Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-2207 Elementos Activos
Profesores: Dr. Ing. Juan José Montero Rodríguez
Dr. Ing. Alfonso Chacón Rodríguez
M.Sc. Ing. Aníbal Ruiz Barquero
Ing. Edgar Solera Bolaños
II Semestre 2019
Primer Examen Parcial
16 de septiembre de 2019

Total de Puntos:	50
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Nombre: ____________________ Carné: ____________

Instrucciones Generales:

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borrones o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe encerrar en recuadro su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo **no** está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer **totalmente apagado** durante el examen.
- No se permite el uso de calculadora programable.
- Únicamente se atenderán dudas de forma.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.
- Esta prueba tiene una duración de 3 horas, a partir de su hora de inicio.

Firma: ____________________

Problema 1	de 10
Problema 2	de 15
Problema 3	de 15
Problema 4	de 10

LAS SOLUCIONES APLICAN *¡Las soluciones están disponibles solo para el tipo “a” de examen. Éste es el tipo a!*

Problemas

Problema 1 Dopado y compensación **10 Pts**

Una barra de silicio se encuentra dopada con boro (aceptor) en una concentración de 4×10^{13} cm^{-3} y con arsénico (donador) en una concentración de 8×10^{14} cm^{-3}. El largo de dicha barra es de 10 μm y su área transversal es de 36 μm^2. Asuma que la movilidad de los electrones y huecos permanecen constantes respecto a la temperatura.

1.1. ¿Qué tipo de semiconductor, es P o N? Justifique su respuesta. 2 Pts

1.2. Determine el dopado neto y la concentración de electrones y huecos a temperatura ambiente (300 K). 2 Pts

1.3. Encuentra la resistencia del silicio a temperatura ambiente (300 K) 2 Pts

1.4. Recalcule los puntos 1.2 y 1.3 considerando que dicha barra se encuentra a 600 K de temperatura con un n_i de 1×10^{16} cm^{-3}. 4 Pts

Solución

1.1 Que tipo de semiconductor es :

El semiconductor es tipo N, porque la concentración de impurezas donadoras es mucho mayor que las aceptoras. Este hecho provocaría que los portadores mayoritarios son los electrones, clasificando al silicio como un tipo N.

1.2 Determine el dopado neto y la concentración de electrones y huecos a temperatura ambiente (300K):

Dopado neto se obteniendo la diferencia entre ambos dopados:

$$Dopado_{neto} = N_D - N_A = 8 \times 10^{14} - 4 \times 10^{13} = 7.6 \times 10^{14}$$

Como en este caso n_i es mucho menor que el dopado neto:

$$n_i << Dopado_{neto}$$

$$1 \times 10^{10} << 7.6 \times 10^{14}$$

Se puede utilizar la siguiente aproximación para obtener la concentración de electrones y huecos:

$$n \approx Dopado_{neto} = 7.6 \times 10^{14}\ e^-/cm^3$$

$$p \approx n_i^2/Dopado_{neto} = 131.5789474 \times 10^3\ h^+/cm^3$$

1.3 Encuentre la resistencia del silicio La conductividad se encuentra aplicando:

$$\sigma = q(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p)$$

$$\sigma = 1.6 \cdot 10^{-19}(7.6 \times 10^{14} \cdot 1350 + 131.5789474 \times 10^3 \cdot 480)$$

$$\sigma = 0.16416$$

Con lo que se tiene una resistividad de :

$$\rho = 1/0.16416 = 6.019\ cm \cdot \Omega$$

Con la figura obtienen el área y el largo de la barra:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{10 \times 10^{-4} \cdot 6.019}{36 \times 10^{-8}} = 16.7\ k\Omega$$

Como en este caso n_i *es mucho mayor que el dopado neto, el silicio tiene un comportamiento más similar al intrínseco:*

$$n_i >> Dopado_{neto}$$

$$1 \times 10^{16} >> 7.6 \times 10^{14}$$

Por lo que los electrones y huecos en la barra se aproximan:

$$n \approx n_i = 1 \times 10^{16} e^{-}/cm^3$$

$$p \approx n_i = 1 \times 10^{16} h^{+}/cm^3$$

Por lo que ahora la conductividad es :

$$\sigma = q(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p)$$

$$\sigma = 1.6 \cdot 10^{-19}(1 \times 10^{16} \cdot 1350 + 1 \times 10^{16} \cdot 480)$$

$$\sigma = 2.928$$

La resistividad sería:

$$\rho = 1/2.928 = 0.3415\ cm \cdot \Omega$$

La resistencia sería:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{10 \times 10^{-4} \cdot 0.34153}{36 \times 10^{-8}} = 948.69\ \Omega$$

Problema 2 Arrastre y difusión $\boxed{\textbf{15 Pts}}$

Considere una barra de germanio, con longitud de 10 μm y un área transversal de 20 μm^2. La concentración de átomos dopantes donadores varía de forma lineal con la posición, de modo que existe una corriente de difusión. Esta situación se ilustra en la Figura 2.1, donde se observa que la concentración de donadores en el extremo $x = 10\ \mu m$ es $N_D = 4 \times 10^{16}\ cm^{-3}$.

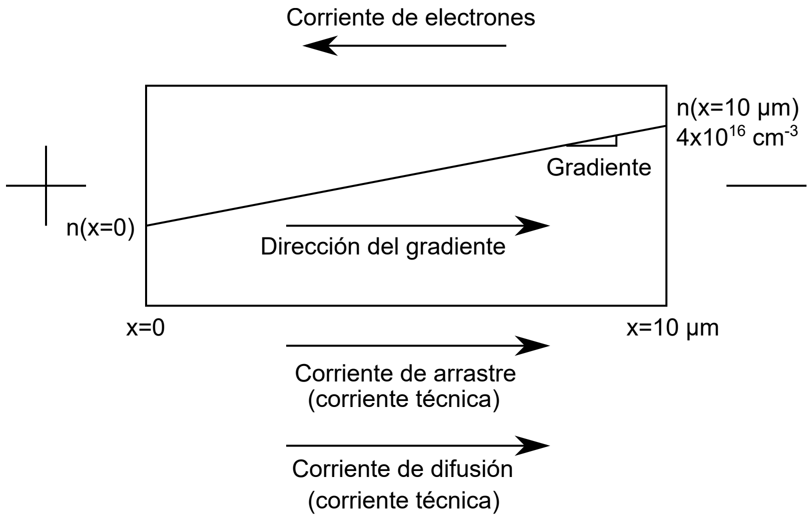

Figura 2.1: Direcciones de las corrientes de arrastre y difusión. Observe la polaridad de la fuente y la dirección del gradiente de concentración.

Además se aplica una tensión entre los extremos de la barra, de modo que existe una corriente de arrastre en dirección longitudinal. La corriente de arrastre y la corriente de difusión ocurren de manera simultánea. Ambas corrientes tienen la misma dirección.
Se sabe que la densidad de corriente de arrastre tiene un valor de 300 $\mu A/\mu m^2$ y que la densidad de corriente total es de 305 $\mu A/\mu m^2$.
Considere las siguientes constantes físicas para el germanio:

Tabla 2.1: Constantes físicas para el germanio a 300 K.

Parámetro	Valor
Movilidad electrones	3900 cm^2/Vs
Movilidad huecos	1900 cm^2/Vs

2.1. Determine la magnitud y unidades del coeficiente de difusión de huecos y de electrones. $\boxed{\text{2 Pts}}$

2.2. Determine la magnitud y unidades del gradiente de concentración de electrones. $\boxed{\text{3 Pts}}$

2.3. Determine la concentración de átomos dopantes N_D en el extremo de la barra $x = 0$, sabiendo que el nivel de dopado $n(x = 10\ \mu m) = 4 \times 10^{16}\ cm^{-3}$. $\boxed{\text{4 Pts}}$

2.4. Determine la magnitud y unidades del campo eléctrico $\vec{E}$ en el semiconductor, en el extremo de la barra $x = \ \mu m$, donde el nivel de dopado es $n(x = 10\ \mu m) = 4 \times 10^{16}\ cm^{-3}$. $\boxed{\text{4 Pts}}$

2.5. Determine el valor del potencial externo aplicado. $\boxed{\text{2 Pts}}$

Solución

4.1 La relación de Einstein:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

Por lo que

$$D_p = 26mV \cdot 1900\ cm^2/Vs$$

$$\boxed{D_p = 49.4\ cm^2/s}$$

$$D_n = 26mV \cdot 3900\ cm^2/Vs$$

$$\boxed{D_n = 101.4\ cm^2/s}$$

4.2 La densidad de corriente total es

$$J_{total} = J_{arrastre} + J_{difusion}$$

La densidad de corriente de difusión es por lo tanto de 5 $\mu A/\mu m^2$, donde

$$J_{difusion} = q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$\frac{dn}{dx} = \frac{J_{difusion}}{q \cdot D_n}$$

$$\frac{dn}{dx} = \frac{5\ \mu A/\mu m^2}{(1.6 \times 10^{-19}\ C) \cdot (101.4\ cm^2/Vs)}$$

Aquí hay que expresar la corriente en $\mu A/cm^2$ utilizando un factor de conversión:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{(5\ \mu A/\mu m^2) \times (10^8\ \mu m^2/cm^2)}{(1.6 \times 10^{-19}\ A \cdot s) \cdot 101.4\ cm^2/s}$$

$$\boxed{\frac{dn}{dx} = 3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4}}$$

También se puede expresar este resultado como:

$$\boxed{\frac{dn}{dx} = 3.082 \times 10^{3}\ \mu m^{-4}}$$

4.3 la variación de la concentración de dopado de un extremo a otro de la barra se encuentra integrando el gradiente de concentración (o como solución alternativa, encontrando la ecuación lineal $y = mx + b$). El gradiente de concentración es:

$$dn = 3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4}\ dx$$

Integrando el gradiente de concentración:

$$\int_{n(x_1)}^{n(x_2)} dn = \int_{x_1}^{x_2} 3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4}\ dx$$

$$n(x_2) - n(x_1) = (3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4})(x_2 - x_1)$$

Evaluando $x_1 = 0$ y $x_2 = 10\ \mu m$:

$$n(10\ \mu m) - n(0) = (3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4})(10\ \mu m - 0)$$

$$n(10\ \mu m) - n(0) = (3.082 \times 10^{19}\ cm^{-4})(10\ \mu m \times 10^{-4}\ cm/\mu m)$$

$$n(10\ \mu m) - n(0) = 3.082 \times 10^{16}\ cm^{-3}$$

Esta es la diferencia de concentraciones entre ambos extremos de la barra.
Si el lado con mayor concentración tiene una concentración $n(10\ \mu m) = 4 \times 10^{16}\ cm^{-3}$, el extremo con menor concentración tendría un dopado $n(0) = 0.918 \times 10^{16}\ cm^{-3}$.

$$\boxed{n(10\ \mu m) = 0.918 \times 10^{16}\ cm^{-3}}$$

4.3 La densidad de corriente de arrastre es de 300 $\mu A/\mu m^2$, donde

$$J_{arrastre} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E$$

En esta ecuación, tanto n como E dependen de la posición, por tener dopado no uniforme:

$$E(x) = \frac{J_{arrastre}}{q \cdot n(x) \cdot \mu_n}$$

$$E(x) = \frac{300\ \mu A/\mu m^2}{(1.6 \times 10^{-19}\ C) \cdot n(x) \cdot (3900\ cm^2/Vs)}$$

$$E(x) = \frac{(300\ \mu A/\mu m^2) \times (10^8\ \mu m^2/cm^2)}{(1.6 \times 10^{-19} C) \cdot (4 \times 10^{16}\ cm^{-3}) \cdot (3900\ cm^2/Vs)}$$

$$\boxed{E(x) = 1.2019\ kV/cm}$$

4.4 El potencial externo es:

$$E = \frac{V}{l} \Rightarrow V = E \cdot l$$

$$V = (1.2019\ kV/cm) \cdot (10\ \mu m)$$

$$V = (1.2019\ kV/cm) \cdot (10\ \mu m \times 10^{-4}\ \mu m/cm)$$

$$\boxed{V = 0.1202\ V}$$

Problema 3 Contacto PN y su aplicación como circuito limitador $\boxed{\textbf{15 Pts}}$

Una empresa que pretende sacar al mercado un nuevo diodo, le ha contratado a usted para realizar el diseño preliminar de un circuito de prueba que tenga las características de entrada-salida mostradas en la Figura 3.1, con la intención de determinar la funcionalidad del diodo en circuitos limitadores. Como parte de los requerimientos de diseño se le pide utilizar todas las resistencias con valor de 1 $k\Omega$, la empresa le indica que realice su diseño por ahora con diodos ideales, además para satisfacer las necesidades puede utilizar otros componentes.

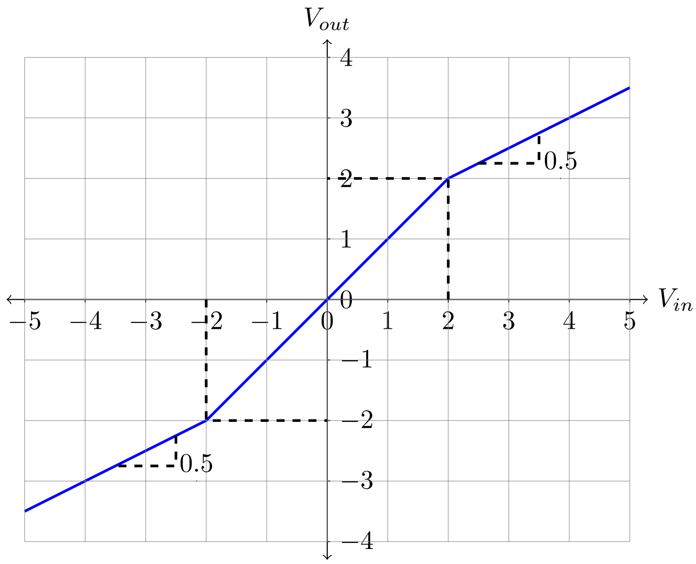

Figura 3.1: Características de entrada-salida o función de transferencia del circuito a diseñar

Considerando la información suministrada determine:

3.1. El circuito limitador resultante. $\boxed{\text{5 Pts}}$

3.2. Explique brevemente que sucedería con la función de transferencia dada en la Figura 3.1 al considerar diodos reales con concentraciones Na,Nd para la juntura. $\boxed{\text{1 Pt}}$

3.3. Re-dibuje la función de transferencia considerando que todos los diodos son reales y tienen concentraciones no degeneradas idénticas de Na=1.05×10^{15} cm^{-3}, Nd=2.07×10^{16} cm^{-3} (@300K). Además indique que se puede hacer para aproximar nuevamente la función de transferencia solicitada por el fabricante del diodo. $\boxed{\text{5 Pts}}$

3.4. Esboce el diagrama de bandas de la unión PN de uno de los diodos en equilibrio térmico. $\boxed{\text{3 Pts}}$

3.5. El potencial de contacto de la juntura si la temperatura aumenta a 350K. $\boxed{\text{1 Pt}}$

Solución

3.1 El circuito limitador resultante: Se construye a base de un diodo que conduce en un sentido y una

fuente de tensión positiva, en paralelo con otro diodo en el sentido opuesto con una fuente de tensión negativa.

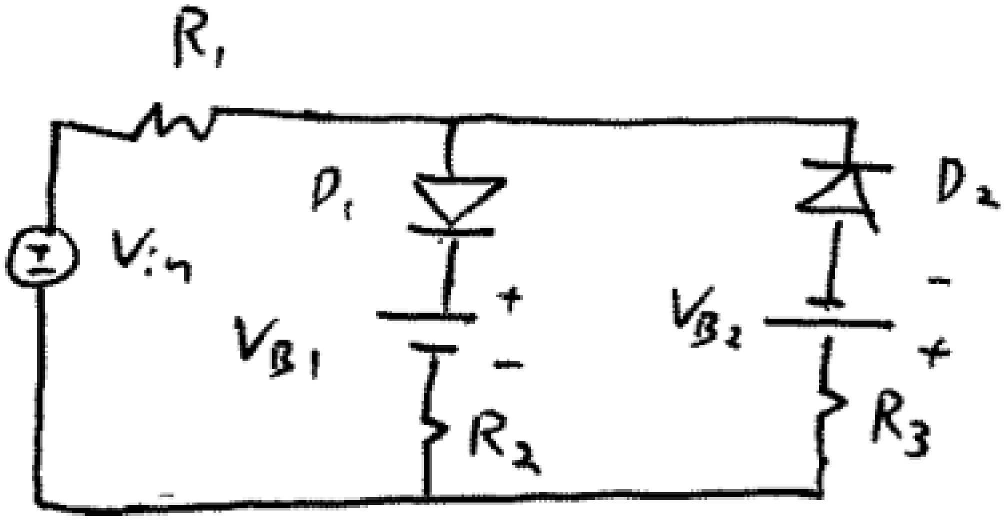

Figura 3.2: Limitador resultante

Para R2, se sabe que para Vin mayor a 2V, se debe cumplir con una pendiente de 0.5 por lo que R1=R2, formando un divisor de tensión. De igual forma R1=R3.
3.2 Explique brevemente que sucedería con la función de transferencia dada en la Figura 3.1 al considerar diodos reales con concentraciones Na,Nd para la juntura.

Al considerar a los diodos como reales y con concentraciones de dopado definidas, se puede estimar la tensión que requieren los diodos para su activación, por lo que VL (tensión limite) variará de 2V a 2V + una tensión igual al potencial de contacto del diodo. La pendiente de 0.5 iniciará a partir de ese nuevo valor.

3.3 Re-dibuje la función de transferencia considerando que todos los diodos son reales y tienen concentraciones no degeneradas idénticas de Na=$1.05\times10^{15}\ cm^{-3}$*, Nd=*$2.07\times10^{16}\ cm^{-3}$ *(@*$300K$ *). Además indique que se puede hacer para aproximar nuevamente la función de transferencia solicitada por el fabricante del diodo.*

$$\mathbf{Vbi} = 26mV * \frac{(1.05\times10^{15}\ cm^{-3}) * (2.07\times10^{16}\ cm^{-3})}{(10^{10}\ cm^{-3})^2} = 679mV$$

Para re-establecer las tensiones limite a 2V considerando diodos reales, se debe bajar el valor de las fuentes de tensión cd que están en serie con los diodos a un valor 2V-0.679V=1.32V.

3.4 Esboce el diagrama de bandas de la unión PN de uno de los diodos en equilibrio térmico.

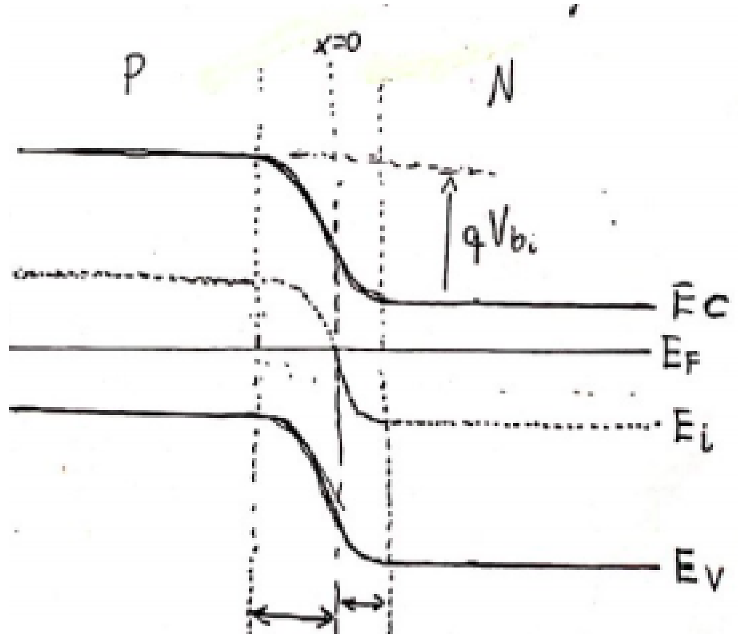

Figura 3.3: Bandas en equilibrio termínco

3.5 El potencial de contacto de la juntura si la temperatura aumenta a 350K
La tensión térmica ahora será $Vt = 29.9mV$

$$\mathbf{Vbi} = 29.9mV * \frac{(1.05 \times 10^{15}\ cm^{-3}) * (2.07 \times 10^{16}\ cm^{-3})}{(10^{10}\ cm^{-3})^2} = 780mV$$

Problema 4 Circuitos de aplicación con diodos **10 Pts**

Para el siguiente circuito se tiene que f_{in}=60 Hz, C_1=200 μF, R_1=1 kΩ, $V_{D,ON}$=0.8 V, y el voltaje pico a la salida del transformador es de 6 V.

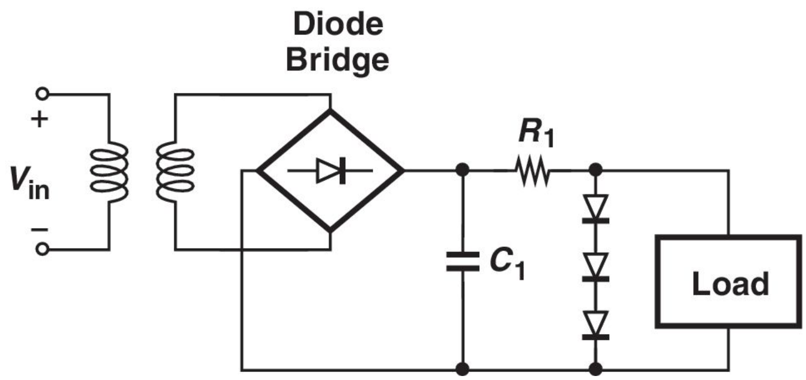

Figura 4.1: Circuito para problema 4

4.1. Suponiendo que la corriente por R_1 es relativamente constante, estime la amplitud de la tensión de rizado en C_1. 3 Pts

4.2. Suponiendo que la carga requiere un 5 % constante de la corriente en R_1, estime la I_S de los diodos. 2 Pts

4.3. Use el modelo de pequeña señal de los diodos para determinar la amplitud de voltaje de rizado en la carga. 5 Pts