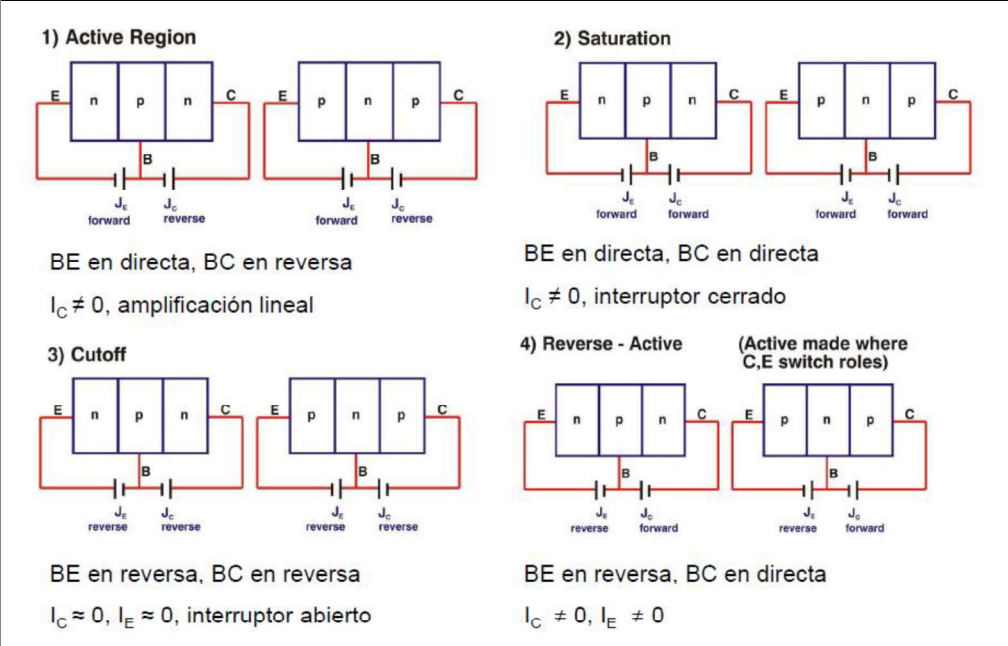
BE en directa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa
 $I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active
 (Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa
 $I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$



1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

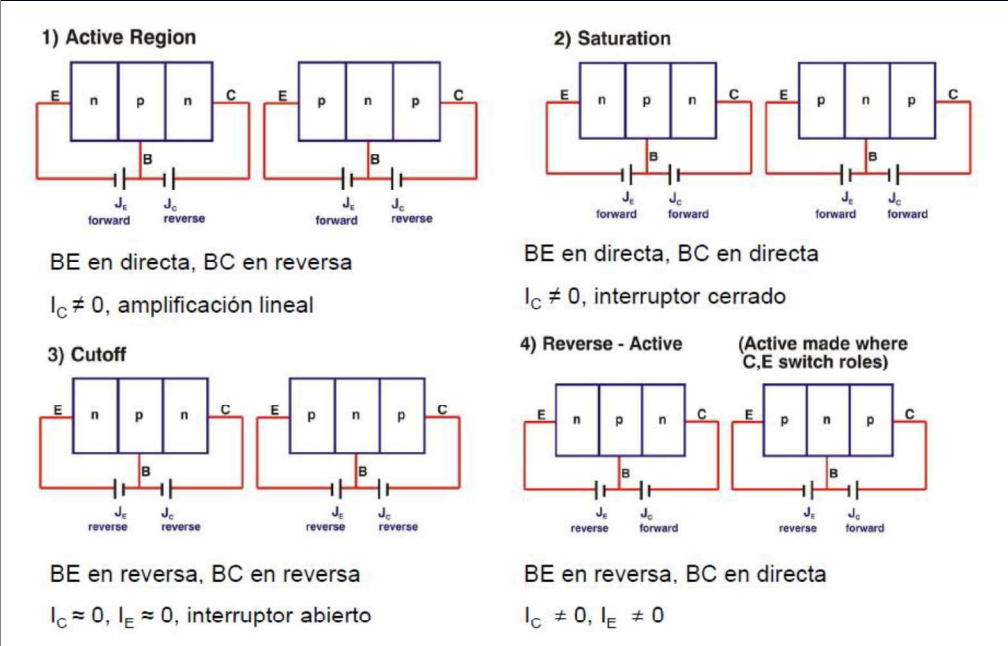
$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$



1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

1) Active Region

BE en directa, BC en reversa

$I_C \neq 0$, amplificación lineal

2) Saturation

BE en directa, BC en directa

$I_C \neq 0$, interruptor cerrado

3) Cutoff

BE en reversa, BC en reversa

$I_C \approx 0$, $I_E \approx 0$, interruptor abierto

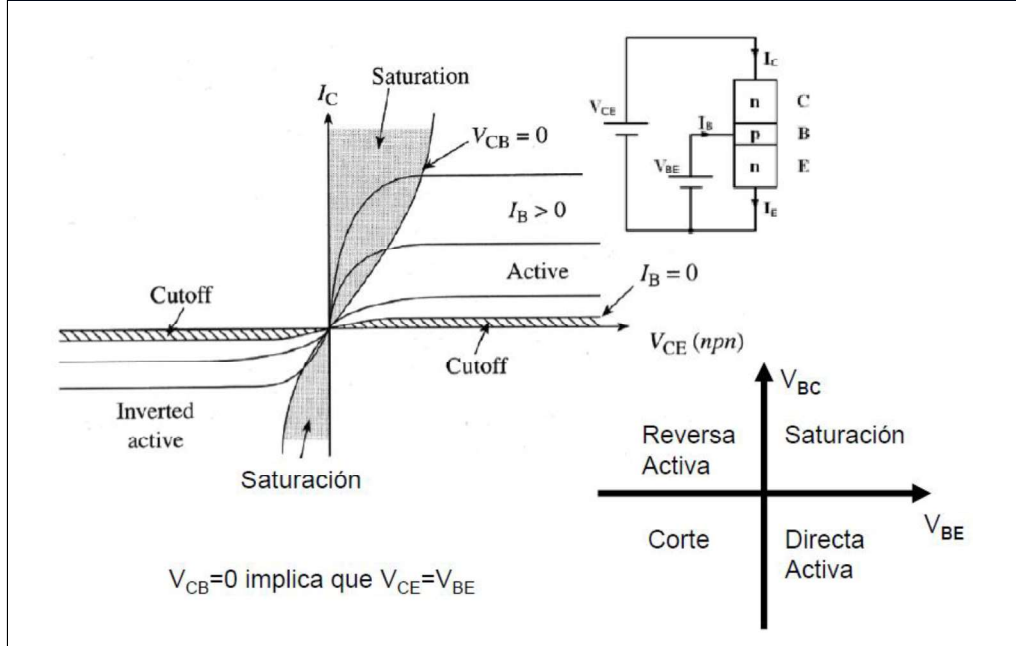
4) Reverse - Active

(Active made where C,E switch roles)

BE en reversa, BC en directa

$I_C \neq 0$, $I_E \neq 0$

Características de Salida



The diagram illustrates the common-emitter configuration of an npn transistor. It includes a circuit schematic, a graph of collector current I_C versus collector-emitter voltage V_{CE} (labeled $V_{CE} (npn)$), and a graph of V_{BC} versus V_{BE} .

Circuit Schematic: Shows an npn transistor with collector (C), base (B), and emitter (E) terminals. The base is connected to ground through a base-emitter voltage V_{BE} . The collector is connected to a collector-emitter voltage V_{CE} . The collector current is I_C , the base current is I_B , and the emitter current is I_E .

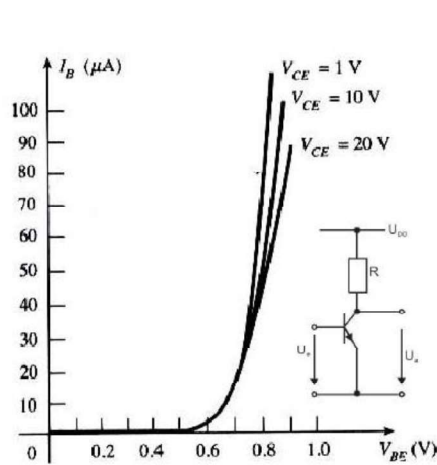
Graph of I_C vs $V_{CE} (npn)$: The graph shows the characteristic curves for different base currents I_B . The regions are labeled: Saturation (top left), Cutoff (top right), Active (middle right), and Inverted active (bottom left). The condition $V_{CB} = 0$ is indicated for the active region. The curves show that $I_C \approx I_B$ in the active region.

Graph of V_{BC} vs V_{BE} : The graph shows the relationship between the base-collector voltage V_{BC} and the base-emitter voltage V_{BE} . The regions are labeled: Reversa Activa (top left), Saturación (top right), Corte (bottom left), and Directa Activa (bottom right).

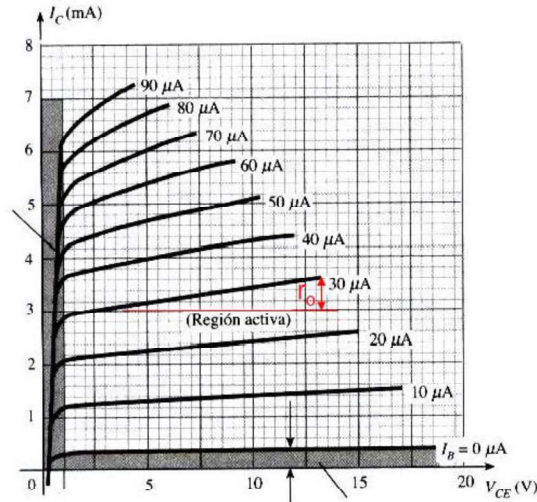
Text: $V_{CB}=0$ implica que $V_{CE}=V_{BE}$

Curvas Características

Característica de entrada (transferencia)



Característica de salida



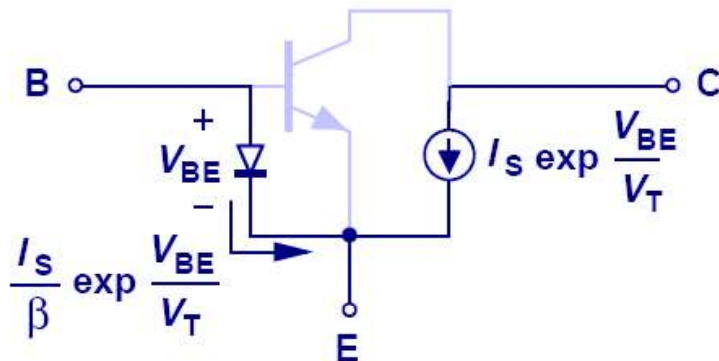
Resistencia de salida $\rightarrow \infty$ (caso ideal)
Resistencia de salida $= r_o$

Clase 14 Modelo de Gran Señal BJT

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

Modelo de Gran Señal del Transistor Bipolar

- Se coloca un diodo entre la base y el emisor.
- Se coloca una fuente de corriente dependiente entre el colector y emisor.



Efecto Early

- Decir que la corriente de colector no depende de V_{CE} es un error.
- A medida que V_{CE} aumenta, el ancho de la región de agotamiento entre la base y el colector aumenta. Por lo tanto, el ancho efectivo de la base disminuye, lo que ocasiona un aumento en la corriente de colector.

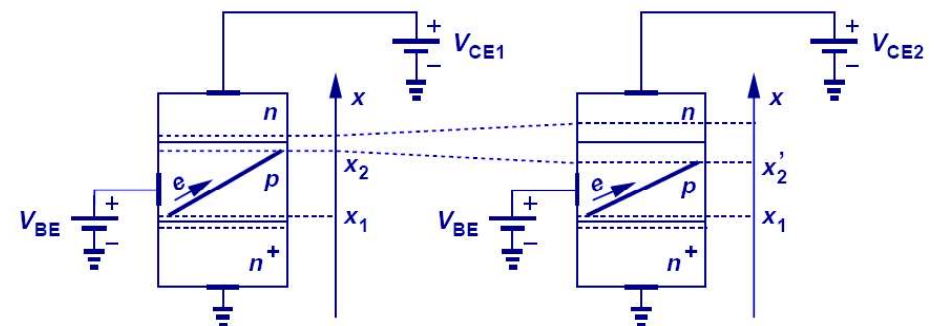
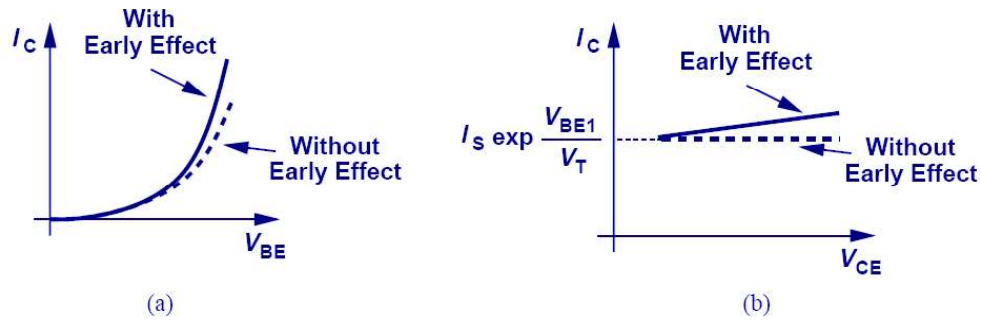
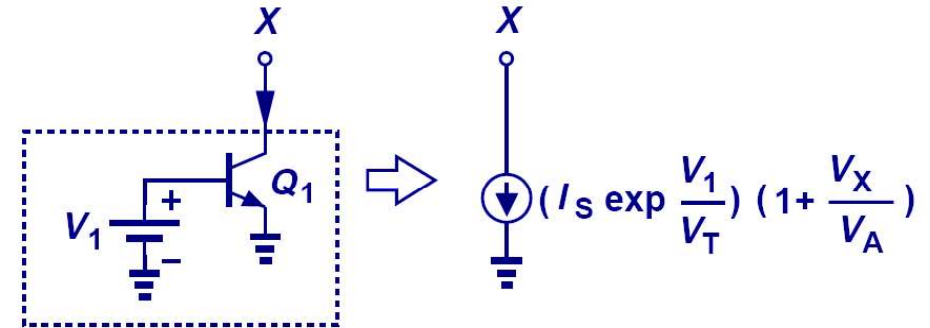


Ilustración del Efecto Early

- Con efecto Early, la corriente de colector se vuelve más grande de lo usual y se convierte en una función de V_{CE} .

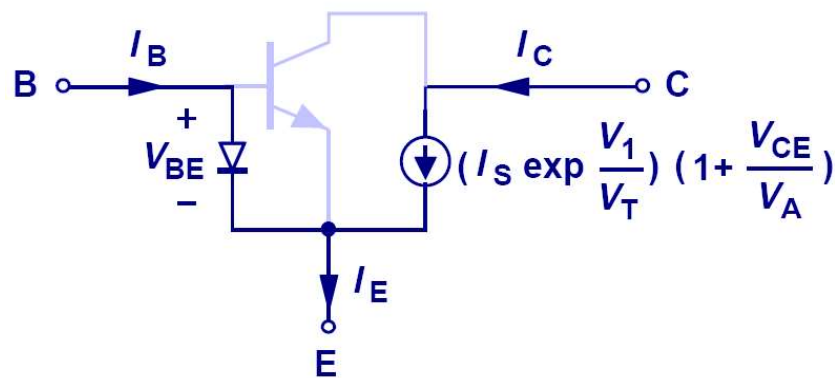


Representación del Efecto Early



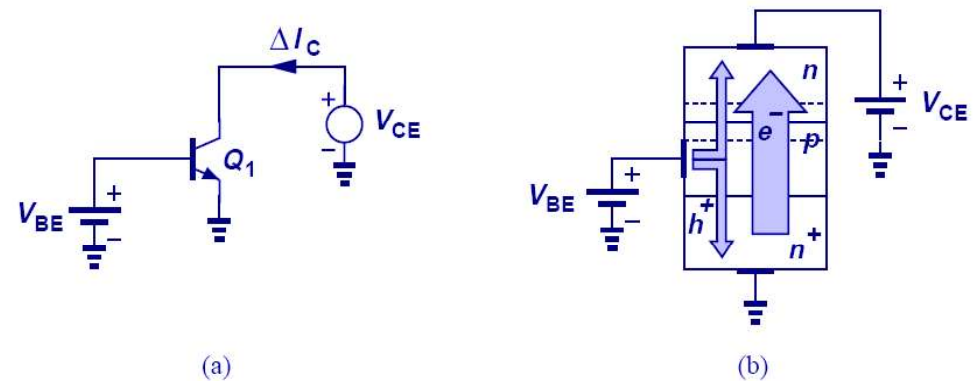
Modelo de Gran Señal con Efecto Early

- El efecto Early se puede incluir en el modelo de gran señal mediante la inclusión de un factor de corrección en la ecuación de corriente de colector.
- De esta forma, la corriente de base no cambia.

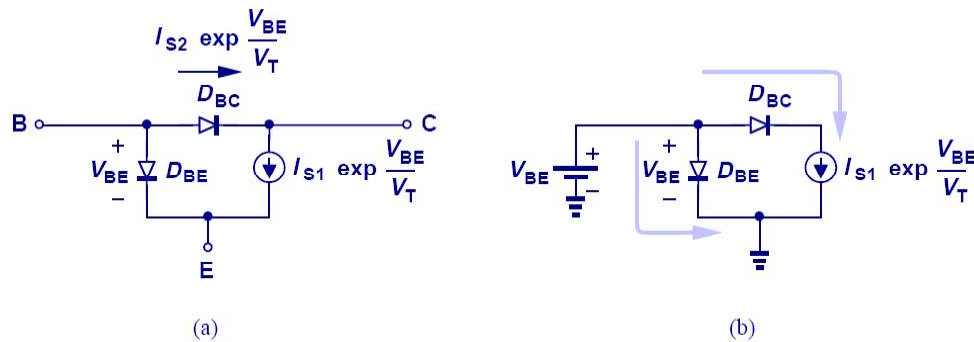


Transistor Bipolar en Saturación

- Cuando la tensión del colector cae por debajo de la tensión de base, la unión base-colector se polariza en directa. Esto aumenta la corriente de base y disminuye la ganancia de corriente β .

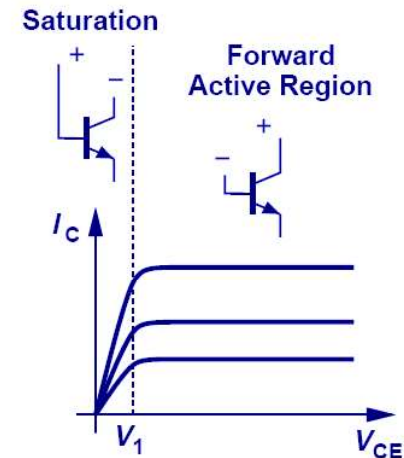


Modelo de Gran Señal para la Región de Saturación



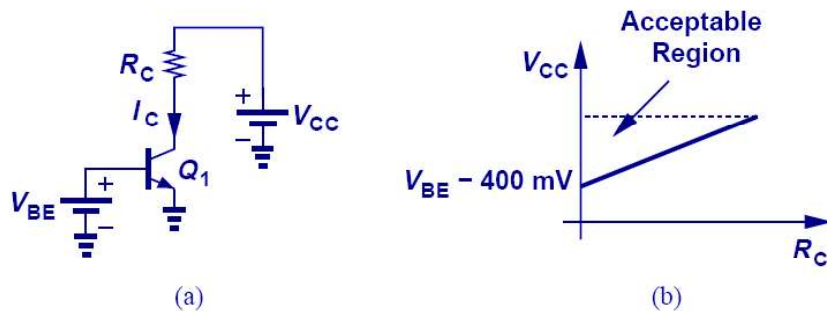
Curva Característica Completa

- La velocidad del BJT también disminuye en saturación.



Ejemplo: Región de V_{CC} Aceptable

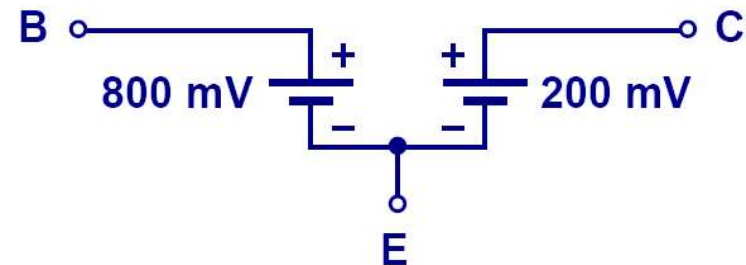
- Con el propósito de mantener el BJT al menos en la región de saturación débil, la tensión del colector no debe caer por debajo de la tensión de base por más de 400 mV.
- Una relación lineal se puede derivar a partir de V_{CC} y R_C de manera que se pueda ubicar el punto de operación en un rango aceptable.



$$V_{CC} \geq I_C R_C + (V_{BE} - 400\text{mV})$$

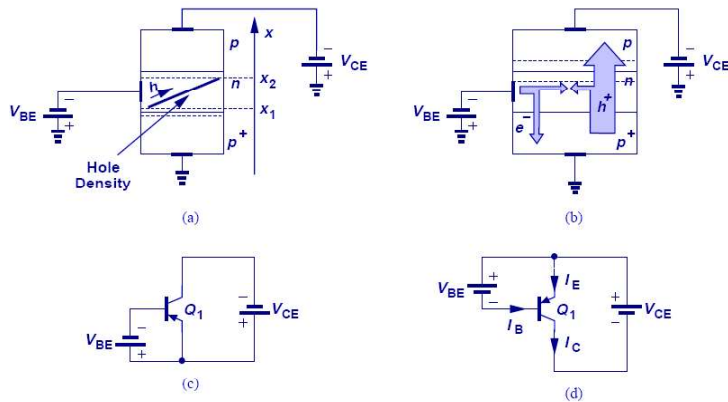
Saturación Fuerte

- En la región de saturación fuerte, el transistor pierde su capacidad de ser una fuente de corriente controlada, y la tensión V_{CE} se vuelve constante.



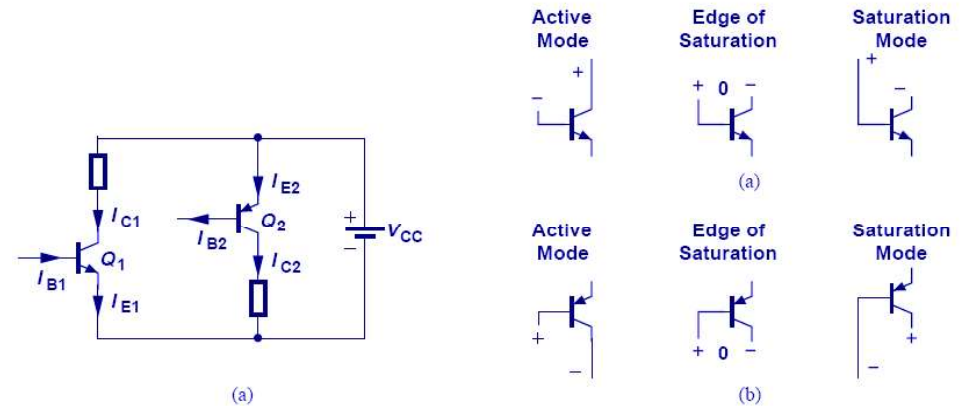
Transistor PNP

- Si se invierten los dopados del emisor, colector y base, se forma un transistor PNP.
- Todos los principios que se aplican al NPN también se aplican al PNP, con la excepción de que el emisor está a un potencial más alto que la base, y la base a un potencial más alto que el colector.



Comparación entre Transistores NPN y PNP

- La figura a continuación describe la dirección del flujo de corriente y las regiones de operación para transistores NPN y PNP.



Ecuaciones del Transistor PNP

$$I_C = I_S \exp \frac{V_{EB}}{V_T}$$

$$I_B = \frac{I_S}{\beta} \exp \frac{V_{EB}}{V_T}$$

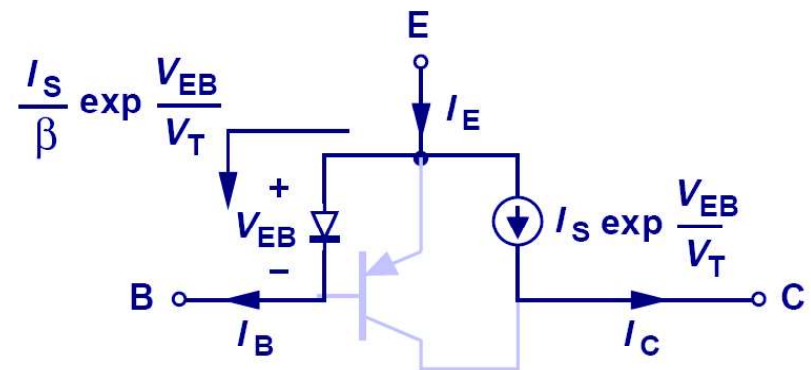
$$I_E = \frac{\beta + 1}{\beta} I_S \exp \frac{V_{EB}}{V_T}$$

Efecto Early



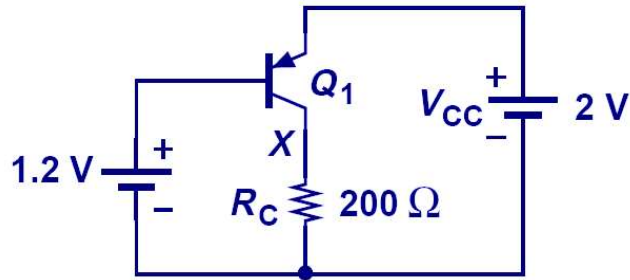
$$I_C = \left(I_S \exp \frac{V_{EB}}{V_T} \right) \left(1 + \frac{V_{EC}}{V_A} \right)$$

Modelo de Gran Señal para PNP



Polarización del PNP en Activa Directa

- Observe que el emisor está a un potencial más alto que la base y que el colector ($V_E > V_B$, $V_E > V_C$)
- La unión colector-base debe quedar en reversa, por lo que la tensión del colector debe ser menor que la tensión de base ($V_B > V_C$).



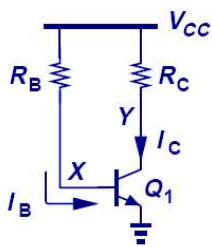
Clase 15 Polarización I

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

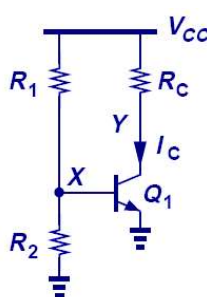
Polarización

- Técnicas para establecer las tensiones y corrientes de DC del circuito.
- Se debe especificar la tensión en cada nodo (V_C, V_B, V_E) y la corriente en cada una de las terminales del transistor (I_C, I_B, I_E).
- Se distinguen las siguientes topologías:

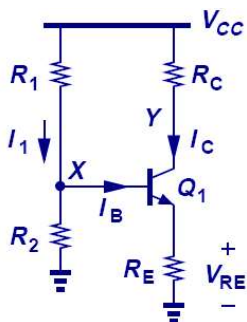
Resistencia de Base



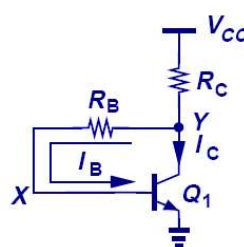
Divisor de Tensión



Degeneración Emisor



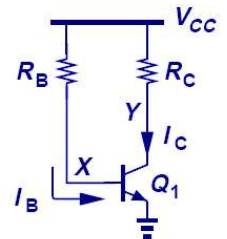
Autopolarización



Polarización por Resistencia de Base

Para resolver se utiliza el método iterativo:

1. Asumir $V_{BE} = 0.7 \text{ V}$
2. Calcular la corriente haciendo una malla por la base
$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \quad I_C = \beta I_B = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B}$$
3. Recalcular la tensión V_{BE} con la ecuación de Shockley
$$V_{BE} = V_t \ln \frac{I_C}{I_S}$$
4. Iterar hasta obtener un error aceptable



Si no se desean resultados exactos, se puede asumir desde el inicio que la tensión V_{BE} es aproximadamente 0.7 V y se resuelve I_C , sin iterar.

Polarización por Divisor de Tensión

- Si la corriente I_B es despreciable con respecto a la corriente que fluye por las resistencias, se puede calcular la tensión en la base simplemente tomando el divisor de tensión.

- Para que I_B se considere despreciable, se debe cumplir:

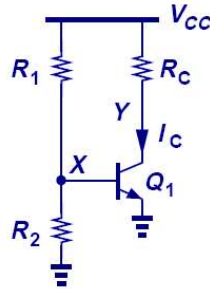
$$I_B < I_{R1}/10$$

- En ese caso se puede resolver sin iterar:

$$V_B = V_{BE} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

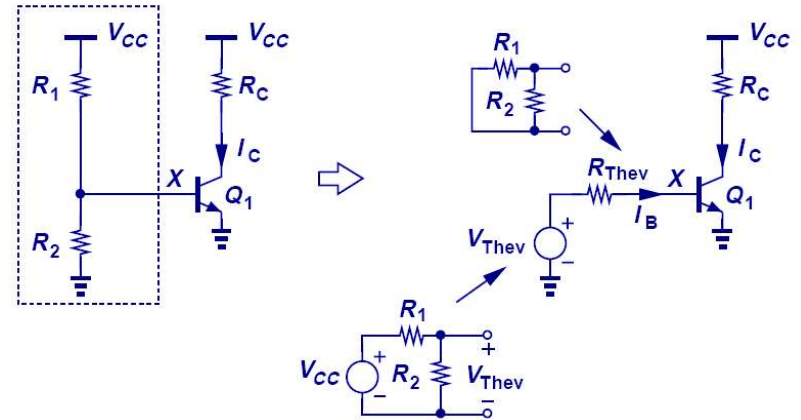
$$I_C = I_S e^{V_{BE}/V_t}$$

- Finalmente se debe verificar que el transistor opera en la región activa directa y que la corriente I_B en efecto es despreciable comparada con I_{R1} .



Polarización por Divisor de Tensión

- Si la corriente I_B no es despreciable, se debe sustituir el divisor de tensión por un equivalente de Thévenin.



- El circuito una vez convertido se resuelve igual que la polarización por resistencia de base (método iterativo).

Clase 16 Polarización II

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

Polarización con Degeneración de Emisor

- Este caso es similar a los dos anteriores, con la diferencia de que la resistencia de emisor queda en la ecuación de la malla por la base
- Tomando el equivalente de Thévenin:

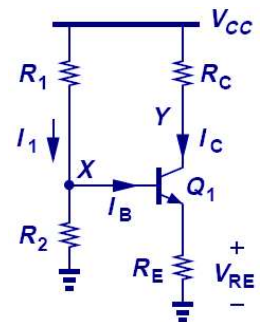
$$V_{TH} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TH} = V_{RTH} + V_{BE} + V_{RE}$$

$$V_{TH} = I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_E$$

$$V_{TH} = I_B R_{TH} + V_{BE} + (\beta + 1) I_B R_E$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1) R_E} \Rightarrow I_C = \beta \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1) R_E}$$



- A partir de aquí se debe iterar con el mismo procedimiento.

Autopolarización

- Este circuito siempre opera en la región activa directa

$$V_C > V_B$$

- Para resolverlo se toma la malla desde VCC por RB

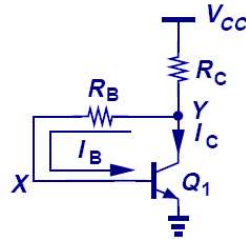
$$V_{CC} = (I_C + I_B)R_C + I_B R_B + V_{BE}$$

$$V_{CC} = (\beta I_B + I_B)R_C + I_B R_B + V_{BE}$$

$$V_{CC} = (\beta + 1)I_B R_C + I_B R_B + V_{BE}$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{(\beta + 1)R_C + R_B} \Rightarrow I_C = \beta I_B = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{(\beta + 1)R_C + R_B}$$

- A partir de aquí se resuelve por el método iterativo.

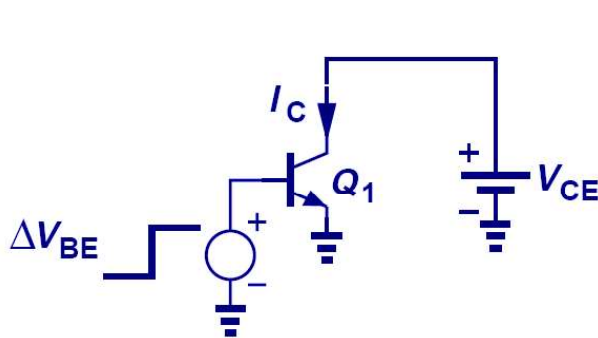


Clase 17 Modelo de Pequeña Señal

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

Transconductance

- Transconductance, g_m shows a measure of how well the transistor converts voltage to current.
- It will later be shown that g_m is one of the most important parameters in circuit design.



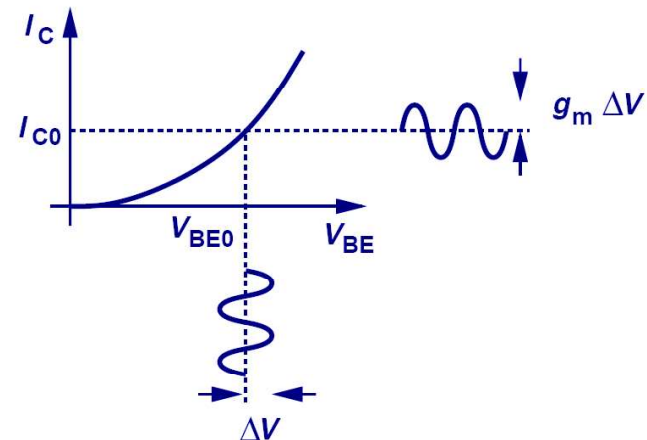
$$g_m = \frac{d}{dV_{BE}} \left(I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \right)$$

$$g_m = \frac{1}{V_T} I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

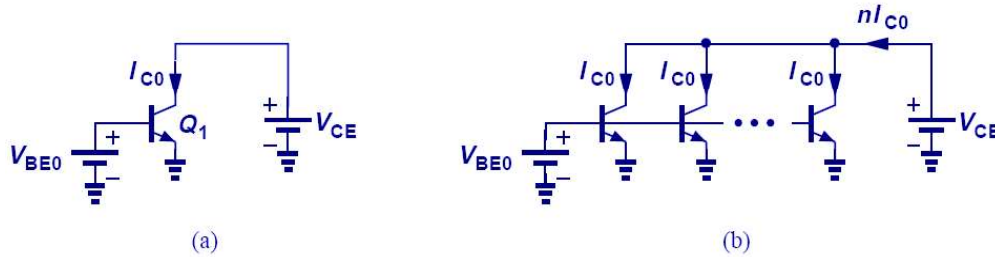
Visualization of Transconductance

- g_m can be visualized as the slope of I_C versus V_{BE} .
- A large I_C has a large slope and therefore a large g_m .



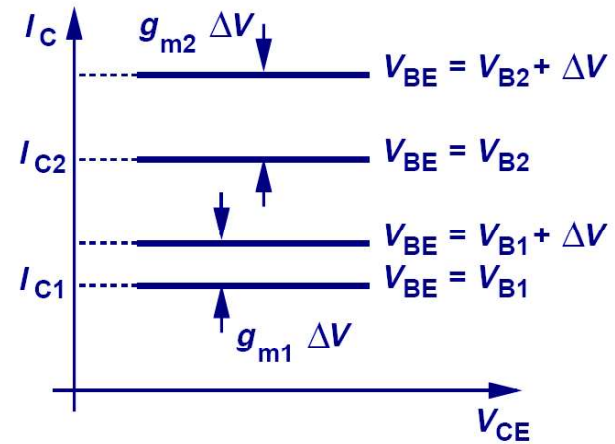
Transconductance and Area

- When the area of a transistor is increased by n , I_S increases by n . For a constant V_{BE} , I_C and hence g_m increases by a factor of n .



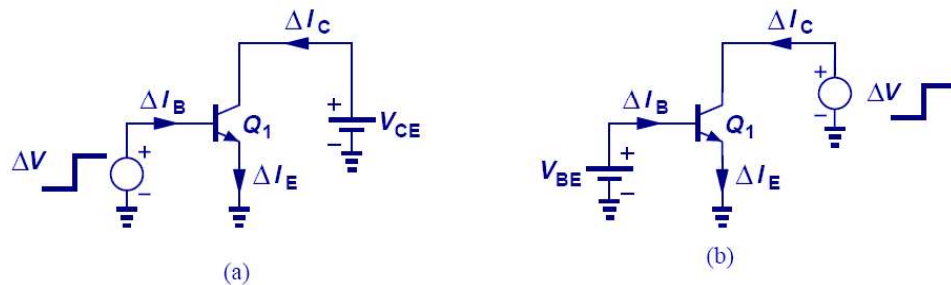
Transconductance and I_C

- The figure above shows that for a given V_{BE} swing, the current excursion around I_{C2} is larger than it would be around I_{C1} . This is because g_m is larger I_{C2} .

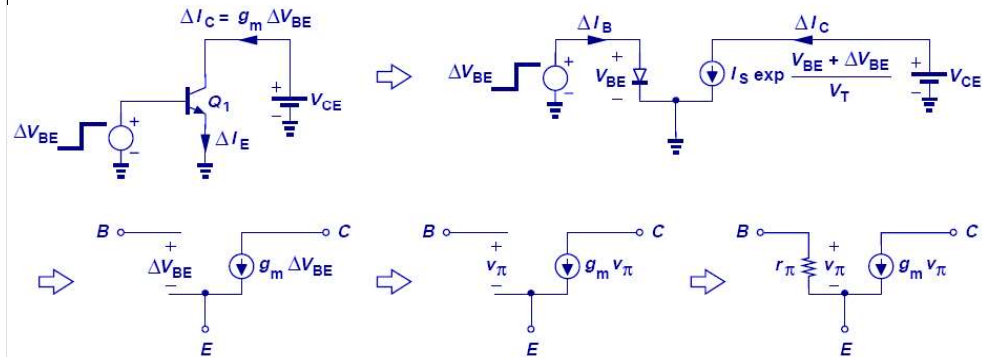


Small-Signal Model: Derivation

- Small signal model is derived by perturbing voltage difference every two terminals while fixing the third terminal and analyzing the change in current of all three terminals. We then represent these changes with controlled sources or resistors.

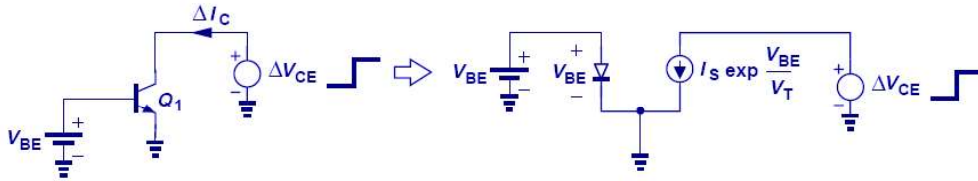


Small-Signal Model: V_{BE} Change



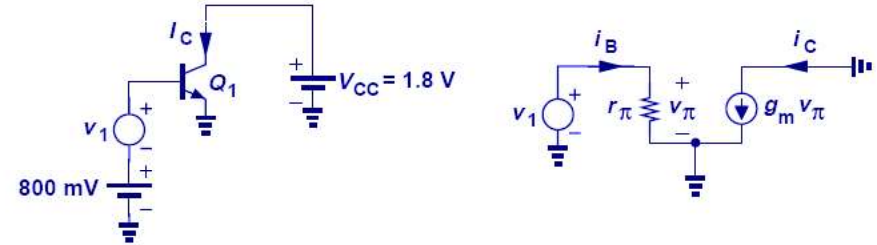
Small-Signal Model: V_{CE} Change

- Ideally, V_{CE} has no effect on the collector current. Thus, it will not contribute to the small signal model.
- It can be shown that V_{CB} has no effect on the small signal model, either.



Small Signal Example I

- Here, small signal parameters are calculated from DC operating point and are used to calculate the change in collector current due to a change in V_{BE} .

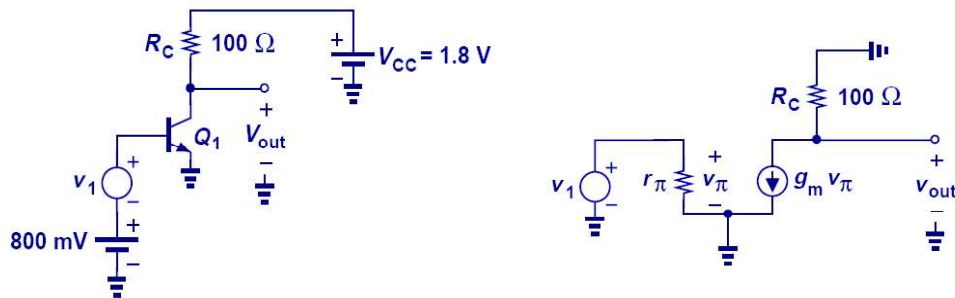


$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1}{3.75\Omega}$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 375\Omega$$

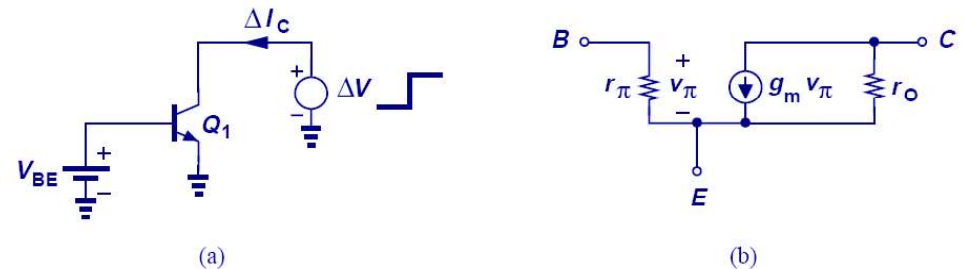
Small Signal Example II

- In this example, a resistor is placed between the power supply and collector, therefore, providing an output voltage.



- AC Ground:** Since the power supply voltage does not vary with time, it is regarded as a ground in small-signal analysis.

Early Effect and Small-Signal Model



$$r_o = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{V_A}{I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T}} \approx \frac{V_A}{I_C}$$

Resistencia de Salida r_o

Resistencia de salida r_o : modulación de ancho de base causa resistencia de salida $\neq \infty$

La conductancia de salida se calcula como

$$\frac{1}{r_o} = g_o = f \left(\frac{I_{out}}{V_{out}} \right) = \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}} \right|_Q$$

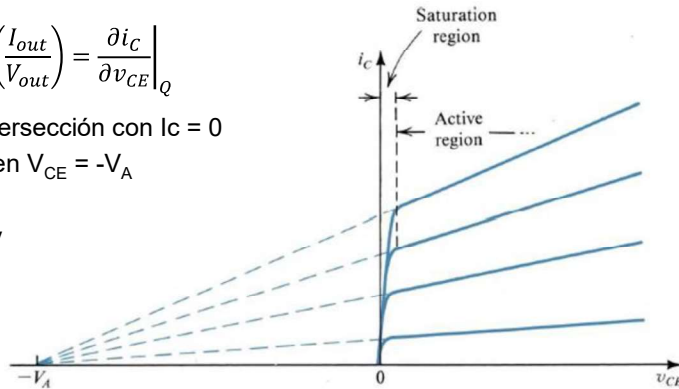
Extrapolar hasta intersección con $I_C = 0$

Intersección se da en $V_{CE} = -V_A$

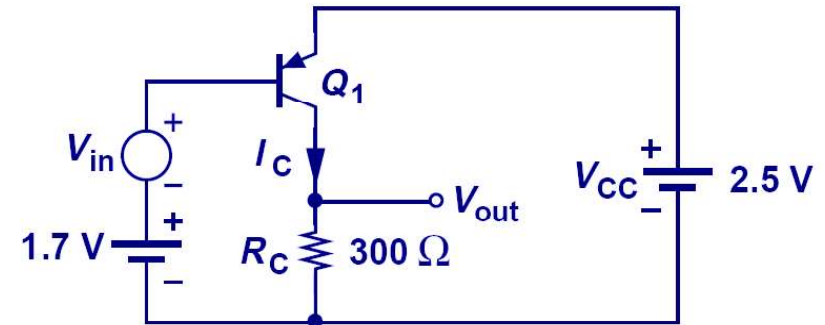
V_A : voltaje de Early

$$r_o = \frac{V_A}{I_C'}$$

I_C' es I_C sin tomar en cuenta la modulación de ancho de base

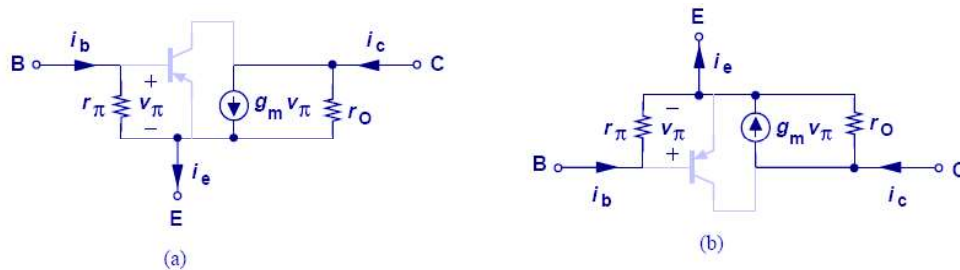


Small Signal Analysis

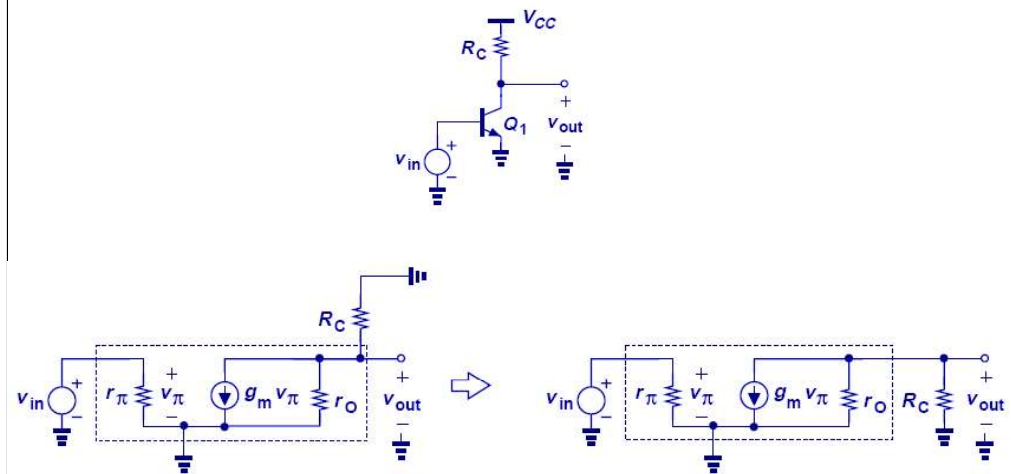


Small-Signal Model for PNP Transistor

- The small signal model for PNP transistor is exactly IDENTICAL to that of NPN. This is not a mistake because the current direction is taken care of by the polarity of V_{BE} .

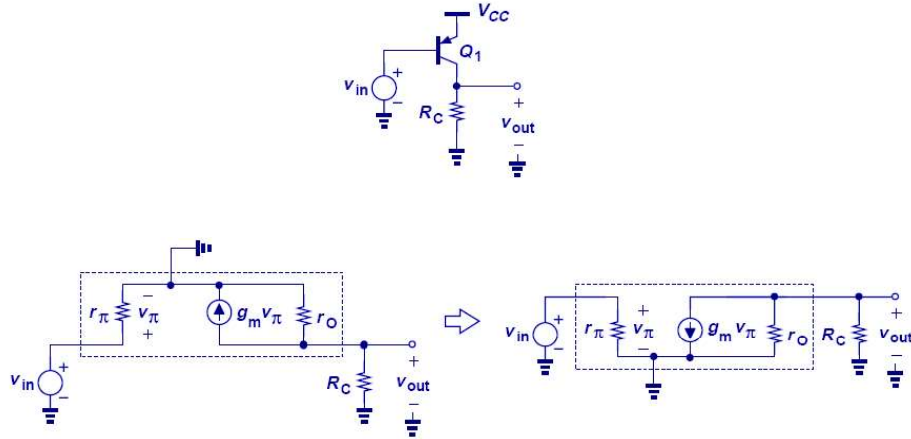


Small Signal Model Example I



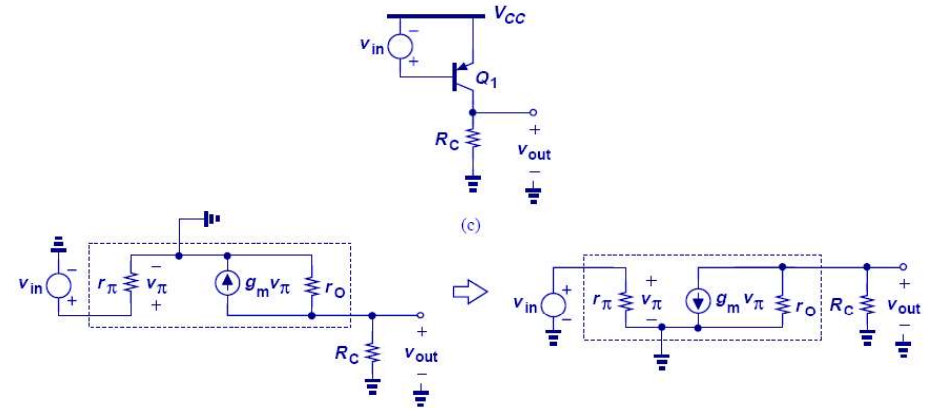
Small Signal Model Example II

- Small-signal model is identical to the previous ones.

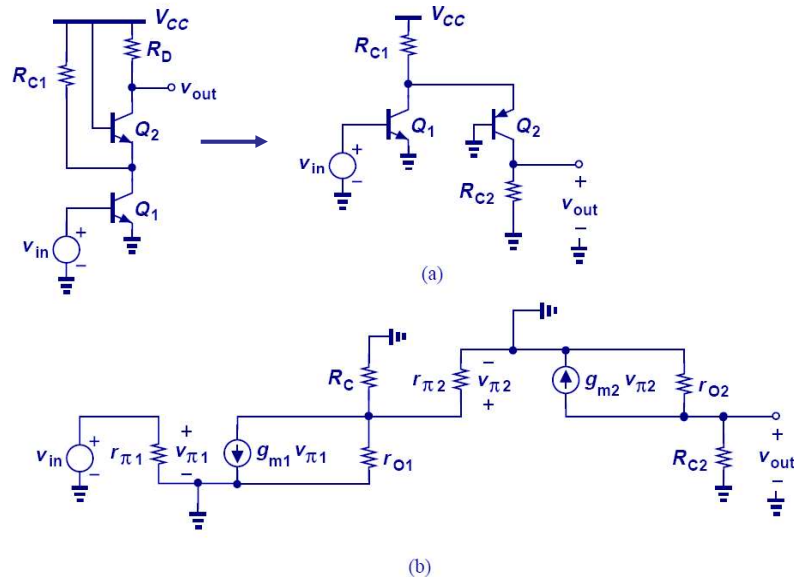


Small Signal Model Example III

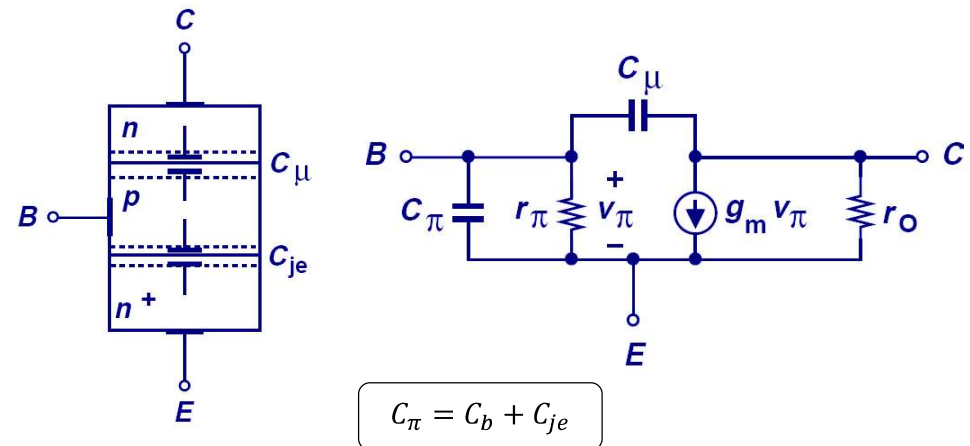
- Since during small-signal analysis, a constant voltage supply is considered to be AC ground, the final small-signal model is identical to the previous two.



Small Signal Model Example IV

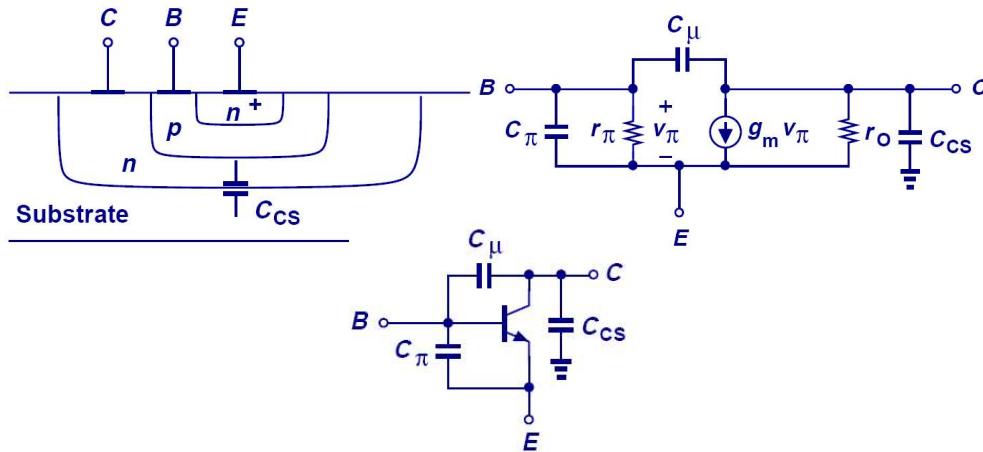


High-Frequency Bipolar Model



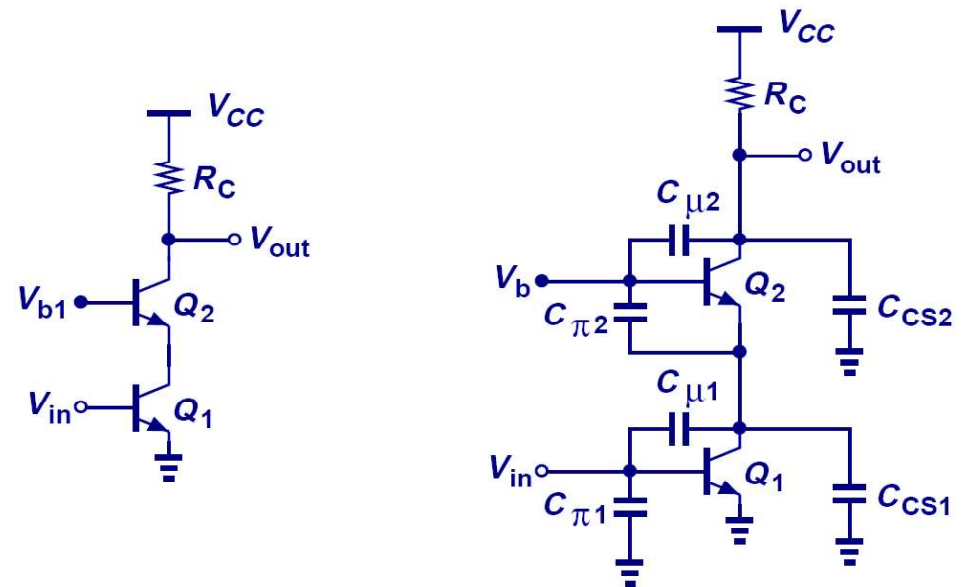
- At high frequency, capacitive effects come into play. C_b represents the base charge, whereas C_μ and C_{je} are the junction capacitances.

High-Frequency Model of Integrated Bipolar Transistor

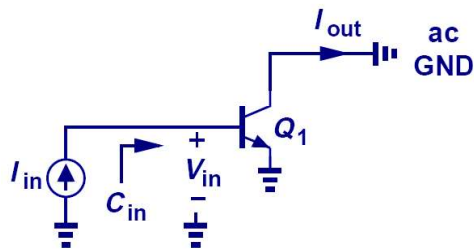


- Since an integrated bipolar circuit is fabricated on top of a substrate, another junction capacitance exists between the collector and substrate, namely C_{CS} .

Example: Capacitance Identification



Frecuencia de Tránsito



$$2\pi f_T = \frac{g_m}{C_{GS}}$$

La frecuencia de tránsito, f_T , se define como la frecuencia donde la ganancia de corriente desde la salida a la entrada se vuelve 1.

Clase 18 Modelo de Ebers-Moll

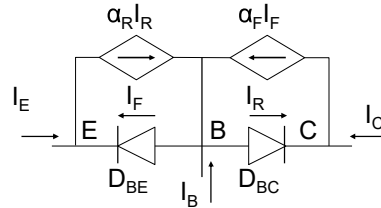
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Elementos Activos
Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Semestre II-2019

Modelo de Ebers-Moll

Modelo describe la operación de ambos diodos: DBE y DBC

Permite encontrar el punto de operación en cualquiera de las regiones:

- Corte
- Activa directa
- Activa reversa
- Saturación débil
- Saturación fuerte



$$I_C = \alpha_F I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

$$I_E = \alpha_R I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1) - I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_F = I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_R = I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

$$I_B + I_C + I_E = 0$$

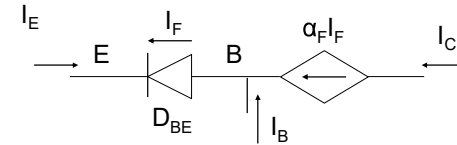
$$I_B = -I_C - I_E$$

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

La dirección de las corrientes es muy importante, signo positivo siempre que la corriente entra al transistor.

La suma de las tres corrientes es cero.

Modelo de Ebers-Moll Simplificado (Activa Directa)



También llamado **Modelo T**

- En activa directa, el modelo se simplifica al igualar $I_R = 0$.

- La fuente de corriente dependiente $\alpha_R I_R$ también se apaga.

- Las ecuaciones se reducen como se observa a la derecha.

$$I_C = \alpha_F I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_E = -I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_F = I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_R \approx 0$$

$$I_B + I_C + I_E = 0$$

$$I_B = -I_C - I_E$$

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

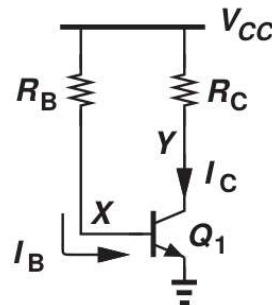
Problema 1 – Ebers-Moll para saturación débil

Un transistor NPN polarizado por resistencia de base (mostrado en la figura) presenta los siguientes parámetros: $\alpha_F = 0.99$, $\alpha_R = 0.495$, $I_{ES} = 1 \times 10^{-17}$ A, $I_{CS} = 2 \times 10^{-17}$ A. La fuente de alimentación es de 5 V.

Se requiere dimensionar las resistencias para obtener una corriente $I_C = 1$ mA con el transistor en la región de saturación débil, considerando $V_C = V_B = 200$ mV.

Dibuje el circuito equivalente utilizando el modelo de Ebers-Moll completo, y determine:

- El valor de β_F y de β_R
- El valor de V_{BE} , V_{BC} y V_{CE}
- El valor de I_F e I_R
- El valor de I_E e I_B
- El valor de la resistencia R_B
- El valor de R_C



Problema 1 – Solución (1)

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = \frac{0.99}{1 - 0.99} = 99$$

$$\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R} = \frac{0.495}{1 - 0.495} = 0.9802$$

Las ecuaciones del modelo de Ebers-Moll son:

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R = \alpha_F I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1) = 1 \text{ mA}$$

$$I_E = \alpha_R I_R - I_F = \alpha_R I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1) - I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

Donde la corriente de directa y reversa son:

$$I_F = I_{ES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_R = I_{CS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

Problema 1 – Solución (2)

Este sistema de ecuaciones tiene tres incógnitas (V_{BE} , V_{BC} , I_E) de modo que se necesita una ecuación adicional para resolverlo. La ecuación adicional se obtiene de la condición de saturación débil:

$$V_C = V_B - 200 \text{ mV}$$

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$$

$$V_{BC} = 200 \text{ mV}$$

Esto reduce el sistema a dos ecuaciones, dos variables (V_{BE} , I_E):

$$I_R = I_{CS}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) = (2 \times 10^{-17} \text{ A})(e^{200 \text{ mV}/26 \text{ mV}} - 1) = 4.38 \times 10^{-14} \text{ A}$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R = 1 \text{ mA}$$

Problema 1 – Solución (3)

$$I_F = \frac{I_C + I_R}{\alpha_F} = \frac{1 \text{ mA} + 4.38 \times 10^{-14} \text{ A}}{0.99} = 1.0101 \text{ mA}$$

De donde podemos calcular la tensión V_{BE} como:

$$I_F = I_{ES}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) = 1.0101 \text{ mA}$$

$$V_{BE} = V_T \ln(I_F/I_{ES}) = 26 \text{ mV} \cdot \ln\left(\frac{1.0101 \text{ mA}}{10^{-17} \text{ A}}\right) = 838.40 \text{ mV}$$

La tensión colector-emisor es entonces

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} = 838.40 \text{ mV} - 200 \text{ mV} = 638.40 \text{ mV}$$

La corriente de emisor es:

$$I_E = \alpha_R I_R - I_F = (0.495)(4.38 \times 10^{-14} \text{ A}) - 1.0101 \text{ mA} \approx -1.0101 \text{ mA}$$

Problema 1 – Solución (4)

La corriente de base se calcula como:

$$I_B = -I_E - I_C = -(-1.0101 \text{ mA}) - (1 \text{ mA}) = 10.10 \text{ } \mu\text{A}$$

De la malla de la base:

$$V_{CC} - I_B R_B = V_{BE}$$

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_B} = \frac{5 \text{ V} - 838.40 \text{ mV}}{10.10 \text{ } \mu\text{A}} = 412.03 \text{ k}\Omega$$

Finalmente la resistencia de colector que produce la operación en modo de saturación débil se calcula con la malla del colector:

$$V_{CC} - I_C R_C = V_{CE}$$

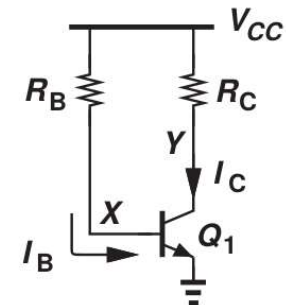
$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = \frac{5 \text{ V} - 638.40 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 4.362 \text{ k}\Omega$$

Problema 2 – Ebers-Moll para saturación fuerte

Repetir el problema si ahora el transistor opera en la región de saturación, con una tensión V_{BC} de al menos 750 mV que polariza el diodo B-C en directa. En esta región asuma que la corriente de colector disminuyó a 300 μA debido a la contribución de la corriente de reversa.

Utilizando el modelo de Ebers-Moll completo, determine:

- El valor de V_{BE} , V_{BC} y V_{CE}
- El valor de I_F e I_R
- El valor de la resistencia R_B
- El valor de R_C



Problema 2 – Solución (1)

La condición de saturación fuerte ahora es:

$$V_C = V_B - 750mV$$

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$$

$$V_{BC} = 750mV$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones de Ebers-Moll obtenemos:

$$I_R = I_{CS}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) = (2 \times 10^{-17}A)(e^{750mV/26mV} - 1) = 67.41\mu A$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R = 300\mu A$$

$$I_F = \frac{I_C + I_R}{\alpha_F} = \frac{300\mu A + 67.41\mu A}{0.99} = 371.12\mu A$$

Problema 2 – Solución (2)

De donde podemos calcular la tensión V_{BE} como:

$$I_F = I_{ES}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) = 371.12\mu A$$

$$V_{BE} = V_T \ln(I_F/I_{ES}) = 26mV \ln\left(\frac{371.12\mu A}{10^{-17}A}\right) = 812.37mV$$

La tensión colector-emisor es entonces

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} = 812.37mV - 750mV = 62.37mV$$

La corriente de emisor es:

$$I_E = \alpha_R I_R - I_F = (0.495)(67.41\mu A) - 371.12\mu A = -337.52\mu A$$

Problema 2 – Solución (3)

La corriente de base se calcula como:

$$I_B = -I_E - I_C = -(-337.52\mu A) - (300\mu A) = 37.52\mu A$$

De la malla de la base:

$$V_{CC} - I_B R_B = V_{BE}$$

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_B} = \frac{5V - 812.37mV}{37.52\mu A} = 111.61 k\Omega$$

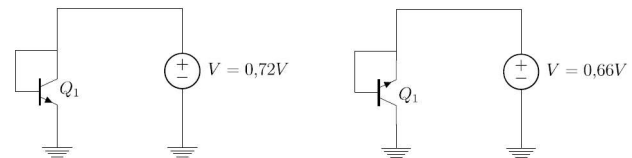
Finalmente la resistencia de colector que produce la operación en modo de saturación fuerte se calcula con la malla del colector:

$$V_{CC} - I_C R_C = V_{CE}$$

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = \frac{5V - 62.37mV}{300\mu A} = 16.46 k\Omega$$

Medición Experimental de los Parámetros de Ebers-Moll

- A un transistor bipolar NPN modelo 2N2222 se le aplican las siguientes pruebas, de las cuales se obtienen los resultados mostrados.



Prueba 1		Prueba 2	
VBE	0.72 V	VBE	0.66 V
IC	10.6864 mA	IC	1.3792 mA
IB	55.3370 μA	IB	Sin datos
IE	10.7418 mA	IE	Sin datos

Con base en la información de las tablas, determine los siguientes parámetros del modelo de Ebers-Moll: α_F , β_F , I_{ES} , I_{CS} , α_R , β_R , y calcule los valores de I_B e I_E que se deberían obtener en la prueba 2.

La clave está en observar que, en cada medición, uno de los dos diodos está en cortocircuito y las ecuaciones de Ebers-Moll se pueden simplificar.

Modelo de SPICE del Transistor BJT

Name	Description	Units	Default
Is	Transport saturation current	A	1e-16
Ibc	Base-collector saturation current	A	Is
Ibe	Base-emitter saturation current	A	Is
Vaf	Forward Early voltage	V	Infin.
Var	Reverse Early voltage	V	Infin.
Bf	Ideal maximum forward beta	-	100
Br	Ideal maximum reverse beta	-	1.

Ejemplo:

```
.model TRAN1 NPN (Is=2e-16 Vaf=5 Bf=200)
```