

₡ 1800,00

TEMAS SELECTOS DE INGENIERÍA

# Fundamentos de semiconductores

TEMAS SELECTOS DE INGENIERÍA

# Fundamentos de semiconductores

Segunda edición

**Robert F. Pierret**  
*Purdue University*

Versión en español de  
**Bartolomé Fabian-Fränel**  
*Universidad Tecnológica Nacional  
Buenos Aires, Argentina*

Con la colaboración de  
**Susana Uriarte del Río**  
*Universidad del País Vasco  
Bilbao, España*



**ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA**  
Argentina • Brasil • Chile • Colombia • Ecuador • España  
Estados Unidos • México • Perú • Puerto Rico • Venezuela

Versión en español de la obra titulada *Semiconductor Fundamentals, Second Edition*, de Robert F. Pierret, publicada originalmente en inglés por Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, Massachusetts, E.U.A. © 1988 por Addison-Wesley Publishing Co., Inc.

Esta edición en español es la única autorizada.

Portada: Altraforma, S.A.  
México, D.F.

54276

MP 16  
SOMA



62  
381.62  
P 623X2

#### ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA

Malabia 2363-2ºG, Buenos Aires 1425, Argentina  
Ave. Brigadeiro Luis Antonio 2344, Conjunto 114,  
São Paulo 01402, São-Paulo, Brasil  
Cruz 1469-depto. 21 Independencias  
Santiago de Chile  
Apartado Aéreo 241-943, Santa Fé de Bogotá, Colombia  
España 3 bajo, Madrid 28014, España  
7 Jacob Way, Reading, Massachusetts 01867, E.U.A.  
Apartado Postal 22-012, México D.F. 14000, México  
Apartado Postal 29853, Rio Piedras, Puerto Rico 00929  
Apartado Postal 51454, Caracas 1050-A, Venezuela



© 1994 por Addison-Wesley Iberoamericana, S.A.  
Wilmington, Delaware, E.U.A.

Impreso en Estados Unidos. Printed in U.S.A.

ISBN 0-201-60144-3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10-CRS-99 98 97 96 95 94

## Prefacio

Los dispositivos de estado sólido han alcanzado un nivel de perfeccionamiento e importancia económica que excedió las más altas expectativas de sus inventores. Al ofrecer permanentemente dispositivos de mejor comportamiento a un costo unitario decreciente, la industria electrónica ha penetrado en mercados nunca antes considerados. Como requisito para mantener esta iniciativa de crecimiento, es necesaria una amplia comprensión del funcionamiento interno de los dispositivos de estado sólido por parte de los diseñadores modernos de circuitos electrónicos y sistemas. Esto es esencial, pues tanto el sistema como el circuito y los procesos de diseño del circuito integrado se fusionan en una función única. Teniendo en consideración los requerimientos actuales y proyectados, hemos escrito una serie de textos\* que brindan una fundamentación intuitiva y analítica firme para tratar los dispositivos de estado sólido.

Nuestros libros están destinados a estudiantes de los últimos años de los cursos básicos o del primero del superior, que hayan tenido al menos una exposición introductoria a la teoría del campo eléctrico. Se pone énfasis en el desarrollo de una comprensión fundamental sobre el funcionamiento interno de la mayoría de las estructuras básicas de los dispositivos de estado sólido. Quitando algunos temas, el material de estos libros se utiliza en cursos de ingeniería eléctrica y electrónica en la Purdue University.

Los diversos libros son relativamente independientes entre sí, aunque algunas fórmulas necesariamente se repiten y se hacen referencias cruzadas. Esta flexibilidad permite utilizar los libros de acuerdo con las necesidades específicas de cada currículo universitario, ya sea como textos de un curso completo o como material complementario. También se espera que estudiantes, ingenieros y científicos encuentren útil estos libros para su instrucción personal, sea como referencia, repaso o estudio en casa.

Muchos de los textos estándar sobre dispositivos se han escrito como encyclopedias, atiborrados de información, pero con poca visión sobre cómo el estudiante aprende o razona. Los libros que son de naturaleza encyclopédica frecuentemente resultan difíciles de leer para los estudiantes, y pueden hasta presentar barreras a la comprensión. Al fragmentar el material en unidades de información más pequeñas, y al escribir para estudiantes, esperamos haber logrado libros realmente legibles y comprensibles. También hemos buscado obtener un balance equilibrado entre presentación de conceptos básicos e información práctica.

Los problemas que aparecen al final de cada capítulo constituyen componentes importantes del programa de aprendizaje. Algunos de esos problemas amplían la teoría expuesta en el texto, o están elaborados para reforzar temas de mucha importancia; otros son problemas numéricos que proveen al lector una sensación intuitiva sobre la dimensión típica de los parámetros clave. Entonces, cuando se establezcan o presupongan aproximaciones, el estudiante podrá confiar en que unas cantidades citadas serán

\* La versión en español de las obras de los profesores Pierret y Neudeck forma parte de la serie "Temas selectos de ingeniería", publicada por Addison-Wesley Iberoamericana. (N. del E.)

efectivamente más pequeñas que otras en varios órdenes de magnitud. Estos problemas de final de capítulo varían en dificultad, desde ser muy sencillos hasta llegar a constituir verdaderos desafíos. En la segunda edición de este título se han agregado problemas resueltos o *ejercicios*, que aparecen recopilados en el apéndice A, y se hace referencia a ellos en el texto. Los ejercicios son de naturaleza similar a los problemas de final de capítulo. Finalmente, el apéndice B contiene grupos de problemas con soluciones de revisión que abarcan todo el volumen. Estos conjuntos presentan consultas de respuesta breve, del tipo utilizado en exámenes o evaluaciones, y pueden servir de revisión o para autoevaluación.

Reiteramos que en nuestros libros se pone énfasis en el desarrollo de una comprensión definida sobre el funcionamiento intrínseco de la mayor parte de las estructuras de los dispositivos de estado sólido. No obstante, tenemos la esperanza de que ayudarán (y quizás motivarán) al lector para extender sus conocimientos al aprendizaje sobre muchos otros dispositivos ya en uso, y aun a buscar información sobre los que están en etapa de desarrollo en laboratorios.

Gerold W. Neudeck  
Robert F. Pierret  
*Purdue University*

## Nota al lector de la versión en español

La presente obra fue publicada en inglés dentro de la serie "Modular Series on Solid State Devices" de Addison-Wesley Publishing Company. De esa serie, se encuentran disponibles en español los siguientes títulos:

1. Pierret, R.F., *Fundamentos de semiconductores*, Segunda edición
2. Neudeck, G.W., *El diodo PN de unión*. Segunda edición
3. Neudeck, G.W., *El transistor bipolar de unión*. Segunda edición
4. Pierret, R.F., *Dispositivos de efecto de campo*. Segunda edición

Todos son parte de la serie Temas Selectos de Ingeniería de Addison-Wesley Iberoamericana.

Se sugiere al lector estudiar los libros en el orden arriba indicado, ya que así fueron concebidos originalmente.

# Índice general

Prefacio  
Introducción

V  
XI

<b>1</b>	<b>Semiconductores: información general</b>	<b>1</b>
1.1	Propiedades generales de los materiales	1
1.1.1	Composición	1
1.1.2	Pureza	2
1.1.3	Estructura	3
1.2	Estructura cristalina	3
1.2.1	El concepto de celda unitaria	4
1.2.2	Celdas unitarias tridimensionales simples	5
1.2.3	Redes de semiconductor	6
1.2.4	Índices de Miller	7
1.3	Crecimiento del cristal	11
1.3.1	Obtención del Si ultrapuro	11
1.3.2	Formación del monocrystal	12
1.4	Resumen	13
	Problemas	13
<b>2</b>	<b>Modelos de portadores</b>	<b>17</b>
2.1	El concepto de cuantización	17
2.2	Modelos de semiconductores	19
2.2.1	Modelo de enlace	19
2.2.2	Modelo de las bandas de energía	21
2.2.3	Portadores	22
2.2.4	Clasificación de los materiales	23
2.3	Propiedades de los portadores	25
2.3.1	Carga	25
2.3.2	Masa efectiva	25
2.3.3	Concentración de portadores en un material intrínseco	27
2.3.4	Control de la concentración de portadores: dopado	28
2.3.5	Terminología relacionada con los portadores	32
2.4	Distribuciones de estados y de portadores	33
2.4.1	Densidad de estados	33
2.4.2	La función de Fermi	34
2.4.3	Distribución de portadores en equilibrio	36
2.5	Concentraciones de portadores en equilibrio	38

2.5.1 Fórmulas para $n$ y $p$	39	Apéndice B: Problemas de repaso, enunciados y soluciones	119
2.5.2 Expresiones alternativas para $n$ y $p$	42	Conjunto de problemas A	119
2.5.3 $n_i$ y el producto $np$ : ley de acción de masas	43	Conjunto de problemas B	124
2.5.4 Ecuación de neutralidad de carga	43	Respuestas del conjunto A	131
2.5.5 Cálculos de la concentración de portadores	46	Respuestas del conjunto B	134
2.5.6 Determinación de $E_F$	48		
2.5.7 Dependencia de la temperatura de la concentración de portadores	50		
2.6 Resumen y comentarios finales	52	Apéndice C: Lista de símbolos y constantes físicas	137
Problemas	53		

Índice de materias	141
--------------------	-----

### 3 Acción de los portadores

3.1 Arrastre	57
3.1.1 Definición e idea intuitiva	57
3.1.2 Corriente de arrastre	58
3.1.3 Movilidad	60
3.1.4 Resistividad	63
3.1.5 Curvatura de las bandas	68
3.2 Difusión	71
3.2.1 Definición e idea intuitiva	71
3.2.2 Medición con sonda de punta "caliente"	72
3.2.3 Corrientes de difusión/corrientes totales de portadores	74
3.2.4 Relación de Einstein	75
3.3 Recombinación-generación	77
3.3.1 Definición e idea intuitiva	77
3.3.2 Estadística de R-G	80
3.3.3 Tiempos de vida de portadores minoritarios	84
3.4 Ecuaciones de estado	85
3.4.1 Ecuaciones de continuidad	85
3.4.2 Ecuaciones de difusión de portadores minoritarios	87
3.4.3 Simplificaciones y soluciones	89
3.4.4 Resumen de ecuaciones	90
3.5 Resolución de problemas y conceptos complementarios	91
3.5.1 Problema ejemplo número 1	92
3.5.2 Problema ejemplo número 2	93
3.5.3 Longitudes de difusión	96
3.5.4 Seudoniveles de Fermi	97
3.6 Repaso y comentarios finales	100
Problemas	102

Lecturas recomendadas	109
-----------------------	-----

Apéndice A: Ejercicios	111
------------------------	-----



# Introducción

El objetivo principal de este libro es el de presentar y examinar en forma concisa los términos, conceptos, ecuaciones, modelos, etc., que se emplean habitualmente en la descripción del comportamiento operativo de los dispositivos de estado sólido. En esencia, se expone al lector al lenguaje básico que utiliza el especialista en dispositivos de estado sólido, lenguaje que debe dominar si desea comunicarse en forma eficiente con el especialista. El primer capítulo del libro presenta una descripción general física de los semiconductores, explicando, por ejemplo, su constitución elemental, disposiciones atómicas y temas similares. El segundo capítulo presenta una descripción detallada de los elementos encargados de la conducción de corriente dentro de un semiconductor, en condiciones de "reposo" (equilibrio). El tercero y último capítulo examina qué sucede a los portadores cuando se perturba eléctricamente el semiconductor, y cómo se describe matemáticamente la situación resultante, en función de los parámetros conocidos y observables.

El lector debe considerarse advertido de que el temario cubierto en este libro implica un relativo desafío, y en ocasiones es de naturaleza algo conceptual. No obstante, se ha hecho un gran esfuerzo para ser lo más claro posible sin comprometer la integridad del tema. Un comentario final: se hace notar que el contenido temático se redujo al mínimo posible para una comprensión básica de los dispositivos.



# 1 Semiconductores: información general

## 1.1 PROPIEDADES GENERALES DE LOS MATERIALES

La gran mayoría de los dispositivos de estado sólido que actualmente hay en el mercado se fabrican con un tipo de materiales conocidos como semiconductores. Por lo tanto resulta adecuado comenzar nuestro estudio examinando la naturaleza de los materiales semiconductores.

### 1.1.1 Composición

En la tabla 1.1 se exponen las composiciones atómicas de los semiconductores que probablemente pueden hallarse en la bibliografía sobre dispositivos. Como puede observarse, la familia de los materiales semiconductores incluye semiconductores simples como el Si y el Ge, semiconductores compuestos como el GaAs y el CdTe, y aleaciones como el  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ .<sup>†</sup> Debido en gran parte al avanzado estado de la tecnología de su fabricación, el Si es por mucho el más importante de los semiconductores, por lo que domina totalmente el mercado comercial actual. Casi todos los circuitos integrados y la mayor parte de los dispositivos se fabrican con este material. Como el GaAs presenta características eléctricas superiores y propiedades ópticas especiales, su uso se está incrementando en muchas aplicaciones, como los circuitos integrados de alta velocidad, y algún día compartirá un área importante del mercado. Los semiconductores restantes se utilizan principalmente en aplicaciones especializadas, de naturaleza optoelectrónica la mayoría de las veces. Debido a su actual predominio, a partir de ahora tenderemos a enfocar nuestra atención en el Si; cuando sea posible, se harán consideraciones comparativas con el GaAs.

Tabla 1.1 Materiales semiconductores.

	Clasificación general	Ejemplos específicos
(1)	Semiconductores simples	Si, Ge
(2a)	Compuestos III-V	AlP, AlAs, AlSb, GaN, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, InSb
(2b)	Compuestos II-VI	ZnO, ZnS, ZnSe, ZnTe, CdS, CdSe, CdTe, HgS
(3)	Aleaciones	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , $\text{GaAs}_{1-y}\text{P}_y$ , $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$ , $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}_{1-y}\text{P}_y$

<sup>†</sup> La x (o y) en las fórmulas de aleaciones es una fracción comprendida entre 0 y 1. Por ejemplo,  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  indicaría un material con 3 átomos de Al y 7 de Ga por cada 10 átomos de As.

Aunque el número de materiales semiconductores es razonablemente grande, de hecho la lista resulta bastante limitada, considerando la cantidad total de elementos y sus posibles combinaciones. Como puede verse en la tabla periódica abreviada de los elementos que aparece en la tabla 1.2, sólo hay un grupo de elementos y combinaciones de los mismos que dan origen a materiales semiconductores. Específicamente, todos los semiconductores que aparecen en la lista de la tabla 1.1 están compuestos por los elementos que aparecen en la columna IV de la tabla periódica, o son una combinación de los elementos que en la tabla periódica están en columnas equidistantes a ambos lados de la columna IV. El elemento Ga de la columna III más el elemento As de la columna V constituyen el semiconductor compuesto GaAs III-V; el elemento Cd de la columna II con el elemento Te de la columna VI dan lugar al semiconductor compuesto CdTe II-VI; la combinación fraccionaria de los elementos Ga y Al de la columna III con el elemento As de la columna V da lugar al semiconductor de aleación  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . Esta propiedad muy general está relacionada con el enlace químico en los semiconductores, en el que, en promedio, hay cuatro electrones de valencia por átomo.

### 1.1.2 Pureza

Como se explicará en el capítulo 2, las cantidades extremadamente pequeñas de átomos de impureza denominadas "dopantes" pueden tener un efecto decisivo en las propiedades de los semiconductores. Por esta razón, la pureza constitutiva de los semiconductores debe ser controlada con mucho cuidado y, de hecho, los semiconductores actuales son algunos de los materiales sólidos más puros que existen. Por ejemplo, en el Si el contenido no deseado de átomos de impureza es, por lo regular, de menos de un átomo por  $10^9$  átomos de Si. Para ayudar al lector a intentar valorar este increíble nivel de pureza, supongamos un bosque de arces plantados en Estados Unidos, de costa a costa y de frontera a frontera, incluyendo Alaska, con 15 metros entre árbol y árbol. ¡Un nivel de impureza de una parte en  $10^9$  correspondería a hallar unos 25 árboles de manzana silvestre en el bosque de arces que cubre todo el país! Se sobreentiende que

Tabla 1.2 Tabla periódica abreviada de los elementos.

II	III	IV	V	VI
4 Be	5 B	6 C	7 N	8 O
12 Mg	13 Al	14 Si	15 P	16 S
30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se
48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te
80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po

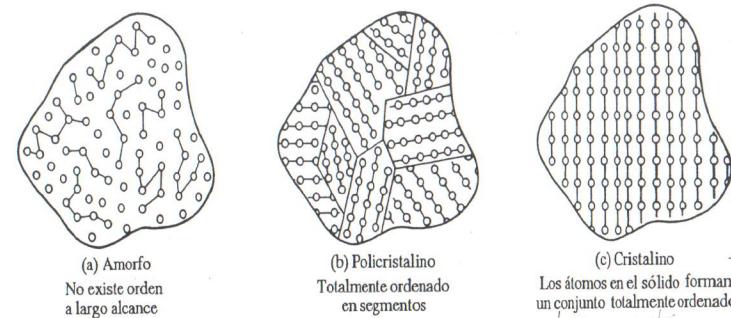


Fig. 1.1 Clasificación general de los sólidos basada en el grado de orden atómico: (a) amorfos, (b) policristalinos y (c) cristalinos.

la pureza de material citada se refiere a las impurezas no deseadas, *no intencionales*. Lo normal es que se agreguen *deliberadamente* átomos dopantes al semiconductor, cuyo número varía desde una parte por cada  $10^8$  hasta un átomo de impureza por cada  $10^3$  átomos de semiconductor, para controlar sus propiedades eléctricas.

### 1.1.3 Estructura

La disposición espacial de los átomos en el material tiene un papel importante en la determinación de sus propiedades específicas. Como se muestra esquemáticamente en la figura 1.1, a partir de la disposición atómica de un sólido, se le puede calificar como: amorfos, policristalinos o cristalinos. Un sólido amorfos es aquel en el que no se reconoce ningún orden a largo alcance en la ubicación de los átomos dentro del material. La disposición atómica en cualquier porción de un material amorfos es distinta de la de cualquier otra porción del mismo. Los sólidos cristalinos están en el extremo exactamente opuesto del espectro de "orden"; en un material cristalino los átomos están distribuidos en un conjunto tridimensional ordenado. Dada cualquier sección de un material cristalino, se puede reproducir con facilidad la disposición de los átomos en otra sección del mismo. Los sólidos policristalinos constituyen un caso intermedio, en el cual el sólido está compuesto de subsecciones cristalinas que no son homogéneas o que no están relacionadas entre sí.

Si se examinan los múltiples dispositivos de estado sólido existentes, se encuentran fácilmente ejemplos de estas tres formas estructurales. En las pantallas de cristal líquido se utiliza como conmutador un transistor de película delgada de Si amorfos; en los transistores de efecto de campo MOSFET (*Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect-Transistor*: transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor), se emplean puertas de Si policristalino. No obstante, en la gran mayoría de los dispositivos semiconductores la región activa de los mismos está situada dentro de un semiconductor *cristalino*. Casi todos los dispositivos que se fabrican en la actualidad emplean semiconductores *cristalinos*.

## 1.2 ESTRUCTURA CRISTALINA

El último tema que acabamos de tratar conduce directamente al de esta sección. Puesto que los semiconductores en uso son de estructura típicamente cristalina, parece razonable

ble buscar información adicional sobre el estado cristalino. El objetivo principal en esta sección es presentar una imagen más detallada de la estructura cristalina de los principales semiconductores. Para ello, comenzaremos estudiando cómo describir la disposición espacial de los átomos dentro de los cristales. Posteriormente se estudiarán algunas redes tridimensionales sencillas, antes de examinar las redes propias de los semiconductores. Esta sección concluirá con una introducción al tema de los índices de Miller. Éstos constituyen un sistema adecuado de notación abreviada, que se utiliza habitualmente para identificar, dentro de los cristales, los planos y direcciones específicos.

### 1.2.1 El concepto de celda unitaria

Definida de modo simple, una celda unitaria es una pequeña porción de cualquier cristal dado que puede ser utilizada para reproducirlo. Para ayudar a establecer el concepto de celda unitaria (o bloque elemental), consideremos la red bidimensional que se muestra en la figura 1.2(a). Para describir esta estructura o especificar completamente sus características físicas, basta con disponer de la celda unitaria que aparece en la figura 1.2(b). Como se ve en la figura 1.2(c), es posible reproducir con facilidad la red original duplicando simplemente la celda unitaria, y apilando esos duplicados en forma ordenada.

Al tratar con celdas unitarias, a menudo surge un malentendido y, por lo tanto confusión, respecto a dos puntos. En primer lugar, las celdas unitarias no son necesariamente únicas. La celda unitaria que puede verse en la figura 1.2(d) es tan aceptable como la de la figura 1.2(b) para definir la estructura original de la figura 1.2(a). En segundo lugar, una celda unitaria no tiene por qué ser primitiva (la celda unitaria más pe-

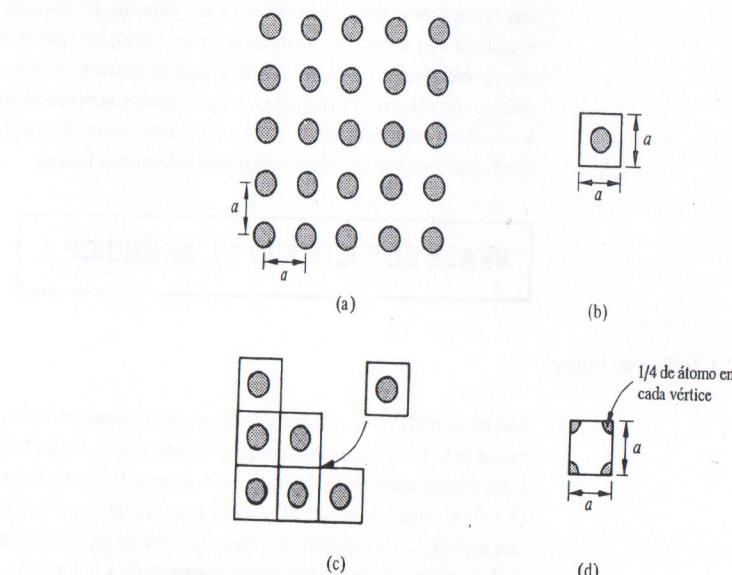


Fig. 1.2 Introducción al método de la celda unitaria para describir las estructuras atómicas dentro de los cristales; (a) ejemplo de red bidimensional; (b) celda unitaria correspondiente a la red (a); (c) reproducción de la red original; (d) celda unitaria alternativa.

queña posible). De hecho, muchas veces conviene emplear una celda unitaria algo más grande, con caras ortogonales, en lugar de una celda primitiva con lados no ortogonales. Esto es especialmente importante en tres dimensiones, donde resulta bastante difícil visualizar y describir celdas unitarias no cúbicas.

### 1.2.2 Celdas unitarias tridimensionales simples

Los cristales semiconductores son tridimensionales, y por lo tanto hay que describirlos en términos de celdas unitarias tridimensionales (3-D). En la figura 1.3(a) se representa la más simple de las celdas unitarias tridimensionales: la celda unitaria cúbica simple. Ésta es un cubo o caja de caras iguales con un átomo colocado en cada vértice del mismo. La red cúbica simple asociada con esta celda se construye de un modo similar al del caso bidimensional. Sin embargo, al hacerlo hay que darse cuenta de que tan sólo 1/8 de cada átomo del vértice está realmente *dentro* de la celda, tal y como se puede ver en la figura 1.3(b). Si se duplica la celda de la figura 1.3(b) y se apilan esos duplicados como bloques de un juego infantil, se obtiene la red cúbica simple.

En las figuras 1.3(c) y 1.3(d) aparecen dos celdas unitarias comunes de tres dimensiones, que son algo más complejas, pero que están fuertemente relacionadas con la

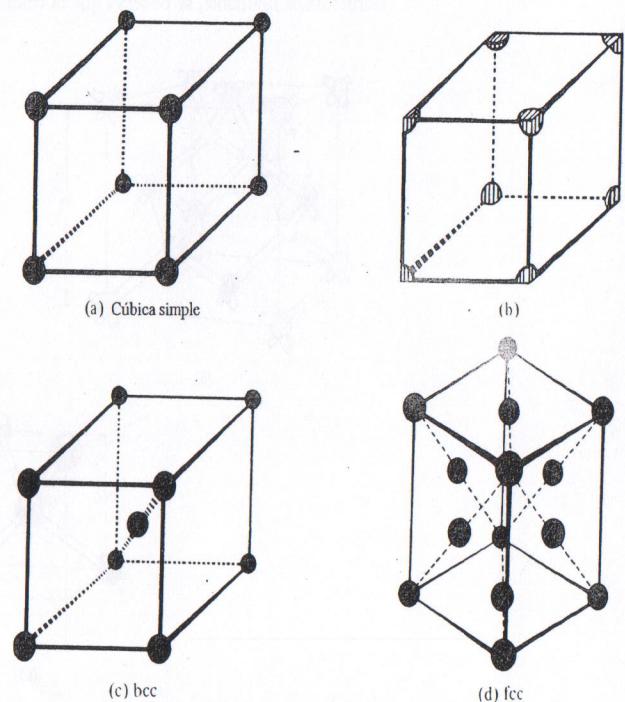


Fig. 1.3 Celdas unitarias tridimensionales simples. (a) Celda unitaria cúbica simple; (b) ilustración de cómo en la celda unitaria cúbica simple sólo 1/8 de cada átomo en el vértice pertenece realmente a la celda. (c) celda unitaria simple centrada en el cuerpo; (d) celda unitaria simple centrada en las caras. [(a), (c) y (d) son del libro de C.A.Wert y R.M.Thomson, *Physics of Solids*, Nueva York, McGraw-Hill Book Co., 1964.]

celda cúbica simple. La celda unitaria de la figura 1.3(c) es igual a la de la figura 1.3(a), pero tiene además un átomo en el centro del cubo; esta configuración recibe el nombre adecuado de celda unitaria cúbica centrada en el cuerpo, bcc (*body centered cubic*). La celda unitaria cúbica centrada en las caras, fcc (*face centered cubic*), que se ve en la figura 1.3(d), contiene un átomo en cada cara del cubo, además de los átomos de cada vértice. (Conviene fijarse en que sólo la mitad de cada átomo de una cara está efectivamente dentro de la celda unitaria, fcc.) Mientras que la celda cúbica simple contiene un átomo ( $1/8$  de átomo en cada uno de los ocho vértices del cubo), las celdas bcc y fcc, algo más complejas, contienen dos y cuatro átomos, respectivamente. El lector debe verificar estas afirmaciones e imaginarse las redes asociadas con las celdas bcc y fcc.

### 1.2.3 Redes de semiconductor

Finalmente, estamos ya en condiciones de poder conocer la colocación de los átomos en los principales semiconductores. En el caso del Si (y Ge) la red cristalina se puede describir con la celda unitaria que aparece en la figura 1.4(a). La disposición de los átomos en la figura 1.4(a) recibe el nombre de celda unitaria en *estructura de diamante*, porque es la misma que presenta el diamante, una de las formas del carbono, elemento de la columna IV de la tabla periódica. Si se examina la celda unitaria de estructura de diamante, se observa que la celda es cúbica, con átomos en cada vértice y

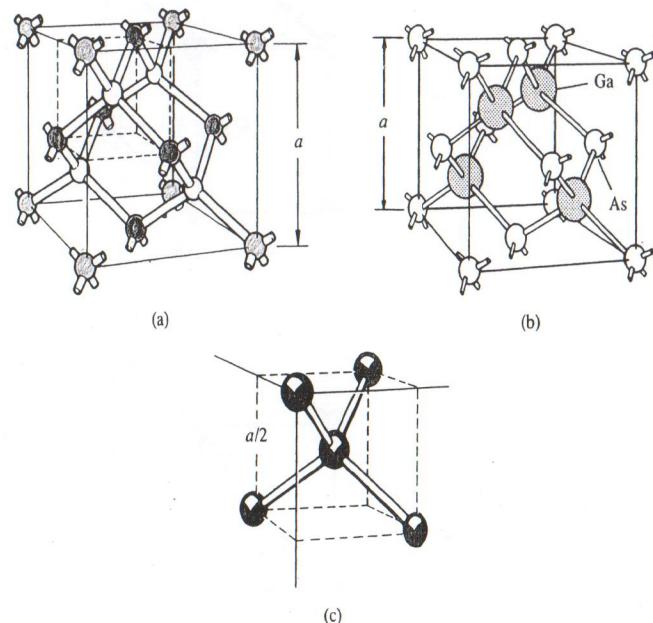


Fig. 1.4 (a) Celda unitaria en la estructura de diamante; (b) celda unitaria en la estructura de blenda de zinc (para la ilustración se utilizó GaAs); (c) ampliación del vértice superior de la red de diamante de (a), donde se observan los enlaces de los cuatro primeros átomos vecinos dentro de la red. La longitud de la arista del cubo,  $a$ , es de  $5.43 \text{ \AA}$  y de  $5.65 \text{ \AA}$  a temperatura ambiente para el Si y el GaAs, respectivamente.

en cada cara del cubo, al igual que la celda fcc. Sin embargo, en su interior la celda de la figura 1.4(a) contiene cuatro átomos adicionales. Uno de los átomos interiores está ubicado a lo largo de una diagonal del cubo, exactamente a un cuarto de la longitud de esa diagonal desde el vértice frontal superior izquierdo. Los otros tres átomos interiores están desplazados un cuarto de la longitud diagonal del cubo a lo largo de la diagonal mencionada, desde los átomos de la cara frontal, superior e izquierda, respectivamente. Aunque quizás resulte difícil imaginar la estructura de diamante de la figura 1.4(a), se puede también describir sencillamente como dos redes fcc interpenetradas. Se puede imaginar que los átomos de los vértices y de las caras de la celda unitaria pertenecen a una de las redes fcc, mientras que los átomos contenidos totalmente en la celda unitaria pertenecen a la segunda red fcc. Ésta está desplazada un cuarto de diagonal del cubo en dirección diagonal, con relación a la primera red fcc.

La mayor parte de los semiconductores III-V, incluso el GaAs, cristalizan en la estructura de *blenda de zinc*. En la figura 1.4(b) aparece tipificada la estructura de blenda de zinc mediante la celda unitaria de GaAs, que en esencia es idéntica a la red de diamante, excepto por las posiciones en la red, que son compartidas por igual entre dos átomos diferentes. El Ga ocupa las posiciones de una de las dos subredes fcc interpenetradas, mientras que el arseníco (As) lo hace en las de la otra subred fcc.

Ahora que sabemos cómo están dispuestos los átomos en los principales semiconductores, cabe preguntarse cuál es la utilidad práctica de esta información. Aunque se podrían mencionar diversas aplicaciones, los cálculos geométricos constituyen un uso muy común y bastante bien explicado del formalismo de la celda unitaria. Por ejemplo, en el Si a la temperatura ambiente la longitud de la arista de la celda unitaria ( $a$ ) es de  $5.43 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ ). Como hay ocho átomos de Si por celda unitaria y el volumen de la misma es  $a^3$ , resulta que hay  $8/a^3$ , o sea casi exactamente  $5 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$ , en la estructura de Si. Se pueden realizar cálculos similares para determinar los radios atómicos, las distancias entre planos de átomos, etc. Para los objetivos de este desarrollo, una razón fundamental del análisis de las redes de semiconductores es, sin embargo, establecer que, como se muestra en la figura 1.4(a), los átomos en las redes de diamante y de blenda de zinc tienen cuatro primeros átomos vecinos. Por lo tanto, el enlace químico (o adhesivo cristalino) en los principales semiconductores está dominado por la atracción entre cada átomo dado y sus cuatro vecinos más próximos. Éste es un hecho importante que se debe recordar para referencias futuras.

### VÉASE EL EJERCICIO 1.1. APÉNDICE A

### 1.2.4 Índices de Miller

Los monocrystalles de silicio utilizados en la elaboración de dispositivos tienen normalmente la forma y características que se ilustran en la figura 1.5. Este monocrystal de silicio, denominado oblea de Si, tiene en general  $0.5 \text{ mm}$  de espesor, de  $100$  a  $150 \text{ mm}$  ( $4$  a  $6$  pulgadas) de diámetro, y como mínimo una cara cuidadosamente pulida y con una superficie libre de defectos, como si fuera un espejo. Es muy importante que la cara de la oblea esté cuidadosamente preorientada a lo largo de un plano cristalográfico específico, y que se tale un "rebaje" en la periferia, para identificar una dirección de referencia dentro del plano de la superficie. En algunos dispositivos es importante pre-

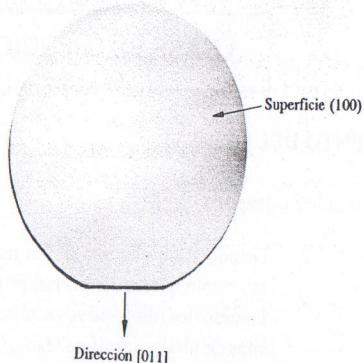


Fig. 1.5 Oblea de silicio monocristalino con una superficie (100) y un rebaje [011]. Las obleas de Si con superficies (100) y (111) son estándar; sólo se puede obtener obleas con otras orientaciones por pedido especial para aplicaciones específicas. El objetivo primordial de esta figura es resaltar la utilidad de los índices de Miller.

cisar la orientación superficial, en determinados pasos críticos del proceso, lo que afecta en forma directa las características que presentan los dispositivos. Habitualmente se utiliza el "rebaje" para orientar el conjunto de dispositivos en la oblea, con el fin de obtener los mejores resultados durante la separación de los mismos. En definitiva, queremos destacar que la especificación de planos cristalográficos y direcciones es de vital importancia. Los índices de Miller, ejemplo de los cuales son las denominaciones del plano (100) y de la dirección [011] que aparecen en la figura 1.5, constituyen el medio convencional de identificar planos y direcciones dentro de un cristal.

Procedimiento para determinar índices	Ejemplo de realización
Tras establecer los ejes coordenados a lo largo de las aristas de la celda unitaria, se observa dónde corta a los ejes el plano cuyos índices se desea hallar. Se divide cada valor de la intersección entre la longitud de la celda unitaria a lo largo de los respectivos ejes coordenados. Se registra el conjunto normalizado resultante de intersecciones en el orden $x, y, z$ .	1, 2, 3
Se invierten los valores de la intersección; es decir, se calculan los $[1/\text{intersección}]$ .	1, 1/2, 1/3
Por medio de factores adecuados, se convierte el conjunto de valores de $1/\text{intersección}$ al conjunto más pequeño posible de números enteros.	6, 3, 2
Se encierra el conjunto de números enteros, entre paréntesis.	(632)

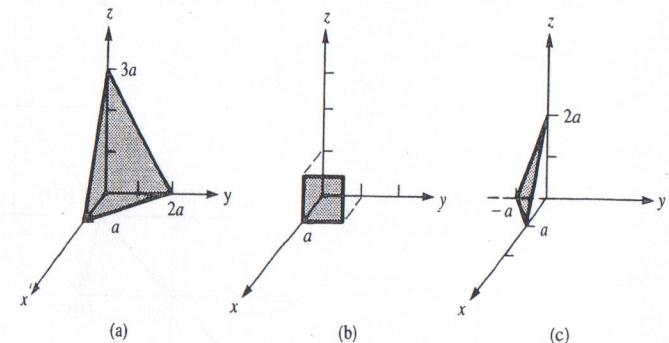


Fig. 1.6 Ejemplos de planos de cristales cúbicos. (a) El plano (632) utilizado para explicar el procedimiento de los índices de Miller; (b) el plano (100); (c) el plano (221).

Para obtener los índices de Miller de un plano cualquiera de un cristal, se opera siguiendo un procedimiento directo de cuatro pasos. A continuación se detalla dicho procedimiento, donde también, como ejemplo, se hallan los índices del plano que aparece en la figura 1.6(a).

Para completar la descripción del procedimiento de determinación de planos e índices, el lector debe tener en cuenta los siguientes casos particulares:

- Si el plano cuyos índices se va a determinar es paralelo al eje coordenado, se considera al de "intersección" a lo largo del eje como infinito. Así, por ejemplo, el plano que aparece en la figura 1.6(b) corta a los ejes coordinados en  $1, \infty, \infty$ , y por lo tanto es un plano (100).
- Si el plano cuyos índices se va a determinar tiene un término de intersección a lo largo de la parte negativa del eje coordenado, se coloca un signo menos *sobre* el número correspondiente. Así, el plano de la figura 1.6(c) se designa como plano (2̄21).
- Con referencia a la red de diamante de la figura 1.4(a), hay que tener en cuenta que los seis planos que pasan por las caras del cubo contienen disposiciones atómicas idénticas; es decir, debido a la simetría cristalina, es imposible distinguir entre los planos "equivalentes" (100), (010), (001), (100), (010) y (001); dicho de otra forma, es imposible distinguir entre planos {100}. En la notación de Miller se hace una referencia concisa a un grupo de planos equivalentes mediante el uso de llaves {}.

Para establecer los índices de Miller de las *direcciones*, se opera en forma análoga al conocido método para hallar las componentes de un vector. Se comienza por establecer un vector de longitud arbitraria en la dirección de interés. Luego, se descompone el vector en sus componentes tomando las proyecciones del mismo a lo largo de los ejes coordinados. Utilizando un factor adecuado, se convierten los valores de las componentes en el conjunto de menores valores enteros posibles. Esto, por supuesto, modifica la longitud del vector original, pero no su dirección. Finalmente se encierra el

## VÉASE EL EJERCICIO 1.2. APÉNDICE A

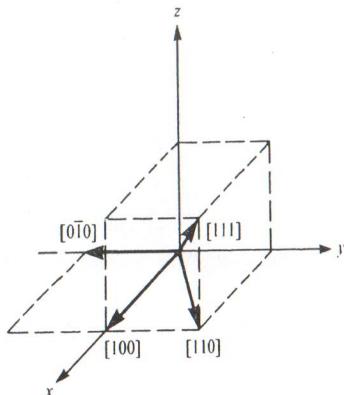


Fig. 1.7 Ejemplo de vectores de dirección y sus correspondientes índices de Miller.

grupo de números enteros entre paréntesis. Se utilizan corchetes [ ] para indicar direcciones específicas dentro de un cristal y paréntesis triangulares para indicar un conjunto de direcciones equivalentes. En la figura 1.7 se muestran ejemplos de vectores de dirección y sus correspondientes índices de Miller. En la tabla 1.3 aparece un resumen de la notación de Miller.

En el análisis anterior se ha presentado el procedimiento para determinar los índices de Miller correspondientes a partir de un plano o una dirección dados de un cristal. Sin embargo, más a menudo nos encontramos con el problema inverso: visualizar el plano cristalino o dirección correspondientes a un conjunto de índices dado. Afortunadamente, es muy raro encontrar planos y direcciones que no sean de índices bajos, como (111), (110), [001], etc. Así resulta entonces posible acostumbrarse al proceso inverso, simplemente memorizando las orientaciones de los planos y direcciones asociados con índices de números pequeños. También cabe señalar que, para cristales cúbicos, *un plano y la dirección normal al plano tienen exactamente los mismos índices*; es decir, la dirección [110] es normal al plano (110). Por supuesto, siempre se puede deducir cualquier plano o dirección invirtiendo el proceso de determinación de índices.

Tabla 1.3 Resumen de la notación de Miller.

Convenio	Interpretación
( <i>hkl</i> )	Plano del cristal
{ <i>hkl</i> }	Planos equivalentes
[ <i>hkl</i> ]	Dirección del cristal
< <i>hkl</i> >	Direcciones equivalentes

## 1.3 CRECIMIENTO DEL CRISTAL

### 1.3.1 Obtención del Si ultrapuro

Debido al amplio uso de los materiales semiconductores, y en especial del Si, parece razonable querer conocer el origen del Si monocristalino utilizado en la fabricación de los actuales dispositivos semiconductores. ¿Podría obtenerse fácilmente el Si en depósitos de piedra arenisca? No. ¿Quizás como una especie de subproducto, los monocristales de Si provienen de minas de diamante de Sudáfrica? De nuevo, no. ¿O tal vez, como apareció recientemente en películas de ficción científica de bajo presupuesto, submarinos especiales recogen el Si de yacimientos del fondo oceánico? Lamentablemente, tampoco. Aunque el Si es el segundo elemento en abundancia en la corteza terrestre, y aparece en numerosos compuestos, sobre todo en el silice ( $\text{SiO}_2$  impuro) y en los silicatos ( $\text{Si} + \text{O} + \text{otro elemento}$ ), nunca se encuentra como elemento puro en la naturaleza. Por lo tanto, resulta que el Si monocristalino puro, que se utiliza en la fabricación de dispositivos, es un material fabricado por el hombre.

En virtud de la introducción anterior, debe quedar claro que el paso inicial en la producción de silicio de calidad adecuada para los dispositivos debe implicar la separación del Si partiendo de sus compuestos, y la posterior purificación del material obtenido. Los ingeniosos procesos de separación y purificación que se han desarrollado están resumidos en la figura 1.8. Se comienza por producir silicio de baja calidad o ferrosilicio, calentando en un horno eléctrico silice y carbón. El carbono esencialmente extrae el oxígeno del  $\text{SiO}_2$  impuro (es decir, reduce el  $\text{SiO}_2$ ), dejando Si impuro. El siguiente paso consiste en clorar el ferrosilicio para obtener  $\text{SiCl}_4$  o  $\text{SiHCl}_3$ , ambos en estado líquido a temperatura ambiente. Aunque a primera vista parezca extraño, el proceso de licuefacción constituye una operación muy ingeniosa. Mientras que los sólidos son de muy difícil purificación, para purificar líquidos se dispone de una gran cantidad de procedimientos estándar. Tras múltiples destilaciones y otros métodos de purificación de líquidos, se llega a un  $\text{SiCl}_4$  (o un  $\text{SiHCl}_3$ ) ultrapuro. Por último, al reducir químicamente el haluro de alta pureza, se logra el silicio elemental ultrapuro deseado. Esto se consigue, por ejemplo, calentando  $\text{SiCl}_4$  en una atmósfera de hidrógeno [ $\text{SiCl}_4 + 2\text{H}_2 \rightarrow 4\text{HCl} + \text{Si}$ ].

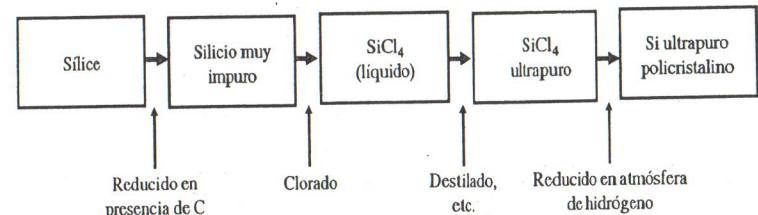
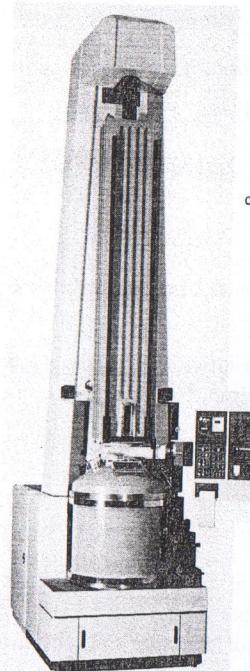
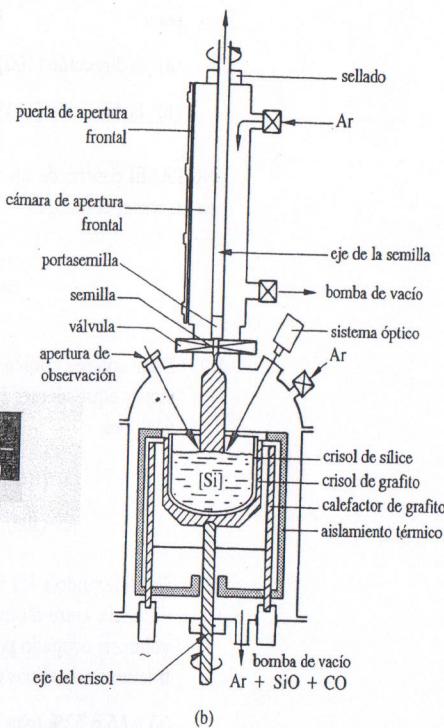


Fig. 1.8 Resumen del proceso de producción de silicio ultrapuro.



(a)



(b)

Fig. 1.9 Aparato típico de extracción de cristal de silicio. (a) Fotografía de un extractor de cristal de Czochralski controlado por computador. (b) Diagrama esquemático del extractor. [(a) Cortesía de Cybeq Systems, unidad comercial de Siltec Corp. (b) De W. Zuhlehner y D. Huber, "Czochralski Grown Silicon", *Crystals 8*, Springer-Verlag, Berlín (1982).]

### 1.3.2 Formación del monocrystal

Aunque el silicio obtenido en el proceso de separación y purificación que acabamos de describir es ultrapuro, no constituye un monocrystal, sino que está en un estado polí-crystalino. Por lo tanto, se requiere un procesamiento adicional para formar los grandes monocristales que se utilizan en la fabricación de los dispositivos. El método habitual para obtener grandes monocristales de Si es el conocido como de extracción de Czochralski. En este proceso, se coloca el silicio policristalino ultrapuro en un crisol de cuarzo y se le calienta en una atmósfera inerte para formar una colada, como se muestra en la figura 1.9. Luego se fija un pequeño cristal individual, o cristal "semilla", de Si en el extremo de una varilla metálica, con la cara normal a la base cuidadosamente alineada a lo largo de una dirección predeterminada (típicamente una dirección  $<111>$  o  $<100>$ ), y se sumerge en la colada. Una vez alcanzado el equilibrio térmico se reduce la temperatura de la masa en la vecindad del cristal semilla, con lo que el silicio de la colada comienza a solidificarse sobre esa semilla, y el material que se va añadiendo lo hace como una extensión estructuralmente perfecta del cristal semilla. Después se gira lentamente el cristal semilla y se va separando de la colada; esto permite que cada vez mayor cantidad de silicio se solidifique en la parte inferior del cristal que se va forman-

### 1.4 RESUMEN

### PROBLEMAS

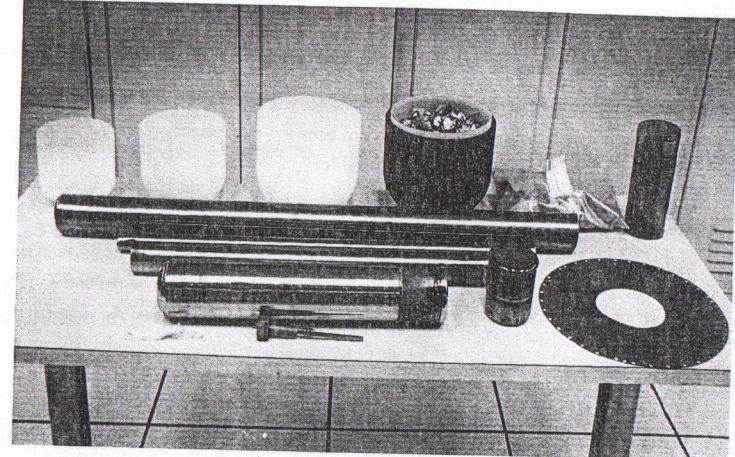


Fig. 1.10 Lingotes de silicio y elementos para la obtención de cristales. De izquierda a derecha, sobre la mesa: fila trasera: tres crisoles de cuarzo de diferentes tamaños, soporte de grafito para crisol y un crisol lleno de trozos de Si policristalino, bolsa de Si policristalino, porción de un lingote de Si de 4". Filas segunda a cuarta: lingotes de Si de 3", 1 1/2" y 2", respectivamente. Fila quinta: lingote de Si de 4", porción de un cristal de Si de 4", hoja de sierra para cortar los lingotes en obleas. Fila frontal: paquete con material dopante y una semilla de cristal. (Fotografía cortesía de Delco Electronics Div., GMC, Kokomo, Indiana.)

do. El monocrystal de silicio de forma cilíndrica que se obtiene así, conocido como lingote (figura 1.10), suele ser de 4 a 6 pulgadas de diámetro y de 1 a 2 m de longitud. Para obtener las obleas que se utilizan en la fabricación de los dispositivos (figura 1.5) se cortan secciones delgadas del lingote con una sierra de diamante.

Este capítulo presenta información básica sobre los semiconductores en general, y sobre el silicio en particular. Si se examinan las redes elementales de los semiconductores, se observa que en promedio hay cuatro electrones de valencia por átomo. Además, los semiconductores que se usan en los dispositivos son por lo regular monocróstales de alta pureza constitutiva. El Si cristaliza en estructura de diamante, el GaAs lo hace en la de blenda de zinc; los átomos de la red, en ambos casos, tienen cuatro primeros átomos vecinos. Los índices de Miller, introducidos aquí como una herramienta para el análisis de la estructura cristalina, constituyen la forma habitual de identificar los planos y direcciones dentro de un cristal. Finalmente, los grandes monocróstales de Si de calidad adecuada se producen mediante el procedimiento de extracción de Czochralski.

- 1.1 En la figura 1.4(b) aparece la celda unitaria de GaAs. Describir (o bosquejar) la celda unitaria del  $\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$ .

1.2 Dada una constante de red  $a = 5.65 \times 10^{-8}$  cm, determinar la cantidad de átomos de Ge por  $\text{cm}^3$ , a temperatura ambiente.

1.3 En términos de la constante de red  $a$ , ¿cuál es la distancia entre primeros átomos vecinos en

- (a) una red bcc?
- (b) una red fcc?

1.4 La superficie de una oblea de Si es un plano (100).

- (a) Dibujar la colocación de los átomos de Si en la superficie de la oblea.
- (b) Determinar el número de átomos por  $\text{cm}^2$  en la superficie de la oblea.
- (c) y (d) Repetir los apartados (a) y (b) suponiendo que la superficie de la oblea de Si sea un plano (110).

1.5 Escribir todos los pasos intermedios al responder las preguntas siguientes:

- (a) Como se ve en la figura P1.5(a), un plano cristalino tiene intersecciones en  $1a$ ,  $3a$  y  $1a$ , respectivamente, con los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ ;  $a$  es la longitud de la celda unitaria.
  - (i) ¿Qué notación en índices de Miller corresponde al plano?
  - (ii) ¿Cuál es la notación en índices de Miller para la dirección normal al plano?
- (b) Suponiendo que la estructura cristalina sea cúbica, determinar los índices de Miller para (i) el plano y (ii) el vector, que aparecen en la figura P1.5(b).

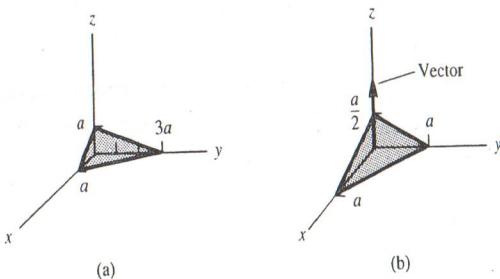


Fig. P1.5

1.6 En un sistema cristalino cúbico, dibujar los planos siguientes:

- (a) (001), (b) (111), (c) (123), (d) ( $\bar{1}10$ ),  
 (e) (010), (f) ( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ), (g) (221), (h) (0 $\bar{1}0$ ).

1.7 Considerando un sistema cristalino cúbico, dibujar un vector apropiado para identificar cada una de las direcciones siguientes:

- (a) [010], (b) [101], (c) [00 $\bar{1}$ ], (d) [111],  
 (e) [001], (f) [110], (g) [0 $\bar{1}0$ ], (h) [123].

1.8 Identificar dos direcciones cristalinas en un cristal cúbico que sean perpendiculares a

- (a) la dirección [100],
- (b) la dirección [111].

NOTA: El coseno de un ángulo  $\theta$  entre dos direcciones arbitrarias  $[h_1k_1l_1]$  y  $[h_2k_2l_2]$ , en un cristal cúbico, es

$$\cos(\theta) = \frac{h_1h_2 + k_1k_2 + l_1l_2}{\sqrt{[h_1^2 + k_1^2 + l_1^2][h_2^2 + k_2^2 + l_2^2]}}$$

1.9 Dada una red cúbica, indicar cuántos planos equivalentes [partes (a) a (c)] o direcciones equivalentes [partes (d) a (f)] se asocian a cada una de las siguientes designaciones:

- (a) {100}, (b) {110}, (c) {111},  
 (d)  $\langle 100 \rangle$ , (e)  $\langle 110 \rangle$ , (f)  $\langle 111 \rangle$ .

1.10 Considerando a los átomos como esferas rígidas de radios iguales a la mitad de la distancia entre átomos vecinos más próximo, demostrar que la relación entre el volumen ocupado por los átomos y el volumen total disponible en las diversas estructuras cristalinas es

- (a)  $\pi / 6$  o 52% para la red cúbica simple;
- (b)  $\sqrt{3} \pi / 8$  o 68% para la red cúbica centrada en el cuerpo;
- (c)  $\sqrt{2} \pi / 6$  o 74% para la red cúbica centrada en la cara;
- (d)  $\sqrt{3} \pi / 16$  o 34% para la red de diamante.

## 2 Modelos de portadores

Los portadores son entidades que transportan carga de un lugar a otro en el seno del material, y por lo tanto dan lugar a corrientes eléctricas. En la vida diaria, el tipo de portador que se encuentra más comúnmente es el electrón, la partícula subatómica responsable del transporte de carga en cables metálicos. Dentro de los semiconductores se vuelve a encontrar el mencionado electrón, pero hay también un segundo tipo de portador igualmente importante: el hueco. Electrones y huecos son el objetivo fundamental de este capítulo, en el que se examinan los conceptos relacionados con el portador: modelos, propiedades y terminología.

Aunque se harán recordatorios periódicos, queremos destacar desde el principio que en toda la exposición de este capítulo se supone que existen condiciones de *equilibrio* dentro del semiconductor. El término "equilibrio" sirve para describir el estado de un sistema sin perturbación. En condiciones de equilibrio no hay voltajes, campos magnéticos, tensiones ni otras fuerzas perturbadoras externas que actúen sobre el semiconductor. Todos los valores observables son invariantes en el tiempo. Esta condición de "reposo", como se verá más adelante, constituye un excelente *marco de referencia*. Poder caracterizar al semiconductor en condiciones de equilibrio permite extrapolar y conocer las condiciones del semiconductor cuando se le ha aplicado una perturbación.

Como último comentario introductorio, se advierte al lector que en este capítulo se presentarán bastantes fórmulas y afirmaciones sin justificación. Nos agradaría brindar un estudio completo con una exposición apropiada de cada concepto y la deducción de todas las fórmulas. Desafortunadamente ello no es posible. Además, nuestra filosofía básica es que deducir un resultado es secundario, frente a saber *interpretarlo y usarlo*. Por supuesto, es posible completar cualquier laguna en la información con lecturas adicionales.

### 2.1 EL CONCEPTO DE CUANTIZACIÓN

En lugar de considerar de inmediato los electrones en el Si cristalino, donde hay 14 electrones por átomo y  $5 \times 10^{22}$  átomos/cm<sup>3</sup>, preferimos tomar un camino más realista y comenzar por establecer ciertas reglas básicas mediante el examen de sistemas atómicos mucho más simples. Empezaremos con el más simple de los sistemas atómicos, el átomo aislado de hidrógeno. Éste, como tal vez recuerde el lector de algún curso de física moderna, fue objeto de un estudio profundo a principios del siglo XX. Los científicos de la época sabían que el átomo de hidrógeno contenía una partícula de carga negativa en órbita alrededor de un núcleo cuya masa es mucho mayor y tiene carga positiva. Lo que no se podían explicar era la naturaleza de la luz emitida por el sistema cuando el átomo de hidrógeno se calentaba a una temperatura elevada. Específicamente, se observaba que la luz emitida sólo aparecía en determinadas longitudes de onda discretas; de acuerdo con la teoría que prevalecía en la época, los científicos esperaban un espectro continuo de longitudes de onda.

En 1913 Niels Bohr propuso una solución del dilema. Bohr formuló la hipótesis de que el electrón del átomo de H estaba confinado a determinadas órbitas bien definidas

o, lo que es equivalente, supuso que el momento angular del electrón alrededor del núcleo sólo podía tomar determinados valores. Esta "cuantización" del momento angular del electrón estaba a su vez directamente relacionada con la cuantización de la energía. Si se supone que el momento angular del electrón es  $n\hbar$ , es fácil deducir

$$E_H = -\frac{m_0 q^4}{2(4\pi\epsilon_0\hbar n)^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

donde (véase también la figura 2.1)  $E_H$  es la energía de enlace del electrón dentro del átomo de hidrógeno,  $m_0$  es la masa de un electrón libre,  $q$  es la magnitud de la carga del electrón,  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío,  $\hbar$  es la constante de Planck,  $\hbar = h/2\pi$ , y  $n$  es

el número cuántico de energía o identificador de órbita. El **electrón volt (eV)** es una unidad de energía igual a  $1.6 \times 10^{-19}$  joules. Ahora bien, puesto que la energía del elec-

trón en el átomo de hidrógeno sólo puede tomar ciertos valores discretos según el modelo de Bohr, la transición desde una órbita con  $n$  mayor a otra órbita con  $n$  menor ha de liberar energías luminosas cuantizadas; esto explica que se observe emisión de luz solamente a ciertas longitudes de onda discretas.

Para nuestros propósitos, la idea más importante que podemos extraer del modelo de Bohr es que la energía de los electrones en los sistemas atómicos está limitada a un conjunto de valores restringido.\* En relación con el átomo de hidrógeno, el esquema de niveles de energía en un átomo multielectrónico como el silicio es decididamente más complejo, como podría esperarse por intuición. Sin embargo, sigue siendo una tarea re-

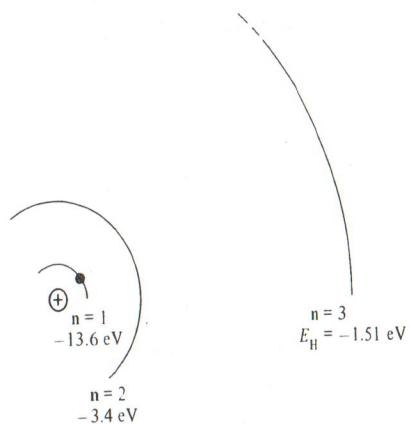


Fig. 2.1 El átomo de hidrógeno: representación idealizada donde se ven las tres primeras órbitas electrónicas permitidas y la energía de cuantización asociada.

\* En realidad, no sólo se "cuantiza" la energía, sino muchas otras magnitudes relacionadas con partículas de dimensiones atómicas. Ha surgido todo un campo de estudio, la mecánica cuántica, para describir las propiedades y acciones de partículas y sistemas de dimensiones atómicas.

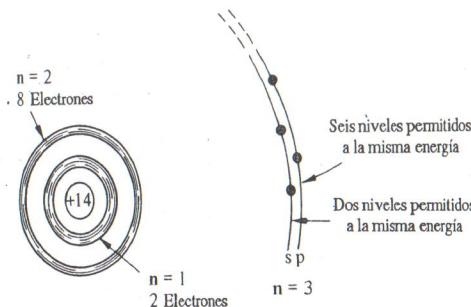


Fig. 2.2 Representación esquemática de un átomo aislado de Si.

lativamente simple describir las características energéticas importantes de un átomo aislado de silicio. Como puede verse en la figura 2.2, diez de los catorce electrones del átomo de Si ocupan niveles energéticos muy profundos, y están fuertemente ligados al núcleo del átomo. El enlace es tan fuerte, de hecho, que estos electrones permanecen en esencia sin perturbación durante las reacciones químicas o en las interacciones normales entre átomos; se dice que este conjunto de diez electrones y el núcleo constituyen el "corazón" del átomo. Por otra parte, el enlace de los cuatro electrones restantes del átomo de Si es mucho más débil. A éstos se les denomina *electrones de valencia* por su fuerte participación en las reacciones químicas. Como se ve en la figura 2.2, los cuatro electrones de valencia, si no son perturbados, ocupan cuatro de los ocho "lugares" (o estados) permitidos y poseen energías superiores a las del "corazón" del átomo. Por último, para completar, es de señalar que la configuración electrónica en el átomo de Ge, de 32 electrones (el germanio es el otro semiconductor elemental), es esencialmente idéntica a la configuración del átomo de Si, excepto en que el "corazón" del Ge contiene 28 electrones.

## 2.2 MODELOS DE SEMICONDUCTORES

Basándonos en la información presentada en las secciones anteriores, en ésta se introducen y describen dos modelos muy importantes, ampliamente utilizados en el análisis de los dispositivos semiconductores. La inclusión de modelos de semiconductores en un capítulo dedicado a modelos de portadores puede parecer extraña a primera vista, pero en realidad es bastante adecuada. En efecto, se está modelando el "envase" de los portadores, que es el cristal semiconductor.

### 2.2.1 Modelo de enlace

Ya vimos que el átomo aislado de Si, o un átomo de Si que no interactúa con otros átomos, tiene cuatro electrones de valencia. Por otro lado, los átomos de Si incorporados en la estructura de diamante presentan un enlace que implica una atracción entre cada átomo y sus cuatro vecinos más próximos [consultese la figura 1.4(c)]. Esto significa que, al ir desde átomos aislados hacia el estado cristalino colectivo, los átomos de Si

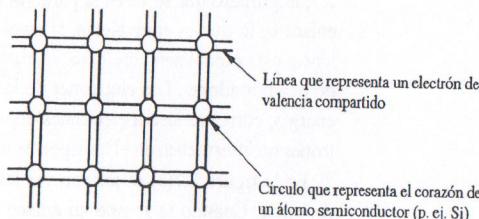


Fig. 2.3 El modelo de enlace.

pasan a compartir uno de sus electrones de valencia con cada uno de los átomos vecinos más próximos. Este enlace covalente, o “compartimiento” de electrones de valencia con los vecinos más cercanos, y el hecho de que los átomos en la estructura de diamante tienen cuatro átomos como vecinos más próximos dan lugar a la representación idealizada de semiconductor, el modelo de enlace, que se muestra en la figura 2.3. Cada círculo en el modelo de enlace representa el corazón de un átomo semiconductor, mientras que cada línea en la figura 2.3 representa un electrón de valencia compartido. (Hay ocho líneas conectadas a cada átomo, porque cualquier átomo dado no solamente *contribuye* con cuatro electrones compartidos, sino que también debe *aceptar* cuatro electrones compartidos de átomos adyacentes.) Por supuesto, la naturaleza bidimensional del modelo es una idealización que facilita la visualización mental, y también posibilita la reproducción del modelo en el papel y en la pizarra.

Aunque en los análisis siguientes se hará un uso considerable del modelo de enlace, vale la pena examinar en este punto algunas aplicaciones del mismo, como ejemplo de su utilidad. En la figura 2.4 pueden verse dos ejemplos de uso. En la figura 2.4(a) se utiliza el modelo de enlace para presentar un defecto puntual: un átomo que falta en la estructura. En la figura 2.4(b) se puede ver la rotura de un enlace entre dos átomos y la consiguiente liberación de un electrón. [La rotura de enlaces ( $T > 0$  K), así como los defectos, ocurren naturalmente en todos los semiconductores, y por lo tanto (en términos muy rigurosos) el modelo básico de la figura 2.3 es estrictamente válido para un semiconductor completo sólo a  $T = 0$  K, cuando el semiconductor en cuestión no tiene defectos, ni átomos de impurezas.]

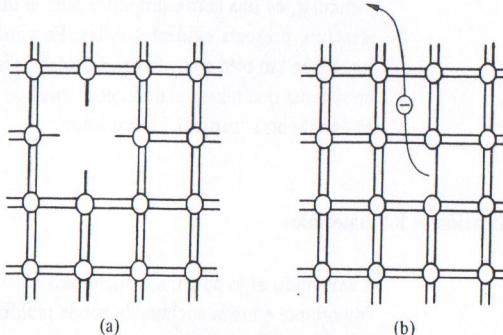


Fig. 2.4 Ejemplo de uso del modelo de enlace; (a) representación gráfica de un defecto puntual o átomo faltante; (b) ruptura de un enlace entre dos átomos y liberación de un electrón.

## 2.2.2 Modelo de las bandas de energía

Si nuestro interés se limitara a describir los aspectos espaciales de los sucesos que acontecen dentro de un semiconductor, probablemente el modelo de enlace por sí solo sería adecuado. Sin embargo, con mucha frecuencia interesan más los aspectos energéticos de un determinado suceso. En tales casos el modelo de enlace, que no dice nada sobre las energías de los electrones, no es de mucha utilidad, y cobra más importancia el modelo de las bandas de energía como ayuda para la visualización.

Para iniciar el camino conceptual hacia el modelo de las bandas de energía, recordemos la situación dentro del átomo de Si aislado. Según vimos en el análisis de la sección 2.1, diez de los catorce electrones dentro del átomo de Si aislado están fuertemente ligados al núcleo, y es poco probable que sean perturbados en forma significativa por las interacciones normales entre átomos. Los cuatro electrones restantes están mucho más débilmente ligados, y si no son perturbados, ocupan cuatro de los ocho estados energéticos permitidos, inmediatamente por encima del nivel más alto del “corazón”. Más aún, implícitamente se entiende que los estados energéticos de los electrones dentro de un grupo de átomos de Si, digamos  $N$  átomos de Si, son todos idénticos, siempre y cuando los átomos estén aislados, es decir, lo suficientemente lejos para que no interactúen entre sí.

Dado este conocimiento sobre la situación de un átomo aislado, se presenta ahora la duda sobre si es posible, con estos datos, deducir información sobre el estado cristalino. Sin duda es válido omitir cualquier mención ulterior sobre los electrones del “corazón”, ya que éstos no son perturbados significativamente por las fuerzas interatómicas normales. Sin embargo, lo anterior es cierto para los electrones de valencia. Si se colocan  $N$  átomos en estrecha vecindad (el caso del Si cristalino), es razonable esperar una modificación en los estados energéticos de los electrones de valencia.

En la figura 2.5 se resume el cambio conocido, en cuanto a estados energéticos, de los electrones de valencia. Al pasar de  $N$  átomos de Si aislados a un cristal de Si de  $N$  átomos, la mitad exacta de estados permitidos disminuye su energía, y la mitad la incrementa. Más aún, la perturbación produce una dispersión de los estados permitidos, formando dos intervalos, o *bandas* de estados de energía permitida, separados por un

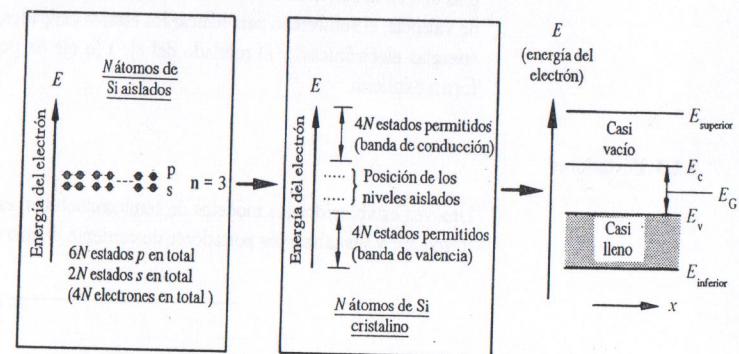


Fig. 2.5 Desarrollo conceptual del modelo de las bandas de energía empezando por  $N$  átomos aislados de Si a la izquierda, y terminando a la derecha con una versión “decorada” del modelo de las bandas de energía.

salto intermedio de energía. La banda superior de estados permitidos se denomina *banda de conducción*; la banda inferior, *banda de valencia*; y el salto intermedio de energía recibe el nombre de *banda prohibida* o *salto de banda*. Al irse llenando las bandas de estados de energía permitidos, los electrones, por supuesto, tienden a colocarse en las menores energías posibles. Teniendo en cuenta que cada nivel de energía permitido puede estar ocupado por un solo electrón (principio de exclusión de Pauli), y al recordar que los  $4N$  estados de la banda de valencia sólo pueden acomodar lo que antes eran  $4N$  electrones de valencia, encontramos que la banda de valencia está casi completamente llena de electrones, y que la de conducción carece de ellos. De hecho, a temperaturas que se aproximan a  $T = 0\text{ K}$ , la banda de valencia está completamente llena y la banda de conducción, totalmente vacía.

Para completar la verosimilitud de este modelo de bandas de energía, hay que introducir y utilizar un hecho adicional: a diferencia de los electrones de valencia en el caso del átomo aislado, los electrones de banda en el silicio cristalino no están unidos o asociados con ningún átomo determinado. Ciento es que, en promedio, típicamente hay cuatro electrones compartidos entre cualquier átomo de Si y sus cuatro vecinos más próximos (como en el caso del modelo de enlace). Sin embargo, la identidad de los electrones compartidos varía en función del tiempo, con los electrones que se desplazan de un punto a otro en el cristal. En otras palabras, los estados electrónicos permitidos ya no son los estados atómicos, sino que están asociados con el cristal como un todo; independientemente del punto que se examine en un cristal perfecto, se ve la misma configuración de estados permitidos. Por lo tanto, se concluye que para un cristal perfecto en condiciones de equilibrio, un diagrama que represente las energías electrónicas permitidas contra la distancia a lo largo de cualquier dirección cristalina preseleccionada, siempre llamada dirección  $x$ , es como el que se muestra en el lado derecho de la figura 2.5. Ese diagrama, representación de los estados de energía electrónica permitida como una función de la posición, es el modelo básico de las bandas de energía. El término  $E_c$ , que se incluye en el diagrama de la figura 2.5, es la menor energía posible de la banda de conducción;  $E_v$  es la más alta energía posible de la banda de valencia, y  $E_0 = E_c - E_v$  es la energía de la banda prohibida.

Por último, la figura 2.6 muestra el modelo de las bandas de energía (para un cristal perfecto en condiciones de equilibrio) que se utiliza en la práctica. En esta versión simplificada, muy difundida, se sobreentiende que existen la línea que indica la energía más alta en la banda de conducción, la línea que indica la energía más baja en la banda de valencia, el sombreado para indicar los estados ocupados, el rotulado del eje  $y$  (o eje de energías electrónicas) y el rotulado del eje  $x$  (o eje de posición), pero no aparecen de forma explícita.

### 2.2.3 Portadores

Una vez establecidos los modelos de semiconductores, estamos preparados para poder introducir y visualizar los portadores de corriente dentro de ellos. Al observar la figura

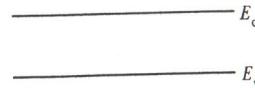


Fig. 2.6 Diagrama de las bandas de energía: versión simplificada del modelo de las bandas de energía ampliamente utilizada.

2.7, lo primero que se ve en la parte (a) es que si no hay uniones rotas en el modelo de enlace o, lo que es equivalente, si en el modelo de bandas de energía la banda de valencia está completamente llena de electrones y la de conducción está vacía, entonces no hay portadores. Los electrones de la banda de valencia, en el modelo de bandas de energía, corresponden a electrones compartidos en el modelo de enlace, y estos electrones no intervienen en el transporte de carga.

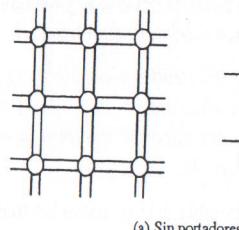
En la figura 2.7(b) se pueden ver los electrones que sí intervienen en el transporte de carga. Cuando se rompe un enlace Si-Si, y el electrón asociado queda libre para desplazarse dentro de la red, este electrón liberado es un portador. O lo que es equivalente, en términos del modelo de bandas de energía, la excitación de electrones de la banda de valencia hacia la banda de conducción crea portadores; es decir, *los electrones en la banda de conducción son portadores*. Cabe señalar que la energía requerida para romper un enlace en el modelo de enlace y la energía de la banda prohibida,  $E_0$ , son una misma cosa. De manera análoga, electrones liberados del modelo de enlace y electrones de la banda de conducción son diferentes nombres para los mismos electrones. En los siguientes análisis, cuando se utilice la palabra "electrones", sin añadidos, se sobreentiende que se hace referencia a estos electrones de la banda de conducción.

Además de liberar un electrón, la rotura de un enlace Si-Si también crea un vacío en la estructura de enlaces. Pensando en términos del modelo de enlace, se puede imaginar el desplazamiento de este "vacío" de un lugar a otro dentro de la red como el resultado de que los electrones vecinos salten ocupando dicho vacío [Figura 2.7(c)]. Alternativamente, se puede pensar en términos del modelo de las bandas de energía como sigue: al eliminar un electrón de la banda de valencia se crea un estado vacío en lo que era un vasto mar de estados llenos. El estado vacío, como una burbuja en un líquido, se desplaza libremente por la estructura debido al movimiento cooperativo de los electrones de la banda de valencia. Lo que se acaba de describir —el enlace desaparecido en el modelo de enlaces, o el estado vacío en la banda de valencia— es el segundo tipo de portador que se encuentra en los semiconductores: el hueco.

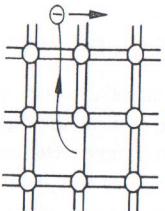
Aunque pudiera parecer que la descripción anterior desmiente el hecho, el hueco en la banda de valencia tiene una existencia tan real como el electrón en la banda de conducción. Al familiarizarse con el modelado de portadores, se hace cada vez más evidente la situación comparable de electrones y huecos. Al final, el lector llega a pensar que el hueco es simplemente otra partícula subatómica. ¿Cómo puede ser un hueco al mismo tiempo una partícula y un "vacío"? Este dilema conceptual es el resultado directo de la casi inevitable insuficiencia de nuestros modelos. El modelo de enlace, en particular, es una burda simplificación de una situación compleja y, si se observa con atención, presenta evidentes fallas. En verdad, es un milagro que nuestros modelos funcionen tan bien como lo hacen; estamos intentando describir, en términos comunes, un sistema que rebasa el dominio normal de la vida cotidiana. Sí, en "realidad" el hueco es sólo otra "partícula" subatómica.

### 2.2.4 Clasificación de los materiales

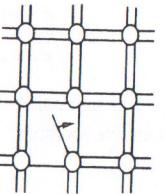
Cambiando algo de tema, concluiremos esta sección mencionando una relación muy importante entre la anchura de banda prohibida de un material, la cantidad de portadores disponible para el transporte de carga en un material y la naturaleza general del mismo. Aunque se haya establecido específicamente para semiconductores, el modelo



(a) Sin portadores



(b) El electrón

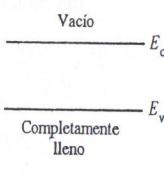


(c) El hueco

Fig. 2.7 Representación gráfica de los portadores utilizando el modelo de enlace (izquierda) y el modelo de las bandas de energía (derecha); (a) caso sin portadores; (b) visualización de un electrón; (c) visualización de un hueco.

de las bandas de energía de la figura 2.6 puede ser aplicado, con sólo pequeñas modificaciones, a todos los materiales. La mayor diferencia entre los materiales no radica en la naturaleza de las bandas de energía, sino en la anchura de la banda prohibida.

Como puede verse en la figura 2.8(a), los aislantes se caracterizan por bandas prohibidas muy grandes, con valores de  $E_G \approx 5$  eV y  $\approx 8$  eV para el diamante y el  $\text{SiO}_2$ , respectivamente. En estos materiales, la energía térmica disponible a temperatura ambiente excita muy pocos electrones desde la banda de valencia hacia la banda de conducción; entonces hay muy pocos portadores en el material, y es, por tanto, un mal conductor de corriente. En comparación, la banda prohibida en los metales o es muy estrecha o no existe, porque se superponen las bandas de valencia y de conducción [figura 2.8(c)]. Siempre hay gran cantidad de portadores en los metales, y por lo tanto son excelentes conductores. Los semiconductores presentan un caso intermedio entre los aislantes y los metales. A temperatura ambiente,  $E_G = 1.42$  eV para el GaAs,  $E_G = 1.12$  eV para el Si y  $E_G = 0.66$  eV para el Ge. La energía térmica, al excitar electrones desde la banda de valencia hacia la banda de conducción, crea una moderada cantidad de portadores en estos materiales, lo que da lugar, a su vez, a una capacidad de transporte de corriente intermedia entre mala y excelente.

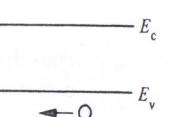


Completamente lleno

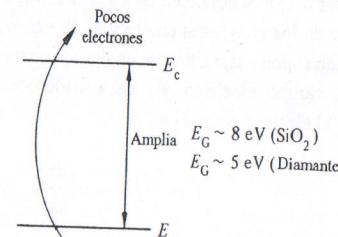
(a) Sin portadores



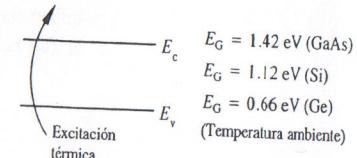
(b) El electrón



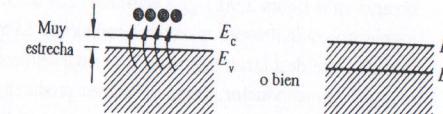
(c) El hueco



(a) Aislante



(b) Semicondutor



(c) Metal

$E_G = 1.42$  eV (GaAs)  
 $E_G = 1.12$  eV (Si)  
 $E_G = 0.66$  eV (Ge)  
(Temperatura ambiente)

Fig. 2.8 Explicación de la diferencia entre (a) aislantes, (b) semiconductores y (c) metales utilizando el modelo de bandas de energía.

Por todo lo dicho, la banda prohibida es un parámetro importante del material. En realidad es quizás el parámetro más importante del material, y conviene recordar el valor de la banda prohibida del silicio a temperatura ambiente ( $E_G = 1.12$  eV).

## 2.3 PROPIEDADES DE LOS PORTADORES

Una vez introducidos formalmente el electrón y el hueco, trataremos ahora de aprender todo lo posible sobre la naturaleza de estos portadores. En esta sección se analizarán los conceptos básicos relacionados con los portadores, sus propiedades y su terminología correspondiente.

### 2.3.1 Carga

Tanto los electrones como los huecos son partículas cargadas. Los electrones tienen carga negativa, los huecos tienen carga positiva y la *magnitud* de la carga del portador,  $q$ , es la misma para ambos tipos. En unidades MKS,  $q = 1.6 \times 10^{-19}$  coulomb. (Según el convenio que hemos adoptado las cargas del electrón y del hueco son  $-q$  y  $+q$ , respectivamente; el signo de la carga se indica explícitamente.)

### 2.3.2 Masa efectiva

La masa, al igual que la carga, es otra de las propiedades básicas de los electrones y huecos. Sin embargo, a diferencia de la carga, la masa de los portadores no es una propiedad sencilla, y no puede ser caracterizada con la simple mención de un número. De hecho, la masa aparente o efectiva de los electrones dentro de un cristal depende del material semiconductor (Si, Ge, etc.), y es diferente de la masa de los electrones en el vacío.

Para comprender mejor el concepto de masa efectiva, consideraremos en primer lugar el movimiento de los electrones en el vacío. Si, como se ve en la figura 2.9(a), un electrón de masa en reposo  $m_0$  se mueve en el vacío entre dos placas paralelas bajo la influencia de un campo eléctrico  $\mathcal{E}$ , de acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza  $F$  sobre el electrón es igual a

$$F = -q\mathcal{E} = m_0 \frac{dv}{dt} \quad (2.2)$$

donde  $v$  es la velocidad del electrón y  $t$  es el tiempo. A continuación consideraremos los electrones (electrones de la banda de conducción) que se desplazan entre dos caras paralelas de un cristal semiconductor bajo la influencia del campo eléctrico aplicado, como se observa en la figura 2.9(b). ¿La ecuación (2.2) describe también el movimiento general de los electrones dentro del cristal semiconductor? La respuesta es, claramente, *no*. Los electrones que se desplazan dentro de un cristal semiconductor sufren colisiones con los átomos del semiconductor. Estas colisiones producen una desaceleración periódica de los portadores. Sin embargo, ¿no podríamos aplicar al menos la ecuación (2.2) al movimiento de los electrones *entre* colisiones sucesivas? La respuesta es, otra vez, *no*. Además del campo eléctrico aplicado, los electrones en un cristal están también sujetos a campos cristalinos complejos no incluidos explícitamente en la ecuación (2.2).

En el análisis precedente hemos apuntado ciertas diferencias importantes entre los electrones en un cristal y los electrones en el vacío, pero ha quedado sin aclarar una cuestión de igual importancia: cómo describir correctamente el desplazamiento de los portadores dentro del cristal. En rigor, sólo se puede describir el movimiento de los portadores en un cristal mediante la mecánica cuántica, el método adecuado para analizar sistemas de dimensiones atómicas. Por fortuna, sin embargo, si se examina el movimiento de los portadores entre colisiones, la compleja descripción matemática de la mecánica cuántica se puede simplificar, dando lugar a una ecuación de movimiento idéntica a la ecuación (2.2), excepto en que se sustituye  $m_0$  por una masa efectiva del portador. En otras palabras, para los electrones de la figura 2.9(b) se puede escribir

$$F = -q\mathcal{E} = m_n^* \frac{dv}{dt} \quad (2.3)$$

donde  $m_n^*$  es la masa efectiva del electrón. Puede deducirse una ecuación similar para los huecos, con  $-q \rightarrow q$  y  $m_n^* \rightarrow m_p^*$ . En ambos casos, hemos incluido el efecto de los

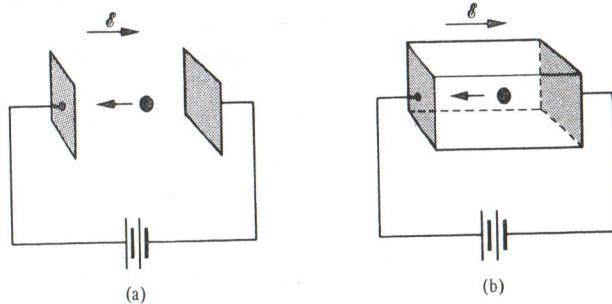


Fig. 2.9 Un electrón que se desplaza en respuesta a un campo eléctrico aplicado (a) en el vacío y (b) dentro de un cristal semiconductor.

campos internos del cristal y los fenómenos cuánticos en el factor de masa efectiva que multiplica a  $dv/dt$ . El significado de este resultado es que

*los electrones y los huecos se pueden considerar como partículas clásicas, en términos conceptuales y matemáticos, siempre que en las relaciones matemáticas se sustituya la masa de la partícula por la masa efectiva del portador.*

En la tabla 2.1<sup>†</sup> se listan las masas efectivas de portadores correspondientes al Si, Ge y GaAs.

### 2.3.3 Concentración de portadores en un material intrínseco

El término “semiconductor intrínseco” indica un material semiconductor extremadamente puro que contiene una cantidad insignificante de átomos de impurezas. Más exactamente, un semiconductor intrínseco es un semiconductor cuyas propiedades son innatas al material (es decir, no son producidas por agentes externos). La concentración de portadores en un semiconductor intrínseco es una de las propiedades intrínsecas que identifican el material.

Si definimos que

$$n = \text{número de electrones/cm}^3,$$

$$p = \text{número de huecos/cm}^3,$$

que existen dentro de un semiconductor, se obtiene que, para un semiconductor intrínseco en condiciones de equilibrio

$$n = p = n_i \quad (2.4)$$

Tabla 2.1 Masas efectivas para la densidad de estados a 300 K.

Material	$m_n^*/m_0$	$m_p^*/m_0$
Si	1.18	0.81
Ge	0.55	0.36
GaAs	0.066	0.52

y

$$\left. \begin{array}{l} n_i \approx 2 \times 10^6/\text{cm}^3 \text{ en GaAs} \\ \approx 1 \times 10^{10}/\text{cm}^3 \text{ en Si} \\ \approx 2 \times 10^{13}/\text{cm}^3 \text{ en Ge} \end{array} \right\} \text{a temperatura ambiente.}$$

<sup>†</sup>Por claridad, en ocasiones hay que simplificar excesivamente o pasar por alto temas complicados. Un caso así es el del análisis sobre la masa efectiva. En realidad, la  $m_n^*$  que aparece en la ecuación (2.3) no es una magnitud escalar simple, como hemos inducido al lector; ni es posible rehacer todas las expresiones matemáticas utilizando las masas efectivas de los portadores que aparecen en la tabla 2.1. Para un material dado y un tipo de portador se encuentran, de hecho, diferentes masas efectivas. Sin embargo, las masas efectivas que aparecen en la tabla 2.1 son las utilizadas más habitualmente. Más aún, los valores numéricos exactos de las masas efectivas en realidad son de importancia secundaria. En cambio es decisiva la drástica simplificación que resulta de que las partículas mecánico-cuánticas, conocidas como electrones y huecos, puedan ser tratadas como partículas clásicas, tanto conceptual como matemáticamente.

Las concentraciones de electrones y huecos de un semiconductor intrínseco son iguales, porque los portadores dentro de un material muy puro sólo pueden crearse por pares. De acuerdo con lo que se ve en la figura 2.7, si se rompe un enlace en un semiconductor, se crean simultáneamente un electrón libre y un hueco. Del mismo modo, la excitación de un electrón desde la banda de valencia a la banda de conducción crea automáticamente un hueco en la banda de valencia junto con el electrón de la banda de conducción. Cabe señalar también que la concentración de portadores intrínsecos, aunque elevada en sentido absoluto, es relativamente pequeña comparada con la cantidad de enlaces que se podrían romper. Por ejemplo, en el Si hay  $5 \times 10^{22}$  átomos/cm<sup>3</sup> y cuatro enlaces por átomo, y por lo tanto, un total de  $2 \times 10^{23}$  enlaces o electrones de banda de valencia por cm<sup>3</sup>. Como  $n_i \approx 10^{10}/\text{cm}^3$ , resulta que tan sólo hay un enlace roto entre  $10^{13}$  enlaces en el Si a temperatura ambiente. Para dar una idea representativa de esa relación dentro del Si intrínseco a temperatura ambiente, se podría cubrir las pizarras de todas las universidades del mundo con el modelo de enlaces, y probablemente sólo aparecería *un* enlace roto.

### 2.3.4 Control de la concentración de portadores: dopado

El dopado, en la terminología de los semiconductores, consiste en introducir cantidades controladas de átomos de impureza específicos con el propósito de aumentar la concentración de electrones o la de huecos. Se trata de un proceso muy común en la fabricación de casi todos los dispositivos semiconductores. En la tabla 2.2 aparecen los dopantes habituales del Si. Para aumentar la concentración de electrones, al cristal de Si se le pueden añadir átomos de fósforo, arsénico o antimonio, entre los cuales el más común como dopante donador (que incrementa la concentración de electrones) es el fósforo. Para aumentar la concentración de huecos, se agregan al cristal de Si átomos de boro, galio, indio o aluminio; de ellos el más habitual como dopante aceptador (que aumenta la concentración de huecos) es el boro.

Para comprender cómo mediante la adición de átomos de impurezas se puede controlar la concentración de portadores, es importante darse cuenta de que los donadores de la tabla 2.2 son todos elementos de la columna V de la tabla periódica de los elementos, en tanto que todos los aceptadores citados son elementos de la columna III de la misma. Como se ve en la figura 2.10(a), cuando en el modelo de enlace un elemento de la columna V, con sus cinco electrones, sustituye a un átomo de Si en la estructura del semiconductor, cuatro de los cinco electrones de valencia encajan perfectamente en la es-

Tabla 2.2 Dopantes comunes del silicio. Las flechas indican los dopantes utilizados más comúnmente.

Donadores (dopantes que incrementan el número de electrones)	Aceptadores (dopantes que incrementan el número de huecos)
P ← As Sb	B ← Ga In Al

} Elementos de la columna V      } Elementos de la columna III

tructura de enlaces. El quinto electrón del donador, sin embargo, no encaja y queda débilmente ligado al átomo donador. A temperatura ambiente, este electrón se libera con facilidad y puede entonces moverse dentro de la red, por lo que constituye un portador. Vemos que esta donación (de ahí el nombre de "donador") de electrones portadores no aumenta la concentración de huecos. El ion donador que queda cuando el quinto electrón se libera no puede moverse, y no hay ruptura de enlaces entre átomos como resultado de la liberación del quinto electrón.

Para entender el comportamiento de aceptador podemos hacer un razonamiento similar. Los aceptadores de la columna III tienen tres electrones de valencia, y por lo tanto no pueden completar una de las uniones del semiconductor cuando sustituyen a los átomos de Si en la red del mismo [figura 2.10(b)]. El átomo de la columna III, sin embargo, acepta fácilmente (de ahí el nombre de "aceptador") un electrón de un enlace Si-Si cercano, con lo que completa su propia estructura de enlaces, y se crea un hueco que puede moverse por la red. Aquí de nuevo se produce un incremento de un solo tipo de portador. El aceptador cargado negativamente (átomo aceptador con electrón "aceptado") no puede desplazarse, y por lo tanto no se liberan electrones en el proceso de creación de huecos.

Esta explicación basada en el modelo de enlaces es bastante razonable. Sin embargo, quedan algunos cabos sueltos. Ante todo, hemos dicho que el quinto electrón donador tiene un enlace más bien débil, y que por lo tanto se libera fácilmente a temperatura ambiente. ¿Cómo se debe interpretar el término relativo de "enlace débil"? Hace falta  $\approx 1$  eV para romper enlaces Si-Si, y muy pocos de los enlaces Si-Si se han roto a temperatura ambiente. ¿Será que "enlace débil" implica una energía de enlace de 0.1 eV o menos? La cuestión se puede plantear preguntándose cómo entender el comportamiento de los donadores y aceptadores en términos del modelo de las bandas de energía. Ambas cuestiones implican consideraciones energéticas y de hecho están interrelacionadas.

Comencemos estudiando el tema de la energía de enlace del quinto electrón del donador. Como simplificación, se puede comparar el "corazón" donador cargado positivamente más el quinto electrón con el átomo de hidrógeno (figura 2.11). A nivel conceptual, el "corazón" donador reemplaza al núcleo del átomo de hidrógeno, y el

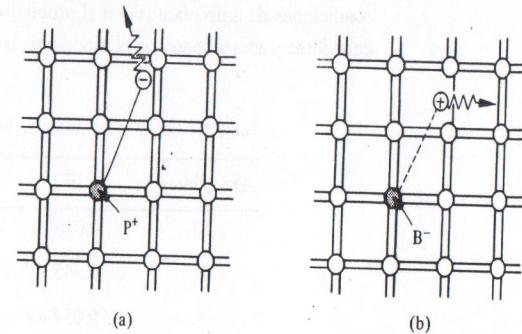


Fig. 2.10 Representación gráfica de la acción (a) donadora y (b) aceptadora utilizando el modelo de enlace. En (a) un átomo de Si es sustituido por el elemento P de la columna V; en (b) un átomo de Si es sustituido por el elemento B de la columna III.

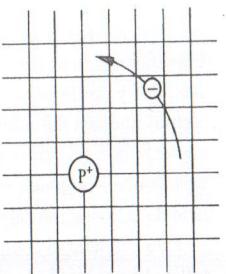


Fig. 2.11 Modelo de enlace de los átomos donadores. Comparación con el átomo de hidrógeno.

quinto electrón donador reemplaza al electrón del átomo de hidrógeno. En el átomo de hidrógeno real el electrón se mueve, por supuesto, en el vacío; se le puede caracterizar por la masa de un electrón libre, y con respecto a la ecuación (2.1) su energía de enlace es la del estado fundamental, -13.6 eV. En el falso átomo de hidrógeno, en cambio, el electrón se desplaza en un mar de átomos de Si y se caracteriza por una masa efectiva. Por lo tanto, en el caso del donador o "seudoátomo" hay que reemplazar la permitividad del espacio libre por la permitividad del Si, y  $m_0$  debe ser reemplazada por  $m_n^*$ . En consecuencia, podemos decir que la energía de enlace ( $E_B$ ) del quinto electrón donador es aproximadamente

$$E_B \approx -\frac{m_n^* q^4}{2(4\pi K_S \epsilon_0 \hbar)^2} = \frac{m_n^*}{m_0 K_S^2} E_{\text{H}\text{H}=1} \approx -0.1 \text{ eV} \quad (2.5)$$

donde  $K_S$  es la constante dieléctrica del Si ( $K_S \approx 12$ ). En la tabla 2.3 aparecen los valores reales de las energías de enlace en el Si. Puede observarse que las energías de enlace concuerdan bastante bien con la estimación de la ecuación (2.5), y que, confirmando la hipótesis anterior, son aproximadamente  $\approx 1/20$  de la energía de la banda prohibida del Si.

Habiendo establecido la fuerza de enlace de los átomos dopantes, estamos ahora en condiciones de enfrentarnos con el problema de cómo explicar el comportamiento de los donadores y aceptadores con el modelo de las bandas de energía. Si estudiamos el pro-

Tabla 2.3 Energías de enlace de los dopantes.

Donadores	$ E_B $	Aceptadores	$ E_B $
Sb	0.039 eV	B	0.045 eV
P	0.045 eV	Al	0.067 eV
As	0.054 eV	Ga	0.072 eV
		In	0.16 eV

blema, vemos en primer lugar que cuando se libera un electrón de un átomo donador, se convierte en un electrón de la banda de conducción. Si la energía absorbida en la posición del donador es precisamente igual a la energía de enlace del electrón, el electrón liberado tendrá, además, la mínima energía en la banda de conducción:  $E_c$ . Proporcionando una energía  $|E_B|$  al electrón ligado al emplazamiento donador, la energía del electrón aumenta hasta  $E_c$ . Por lo tanto, se llega a la conclusión de que el electrón ligado ocupa un nivel electrónico permitido situado a  $|E_B|$  por debajo del borde de la banda de conducción o, como se puede ver en la figura 2.12, que las posiciones de los donadores pueden ser incorporadas al diagrama de bandas de energía, añadiendo niveles electrónicos permitidos a una energía  $E_D = E_c - |E_B|$ . El nivel de energía asociado al donador se representa con una línea discontinua en lugar de una continua, porque un electrón ligado a un donador está localizado en el espacio; es decir, un electrón ligado permanece en las inmediaciones  $\Delta x$  del emplazamiento donador. La proximidad relativa de  $E_D$  a  $E_c$  refleja, por supuesto, el hecho de que  $E_c - E_D = |E_B| \approx (1/20)E_G(\text{Si})$ .

En la figura 2.13 se muestra el comportamiento de los donadores y aceptadores utilizando el modelo de bandas de energía. Si se examina el lado izquierdo de la figura 2.13(a), se encuentra que todos los emplazamientos donadores están llenos de electrones ligados a temperaturas  $T \rightarrow 0$  K. Esto es así porque no hay energía térmica suficiente para excitar los electrones desde las posiciones de los donadores a la banda de conducción. Por supuesto, la situación cambia al aumentar la temperatura: cada vez mayor número de electrones ligados a los átomos dopantes son donados a la banda de conducción. A temperatura ambiente, casi la totalidad de los átomos donadores están ionizados, lo que da lugar a la situación que se muestra en el extremo derecho de la figura 2.13(a). Aunque hasta ahora hemos hablado de los donadores, para el caso de los aceptadores la situación es totalmente análoga. Como puede observarse en la figura 2.13(b), los aceptadores introducen niveles electrónicos permitidos en la banda prohibida, a una energía ligeramente por encima del borde de la banda de valencia. A bajas temperaturas todos estos niveles están vacíos, pues no hay suficiente energía a temperaturas  $T \rightarrow 0$  K para que un electrón de la banda de valencia efectúe una transición a un emplazamiento de aceptador. Si se incrementa la temperatura, lo que implica un mayor almacenamiento de energía térmica, los electrones de la banda de valencia saltan más fácilmente a los niveles aceptadores. El desalojo de los electrones de la banda de valencia, por supuesto, crea huecos. A temperatura ambiente, prácticamente todos los emplazamientos de aceptador están ocupados con electrones, y se produce en el material un aumento de la concentración de huecos.

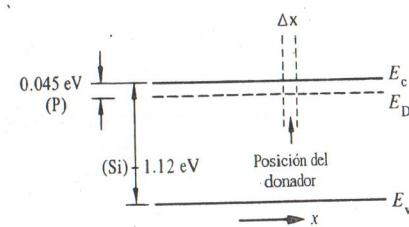


Fig. 2.12 Inclusión de los niveles donadores  $E = E_D$  al diagrama de bandas de energía. Las líneas discontinuas de anchura  $\Delta x$  indican la naturaleza localizada de los estados donadores.

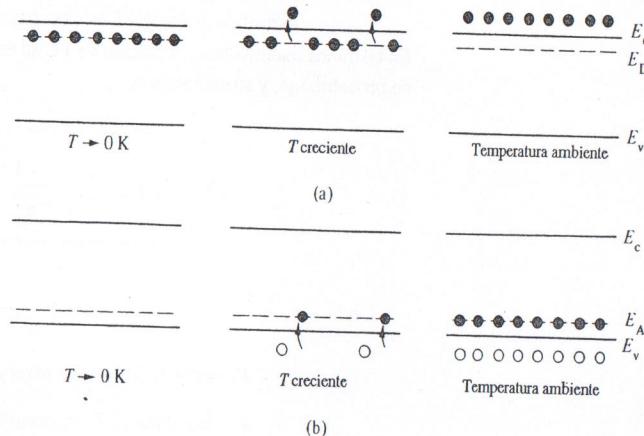


Fig. 2.13 Representación gráfica de la acción (a) donadora y (b) aceptadora utilizando el modelo de bandas de energía.

### 2.3.5 Terminología relacionada con los portadores

Puesto que la terminología suele constituir muchas veces un problema para la comprensión, y como esta sección en particular está repleta de términos especializados, parece adecuado concluirla con una revisión de la terminología asociada a los portadores. Cetca de la mitad de los términos que a continuación se indican han sido introducidos y definidos anteriormente en esta sección; el resto aparece ahora por primera vez. Todos los vocablos son de amplia utilización y conviene memorizar sus definiciones.

**Dopante:** átomos de impureza específicos que se añaden a los semiconductores en dosis controladas, con la intención deliberada de incrementar las concentraciones de electrones o de huecos.

**Semiconductor intrínseco:** semiconductor no dopado consistente en material semiconductor extremadamente puro, que contiene cantidades insignificantes de átomos de impureza; un semiconductor cuyas propiedades son inherentes al mismo.

**Semiconductor extrínseco:** semiconductor dopado; un semiconductor cuyas propiedades están controladas por los átomos de impureza añadidos.

**Donador:** átomo de impureza que incrementa la concentración de electrones; dopante tipo *n*.

**Aceptador:** átomo de impureza que incrementa la concentración de huecos; dopante tipo *p*.

**Material tipo *n*:** material dopado con donadores; un semiconductor que contiene más electrones que huecos.

**Material tipo *p*:** material dopado con aceptadores; un semiconductor que contiene más huecos que electrones.

**Portador mayoritario:** el portador más abundante en una muestra de semiconductor dada; electrones en un material tipo *n*, huecos en un material tipo *p*.

**Portador minoritario:** el portador menos abundante en una muestra de semiconductor dada; huecos en un material tipo *n*, electrones en un material tipo *p*.

### VÉASE EL EJERCICIO 2.1. APÉNDICE A

## 2.4 DISTRIBUCIONES DE ESTADOS Y DE PORTADORES

Hasta ahora hemos centrado nuestra atención en las propiedades de los portadores y en información de naturaleza conceptual, cualitativa o, cuando más, semicuantitativa. Habiendo en términos prácticos, con frecuencia se necesita una información más detallada. Por ejemplo, la mayor parte de los semiconductores están dopados, y el valor numérico exacto de las concentraciones de portadores dentro de los semiconductores dopados es un dato de gran interés. Otra propiedad interesante es la distribución de portadores como función de la energía en las bandas de energía respectivas. En esta sección comenzamos a hacer una descripción más detallada de las poblaciones de portadores. Concluiremos esta exposición con las relaciones entre distribuciones y concentraciones de portadores dentro de los semiconductores en condiciones de equilibrio.

### 2.4.1 Densidad de estados

Cuando se introdujo por primera vez el modelo de las bandas de energía en la sección 2.2, se indicó que el número total de estados permitidos en cada banda era cuatro veces el número de átomos en el cristal. En ese momento no se mencionó cómo se distribuían en cuanto a energía; es decir, cuántos estados se encontrarían para una energía dada en las bandas de conducción y de valencia. Estamos ahora interesados en esta distribución de estados de energía o *densidad de estados*, como se conoce mejor, porque esta distribución de estados es un componente esencial en la determinación de distribuciones y concentraciones de portadores.

Para determinar la densidad de estados es necesario realizar un análisis basado en consideraciones de mecánica cuántica. Aquí sólo resumiremos los resultados de dicho análisis; para energías no muy alejadas de los bordes de las bandas, se encuentra que

$$g_c(E) = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*(E - E_c)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \geq E_c \quad (2.6a)$$

$$g_v(E) = \frac{m_p^* \sqrt{2m_p^*(E_v - E)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \leq E_v \quad (2.6b)$$

donde  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  son las densidades de estados para una energía  $E$  en las bandas de conducción y de valencia, respectivamente.

¿Qué es lo que debe saber y recordar exactamente el lector sobre la mencionada densidad de estados? Bien, primero es importante comprender el concepto general de

densidad de estados. Se puede imaginar la densidad de estados como la descripción de las localidades en un estadio de fútbol, donde el número de asientos del estadio determina la distancia del campo de juego corresponde al número de estados para un intervalo de energía especificado, desde  $E_c$  o  $E_v$ . Segundo, el lector debe recordar la forma general de las relaciones. Como se observa en la figura 2.14,  $g_c(E)$  es cero a  $E_c$  y aumenta como la raíz cuadrada de la energía para valores crecientes de la misma en la banda de conducción. En forma similar,  $g_v(E)$  es precisamente cero en  $E_v$  y se incrementa como la raíz cuadrada cuando la energía disminuye desde  $E_v$  en la banda de valencia. Tercero, las diferencias entre  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  provienen de diferencias en las masas efectivas de los portadores. Si  $m_n^*$  fuera igual a  $m_p^*$ , los asientos (estados) de ambos lados del campo de fútbol (la banda prohibida) serían imágenes simétricas (especulares) entre sí. Por último, considerando energías muy próximas  $E$  y  $E + dE$  en las bandas respectivas, se puede establecer

$g_c(E)dE$  representa el número de estados de la banda de conducción/cm<sup>3</sup> con energías comprendidas en el intervalo  $E$  y  $E + dE$  (si  $E \geq E_c$ ),

$g_v(E)dE$  representa el número de estados de la banda de valencia/cm<sup>3</sup> con energías comprendidas en el intervalo  $E$  y  $E + dE$  (si  $E \leq E_v$ ).

Por tanto, de aquí resulta que  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  son expresiones de números/unidad de volumen-unidad de energía, es decir números/cm<sup>3</sup>-eV.

#### 2.4.2 La función de Fermi

Mientras la densidad de estados informa sobre cuántos estados existen a una energía dada  $E$ , la función de Fermi  $f(E)$  especifica cuántos de los estados existentes a la energía  $E$  estarán ocupados por un electrón, o de forma equivalente,

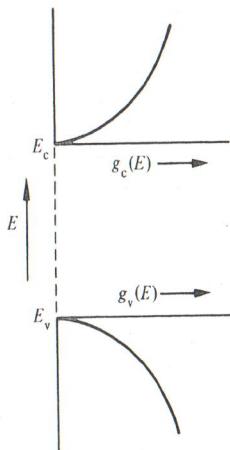


Fig. 2.14 Dependencia general de la energía de  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  en las proximidades de los bordes de las bandas.  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  son las densidades de estados para las bandas de conducción y de valencia, respectivamente.

$f(E)$  especifica, en condiciones de equilibrio, la probabilidad de que un estado permitido de energía  $E$  esté ocupado por un electrón.

En términos matemáticos, la función de Fermi es tan sólo una función de distribución de probabilidad, y su expresión es

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}} \quad (2.7)$$

donde

$E_F$  = energía de Fermi o nivel de Fermi

$k$  = constante de Boltzmann ( $k = 8.62 \times 10^{-5}$  eV/K)

$T$  = temperatura en Kelvins (K).

Para comprender la naturaleza de esta función recién introducida, comenzaremos por estudiar la dependencia con la energía de la función de Fermi. Primero, consideraremos temperaturas en que  $T \rightarrow 0$  K. Cuando  $T \rightarrow 0$  K,  $(E - E_F)/kT \rightarrow -\infty$  para todas las energías  $E < E_F$ , y  $(E - E_F)/kT \rightarrow +\infty$  para todas las energías  $E > E_F$ . Por lo tanto,  $f(E < E_F) \rightarrow 1/[1 + \exp(-\infty)] = 1$  y  $f(E > E_F) \rightarrow 1/[1 + \exp(+\infty)] = 0$ . Este resultado aparece representado en la figura 2.15(a) y significa simplemente que todos los estados de energía por debajo de  $E_F$  estarán llenos y todos los estados de energía por encima de  $E_F$  estarán vacíos para temperaturas  $T \rightarrow 0$  K. En otras palabras, hay un fuerte corte en el llenado de estados permitidos de energía en el nivel energético de Fermi  $E_F$ , cuando la temperatura del sistema tiende al cero absoluto.

A continuación consideraremos una temperatura  $T > 0$  K. Examinando la función de Fermi, se puede hacer las siguientes observaciones:

- Si  $E = E_F$ ,  $f(E_F) = 1/2$ .
- Si  $E \geq E_F + 3kT$ ,  $\exp[(E - E_F)/kT] \gg 1$  y  $f(E) \approx \exp[-(E - E_F)/kT]$ . En consecuencia, por encima de  $E_F + 3kT$ , la función de Fermi o probabilidad de estado ocupado, cae exponencialmente a cero para energías crecientes. Además, la mayoría de los estados de energías  $3kT$  por encima de  $E_F$  o superiores estarán vacíos.
- Si  $E \leq E_F - 3kT$ ,  $\exp[(E - E_F)/kT] \ll 1$  y  $f(E) \approx 1 - \exp[(E - E_F)/kT]$ . Por debajo de  $E_F - 3kT$ , la probabilidad de que determinado estado esté vacío, cae exponencialmente a cero para energías decrecientes. La mayor parte de los estados de energías  $3kT$  por debajo de  $E_F$  o inferiores estarán ocupados.
- A temperatura ambiente ( $T \approx 300$  K),  $kT \approx 0.026$  eV y  $3kT \approx 0.078$  eV  $\ll E_G(\text{Si})$ . Comparado con la banda prohibida del Si, el intervalo de energía  $3kT$  que aparece de forma prominente en el formalismo de  $T > 0$  K suele ser bastante pequeño.

Las propiedades anteriormente mencionadas quedan reflejadas y resumidas en el diagrama de la función de Fermi para  $T > 0$  K mostrado en la figura 2.15(b).

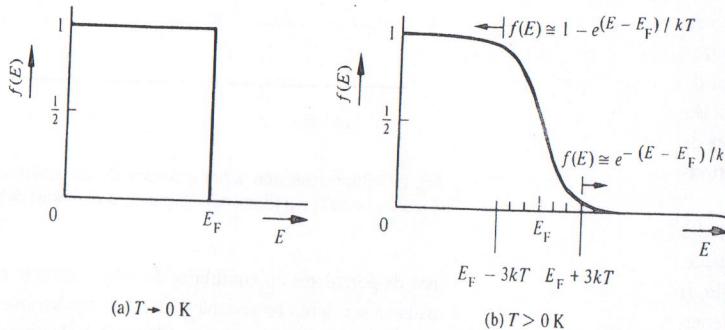


Fig. 2.15 Dependencia de la energía de la función de Fermi. (a)  $T \rightarrow 0\text{ K}$ ; (b) gráfica generalizada para  $T > 0\text{ K}$  con el eje de energías expresado en unidades de  $kT$ .

Antes de concluir este análisis, quizás esté justificado insistir en que la función de Fermi se aplica sólo en condiciones de equilibrio. Sin embargo, la función de Fermi es universal en el sentido de que se aplica con igual validez a todos los materiales: aislantes, semiconductores y metales. Aunque fue introducida en relación con los semiconductores, la función de Fermi no depende en modo alguno de la naturaleza particular de los semiconductores: tan sólo es una función estadística asociada a los electrones en general. Por último, el posicionamiento relativo de la energía de Fermi  $E_F$  con respecto a  $E_c$  (o  $E_v$ ), tema de evidente interés, será tratado en las secciones siguientes.

### VÉASE EL EJERCICIO 2.2. APÉNDICE A

#### 2.4.3 Distribución de portadores en equilibrio

Una vez establecida la distribución de estados de banda disponibles y la probabilidad de que tales estados estén ocupados en condiciones de equilibrio, se puede deducir con facilidad la distribución de portadores en las respectivas bandas de energía. Para ser más precisos, la distribución deseada se obtiene multiplicando simplemente la densidad de estados apropiada por el factor de ocupación correspondiente: así  $g_c(E)f(E)$  conduce a la distribución de electrones en la banda de conducción, y  $g_v(E)[1 - f(E)]$  a la distribución de huecos (estados no ocupados) en la banda de valencia. En la figura 2.16 se pueden ver ejemplos de distribuciones de portadores (junto con el diagrama de bandas de energía asociado, función de Fermi y gráficas de la densidad de estados) para tres posiciones supuestas de la energía de Fermi.

Si se examina la figura 2.16 se observa que, en general, todas las distribuciones de portadores son cero en los bordes de las bandas, alcanzan un valor máximo muy cerca de  $E_c$  o  $E_v$ , y luego caen muy rápidamente a cero al desplazarnos hacia arriba en la banda de conducción o hacia abajo en la banda de valencia. En otras palabras, la mayor parte de los portadores se agrupan energéticamente en la vecindad cercana de los bordes de banda. Otro punto general que hay que tener en cuenta es el efecto que tiene la posición del nivel de Fermi en la magnitud relativa de las distribuciones de portadores.

Cuando  $E_F$  se coloca en la mitad superior de la banda prohibida (o más arriba), la distribución de electrones supera en mucho a la de los huecos. Aun cuando tanto el factor de ocupación de estado lleno  $[f(E)]$  como el factor de ocupación de estado vacío  $[1 - f(E)]$  caen exponencialmente a medida que nos adentramos en la banda de conducción y la banda de valencia, respectivamente, está claro que  $[1 - f(E)]$  es mucho menor que  $[f(E)]$  a las energías correspondientes, si  $E_F$  se encuentra en la mitad superior de la ban-

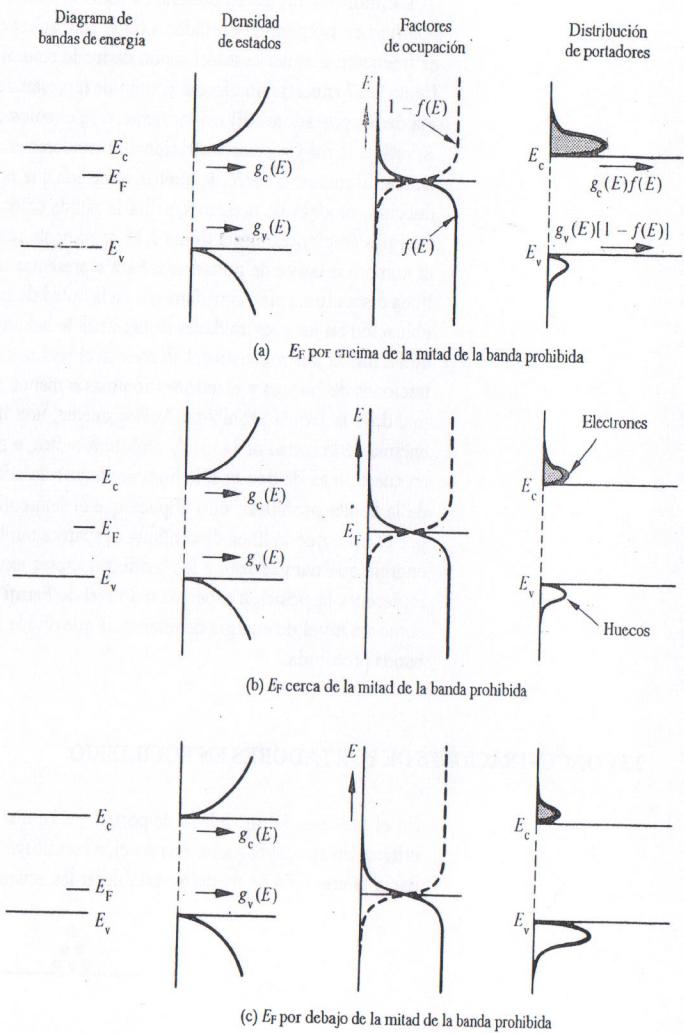


Fig. 2.16 Distribución de portadores (no dibujada a escala) en las bandas respectivas cuando el nivel de Fermi se encuentra (a) de la mitad hacia arriba de la banda prohibida, (b) cerca de la mitad de la banda prohibida y (c) de la mitad hacia abajo de la banda prohibida. También se indican, en forma coordinada para cada uno de los casos, el diagrama de bandas de energía, la densidad de estados y los factores de ocupación (la función de Fermi y uno menos la función de Fermi).

da prohibida. Desplazando hacia abajo  $E_F$  se reducen efectivamente los diagramas de ocupación, lo que da lugar a un número casi igual de portadores cuando  $E_F$  se encuentra en la mitad de la banda prohibida. Del mismo modo, se produce un predominio de huecos cuando  $E_F$  se encuentra de la mitad hacia abajo de la banda prohibida. El razonamiento anterior supone, por supuesto, que  $g_c(E)$  y  $g_v(E)$  son del mismo orden de magnitud a las energías correspondientes (tal y como sucede en el Si y el Ge). También se debe indicar que, retornando a un tema de la subsección previa, las afirmaciones de que los factores de ocupación caen exponencialmente en las bandas respectivas son válidas, siempre y cuando  $E_c - 3kT \geq E_F \geq E_v + 3kT$ .

La información recién presentada sobre la distribución de portadores y magnitudes relativas de número de portadores tiene gran aplicación de uso práctico. No obstante, es frecuente obtener la información de modo resumido o condensado. Por ejemplo, la figura 2.17 muestra una forma común de representación de las distribuciones de energía de los portadores. El mayor número de círculos o puntos trazados próximos a  $E_c$  o  $E_v$  refleja la máxima concentración de portadores en las proximidades de los bordes de banda. El menor número de puntos, a medida que nos adentramos en la banda de conducción, modela de manera sencilla la rápida caída de la densidad de electrones con energías crecientes. En la figura 2.18 se presenta una forma muy difundida de mostrar el número relativo de portadores. Para representar un material intrínseco, se traza una línea discontinua aproximadamente en la mitad de la banda prohibida y se rotula  $E_i$ . La ubicación en las proximidades de la mitad de la banda prohibida de  $E_i$ , nivel intrínseco de Fermi, es por supuesto coherente con el hecho antes mencionado de que las concentraciones de huecos y electrones son más o menos iguales, cuando  $E_F$  está cerca de la mitad de la banda prohibida. Análogamente, una línea continua  $E_F$  que aparece por encima de la mitad de la banda prohibida indica, a primera vista, que el semiconductor en cuestión es de tipo  $n$ ; si la línea continua rotulada  $E_F$  aparece por debajo de la mitad de la banda prohibida, ello implica que el semiconductor es de tipo  $p$ . Es de señalar, por último, que la línea discontinua  $E_i$  aparece también en los diagramas de bandas de energía que caracterizan a los semiconductores extrínsecos. En estos casos la línea  $E_i$  representa la posición esperada del nivel de Fermi si el material es intrínseco, y sirve como un nivel de energía de referencia que divide las mitades superior e inferior de la banda prohibida.

## 2.5 CONCENTRACIONES DE PORTADORES EN EQUILIBRIO

En el proceso del modelado de portadores hemos llegado a un punto en cierto modo crítico. En su mayor parte, esta sección constituye los últimos pasos en nuestro camino hacia la creación de modelos: establecer las ecuaciones que nos den las concentracio-

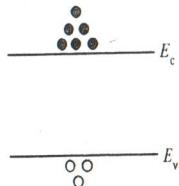


Fig. 2.17 Representación esquemática de las distribuciones de energía de los portadores.

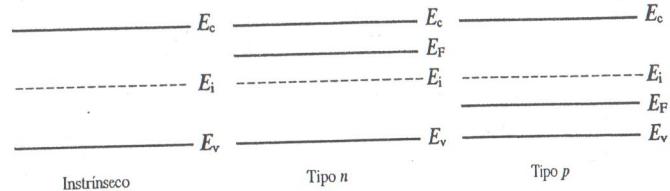


Fig. 2.18 Representación "a primera vista" de un semiconductor: intrínseco (izquierda), de tipo  $n$  (centro) y de tipo  $p$  (derecha), utilizando el diagrama de bandas de energía.

nes de portadores en equilibrio; de esta manera se refuerza la información cualitativa dada en secciones precedentes. Desafortunadamente el énfasis en el desarrollo de relaciones matemáticas hace que el logro del objetivo del modelado de portadores sea la parte más difícil de todo el proceso: el lector no puede descansar. Cabe también un comentario respecto a la inclusión de formas alternativas para las ecuaciones de los portadores. Se puede comparar las formas alternativas con diferentes tipos de llaves utilizadas, por ejemplo, en el hogar o en el automóvil. Tanto la llave fija como la llave de tubo, o la llave de trinquete, sirven para el mismo propósito general. Para algunas aplicaciones se puede utilizar cualquiera de ellas. En otras aplicaciones, en cambio, la situación especial restringe el tipo de llave empleada, o favorece un tipo respecto a otro. Lo mismo ocurre para las ecuaciones alternativas de los portadores. Al final se encerrará en recuadros aquellas expresiones que tengan aplicación general. Un recuadro simple significa que el resultado es moderadamente importante; un recuadro doble, que es muy importante.

### 2.5.1 Fórmulas para $n$ y $p$

Puesto que  $g_c(E)dE$  representa el número de estados de la banda de conducción/cm<sup>3</sup> con energías comprendidas en el intervalo de  $E$  a  $E + dE$ , y  $f(E)$  especifica la probabilidad de que un estado de energía  $E$  esté ocupado por un electrón, resulta que  $g_c(E)f(E)dE$  indica el número de electrones de la banda de conducción/cm<sup>3</sup> con energías comprendidas en el intervalo  $E$  a  $E + dE$ , y la integración de  $g_c(E)f(E)dE$  para todas las energías de la banda de conducción debe dar el número total de electrones en la banda de conducción. En otras palabras, la integración de la distribución en equilibrio de electrones en la banda de conducción conduce a la concentración de electrones en equilibrio. Se puede realizar una afirmación similar con respecto a la concentración de huecos. Por lo tanto, se concluye que

$$n = \int_{E_c}^{E_{\text{superior}}} g_c(E)f(E) dE \quad (2.8a)$$

$$p = \int_{E_{\text{inferior}}}^{E_v} g_v(E)[1 - f(E)]dE \quad (2.8b)$$

Con el fin de buscar expresiones explícitas para la concentración de portadores, centraremos nuestros esfuerzos en la integral de  $n$ . (Se supone que el lector podrá realizar las operaciones con la integral de  $p$  siguiendo un procedimiento análogo.) Sustituyendo en la ecuación (2.8a) la expresión de  $g_c(E)$ , ecuación (2.6a), y la expresión de  $f(E)$ , ecuación (2.7), se obtiene

$$n = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*}}{\pi^2 \hbar^3} \int_{E_c}^{E_{\text{superior}}} \frac{\sqrt{E - E_c} dE}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} \quad (2.9)$$

Haciendo ahora

$$\eta = \frac{(E - E_c)}{kT} \quad (2.10a)$$

$$\eta_c = \frac{(E_F - E_c)}{kT} \quad (2.10b)$$

$$E_{\text{superior}} \rightarrow \infty \quad (2.10c)$$

se obtiene

$$n = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*} (kT)^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_c}} \quad (2.11)$$

La simplificación (2.10c) en el límite superior de la integración utiliza el hecho de que el integrando en cuestión cae muy rápidamente a cero medida que la energía aumenta, y es esencialmente cero para energías apenas pocos  $kT$  por encima de  $E_c$ . Por tanto, extender el límite superior a  $\infty$  tiene un efecto totalmente despreciable en el valor de la integral.

Incluso con la simplificación mencionada, la integral de la ecuación (2.11) no puede expresarse en forma cerrada con funciones simples. La integral en sí es, de hecho, una función tabulada que puede encontrarse en la literatura de referencias matemáticas. Introduciendo la función

$$F_{1/2}(\eta_c) \equiv \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_c}}, \quad \text{integral de Fermi-Dirac de orden } 1/2, \quad (2.12)$$

y definiendo

$$N_C = 2 \left[ \frac{2\pi m_n^* kT}{\hbar^2} \right]^{3/2}, \quad \text{densidad "equivalente" de los estados en la banda de valencia,} \quad (2.13a)$$

$$N_V = 2 \left[ \frac{2\pi m_p^* kT}{\hbar^2} \right]^{3/2}, \quad \text{densidad "equivalente" de los estados en la banda de conducción,} \quad (2.13b)$$

se obtiene

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_c) \quad (2.14a)$$

y, por analogía,

$$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_v) \quad (2.14b)$$

$$\text{donde } \eta_v = (E_v - E_F)/kT.$$

Las ecuaciones (2.14) constituyen un resultado muy general, válido para cualquier posicionamiento imaginable del nivel de Fermi. Las constantes  $N_C$  y  $N_V$  se calculan fácilmente; a 300 K,  $N_{C,V} = (2.509 \times 10^{19}/\text{cm}^3)(m_{n,p}^*/m_0)^{3/2}$ . El valor de la integral de Fermi se puede obtener a partir de las tablas disponibles, o de diagramas, o por cálculo directo. Hay que admitir, sin embargo, que las relaciones debido a su generalidad son bastante engorrosas e inadecuadas para usarlas en análisis rutinarios. Afortunadamente, existen expresiones cerradas simplificadas, que pueden emplearse en la gran mayoría de los problemas prácticos. Para ser específicos, si  $E_F$  está limitado a valores  $E_F \leq E_c - 3kT$ , entonces  $1/[1 + \exp(\eta - \eta_c)] \approx \exp[-(\eta - \eta_c)]$  para todas las energías  $E \geq E_c (\eta \geq 0)$ , y

$$F_{1/2}(\eta_c) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{(E_F - E_c)/kT} \quad (2.15a)$$

Análogamente, si  $E_F \geq E_v + 3kT$ , entonces

$$F_{1/2}(\eta_v) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{(E_v - E_F)/kT} \quad (2.15b)$$

Por lo tanto, de aquí resulta que si  $E_v + 3kT \leq E_F \leq E_c - 3kT$ ,

$$n = N_C e^{(E_F - E_c)/kT} \quad (2.16a)$$

$$p = N_V e^{(E_v - E_F)/kT} \quad (2.16b)$$

La simplificación matemática que conduce a las ecuaciones (2.16) es equivalente a aproximar los factores de ocupación y no ocupación a funciones exponenciales, aproximación que antes se justificó como válida, siempre y cuando  $E_F$  estuviera en alguna zona de la banda prohibida al menos a  $3kT$  de los bordes de las bandas. Siempre y cuando  $E_F$  sea  $E_v + 3kT \leq E_F \leq E_c - 3kT$ , en lugar de repetir continuamente la restricción se dice simplemente que el semiconductor es *no degenerado*. Cuando  $E_F$  se encuentre en la banda prohibida a menos de  $3kT$  de cualquiera de los bordes de las bandas, o penetre realmente en una de ellas, diremos que el semiconductor es *degenerado*. Estos importantes términos también se definen gráficamente en la figura 2.19.

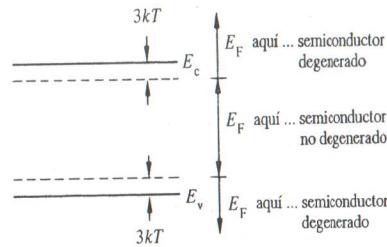


Fig 2.19 Definición de semiconductores degenerados y no degenerados.

## 2.5.2 Expresiones alternativas para $n$ y $p$

Aunque tienen forma cerrada, las ecuaciones (2.16) no son las más sencillas posibles, y con frecuencia en el análisis de dispositivos se utiliza una forma alternativa más simple de estas ecuaciones. Las expresiones alternativas pueden obtenerse recordando que  $E_i$ , el nivel de Fermi para un semiconductor intrínseco, se encuentra aproximadamente en la mitad de la banda prohibida indicando las mismas concentraciones de electrones y de huecos. Por lo tanto, si se aplican las ecuaciones (2.16) a un semiconductor intrínseco, es decir, haciendo  $n = p = n_i$  y  $E_i = E_F$ , se obtiene

$$n_i = N_C e^{(E_i - E_c)/kT} \quad (2.17a)$$

y

$$n_i = N_V e^{(E_v - E_i)/kT} \quad (2.17b)$$

Despejando de las ecuaciones (2.17) los valores de  $N_C$  y  $N_V$ , se tiene

$$N_C = n_i e^{(E_c - E_i)/kT} \quad (2.18a)$$

$$N_V = n_i e^{(E_i - E_v)/kT} \quad (2.18b)$$

Finalmente, eliminando  $N_C$  y  $N_V$  de las ecuaciones originales (2.16) y utilizando las expresiones (2.18), se llega a

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (2.19a)$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} \quad (2.19b)$$

Al igual que las ecuaciones (2.16), las expresiones de las ecuaciones (2.19) son válidas para cualquier semiconductor en condiciones de equilibrio, cuyo dopado sea tal que dé lugar a un posicionamiento no degenerativo del nivel de Fermi. Sin embargo, mientras que en las relaciones originales aparecen dos constantes y tres niveles de energía, en las relaciones alternativas solamente aparecen una constante y dos niveles de energía. Debido a su naturaleza simétrica, las expresiones alternativas son también

fáciles de recordar, pues sólo es necesario un intercambio de  $E_F$  y  $E_i$  para pasar de la fórmula de  $n$  a la de  $p$ .

## 2.5.3 $n_i$ y el producto $np$ : ley de acción de masas

Como se puede inferir de su aparición en las ecuaciones (2.19), la concentración intrínseca de portadores puede aparecer en forma prominente en el cálculo cuantitativo de la concentración de portadores. Para continuar con la deducción de relaciones de concentración adecuadas, efectuaremos ahora consideraciones sobre este importante parámetro de los materiales.

En primer lugar, si se multiplican entre sí miembro a miembro las ecuaciones (2.17a) y (2.17b), se obtiene

$$n_i^2 = N_C N_V e^{-(E_c - E_v)/kT} = N_C N_V e^{-E_G/kT} \quad (2.20)$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-E_G/2kT} \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) expresa  $n_i$  como función de cantidades conocidas, y puede ser utilizada para calcular  $n_i$  a una temperatura dada, o para calcular  $n_i$  como función de la temperatura. Ya se han mencionado anteriormente valores numéricos de la concentración intrínseca de portadores en el Si y Ge a temperatura ambiente; en la figura 2.20 están representados los mejores diagramas disponibles de  $n_i$  como función de la temperatura para el Si, Ge y GaAs.<sup>†</sup>

Una segunda relación importante basada en  $n_i$  se deduce directamente de las ecuaciones (2.19). Multiplicando entre sí miembro a miembro las ecuaciones (2.19a) y (2.19b), se obtiene

$$np = n_i^2 \quad (2.22)$$

Aun cuando esta relación del producto  $np$  [Ec. (2.22)] pueda parecer trivial, resulta ser muy útil en cálculos reales. Si se conoce la concentración de uno de los portadores, es fácil determinar la concentración del portador restante utilizando la ecuación (2.22), siempre, por supuesto, que el semiconductor esté en equilibrio y sea no degenerado.

## 2.5.4 Ecuación de neutralidad de carga

A las ecuaciones obtenidas hasta ahora les ha faltado una dependencia explícita respecto a la concentración de impurezas introducidas en un semiconductor. Precisamente, la

<sup>†</sup>La sustitución de los parámetros dados aquí en la ecuación (2.21) no conduce a valores de  $n_i$  tan precisos como los que pueden obtenerse gráficamente de la figura 2.20. La razón principal de esta discrepancia está en la débil, pero no despreciable, dependencia de la temperatura de las masas efectivas y de  $E_G$ .

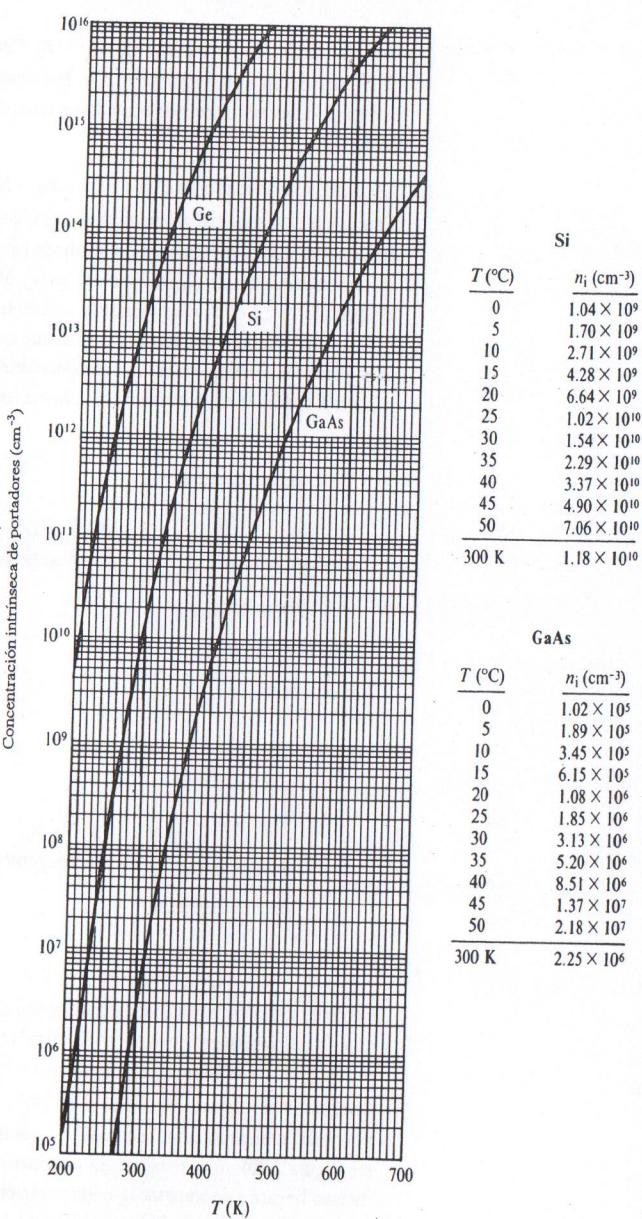


Fig. 2.20 Concentraciones intrínsecas de portadores en Ge, Si y GaAs en función de la temperatura.

ecuación de neutralidad de carga es la que mantiene la relación general entre las concentraciones de impurezas y portadores. Esta ecuación de neutralidad de carga será la última añadida al más bien impresionante arsenal de expresiones básicas referentes a concentraciones.

Para establecer una ecuación de neutralidad de carga se considera un semiconductor *uniformemente dopado*, un semiconductor en el que en todo punto el número de átomos de impureza/ $\text{cm}^3$  es el mismo. Examinando de modo sistemático pequeñas secciones del semiconductor, y suponiendo condiciones de equilibrio, se debe encontrar invariablemente que todas y cada una de las secciones son de carga neutra; es decir, no presentan carga neta. Si no fuera éste el caso, existirían campos eléctricos dentro del semiconductor. Los campos eléctricos, a su vez, darían lugar a un movimiento de portadores y corrientes asociadas: una situación por completo inconsistente con las condiciones de equilibrio supuestas. No obstante, hay entidades con cargas en el interior de todos los semiconductores. Hay electrones, huecos, impurezas donadoras que han donado un electrón a la banda de conducción (denominadas impurezas donadoras ionizadas), e impurezas aceptadoras ionizadas (cargadas negativamente) que pueden coexistir, todos ellos al mismo tiempo, en el interior de cualquier semiconductor dado. Para que el material uniformemente dopado presente en todo punto neutralidad de carga, se debe cumplir

$$\frac{\text{carga}}{\text{cm}^3} = qp - qn + qN_D^+ - qN_A^- = 0 \quad (2.23)$$

O

$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0 \quad (2.24)$$

donde, por definición,

$N_D^+$  = número de impurezas donadoras ionizadas/ $\text{cm}^3$  (cargadas positivamente),

$N_A^-$  = número de impurezas aceptadoras ionizadas/ $\text{cm}^3$  (cargadas negativamente).

Tal y como se ha visto anteriormente, en un semiconductor a temperatura ambiente hay suficiente energía térmica disponible para ionizar casi todas las impurezas donadoras y aceptadoras. Si definimos

$N_D$  = número total de átomos donadores o impurezas/ $\text{cm}^3$ ,

$N_A$  = número total de átomos aceptadores o impurezas/ $\text{cm}^3$ ,

y haciendo

$$N_D^+ = N_D$$

$$N_A^- = N_A$$

se obtiene

$$p - n + N_D - N_A = 0$$

que supone ionización total de las impurezas. (2.25)

La ecuación (2.25) es la forma estándar de la ecuación de neutralidad de carga.

### 2.5.5 Cálculos de la concentración de portadores

Por fin estamos en condiciones de calcular las concentraciones de portadores en un semiconductor uniformemente dopado en condiciones de equilibrio. Supondremos válidas las condiciones de NO DEGENERACIÓN (lo que permite utilizar la ley de acción de masas) y de IONIZACIÓN TOTAL de las impurezas dopantes,  $n_i$ , que aparece en la expresión del producto  $np$  (ley de acción de masas), fue calculada y representada y debe considerarse una magnitud conocida. Del mismo modo,  $N_A$  y  $N_D$ , que aparecen en la ecuación de neutralidad de carga, pueden ser controladas y determinadas experimentalmente, por lo que también pueden ser consideradas magnitudes conocidas. Las otras dos incógnitas utilizadas en las dos ecuaciones son  $n$  y  $p$ . Por lo tanto, según las hipótesis mencionadas de no degeneración y de ionización total de las impurezas dopantes, tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, de las cuales podemos obtener los valores de  $n$  y de  $p$ .

A partir de la ley de acción de masas, se puede escribir

$$p = n_i^2/n \quad (2.26)$$

Eliminando  $p$  en la ecuación (2.25) y utilizando la ecuación (2.26), tenemos

$$n_i^2/n - n + N_D - N_A = 0 \quad (2.27)$$

$$n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0 \quad (2.28)$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[ \left( \frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (2.29a)$$

y

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[ \left( \frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (2.29b)$$

Sólo se han considerado las raíces positivas en las ecuaciones (2.29), porque las concentraciones de portadores deben ser mayores o iguales a cero.

Las ecuaciones (2.29) son soluciones generales. En muchos cálculos reales se puede simplificar dichas ecuaciones antes de sustituir en ellas los valores numéricos de  $N_D$ ,  $N_A$  y  $n_i$ . A continuación consideraremos algunos casos especiales de interés específico.

(1) *Semiconductor intrínseco* ( $N_A = 0$ ,  $N_D = 0$ ). Con  $N_A = 0$  y  $N_D = 0$ , las ecuaciones (2.29) se reducen a  $n = n_i$  y  $p = n_i$ . Por supuesto,  $n = p = n_i$  es el resultado esperado para concentraciones de portadores en equilibrio en un semiconductor intrínseco.

(2) *Semiconductor dopado en el que o bien  $N_D - N_A \approx N_D \gg n_i$  o  $N_A - N_D \approx N_A \gg n_i$* . Éste es un caso especial de gran interés práctico. La cantidad de impurezas controladas en el Si es tal que cuando se añaden átomos dopantes en forma controlada se tiene habitualmente  $N_D \gg N_A$  o  $N_A \gg N_D$ . Más aún, la concentración intrínseca de portadores en el Si a temperatura ambiente se aproxima a  $10^{10}/\text{cm}^3$ , mientras que la concentración del dopante dominante casi nunca es inferior a  $10^{14}/\text{cm}^3$ . Por ello, el caso especial que estamos considerando es el más habitual. Si  $N_D - N_A \approx N_D \gg n_i$ , la raíz cuadrada en la ecuación (2.29a) se reduce a  $N_D/2$  y

$$\boxed{n \approx N_D}$$

$$N_D \gg N_A, \quad N_D \gg n_i \quad (2.30a)$$

$$\boxed{p = n_i^2/N_D}$$

$$(no \text{ degenerado}, \text{ ionización total}) \quad (2.30b)$$

Análogamente,

$$\boxed{p \approx N_A}$$

$$N_A \gg N_D, \quad N_A \gg n_i \quad (2.31a)$$

$$\boxed{n \approx n_i^2/N_A}$$

$$(no \text{ degenerado}, \text{ ionización total}) \quad (2.31b)$$

Como ejemplo numérico, supongamos una muestra de Si a temperatura ambiente dopada uniformemente con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  átomos donadores. Utilizando las ecuaciones (2.30) se obtiene rápidamente que  $n = 10^{15}/\text{cm}^3$  y  $p \approx 10^5/\text{cm}^3$ .

(3) *Semiconductor dopado en el que  $n_i \gg |N_D - N_A|$* . Cuando se incrementa la temperatura del semiconductor, se produce un aumento de la concentración de portadores (figura 2.20). Si la temperatura es suficientemente elevada,  $n_i$  será comparable e incluso llegará a superar la concentración neta de dopantes. Si  $n_i \gg |N_D - N_A|$ , las raíces cuadradas de las ecuaciones (2.29) se reducen a  $n_i$  y  $p \approx n_i$ . En otras palabras, *todos los semiconductores se vuelven intrínsecos a temperaturas suficientemente altas, cuando  $n_i \gg |N_D - N_A|$* .

- (4) *Semiconductor compensado.* Como resulta evidente de las ecuaciones (2.29), los donadores y aceptadores tienden a "neutralizarse" entre sí. De hecho, es posible producir materiales que se comportan como intrínsecos, haciendo  $N_D - N_A = 0$ . En algunos materiales, como el GaAs, puede ser  $N_A$  comparable a  $N_D$  cuando se hace crecer el cristal. Cuando  $N_A$  y  $N_D$  son comparables y no nulos, se dice que el material está compensado. Si el semiconductor está compensado, deben mantenerse tanto  $N_A$  como  $N_D$  en todas las expresiones de concentración de portadores.

En resumen, las ecuaciones (2.29) se pueden utilizar para calcular las concentraciones de portadores si el semiconductor es no degenerado y las impurezas dopantes están totalmente ionizados. En la gran mayoría de las situaciones reales, se pueden simplificar dichas ecuaciones antes de realizar los cálculos numéricos. Sólo deben utilizarse las ecuaciones (2.29) completas para calcular las concentraciones de portadores cuando  $|N_D - N_A| \sim n_i$ . Las expresiones simplificadas de mayor utilidad práctica son las ecuaciones (2.30) y (2.31).

### VÉASE EJERCICIO 2.3. APÉNDICE A

#### 2.5.6 Determinación de $E_F$

A menudo resulta interesante conocer la posición exacta del nivel de Fermi en el diagrama de bandas de energía. Por ejemplo, al estudiar el nivel de Fermi intrínseco, se dijo que  $E_i$  estaba situado aproximadamente en el centro de la banda prohibida. Sería útil conocer la posición *exacta* de  $E_i$  en la banda prohibida. Hemos desarrollado fórmulas para calcular los valores de  $n$  y  $p$  en semiconductores no degenerados. Un semiconductor dopado será degenerado o no degenerado dependiendo, por supuesto, del valor o posición de  $E_F$ .

Antes de calcular explícitamente la posición del nivel de Fermi en algunos casos de interés, debemos darnos cuenta de que las ecuaciones (2.19) o (2.16) [o aún más generalmente, las ecuaciones (2.14)] proporcionan una relación unívoca entre la energía de Fermi y las concentraciones de portadores. Así, habiendo calculado cualquiera de las tres variables,  $n$ ,  $p$  o  $E_F$ , siempre se pueden determinar las otras dos restantes en condiciones de equilibrio.

##### (1) Posición exacta de $E_i$ En un material intrínseco

$$n = p \quad (2.32)$$

Si se sustituyen  $n$  y  $p$  en la ecuación (2.32) utilizando las ecuaciones (2.16), y se hace  $E_F = E_i$ ,

$$N_C e^{(E_i - E_c)/kT} = N_V e^{(E_v - E_i)/kT} \quad (2.33)$$

Despejando  $E_i$ , se obtiene

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right) \quad (2.34)$$

Puesto que

$$\frac{N_V}{N_C} = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2} \quad (2.35)$$

tenemos finalmente:

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \quad (2.36)$$

De acuerdo con la ecuación (2.36),  $E_i$  se sitúa precisamente en la mitad de la banda prohibida sólo si  $m_p^* = m_n^*$ , o si  $T = 0$  K. Para el caso más práctico del silicio a temperatura ambiente, la tabla 2.1 da  $m_p^*/m_n^* = 0.69$ ,  $(3/4)kT \ln(m_p^*/m_n^*) = -0.0073$  eV, y por lo tanto  $E_i$  queda a 0.0073 eV por debajo de la mitad de la banda prohibida. Aunque puede ser significativa en algunos problemas, esta pequeña desviación respecto a la mitad de la banda prohibida por lo general es despreciada en los diagramas de bandas de energía, etcétera.

- (2) *Semiconductores dopados (no degenerados, ionización total de las impurezas).* En semiconductores dopados con impurezas donadoras y aceptadoras, suponiendo que sean no degenerados, estén en equilibrio y se mantengan a temperaturas a las cuales las impurezas estén totalmente ionizadas, la posición del nivel de Fermi se deduce fácilmente utilizando las ecuaciones (2.19). Despejando de las ecuaciones (2.19)  $E_F - E_i$ , se obtiene

$$E_F - E_i = kT \ln(n/n_i) = -kT \ln(p/n_i) \quad (2.37)$$

Según las simplificaciones propias de cada problema particular se sustituye entonces la expresión de la concentración de portadores [ecuaciones (2.29), (2.30), (2.31), etc.] en la ecuación (2.37) para determinar la posición de  $E_F$ . Por ejemplo, según las ecuaciones (2.30a) y (2.31a)  $n \approx N_D$  en semiconductores dopados con impurezas donadoras, y  $p \approx N_A$  en semiconductores dopados con impurezas aceptadoras, si están a temperatura ambiente. Sustituyendo en la ecuación (2.37), se obtiene que

$$E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i) \quad \dots N_D \gg N_A, \quad N_D \gg n_i \quad (2.38a)$$

$$E_i - E_F = kT \ln(N_A/n_i) \quad \dots N_A \gg N_D, \quad N_A \gg n_i \quad (2.38b)$$

A partir de las ecuaciones (2.38) es obvio que el nivel de Fermi se mueve sistemáticamente hacia arriba en energía desde  $E_i$  al aumentar la concentración de donadores, y sistemáticamente hacia abajo desde  $E_i$  al aumentar la concentración de aceptadores. Para reforzar la afirmación anterior, la posición exacta del nivel de Fermi en el Si a temperatura ambiente está representada en la figura 2.21. Cabe señalar también que para un semiconductor dado, a temperatura ambiente, existe un máximo de concentración

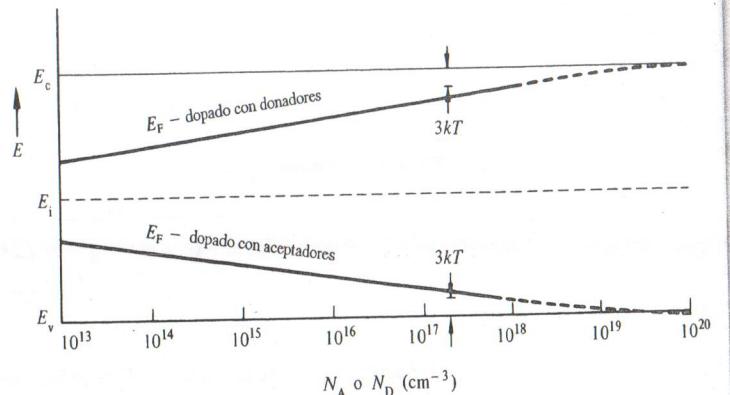


Fig. 2.21 Posición del nivel de Fermi en el Si a temperatura ambiente en función de la concentración de impurezas. Las líneas continuas para  $E_F$  se obtuvieron utilizando la ecuación (2.38a) para el material dopado con donadores y la (2.38b) para el material dopado con aceptadores ( $kT = 0.0259 \text{ eV}$  y  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ ).

no degenerada de donadores y de aceptadores, concentraciones de impurezas por encima de las cuales el material se vuelve degenerado. Para el Si a temperatura ambiente las máximas concentraciones de impurezas no degenerativas son  $N_D \approx 1.6 \times 10^{18}/\text{cm}^3$  y  $N_A \approx 9.1 \times 10^{17}/\text{cm}^3$ . Los altos valores necesarios en el Si para producir degeneración han llevado al uso común de los términos permutables de “altamente dopado” (o material  $n'$ /material  $p'$ ) “degenerado”.

Por último, puede surgir la siguiente pregunta: ¿qué procedimiento hay que seguir para el cálculo de  $E_F$  cuando no se está seguro de si el material es degenerado o no? A menos que se sepa que el material es degenerado, siempre hay que suponer que no lo es, y calcular  $E_F$  utilizando la ecuación no degenerada adecuada. Si el  $E_F$  deducido a partir de una fórmula no degenerada se encuentra en la zona degenerada, habrá que recalcular  $E_F$ , por supuesto, utilizando el formalismo más complejo válido para materiales degenerados.

#### VÉASE EL EJERCICIO 2.4. APÉNDICE A

#### 2.5.7 Dependencia de la temperatura de la concentración de portadores

A lo largo de este capítulo se han presentado numerosos hechos aislados acerca de la dependencia de la temperatura que presenta la concentración de portadores. Por ejemplo, en la sección 2.3, al estudiar la acción de las impurezas, se describió el aumento de ionización de las mismas, y el correspondiente aumento de la concentración de portadores mayoritarios, al elevarse la temperatura del semiconductor desde aproximadamente  $T = 0 \text{ K}$  hasta la temperatura ambiente. Otras secciones posteriores han incluido gráficas de concentración intrínseca de portadores en función de la temperatura (figura 2.20) y un cálculo

que indica que todos los semiconductores se vuelven intrínsecos ( $n \rightarrow n_i$ ,  $p \rightarrow n_i$ ) a temperaturas suficientemente elevadas. En esta subsección, que finaliza el tratamiento sobre la concentración de portadores, se combinan y retocan datos referentes a la temperatura para brindar una descripción más amplia y completa sobre cómo varía la concentración de portadores con la temperatura.

54276

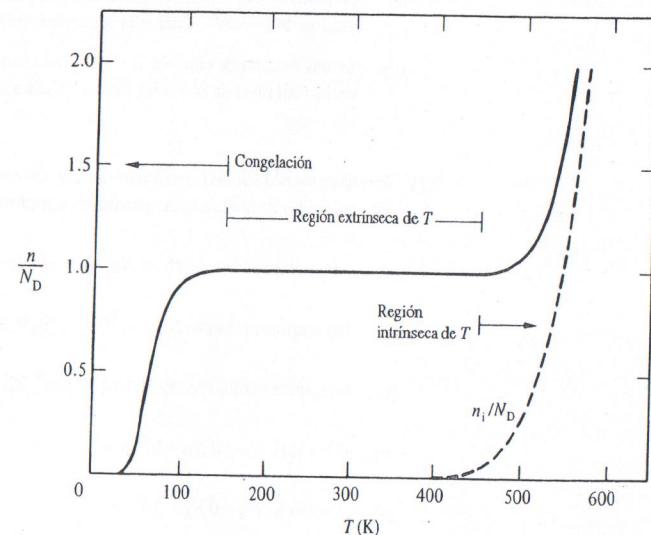
MAR 16 1988

621.38152  
P623f2

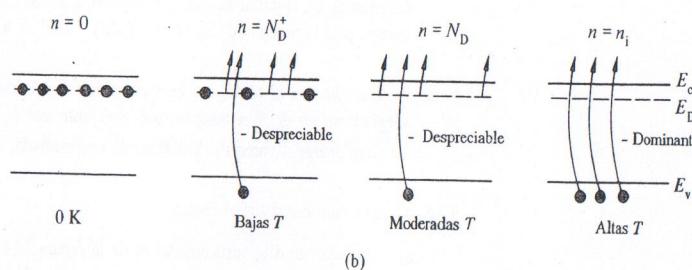
En la figura 2.22(a) se ilustra claramente una gráfica típica de la concentración de portadores mayoritarios en función de la temperatura, para una muestra de Si dopado con fósforo  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ , y donde se ven las características generales de la dependencia de la temperatura que tiene la concentración de portadores. Examinando la figura 2.22(a), se observa que  $n$  se mantiene constante aproximadamente igual a  $N_D$  para un amplio intervalo de temperaturas, que se extiende más o menos desde 150 K hasta 450 K para la muestra de Si dada. Este valor de  $n \approx N_D$  o “región extrínseca” constituye el intervalo de funcionamiento normal de la mayor parte de los dispositivos de estado sólido. Por debajo de aproximadamente 100 K, en la “región de congelación”,  $n$  cae significativamente por debajo de  $N_D$  y tiende a cero cuando  $T \rightarrow 0 \text{ K}$ . En la “región intrínseca”, en el extremo opuesto de la escala de temperaturas,  $n$  aumenta por encima de  $N_D$ , tiendiendo asintóticamente a  $n_i$  a medida que aumenta  $T$ .

Para explicar en forma cualitativa la recién vista dependencia de la temperatura de la concentración, es importante recordar que el número de portadores en equilibrio dentro de un material está afectado por dos mecanismos diferentes. En un material dopado con donadores, tanto los electrones donados a la banda de conducción por las impurezas donadoras, como los electrones de la banda de valencia excitados a través de la banda prohibida a la banda de conducción (roturas de enlaces Si-Si) contribuyen a la concentración de electrones portadores mayoritarios. A temperaturas de  $T \rightarrow 0 \text{ K}$  la energía térmica disponible en el sistema no es suficiente para liberar los débilmente retenidos quintos electrones de los átomos donadores, y es por completo insuficiente para excitar electrones a través de la banda prohibida. Entonces  $n = 0$  para  $T = 0 \text{ K}$ , como queda reflejado en el lado izquierdo de la figura 2.22(b). Aumentando ligeramente la temperatura del material, por encima de  $T = 0 \text{ K}$ , se “descongela” o libera alguno de los electrones débilmente ligados a las impurezas donadoras. No obstante, es muy improbable una excitación banda a banda, y por lo tanto el número de electrones observados en la región de congelación es igual al número de impurezas donadoras ionizadas  $n = N_D^+$ . Si se continúa incrementando la temperatura del sistema, se irán liberando los electrones débilmente ligados a los átomos de impurezas donadoras,  $n$  tiende a  $N_D$ , y se entra en la región extrínseca. Al ir moviéndonos en esta zona de temperaturas, más y más electrones son excitados a través de la banda prohibida, pero el número de electrones suministrados de esta manera se mantiene por debajo de  $N_D$ . En último término, por supuesto, los electrones excitados a través de la banda prohibida igualan, luego exceden y, como se observa a la derecha de la figura 2.22(b), terminan por sobrepasar de modo abrumador el número fijo de electrones provenientes de las impurezas donadoras.

Como detalle práctico, hay que puntualizar que cuanto mayor sea la banda prohibida, mayor energía se requerirá para excitar electrones desde la banda de valencia a la banda de conducción, y mayor será la temperatura al comienzo de la región intrínseca. Por esta razón, los dispositivos de Si pueden operar a temperaturas mayores que los dispositivos de Ge:  $\approx 200^\circ\text{C}$  como máximo para el Si, frente a  $\approx 100^\circ\text{C}$  como máximo para dispositivos de Ge. Los de GaAs, por supuesto, pueden funcionar a temperaturas aún más altas que los dispositivos de Si.



(a)



(b)

Fig. 2.22 (a) Dependencia típica de la temperatura en la concentración de portadores mayoritarios en un semiconductor dopado. La gráfica ha sido obtenida considerando una muestra de Si dopada con fósforo  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ . La representación de  $n/N_D$  contra  $T$  (línea discontinua) ha sido incluida como comparación. (b) Explicación cualitativa de la gráfica (a).

## 2.6 RESUMEN Y COMENTARIOS FINALES

Bajo el título genérico de modelado de portadores hemos descrito, examinado y caracterizado los portadores dentro de un semiconductor en condiciones de “reposo” o equilibrio. Entre los muchos temas tratados en este capítulo se ha incluido la introducción de dos modelos de “visualización”; los denominados modelo de enlace y modelo de las bandas de energía. El modelo de las bandas de energía, extremadamente útil, es en realidad más que un simple modelo; constituye un lenguaje de signos muy elaborado que brinda una forma de comunicación concisa no verbal. Respecto a los portadores en sí, se ha instado al lector a concebir los electrones y los huecos como “partículas-balones”, con carga igual a  $-q$  en los electrones y carga  $+q$  en los huecos, y masas efectivas  $m_n^*$  y  $m_p^*$ , respectivamente. El lector también debe saber que el número de electrones y huecos en un material intrínseco es el mismo y relativamente pequeño; sin embargo,

las concentraciones de portadores pueden aumentarse en forma selectiva, agregando átomos especiales de impurezas o dopantes al semiconductor.

Para resolver el problema de determinar las concentraciones de portadores en semiconductores dopados, se han desarrollado o deducido numerosas ecuaciones matemáticas de gran utilidad. Merecen una mención especial la función de densidad de estados [Ecs. (2.6)], la función de Fermi [Ec. (2.7)], las ecuaciones simétricas no degeneradas para  $n$  y  $p$  [Ecs. (2.19)], la ley de acción de masas [Ec. (2.22)], la ecuación de neutralidad de carga [Ec. (2.25)] y las expresiones simplificadas de  $n$  y  $p$  para un semiconductor a temperatura ambiente [Ecs. (2.30) y (2.31)]. Respecto a las relaciones citadas, se previene al lector contra su uso a “tontas y locas”. Puesto que los problemas de semiconductores están llenos de excepciones, casos especiales y situaciones no ideales, es imperativo que quien utilice las fórmulas lo haga consciente de las hipótesis con que fueron determinadas, así como de los límites de validez de todas y cada una de las expresiones utilizadas en un análisis o cálculo. Además de las ecuaciones que cuantifican el número de portadores, el lector debería conocer también en forma cualitativa la distribución de portadores en las respectivas bandas de energía, la dependencia de la temperatura de la concentración intrínseca, y la dependencia de la temperatura de la concentración de portadores mayoritarios en un semiconductor dopado.

Para concluir, hay que considerar los numerosos términos técnicos y parámetros fundamentales presentados en este capítulo. Los términos semiconductor extrínseco, donador, aceptador, semiconductor no degenerado, nivel de Fermi, etc., se encontrarán continuamente en el análisis de los dispositivos semiconductores. Del mismo modo, es de gran utilidad conocer los valores numéricos típicos de los principales parámetros, tales como  $E_G = 1.12 \text{ eV}$  y  $n_i \approx 10^{10}/\text{cm}^3$  para el Si a temperatura ambiente; ello permite trabajar rápidamente cuando se quieren hacer sencillos cálculos aproximativos. El conocimiento de estos parámetros básicos sirve como “medida” para juzgar si los valores que se determinan son relativamente pequeños o grandes.

## PROBLEMAS

- 2.1 Con base en el modelo de enlace para un semiconductor, indicar cómo se representa: (a) un átomo que falta, (b) un electrón, (c) un hueco, (d) un donador, (e) un aceptador.
- 2.2 Con base en el modelo de las bandas de energía para un semiconductor, indicar cómo se representan: (a) un electrón, (b) un hueco, (c) niveles donadores, (d) niveles aceptadores, (e) la congelación de electrones portadores mayoritarios en los niveles donadores, al disminuir la temperatura hacia 0 K, (f) la congelación de huecos portadores mayoritarios en los niveles aceptadores, al disminuir la temperatura hacia 0 K, (g) la distribución de energía de los portadores en las respectivas bandas, (h) un semiconductor intrínseco, (i) un semiconductor tipo  $n$ , (j) un semiconductor tipo  $p$ , (k) un semiconductor no degenerado, (l) un semiconductor degenerado.
- 2.3 Preguntas relacionadas con la energía.
  - (a) ¿A cuántos joules de energía es igual 1 eV?
  - (b) ¿A cuántos eV a 300 K es igual  $kT$ ?
  - (c) A 300 K, ¿a qué es igual  $kT/q$ ?
  - (d) ¿Cuál es la energía de ionización (igual a  $|E_B|$ ) de los niveles de fósforo en el Si?

- (e) ¿A qué es igual  $E_G(\text{Si})$ ?  
(f) ¿A qué es igual  $E_G(\text{GaAs})$ ?  
(g) ¿Cuánta energía se necesita para ionizar un átomo de hidrógeno que inicialmente se encuentra en el estado  $n = 1$ ?  
(h) ¿Por qué la respuesta a (g) es significativamente mayor que la respuesta a (d)?
- 2.4 (a) En condiciones de equilibrio y  $T > 0 \text{ K}$ , ¿cuál es la probabilidad de que un estado electrónico esté ocupado si su posición coincide con la del nivel de Fermi?  
(b) Si  $E_F$  coincide con  $E_c$ , determinar la probabilidad de hallar electrones en los estados de energía  $E_c + kT$  (se piden valores numéricos).
- 2.5 Ya se sabe que la distribución de portadores, o número de portadores como función de la energía en las bandas de valencia y de conducción, presentaba un máximo para energías próximas a los bordes de banda. (Véase la distribución de portadores de la figura 2.16.) Suponiendo que el semiconductor es no degenerado, determinar la energía relativa a los bordes de banda a la que la distribución de portadores es máxima.
- 2.6 A partir de la ecuación (2.8b) y con un procedimiento análogo al desarrollado en el capítulo, indicar los pasos intermedios y los razonamientos que conducen a las ecuaciones (2.14b) y (2.16b).
- 2.7 Las funciones de densidad de estados de un semiconductor hipotético son
- $$g_C(E) = \text{constante} = N_C/kT \quad \dots E \geq E_c,$$
- $$g_V(E) = \text{constante} = N_V/kT \quad \dots E \leq E_v.$$
- Siguiendo el procedimiento explicado en el capítulo, deducir expresiones análogas a las ecuaciones (2.14) y (2.16) para las concentraciones de portadores de dicho semiconductor.
- 2.8 (a) Verificar lo afirmado en el texto de que, a 300 K,
- $$N_{C,V} = (2.509 \times 10^{19}/\text{cm}^3)(m^*/m_0)^{3/2},$$
- donde se ha considerado  $m^* = m_n^*$  al calcular  $N_C$ ,  $m^* = m_p^*$  al calcular  $N_V$ ,  $m_0 = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $h = 6.624 \times 10^{-34} \text{ joules-seg}$ , y  $q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ coulombs}$ .
- (b) Con los valores de masa efectiva que aparecen en la tabla 2.1, construir una tabla que liste los valores numéricos de  $N_C$  y  $N_V$  para el Si, Ge y GaAs a 300 K.
- 2.9 Suponiendo que en el Si se hiciera  $m_n^*$  algo más pequeña que  $m_p^*$ , ¿qué efecto tendría esta reducción de  $m_n^*$  en la densidad de estados de la banda de conducción,  $N_C$ , en  $n_p$  y en la posición de  $E_F$  a temperatura ambiente?
- 2.10 Preguntas sobre concentraciones con algún cariz de picardía.
- (a) Una oblea de silicio de tipo *p* está dopada uniformemente con  $N_A = 10^{15}/\text{cm}^3$ . A  $T \approx 0 \text{ K}$ , ¿cuáles son las concentraciones de equilibrio de huecos y de electrones?  
(b) Un semiconductor está dopado con una concentración de impurezas  $N$  tal que  $N \gg n_i$  y todas las impurezas están ionizadas. Además,  $n = N$  y  $p = n_i^2/N$ . ¿De qué tipo es la impureza, donadora o aceptadora? Razonar la respuesta.
- (c) La concentración de electrones en una muestra de Si a 300 K en condiciones de equilibrio es de  $10^5/\text{cm}^3$ . ¿Cuál es la concentración de huecos?  
(d) En una muestra de silicio a  $T = 300 \text{ K}$  el nivel de Fermi se encuentra a 0.26 eV por encima del nivel de Fermi intrínseco. ¿Cuáles son las concentraciones de huecos y de electrones?
- 2.11 En una muestra de Si uniformemente dopada, determinar las concentraciones de equilibrio de electrones y de huecos en las condiciones siguientes:
- (a) temperatura ambiente,  $N_A \ll N_D$ ,  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ ;  
(b) temperatura ambiente,  $N_A = 10^{16}/\text{cm}^3$ ,  $N_D \ll N_A$ ;  
(c) temperatura ambiente,  $N_A 0.9 \times 10^{15}/\text{cm}^3$ ,  $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$ ;  
(d)  $T = 450 \text{ K}$ ,  $N_A = 0$   $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$ ;  
(e)  $T = 650 \text{ K}$ ,  $N_A = 0$   $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$ .
- 2.12 (a a e) Para cada una de las condiciones especificadas en el problema 2.11, determinar la posición de  $E_F$ , calcular  $E_F - E_i$  y dibujar, cuidando las escalas, el diagrama de bandas de energía para la muestra de Si. Nota:  $E_G(\text{Si}) = 1.08 \text{ eV a } 450 \text{ K}$ , y  $1.015 \text{ eV a } 650 \text{ K}$ .
- 2.13 De acuerdo con el texto, las concentraciones máximas no degeneradas de donadores y aceptadores en el Si a temperatura ambiente son  $N_D \approx 1.6 \times 10^{18}/\text{cm}^3$  y  $N_A \approx 1.9 \times 10^{17}/\text{cm}^3$ , respectivamente. Verificar dicho resultado.
- 2.14 Consideraciones sobre el GaAs.
- (a) Dibujar un diagrama similar al de la figura 2.14, que sea específicamente adecuado para el GaAs. Asegúrese de tener en cuenta el hecho de que en el GaAs,  $m_n^* \ll m_p^*$ .  
(b) Basándose en su respuesta al apartado (a), ¿espera que  $E_F$  en el GaAs quede por encima o por debajo de la mitad de la banda prohibida? Razonar su respuesta.  
(c) Determinar la posición exacta del nivel de Fermi intrínseco en el GaAs a temperatura ambiente (300 K).  
(d) Determinar las máximas concentraciones no degeneradas de donadores y aceptadores en el GaAs a temperatura ambiente.
- 2.15 Dada una muestra de Si dopada con  $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ :
- (a) Presentar un razonamiento *cuantitativo* para determinar la posición aproximada del nivel de Fermi cuando  $T \rightarrow 0 \text{ K}$ .  
(b) Calcular  $E_F$  en función de la  $T$  del material a intervalos de 50 K, desde  $T = 300 \text{ K}$  hasta  $T = 500 \text{ K}$ .  
(c) ¿A qué conclusión llega en relación con el comportamiento general de la posición del nivel de Fermi en función de la temperatura?  
(d) ¿Cómo se modificarían las respuestas anteriores si la muestra de Si estuviera dopada con donadores en lugar de aceptadores?

# 3 Acción de los portadores

El modelado de portadores en condiciones de “reposo” o equilibrio, estudiado en el capítulo anterior, es importante porque establece un marco de referencia adecuado. Sin embargo, desde el punto de vista de un dispositivo, la corriente nula observada en condiciones de equilibrio es de escaso interés. Sólo cuando un semiconductor es perturbado tiene lugar la acción de los portadores, o sea una respuesta neta de portadores, y pueden fluir las corrientes dentro y fuera del sistema semiconductor. La acción, respuesta de los portadores, es el objetivo fundamental de este capítulo.

En condiciones normales de operación, tienen lugar dentro de los semiconductores tres tipos primarios de respuesta de los portadores: *el arrastre, la difusión y la recombinación-generación*. En este capítulo comenzaremos por describir cualitativamente cada tipo primario de respuesta, y luego relacionaremos cuantitativamente la respuesta con la corriente que fluye dentro del semiconductor. Pondremos especial énfasis en caracterizar las “constantes del movimiento” asociadas con cada tipo de respuesta y, cuando sea adecuado, extenderemos el análisis a temas secundarios de naturaleza relevante. Aunque se estudien individualmente, se entiende que los diversos tipos de respuesta tienen lugar simultáneamente dentro de un semiconductor dado. Resumiendo todo lo dicho, por así decirlo, se llega al objetivo de nuestros esfuerzos ligados a la respuesta de los portadores, obteniéndose un conjunto básico de ecuaciones que se emplean para resolver los problemas de dispositivos de naturaleza eléctrica. Finalmente, el capítulo concluye con una serie de ejemplos de problemas y soluciones.

## 3.1 ARRASTRE

### 3.1.1 Definición e idea intuitiva

El *arrastre o deriva*, por definición, es *el movimiento de una partícula cargada en respuesta a un campo eléctrico aplicado*. Dentro de los semiconductores se puede describir a escala microscópica el movimiento de arrastre de los portadores, como sigue. Cuando se aplica un campo eléctrico ( $E$ ) a un semiconductor, como puede observarse en la figura 3.1(a), la fuerza resultante sobre los portadores tiende a acelerar los huecos de carga  $+q$  en la dirección del campo eléctrico, y los electrones de carga  $-q$  en la dirección opuesta al campo eléctrico. Sin embargo, debido a las colisiones con los átomos de impureza ionizados y con los átomos de la red agitados térmicamente, con frecuencia la aceleración de los portadores se ve interrumpida (se dice que los portadores se han dispersado). El resultado neto, que se presenta en la figura 3.1(b), es un movimiento neto de portadores en la dirección del campo eléctrico, pero en forma dislocada, lo que incluye sucesivos períodos de aceleración y la subsiguiente desaceleración por colisiones.

Si intentamos estudiar desde el punto de vista microscópico el movimiento de arrastre de un portador individual, resulta evidentemente algo complejo y bastante tedioso. Por fortuna, las cantidades mensurables son valores *macroscópicos* que reflejan el pro-

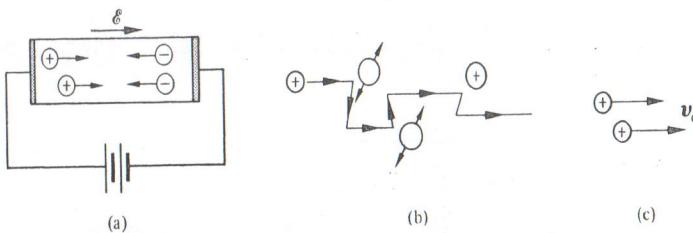


Fig. 3.1 Visualización del mecanismo de arrastre: (a) movimiento de los portadores en una barra de semiconductor polarizada; (b) desplazamiento por arrastre de un hueco a escala microscópica o atómica; (c) desplazamiento por arrastre a escala macroscópica.

medio o movimiento neto de los portadores. Promediando sobre todos los electrones o huecos en un periodo dado, se encuentra que el movimiento neto de cada tipo de portador puede ser descrito en términos de una velocidad de arrastre o de deriva constante  $v_d$ . En otras palabras, a escala macroscópica el movimiento de arrastre [figura 3.1(c)] no es otra cosa que todos los portadores de un mismo tipo moviéndose a velocidad constante, en el mismo sentido o en sentido contrario al campo eléctrico aplicado.

Como aclaración, es importante puntualizar que el movimiento de arrastre de los portadores, que se origina en respuesta a un campo eléctrico aplicado, está realmente superpuesto al permanente movimiento de agitación térmica de los mismos. Los electrones en la banda de conducción y los huecos en la banda de valencia ganan y pierden energía por medio de colisiones con la red del semiconductor, y distan mucho de encontrarse en reposo incluso en condiciones de equilibrio. De hecho, en condiciones de equilibrio, las velocidades térmicamente relacionadas de los portadores llegan a proyectar 1/1000 de la velocidad de la luz a temperatura ambiente. Como puede verse en la figura 3.2, sin embargo, el movimiento térmico de los portadores es por completo aleatorio. Por lo tanto, el movimiento térmico a escala macroscópica es, en promedio, cero, no contribuye al transporte de corriente y, conceptualmente, se puede despreciar.

### 3.1.2 Corriente de arrastre

Intentaremos ahora deducir una expresión analítica para la corriente que fluye dentro de un semiconductor como resultado del desplazamiento por arrastre de los portadores. Por definición

$I$  (corriente) = la carga por unidad de tiempo que cruza un plano arbitrariamente elegido perpendicular a la dirección del flujo de corriente.



Fig. 3.2 Movimiento térmico de un portador.

Considerando la barra de semiconductor tipo  $p$  con el área de sección transversal  $A$  que se muestra en la figura 3.3, y tomando en cuenta el plano perpendicular a  $v_d$  elegido arbitrariamente dentro de la barra, se puede argumentar:

- $v_d t$  ... todos los huecos que se encuentran a esta distancia del plano perpendicular a  $v_d$  cruzarán el plano en un tiempo  $t$ ;
- $v_d t A$  ... todos los huecos contenidos en este volumen cruzarán el plano en un tiempo  $t$ ;
- $p v_d t A$  ... huecos que cruzan el plano en un tiempo  $t$ ;
- $q p v_d t A$  ... carga que cruza el plano en un tiempo  $t$ ;
- $q p v_d A$  ... carga que cruza el plano por unidad de tiempo.

Esta última definición claramente es idéntica a la definición formal de la corriente. Entonces

$$I_{\text{Parrastre}} = q p v_d A \quad \text{corriente de arrastre de huecos.} \quad (3.1)$$

En la práctica, el área de la sección transversal  $A$ , que aparece en la ecuación (3.1) y en otras fórmulas de corriente, a menudo resulta innecesaria. Además, por lo regular a la corriente se le considera como una magnitud escalar, cuando en realidad es obviamente un vector. Se pueden salvar estas deficiencias introduciendo un parámetro afín, denominado densidad de corriente,  $J$ .  $J$  tiene la misma orientación que la dirección del flujo de corriente, y es igual en magnitud a la corriente por unidad de área (o sea,  $J = I/A$ ). Por inspección, la densidad de corriente asociada con el desplazamiento por arrastre de huecos es simplemente

$$J_{\text{Parrastre}} = q p v_d. \quad (3.2)$$

Puesto que la corriente de arrastre aparece como respuesta a la aplicación de un campo eléctrico, es razonable dar un paso adelante y buscar una ecuación de corriente que relate explícitamente  $J_{\text{Parrastre}}$  con el campo eléctrico aplicado. Con este fin, tomamos en cuenta que para valores pequeños y moderados de  $E$  la velocidad de arrastre

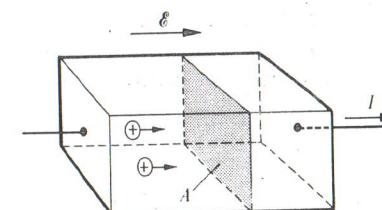


Fig. 3.3 Representación ampliada de una barra de semiconductor de tipo  $p$  y sección transversal  $A$  polarizada.

medida en los semiconductores (figura 3.4) es directamente proporcional al campo eléctrico aplicado. Análisis teóricos de naturaleza más fundamental llegan también a la misma conclusión. Por lo tanto, excluyendo situaciones en que intervienen grandes campos  $\mathcal{E}$  se puede escribir

$$v_d = \mu_p \mathcal{E} \quad (3.3)$$

donde  $\mu_p$ , la *movilidad de huecos*, es la constante de proporcionalidad entre  $v_d$  y  $\mathcal{E}$ . Así, sustituyendo la ecuación (3.3) en la ecuación (3.2) se obtiene

$$J_{P\text{ arrastre}} = q \mu_p p \mathcal{E} \quad (3.4a)$$

Mediante un razonamiento similar para los electrones, se tiene

$$J_{N\text{ arrastre}} = q \mu_n n \mathcal{E} \quad (3.4b)$$

donde  $J_{N\text{ arrastre}}$  es la densidad de corriente de arrastre de electrones, y  $\mu_n$  es la movilidad del electrón.<sup>†</sup>

### 3.1.3 Movilidad

Obviamente, la movilidad es un parámetro fundamental en la caracterización del transporte de electrones y huecos por arrastre. Como se verá en lecturas posteriores, las movilidades de los portadores desempeñan también un papel clave al caracterizar el funcionamiento de muchos dispositivos. Por lo tanto, es razonable examinar  $\mu_n$  y  $\mu_p$  con cierto detalle para aumentar nuestra familiaridad general con estos parámetros y establecer un núcleo de información útil para referencias futuras.

*Unidades estándar:*  $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$ .

*Ejemplos de valores numéricos:*  $\mu_n \approx 1360 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  y  $\mu_p \approx 460 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  a 300 K en Si dopado con  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ , respectivamente. En el GaAs no compensado de alta pureza ( $N_D$  o  $N_A \leq 10^{15}/\text{cm}^3$ ), las movilidades a temperatura ambiente se aproximan a  $\mu_n \approx 8000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  y  $\mu_p \approx 320 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$ . Los valores mencionados son útiles con fines de comparación y cuando se hacen cálculos sobre órdenes de

<sup>†</sup>Aunque el mecanismo de arrastre de los electrones tiene lugar en dirección opuesta al campo eléctrico aplicado ( $v_d = -\mu_n \mathcal{E}$ ), la corriente que transportan las partículas cargadas negativamente es a su vez opuesta a la dirección del desplazamiento ( $J_N = -qn v_d$ ). El resultado neto, como se indica en la ecuación (3.4b), es una corriente de electrones en la dirección del campo eléctrico aplicado. Es también importante señalar, en relación con las ecuaciones (3.3) y (3.4), que  $\mu_n$  y  $\mu_p$  se definen como constantes positivas.

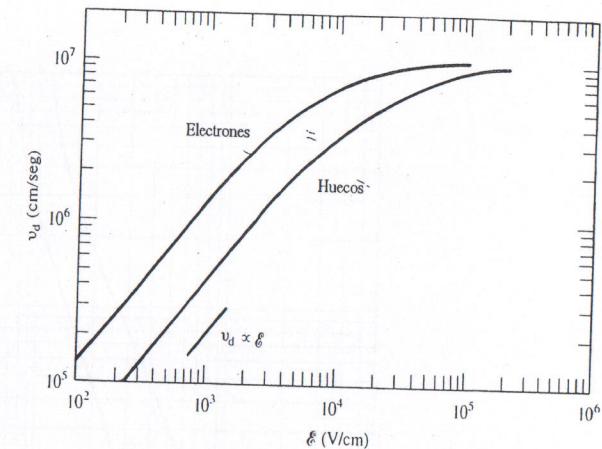


Fig. 3.4 Medida de la velocidad de arrastre de portadores en silicio ultrapuro a temperatura ambiente, en función del campo eléctrico aplicado.

magnitud. Hay que tener en cuenta también que  $\mu_n > \mu_p$  tanto en el Si como en el GaAs. En la mayoría de los semiconductores,  $\mu_n$  es generalmente mayor que  $\mu_p$  para un dopado y temperatura del sistema dados.

*Relación con la dispersión:* La movilidad es una medida de la facilidad de movimiento de los portadores dentro de un cristal semiconductor. Si se incrementan las colisiones que retardan el movimiento dentro de un cristal, se reduce la movilidad de los portadores. En otras palabras, la movilidad de los portadores varía en relación inversa con el número de centros dispersores que existen dentro del semiconductor. Como puede verse en la figura 3.1(b), los mecanismos que dominan la dispersión en materiales dopados no degenerados son, típicamente, (i) dispersión por la red cristalina, en la que participan colisiones con los átomos de la red agitados térmicamente, y (ii) dispersión por impurezas ionizadas (es decir, impurezas donadoras o aceptadoras).

*Dependencia del dopado:* La figura 3.5 exhibe la dependencia del dopado observada en las movilidades de los electrones y de los huecos en el silicio a temperatura ambiente. La figura es típica también para la dependencia del dopado observada en otros materiales semiconductores. Para bajas concentraciones de dopado, aproximadamente por debajo de  $10^{15}/\text{cm}^3$  en el Si, las movilidades de los portadores son esencialmente independientes de la concentración de dopantes. Para dopados superiores a  $\sim 10^{15}/\text{cm}^3$ , las movilidades decrecen monótonamente con el aumento de  $N_A$  o  $N_D$ .

La explicación de esta dependencia del dopado es relativamente directa. Para niveles de dopado suficientemente bajos se puede despreciar la dispersión por impurezas ionizadas, en comparación con la dispersión por la red. Cuando la dispersión por la red que no es función de  $N_A$  o  $N_D$  se convierte en el mecanismo de dispersión dominante, automáticamente resulta que las movilidades de los portadores se hacen también independientes de  $N_A$  o  $N_D$ . Para dopados que exceden  $\sim 10^{15}/\text{cm}^3$ , ya no se puede despreciar la dispersión por impurezas ionizadas. Si se incrementa el número de centros

dispersores añadiendo más y más aceptadores y donadores, por encima de  $10^{15}/\text{cm}^3$ , está claro que la dispersión por impurezas no es ya despreciable, y en consecuencia las movilidades de los portadores disminuyen.

*Dependencia de la temperatura:* En la figura 3.6 se presenta la dependencia de la temperatura que tienen las movilidades de los electrones y huecos en el Si, tomando como parámetro el número de impurezas. En las muestras de menor dopado, las movilidades de los portadores decrecen monótonamente al aumentar la temperatura, siendo más o menos  $\mu_n \propto T^{-2.3 \pm 0.1}$  y  $\mu_p \propto T^{-2.2 \pm 0.1}$ . Para muestras con dopados mayores, las movilidades de los portadores disminuyen en forma sistemática con el dopado a una temperatura dada, y son mucho menos sensibles a la temperatura.

En materiales ligeramente dopados, la dependencia general de la temperatura en la movilidad de los portadores es relativamente fácil de explicar. Al aumentar la temperatura del sistema se produce un aumento constante de la agitación térmica de los átomos del semiconductor, lo que a su vez aumenta la dispersión por la red cristalina. Como la dispersión por la red constituye el mecanismo dominante de dispersión en los materiales poco dopados, el aumento de la temperatura produce por lo tanto una reducción uniforme de la movilidad de los portadores.

En materiales con dopados más elevados, la dependencia de la temperatura refleja los efectos añadidos de la dispersión por impurezas ionizadas. Esta dispersión por impurezas ionizadas no sólo es significativa en materiales fuertemente dopados, sino que puede incluso constituir el mecanismo dominante de dispersión a bajas temperaturas. Esto es así porque, a diferencia de la dispersión por la red cristalina, la dispersión por impurezas ionizadas presenta una dependencia inversa de la temperatura, pues *disminuye* cuando la temperatura aumenta. Aunque omitiremos los detalles, una combinación adecuada de la componente de dispersión por la red, que aumenta con la temperatura, y de la componente de dispersión por las impurezas ionizadas, que disminuye con la temperatura, puede determinar cualquiera de las curvas que aparecen en la figura 3.6.

### 3.1.4 Resistividad

La resistividad es un parámetro importante de los materiales, estrechamente ligado al desplazamiento por arrastre de los portadores. Al nivel cualitativo, la resistividad es una medida de la resistencia inherente del material a la circulación del flujo de corriente, una resistencia "normalizada" que no depende de las dimensiones físicas del material. Al nivel cuantitativo, se define la resistividad ( $\rho$ ) como la constante de proporcionalidad entre el campo eléctrico aplicado a un material homogéneo y la corriente total de partículas que por unidad de área fluye en el mismo; es decir

$$\mathcal{E} = \rho \mathbf{J} \quad (3.5a)$$

o bien

$$\mathbf{J} = \sigma \mathcal{E} = \frac{1}{\rho} \mathcal{E} \quad (3.5b)$$

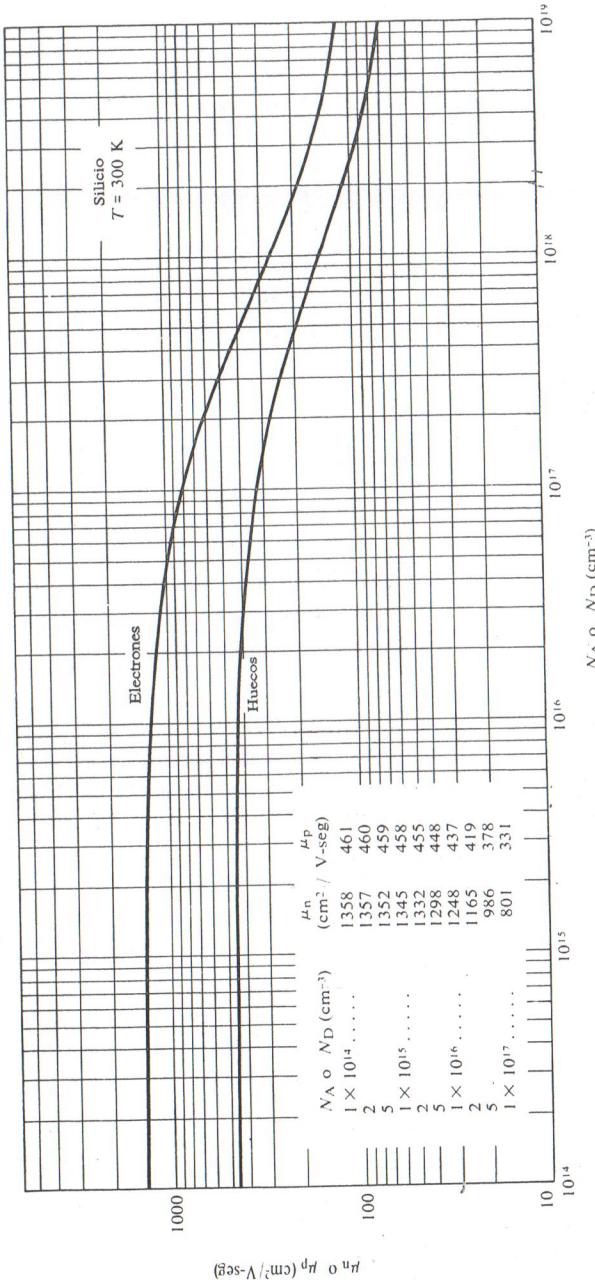
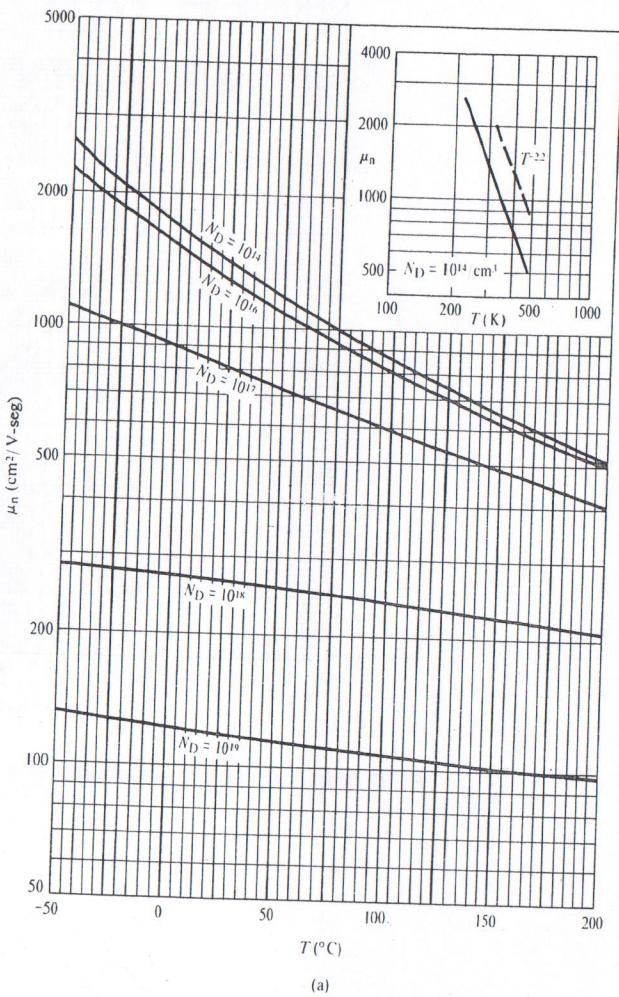


Fig. 3.5 Movilidades de portadores en función de la concentración de impurezas para el Si a temperatura ambiente.  $\mu_n$  es la movilidad de los electrones;  $\mu_p$  es la movilidad de los huecos.



(a)

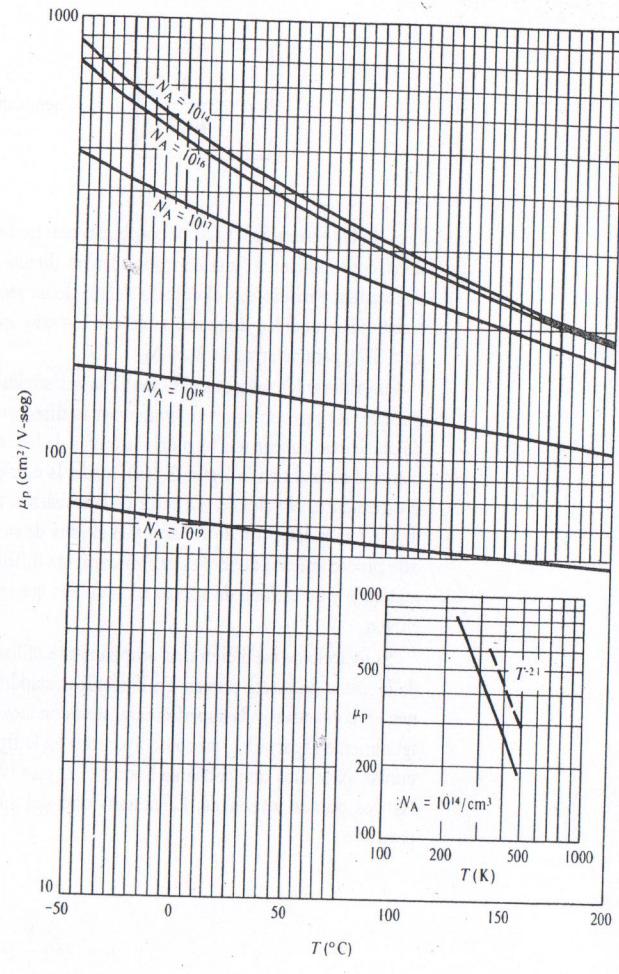
Fig. 3.6 Dependencia de la temperatura de las movilidades de (a) electrones y (b) huecos para muestras de silicio con dopados que van desde  $10^{14}/\text{cm}^3$  hasta  $10^{19}/\text{cm}^3$ . En la muestra de menor dopado,  $\mu \propto T(K)^{-n}$ . Este resultado es evidente en las gráficas  $\log \mu$  en función de  $\log T(K)$ .

donde  $\sigma = 1/\rho$  es la conductividad del material. En un material homogéneo,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{arrastre}}$  y, teniendo en cuenta las ecuaciones (3.4),

$$\mathbf{J}_{\text{arrastre}} = \mathbf{J}_{N_{\text{D}} \text{ arrastre}} + \mathbf{J}_{P_{\text{D}} \text{ arrastre}} = q (\mu_n n + \mu_p p) \mathcal{E} \quad (3.6)$$

De aquí resulta que

$$\boxed{\rho = \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)}} \quad (3.7)$$



(b)

Fig. 3.6 (continuación)

En un semiconductor no degenerado dopado con donadores, que se mantiene en la región extrínseca de temperaturas donde  $N_{\text{D}} \gg n_{\text{i}}$ ,  $n \approx N_{\text{D}}$  y  $p \approx N_{\text{D}} \ll n$ . Este resultado fue obtenido en la subsección 2.5.5. Así, para dopados y movilidades típicos,  $\mu_n n + \mu_p p \approx \mu_n N_{\text{D}}$  en un semiconductor tipo *n*. Con un razonamiento similar se obtiene que  $\mu_n n + \mu_p p \approx \mu_p N_{\text{A}}$  en un semiconductor tipo *p*. Por tanto, en las condiciones que normalmente se encuentran en las muestras de Si a temperaturas próximas a la temperatura ambiente, la ecuación (3.7) se puede simplificar a

$$\boxed{\rho = \frac{1}{q\mu_n N_{\text{D}}}} \quad \dots \text{semiconductor tipo } n \quad (3.8a)$$

y

$$\rho = \frac{1}{q\mu_p N_A}$$

...semiconductor tipo p. (3.8b)

Cuando las ecuaciones (3.8) se combinan con los datos de la movilidad en función del dopado proporcionan una correspondencia directa entre la resistividad, una cantidad directamente medible, y el dopado dentro de un semiconductor. De hecho, se utiliza la resistividad medida, conjuntamente con los diagramas de  $\rho$  en función del dopado (figura 3.7), para determinar  $N_A$  o  $N_D$ .

Hay diferentes métodos para medir la resistividad necesaria en la determinación del dopado. Al parecer, el procedimiento más directo sería dar al semiconductor la forma de una barra, aplicar una tensión  $V$  a través de los contactos colocados en sus extremos, como se muestra en la figura 3.1(a), medir la corriente  $I$  que fluye en el circuito, y deducir entonces el valor de  $\rho$  a partir de la resistencia medida. [ $R(\text{resistencia}) = V/I = \rho l/A$ , donde  $l$  es la longitud de la barra y  $A$  el área de su sección transversal.] Por desgracia, este procedimiento directo es engañosamente difícil, destructivo (obliga al desgaste del material) y no es fácil de aplicar a las obleas que se utilizan en la fabricación de dispositivos.

El método de medición más ampliamente utilizado en la práctica es el de la técnica de la sonda de cuatro puntas. En la técnica estándar de la sonda de cuatro puntas se ponen en contacto con la superficie del semiconductor cuatro puntas de sonda colineales, igualmente espaciadas, tal como aparecen en la figura 3.8. Se hace circular por las dos puntas exteriores una corriente conocida  $I$ , y se mide la tensión  $V$  desarrollada entre las dos puntas interiores. La resistividad del semiconductor se calcula entonces a partir de

$$\rho = 2\pi s \frac{V}{I} \mathcal{F} \quad (3.9)$$

donde  $s$  es la separación entre las puntas de la sonda y  $\mathcal{F}$  es un factor de "corrección" tabulado. Este factor de corrección depende típicamente del espesor de la muestra y de si la parte inferior del semiconductor está sobre un aislante o sobre un metal. A diferencia de la técnica de medición anterior, la técnica de la sonda de cuatro puntas es fácil de llevar a cabo, no es destructiva, y fue diseñada para utilizarla en el procesamiento de las obleas.<sup>†</sup>

<sup>†</sup>El lector puede encontrar una excelente y detallada exposición sobre la técnica de la sonda de cuatro puntas, una tabla completa de los factores de corrección y un análisis de otras mediciones de resistividad muy utilizadas en la actualidad en el capítulo 3 del libro de W. R. Runyan, *Semiconductor Measurements and Instrumentation*, Nueva York, McGraw-Hill, 1975.

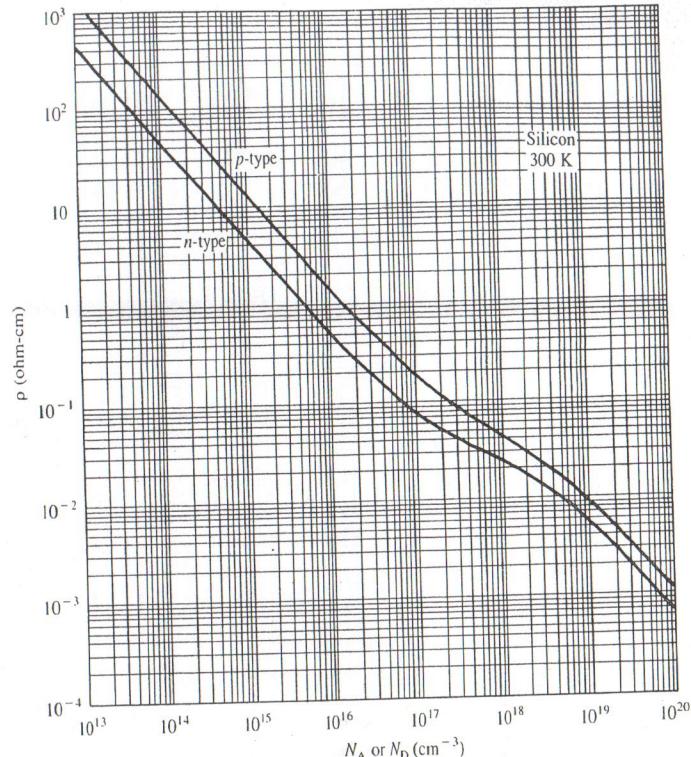


Fig. 3.7 Resistividad del Si frente a la concentración de impurezas a 300 K.

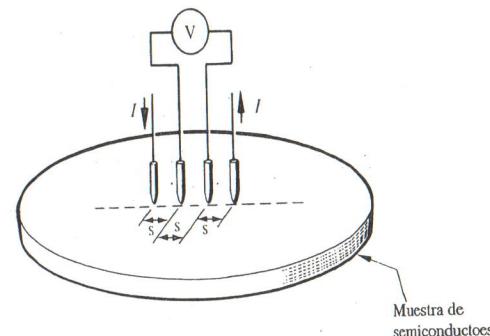


Fig. 3.8 Dibujo esquemático de la disposición de las puntas, colocación y polarización en la técnica de medida de la sonda de cuatro puntas.

### 3.1.5 Curvatura de las bandas

En las secciones previas, al analizar los diagramas de bandas de energía se ha considerado siempre que  $E_c$  y  $E_v$  eran energías independientes de la coordenada  $x$ . Cuando hay un campo eléctrico  $\mathcal{E}$  en el interior de un material, las bandas de energía dependen de la posición. La variación resultante de  $E_c$  y  $E_v$  con la posición en el diagrama de bandas de energía, que como ejemplo se muestra en la figura 3.9(a), recibe popularmente el nombre de "curvatura de banda".

Con el objeto de establecer la relación exacta entre el campo eléctrico dentro de un semiconductor y la curvatura de banda inducida, reexaminaremos con atención el diagrama de bandas de energía. El diagrama en sí, como se hace hincapié en la figura 3.9(a), es una gráfica de las energías electrónicas permitidas dentro del semiconductor como una función de la posición, donde se entiende que  $E$ , que crece hacia arriba, es la energía *total* de los electrones. Además se sabe de estudios anteriores que si se agrega una energía exactamente de valor  $E_G$  para romper un enlace entre átomos, las energías del electrón y del hueco creados serán  $E_c$  y  $E_v$ , respectivamente, y los portadores creados estarán efectivamente inmóviles. Por otra parte, absorbiendo una energía superior a  $E_G$  con toda probabilidad aumentará la energía del electrón por encima de  $E_c$ , y la del hueco por debajo de  $E_v$ , con ambos portadores moviéndose rápidamente dentro de la red del material. Por lo tanto, interpretaremos que  $E - E_c$  es la energía cinética (E.C.) de los electrones y que  $E_v - E$  es la energía cinética de los huecos [figura 3.9(b)]. Más aún, como la energía total es igual a la suma de la energía cinética y la energía potencial (E.P.),  $E_c$  menos el nivel de referencia de energías ( $E_{ref}$ ) debe ser igual a la energía potencial del electrón, tal como se ilustra en la figura 3.9(c). (La energía potencial, cabe señalar, es arbitraria e igual a una constante, y la energía de referencia  $E_{ref}$ , independiente de la posición, puede ser fijada en cualquier valor que sea conveniente.)

La energía potencial es la clave de la relación entre el campo eléctrico dentro de un semiconductor y las variaciones de las bandas de energía con la posición. Específicamente, suponiendo condiciones normales de operación donde el campo magnético, el gradiente de temperatura y los efectos inducidos por esfuerzos son despreciables, sólo la fuerza asociada a un campo eléctrico existente puede dar lugar a variaciones en la energía potencial de los portadores. En efecto, de la física elemental se sabe que la energía potencial de una partícula de carga  $-q$  en tales condiciones se relaciona con el potencial electrostático  $V$  en un punto dado simplemente por

$$P.E. = -qV \quad (3.10)$$

Puesto que anteriormente hemos concluido que

$$P.E. = E_c - E_{ref} \quad (3.11)$$

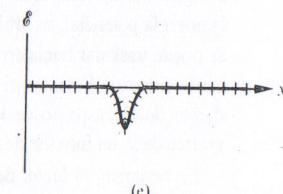
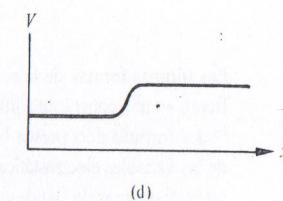
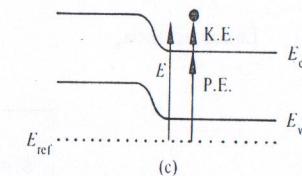
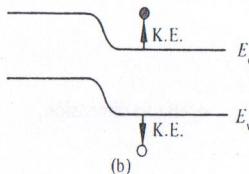
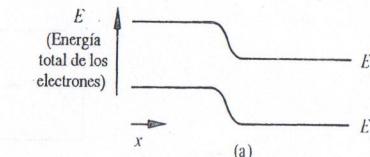


Fig. 3.9 Relación entre la curvatura de banda y las variables electrostáticas en el interior de un semiconductor: (a) ejemplo de diagrama de bandas de energía que muestra la curvatura de banda; (b) identificación de las energías cinéticas de los portadores; (c) especificación de la energía potencial del electrón; (d) potencial electrostático y (e) dependencia del campo eléctrico en función de la posición, deducida y asociada con el diagrama de bandas de energía del apartado (a).

se puede establecer

$$V = -\frac{1}{q}(E_c - E_{ref}) \quad (3.12)$$

Por definición, además,

$$\mathcal{E} = -\nabla V \quad (3.13)$$

o, en una dimensión,

$$\mathcal{E} = -\frac{dV}{dx} \quad (3.14)$$

En consecuencia,

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \frac{dE_c}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_v}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \quad (3.15)$$

Las últimas formas de la ecuación (3.15) resultan del hecho de que  $E_c$ ,  $E_v$  y  $E_i$  sólo difieren en una constante aditiva.

La formulación previa brinda un camino para deducir fácilmente la forma general de las variables electrostáticas asociadas a la "curvatura de banda" de la figura 3.9(a) y de otros diagramas de bandas de energía. Utilizando la ecuación (3.12), o simplemente invirtiendo  $E_c(x)$  en la figura 3.9(a), se obtiene la dependencia entre  $V$  y  $x$  que aparece en la figura 3.9(d). [Hay que volver a recordar que el potencial electrostático, al igual que la energía potencial, es arbitrario e igual a una constante: la gráfica de la figura 3.9(d) se puede trasladar hacia arriba o hacia abajo a lo largo del eje de tensiones, sin modificar la situación física en el interior del semiconductor.] Por último, calculando la pendiente de  $E_c$  respecto de la posición, como indica la ecuación (3.15), se obtiene la gráfica de  $\mathcal{E}$  en función de  $x$ , que se ve en la figura 3.9(c).

En resumen, el lector debe tener en cuenta el hecho de que el diagrama de bandas de energía contiene información que relaciona el potencial electrostático y el campo eléctrico en el interior del semiconductor. Más aún, casi por inspección es posible obtener la forma general de las dependencias de  $V$  y de  $\mathcal{E}$  dentro del semiconductor. Para deducir la dependencia de  $V$  en función de  $x$  basta con representar "al revés"  $E_c$  (o  $E_v$  o  $E_i$ ) en función de  $x$ ; para determinar la dependencia general de  $\mathcal{E}$  contra  $x$ , basta con calcular la pendiente de  $E_c$  (o  $E_v$  o  $E_i$ ) como función de la posición.

VÉASE EL EJERCICIO 3.1(a-d). APÉNDICE A

## 3.2 DIFUSIÓN

### 3.2.1 Definición e idea intuitiva

La difusión es un proceso por el cual las partículas tienden a dispersarse o redistribuirse como resultado de su movimiento errático térmico, emigrando a escala macroscópica desde regiones de alta concentración de partículas hacia regiones de baja concentración de las mismas. Si se le permite proseguir sin limitarlo, el proceso de difusión termina por producir una distribución uniforme de partículas. Es de señalar que la partícula que se mueve por difusión no necesita estar cargada; la causa del mecanismo es el movimiento térmico, no la repulsión entre partículas.

Para citar un ejemplo de difusión en la vida diaria, supongamos un frasco abierto de perfume colocado en un rincón de una habitación. Incluso sin corrientes de aire, el movimiento errático térmico desparará las moléculas de perfume por toda la habitación en un periodo relativamente corto ayudando a redistribuir el perfume de manera uniforme hasta cada rendija o grieta de la habitación.

En un intento por obtener una comprensión más detallada sobre el proceso de la difusión, vamos a "estudiarlo" ahora conceptualmente desde el punto de vista microscópico, empleando para ello un sistema hipotético sencillo. El proceso que proponemos analizar es una caja unidimensional que contiene cuatro compartimentos y 1024 partículas móviles (figura 3.10). Las partículas dentro de la caja cumplen ciertas reglas rigurosas. De manera específica, la agitación térmica hace que cada  $\tau_0$  segundos todas las partículas de un compartimento dado "saltan" a un compartimento adyacente. Para mantener la naturaleza aleatoria del movimiento, cada partícula tiene la misma probabilidad de saltar hacia la derecha o hacia la izquierda. Si golpea en una "pared externa" al intentar saltar hacia la izquierda o derecha en los compartimentos extremos, es reflejada nuevamente hacia su posición previa al salto. Por último, en el instante  $t = 0$  se supone que todas las partículas están confinadas en el compartimento extremo izquierdo.

En la figura 3.10 se indica la evolución de las 1024 partículas del sistema en función del tiempo. En el instante  $t = \tau_0$ , 512 de las 1024 partículas originalmente en el compartimento 1 saltan a la derecha y quedan depositadas en el compartimento 2. Las 512 partículas restantes saltan hacia la izquierda, y son reflejadas de vuelta al compartimento extremo izquierdo. El resultado final es que, después de  $\tau_0$  segundos, hay 512 partículas en cada uno de los compartimentos numerados 1 y 2. En el instante  $t = 2\tau_0$ , 256 de las partículas del compartimento 2 saltan al compartimento 3, mientras que las restantes saltan de nuevo al compartimento 1. Al mismo tiempo, 256 de las partículas del compartimento 1 saltan al compartimento 2 y 256 sufren una reflexión contra la pared extrema izquierda. El resultado neto después de  $2\tau_0$  segundos es 512 partículas en el compartimento 1 y 256 en cada uno de los compartimentos 2 y 3. Del mismo modo se puede deducir el estado del sistema al cabo de  $3\tau_0$  y  $6\tau_0$  segundos, lo que se puede ver también en la figura 3.10. En el instante  $6\tau_0$  las partículas, confinadas al principio en el compartimento extremo izquierdo, se han distribuido casi uniformemente a lo largo de la caja, y resulta ya innecesario considerar

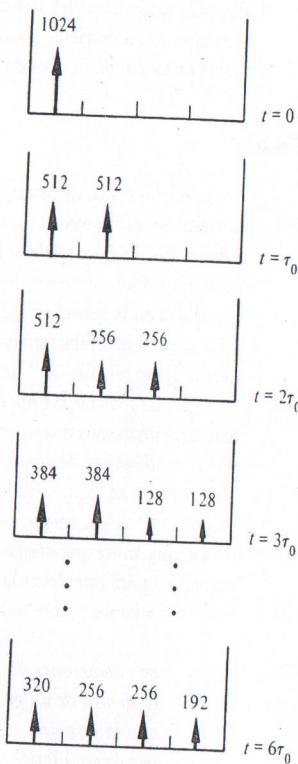


Fig. 3.10 Difusión a escala microscópica de un sistema hipotético unidimensional. Los números sobre las flechas indican la cantidad de partículas en un compartimento dado; a la derecha aparecen los instantes de tiempo observados.

más estados. En efecto, examinando los estados existentes queda clara y evidente la naturaleza fundamental del proceso de la difusión.

En los semiconductores el mecanismo de la difusión a escala microscópica es similar al que ocurre en el sistema hipotético, excepto que, por supuesto, el movimiento aleatorio de las partículas que se difunden es tridimensional y no está "compartimentado". A escala macroscópica, el efecto neto de la difusión es precisamente el mismo para el sistema hipotético que para los semiconductores; hay una emigración general de partículas desde regiones de alta concentración de las mismas a regiones de baja concentración. Dentro de los semiconductores, las partículas móviles, los electrones y los huecos están cargados, y el transporte de portadores debido a la difusión da lugar, por lo tanto, a corrientes de partículas, tal y como puede verse en la figura 3.11.

### 3.2.2 Medición con sonda de punta caliente

Antes de establecer la corriente asociada con el mecanismo de la difusión, haremos una digresión para conocer la técnica de medida con sonda de punta caliente. Esta medición es una técnica común para determinar rápidamente si un semiconductor es de ti-

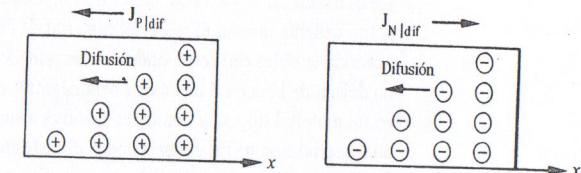


Fig. 3.11 Visualización del mecanismo de difusión de electrones y huecos a escala macroscópica.

po  $n$  o  $p$ . Desde un punto de vista práctico, el conocimiento del tipo de semiconductor es esencial en el procesamiento de dispositivos, y se debe saber incluso antes de determinar la concentración de portadores a partir de medidas de las resistividades (consulte la figura 3.7). Tocamos ahora el tema de la sonda caliente porque además de permitir determinar el tipo de semiconductor, proporciona a la vez un ejemplo informativo sobre el proceso de difusión.

Examinando la figura 3.12(a), encontramos que el único equipamiento necesario para llevar a cabo la medición con la sonda de punta caliente es una punta caliente, una punta fría y un miliamperímetro con cero en el centro. La punta caliente puede ser una punta de un equipo de pirograbado para madera, o simplemente un soldador; la punta fría es una punta habitual de medición, del tipo utilizado en los multímetros manuales. No hay ningún requerimiento especial para el miliamperímetro de cero en el centro conectado a las puntas. El procedimiento de medición en sí es también extremadamente simple. Tras haber calentado la punta se colocan ambas en contacto con la muestra de semiconductor, y el amperímetro deflexiona hacia la derecha o izquierda, con lo que indica el tipo de semiconductor. Obsérvese que se elige arbitrariamente el espacio entre las puntas, y puede reducirse para resaltar la deflexión del instrumento de medida.

En la figura 3.12(b) se presenta una explicación simplificada de cómo funciona la medición con sonda de punta caliente. En las proximidades del punto de contacto de la punta caliente, ésta origina un aumento de portadores de energía más alta. Estos por-

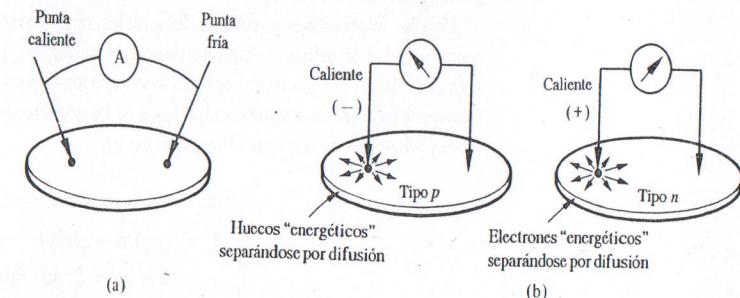


Fig. 3.12 Técnica de medición de la sonda de punta caliente: (a) equipo necesario; (b) explicación simplificada de cómo se realizan las medidas.

tadores energéticos serán predominantemente huecos en el caso de un material tipo *p*, y electrones en el de un material tipo *n*. Con más portadores energéticos cerca de la punta caliente que en el resto del material, la difusión actúa de modo que se extiendan por toda la oblea del semiconductor los portadores de mayor energía. El efecto neto es un déficit de huecos o una carga neta negativa en las proximidades de la punta caliente en un material tipo *p*, y una carga positiva acumulada alrededor de la punta caliente en un material tipo *n*. En consecuencia, el instrumento de cero al centro deflexiona en diferentes sentidos para materiales tipo *p* y tipo *n*.

### 3.2.3 Corrientes de difusión/corrientes totales de portadore

Al definir el mecanismo de la difusión y mencionar ejemplos, hemos intentado destacar la correlación directa entre difusión y variación espacial del número de partículas. Para que el proceso de la difusión tenga lugar, debe haber más partículas en un punto que en otro o, en términos matemáticos, debe haber un gradiente no nulo de concentración ( $\nabla p \neq 0$  para los huecos,  $\nabla n \neq 0$  para los electrones). Además, lógicamente cuantos mayor sea el gradiente de concentración, mayores serán el flujo de portadores esperado y las corrientes asociadas. El análisis del mecanismo de la difusión confirma en efecto las expectativas precedentes. Las corrientes que provienen de la difusión son, de hecho, directamente proporcionales a los gradientes de concentración de partículas. Explícitamente, para los electrones y huecos,

$$\mathbf{J}_{p\text{diff}} = -qD_p \nabla p \quad (3.16a)$$

$$\mathbf{J}_{N\text{diff}} = qD_N \nabla n \quad (3.16b)$$

donde las constantes de proporcionalidad  $D_p$  y  $D_N$  tienen unidades de  $\text{cm}^2/\text{seg}$ , y se denominan constantes de difusión de huecos y de electrones, respectivamente.

Si se examinan las ecuaciones (3.16), puede observarse que las direcciones de las corrientes deducidas a partir de ellas son consistentes con la presentación macroscópica de las corrientes de difusión de la figura 3.11. Para el gradiente de concentración positivo que aparece en la figura 3.11 ( $d\rho/dx > 0$  y  $d\eta/dx > 0$  en el caso unidimensional considerado), tanto los huecos como los electrones se moverán por difusión en la dirección  $-x$ . Por lo tanto,  $J_{p\text{dif}}$  será negativa, o estará orientada en la dirección  $-x$ , mientras que  $J_{N\text{dif}}$  lo estará en la dirección  $+x$ .

Con las expresiones explícitas disponibles, tanto para las componentes de arrastre como para las de difusión de las corrientes de portadores que fluyen en el interior de un semiconductor, resulta trivial obtener las expresiones para las corrientes totales de portadores. Mediante la simple combinación de las ecuaciones (3.4) y (3.16) para los electrones y los huecos respectivamente, se obtiene

$$\mathbf{J}_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \nabla p \quad (3.17a)$$

↓ arrastre ↓ difusión

$$\mathbf{J}_N = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_N \nabla n \quad (3.17b)$$

El doble recuadro alrededor de las ecuaciones (3.17) indica la importancia de las expresiones de la corriente total, que se utilizan, en forma directa o indirecta, esencialmente en todos los análisis de dispositivos.

### 3.2.4 Relación de Einstein

Los coeficientes de difusión, las constantes de movimiento asociadas a la difusión, son obviamente parámetros clave en la caracterización del transporte de portadores debido a dicho mecanismo. Dada la importancia de los coeficientes de difusión, es posible esperar un estudio extenso de sus propiedades relevantes, paralelo al realizado con la movilidad en la subsección 3.1.3. Por fortuna, tal estudio no es necesario porque las  $D$  y las  $\mu$  están interrelacionadas. Sólo hace falta establecer la fórmula que las enlaza, conocida como relación de Einstein.

Antes de realizar las operaciones matemáticas que conducen a la relación de Einstein, examinaremos un material semiconductor no degenerado *no uniformemente dopado* en *condiciones de equilibrio*. En la figura 3.13 aparece un ejemplo concreto de lo que tenemos en mente. En la figura 3.13(a) se presenta la supuesta variación del dopado con la posición, mientras que en la figura 3.13(b) se muestra el diagrama de bandas de energía correspondiente. Hay dos hechos inherentes al diagrama absolutamente esenciales para establecer la relación de Einstein. (Estos hechos son también importantes por sí mismos.) Ante todo, existe una ley fundamental en física que dice:

*en condiciones de equilibrio, el nivel de Fermi dentro de un material (o dentro de un grupo de materiales en íntimo contacto) es invariante con la posición; es decir,  $dE_F/dx = dE_F/dy = dE_F/dz = 0$  en condiciones de equilibrio.*

Tal y como se muestra en la figura 3.13(b),  $E_F$  se encuentra al mismo nivel energético para todo  $x$ . La energía de Fermi es análoga al nivel de agua en una piscina o en cualquier otro recipiente. Independientemente del contorno del fondo de la piscina o el recipiente, la superficie del agua siempre permanece a nivel si el sistema no es

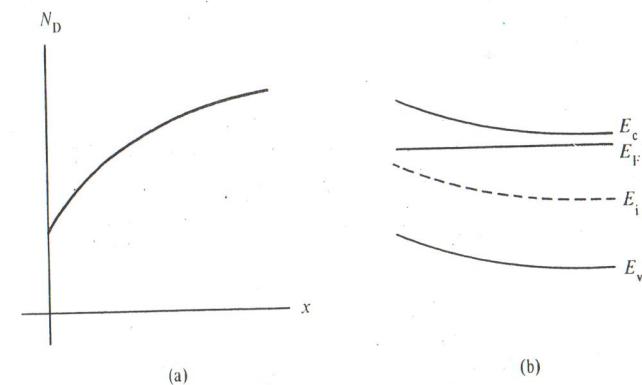


Fig. 3.13 Semiconductor dopado no uniformemente: (a) variación de la concentración de impurezas con la posición; (b) diagrama de bandas de energía correspondiente a la situación de equilibrio.

perturbado. Segundo, en el capítulo 2 se observó que el nivel de Fermi en semiconductores de tipo  $n$  uniformemente dopados se acercaba más y más a  $E_c$ , a medida que se incrementaba de modo sistemático el número de átomos donadores (figura 2.21). De acuerdo con este hecho y tal y como aparece en la figura 3.13(b), la distancia entre  $E_c$  y  $E_F$  es más pequeña en aquellas regiones en que el dopado es mayor. Por lo tanto, la curvatura de las bandas es una consecuencia natural de las variaciones espaciales en el dopado, y

*en condiciones de equilibrio, se establece un campo eléctrico no nulo en el interior de los semiconductores no uniformemente dopados.*

Terminadas las consideraciones preliminares, ahora se puede pasar a las deducciones mismas. En condiciones de equilibrio, las corrientes totales de portadores dentro de un semiconductor deben ser iguales a cero. Considerando todavía un semiconductor no degenerado, no uniformemente dopado y en condiciones de equilibrio, y simplificando la notación al trabajar en una sola dimensión, podemos escribir

$$J_{N\text{ arrastre}} + J_{N\text{ dif}} = q \mu_n n \mathcal{E} + q D_N \frac{dn}{dx} = 0. \quad (3.18)$$

Sin embargo,

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \quad (3.19)$$

(igual a la 3.15)

y

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (3.20)$$

Además, con  $dE_i/dx = 0$  en condiciones de equilibrio,

$$\frac{dn}{dx} = -\frac{n_i}{kT} e^{(E_F - E_i)/kT} \frac{dE_i}{dx} = -\frac{q}{kT} n \mathcal{E} \quad (3.21)$$

Sustituyendo  $dn/dx$  de la ecuación (3.21) en la ecuación (3.18), y reagrupando un poco el resultado, se obtiene

$$(qn\mathcal{E})\mu_n - (qn\mathcal{E})\frac{q}{kT}D_N = 0 \quad (3.22)$$

Como  $\mathcal{E} \neq 0$  (consecuencia del dopado no uniforme), resulta de la ecuación (3.22) que

$$\frac{D_N}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

Relación de Einstein para los electrones. (3.23a)

Un razonamiento similar para los huecos conduce a

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

Relación de Einstein para los huecos. (3.23b)

Aunque las ecuaciones (3.23) han sido establecidas suponiendo condiciones de equilibrio, se puede dar argumentos más elaborados que demuestran que la relación de Einstein es válida incluso en condiciones de no equilibrio. No obstante, se sigue manteniendo la restricción de no degeneración; si se extiende el razonamiento a materiales degenerados, se obtienen expresiones con ligeras modificaciones respecto de las ecuaciones (3.23). Debemos volver a destacar que los resultados intermedios relacionados con la invariancia posicional del nivel de Fermi en equilibrio, y la existencia de un campo eléctrico no nulo, en el interior de un material no uniformemente dopado en condiciones de equilibrio, son importantes por sí mismos. Respecto a los valores numéricos, es de señalar que  $kT/q$  es un voltaje, y que a temperatura ambiente tiene un valor aproximado de 0.026 V.<sup>†</sup> Por lo tanto, para una muestra de Si con  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  a temperatura ambiente,  $D_N = (kT/q) \mu_n \approx (0.026 \text{ V})(1360 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}) \approx 35 \text{ cm}^2/\text{seg}$ . Finalmente, la relación de Einstein es una de las ecuaciones más fáciles de recordar, porque pronunciada presenta una rima interna: "de sobre mi igual a caté sobre cu"; rima que se mantiene incluso si se invierte la ecuación, pues queda "mu sobre de, igual a cu sobre caté".

### VÉASE EL EJERCICIO 3.1(e-h). APÉNDICE A

## 3.3 RECOMBINACIÓN—GENERACIÓN

### 3.3.1 Definición e idea intuitiva

La recombinación-generación es quizás el más interesante de los tres tipos primarios de respuesta de los portadores y, al mismo tiempo, el que implica un mayor desafío para comprenderlo en su totalidad. Formalmente, se puede definir la recombinación-generación como sigue:

*La generación* es un proceso por el cual se crean electrones y huecos (portadores).

*La recombinación* es un proceso por el cual los electrones y los huecos son destruidos o aniquilados.

<sup>†</sup>A temperatura ambiental  $kT \approx 0.026 \text{ eV} = (1.6 \times 10^{-19}) (0.026) \text{ joule}$ . Por contacto,  $kT/q = (1.6 \times 10^{-19}) (0.026)/(1.6 \times 10^{-19}) \text{ joule/coulomb} = 0.026 \text{ V}$ .

A diferencia de los mecanismos de arrastre y de difusión, la generación y la acción inversa de recombinación no son procesos individuales, sino que constituyen nombres colectivos para todo un grupo de procesos similares; es decir, existen diferentes modos a través de los cuales se pueden crear y destruir portadores dentro de un semiconductor. En la figura 3.14 se puede ver el más simple de los procesos de R-G (recombinación-generación). La figura 3.14(a) modela el proceso de fotogeneración, en el que los fotones (luz) con una energía superior a  $E_G$  inciden sobre el semiconductor y crean electrones y huecos por rotura de enlaces entre átomos. Alternativamente, se puede ver el proceso de fotogeneración en términos del diagrama de bandas de energía como la energía lumínosa que es absorbida y que excita a los electrones desde la banda de valencia hasta la banda de conducción. El proceso que aparece en la figura 3.14(b) es esencialmente idéntico al de la figura 3.14(a), excepto en que la excitación es debida a la energía térmica (o calor) presente dentro del material. La acción representada en la figura 3.14(b) se denomina generación térmica directa. Por último, la figura 3.14(c) representa la recombinación térmica directa, que es exactamente el proceso inverso de la figura 3.14(b). Un electrón y un hueco se desplazan por la red cristalina del semiconductor, ocupándose cada uno de lo suyo, cuando de pronto se encuentran en zonas vecinas y ¡zas!: el electrón y el hueco se aniquilan entre sí.

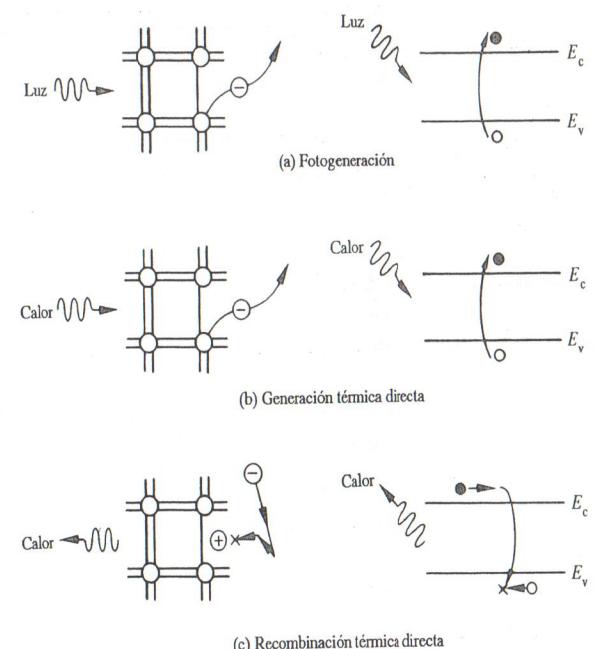


Fig. 3.14 Procesos de recombinación-generación banda a banda. Modelo de enlace (lado izquierdo) y modelo de bandas de energía equivalente (lado derecho). Visualizaciones de (a) fotogeneración; (b) generación térmica directa y (c) recombinación térmica directa.

Si un semiconductor es iluminado, se produce la fotogeneración tal como se observa en la figura 3.14(a). Sin embargo, es un hecho real que, aunque sea fácil imaginar y caracterizar la recombinación-generación banda a banda, los procesos de las figuras 3.14(b) y (c) no son los medios habituales a través de los cuales se crean y aniquilan térmicamente portadores en los principales semiconductores. La creación y aniquilación térmica de portadores, acción que tiene lugar en todo momento en todos los semiconductores, está dominada típicamente por la recombinación-generación térmica indirecta.

La recombinación-generación térmica indirecta, representada en la figura 3.15, implica un “tercer participante” o intermediario y sólo se produce en ciertos lugares dentro del semiconductor, conocidos como centros de R-G. Desde el punto de vista físico, los centros de R-G son átomos especiales de impureza (tales como oro, hierro y cobre para el Si), o defectos en la red cristalina [como la falta de un átomo en la figura 3.15(a)]. Los defectos de la red y los átomos especiales en forma de impurezas no intencionales están presentes incluso en los principales semiconductores, aunque la concentración de centros de R-G en materiales de alta calidad es normalmente pequeña en comparación con las concentraciones de impurezas aceptadoras y donadoras. La propiedad más importante de los centros de R-G aparece representada en la figura 3.15(b); se trata de que los centros de R-G (o, brevemente, trampas<sup>†</sup>) introducen niveles electrónicos permitidos en las proximidades de la mitad de la banda prohibida. Esta ubicación de los niveles  $E_T$  es de gran importancia, porque distingue los centros de R-G de los niveles donadores y aceptadores.

Una vez citados los detalles pertinentes de los centros de R-G, ahora examinaremos escuetamente cómo se crean y destruyen portadores por interacción con los centros. En la figura 3.15(a) se puede observar a un electrón paseando por la red del semiconductor, hasta que tropieza con un defecto en la estructura y es atrapado por la fuente de potencial asociada con dicho defecto. Poco tiempo después, viene acercándose un hueco, es atraído hacia el electrón cargado negativamente y procede a aniquilar al electrón (y a sí mismo) en la posición del centro de R-G. A la izquierda de la figura 3.15(b) se muestra el mismo proceso utilizando las bandas de energía. Un electrón que se mueva en las proximidades de un centro de R-G pierde energía y es atrapado. Subsecuentemente, un hueco que se mueve en las proximidades del mismo centro pierde energía y aniquila al electrón dentro del centro. (También se puede pensar que el electrón salta por segunda vez hacia abajo y aniquila al hueco de la banda de valencia. Así mismo es posible que el hueco sea capturado primero.) A la derecha de la figura 3.15(b) se muestra el proceso inverso, la generación de portadores. Tras absorber energía térmica, un electrón salta primeramente hasta el nivel  $E_T$ , creando un hueco en la banda de valencia. El proceso de creación se completa cuando el electrón absorbe energía térmica adicional y salta a la banda de conducción (convirtiéndose así en un portador).

Examinados ya los modelos e información básicos de R-G, estamos finalmente en posición de afrontar la pregunta inevitable sobre cómo la recombinación-generación encuadra dentro del esquema general de las cosas. Ante todo, hay que comprender que la recombinación y generación térmica de portadores son procesos que nunca finali-

<sup>†</sup>Para el especialista en dispositivos, los términos “centro de R-G” y “trampa” se refieren al mismo tipo de centro físico, pero describen modos de operación un tanto diferentes. Sin embargo, el subíndice T se utiliza casi universalmente para identificar los parámetros de los centros R-G, tales como el nivel de energía  $E_T$  de la figura 3.15(b).

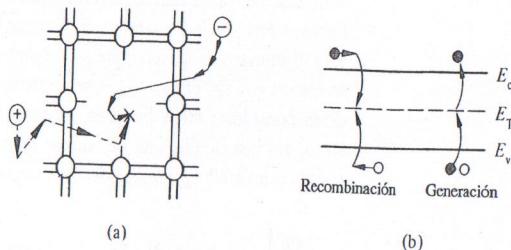


Fig. 3.15 Centros de recombinación-generación R-G (térmica indirecta). (a) visualización de la recombinación en un centro de R-G debido a la falta de un átomo, usando el modelo de enlace; (b) descripción de los procesos de recombinación y generación de portadores a través de centros de R-G utilizando el modelo de bandas de energía. Los centros de R-G introducen los niveles  $E_T$  que aparecen en las proximidades de la mitad de la banda prohibida.

zan. En condiciones de equilibrio, el número de recombinaciones y de generaciones es el mismo, y no hay cambio neto en la concentración de portadores. Por otro lado, cuando se perturba el semiconductor, el número de recombinaciones y generaciones térmicas cambia automáticamente, de modo que se favorece el retorno a las condiciones de equilibrio. Si la perturbación tiende a producir un exceso de portadores, la velocidad de recombinación térmica se hace mayor que la de la generación, lo que favorece una reducción del número de portadores. Si la perturbación produce un déficit de portadores, la generación se produce a un ritmo mayor que el de la recombinación. En otras palabras, la R-G térmica es el mecanismo natural para estabilizar las concentraciones de portadores dentro de un material y restablecer la condición de equilibrio "más preferida". Conviene advertir que la fotogeneración es un proceso diferente, que se produce además del de R-G térmica cuando se ilumina un semiconductor. La fotogeneración actúa de modo que siempre se crea un exceso de portadores. De los argumentos precedentes, se deduce que el principal efecto de la acción de R-G es producir un cambio en las concentraciones de portadores. La recombinación-generación afecta indirectamente el flujo de corriente en los semiconductores, modificando las concentraciones de portadores implicados en los procesos de arrastre y difusión.

### 3.3.2 Estadística de R-G

Estadística de R-G es el nombre técnico dado a la caracterización matemática del proceso de recombinación-generación. "Caracterización matemática", en el caso de la recombinación-generación, no significa el desarrollo de una ecuación de densidad de corriente; la acción de R-G no conduce por sí misma al transporte de corriente. Más bien, como se ha indicado en la subsección anterior, la recombinación-generación modifica la concentración de portadores, y es la velocidad temporal de modificación de concentración de portadores ( $\partial n / \partial t, \partial p / \partial t$ ) lo que ha de ser especificado para lograr una caracterización matemática de cualquier proceso de R-G.

Para ilustrar el formalismo general, consideremos inicialmente el caso simple de fotogeneración. El proceso de fotogeneración da lugar a iguales cantidades de huecos y electrones agregados por segundo; así, se puede escribir

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{luz} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{luz} = G_L \quad (\text{número/cm}^3\text{-seg}) \quad (3.24)$$

La notación  $|_{luz}$  significa "debido a la luz", y es necesaria porque  $n$  y  $p$  pueden variar por otros procesos. Un mecanismo de arrastre o difusión de portadores que sea mayor dentro de una región que fuera de ella, o viceversa, y otras formas de recombinación-generación también pueden modificar las concentraciones de portadores. Hay que señalar que  $G_L$  en general será una función de la distancia a la que la luz penetra en el material y de su longitud de onda. Sin embargo, para obtener soluciones de forma cerrada o con fines ilustrativos, con frecuencia se toma  $G_L$  como una constante y se dice que la iluminación es uniforme.

La estadística de R-G térmica y, en particular, la estadística de los centros de R-G típicamente dominantes son mucho más complejos que la estadística de fotogeneración. El desarrollo del caso general, de hecho, está mucho más allá del alcance de este volumen introductorio. Sin embargo, es posible presentar argumentos plausibles que conducen a las expresiones de velocidad de R-G térmica, válidas en las circunstancias que aparecen una y otra vez en los problemas prácticos.

Comenzaremos por el desarrollo del caso especial, donde se define:

$n_0, p_0$

concentraciones de portadores en el material dado cuando prevalecen las condiciones de equilibrio.

$n, p$

concentraciones de portadores en el material en condiciones arbitrarias.

$\Delta n = n - n_0$

desviaciones de las concentraciones de portadores respecto de sus valores de equilibrio.  $\Delta n$  y  $\Delta p$  pueden ambos ser positivos o negativos, donde una desviación positiva corresponde a un exceso de portadores, y una desviación negativa, a una falta de ellos.

$\Delta p = p - p_0$

$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{R-G \text{ térmica}}, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{R-G \text{ térmica}}$

velocidad de variación de las concentraciones de portadores debido tanto a la recombinación térmica indirecta como a los procesos de generación térmica indirecta que tienen lugar en los centros de R-G.

$N_T$

número de centros de R-G/cm<sup>3</sup>.

A continuación exigimos que el semiconductor (1) sea decididamente de tipo  $p$  o tipo  $n$  y (2) esté sometido a una perturbación que sólo produce *inyección de bajo nivel*. En el Si el primer requisito rara vez resulta violado. El segundo requisito es una forma elegante de decir que la perturbación debe ser relativamente pequeña. Para ser más precisos,

la inyección de bajo nivel implica que

$\Delta p \ll n_0, \quad n \approx n_0$	en un material tipo $n$
$\Delta n \ll p_0, \quad p \approx p_0$	en un material tipo $p$

Consideremos una muestra específica de Si dopado con  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$ , a temperatura ambiente, sometida a una perturbación en que  $\Delta p = \Delta n = 10^9/\text{cm}^3$ . Para el material dado,  $n_0 \approx N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $p_0 \approx N_D = 10^6/\text{cm}^3$ . En consecuencia,  $n = n_0 + \Delta n \approx n_0$  y  $p = 10^9/\text{cm}^3 \ll n_0 = 10^{14}/\text{cm}^3$ . La situación es claramente de bajo nivel de inyección. Sin embargo, observamos que  $\Delta p \gg p_0$ . Aunque la concentración de portadores mayoritarios queda prácticamente invariante en bajo nivel de inyección, la concentración de portadores minoritarios puede, y habitualmente sucede, incrementarse en muchos órdenes de magnitud.

Una vez tratados los puntos preliminares se puede considerar la situación representada en la figura 3.16. El semiconductor es claramente de tipo  $n$  y la perturbación ha producido un exceso de huecos  $\Delta p \ll n_0$ . Si se supone que el sistema se encuentra a la mitad del proceso de retornar al estado de equilibrio desde el estado perturbado, vía la interacción con centros de R-G, ¿qué factores cree el lector que tendrán el mayor efecto en el ritmo de relajación (es decir, sobre  $\partial p/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$ )? Para eliminar un hueco en exceso, éste debe hacer la transición desde la banda de valencia a un centro de R-G ocupado por electrones. Lógicamente, cuanto mayor sea el número de centros de R-G ocupados, mayor será la probabilidad de que se aniquele un hueco en la transición, y más rápido será el retorno al equilibrio. Puesto que esencialmente todos los niveles de centros de R-G están ocupados con electrones porque  $E_F > E_T$  en nuestro semiconductor tipo  $n$ , y como los electrones ocupan rápidamente todos los niveles que quedan vacantes, el número de centros de R-G ocupados durante el proceso de relajación es  $\approx N_T$ . Entonces se espera que  $\partial p/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$  sea aproximadamente proporcional a  $N_T$ . Además, también parece lógico que el número de huecos que se aniquilan en las transiciones deba

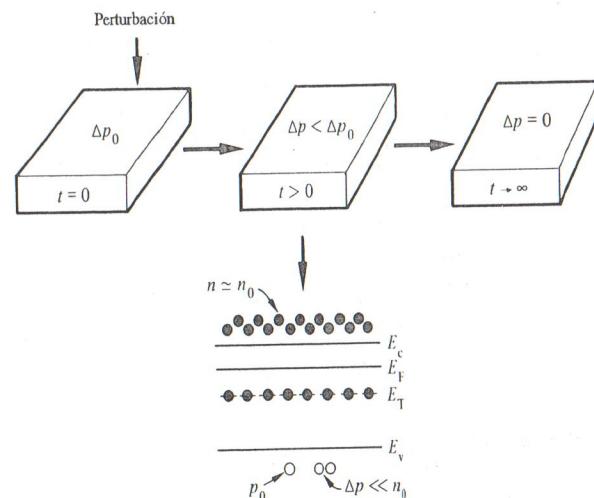


Fig. 3.16 Situación en un semiconductor de tipo  $n$  tras una perturbación que produce un exceso de huecos en bajo nivel de inyección.

aumentar de forma casi lineal con el número de huecos excedentes. Si todos los demás factores son iguales, cuantos más huecos haya disponibles para la aniquilación, mayor será el número de huecos que se recombinan por segundo. En consecuencia, también se espera que  $\partial p/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$  sea aproximadamente proporcional a  $\Delta p$ . Aunque se podrían considerar otros factores, no se van a establecer dependencias adicionales. Por tanto, introduciendo una constante de proporcionalidad positiva,  $c_p$ , y teniendo en cuenta que  $\partial p/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$  decrece (es negativa) cuando  $\Delta p > 0$ , se concluye que

$$\frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} = -c_p N_T \Delta p \quad \text{para los huecos en un material tipo } n, \quad (3.25a)$$

y por un razonamiento similar,

$$\frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} = -c_n N_T \Delta n \quad \text{para los electrones en un material tipo } p. \quad (3.25b)$$

donde  $c_n$  es una constante de proporcionalidad positiva, distinta de  $c_p$ . A  $c_n$  y  $c_p$  se les denomina coeficientes de captura de electrones y de huecos, respectivamente.

Si se examinan los primeros miembros de las ecuaciones (3.25), se encuentra que sus dimensiones son las de una concentración dividida entre el tiempo. Como  $\Delta p$  y  $\Delta n$  en los segundos miembros de esas mismas ecuaciones son también concentraciones, las constantes  $c_p N_T$  y  $c_n N_T$  deben tener unidades de 1/tiempo. Por lo tanto, es razonable introducir las constantes de tiempo

$$\tau_p = \frac{1}{c_p N_T} \quad (3.26a)$$

$$\tau_n = \frac{1}{c_n N_T} \quad (3.26b)$$

que permiten escribir las ecuaciones (3.25) en la forma

$$\frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} = -\frac{\Delta p}{\tau_p} \quad \text{para los huecos en un material tipo } n, \quad (3.27a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} = -\frac{\Delta p}{\tau_p} \quad \text{para los electrones en un material tipo } p. \quad (3.27b)$$

Las ecuaciones (3.27) son el resultado final buscado: la caracterización como caso especial de los centros de R-G (recombinación-regeneración térmica indirecta). Implí-

citamente, en la deducción de las ecuaciones (3.27) se han supuesto condiciones de estado estacionario o casi estacionario (en el sentido de "cerca" del estado estacionario). Sin embargo, en la práctica se pueden aplicar, con poco error, a la mayor parte de los problemas transitorios de interés. Como se ha indicado antes, las ecuaciones se aplican sólo a los portadores minoritarios y a situaciones que cumplan el requisito de bajo nivel de inyección.<sup>†</sup> Por último, obsérvese que un valor de  $\Delta p < 0$  dará lugar a una  $\partial p / \partial t|_{R-G \text{ térmica}} > 0$ . Una  $\partial p / \partial t|_{R-G \text{ térmica}}$  positiva indica simplemente que hay un déficit de portadores dentro del semiconductor, y que la generación se produce a un ritmo más rápido que la recombinación. Hay que recordar que  $\partial p / \partial t|_{R-G \text{ térmica}}$  y  $\partial p / \partial t|_{R-G \text{ térmica}}$  caracterizan el efecto *neto* de los procesos de recombinación y generación térmica.

### 3.3.3 Tiempos de vida de portadores minoritarios

Las constantes de tiempo  $\tau_n$  y  $\tau_p$ , que han sido introducidas sin comentarios al presentar las ecuaciones (3.26), son obviamente las "constantes de la acción" asociadas con la recombinación-generación. Para dar una visión más comprensible y poder denominar a estas constantes, consideramos una vez más la situación representada en la figura 3.16. Si se examina la variación de la concentración de huecos con el tiempo, casi no hace falta mencionar que los huecos en exceso no desaparecen todos al mismo tiempo. Más bien, el exceso de huecos presentes en el instante  $t = 0$  es eliminado de manera sistemática, en un proceso en el cual algunos "sobreviven" un breve período de tiempo, mientras que otros "sobreviven" períodos comparativamente largos. Si el único proceso que lleva a la relajación del semiconductor es la mencionada recombinación-generación térmica, se puede calcular el tiempo de vida medio del hueco excedente,  $\langle t \rangle$ , en forma relativamente directa. Sin entrar en detalles, el cálculo da  $\langle t \rangle = \tau_n (\text{o} \tau_p)$ . Por lo tanto,  $\tau_n$  y  $\tau_p$  deben ser interpretadas, físicamente, como el *tiempo de vida media de un portador minoritario en exceso antes de desaparecer por recombinación*. Con fines de identificación,  $\tau_n$  y  $\tau_p$  se denominan simplemente tiempos de vida de los portadores minoritarios.

Dada la importancia de los parámetros  $\tau_n$  y  $\tau_p$  en el modelado de dispositivos, uno esperaría encontrar ahora una apreciable lista de hechos relevantes e información sobre los tiempos de vida de los portadores minoritarios. En realidad tal catálogo de propiedades, similar al de las movilidades de los portadores, simplemente no existe. De hecho, hay que efectuar mediciones experimentales adicionales, para determinar el tiempo de vida de los portadores minoritarios en una muestra dada de semiconductor. La razón de esta aparente falta de información puede atribuirse a la extrema variabilidad

<sup>†</sup>Siempre que prevalezcan las condiciones de régimen estacionario y  $E_T - E_i$  se puede establecer que para niveles arbitrarios de inyección y cualquier dopado no degenerativo,

$$\frac{\partial p}{\partial t}|_{R-G \text{ térmica}} = \frac{\partial n}{\partial t}|_{R-G \text{ térmica}} = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_i) + \tau_n(p + n_i)}$$

La relación general anterior se incluye para lograr compleción y como futura referencia. El lector debería verificar que la expresión general se reduce a la ecuación (3.27) en las condiciones especiales (bajo nivel de inyección, etc.) aquí supuestas.

dad de los parámetros  $\tau_n$  y  $\tau_p$ . Observando las ecuaciones (3.26) se ve que los tiempos de vida de los portadores dependen de la generalmente no bien controlada concentración de centros de R-G, y no de los parámetros de impurezas ( $N_A$  y  $N_D$ ) cuyo control sí es cuidadoso. Además, la naturaleza física del centro dominante de R-G puede variar de una muestra a otra, e incluso la concentración de centros de R-G varía dentro de una misma muestra durante la fabricación del dispositivo. Con un procedimiento de fabricación denominado "recolección" se puede reducir la concentración de centros de R-G a un valor muy bajo, lo que produce el aumento de  $\tau_n(\tau_p) \sim 1$  mseg en el Si. Por otro lado, la introducción deliberada de átomos de oro en el Si puede incrementar en forma controlada la concentración de centros de R-G, y dar lugar a valores de  $\tau_n(\tau_p) \sim 1$  nseg. En la mayoría de los dispositivos de Si, el tiempo de vida característico de los portadores minoritarios queda entre los dos extremos mencionados; por lo regular  $\tau_n(\tau_p)$  son de  $\sim 1$   $\mu$ seg.

## 3.4 ECUACIONES DE ESTADO

En las tres primeras secciones de este capítulo se han examinado y modelado, por separado, los tipos primarios de respuesta de portadores que se producen en los semiconductores. Dentro de los mismos, todos los diversos tipos de respuesta ocurren simultáneamente, y sólo se puede determinar el estado de cualquier sistema semiconductor si se tienen en cuenta los efectos combinados de los tipos individuales de acción de portadores. Al "juntar todo", por así decirlo, encontramos el conjunto básico de ecuaciones de partida con los cuales se resuelven los problemas sobre dispositivos, y que llamamos aquí *ecuaciones de estado*. Esta sección está dedicada a desarrollar las ecuaciones de estado y a examinar las simplificaciones comunes y las soluciones de casos especiales.

### 3.4.1 Ecuaciones de continuidad

Todas y cada una de las acciones de los portadores —ya sea el mecanismo de arrastre, difusión, recombinación térmica, generación térmica o algún otro tipo de respuesta— dan lugar a un cambio de las concentraciones de portadores con el tiempo. El efecto combinado de todos los tipos de respuesta, por lo tanto, debe ser tenido en cuenta igualando el cambio total de las concentraciones de portadores por unidad de tiempo ( $\partial n / \partial t$  o  $\partial p / \partial t$ ) a la suma de las  $\partial n / \partial t$  o  $\partial p / \partial t$  debidas a cada uno de los procesos individuales; es decir,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} \Bigg|_{\text{arrastre}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Bigg|_{\text{dif}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Bigg|_{R-G \text{ térmica}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Bigg|_{\text{otros procesos (fotogen, etc.)}} \quad (3.28a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \Bigg|_{\text{arrastre}} + \frac{\partial p}{\partial t} \Bigg|_{\text{dif}} + \frac{\partial p}{\partial t} \Bigg|_{R-G \text{ térmica}} + \frac{\partial p}{\partial t} \Bigg|_{\text{otros procesos (fotogen, etc.)}} \quad (3.28b)$$

En esencia, el efecto global de los procesos individuales se establece invocando el requisito de conservación de portadores. Los electrones y los huecos no pueden aparecer y desaparecer misteriosamente en un punto determinado, sino que deben ser transportados al punto dado o creados en él, a través de algún tipo de acción. Debe haber una continuidad espacial y temporal en las concentraciones de portadores. Por esta razón, las ecuaciones (3.28) son conocidas como *ecuaciones de continuidad*.

Podemos escribir las ecuaciones de continuidad en forma algo más compacta, si observamos que

$$\frac{\partial n}{\partial t} \left|_{\text{arrastre}} \right. + \frac{\partial n}{\partial t} \left|_{\text{dif}} \right. = \frac{1}{q} \left( \frac{\partial J_{N_x}}{\partial x} + \frac{\partial J_{N_y}}{\partial y} + \frac{\partial J_{N_z}}{\partial z} \right) = \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N \quad (3.29a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} \left|_{\text{arrastre}} \right. + \frac{\partial p}{\partial t} \left|_{\text{dif}} \right. = -\frac{1}{q} \left( \frac{\partial J_{P_x}}{\partial x} + \frac{\partial J_{P_y}}{\partial y} + \frac{\partial J_{P_z}}{\partial z} \right) = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P \quad (3.29b)$$

Las ecuaciones (3.29), que se obtienen por un desarrollo y operación matemáticos directos, establecen simplemente que, si existe una descompensación entre las corrientes totales de portadores que entran y salen de una pequeña región del semiconductor, ha de producirse un cambio en las concentraciones de portadores dentro de dicha región. Con base en las ecuaciones (3.29), se obtiene

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N + \frac{\partial n}{\partial t} \left|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} \right. + \frac{\partial n}{\partial t} \left|_{\substack{\text{others} \\ \text{procesos}}} \right. \quad (3.30a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P + \frac{\partial p}{\partial t} \left|_{\substack{\text{R-G} \\ \text{térmica}}} \right. + \frac{\partial p}{\partial t} \left|_{\substack{\text{others} \\ \text{procesos}}} \right. \quad (3.30b)$$

Las ecuaciones de continuidad (3.30) son de validez general y, directa o indirectamente, constituyen el punto de partida en la mayor parte de los análisis de dispositivos. En simulaciones por computador, con frecuencia se les utiliza directamente. Las expresiones adecuadas para  $\partial n/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$ ,  $\partial p/\partial t|_{\text{R-G térmica}}$  [que pueden ser o no las expresiones del caso especial dadas por las ecuaciones (3.27)], junto con los cambios de concentración debidos a "otros procesos", son sustituidos en las ecuaciones (3.30), y se buscan soluciones numéricas para  $n(x, y, z, t)$  y  $p(x, y, z, t)$ . En los problemas en los que se desea un tipo de solución de forma cerrada, las ecuaciones de continuidad suelen ser utilizadas sólo en forma indirecta. En tales casos, el punto de partida es una versión

simplificada de las ecuaciones de continuidad que se establecen en la siguiente subsección.

### 3.4.2 Ecuaciones de difusión de portadores minoritarios

Las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios se deducen de las ecuaciones de continuidad, estableciendo el siguiente conjunto de hipótesis simplificativas:

1. El sistema particular que se analiza es *unidimensional*; es decir, todas las variables son, cuando mucho, una función de una sola coordenada (por ejemplo, la coordenada  $x$ ).
2. El análisis se limita o restringe a los *portadores minoritarios*.
3.  $\mathcal{E} \approx 0$  en el semiconductor o en las regiones del semiconductor sujetas a estudio.
4. Las concentraciones en equilibrio de los portadores minoritarios no son función de la posición. En otras palabras,  $n_0 \neq n_0(x)$ ,  $p_0 \neq p_0(x)$ .
5. Prevalecen condiciones de *bajo nivel de inyección*.
6. No tienen lugar dentro del sistema "*otros procesos*", excepto posiblemente la foto-generación.

Trabajando con la ecuación de continuidad para los electrones, se observa que

$$\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N \rightarrow \frac{1}{q} \frac{\partial J_N}{\partial x} \quad (3.31)$$

en el caso de que el sistema sea unidimensional (simplificación núm. 1). Además,

$$J_N = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_N \frac{\partial n}{\partial x} \approx qD_N \frac{\partial n}{\partial x} \quad (3.32)$$

cuando  $\mathcal{E} \approx 0$  y sólo se consideran los portadores minoritarios (simplificaciones núms. 2 y 3). La explicación de este resultado es la siguiente: se puede despreciar la componente de arrastre en la expresión de la densidad de corriente, porque  $\mathcal{E}$  es pequeño por hipótesis, y porque también son pequeñas las concentraciones de portadores minoritarios, lo que hace extremadamente pequeño al producto  $n\mathcal{E}$ . [ Nótese que no se puede aplicar el mismo argumento para los portadores mayoritarios.] Puesto que por hipótesis (simplificación núm. 4)  $n_0 \neq n_0(x)$ , y por definición  $n = n_0 + \Delta n$ , también se puede escribir

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial n_0}{\partial x} + \frac{\partial \Delta n}{\partial x} = \frac{\partial \Delta n}{\partial x} \quad (3.33)$$

Combinando las ecuaciones (3.31) a (3.33), se tiene

$$\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N \rightarrow D_N \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} \quad (3.34)$$

Volviendo a los términos restantes de la ecuación de continuidad para los electrones, la restricción de bajo nivel de inyección (simplificación núm. 5) combinada con la limitación del estudio a los portadores minoritarios (simplificación núm. 2) nos permite utilizar la expresión del caso especial para  $\partial n / \partial t |_{R-G \text{ térmica}}$  obtenida en la subsección 3.3.2.

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{R-G \text{ térmica}} = - \frac{\Delta n}{\tau_n} \quad (3.35)$$

Además, la simplificación número 6 nos permite escribir

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\substack{\text{others} \\ \text{procesos}}} = G_L \quad (3.36)$$

donde se entiende que  $G_L = 0$  si el semiconductor no está sujeto a iluminación. Finalmente, la concentración de electrones en equilibrio nunca es una función del tiempo,  $n_0 \neq n_0(t)$ , y por lo tanto se puede hacer

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \quad (3.37)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.34) a (3.37) en la ecuación de continuidad (3.30a), y haciendo un desarrollo análogo para los huecos, se obtiene

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L \quad (3.38a)$$

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L \quad (3.38b)$$

Ecuaciones de  
difusión de portadores  
minoritarios

Se han añadido subíndices a las concentraciones de portadores en las ecuaciones (3.38), para recordar al usuario que las ecuaciones son válidas solamente para portadores minoritarios, o sea para los electrones en materiales tipo *p* y para los huecos en materiales tipo *n*.

### 3.4.3 Simplificaciones y soluciones

En el análisis de dispositivos es frecuente que las condiciones del problema permitan hacer simplificaciones adicionales, que reducen drásticamente la complejidad de las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios. No obstante, es muy común que una simplificación esté expresada en palabras, y a veces resulte difícil percibir las consecuencias matemáticas de la misma. Para ayudar al lector, se han tabulado a continuación las simplificaciones más comunes y las correspondientes modificaciones matemáticas en las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios. También se han añadido las soluciones de las ecuaciones de difusión de portadores minoritarios, que resultan de ciertas combinaciones de las citadas simplificaciones, soluciones que es muy probable encontrar en lecturas posteriores.

#### Solución núm. 1

DADO: Régimen estacionario, sin iluminación.

#### EC. DIFUSIÓN

$$\text{SIMPLIFICADA: } 0 = D_N \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

$$\text{SOLUCIÓN: } \Delta n_p(x) = A e^{-x/L_N} + B e^{x/L_N}$$

donde  $L_N \equiv \sqrt{D_N \tau_n}$   
y  $A, B$  son constantes de la solución.

#### Simplificación del enunciado

Estado estacionario

#### Simplificación matemática

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} \rightarrow 0 \quad \left( \frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} \rightarrow 0 \right)$$

Sin gradiente de concentración  
o sin corriente de difusión

$$D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} \rightarrow 0 \quad \left( D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} \rightarrow 0 \right)$$

Sin corriente de arrastre o  $\mathcal{E} = 0$

Sin simplificación adicional. (En el desarrollo se supone  $\mathcal{E} \approx 0$ .)

Sin R-G térmica

$$\frac{\Delta n_p}{\tau_n} \rightarrow 0 \quad \left( \frac{\Delta p_n}{\tau_p} \rightarrow 0 \right)$$

Sin iluminación

$$G_L \rightarrow 0$$

### Solución núm. 2

DADO: Sin gradiente de concentración, sin iluminación.

#### EC. DIFUSIÓN.

$$\text{SIMPLIFICADA: } \frac{d\Delta n_p}{dt} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

$$\text{SOLUCIÓN: } \Delta n_p(t) = \Delta n_p(0)e^{-t/\tau_n}$$

### Solución núm. 3

DADO: Régimen estacionario, sin gradiente de concentración.

#### EC. DIFUSIÓN

$$\text{SIMPLIFICADA: } 0 = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L$$

$$\text{SOLUCIÓN: } \Delta n_p = G_L \tau_n$$

### Solución núm. 4

DADO: Régimen estacionario, sin R-G, sin iluminación.

#### EC. DIFUSIÓN

$$\text{SIMPLIFICADA: } 0 = D_N \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} \quad \text{or} \quad 0 = \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2}$$

$$\text{SOLUCIÓN: } \Delta n_p(x) = A + Bx$$

### 3.4.4 Resumen de ecuaciones

Para beneficio del lector, hemos reunido en esta subsección la respuesta de los portadores y ecuaciones asociadas que se encuentran por lo regular en los análisis de dispositivos. Excepto las ecuaciones (3.41) y (3.44), el resto son repeticiones de expresiones previamente obtenidas. Se supone que el lector está familiarizado con la ecuación (3.41), que es la conocida expresión de electricidad y magnetismo para el campo eléctrico. Por otra parte, la ecuación (3.44) simplemente establece que la densidad total de corriente en condiciones estacionarias ( $\mathbf{J}$ ) es la suma de las densidades de corriente de electrones y de huecos. El símbolo  $p$  que aparece en las ecuaciones (3.41) y (3.43) es la densidad de carga, la carga/cm<sup>3</sup>, y no la resistividad. Desafortunadamente se utiliza el mismo símbolo para identificar dos magnitudes diferentes; sin embargo, esta dualidad nunca produce dificultades, porque el significado del símbolo siempre puede ser deducido del contexto del problema. Así mismo, al escribir las ecuaciones de continuidad hemos introducido símbolos simplificados para las diversas  $\partial n / \partial t$  y  $\partial p / \partial t$ . Al final de la subsección se definen los símbolos de la ecuación de continuidad simplificada, así como otros introducidos posteriormente.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N - r_N + g_N \quad \left( \begin{array}{l} \text{Ecuaciones} \\ \text{de continuidad} \end{array} \right) \quad (3.39a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P - r_P + g_P \quad (3.39b)$$

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L \quad \left( \begin{array}{l} \text{Ecuaciones de} \\ \text{difusión de portadores} \end{array} \right) \quad (3.40a)$$

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_P \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L \quad (3.40b)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = \rho / K_S \epsilon_0 \quad \text{Ecuación de Poisson} \quad (3.41)$$

donde

$$\mathbf{J}_N = q \mu_n n \mathcal{E} + q D_N \nabla n \quad (3.42a)$$

$$\mathbf{J}_P = q \mu_p p \mathcal{E} - q D_P \nabla p \quad (3.42b)$$

$$\rho = q(p - n + N_D^+ - N_A^-) \quad (3.43)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_N + \mathbf{J}_P \quad (3.44)$$

y

$$r_N \equiv -\frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{térmica} \\ \text{R-G}}}; \quad r_P \equiv -\frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{térmica} \\ \text{R-G}}}$$

$$g_N \equiv \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{otros} \\ \text{procesos}}}; \quad g_P \equiv \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\substack{\text{otros} \\ \text{procesos}}}$$

$\rho$  = densidad de carga, carga/cm<sup>3</sup>;

$K_S$  = constante dieléctrica del semiconductor;

$\epsilon_0$  = permitividad del vacío;

$\mathbf{J}$  = densidad total de corriente en condiciones estacionarias.

### 3.5 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CONCEPTOS COMPLEMENTARIOS

Es posible que una persona que por primera vez se encuentre con el tema de la acción de los portadores quede abrumada. ¿Cómo se utilizan todas estas fórmulas? ¿Por dónde se comienza para resolver problemas reales? Los análisis de dispositivos son, por supuesto, ejemplos de soluciones de problemas, y la mayor parte de las dudas del lector serán contestadas en las subsecciones siguientes. No obstante, vale la pena examinar algunas situaciones simples con el fin de indicar los métodos sugeridos para la resolución de problemas. Más aún, los problemas ejemplo que se tratarán aquí sirven al objetivo adicional de introducir dos conceptos complementarios: las longitudes de difusión

de portadores minoritarios y los seudoniveles de Fermi, conceptos que aparecen en muchos análisis de dispositivos.

### 3.5.1 Problema ejemplo número 1

**Problema:** Una oblea de silicio uniformemente dopada con átomos donadores, mantenida a temperatura ambiente, es iluminada de repente en el instante  $t = 0$ . Suponiendo que  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ ,  $\tau_p = 10^{-6}$  seg, y que por efecto de la iluminación se crean  $10^{17}$  electrones y huecos por  $\text{cm}^3\text{-seg}$  en todo el semiconductor, determinar  $\Delta p_n(t)$  para  $t > 0$ .

**Solución: Paso 1:** Revisar con precisión la información dada o implícita en el planteamiento del problema.

El semiconductor es silicio,  $T$  = temperatura ambiente, el dopado es homogéneo con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  y  $G_L = 10^{17}/\text{cm}^3\text{-seg}$  en todos los puntos del semiconductor. Así mismo, el planteamiento del problema implica condiciones de equilibrio para  $t < 0$ .

**Paso 2:** Caracterizar el sistema en condiciones de equilibrio.

Para el Si a temperatura ambiente  $n_i \approx 10^{10}/\text{cm}^3$ . Como  $N_D \gg n_i$ ,  $n_0 = N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  y  $p_0 = n_i^2/N_D = 10^5/\text{cm}^3$ . Como el dopado es uniforme, los valores de equilibrio  $n_0$  y  $p_0$  son, por supuesto, los mismos en todo punto del semiconductor.

**Paso 3:** Analizar cualitativamente el problema.

Antes del instante  $t = 0$  prevalecen condiciones de equilibrio y  $\Delta p_n = 0$ . A partir de  $t = 0$  la iluminación crea electrones y huecos, y  $\Delta p_n$  comienza a aumentar. El crecimiento de portadores excedentes favorece, sin embargo, la recombinación térmica, con  $\partial p/\partial t|_{R-G \text{ térmica}} = -\Delta p_n/\tau_p$ . En consecuencia, a medida que  $\Delta p_n$  aumenta como resultado de la fotogeneración, más y más huecos excedentes son eliminados por segundo, por recombinación térmica a través de los centros de R-G. A la larga, se alcanza un punto en el que los portadores aniquilados por segundo por recombinación térmica compensan a los portadores creados por segundo por la iluminación, y se alcanza una situación de estado estacionario.

Resumiendo, se espera que  $\Delta p_n(t)$  comience desde cero en  $t = 0$ , para ir aumentando a ritmo decreciente, hasta finalmente hacerse constante. Como  $\partial p/\partial t|_{\text{ilumina}} + \partial p/\partial t|_{R-G \text{ térmica}} = 0$  o  $G_L - \Delta p_n/\tau_p = 0$  en condiciones estacionarias, se puede incluso afirmar que  $\Delta p_n(t \rightarrow \infty) = G_L \tau_p$ .

**Paso 4:** Realizar un análisis cuantitativo.

El punto de partida para la mayor parte de los análisis cuantitativos de primer orden es la ecuación de difusión de portadores minoritarios. Tras examinar el problema buscando condiciones obvias que invalidaran el uso de la ecuación de difusión, se escribe la ecuación de difusión de portadores minoritarios adecuada, se simplifica y se busca una solución sujeta a las condiciones de contorno planteadas, o implícitas en el problema.

Para el problema en estudio, una inspección rápida muestra que fácilmente se satisfacen todas las hipótesis simplificativas implicadas en la deducción de las ecuaciones de difusión. Específicamente, sólo interesa conocer la concentración de portadores minoritarios; las concentraciones de equilibrio de los portadores no son función de la posición y no hay "otros procesos", excepto la fotogeneración. Puesto que ésta es uniforme en todo el semiconductor, las nuevas concentraciones de portadores son tam-

bien independientes de la posición ( $\Delta p_n \neq \Delta p_n(x, y, z)$ ) y el campo eléctrico  $E$  claramente debe ser cero en el sistema perturbado. Finalmente, como  $\Delta p_{n,\text{máx}} = G_L \tau_p = 10^{11}/\text{cm}^3 \ll n_0 = 10^{15}/\text{cm}^3$ , en todo momento se dan condiciones de bajo nivel de inyección.

Al no haber obstáculos para utilizar la ecuación de difusión, se puede lograr la solución cuantitativa deseada resolviendo

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L \quad (3.45)$$

sujeta a la condición de contorno

$$\Delta p_n(t)|_{t=0} = 0 \quad (3.46)$$

Como  $\Delta p_n \neq \Delta p_n(x)$ , la ecuación de difusión se simplifica a

$$\frac{d \Delta p_n}{dt} + \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = G_L \quad (3.47)$$

La solución general de la ecuación (3.47) es

$$\Delta p_n(t) = G_L \tau_p + A e^{-t/\tau_p} \quad (3.48)$$

Aplicando las condiciones de contorno, se llega a

$$A = -G_L \tau_p \quad (3.49)$$

y

$$\Delta p_n(t) = G_L \tau_p (1 - e^{-t/\tau_p}) \quad \Leftarrow \text{solución} \quad (3.50)$$

**Paso 5:** Examinar la solución.

Dejar de examinar la solución matemática de un problema es como cultivar vegetales y luego no comerse sus frutos. En relación con el resultado de la ecuación (3.50),  $G_L \tau_p$  tiene las dimensiones de una concentración ( $\text{número}/\text{cm}^3$ ) y la solución es, al menos dimensionalmente, correcta. En la figura 3.17 se representa el resultado de la ecuación (3.50). Cabe señalar que, de acuerdo con las predicciones cualitativas,  $\Delta p_n(t)$  comienza desde cero en  $t = 0$  y termina por saturarse en  $G_L \tau_p$  transcurridos unos pocos  $\tau_p$ .

### 3.5.2 Problema ejemplo número 2

**Problema:** Tal y como se representa en la figura 3.18(a), el extremo  $x = 0$  de una barra semiinfinita de silicio uniformemente dopado con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  es iluminado de modo que se crea en dicho punto un exceso de huecos  $\Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$ . La longitud de

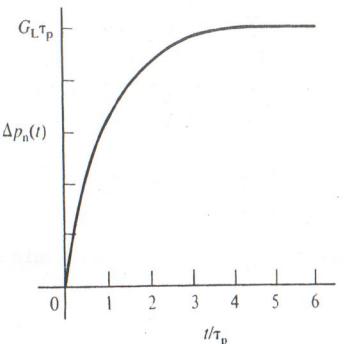


Fig. 3.17 Solución del problema ejemplo número 1. Variación en función del tiempo de la concentración de huecos en exceso inducida por la fotogeneración.

onda de la iluminación es tal que no penetra luz al interior ( $x > 0$ ) de la barra. Determina  $\Delta p_n(x)$ .

**Solución:** De nuevo el semiconductor es silicio uniformemente dopado con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ . Dado el planteamiento del problema, se infieren condiciones estacionarias, puesto que se pide  $\Delta p_n(x)$  y no  $\Delta p_n(x,t)$ . Además, en  $x = 0$ ,  $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$ , y  $\Delta p_n \rightarrow 0$  cuando  $x \rightarrow \infty$ . Esta última condición de contorno se debe a la naturaleza semiinfinita de la barra. La perturbación en  $\Delta p_n$ , debida a la iluminación no penetrante, no puede extenderse hasta  $x = \infty$ . La naturaleza no penetrante de la luz por sí misma indica que  $G_L = 0$  para  $x > 0$ . Por último, nótese que el planteamiento del problema no menciona la temperatura de funcionamiento. Cuando esto sucede, es razonable pensar que se supone  $T = \text{temperatura ambiente}$ .

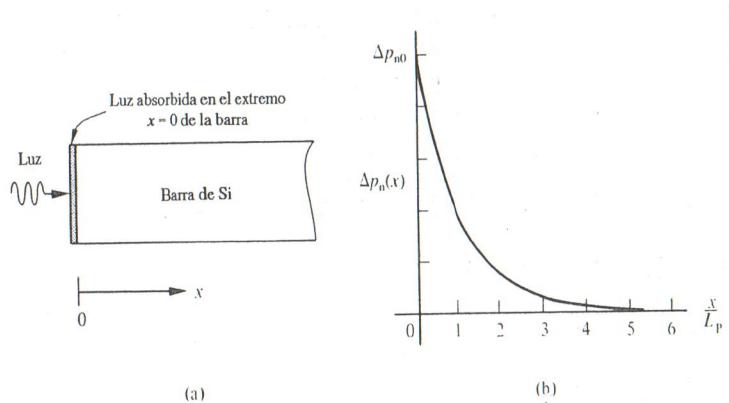


Fig. 3.18 (a) Representación gráfica del problema ejemplo número 2; (b) solución del problema ejemplo número 2, donde se ve la variación de la concentración de huecos excedentes en función de la posición.

Si se considera  $T = \text{temperatura ambiente}$ , y si se retirara la iluminación, la barra de silicio del problema 2 volvería a una situación de equilibrio idéntica a la descrita en el problema 1. Entonces, en condiciones de equilibrio,  $n_0 = 10^{15}/\text{cm}^3$ ,  $p_0 = 10^5/\text{cm}^3$  y las concentraciones de portadores son uniformes a lo largo de la barra de semiconductor.

Qualitativamente resulta sencillo predecir el efecto esperado de la iluminación no penetrante en la barra de silicio. En primer lugar, la iluminación crea un exceso de portadores en  $x = 0$ . Con más portadores en un punto que en otro cualquiera de la barra, el proceso de difusión comienza a actuar y el exceso de portadores se distribuye a lo largo del semiconductor. Sin embargo, al mismo tiempo, la aparición de una concentración de huecos excedentes dentro de la barra incrementa el ritmo de recombinación térmica. Así, a medida que los huecos se mueven por difusión, su número se reduce por recombinación. Además, como los huecos portadores minoritarios sobreviven sólo durante un período limitado, un tiempo  $\tau_p$  en promedio, habrá menos y menos huecos en exceso, a medida que  $x$  sea mayor. En condiciones estacionarias, por lo tanto, es razonable esperar una distribución de huecos en exceso en las proximidades de  $x = 0$ , con  $\Delta p_n(x)$  decreciendo monótonamente desde  $\Delta p_{n0}$  en  $x = 0$  hasta  $\Delta p_n = 0$  cuando  $x \rightarrow \infty$ .

Con el fin de obtener una solución cuantitativa, observamos que el sistema en consideración es unidimensional, que el análisis se restringe a los huecos portadores minoritarios, que las concentraciones de portadores de equilibrio son independientes de la posición, que no existen "otros procesos" para  $x > 0$  y que claramente predominan condiciones de bajo nivel de inyección ( $\Delta p_{n,\text{máx}} = \Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3 \ll n_0 = 10^{15}/\text{cm}^3$ ). La única duda que se podría presentar, respecto al uso de la ecuación de difusión como punto de partida del análisis cuantitativo, es si se cumple que  $G_L \approx 0$ . Cuando hay iluminación, cerca de la superficie  $x = 0$  aparece una distribución no uniforme de huecos y su correspondiente carga positiva asociada. No obstante, el agrupamiento de huecos excedentes es muy pequeño ( $\Delta p_{n,\text{máx}} \approx n_i$ ) y, en consecuencia, el campo eléctrico asociado también será pequeño. Además, en problemas de este tipo se observa que los portadores mayoritarios, electrones cargados negativamente en nuestro caso, se redistribuyen de tal manera que cancelan parcialmente la carga de portadores minoritarios. Así, la experiencia indica que la hipótesis de que  $G_L \approx 0$  es razonable, justificando de esta manera el uso de la ecuación de difusión de portadores minoritarios.

En condiciones estacionarias con  $G_L = 0$  para  $x > 0$ , la ecuación de difusión de los huecos se reduce a

$$D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0 \quad \text{para } x > 0 \quad (3.51)$$

que ha de ser resuelta imponiendo las condiciones de contorno

$$\Delta p_{n|x=0^+} = \Delta p_{n|x=0} = \Delta p_{n0} \quad (3.52)$$

$$\Delta p_{n|x \rightarrow \infty} = 0 \quad (3.53)$$

Se puede reconocer la ecuación (3.51) como una de las ecuaciones de difusión simplificadas mencionadas en la subsección 3.4.3, con la solución general

$$\Delta p_n(x) = A e^{-x/L_p} + B e^{x/L_p} \quad (3.54)$$

donde

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p} \quad (3.55)$$

Puesto que la  $\exp(x/L_p) \rightarrow \infty$  cuando  $x \rightarrow \infty$ , la única manera de que se puedan cumplir las condiciones de contorno de la ecuación (3.53), es que  $B$  sea igual a cero. Con  $B = 0$ , la aplicación de la condición de contorno de la ecuación (3.52) conduce a

$$A = \Delta p_{n0} \quad (3.56)$$

y

$$\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} e^{-x/L_p} \quad \leftarrow \text{solución} \quad (3.57)$$

El resultado de la ecuación (3.57) aparece representado en la figura 3.18(b). De acuerdo con los razonamientos cualitativos, la iluminación no penetrante da lugar a un valor de  $\Delta p_n(x)$ , que decrece monótonamente desde  $\Delta p_{n0}$  en  $x = 0$  hasta  $\Delta p_n = 0$  cuando  $x \rightarrow \infty$  hay que destacar que la concentración de portadores en exceso cae exponencialmente, siendo la constante de longitud  $L_p$  el parámetro que rige el proceso.

### 3.5.3 Longitudes de difusión

La situación analizada en el problema ejemplo número 2 —la creación (o aparición) de un exceso de portadores minoritarios a lo largo de un plano dado en un semiconductor, la subsiguiente difusión del exceso desde el punto de inyección y la caída exponencial de concentración de portadores en exceso, caracterizada por una constante de longitud ( $L_p$ )— se produce con suficiente frecuencia en el análisis de semiconductores como para que esa longitud característica haya recibido un nombre especial. Específicamente,

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p} \quad \text{asociada con los huecos portadores minoritarios en un material tipo } n \quad (3.58a)$$

y

$$L_N \equiv \sqrt{D_N \tau_n} \quad \text{asociada con los electrones portadores minoritarios en un material tipo } p \quad (3.58b)$$

son conocidas como *longitudes de difusión de portadores minoritarios*.

Físicamente,  $L_p$  y  $L_N$  representan las distancias medias recorridas por los portadores minoritarios injectados antes de desaparecer por recombinación. Esta interpretación es claramente consistente con el problema ejemplo número 2, en el que la distancia media recorrida por el exceso de portadores minoritarios dentro de la barra de semiconductor es

$$\langle x \rangle = \int_0^\infty x \Delta p_n(x) dx / \int_0^\infty \Delta p_n(x) dx = L_p \quad (3.59)$$

La difusión de portadores minoritarios injectados se puede comparar con un pequeño grupo de animales que intentan cruzar un tramo del río Amazonas infestado de pirañas. En esta analogía,  $L_p$  y  $L_N$  corresponden a la distancia media que los animales pueden recorrer dentro del río antes de ser devorados.

Con el fin de tener una idea de la dimensión de las longitudes de difusión, suponemos  $T =$  temperatura ambiente, un semiconductor dopado con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ , y una  $\tau_p = 10^{-6}$  seg. Para este sistema

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{(kT/q)\mu_p \tau_p} = [(0.026)(458)(10^{-6})]^{1/2} \\ \approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

### 3.5.4 Seudoniveles de Fermi

Los seudoniveles de Fermi son niveles de energía utilizados para especificar las concentraciones de portadores dentro de un semiconductor, en condiciones de no equilibrio.

Para comprender la necesidad de introducir los seudoniveles de Fermi, consideramos de nuevo el problema ejemplo número 1. En él prevalecían las condiciones de equilibrio antes de  $t = 0$ , con  $n_0 = N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  y  $p_0 = 10^5/\text{cm}^3$ . En la figura 3.19(a) aparece el diagrama de bandas de energía que describe esta situación de equilibrio. Una simple inspección de dicho diagrama y la ubicación del nivel de Fermi dan a conocer también, por supuesto, las concentraciones de portadores de equilibrio, puesto que

$$n_0 = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (3.60a)$$

$$p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} \quad (3.60b)$$

El hecho que se quiere resaltar aquí es que, en condiciones de equilibrio, hay una correspondencia exacta entre el nivel de Fermi y las concentraciones de portadores. Conocer  $E_F$  especifica totalmente  $n_0$  y  $p_0$ , y viceversa.

Consideremos ahora la situación de no equilibrio (en régimen estacionario) dentro del semiconductor del problema 1, para tiempos  $t \gg \tau_p$ . En tal caso,  $t \gg \tau_p$ ,  $\Delta p_n = G_L \tau_p = 10^{11}/\text{cm}^3$ ,  $p = p_0 + \Delta p \approx 10^{11}/\text{cm}^3$  y  $n \approx n_0 = 10^{15}/\text{cm}^3$ . Aun cuando  $n$  prácticamente no se haya modificado,  $p$  ha aumentado en muchos órdenes de magnitud; y está claro que el diagrama de la figura 3.19(a) ya no describe el estado del sistema. De hecho, el nivel de Fermi está definido solamente para un sistema en condiciones de equi-

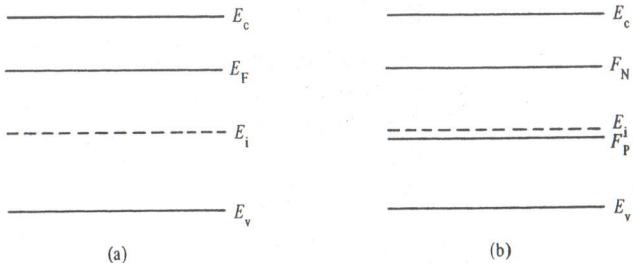


Fig. 3.19 Ejemplo de utilización de los seudoniveles de Fermi. Descripción de las bandas de energía en el semiconductor del problema ejemplo número 1 en (a) condiciones de equilibrio y (b) condiciones de no equilibrio ( $t \gg \tau_p$ ).

librio, y no sirve entonces para deducir las concentraciones de portadores en un sistema en situación de no equilibrio.

La ventaja de poder deducir a simple vista las concentraciones de portadores por medio del diagrama de bandas de energía se extiende a condiciones de no equilibrio a través del uso de los *seudoniveles de Fermi*. Para lograr esto se introducen dos energías:  $F_N$ , el seudonivel de Fermi de electrones, y  $F_P$ , el seudonivel de Fermi de huecos, que por definición están relacionados con las concentraciones de portadores de no equilibrio, del mismo modo que  $E_F$  se relaciona con las concentraciones de portadores en equilibrio. Específicamente, en condiciones de no equilibrio y suponiendo que el semiconductor es no degenerado,

$$n \equiv n_i e^{(F_N - E_i)/kT} \quad \text{o} \quad F_N \equiv E_i + kT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) \quad (3.61a)$$

y

$$p \equiv n_i e^{(E_i - F_P)/kT} \quad \text{o} \quad F_P \equiv E_i - kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) \quad (3.61b)$$

Hay que señalar que  $F_N$  y  $F_P$  son entidades conceptuales cuyos valores están totalmente determinados a partir de un conocimiento previo de  $n$  y  $p$ . Más aún, se han elegido con cuidado las definiciones de los seudoniveles de Fermi, de manera que cuando un sistema perturbado retorna al equilibrio,  $F_N \rightarrow E_F$ ,  $F_P \rightarrow E_F$  y las ecuaciones (3.61) → ecuaciones (3.60).

Con el fin de dar una aplicación directa de la formulación de los seudoniveles de Fermi, consideremos nuevamente el estado del semiconductor del problema ejemplo número 1 para  $t \gg \tau_p$ . Ante todo, puesto que  $n \approx n_0$ ,  $F_N \approx E_F$ . Luego, sustituyendo  $p = 10^{11}/\text{cm}^3$  ( $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.026 \text{ eV}$ ) en la ecuación (3.61b), se obtiene  $F_P = E_i - 0.06 \text{ eV}$ . Si se elimina  $E_F$  del diagrama de bandas de energía y se trazan líneas a energías adecuadas para representar  $F_N$  y  $F_P$ , se obtiene el diagrama que se muestra en la figura 3.19(b). Esta figura 3.19(b) aclara, a cualquier observador, que el sistema en estudio se encuentra en un estado de no equilibrio. La figura 3.19(b) comparada con la figura 3.19(a) muestra a simple vista que dentro del semiconductor se está produciendo una

inyección de bajo nivel, que crea una concentración de portadores minoritarios superior a  $n_i$ . Queda al lector como ejercicio una segunda aplicación basada en el problema ejemplo número 2, aplicación en la que los seudoniveles de Fermi son función de la posición.

Como punto final, indicaremos que el formalismo de los seudoniveles de Fermi puede ser utilizado para reformular las ecuaciones de respuesta de los portadores en una forma más compacta. Por ejemplo, la forma estándar de la ecuación que da la corriente total de huecos es

$$\mathbf{J}_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \nabla p \quad (3.62)$$

(igual que la 3.42b).

Diferenciando ambos miembros de la ecuación (3.61b) respecto a la posición, se tiene

$$\nabla p = \left(\frac{n_i}{kT}\right) e^{(E_i - F_p)/kT} (\nabla E_i - \nabla F_p) \quad (3.63a)$$

$$= \left(\frac{qp}{kT}\right) \mathcal{E} - \left(\frac{p}{kT}\right) \nabla F_p \quad (3.63b)$$

La igualdad  $\mathcal{E} = \nabla E_i / q$  [versión tridimensional de la ecuación (3.15)] ha sido utilizada en las ecuaciones (3.63). Si se elimina ahora  $\nabla p$  en la ecuación (3.62) mediante la ecuación (3.63b), se tiene

$$\mathbf{J}_p = q\left(\mu_p - \frac{qD_p}{kT}\right)p \mathcal{E} + \left(\frac{qD_p}{kT}\right)p \nabla F_p \quad (3.64)$$

Sin embargo, por la relación de Einstein,  $qD_p/kT = \mu_p$ . Por lo tanto, se concluye que

$$\mathbf{J}_p = \mu_p p \nabla F_p \quad (3.65a)$$

En forma análoga,

$$\mathbf{J}_N = \mu_n n \nabla F_N \quad (3.65b)$$

Puesto que en las ecuaciones (3.65),  $\mathbf{J}_p \propto \nabla F_p$  y  $\mathbf{J}_N \propto \nabla F_N$ , se deduce de aquí una interpretación general muy interesante de los diagramas de bandas de energía que contienen seudoniveles de Fermi. Esto es, un seudonivel de Fermi que varie con la posición ( $dF_p/dx \neq 0$  o  $dF_N/dx \neq 0$ ) indica que está fluyendo corriente en el semiconductor.

## VÉASE EL EJERCICIO 3.2. APÉNDICE A

### 3.6 REPASO Y COMENTARIOS FINALES

Con el examen de los problemas ejemplo finaliza el estudio sobre la respuesta de los portadores en particular, y sobre los fundamentos de semiconductores en general. A lo largo de este volumen se ha cubierto una gran cantidad de material que incluye términos, hechos relevantes e información, valores numéricos representativos, modelos o diagramas de visualización y ecuaciones de trabajo. Sin duda, el lector deberá ser capaz de definir términos tales como celda unitaria, donador, material tipo  $p$ , degeneración, dispersión, centros de R-G y longitud de difusión. En la tabla 3.1 aparece una colección más completa de términos fundamentales. Durante nuestra exposición se han presentado datos e información de gran utilidad. Por ejemplo, la estructura cristalina del Si ha sido descrita por medio de la red de diamante; los aislantes muestran grandes bandas prohibidas, y en los principales semiconductores,  $\mu_n > \mu_p$ . Se ha dado información extensa en cuanto al esquema de los índices de Miller, a la determinación del tipo de dopado utilizando la sonda caliente y a la medición de la concentración de impurezas con la sonda de cuatro puntas. Se han indicado también los valores numéricos representativos, de gran utilidad para efectuar cálculos aproximados de órdenes de magnitud y para determinar la dimensión relativa de valores recientemente hallados. La tabla 3.2 muestra valores numéricos para una serie de parámetros clave seleccionados.

El primer apoyo de visualización que se ha presentado ha sido, por supuesto, el diagrama de bandas de energía. La descripción completa del diagrama, en realidad, ha ocupado la mayor parte del volumen. El diagrama básico que se introdujo en la sección 2.2 consistió solamente en dos niveles de energía,  $E_c$  y  $E_v$ . Luego se añadieron al mismo los niveles donador y aceptador que se utilizaron como ayuda en la explicación de la acción de los dopantes en la modificación de las concentraciones de portadores. Posteriormente se colocaron los niveles de energía  $E_F$  y  $E_i$  en el diagrama, para indicar a simple vista las concentraciones de portadores de equilibrio. Más tarde se indicó que la existencia de un campo eléctrico dentro del semiconductor producía una curvatura de las bandas o una variación de las bandas de energía con la posición. Por simple inspección del diagrama, se podía deducir la dependencia funcional del potencial electrostático y del campo eléctrico presente en el material. En el estudio de la recombinación-generación se añadió otro nivel en las proximidades de la mitad de la banda prohibida. Este nivel, que proviene de los centros de R-G, desempeña un papel dominante en la comunicación térmica entre las bandas. Por último, se introdujeron los seudoniveles de Fermi para describir las condiciones de no equilibrio.

Las ecuaciones operativas desarrolladas o deducidas pueden dividirse en dos categorías generales. Un primer conjunto de ecuaciones sirve para caracterizar cuantitativamente el estado de equilibrio del semiconductor. Al final del capítulo 2, en el resumen, se citan las más importantes de entre ellas. El segundo grupo de ecuaciones sirve para describir la respuesta de los portadores, o para modelar el estado de un semiconductor sujeto a una perturbación externa. Por último, en la subsección 3.4.4 se repasan y listan las "ecuaciones de estado". Al seleccionar cualquiera de los dos conjuntos

de ecuaciones, hay que tener siempre cuidado en verificar la aplicabilidad de las mismas antes de su uso.

En resumen, hemos presentado y examinado los términos, hechos, modelos, ecuaciones, etc. que suelen aparecer en los análisis relacionados con semiconductores; hemos intentado establecer una base firme para futuros estudios del lector en el mundo de los dispositivos de estado sólido.

Tabla 3.1 Lista de términos.

(1) amorf	(32) región intrínseca de temperatura
(2) policristalino	(33) congelación
(3) cristalino	(34) arrastre o deriva
(4) estructura o red	(35) dispersión
(5) celda unitaria	(36) velocidad de arrastre o de deriva
(6) lingote	(37) movimiento térmico
(7) portador	(38) corriente de arrastre
(8) electrón	(39) densidad de corriente
(9) hueco	(40) movilidad
(10) banda de conducción	(41) resistividad
(11) banda de valencia	(42) conductividad
(12) banda prohibida	(43) curvatura de banda
(13) masa efectiva	(44) difusión
(14) semiconductor intrínseco	(45) corriente de difusión
(15) semiconductor extrínseco	(46) coeficiente de difusión
(16) dopante	(47) recombinación
(17) donador	(48) generación
(18) aceptador	(49) fotogeneración
(19) material tipo $n$	(50) R-G térmica directa
(20) material tipo $p$	(51) centros de R-G
(21) material $n^+$ o $p^+$	(52) R-G por centros de R-G
(22) portador mayoritario	(53) inyección de bajo nivel
(23) portador minoritario	(54) equilibrio
(24) densidad de estados	(55) perturbación
(25) función de Fermi	(56) estado estacionario
(26) energía (o nivel) de Fermi	(57) estado casi estacionario
(27) semiconductor no degenerado	(58) tiempo de vida de portador
(28) semiconductor degenerado	minoritario
(29) neutralidad de carga	(59) longitud de difusión de portador
(30) ionización de impurezas donadoras	minoritario
(31) región extrínseca de temperatura	(60) seudonivel de Fermi

Tabla 3.2 Valores numéricos de parámetros clave.

Cantidad	Valor aproximado (Si, $T = 300$ K)
$kT$	0.026 eV
$E_G$	1.12 eV
$n_i$	$10^{10}/\text{cm}^3$
$\mu_n$ y $\mu_p$	1360 y 460 $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$ (para $N_D$ o $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ )
$\tau_n$ y $\tau_p$	$10^{-6}$ seg (los valores reales pueden variar desde $10^{-3}$ hasta $10^{-9}$ seg)
$L_N$ y $L_P$	$\sim 10^{-2} - 10^{-3}$ cm

## PROBLEMAS

- 3.1 Realizar un “diccionario abreviado de la terminología de los semiconductores” con base en la lista de términos recopilados en la tabla 3.1. De preferencia, utilizar sus propias palabras al definir los distintos términos.
- 3.2 Usando el diagrama de bandas de energía, indicar cómo se puede visualizar:
- la existencia de un campo eléctrico dentro de un semiconductor;
  - un electrón con E. C. = 0;
  - un hueco con una E. C. =  $E_G/4$ ;
  - la fotogeneración;
  - la generación térmica directa;
  - la recombinación térmica directa;
  - la recombinación por centros de R-G;
  - la generación por centros de R-G.
- 3.3 Respuestas breves.
- Cuando se aplican 2 V a una barra de semiconductor de 1 cm de longitud, se produce un desplazamiento de huecos con una velocidad de arrastre media de  $10^3$  cm/seg. ¿Cuál es la movilidad de los huecos dentro de la barra?
  - Enumerar los dos mecanismos dominantes de la *dispersión* en materiales semiconductores no degenerados dopados de alta calidad.
  - Para un semiconductor dado, las movilidades de los portadores en material intrínseco son (elegir uno: mayores que, menores que, iguales a) las de un material fuertemente dopado. Explicar brevemente por qué las movilidades en un material intrínseco son (la respuesta elegida) las de un material fuertemente dopado.

- Dos barras del mismo material, una de tipo  $n$  y la otra de tipo  $p$ , están uniformemente dopadas de modo tal que  $N_D$  (barra 1) =  $N_A$  (barra 2)  $\gg n_i$ . ¿Cuál de las barras presenta mayor resistividad? Razonar la respuesta.
- Se sabe que la movilidad de los electrones en una muestra de silicio es de  $1300 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  a temperatura ambiente. ¿Cuál es el coeficiente de difusión de los electrones?
- ¿Cuál es la expresión algebraica de bajo nivel de inyección?
- La iluminación se utiliza para crear portadores en exceso en el silicio. Estos portadores se recombinan predominantemente por recombinación (elegir: térmica directa, de centros de R-G, de fotorecombinación).
- Antes del procesamiento, un semiconductor contiene impurezas donadoras  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  y centros de R-G  $N_T = 10^{11}/\text{cm}^3$ . Tras el procesamiento (p. ej. en la fabricación de un dispositivo), la muestra de semiconductor contiene  $N_D = 10^{17}/\text{cm}^3$  y  $N_T = 10^{10}/\text{cm}^3$ . ¿El proceso aumentó o disminuyó el tiempo de vida de los portadores minoritarios? Razonar la respuesta.

## 3.4 Resistividad

- Una muestra de silicio mantenida a temperatura ambiente está uniformemente dopada con  $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$  átomos donadores. Calcular la resistividad de la muestra utilizando la ecuación (3.8a). Comparar el resultado con el valor de  $\rho$  que se obtiene de la figura 3.7.
- La muestra de silicio del apartado (a) se “compensa” añadiendo  $N_A = 10^{16}/\text{cm}^3$  átomos aceptadores. Calcular la resistividad de la muestra compensada. (Tener cuidado al elegir los valores de movilidad que han de ser empleados en esta parte del problema.)
- Calcular la resistividad del silicio intrínseco ( $N_A = 0$ ,  $N_D = 0$ ) a temperatura ambiente. ¿Cómo se compara el resultado aquí obtenido con el del apartado (b)?
- Se desea fabricar una resistencia de 500 ohm con una barra de Si de tipo  $n$ . La barra tiene un área de la sección transversal de  $10^{-2} \text{ cm}^2$  y una longitud de 1 cm. Determinar la concentración de impurezas.

- 3.5 Completar la tabla siguiente, deduciendo la información necesaria del diagrama de bandas de energía de la figura P3.5.

Portador	E. C.(eV)	P. E. (eV)
Electrón 1		
Electrón 2		
Electrón 3		
Hueco 1		
Hueco 2		
Hueco 3		

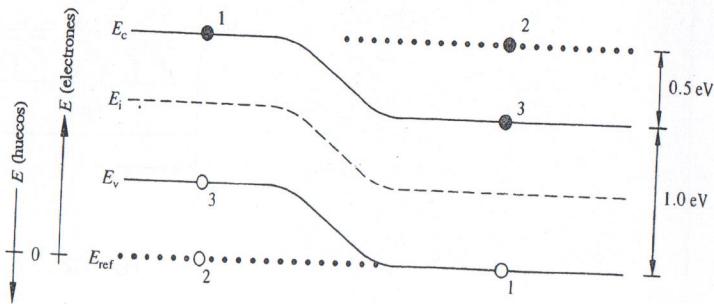


Fig. P3.5

- 3.6 (a) Dibujar una gráfica de  $D_N$  en función de la concentración de impurezas para un material de Si dopado con  $10^{14}/\text{cm}^3 \leq N_D \leq N_A \leq 10^{19}/\text{cm}^3$  a temperatura ambiente. Indicar el razonamiento en el que se basa el diagrama.  
 (b) Construir una gráfica de  $D_p$  en función de la  $T$  para el silicio tipo *p* *ligeramente dopado*. Restringir el diagrama a temperaturas próximas a la temperatura ambiente e indicar el razonamiento seguido.
- 3.7 Un semiconductor en condiciones de equilibrio se caracteriza por el diagrama de bandas de energía de la figura P3.7. Dados  $E_G = 1.12 \text{ eV}$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.0259 \text{ eV}$ ,
- determinar  $n$  en  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  y  $x = 3L/4$ ;
  - ¿para qué valores de  $x$ , si los hay, se degenera el semiconductor?;
  - representar  $n$  y  $p$  en función de  $x$ ;

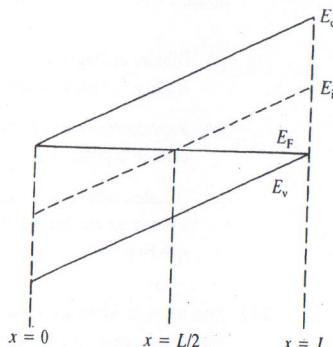


Fig. P3.7

- (d) representar  $V$  en función de  $x$  en el interior del semiconductor;  
 (e) dibujar  $\mathcal{E}$  dentro del semiconductor en función de  $x$ ;  
 (f) si  $L = 10^{-2} \text{ cm}$ , ¿cuál es la magnitud de  $\mathcal{E}$  en  $x = L/2$ ?
- 3.8 Un dispositivo semiconductor se caracteriza por el diagrama de bandas de energía idealizado de la figura P3.8. Se sabe también que  $E_G = 1.12 \text{ eV}$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.0259 \text{ eV}$ ;  $\mu_n = 1345 \text{ cm}^2/\text{V-seg}$  y  $\mu_p = 458 \text{ cm}^2/\text{V-seg}$  para  $x = x_a$  y  $x = x_b$ .
- Representar el potencial electrostático ( $V$ ) en el interior del semiconductor en función de  $x$ . Hacer  $V = 0$  en  $x = x_a$ .
  - Dibujar el campo eléctrico ( $\mathcal{E}$ ) en el interior del semiconductor en función de  $x$ .
  - ¿Cuál es la magnitud de la densidad de corriente de arrastre de los electrones ( $J_{N, \text{arraste}}$ ) en  $x = x_a$ ? Razonar la respuesta.
  - ¿Existe corriente de arrastre de electrones en  $x = x_b$ ? En el caso de que así sea, ¿cuál es la dirección del flujo de corriente?
  - ¿Existe corriente de difusión de electrones en  $x = x_b$ ? En tal caso, ¿cuál es la dirección del flujo de corriente?
  - ¿Cuál es la magnitud de la densidad total de corriente ( $J$ ) en  $x = x_b$ ? Razonar la respuesta.

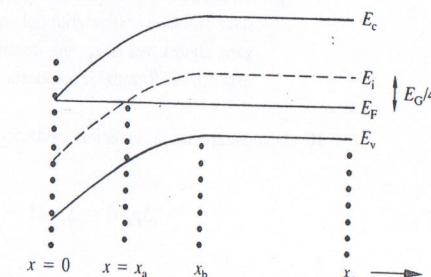


Fig. P3.8

- 3.9 Un semiconductor se caracteriza por el diagrama de bandas de energía de la figura P3.9. Se sabe también que  $E_G = 1.12 \text{ eV}$ ,  $kT = 0.0259 \text{ eV}$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ ,  $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V-seg}$ , y  $\tau_n = 10^{-4} \text{ seg}$ .
- Representar el potencial electrostático ( $V$ ) en el interior del semiconductor en función de  $x$ .
  - Dibujar el campo eléctrico  $\mathcal{E}$  en el interior del semiconductor en función de  $x$ .
  - ¿Para qué valores de  $x$  existe neutralidad de carga en el semiconductor? (Sugerencia: Utilizar la ecuación de Poisson,  $d\mathcal{E}/dx = \rho/K_s \epsilon_0$ , donde  $\rho = \text{carga/cm}^3$ .)

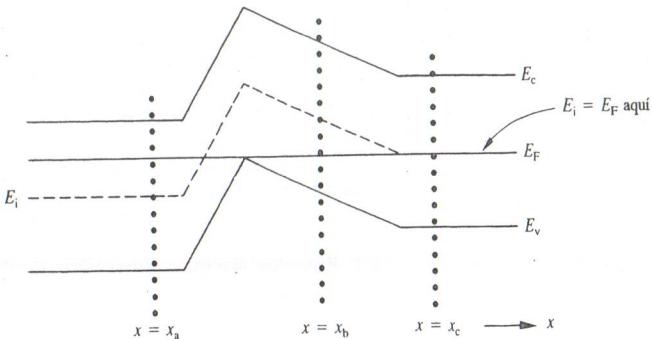


Fig. P3.9

- (d) Dibujar la concentración de electrones en función de la posición. Indicar explícitamente en la gráfica los valores de  $n$  en  $x = x_a$  y  $x = x_c$ .
- (e) (i) ¿Existe corriente de arrastre de electrones en  $x = x_a$ ?  
(ii) ¿Existe corriente de difusión de electrones en  $x = x_a$ ?  
(iii) ¿Cuál es la densidad total de corriente de electrones ( $J_N$ ) en  $x = x_a$ ? Razonar la respuesta.
- (f) Un electrón en  $x = x_b$  con una energía total  $E \approx E_c$  se mueve desde  $x = x_b$  hasta  $x = 0$ , sin modificar su energía total. ¿Cuál es la energía cinética (E. C.) del electrón al llegar a  $x = 0$ ?
- (g) En el punto  $x_c$  se introduce un pequeño exceso de electrones. Los electrones en exceso se difunden en el interior del semiconductor hacia  $x = x_b$ . Si  $x_c - x_b = 10^{-3}$  cm, ¿llegará alguna vez a  $x_b$  una cantidad significativa (digamos  $\geq 10\%$ ) de electrones excedentes? Razonar la respuesta.

3.10 Demostrar que, en condiciones estacionarias y bajo nivel de inyección,

$$\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0}(1 - x/L) \quad \dots 0 \leq x \leq L$$

constituye la solución del caso especial de la ecuación de difusión de portadores minoritarios que resulta si (1) se supone que TODOS los procesos de recombinación-generación son despreciables dentro de un semiconductor de tipo  $n$  de longitud  $L$ , y (2) se emplean las condiciones de contorno  $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0}$  y  $\Delta p_n(L) = 0$ . (El despreciar la recombinación-generación constituye una excelente aproximación cuando  $L$  es mucho menor que la longitud de difusión de portadores minoritarios. En problemas prácticos es frecuente encontrar soluciones de este tipo.)

- 3.11 Una oblea de silicio ( $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ ,  $\tau_n = 1 = \mu\text{seg}$ ,  $T$  = temperatura ambiente) es iluminada inicialmente durante un tiempo  $t \gg \tau_n$ , con una luz que genera  $G_{L0} = 10^{16}$  pares electrón-hueco por  $\text{cm}^3\text{-seg}$ , uniformemente en todo el volumen del silicio. En el instante  $t = 0$  se reduce la intensidad de la luz, haciendo  $G_L = G_{L0}/2$  para  $t \geq 0$ . Determinar  $\Delta n_p(t)$  para  $t \geq 0$ .

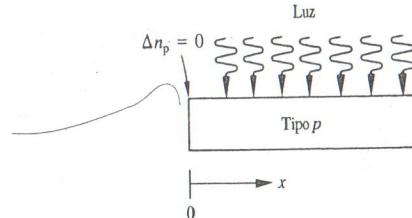


Fig. P3.12

- 3.12 Se ilumina una barra semiinfinita tipo  $p$  (figura P3.12) con una luz que genera  $G_L$  pares electrón-hueco por  $\text{cm}^3\text{-seg}$  uniformemente en todo el volumen del semiconductor. Al mismo tiempo, se extraen portadores en  $x = 0$ , haciendo  $\Delta n_p = 0$  en  $x = 0$ . Suponiendo que se ha alcanzado la condición de régimen estacionario, y que  $\Delta n_p(x) \ll p_0$  para todo  $x$ , determinar  $\Delta n_p(x)$ .
- 3.13 En una muestra de Si uniformemente dopada, a temperatura ambiente,  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $\tau_p = 10^{-6}$  seg. Se ilumina la muestra durante un tiempo  $t \gg \tau_p$  con una luz que genera  $G_L = 10^6$  pares electrón-hueco por  $\text{cm}^3\text{-seg}$  uniformemente en todo el material. En el instante  $t = 0$  se apaga la iluminación, y se observa la evolución transitoria en función de tiempo.
- (a) ¿Predominan en todo momento condiciones de bajo nivel de inyección? Razonar la respuesta.
- (b) Suponiendo que  $\Delta n(t) = \Delta p(t)$ , deducir una expresión para la conductividad de la muestra ( $\sigma = 1/p$ ) en función del tiempo para  $t \geq 0$ .
- 3.14 Se tiene en condiciones de *equilibrio* a temperatura ambiente una barra de Si de longitud  $L$  no uniformemente dopada con impurezas donadoras. Se sabe que
- $$n(x) = n_0 e^{(x+a)/b} \quad \dots 0 \leq x \leq L$$
- donde  $a = 0.5$  cm,  $b = 0.1$  cm y  $L = 1$  cm.
- (a) Dibujar el diagrama de bandas de energía para la barra, mostrando explícitamente  $E_c$ ,  $E_p$ ,  $E_i$  y  $E_v$ . Explicar cómo se ha deducido dicho diagrama.
- (b) Representar cualitativamente el campo eléctrico ( $E$ ) en el interior de la barra, en función de la posición.
- (c) ¿Cuáles son las direcciones respectivas ( $+x$  o  $-x$ ) de las corrientes de arrastre de electrones, de difusión de electrones, de arrastre de huecos y de difusión de huecos que fluyen en el interior de la barra?
- 3.15 Una barra de Si de tipo  $n$ , de longitud  $L$  (donde  $0 \leq x \leq L$ ) se mantiene en condiciones estacionarias, de tal manera que  $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0} = 10^{12}/\text{cm}^3$  y  $\Delta p_n(L) = 0$ . La barra de Si está dopada uniformemente con  $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$  átomos donadores,  $T$  = temperatura ambiente y no hay fotogeneración u otro tipo de procesos en el interior de la barra.

- (a) ¿Se dan condiciones de bajo nivel de inyección? Razonar la respuesta.
- (b) ¿A qué es igual  $n(x)$ ?
- (c) ¿Qué ecuación diferencial (de la forma más simple posible) hay que resolver, para determinar  $\Delta p_n(x)$  dentro de la barra?
- (d) ¿Cuál es la posición del seudonivel de Fermi de huecos dentro de la barra en (i)  $x = 0$  y en (ii)  $x = L$ ?
- 3.16 Las situaciones de equilibrio y de régimen estacionario de un semiconductor antes y después de su iluminación están caracterizadas por los diagramas de bandas de energía que aparecen en la figura P3.16.  $T = 300 \text{ K}$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ ,  $\mu_n = 1345 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  y  $\mu_p = 458 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$ . A partir de esta información, determinar:
- las concentraciones de portadores de equilibrio  $n_0$  y  $p_0$ ;
  - $n$  y  $p$  en condiciones estacionarias;
  - $N_D$ ;
  - ¿Se tiene "inyección de bajo nivel" cuando se ilumina el semiconductor? Razonar la respuesta.
  - ¿Cuál es la resistividad del semiconductor antes y después de la iluminación?

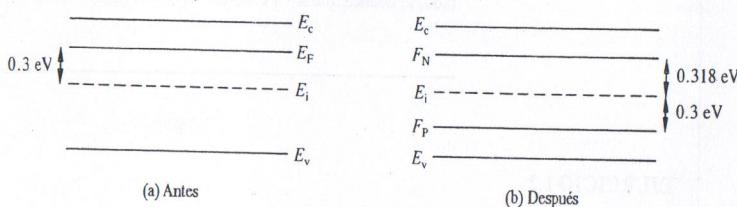


Fig. P3.16

- 3.17 Una región ( $0 \leq x \leq L$ ) de una muestra de Si, dopada uniformemente con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  átomos donadores que se encuentra a temperatura ambiente, está sometida a una perturbación en régimen estacionario de tal forma que

$$\begin{aligned} n &\approx N_D \\ p &= n_i(1 - x/L) + n_i^2/N_D \end{aligned} \quad \dots 0 \leq x \leq L$$

Puesto que  $n \approx N_D$ , es razonable suponer que  $\mathcal{E} \approx 0$  en la región  $0 \leq x \leq L$ . Considerando  $\mathcal{E} \approx 0$ , dibujar el diagrama de bandas de energía para la región perturbada, incluyendo explícitamente  $E_c$ ,  $E_i$ ,  $E_v$ ,  $F_N$  y  $F_P$ .

## Lecturas recomendadas

**Comentario general:** La mayor parte de los textos dedicados a los dispositivos de estado sólido contienen un conjunto introductorio de capítulos sobre fundamentos de los semiconductores. A continuación se comentan seis textos que, en opinión del autor, complementan mejor o aumentan el material presentado en este volumen. Esos textos contienen a su vez referencias adicionales que también podrían ser consultadas por el lector.

Adler, R. B., Smith, A. C. y Longini, R. L., *Introduction to Semiconductor Physics*, Semiconductor Electronics Education Committee, volumen 1, Nueva York, Wiley, 1964. Es una obra muy similar en contenido y objetivos al presente volumen. Su lectura es algo difícil y ligeramente más avanzada en algunos puntos, pero en general se considera un clásico en su campo.

Navon, D. H., *Semiconductor Microdevices and Materials*, Nueva York, Holt, Rinehart and Winston, 1986. Véanse los capítulos 2 al 5. El libro de Navon cubre más profundamente (pero todavía de modo comprensible) los temas tratados en este volumen. Es un texto para lectores que deseen ampliar sus conocimientos sobre tales temas.

Pierret, R. F., *Advanced Semiconductor Fundamentals*, Reading, MA, Addison-Wesley, 1987. Este libro está fundamentalmente destinado para su uso en estudios avanzados o de posgrado. Es un excelente texto para los que deseen una mayor profundidad de comprensión y una cobertura más amplia sobre fundamentos de los semiconductores.

Streetman, B. G., *Solid State Electronic Devices*, 2a. ed., Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1980. Véanse los capítulos 1 al 4. El libro de Streetman es un buen texto general para no graduados, que ofrece un punto de vista diferente sobre muchos de los temas del presente volumen.

Sze, S. M., *Semiconductor Devices, Physics and Technology*, Nueva York, Wiley, 1985. Véanse los capítulos 1 y 2. El texto de Sze abarca de modo conciso los fundamentos de los semiconductores, a un nivel intermedio.

Talley, H. E. y Daugherty, D. G., *Physical Principles of Semiconductor Devices*, Ames, Iowa State University Press, 1976. Véanse los capítulos 1 al 6. Éste es un texto de fácil lectura, que proporciona conocimientos básicos sobre estadística y mecánica cuántica para algunos de los conceptos y relaciones introducidos aquí de forma simple.

# A Apéndice

## Ejercicios

### EJERCICIO 1.1

**P:** Si la constante de la red o longitud de la arista de la celda unitaria en el Si es  $a = 5.43 \times 10^{-8}$  cm, ¿cuál es la distancia  $d$  desde el centro de un atomo de Si hasta el centro de su vecino más próximo?

**R:** Como se indica en la figura 1.4, el atomo del vértice superior izquierdo de la celda unitaria del Si y el atomo a lo largo de la diagonal del cubo a un cuarto de la longitud de la misma son los vecinos más próximos. Puesto que la diagonal de un cubo es igual a  $\sqrt{3}$  veces la longitud de un lado, se deduce que  $d = (1/4)\sqrt{3}a = (\sqrt{3}/4)(5.43 \times 10^{-8}) = 2.35 \times 10^{-8}$  cm

### EJERCICIO 1.2

**P:** Para una red cristalina cúbica:

- Determinar los índices de Miller del plano y dirección del vector que aparece en la figura E1.2(a).
- Dibujar el plano y dirección del vector caracterizados por (110) y [110], respectivamente.

**R:** (a) Las intersecciones del plano con los ejes coordenados  $x$ ,  $y$  y  $z$  son  $-1$ ,  $1$  y  $2$ , respectivamente. Calculando  $[1/\text{intersecciones}]$ , resulta  $-1$ ,  $1$ ,  $1/2$ . Multiplicando por 2, para obtener el mínimo conjunto de valores enteros, y encerrando el resultado entre paréntesis, se obtiene  $(\bar{2}\bar{2}1)$  que son los índices de Miller del plano. El vector de dirección tiene como proyecciones  $2a$ ,  $a$  y  $0$  a lo largo de los ejes coordinados  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. Entonces los índices de Miller para la dirección son  $[210]$ .

- (b) Para el plano (110) las  $[1/\text{intersecciones}]$  son  $1$ ,  $1$ ,  $0$ . Por lo tanto, las intersecciones normalizadas respecto a los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  son  $1$ ,  $1$ ,  $\infty$ ; el plano corta a los ejes  $x$  e  $y$  en  $a$ , y es paralelo al eje  $z$ . En un cristal cúbico, la dirección [110] es normal al plano (110). El plano y dirección deducidos aparecen dibujados en la figura E1.2(b).

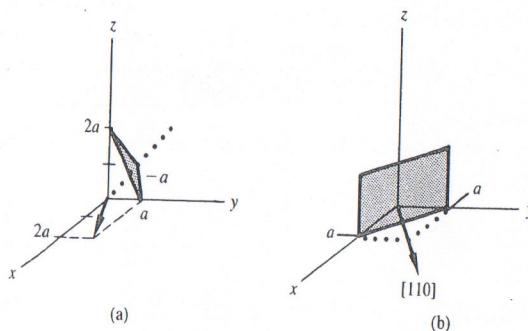


Fig. E1.2

### EJERCICIO 2.1

#### Problemas de energía

- P: (a) ¿A cuántos joules de energía es igual 1 eV?  
 (b) ¿A cuántos eV a 300 K es igual  $kT$ ?  
 (c) ¿Cuál es aproximadamente la energía de ionización de los átomos aceptadores y donadores en el Si? \_\_\_\_\_  
 (d) ¿A qué es igual  $E_G(\text{Si})$ ? \_\_\_\_\_  
 (e) ¿A qué es igual  $E_G(\text{SiO}_2)$ ? \_\_\_\_\_  
 (f) ¿Cuál es la energía necesaria para ionizar un átomo de hidrógeno que se encuentra inicialmente en el estado  $n = 1$ ? \_\_\_\_\_

- R: (a)  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ joules}$ .  
 (b)  $kT = 0.0259 \text{ eV} (\approx 0.026 \text{ eV})$  a 300 K.  
 (c) La energía de ionización de los átomos de impurezas es igual a  $|E_B|$ . Tal y como se estudió en la subsección 2.3.4,  $|E_B| \approx 0.1 \text{ eV}$  para las impurezas en el Si.  
 (d)  $E_G(\text{Si}) = 1.12 \text{ eV}$  a temperatura ambiente (véase la subsección 2.2.4).  
 (e)  $E_G(\text{SiO}_2) \approx 8 \text{ eV}$  (véase la subsección 2.2.4).  
 (f) Haciendo uso de la ecuación (2.1) de la sección 2.1, la energía de ionización del átomo de hidrógeno es  $|E_{\text{H}}|_{n=1} = 13.6 \text{ eV}$ .

### EJERCICIO 2.2

- P: La probabilidad de que un estado en el extremo inferior de la banda de conducción ( $E_c$ ) esté ocupado es precisamente igual a la probabilidad de que un estado en el extremo superior de la banda de valencia ( $E_v$ ) esté vacío. ¿Cuál es la posición del nivel de Fermi?

R: La función de Fermi  $f(E)$  indica la probabilidad de que un estado de energía  $E$  esté ocupado por electrones. La probabilidad de que un estado de energía  $E$  esté vacío (no ocupado) es igual a  $1 - f(E)$ . Por lo tanto

$$f(E_c) = 1 - f(E_v)$$

Puesto que

$$f(E_c) = \frac{1}{1 + e^{(E_c - E_F)/kT}}$$

y

$$1 - f(E_v) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E_v - E_F)/kT}} = \frac{1}{1 + e^{(E_F - E_v)/kT}}$$

concluimos que

$$(E_c - E_F)/kT = (E_F - E_v)/kT$$

es decir

$$E_F = (E_c + E_v)/2$$

El nivel de Fermi se encuentra en la mitad de la banda prohibida.

### EJERCICIO 2.3

- P: Una muestra de Si está dopada con  $10^{14}$  átomos de boro por  $\text{cm}^3$ .

- (a) ¿Cuál es la concentración de portadores en la muestra de Si a 300 K?  
 (b) ¿Cuál es la concentración de portadores a 470 K?

- R: (a) El boro en el Si es un acceptador (véase la tabla 2.2). Por lo tanto,  $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ . A 300 K,  $n_i = 1.18 \times 10^{10}/\text{cm}^3$  y la  $N_A$  dada claramente es mucho mayor que  $n_i$ . Más aún, puesto que la concentración de impurezas donadoras  $N_D$  se ha omitido en el enunciado del problema, se supone que  $N_D \ll N_A$ . Con  $N_A \gg n_i$  y  $N_A \gg N_D$ , se pueden utilizar las ecuaciones (2.31) para calcular las concentraciones de portadores:  $p = N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ ,  $n = n_i^2/N_A = 1.39 \times 10^6/\text{cm}^3$ .  
 (b) Como se deduce de la figura 2.20,  $n_i = 10^{14}/\text{cm}^3$  a 470 K. Puesto que  $n_i$  es comparable a  $N_A$ , se deben utilizar las ecuaciones (2.29) para calcular al menos una de las concentraciones de portadores. (Una vez conocida una de ellas, se calcula más fácilmente la segunda, utilizando la expresión de la ley de acción de masas.) Realizando los cálculos indicados, se llega a:  $p = N_A/2 + [(N_A/2)^2 + n_i^2]^{1/2} = 1.62 \times 10^{14}/\text{cm}^3$ ;  $n = n_i^2/p = 6.18 \times 10^{13}/\text{cm}^3$ .

## EJERCICIO 2.4

**P:** Para cada una de las condiciones del ejercicio 2.3, determinar la posición de  $E_F$ , calcular  $E_F - E_i$  y dibujar a escala el diagrama de bandas de energía para la muestra de Si. Tener en cuenta que  $E_G(\text{Si}) = 1.08 \text{ eV}$  a 470 K, y suponer que  $m_p^*/m_n^*$  es independiente de la temperatura.

**R:** (a) En el apartado (a) del ejercicio 2.3, la muestra de Si dopada con  $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$  se encuentra a 300 K. Mediante la ecuación (2.36), se llega a que  $E_i$  se encuentra a 0.0073 eV por debajo de la mitad de la banda prohibida. [En realidad, a lo largo del capítulo 2 se indica la posición de  $E_i$  en el Si a 300 K.] Aplicando a continuación la ecuación (2.38b), se obtiene

$$\begin{aligned} E_i - E_F &\approx kT \ln(N_A/n_i) \\ &= 0.0259 \ln(10^{14}/1.18 \times 10^{10}) \\ &= 0.234 \text{ eV} \end{aligned}$$

En la figura E2.4(a) aparece el diagrama de bandas de energía construido a partir de las posiciones de  $E_i$  y  $E_F$  obtenidas.

(b) En el apartado (b) del ejercicio 2.3, la muestra de Si se calienta a 470 K. Con la hipótesis de que  $m_p^*/m_n^*$  es independiente de la temperatura y teniendo en cuenta que  $kT = 0.0405 \text{ eV}$  a 470 K,  $(3/4)kT \ln(m_p^*/m_n^*) = -0.0114 \text{ eV}$  y se deduce entonces que  $E_i$  se encuentra a 0.0114 eV por debajo de la mitad de la banda prohibida. Puesto que  $N_A$  es comparable a  $n_i$  a 470 K, hay que utilizar la ecuación (2.37) para calcular la posición de  $E_F$ . Explícitamente, con  $n_i = 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $p = 1.62 \times 10^{14}/\text{cm}^3$  (véase el ejercicio 2.3),

$$\begin{aligned} E_i - E_F &= kT \ln(p/n_i) \\ &= 0.0405 \ln(1.62 \times 10^{14}/10^{14}) \\ &= 0.0195 \text{ eV} \end{aligned}$$

En este caso,  $E_F$  está sólo ligeramente desplazado respecto de  $E_i$ , tal y como se puede ver en la figura E2.4(b).

## EJERCICIO 3.1

**P:** Un semiconductor está caracterizado por el diagrama de bandas de energía de la figura E3.1.

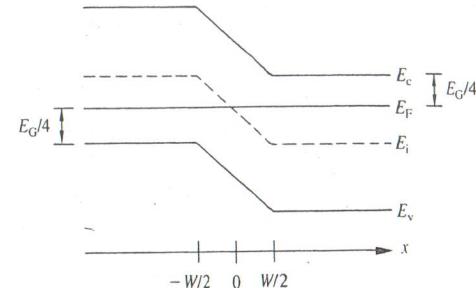
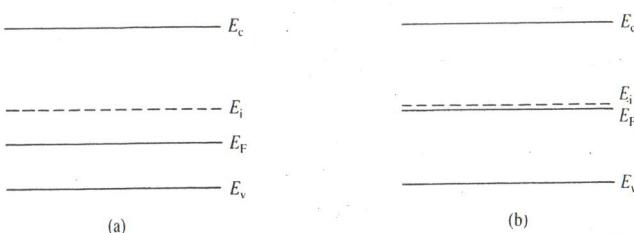


Fig. E3.1

- (a) Si el semiconductor, que es Si, se mantiene a  $T = 300 \text{ K}$  ( $E_G = 1.12 \text{ eV}$ ,  $n_i = 1.18 \times 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $kT = 0.0259 \text{ eV}$ ), determinar la resistividad del semiconductor para la región  $x > W/2$ .
- (b) Un electrón localizado en  $x = W/2$  intenta moverse a la región  $x < -W/2$  del semiconductor, sin modificar su energía total. ¿Cuál es la mínima energía cinética que debe tener el electrón para conseguir este objetivo?
- (c) Dibujar el potencial electrostático interno ( $V$ ) en función de  $x$ .
- (d) Dibujar el campo eléctrico ( $\mathcal{E}$ ) en el interior del semiconductor en función de  $x$ .
- (e) El semiconductor está en equilibrio. ¿Cómo se deduce este hecho del diagrama de bandas de energía?
- (f) ¿Cuál es la densidad de corriente de electrones ( $J_N$ ) y la densidad de corriente de huecos ( $J_P$ ) en  $x = 0$ ?
- (g) ¿Existe corriente de arrastre de electrones en  $x = 0$ ? Si así fuera, ¿cuál es la dirección del flujo de corriente?
- (h) ¿Existe corriente de difusión de electrones en  $x = 0$ ? En tal caso, ¿cuál es la dirección del flujo de corriente?

**R:** (a) Para valores de  $x > W/2$  el semiconductor es de tipo  $n$  con

$$\begin{aligned} N_D &\approx n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} = n_i e^{E_G/4kT} = (1.18 \times 10^{10}) e^{1.12/0.0259} \\ &= 5.85 \times 10^{14}/\text{cm}^3 \end{aligned}$$

De la figura 3.5 se deduce que  $\mu_n \approx 1350 \text{ cm}^2/\text{V-seg.}$ , y por lo tanto

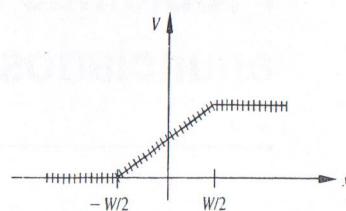
$$\rho = \frac{1}{q\mu_n N_D} = \frac{1}{(1.6 \times 10^{-19})(1.35 \times 10^3)(5.85 \times 10^{14})} = 7.91 \Omega \cdot \text{cm}$$

(Si se utiliza la gráfica de resistividades de la figura 3.7, se obtiene que  $\rho \approx 8 \Omega \cdot \text{cm}$ .)

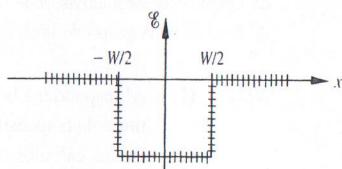
- (b) El electrón debe poseer una energía cinética al menos igual a la barrera de energía potencial entre las regiones  $p$  y  $n$  del material, es decir,

$$K.E_{\min} = E_c(-W/2) - E_c(W/2) = E_i(-W/2) - E_i(W/2) = E_G/2$$

- (c) La relación  $V$  en función de  $x$  tiene el mismo aspecto funcional, pero "invertido", que la de  $E_c$  (o  $E_i$  o  $E_v$ ) en función de  $x$ . Por lo tanto, si se considera  $V$  igual a cero en  $x = -\infty$ .



- (d) El campo eléctrico  $\mathcal{E}$  es proporcional a la pendiente de las bandas de energía. Entonces



- (e) Se llega a la conclusión de que el semiconductor está en equilibrio, porque el nivel de Fermi no depende de la posición; es constante a lo largo de toda la estructura.
- (f)  $J_N = 0$  y  $J_P = 0$ . Las corrientes netas de electrones y de huecos son siempre iguales a cero en todo punto en condiciones de equilibrio.
- (g) Sí, existe corriente de arrastre en  $x = 0$ . Puesto que  $J_{N|arraste} = q\mu_n n \mathcal{E}$ , y además, tanto  $n$  como  $\mathcal{E}$  son no nulas en  $x = 0$ ,  $J_{N|arraste} \neq 0$  en  $x = 0$ . La componente de arrastre de la corriente tiene la misma dirección que el campo eléctrico:  $J_{N|arraste}$  fluye en la dirección:  $-x$ .
- (h) Sí, existe corriente de difusión en  $x = 0$ . Como  $n = n_i \exp[(E_F - E_i)/kT]$ , es evidente que  $n$  aumenta al movernos desde  $x = -W/2$  hasta  $x = W/2$ . Por lo tanto,  $dn/dx \neq 0$  y  $J_{N|dif} = qD_N(dn/dx) \neq 0$  en  $x = 0$ . Con  $dn/dx > 0$  en  $x = 0$ ,  $J_{N|dif}$  fluye en la dirección:  $+x$ . (Por supuesto, las componentes de difusión y de arrastre de electrones se compensan entre sí, de modo que, en condiciones de equilibrio,  $J_N = J_{N|arraste} + J_{N|dif} = 0$ .)

### EJERCICIO 3.2

P: En el problema ejemplo número 2 de la subsección 3.5.2, se observó que la iluminación no penetrante producía en una barra de semiconductor en estado estacionario una concentración de huecos excedentes  $\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} \exp(-x/L_p)$ . Dadas las condiciones de bajo nivel de inyección y teniendo en cuenta que  $p = p_0 + \Delta p$ , se puede entonces establecer que

$$n \approx n_0$$

$$p = p_0 + \Delta p_{n0} e^{-x/L_p}$$

para la muestra iluminada.

- (a) Utilizar las ecuaciones (3.61) para deducir las expresiones de  $F_N$  y  $F_P$  en la barra iluminada.
- (b) Demostrar que  $F_P$  es una función lineal de  $x$  en los puntos en los que  $\Delta p_n(x) \gg p_0$ .
- (c) Utilizando los resultados de los apartados (a) y (b), dibujar el diagrama de bandas de energía que describe a la barra de semiconductor del problema ejemplo número 2, en condiciones de equilibrio e iluminada en régimen estacionario. (Suponer que  $E_F = 0$  en la barra iluminada.)
- (d) ¿Existe corriente de huecos en la barra iluminada en condiciones estacionarias? Razonar la respuesta.
- (e) ¿Existe corriente de electrones en la barra iluminada en condiciones estacionarias? Razonar la respuesta.

R: (a) Puesto que  $n \approx n_0$ , resulta que  $F_N \approx E_F$ . Igualmente, sustituyendo la expresión de  $p$  en la ecuación (3.61b), se obtiene que

$$F_P = E_i - kT \ln(p/n_i) = E_i - kT \ln[p_0/n_i + (\Delta p_{n0}/n_i)e^{-x/L_p}]$$

(b) Si  $\Delta p_n(x) \gg p_0$ , entonces  $(\Delta p_{n0}/n_i) \exp(-x/L_p) \gg p_0/n_i$  y

$$F_P \approx E_i - kT \ln[(\Delta p_{n0}/n_i)e^{-x/L_p}]$$

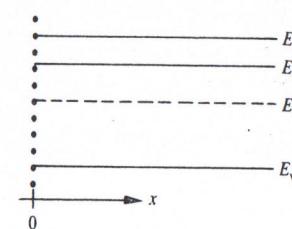
o

$$F_P = E_i - kT \ln(\Delta p_{n0}/n_i) + kT(x/L_p)$$

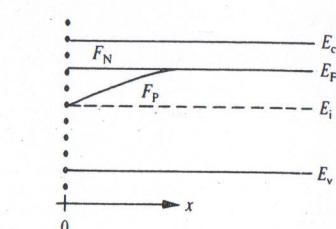
(c) Del problema ejemplo número 2 se sabe que  $\Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$ ,  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$  y  $p_0 = n_i^2/N_D = 10^5/\text{cm}^3$ . Entonces

- (i) En las proximidades de  $x = 0$ ,  $\Delta p_n(x) \gg p_0$  y  $F_P$  es una función lineal de  $x$ .
- (ii) En  $x = 0$ ,  $\Delta p_{n0} = n_i$  y del resultado del apartado (b) se deduce que  $F_P = E_i$ .
- (iii) Para mayores valores de  $x$ ,  $F_P$  coincide finalmente con  $F_N = E_F$ .
- (iv)  $F_N - E_i \approx E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i) = 0.30 \text{ eV}$ .

Utilizando la información anterior, se deduce que



Equilibrio



Con iluminación en régimen estacionario

- (d) Si se supone que  $p \neq 0$ , de la ecuación (3.65a) resulta que habrá una corriente de huecos siempre y cuando  $dF_P/dx \neq 0$ . Obviamente, existe una corriente de huecos en la barra iluminada en las proximidades de  $x = 0$ .

- (e) A veces las apariencias pueden resultar decepcionantes;  $J_N \neq 0$  en las proximidades de  $x = 0$ ! Del resultado del apartado (c), se podría concluir que  $dF_N/dx = 0$ , y por lo tanto  $J_N = 0$ . Sin embargo, en condiciones estacionarias  $J$ (corriente total) =  $J_N + J_P = \text{constante}$  en todos los puntos de la barra. Puesto que no hay salida de corriente en  $x = 0$ ,  $J$  también debe ser nula en  $x = 0$ . Entonces,  $J_N(x) = -J_P(x)$ , y se sabe que  $J_P \neq 0$  en las proximidades de  $x = 0$ . La aparente discrepancia proviene del hecho de que  $J_N$  es proporcional tanto a  $n$  como a  $\Delta F_N$ . Como la concentración de electrones portadores mayoritarios es mucho mayor que la concentración de huecos portadores minoritarios, entonces  $dF_N/dx$  debe ser más pequeño que  $dF_P/dx$ . A simple vista resulta imposible detectar la pendiente de  $F_N$  en el diagrama de bandas de energía.

## B Apéndice

# Problemas de repaso, enunciados y soluciones

---

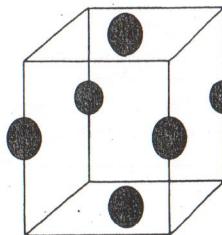
Los siguientes conjuntos de problemas han sido elaborados suponiendo un conocimiento —a veces un conocimiento integrado— de los temas tratados en este libro. Estos problemas pueden servir como repaso, o como forma de evaluación del conocimiento del lector sobre los diferentes temas. Si el lector está bien preparado, cada conjunto de problemas debe tomarle aproximadamente 40 minutos, a “libro cerrado”. Al final de cada grupo de problemas se incluye una respuesta clave.

- NOTA:**
- (1) Al responder a las preguntas de opción múltiple, elegir la mejor posible; una sola respuesta por pregunta.
  - (2) En los cálculos numéricos, tomar los valores aproximados de los parámetros listados en la tabla 3.2.

### CONJUNTO DE PROBLEMAS A

#### I. Información general

- (1) Como se muestra en la figura, una celda unitaria cúbica tiene un átomo centrado en el medio de cada arista vertical y un átomo en el centro de las caras superior e inferior. ¿Cuántos átomos hay dentro de la celda?

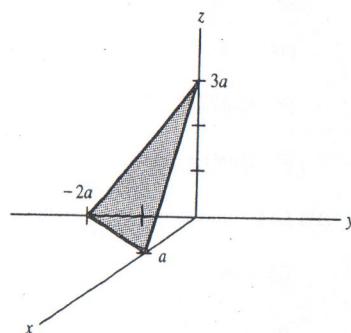


- (a) 4
- (b) 2
- (c) 1
- (d) 1/2

- (2) ¿Qué nombre recibe la red caracterizada por la celda unitaria que aparece en la pregunta número 1?

- (a) cúbica simple
- (b) bcc
- (c) fcc
- (d) diamante

- (3) Determinar los índices de Miller del plano que se representa en la figura.



- (a)  $(1\bar{2}3)$
- (b)  $(123)$
- (c)  $(3\bar{2}1)$
- (d)  $(321)$
- (e)  $(6\bar{3}2)$

- (4) ¿Cuál de las direcciones siguientes NO es perpendicular a la dirección  $[100]$ ?

- (a)  $[0\bar{1}1]$
- (b)  $[032]$
- (c)  $[001]$
- (d)  $[\bar{1}00]$

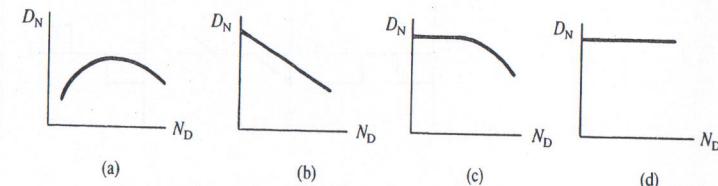
- (5) En un semiconductor determinado, la probabilidad de que los electrones ocupen estados de energía  $kT$ , por encima del extremo inferior de la banda de conducción, es  $e^{-10}$ . Determinar la posición del nivel de Fermi en dicho material.

- (a)  $E_F = E_c$
- (b)  $E_c - E_F \approx 9kT$
- (c)  $E_c - E_F = 10kT$
- (d)  $E_F = E_c + kT$

- (6) El mecanismo dominante de la dispersión de portadores en el Si ligeramente dopado (de alta pureza) a temperatura ambiente es

- (a) dispersión por portadores
- (b) dispersión por la red cristalina
- (c) dispersión por impureza ionizadas
- (d) dispersión piezoelectrónica

- (7) ¿Cuál de los siguientes diagramas describe mejor la dependencia de  $D_N$  con  $N_D$  en el silicio a temperatura ambiente?



- (8) Indicar cómo se representa un átomo donador, utilizando el modelo de enlace.

- (9) Indicar cómo se representa la congelación de los electrones en los niveles donadores cuando  $T \rightarrow 0$  K, utilizando el diagrama de bandas de energía.

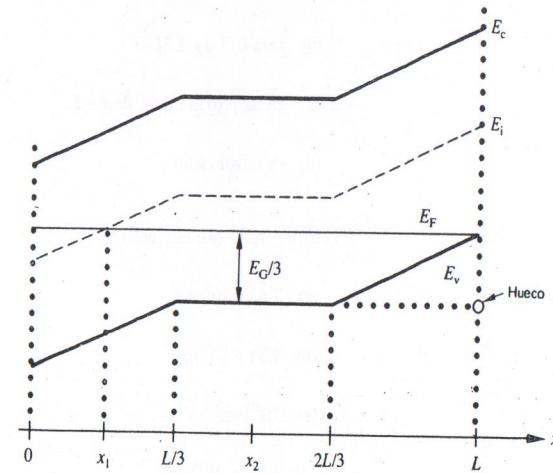
- (10) La resistividad de un material tipo  $n$  por lo regular es más pequeña que la resistividad de un material tipo  $p$  de dopado comparable. Explicar por qué.

- (11) Utilizando el diagrama de bandas de energía indicar cómo se explica la recombinación por centros de R-G.

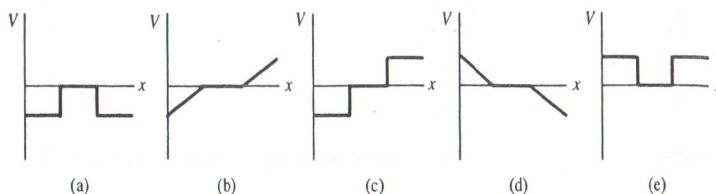
- (12) Definir la "velocidad de arrastre".

## II. Interpretación del diagrama de bandas de energía

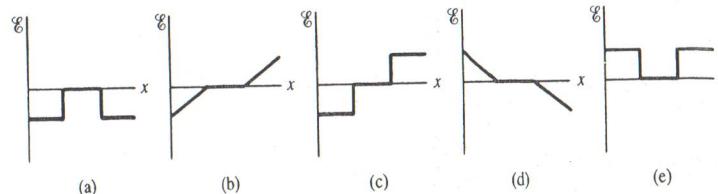
Un dispositivo de silicio a 300 K está caracterizado por el diagrama de bandas de energía que se muestra en la figura. Utilizar este diagrama para responder a las preguntas de la 13 a la 20.



- (13) El potencial electrostático ( $V$ ) en el interior del semiconductor es el que se muestra en seguida.



- (14) El campo eléctrico ( $E$ ) es el siguiente.



- (15) ¿Se dan condiciones de equilibrio?

- (a) sí
- (b) no
- (c) no se puede determinar

- (16) El semiconductor es degenerado

- (a) en las proximidades de  $x = 0$
- (b) para  $L/3 \leq x \leq 2L/3$
- (c) en las proximidades de  $x = L$
- (d) en ningún sitio

- (17) En  $x = x_2$ , ¿a qué es igual  $p$ ?

- (a)  $7.63 \times 10^{16}/\text{cm}^3$
- (b)  $1.31 \times 10^{13}/\text{cm}^3$
- (c)  $10^{10}/\text{cm}^3$
- (d)  $1.72 \times 10^{16}/\text{cm}^3$

- (18) La densidad de corriente de electrones ( $J_N$ ) que fluye en  $x = x_1$  es

- (a) cero
- (b)  $\mu_n n_i E_G / L$
- (c)  $-\mu_n n_i E_G / L$
- (d)  $D_N [n(x_2) - n(0)] / L$

- (19) La densidad de corriente de arrastre de huecos ( $J_{p\text{arrastre}}$ ) que fluye en  $x = x_1$  es

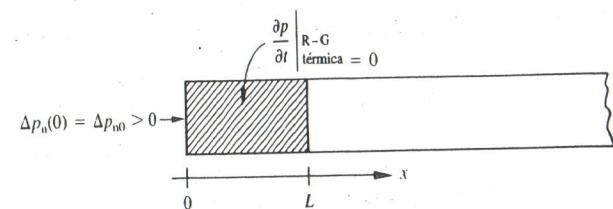
- (a) cero
- (b)  $\mu_p n_i E_G / L$
- (c)  $-\mu_p n_i E_G / L$
- (d)  $q \mu_p N_D (kT/q) / L$

- (20) La energía cinética del hueco que aparece en el diagrama es

- (a)  $E_v$
- (b)  $-E_G/3$
- (c)  $E_G/3$
- (d) cero

### III. Resolución de problemas

La barra semiinfinita de silicio tipo  $n$  que aparece en la figura está sometida a una perturbación tal que  $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0} > 0$ . Se mantiene la barra a temperatura ambiente en condiciones estacionarias y  $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$  para todo  $x$ . La barra es especial, en el sentido de que se han eliminado todos los centros de R-G de la región  $0 \leq x \leq L$ ; es decir, la recombinación-generación por centros de R-G (R-G térmica) es despreciable para  $0 \leq x \leq L$ . En ningún lugar de la barra tienen lugar "otros procesos", incluyendo el de fotogeneración.



- (21) Determinar la concentración de electrones de equilibrio  $n_0$ .

- (a)  $10^{10}/\text{cm}^3$

- (b)  $10^{14}/\text{cm}^3$   
 (c)  $10^6/\text{cm}^3$   
 (d)  $n_0 \approx 10^6/\text{cm}^3 + \Delta p_{n0}$

(22) ¿Si  $\Delta p_{n0} = 10^{14}/\text{cm}^3$ , se dan condiciones de bajo nivel de inyección?

- (a) sí  
 (b) no  
 (c) no se puede determinar

(23) a (25) Considerando que  $\Delta p_{n0}$  es tal que prevalecen las condiciones de bajo nivel de inyección; demostrar que

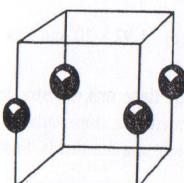
$$\Delta p_n(L) = \Delta p_{n0} \frac{L_p}{L + L_p}$$

$L_p$  es la longitud de difusión de portadores minoritarios en la región de  $x \geq L$  de la barra.  
 NOTA: Tanto  $\Delta p_n(x)$  como  $d\Delta p_n(x)/dx$  deben ser continuas en  $x = L$ .

## CONJUNTO DE PROBLEMAS B

### I. Información general

- (1) Como se ve en la figura, una celda unitaria cúbica tiene un átomo centrado en la mitad de cada una de las aristas verticales de la celda. ¿Cuántos átomos hay dentro de la celda unitaria?



- (a) 4  
 (b) 2  
 (c) 1  
 (d)  $\frac{1}{2}$

- (2) ¿Qué nombre recibe la red caracterizada por la celda unitaria de la pregunta número 1?

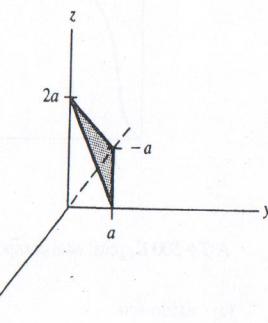
- (a) cúbica simple  
 (b) bcc  
 (c) fcc  
 (d) diamante

- (3) En una red cúbica simple con constante de red  $a$ , la densidad de átomos (número por unidad de área) cuyos centros quedan sobre una superficie (100) es

- (a)  $1/a^2$

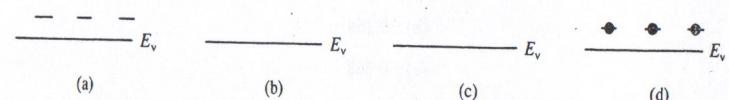
- (b)  $1/a^2$   
 (c)  $4/a^2$   
 (d)  $a^2$

(4) Determinar los índices de Miller del plano que aparece en la figura.

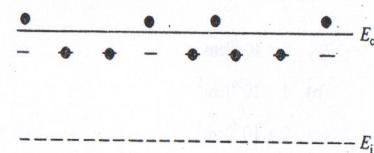


- (a)  $(\bar{1}12)$   
 (b)  $(112)$   
 (c)  $(\bar{2}\bar{2}1)$   
 (d)  $(221)$

- (5) La mejor forma de caracterizar la congelación de los electrones en los niveles donadores cuando  $T \rightarrow 0$  K es



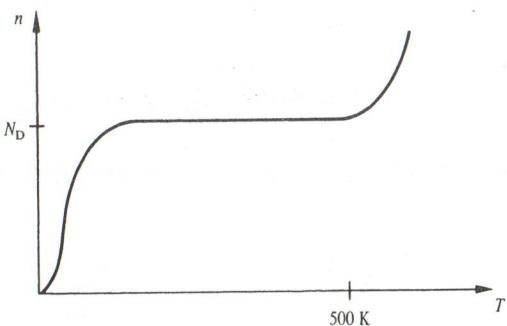
- (6) La figura parece representar la situación de un semiconductor tipo  $n$  a una temperatura aproximada de:



- (a)  $T < 100$  K  
 (b)  $T \approx 300$  K  
 (c)  $T > 400$  K  
 (d)  $T \approx 0$  K



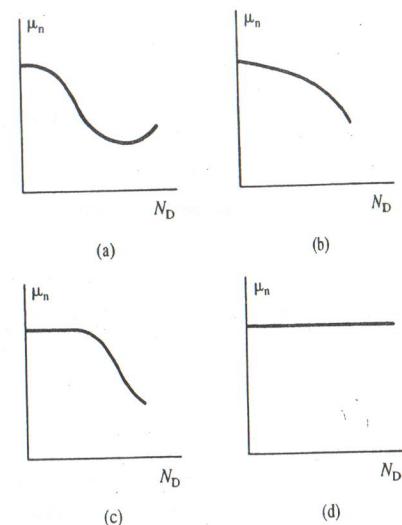
- (7) Consideremos la variación con la temperatura de la concentración de electrones para una muestra de silicio tipo  $n$  que aparece representada en la figura.



A  $T > 500$  K, ¿cuál es el comportamiento de la muestra?

- (a) extrínseco
  - (b) intrínseco
  - (c) degenerado
  - (d) de congelación
- (8) ¿Cuál es la probabilidad de que un estado de energía  $kT$  por debajo del nivel de Fermi esté ocupado por un hueco?
- (a) cero
  - (b) 0.269
  - (c) 0.368
  - (d) 0.632
  - (e) 0.731
- (9) Una muestra de silicio está dopada con  $10^{16}$  átomos donadores y  $5 \times 10^{15}$  átomos aceptadores por  $\text{cm}^3$ . A temperatura ambiente, la concentración de huecos es
- (a)  $5 \times 10^{15}/\text{cm}^3$
  - (b)  $1 \times 10^{16}/\text{cm}^3$
  - (c)  $2 \times 10^{16}/\text{cm}^3$
  - (d)  $2 \times 10^4/\text{cm}^3$
  - (e)  $1 \times 10^4/\text{cm}^3$
  - (f)  $5 \times 10^3/\text{cm}^3$

- (10) ¿Cuál de los diagramas describe mejor la dependencia de  $\mu_n$  con  $N_D$  en el silicio?



- (11) Se sabe que  $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  a 300 K. Si el semiconductor es no degenerado, ¿cuánto vale  $D_p$ ?

- (a)  $8.13 \times 10^{19} \text{ cm}^2/\text{seg}$
- (b)  $13 \text{ cm}^2/\text{seg}$
- (c)  $26 \text{ cm}^2/\text{seg}$
- (d)  $1.92 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{seg}$

- (12) Se tiene una muestra de silicio tipo  $p$  dopada uniformemente con  $N_A = 10^{15}/\text{cm}^3$  y uniformemente iluminada, de modo tal que  $\Delta n = \Delta p = 10^{14}/\text{cm}^3$ . Calcular la resistividad de la muestra iluminada. Suponer  $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$  y  $\mu_p = 460 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$ .

- (a) 9.75 ohm-cm
- (b) 10.5 ohm-cm
- (c) 13.6 ohm-cm
- (d) 46.3 ohm-cm

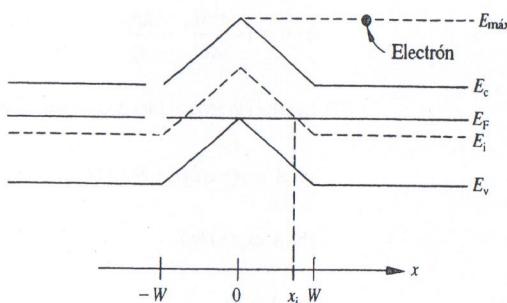
- (13) Una muestra de Si está uniformemente dopada con  $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  átomos donadores. Dentro de una pequeña región de la misma,  $n = 10^{14}/\text{cm}^3$  y  $p = 10^4/\text{cm}^3$ . En esta región

- (a) la velocidad de generación = la velocidad de recombinación = cero

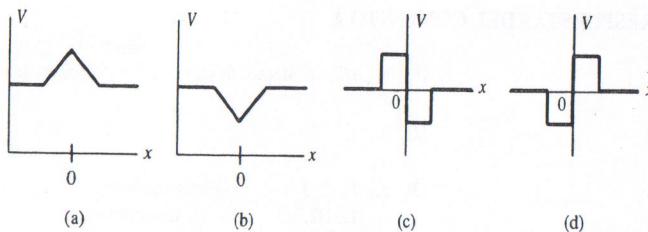
- (b) la velocidad de generación > la velocidad de recombinación
- (c) la velocidad de generación < la velocidad de recombinación
- (d) no se puede determinar del enunciado del problema

## II. Interpretación del diagrama de bandas de energía

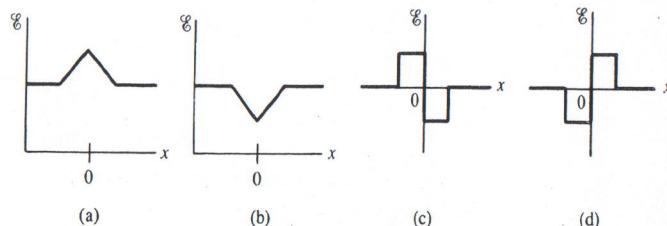
Un semiconductor a 300 K está caracterizado por el diagrama de bandas de energía que aparece en la figura.



- (14) El potencial electrostático interno ( $V$ ) del semiconductor es como se muestra en seguida.



- (15) El campo eléctrico ( $\mathcal{E}$ ) es el siguiente.



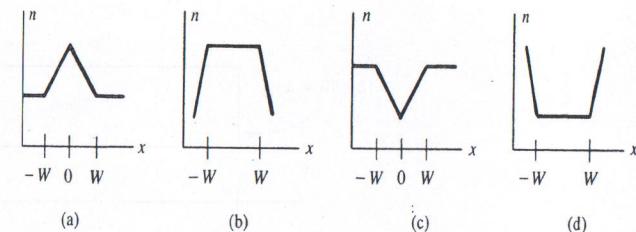
- (16) ¿Se dan condiciones de equilibrio?

- (a) sí
- (b) no
- (c) no se puede determinar

- (17) El semiconductor es degenerado en

- (a)  $-W \leq x \leq W$
- (b) en las proximidades de  $x = 0$
- (c) para todo  $x$
- (d) en ningún punto

- (18) La concentración de electrones en una gráfica semilogarítmica es la siguiente.



- (19) La densidad de corriente de arrastre de electrones ( $J_{N|arrastre}$ ) que fluye en  $x = x_i$  es

- (a) cero
- (b)  $\mu_n n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$
- (c)  $-\mu_n n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$
- (d)  $\mu_n N_D [E_{\max} - E_c(W)]/W$
- (e)  $-\mu_n N_D [E_{\max} - E_c(W)]/W$

- (20) La densidad de corriente de difusión de huecos ( $J_{P|dif}$ ) que fluye en  $x = x_i$  es

- (a) cero
- (b)  $\mu_p n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$

(c)  $-\mu_p n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$

(d)  $qD_p N_D/W$

(e)  $-qD_p N_D/W$

(21) La energía cinética del electrón que aparece en el diagrama es:

(a)  $E_{\max} - E_c(W)$

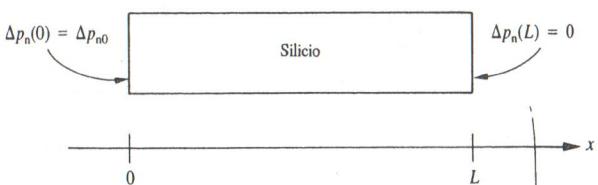
(b)  $E_c(W) - E_{\max}$

(c) cero

(d)  $E_G + E_{\max} - E_c(W)$

### III. Resolución de problemas

Una barra de silicio tipo  $n$  uniformemente dopada, de longitud  $L$ , se mantiene a temperatura ambiente en condiciones estacionarias de tal forma que  $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0} > 0$  y  $\Delta p_n(L) = 0$ . Se sabe que  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\Delta p_{n0} \ll n_0$ , y no se producen dentro de la barra "otros procesos" (incluida la foto-generación).



(22) Determinar la concentración de equilibrio de los huecos  $p_0$ .

(a)  $p_0 \approx 10^{10}/\text{cm}^3$

(b)  $p_0 \approx 10^{15}/\text{cm}^3$

(c)  $p_0 \approx 10^5/\text{cm}^3$

(d) no dada

(23) ¿Existe bajo nivel de inyección en condiciones estacionarias?

(a) sí

(b) no

(c) no se puede determinar

(24) La ecuación (la más simple posible) que hay que utilizar para calcular  $p_n(x)$  es:

(a)  $0 = D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2}$

(b)  $\frac{d \Delta p_n}{dt} = \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$

(c)  $\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$

(d)  $\frac{\partial p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2}$

(e)  $0 = D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$

(25) La solución general para  $\Delta p_n(x)$  será ( $L_p^2 \equiv D_p \tau_p$ )

(a)  $A \exp(-x/L_p) + B \exp(x/L_p)$

(b)  $A \exp(-t/\tau_p)$

(c)  $A + Bx$

(d)  $A \exp(-x/L_p)$

### RESPUESTAS DEL CONJUNTO A

(1) b . . .  $1/2 \times (2 \text{ átomos de cara}) + 1/4 \times (4 \text{ átomos de arista}) = 2$

(2) b

(3) e . . 1, -2, 3  
1, -1/2, 1/3  
(632) — intersecciones  
— 1/intersecciones  
— índices

(4) d . . Cualquier dirección con primer dígito entero no nulo no será perpendicular a la dirección [100].

(5) b . . Del enunciado del problema se llega a

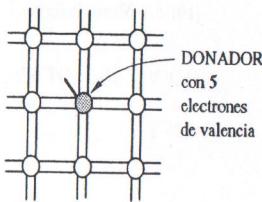
$$f(E_c + kT) = \frac{1}{1 + e^{(E_c + kT - E_F)/kT}} = e^{-10}$$

$$E_c - E_F = kT[\ln(e^{-10} - 1) - 1] \approx 9kT$$

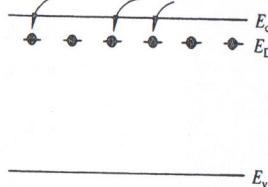
(6) b

- (7) c. . Para dopados no degenerados  $D_N = (kT/q)\mu_n$  y  $\mu_n$  en función de  $N_D$  tiene la forma de la figura (c). (Figura 3.5.)

(8)



(9)



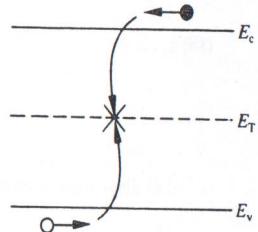
(10)

$$p = \frac{1}{q\mu_n N_D} \quad \dots \text{tipo } n$$

$$\rho = \frac{1}{q\mu_p N_A} \quad \dots \text{tipo } p$$

Por lo regular,  $\mu_p < \mu_n$  para un semiconductor y temperatura dados. Por lo tanto,  $\rho$  (tipo  $p$ ) es mayor que  $\rho$  (tipo  $n$ ) si  $N_D = N_A$ .

(11)



- (12) La "velocidad de arrastre" es la velocidad media del electrón o del hueco como resultado de un campo eléctrico aplicado. (Se podría mencionar también que para campos débiles,  $v_d = \mu \mathcal{E}$ , donde  $\mu$  es la movilidad del portador.)

- (13) d. .  $V$  tiene la misma forma que las bandas de energía, pero "invertida".

- (14) e. .  $\mathcal{E}$  es proporcional a la pendiente de las bandas de energía.

- (15) a. .  $E_F$  es invariante con la posición.

- (16) c. .  $E_F$  se approxima a  $E_v$  cuando  $x = L$ .

- (17) b. .

$$E_i - E_F = E_G/2 - E_G/3 = E_G/6$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} = 10^{10} e^{1.12/(6 \times 0.026)} = 1.31 \times 10^{13}/\text{cm}^3$$

- (18) a. . En condiciones de equilibrio  $J_N = 0$ .

- (19) b. .

$$J_p|_{\text{arrastre}} = q\mu_p p \mathcal{E}$$

At  $x = x_1$

$$p = n_i \quad (E_i = E_F)$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} = \frac{1}{q} \frac{\Delta E_i}{\Delta x} = \frac{1}{q} \frac{(E_G/3)}{(L/3)} = \frac{E_G}{qL}$$

$$J_p|_{\text{drift}} = \mu_p n_i E_G / L$$

$$(20) c. . E.C. = E_v(L) - E_{\text{hueco}} = E_G/3$$

$$(21) b. . n_0 \approx N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$$

- (22) b. . Para que se den condiciones de bajo nivel de inyección, es necesario que  $\Delta p_{n0} \ll n_0$ . En nuestro caso  $\Delta p_{n0} \ll n_0$ . Aquí  $\Delta p_{n0} = n_0$ .

- (23) a (25)

$$\text{Para } 0 \leq x \leq L \dots \quad 0 = D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} \quad y \quad \Delta p_n(x) = A + Bx$$

$$\text{pero } \Delta p_n(0) = \Delta p_{n0}, \quad y \quad \Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} + Bx$$

$$\text{Para } x \geq L \dots \quad 0 = D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$$

$$\Delta p_n(x') = A' e^{-x'/L_p} + B' e^{x'/L_p} \quad \dots \text{solución general} \\ [x' = 0 \text{ at } x = L]$$

$$\text{pero } \Delta p_n(\infty) = 0, \text{ lo que requiere } B' = 0$$

$$\Delta p_n(x') = A' e^{-x'/L_p}$$

A continuación, se aplican las condiciones de continuidad en  $x = L$  (o  $x' = 0$ ) y se obtiene

$$\Delta p_{n0} + BL = A' \quad (\Delta p_n \text{ continuo})$$

$$B = -A'/L_p \quad (d\Delta p_n/dx \text{ continuo})$$

Así

$$B = -\Delta p_{n0}/(L + L_p)$$

y

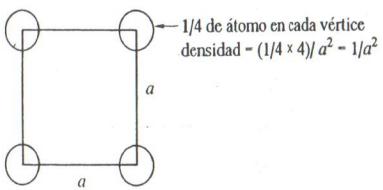
$$\Delta p_n(L) = \Delta p_{n0} - \Delta p_{n0} \frac{L}{L + L_p} = \Delta p_{n0} \frac{L_p}{L + L_p}$$

## RESPUESTAS DEL CONJUNTO B

(1) c...  $1/4 \times (4 \text{ átomos de arista}) = 1 \text{ átomo}$

(2) a

(3) b...



(4) c... -1, 1, 2 — intersecciones  
-1, 1, 1/2 — 1/intersecciones  
(221) — índices

(5) b... Solamente los diagramas (b) y (c) indican niveles donadores; cuando  $T \rightarrow 0 \text{ K}$  los niveles quedan ocupados con electrones.

(6) a... La figura muestra a los electrones en algunos niveles donadores. Esto sucede cuando se reduce la temperatura hacia  $T = 0 \text{ K}$ . Por lo tanto,  $T < 100 \text{ K}$  es la mejor respuesta posible.  
(A  $T = 0 \text{ K}$  todos los niveles donadores estarían ocupados.)

(7) b... Véase la figura 2.22.

(8) b... La probabilidad de que un estado esté ocupado por un hueco viene dada por  $1 - f(E)$ . En nuestro caso  $E = E_F - kT$ .

$$1 - f(E_F - kT) = \frac{1}{1 + e^{-(E_F - kT - E_i)/kT}} = \frac{1}{1 + e^{-1}} = 0.269$$

(9) d...  $n \approx N_D - N_A = 5 \times 10^{15}/\text{cm}^3$

$$p = n_i^2/n = (10^{20})/(5 \times 10^{15}) = 2 \times 10^4/\text{cm}^3$$

(10) c... Véase la figura 3.5.

(11) b...  $D_p = (kT/q)\mu_p = (0.026)(500) = 13 \text{ cm}^2/\text{seg}$

(12) a...

$$\rho = \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)}$$

$$p_0 \approx N_A = 10^{15}/\text{cm}^3; \quad n_0 = n_i^2/p_0 = 10^5/\text{cm}^3$$

$$p = p_0 + \Delta p = 1.1 \times 10^{15}/\text{cm}^3$$

$$n = n_0 + \Delta n \approx 10^{14}/\text{cm}^3$$

$$\rho \approx \frac{1}{(1.6 \times 10^{-19})[(1350)(10^{14}) + (460)(1.1 \times 10^{15})]} \\ = 9.75 \text{ ohm-cm}$$

(13) b... Como  $n_0 \approx N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$  y  $p_0 = n_i^2/n_0 \approx 10^5/\text{cm}^3$ , hay un déficit de portadores en la mencionada región de la muestra. Siempre que se produce un déficit de portadores, la velocidad de generación es mayor que la de recombinación.

(14) b...  $V$  tiene la misma forma que las bandas de energía, pero "invertida".

(15) c...  $\mathcal{E}$  es proporcional a la pendiente de las bandas.

(16) a...  $E_F$  es invariante con la posición.

(17) b...  $E_F$  se aproxima a  $E_v$  cuando  $x = 0$ .

(18) c...

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} \quad (\text{en regiones no degeneradas})$$

Del diagrama se observa que

(i)  $E_F - E_i = \text{constante}$ ,  $n = \text{constante}$  para  $x < -W$  y  $x > W$ .

(ii)  $E_F - E_i$  se hace negativo y  $n$  alcanza un mínimo en las proximidades de  $x = 0$ . Sólo el caso (c) tiene la forma general correcta.

(19) c...

$$J_N|_{\text{arrastre}} = q\mu_n n \mathcal{E}$$

En  $x = x_i$

$$n = n_i \quad (E_F = E_i)$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} = \frac{1}{q} \frac{\Delta E_i}{\Delta x} = -\frac{1}{q} \frac{[E_{\max} - E_c(W)]}{W}$$

$$J_{N|\text{arrastre}} = -\mu_n n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$$

(20) b . . En condiciones de equilibrio  $J_{P|\text{arrastre}} + J_{P|\text{arrastre}} = 0$ . Por lo tanto,

$$J_{P|\text{arrastre}} = -J_{P|\text{arrastre}} = -q\mu_p p \mathcal{E}$$

En  $x = x_i$

$$p = n_i \quad (E_F = E_i)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{q} \frac{[E_{\max} - E_c(W)]}{W} \quad \dots \text{como se ve en (19)}$$

$$J_{P|\text{arrastre}} = \mu_n n_i [E_{\max} - E_c(W)]/W$$

(21) a . . E. C. =  $E_{\text{electrón}} - E_c(W) = E_{\max} - E_c(W)$

(22) c . .  $n_0 \approx N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$

$$p_0 \approx n_i^2/n_0 \approx 10^{20}/10^{15} = 10^5/\text{cm}^3$$

(23) a . .  $\Delta p_{n|\max} = \Delta p_{n0} \ll n_0$

(24) e . . Dadas las condiciones de régimen estacionario y la ausencia de fotogeneración, se pueden eliminar los términos de  $\partial/\partial t$  y  $G_L$  en la ecuación de difusión de portadores minoritarios [ecuación (3.40b)].

(25) a . . Ésta es la solución número 1, mencionada en la subsección 3.4.3.

## C Apéndice

### Lista de símbolos y constantes físicas

#### Símbolos

$A$	área
$c_n$	coeficiente de captura del electrón
$c_p$	coeficiente de captura del hueco
$D_N$	coeficiente de difusión del electrón ( $\text{cm}^2/\text{seg}$ )
$D_p$	coeficiente de difusión del hueco ( $\text{cm}^2/\text{seg}$ )
$\mathcal{E}, \mathcal{E}$	campo eléctrico
$E$	energía
$E_A$	energía del nivel aceptador
$E_B$	energía de enlace de los átomos dopantes (donador, aceptador)
$E_c$	mínima energía posible de la banda de conducción
E. C.	energía cinética
$E_D$	energía del nivel donador
$E_F$	nivel o energía de Fermi
$E_G$	salto de banda o anchura de la banda prohibida
$E_H$	energía de enlace del electrón dentro del átomo de hidrógeno
$E_i$	nivel de Fermi intrínseco
E. P.	energía potencial
$E_T$	energía del centro de R-G o trampa
$E_v$	máxima energía posible de la banda de valencia
$F$	fuerza
$f(E)$	factor de corrección en la sonda de cuatro puntas
$F_N$	seudonivel de Fermi (o seudoenergía) de electrones
$F_P$	seudonivel de Fermi (o seudoenergía) de huecos
$F_{1/2}(\eta)$	integral de Fermi-Dirac de orden 1/2
$g_c(E)$	densidad de estados de la banda de conducción
$G_L$	velocidad de fotogeneración; número de pares electrón-hueco creados por $\text{cm}^3\text{-seg}$
$g_N$	velocidad neta general de generación de electrones debida a "otros procesos"
$g_P$	velocidad neta general de generación de huecos debida "otros procesos"
$g_V(E)$	densidad de estados de la banda de valencia
$h$	constante de Planck
$\hbar$	$h/2\pi$
$I$	corriente
$I_p$	corriente de huecos
$I_{P \text{arrastre}}$	corriente de huecos debida al mecanismo de arrastre
$J, J$	densidad de corriente ( $\text{amp}/\text{cm}^2$ )
$J_N, J_N$	densidad de corriente de electrones
$J_{N \text{dif}}$	densidad de corriente de electrones debida a la difusión
$J_{N \text{arrastre}}$	densidad de corriente de electrones debida al mecanismo de arrastre
$J_{Nx}, J_{Ny}, J_{Nz}$	componentes de la densidad de corriente de electrones según las direcciones $x, y$ y $z$ .
$J_p, J_p$	densidad de corriente de huecos

$J_p _{\text{dif}}$	densidad de corriente de huecos debida a la difusión
$J_p _{\text{arrastre}}$	densidad de corriente de huecos debida al mecanismo de arrastre
$J_{Px}, J_{Py}, J_{Pz}$	componentes de la densidad de corriente de huecos según las direcciones $x, y$ y $z$
$k$	constante de Boltzmann ( $8.62 \times 10^{-5}$ eV/K)
$K_S$	constante dieléctrica del semiconductor (por lo regular Si)
$L_N$	longitud de difusión de electrones (portadores minoritarios)
$L_p$	longitud de difusión de huecos (portadores minoritarios)
$m_n$	masa efectiva del electrón
$m_0$	masa del electrón libre
$m_p$	masa efectiva del hueco
$n$	concentración de electrones (número de electrones/cm <sup>3</sup> )
$n^+$	material tipo $n$ fuertemente dopado
$N_A$	número total de átomos aceptadores o niveles/cm <sup>3</sup>
$N_A^-$	número de átomos aceptadores ionizados (cargados negativamente)/cm <sup>3</sup>
$N_C$	densidad equivalente de estados para la banda de conducción
$N_D$	número total de átomos donadores o niveles/cm <sup>3</sup>
$N_D^+$	número de átomos donadores ionizados (cargados positivamente)/cm <sup>3</sup>
$n_i$	concentración intrínseca de portadores
$n_0$	concentración de electrones en equilibrio
$N_T$	número de centros de R-G/cm <sup>3</sup>
$N_v$	densidad equivalente de estados para la banda de valencia
$p$	concentración de huecos (número de huecos/cm <sup>3</sup> )
$p^+$	material tipo $p$ fuertemente dopado
$p_0$	concentración de huecos en equilibrio
$q$	magnitud de la carga del electrón ( $1.6 \times 10^{-19}$ coulombs)
$r_N$	velocidad neta general de recombinación térmica de electrones
$r_P$	velocidad neta general de recombinación térmica de huecos
$s$	separación entre las puntas en la sonda de cuatro puntas
$t$	tiempo
$T$	temperatura
$v$	velocidad
$V$	voltaje; potencial electrostático
$v_d, v_d$	velocidad de arrastre (o de deriva)
$\Delta n$	$\Delta n = n - n_0$ ; desviación de la concentración de electrones respecto de su valor de equilibrio
$\Delta n_p$	$\Delta n$ en un material tipo $p$
$\Delta p$	$\Delta p = p - p_0$ ; desviación de la concentración de huecos respecto de su valor de equilibrio
$\Delta p_n$	$\Delta p$ en un material tipo $n$
$\epsilon_0$	permitividad del vacío ( $8.85 \times 10^{-14}$ farads/cm) = $(E - E_c)/kT$
$\eta$	$\eta = (E - E_c)/kT$
$\eta_c$	$\eta_c = (E_F - E_c)/kT$
$\eta_v$	$\eta_v = (E_V - E_F)/kT$
$\mu_n$	movilidad del electrón
$\mu_p$	movilidad del hueco
$\rho$	resistividad (ohms-cm) o densidad de carga (coulombs/cm <sup>3</sup> )
$\sigma$	conductividad
$\tau_n$	tiempo de vida del electrón (portador minoritario)
$\tau_p$	tiempo de vida del hueco (portador minoritario)
$\nabla$	gradiente
$\nabla_p$	gradiente de concentración de huecos
$\nabla_n$	gradiente de concentración de electrones

## Constantes físicas

Símbolo	Nombre	Valor
$q$	carga del electrón (magnitud)	$1.60 \times 10^{-19}$ coulomb
$\epsilon_0$	permitividad del vacío	$8.85 \times 10^{-14}$ farad/cm
$k$	constante de Boltzmann	$8.62 \times 10^{-5}$ eV/K
$h$	constante de Planck	$6.63 \times 10^{-34}$ joule-seg
$m_0$	masa del electrón en reposo	$9.11 \times 10^{-31}$ kg
$\text{\AA}$	angstrom	$10^{-8}$ cm
eV	electrón volt	$1.60 \times 10^{-19}$ joule

# Índice de materias

- aceptadores, 28-32, 45  
definición, 32  
energía de enlace, 31  
ionizados, 45  
aislantes, 24  
aluminio (Al):  
aceptador para el silicio, 28  
energía de enlace, 31  
 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , 1, 2  
antimonio (Sb):  
donador para el silicio, 28  
energía de enlace, 31  
atraso:  
corriente de, 59-60  
definición, idea intuitiva, 57-58  
velocidad, 58, 59, 60, 61  
arsénico (As):  
donador para el silicio, 28  
energía de enlace, 31  
átomo de hidrógeno, 18  
átomos de impureza véase dopantes  
bajo nivel de inyección, 81, 87  
banda de conducción, 21  
bandas de energía, modelo de:  
acción dopante, idea intuitiva, 32  
curvatura de banda, 69, 75  
diferentes materiales, 23  
modelo básico, 21-23  
nivel donador, 31  
niveles de Fermi, 38  
R-G, idea intuitiva, 78, 79  
seudoniveles de Fermi, 98  
banda de valencia, 21  
banda prohibida, 22, 24, 25  
bandas, véase modelo de las bandas de energía  
blenda de zinc, red cristalina, 7  
Bohr, modelo de, 18-19  
boro (B):  
aceptador para el silicio, 28  
energía de enlace, 31  
captura, coeficientes de, 82, 83  
 $\text{CdTe}$ , 1, 2  
celda unitaria, 4-7  
blenda de zinc, 7  
cúbica centrada en la cara (fcc), 5, 6  
cúbica centrada en el cuerpo (bcc), 5, 6  
cúbica simple, 5, 6  
diamante, 5-7  
longitud de arista para la celda unitaria del GaAs, 7  
longitud de arista para la celda unitaria del Si, 7, 11  
primitiva, 4  
concentración, fórmulas de:  
electrones, 40, 41, 42, 46, 47  
huecos, 40, 41, 42, 46, 47  
semiconductor compensado, 47  
semiconductor dopado, 46-47  
semiconductor intrínseco, 27-28, 46  
conductividad, 63, 64  
congelación, 51, 52  
constante dielectrica, 91  
continuidad, ecuaciones de, 85-86, 91  
corazón, electrones del, 19  
corriente, densidad de:  
atraso o deriva, 59-60  
definición, 59  
difusión, 74  
portador, 74, 91  
total en régimen estacionario, 90, 91  
cristal, crecimiento de, 10-13  
monocristales, formación de, 11-12  
silicio, purificación del, 10, 11  
cuantización, concepto de, 17-19  
curvatura de banda, 68-70  
Czochralski, método de extracción de, 11, 12  
defecto, 19, 20, 21, 79

defecto puntual, 18, 19, 79  
densidad de carga, 90, 91  
diamante, banda prohibida, 23-24  
diamante, estructura de, 6-7  
difusión, 71-77  
  coeficientes de, 74, 75, 76, 77  
  corriente de, 74  
  definición, idea intuitiva, 71-72  
  longitudes de, 96-97  
dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ), 11, 24  
dispersión, 58, 61, 63  
donadores, 28, 29  
  definición, 32  
  energía de enlace, 29-31  
  ionizados, 46  
  modelo de bandas de energía, 31  
dopado, 28-32  
dopantes:  
  definición, 32  
  del silicio, 28  
  energías de enlace, 31

ecuaciones de difusión de portadores minoritarios, 86-89, 91  
Einstein, relación de, 75-77  
electrón:  
  carga, 25  
  coeficiente de captura, 83  
  concentración intrínseca, 27-28, 43-45  
  corriente de arrastre, 60  
  corriente de difusión, 74  
  distribución de equilibrio, 35-38  
  ecuación de continuidad, 85-86, 91  
  ecuación de difusión, 86-89, 91  
  fórmulas de concentración, 41, 42, 43, 46, 47  
  longitud de difusión, 96  
  masa efectiva, 25-27  
  masa en reposo, 25  
  movilidad, 60-63, 64  
  portador, 22, 23  
  relación de Einstein, 76  
  seudonivel de Fermi, 98, 99  
  tiempo de vida, 83, 84  
electrón volt (eV), 18  
electrones de valencia, 19

energía cinética, 68, 69  
energía potencial, 68, 69  
enlace covalente, 20  
enlace, modelo de, 20-21, 22-23, 29, 78, 79  
equilibrio, 17  
estado, ecuaciones de, 84-91  
  resumen, 90-91  
estado casi estacionario, 83  
estado estacionario, 89  
estados:  
  densidad equivalente de, 41  
  densidad de, 33-34, 37  
estructura, 3-7, véase también celda unitaria

Fermi, función de, 35-36  
  dependencia con la temperatura, 35-36  
  gráfica, 36  
Fermi, nivel de, 35  
  determinación de la posición, 48-50  
  ley de equilibrio, 75  
  semiconductor dopado, 38-39, 49-50  
  semiconductor intrínseco, 38-39, 49-50  
Fermi, seudoniveles de, 97-99  
Fermi-Dirac, integral de, 39-40  
fósforo (P):  
  donador para el silicio, 27-28  
  energía de enlace, 31  
fotogeneración, 78, 80, 81

GaAs:  
  concentración intrínseca de portadores, 28, 44  
  consideraciones de temperatura, 52  
  energía de la banda prohibida, 24, 25  
  masas efectivas de portadores, 27  
  red cristalina, 6, 7  
  semiconductor compuesto, 1, 2

Galio (Ga):  
  aceptador para el silicio, 28  
  energía de enlace, 31

generación, véase recombinación-generación

Germanio (Ge):  
  átomo aislado, 19  
  concentración intrínseca de portadores, 28  
  energía de la banda prohibida, 24, 25  
  masas efectivas de portadores, 27  
  red cristalina, 6  
  semiconductor elemental, 1

hueco:  
  carga, 25  
  coeficiente de captura, 82, 83  
  concentración intrínseca, 27-28, 42-44  
  corriente de arrastre o de deriva, 59, 60  
  corriente de difusión, 74  
  distribución de equilibrio, 36-37  
  ecuación de continuidad, 85-86, 91  
  ecuación de difusión, 89, 91  
  fórmulas de concentración, 40, 41, 42, 46, 47  
  longitud de difusión, 96, 97  
  masa efectiva, 24-27  
  movilidad, 60-63, 65  
  portador, 22-24  
  relación de Einstein, 77  
  seudonivel de Fermi, 97-99  
  tiempo de vida, 83, 84,

índices de Miller, 7-10  
  direcciones, 9  
  guion sobre el dígito, 9  
  planos equivalentes, 9  
  procedimiento, 8-9  
  resumen de la notación, 10

indio (In):  
  aceptador para el silicio, 28  
  energía de enlace, 31

ionización, véase aceptadores o donadores

lingote, 11, 12  
longitudes de difusión de portadores minoritarios, 96-97

masa de un portador, véase masa efectiva  
masa efectiva, 24-27

material tipo *n*, 32, 36-39  
material tipo *p*, 36, 38-39  
mecánica cuántica, 19, 26  
metales, 24, 25  
momento angular, 18  
movilidad, 60-63, 64, 65  
  definición, 60  
  dependencia de la temperatura, 63, 64, 65  
  dependencia del dopado, 61, 62, 63  
  relación con la dispersión, 61  
  unidades, 60  
movimiento térmico, 58

neutralidad de carga, 45  
neutralidad de carga, relación de, 45, 46  
niveles de aceptadores, véase aceptadores  
niveles de donadores, véase donadores  
núcleo atómico, 19

oblea, véase silicio, oblea de oro, 79, 84

P, véase fósforo  
Pauli, principio de exclusión de, 21-22  
perturbación, 81, 82  
planos en un cristal, véase índices de Miller  
Poisson, ecuación de, 91  
portadores, 17, 23  
  carga, 25  
  concentración, cálculo de, 45-48  
  concentración, dependencia de la temperatura, 47, 51-53  
  diagramas de distribución, 37  
  distribución de equilibrio, 33  
  electrones, 22, 23  
  huecos, 23-25  
  masa efectiva, 24-26  
  mayoritarios, 33  
  minoritarios, 33  
portadores, propiedades de, 25-32  
portadores intrínsecos, concentración de, 28, 42-44  
potencial electrostático, 68, 69, 70

producto  $np$ , 43  
rebaje, 6, 7  
recolección, 84  
recombinación-generación, 77-84  
  centro de R-G (indirecta), 79, 80  
  definición, idea intuitiva, 77-80  
  directa, 77, 78  
  estadística, 80-84  
redes cristalinas, 3-7 *véase también*  
  celdas unitarias  
región extrínseca de temperatura, 51  
región intrínseca de temperatura, 51  
resistividad, 63-68  
R-G, centro de, 79  
R-G, *véase* recombinación-generación  
  
semiconductores:  
  aleaciones, 1, 2  
  clasificación de los materiales, 23-  
    24  
  compensados, 47  
  composición, 1-2  
  compuestos, 1, 2  
  degenerados, 41  
  elementales, 1  
  extrínsecos, 32  
  intrínsecos, 27, 32, 47  
  no degenerados, 41  
  pureza, 12  
  red cristalina, 2-4  
  uniformemente dopados, 45  
semilla de cristal, 11  
seudoniveles de Fermi, 97-99  
silicio (Si):  
  átomo aislado, 21

concentración intrínseca de portado-  
res, 28, 44  
crecimiento del cristal, 10-13  
dopantes, 28  
energía de la banda prohibida, 24,  
  25  
energías de enlace de los dopantes,  
  31  
lingote, 11, 13  
masas efectivas de portadores, 27  
movilidad de portadores, 62, 64, 65  
oblea, 7, 8  
red cristalina, 5, 6  
resistividad, 67  
semiconductor elemental, 1  
tiempo de vida de portadores mino-  
ritarios, 84  
sólido:  
  amorfico, 3, 4  
  cristalino, 3, 4  
  policristalino, 3, 4, 11  
sonda caliente, 72-74  
sonda de cuatro puntas, 66, 67, 68  
  
tabla periódica (abreviada), 3  
temperatura, dependencia de la:  
  acción aceptador/donador, 31-32  
  concentración de portadores, 50-52  
  concentración intrínseca de portado-  
    res, 44  
  función de Fermi, 34-35  
  movilidad, 63, 64, 65  
tiempos de vida de portadores minorita-  
rios, 83, 84  
trampa, 79  
  
vecinos más próximos, 6, 7, 19

