

---

## Tutoría 13: Señales en Tiempo Discreto y la Transformada $z$

---

**Ejercicio 1.** Si  $x[n] = \left\{1, 2, \underset{\uparrow}{3}, 4\right\}$ , exprese las siguientes secuencias en términos de  $x[n]$ :

a.  $y_1[n] = \left\{1, 2, 3, 4, 0, \underset{\uparrow}{0}\right\}$

c.  $y_3[n] = \left\{4, \underset{\uparrow}{3}, 2, 1\right\}$

b.  $y_2[n] = \left\{0, \underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 4\right\}$

d.  $y_4[n] = \left\{4, 3, 2, \underset{\uparrow}{1}\right\}$

**Respuestas:**

a.  $y_1[n] = x[n+3]$

c.  $y_3[n] = x[-n]$

b.  $y_2[n] = x[n-3]$

d.  $y_4[n] = x[-n-2]$

**Ejercicio 2.** Encuentre la transformada  $z$  de

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n] - \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

Con su respectiva ROC.

**Respuestas:**

■  $H(z) = \frac{-1 + \frac{1}{2}z^{-2}}{1 - \frac{9}{4}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$

■ ROC:  $\frac{1}{4} < |z| < 2$

**Ejercicio 3.** Encuentre la transformada  $z$  de

$$x[n] = \frac{u[n-2]}{4^n}$$

Con su respectiva ROC.

**Respuestas:**

■  $X(z) = \frac{1}{16} \cdot \frac{z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}$

■ ROC:  $\frac{1}{4} < |z|$

**Ejercicio 4.** Encuentre la transformada  $z$  de

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos\left[\frac{\pi}{4}n\right] u[-n]$$

Indique los polos, ceros y su respectiva ROC. ¿Es  $x[n]$  absolutamente sumable?

**Respuestas:**

- $X(z) = \frac{z^{-2} - \sqrt{2}z^{-1}}{z^{-2} - 2\sqrt{2}z^{-1} + 4}$
- ROC:  $|z| < \frac{1}{2}$
- Polos:  $p_{1,2} = \frac{1}{2}e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$
- Ceros:  $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x[n]$  no es absolutamente sumable

**Ejercicio 5.** Encuentre la transformada  $z$  inversa de:

$$X(z) = \cos(z)$$

Sabiendo que el círculo unitario del plano  $z$  se encuentra en la ROC.

**Respuestas:**

- $x[n] = \left\{ \dots, -\frac{1}{6!}, 0, \frac{1}{4!}, 0, -\frac{1}{2!}, 0, 1_{\uparrow} \right\}$

**Ejercicio 6.** Encuentre, por división polinomial, la transformada  $z$  inversa de

$$X(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}$$

Para las ROC:  $|z| > \frac{1}{3}$  y  $|z| < \frac{1}{3}$ .

**Respuestas:**

ROC:  $|z| > 1/3$

- $x[n] = \left\{ 1_{\uparrow}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{9}, \frac{2}{27}, -\frac{2}{81}, \dots \right\} = \begin{cases} \frac{2(-1)^{n+1}}{3^n} & n \geq 1 \\ 1 & n = 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} = \delta[n] + \frac{2(-1)^{n+1}}{3^n} u[n-1]$

ROC:  $|z| < 1/3$

- $x[n] = \left\{ \dots, 162, -54, 18, -6, 3_{\uparrow} \right\} = \begin{cases} 2(-3)^{-n} & n \leq -1 \\ 3 & n = 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} = 2 \left( \frac{-1}{3} \right)^n u[-n-1] + 3\delta[n]$

**Ejercicio 7.** Encuentre la transformada  $z$  inversa de

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 + 2z^{-1})}$$

Para cada una de las ROC posibles.

**Respuestas:**

ROC:  $|z| > 2$

$$\blacksquare x[n] = \frac{2}{9}u[n] + \frac{7}{9}(-2)^n u[n]$$

ROC:  $|z| < 1$

$$\blacksquare x[n] = -\frac{2}{9}u[-n-1] - \frac{7}{9}(-2)^n u[-n-1]$$

ROC:  $1 < |z| < 2$

$$\blacksquare x[n] = \frac{2}{9}u[n] - \frac{7}{9}(-2)^n u[-n-1]$$

**Ejercicio 8.** Encuentre la transformada  $z$  inversa de:

$$X(z) = \frac{1}{256} \left[ \frac{256 - z^{-8}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \right], \quad \text{ROC : } |z| > 0$$

**Respuesta:**

$$\blacksquare x[n] = \left\{ \underset{\uparrow}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128} \right\}$$

**Ejercicio 9.** Determine la convolución  $x_1[n] * x_2[n] * x_3[n]$  si se sabe que

$$x_1[n] = \{4, 3, 2, \underset{\uparrow}{1}\}$$

$$x_2[n] = \{-1, 0, \underset{\uparrow}{1}, 0, -1\}$$

$$x_3[n] = \delta(n+2)$$

**Respuesta:**

$$\blacksquare x_1[n] * x_2[n] * x_3[n] = \left\{ -4, -3, 2, 2, -2, -2, -2, \underset{\uparrow}{-1} \right\}$$