

Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Escuela de Ingeniería Electrónica  
EL-2207 Elementos Activos

Profesores: Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez  
Ing. Mauricio Segura Quiros  
Ing. Aníbal Ruiz Barquero

I Semestre 2019

### **Segundo Examen Parcial**

4 de mayo de 2019

Nombre: \_\_\_\_\_

### **SOLUCION**

Total de Puntos:	48
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Carne: \_\_\_\_\_

#### **Instrucciones Generales**

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borrones o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe encerrar en recuadro su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo no está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer totalmente apagado durante el examen.
- No se permite el uso de calculadora programable.
- Únicamente se atenderán dudas de forma.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.
- Esta prueba tiene una duración de 3 horas, a partir de su hora de inicio.

Firma: \_\_\_\_\_

Escogencia múltiple	de 10
Problema 1	de 14
Problema 2	de 14
Problema 3	de 10

## Escogencia múltiple

10 Pts

Escriba F o V, según corresponda a Falso o Verdadero en todas las opciones. Cada pregunta vale 1 punto. Si necesita corregir, escriba una X sobre la letra incorrecta y escriba F o V a la izquierda de la línea. La ponderación será: cinco opciones buenas 1 punto; cuatro opciones buenas 0.8 puntos; 3 opciones buenas 0.6 puntos; 2 opciones buenas 0.4 puntos y 1 buena 0.2 puntos.

1. De las regiones de operación de un transistor se puede asegurar que:

1 Pt

- |   |  |
|---|--|
| V | Para la región activa de un transistor NPN el $V_{BE} > 0$ y $V_{CE} \geq V_{BE}$ .            |
| V | Para la región de saturación de un transistor PNP $V_{EB} > 0$ y $V_{EC} < V_{EB}$ .           |
| V | Para la región de corte de un transistor PNP $V_{EB} \leq 0$ y $V_{EC} \geq V_{EB}$ .          |
| F | Para la región de reversa activa de un transistor PNP el $V_{BE} \leq 0$ y $V_{CE} < V_{BE}$ . |
| F | Todas las afirmaciones anteriores son correctas  |

2. Con respecto a la estructura del BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

- |   |   |
|---|---|
| V | La capa semiconductor con mayor dopado es el emisor.                          |
| V | El emisor y el colector tienen dimensiones distintas y no son intercambiables |
| F | Al aumentar el área del emisor se disminuye $I_s$ .                           |
| F | El BJT se puede sustituir por 2 diodos en serie.                              |
| V | La capa semiconductor más angosta de todas corresponde a la Base.             |

3. De las regiones de operación de un transistor se puede asegurar que:

1 Pt

- |   |   |
|---|---|
| V | En la región activa $I_C \neq 0$ y el transistor se utiliza como amplificador lineal.                         |
| V | En la región de saturación $I_C \neq 0$ y el transistor se comporta como interruptor cerrado.                 |
| V | En la región de corte $I_C \approx 0$ , $I_E \approx 0$ y el transistor se comporta como interruptor abierto. |
| V | Para la región de reversa activa $I_C \neq 0$ , $I_E \neq 0$ .  |
| V | Todas las afirmaciones anteriores son correctas   |

4. Con respecto a la estructura del BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

- |   |   |
|---|---|
| V | El BJT consiste en tres capas semiconductoras, dos del mismo tipo de dopado.    |
| V | De las tres capas semiconductoras, la capa central es de dopado complementario. |
| F | El BJT contiene tres uniones PN.  |
| V | El BJT es un dispositivo de tres terminales.                                    |
| F | Todas las afirmaciones anteriores son correctas.                                |

5. Cuando un transistor se encuentra en saturación se puede asegurar que:

1 Pt

- |   |  |
|---|--|
| V | Ambas uniones están polarizadas en directa.                        |
| V | Beta no es constante.  |
| V | Corrientes de electrones tienden a cancelarse.                     |
| V | La corriente de base aumenta.                                      |
| V | $V_{CE}$ es bajo, $V_{CE} \approx 0.2 \text{ V} - 0.3 \text{ V}$ . |

6. Sobre la estructura del transistor BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

V	El colector tiene menor concentración de dopado que el emisor ( $N_C < N_E$ ).
F	El dopado de la base es el más fuerte de los tres ( $N_B > N_E$ y $N_B > N_C$ ).
F	Si el área del emisor se duplica, la corriente $I_C$ se reduce a la mitad.
V	Dos transistores BJT distintos en paralelo con $V_{BE1} = V_{BE2}$ pueden tener $I_{C1} \neq I_{C2}$ .
V	Dos transistores BJT idénticos en serie siempre tienen $V_{BE1} = V_{BE2}$ .

7. Sobre el principio de funcionamiento del transistor BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

V	En un transistor NPN (en modo activo) los electrones pasan de la base al colector.
F	En un transistor NPN (en modo activo) los huecos pasan del colector a la base.
V	La longitud de la región de agotamiento en la base se controla con la corriente $I_B$ .
V	Si la longitud de la zona de agotamiento aumenta, la corriente de colector aumenta.
F	En la zona de corte, la base está completamente agotada de portadores de carga.

8. Sobre las regiones de operación del transistor BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

F	En activa directa, un incremento en $V_{CE}$ aumenta la corriente $I_C$ .
V	En saturación fuerte, un incremento en $V_{CE}$ aumenta la corriente $I_C$ .
V	En saturación fuerte, un incremento en $I_B$ reduce la resistencia entre C-E.
V	En activa inversa, el diodo B-C está polarizado en directa.
F	En la zona de corte, la corriente $I_C$ es exactamente cero sin importar $V_{CE}$ .

9. Sobre los elementos parásitos del transistor BJT se afirma correctamente que:

1 Pt

V	En activa directa, la capacitancia B-C es mayor que la capacitancia B-E.
V	Con efecto Early, la corriente de colector depende de $V_{DS}$ en activa directa.
V	A El efecto Early incrementa la resistencia de salida del transistor.
F	La resistencia de entrada $r_\pi$ es independiente de la temperatura (asuma $I_C$ constante).
F	Un transistor BJT ideal tiene una resistencia de entrada $r_\pi = 0$ .

10. Con respecto a los mecanismos de conducción se afirma correctamente que:

1 Pt

V	La suma de las corrientes $I_C$ , $I_B$ e $I_E$ es igual a cero.
F	La corriente $I_F$ es igual a $I_C$ en magnitud.
F	Los dos diodos deben conducir para que el transistor esté en modo activo.
F	En la región activa inversa se puede sustituir el diodo B-E por un cortocircuito.
F	El modelo Ebers-Moll simplificado se utiliza sólo para la región activa directa.

## Problema 1. Polarización de transistores

Considere el circuito de la figura 1.1. Los valores de  $\beta$  para los transistores 1 y 2 son  $\beta_1=100$ ,  $\beta_2=100$ , respectivamente, asuma que el voltaje base emisor para el transistor 1 es de 0.7 V y voltaje de emisor base para el transistor 2 es de 0.7 V

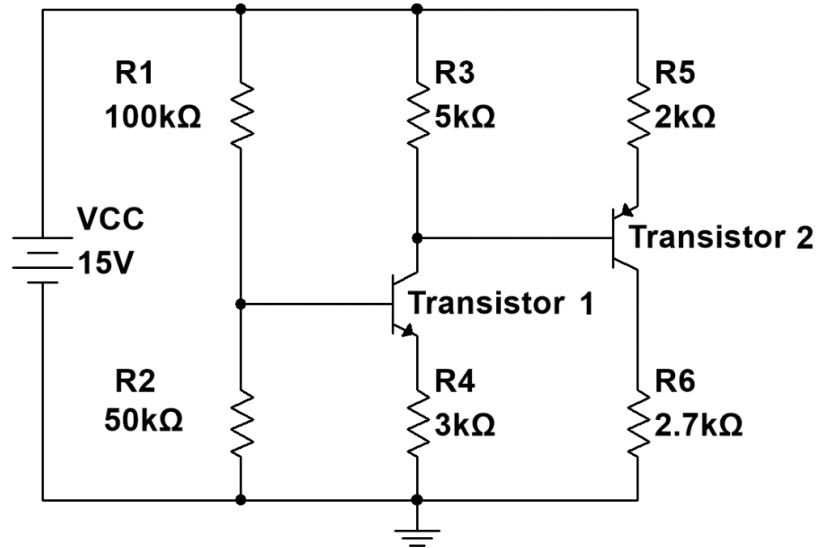


Figura 1.1: Configuración de transistores para análisis de polarización.

1.1. Determine la magnitud de todos los voltajes y las corrientes de los transistores de la tabla 1.

Tabla 1. Valores de operación del transistor

	Transistor 1	Transistor 2
$V_{BC}$	-4.037 V	+1.004 V
$V_{CE}$	+4.737 V	-1.704 V
$I_C$	1.278 mA	2.817 mA
$I_E$	1.291 mA	2.845 mA
$I_B$	12.78 $\mu$ A	28.17 $\mu$ A

$$V_{TH} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15V \cdot 50k\Omega}{100k\Omega + 50k\Omega} = 5V$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100k\Omega \cdot 50k\Omega}{100k\Omega + 50k\Omega} = 33.33k\Omega$$

Resolviendo la malla por la base para el transistor 1:

$$V_{TH} = I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_4$$

$$V_{TH} = I_B R_{TH} + V_{BE} + (\beta + 1) I_B R_4$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1)R_4} = \frac{5V - 0.7V}{33.33k\Omega + (100 + 1)3k\Omega} = 12.78\mu A$$

$$I_C = \beta I_B = 100 \cdot 12.78\mu A = 1.278mA$$

$$I_E = (\beta + 1)I_B = 101 \cdot 12.78\mu A = 1.291mA$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_3 = 15V - 1.278mA \cdot 5k\Omega = 8.610V$$

$$V_E = I_E \cdot R_4 = 1.291mA \cdot 3k\Omega = 3.873V$$

$$V_B = V_E + V_{BE} = V_{TH} - I_B R_{TH} = 3.873V + 0.7V = 4.573V$$

$$V_{CE} = V_C - V_E = 8.610V - 3.873V = 4.737V$$

$$V_{BC} = V_B - V_C = 4.573V - 8.610V = -4.037V$$

Para el transistor 2 se tiene:

$$V_{B2} = V_{C1} = 8.610V$$

De modo que la tensión en el emisor es:

$$V_{EB2} = V_{E2} - V_{B2} \Rightarrow V_{E2} = V_{EB2} + V_{B2}$$

$$V_{E2} = 0.7V + 8.610V = 9.310V$$

La corriente de emisor es:

$$I_{E2} = \frac{V_{CC} - V_{E2}}{R_5} = \frac{15V - 9.310V}{2k\Omega} = 2.845mA$$

De aquí se calculan los demás parámetros:

$$I_{B2} = \frac{I_{E2}}{\beta + 1} = \frac{2.845mA}{100 + 1} = 28.17\mu A$$

$$I_{C2} = \beta I_B = 100 \cdot 28.17\mu A = 2.817mA$$

$$V_{C2} = I_C R_6 = 2.817mA \cdot 2.7k\Omega = 7.606V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 7.606V - 9.310V = -1.704V$$

$$V_{BC2} = V_{B2} - V_{C2} = 8.610V - 7.606V = 1.004V$$

1.2. Determine la región de operación del transistor 1, justifique su respuesta

El transistor Q1 tiene el siguiente punto de operación:

$$V_{C1} = 8.610 \text{ V}$$

$$V_{B1} = 4.573 \text{ V}$$

$$V_{E1} = 3.873 \text{ V}$$

Por lo tanto:

El diodo BE está en directa,  $V_{BE} = 4.573 - 3.873 = 0.7 \text{ V}$

El diodo BC está en reversa,  $V_{BC} = 4.573 - 8.610 = -4.037 \text{ V}$

$V_{BE}$  en directa,  $V_{BC}$  en reversa  $\Rightarrow$  Activa directa

El transistor Q1 está en la región activa directa.

1.3. Determine la región de operación del transistor 2, justifique su respuesta

El transistor Q2 tiene el siguiente punto de operación:

$$V_{C2} = 7.606 \text{ V}$$

$$V_{B2} = 8.610 \text{ V}$$

$$V_{E2} = 9.310 \text{ V}$$

Por lo tanto:

El diodo EB está en directa,  $V_{EB} = 9.310 - 8.610 = 0.7 \text{ V}$

El diodo CB está en reversa,  $V_{CB} = 7.606 - 8.610 = -1.004 \text{ V}$

$V_{EB}$  en directa,  $V_{CB}$  en reversa  $\Rightarrow$  Activa directa

El transistor Q2 está en la región activa directa.

## Problema 2 Modelo de Pequeña Señal

14 pts

Utilizando el analizador de parámetros de semiconductores de Hewlett-Packard 4145B, se ha determinado la característica de salida y la característica de entrada de emisor común de un transistor bipolar y los resultados se muestran en las figuras 2.1 y 2.2. Considere que el punto Quiescente de operación está en  $I_B = 5 \mu A$  y  $V_{EC} = 10 V$ .

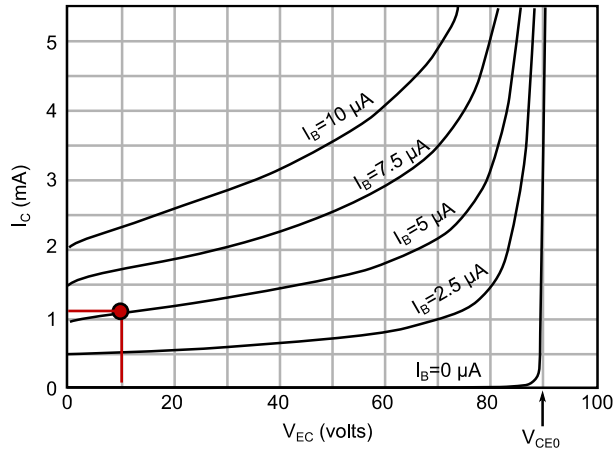


Figura 2.1: Característica de salida

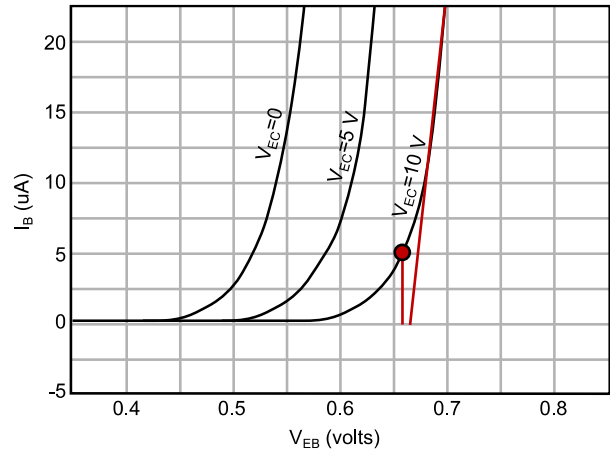


Figura 2.2: Característica de entrada

A partir de las gráficas proporcionadas, responda lo siguiente:

2.1. Indique el tipo de transistor descrito, en términos constructivos (tipos de dopado).

El transistor es de tipo PNP

2.2. Señale la ubicación del punto Quiescente en ambas gráficas (utilice lapicero).

El punto se indica en las gráficas.

2.3. Determine el valor de la ganancia de corriente ( $\beta$ ).

La ganancia de corriente se calcula a partir del punto de operación:

$I_B = 5 \mu A$  y de la gráfica se obtiene  $I_C \approx 1.1 mA$  por lo que

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{1.1 mA}{5 \mu A} = 220$$

2.4. Determine el valor de la corriente de subumbral ( $I_S$ ).

Esta corriente se calcula con la ecuación del diodo.

De la gráfica se obtiene  $V_{EB} \approx 0.66 V$  por lo que

$$I_C = I_S e^{V_{EB}/V_T} \Rightarrow I_S = \frac{I_C}{e^{V_{EB}/V_T}} = \frac{1.1 mA}{e^{0.66 V/26 mV}} = 1.0399 \times 10^{-14} A$$

2.5. Determine el valor de  $V_{EB}$  que se utilizaría en el modelo lineal incremental.

Extrapolando la característica de entrada con una línea tangente se obtiene  $V_{EB} \approx 0.67 V$

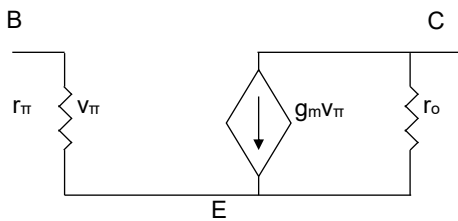
2.6. Calcule los valores de  $g_m$  y  $r_\pi$ .

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1.1 mA}{26 mV} = 0.0423 S$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{220}{0.0423 S} = 5.2 k\Omega$$

2.7. Dibuje el equivalente de pequeña señal del transistor descrito en su modelo  $\pi$ .

El modelo de pequeña señal del transistor PNP:



2.8. Si se invirtiese el tipo de material de todas las partes del transistor bipolar, es decir: la base, el colector y el emisor. ¿Cómo se vería el modelo de pequeña señal? Dibújelo si es necesario.

El modelo de pequeña señal del transistor NPN es idéntico al del PNP, por lo tanto, queda igual al del punto anterior. No es necesario redibujarlo.

2.9. Proponga un método gráfico para obtener  $V_A$  a partir de las gráficas que se muestran.

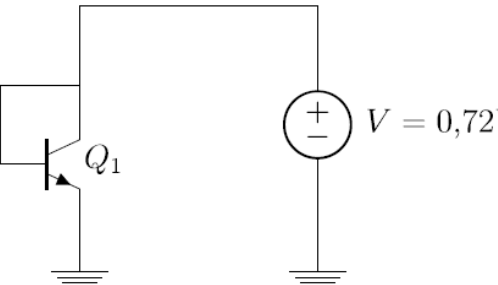
Se debe extrapolar la característica de entrada hasta que todas las curvas coincidan en un punto común de tensión emisor-colector. Este valor es  $V_A$ .

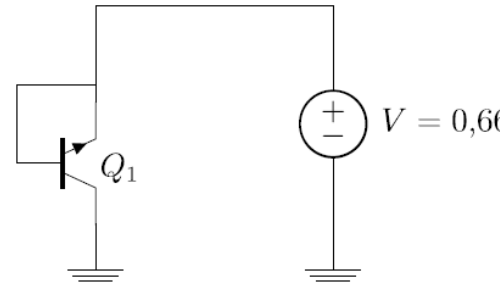


### Problema 3. Modelo de Ebers-Moll

10 pts

A un transistor bipolar NPN desconocido se le aplican las siguientes pruebas, de las cuales se obtienen los resultados mostrados.

Prueba 1	
	
VBE	0.72 V
IC	10.6864 mA
IB	55.3370 $\mu$ A
IE	10.7418 mA

Prueba 2	
	
VBE	0.66 V
IC	1.3792 mA
IB	Sin datos
IE	Sin datos

A) A partir de los resultados obtenidos en la prueba 1, determine los siguientes parámetros del modelo de Ebers-Moll:

3.1 La ganancia C-E de directa ( $\alpha_F$ )

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{193.115}{194.115} = \frac{10.6864 \text{ mA}}{10.7418 \text{ mA}} = 0.99484$$

3.2 La ganancia C-B de directa ( $\beta_F$ )

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{10.6864 \text{ mA}}{55.3370 \mu\text{A}} = 193.115$$

3.3 La corriente de subumbral del diodo B-E ( $I_{ES}$ )

De las ecuaciones de Ebers-Moll se puede descartar el término que contiene  $V_{BC}$  por lo que:

$$I_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_{ES} = \frac{-I_E}{\left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)}$$

La corriente  $I_E$  es negativa porque sale del transistor (en el modelo Ebers-Moll todas las corrientes deben entrar al transistor). Sustituyendo los valores se obtiene:

$$I_{ES} = \frac{-(-10.7418 \text{ mA})}{\left(e^{\frac{0.72 \text{ V}}{26 \text{ mV}}} - 1\right)} = 1.01032 \times 10^{-14} \text{ A}$$

B) A partir de los resultados obtenidos en la prueba 2, determine los siguientes parámetros del modelo de Ebers-Moll:

3.4 La corriente de subumbral del diodo B-C ( $I_{CS}$ )

Aquí utilizamos la otra ecuación, cancelando el término que contiene  $V_{BE}$

$$I_C = \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = -I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_{CS} = \frac{-I_C}{\left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}$$

Para la prueba 2, la corriente  $I_C$  es negativa porque sale del transistor. Según la convención del modelo de Ebers-Moll, las corrientes son positivas si entran al transistor, por lo que se debe agregar el signo menos. Sustituyendo los valores se obtiene:

$$I_{CS} = \frac{-(-1.3792 \text{ mA})}{\left( e^{\frac{0.66 \text{ V}}{26 \text{ mV}}} - 1 \right)} = 1.30385 \times 10^{-14} \text{ A}$$

3.5 La ganancia C-E de reversa ( $\alpha_R$ )

De la relación de reciprocidad se tiene:

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

$$\alpha_R = \frac{\alpha_F I_{ES}}{I_{CS}} = \frac{(0.99484)(1.01032 \times 10^{-14} \text{ A})}{(1.30385 \times 10^{-14} \text{ A})} = 0.77088$$

3.6 La ganancia C-B de reversa ( $\beta_R$ )

$$\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R} = \frac{0.77088}{1 - 0.77088} = 3.36453$$

C) Calcule los valores desconocidos restantes de la prueba 2.

3.7 La corriente de base de la prueba 2 ( $I_B$ )

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_R} = \frac{1.3792 \text{ mA}}{3.36453} = 409.924 \mu\text{A}$$

### 3.8 La corriente de emisor de la prueba 2 ( $I_E$ )

La suma de corrientes en el modelo de Ebers-Moll es cero:

$$I_E + I_C + I_B = 0$$

De donde

$$\begin{aligned} I_E &= -I_C - I_B \\ I_E &= -(-1.3792 \text{ mA}) - (409.924 \text{ }\mu\text{A}) \\ I_E &= 0.96928 \text{ mA} \end{aligned}$$