Tutoría 14: Análisis de Sistemas Discretos LTI

Ejercicio 1. Un sistema LTI tiene función de transferencia $H(z)$ y respuesta al impulso $h[n]$. Si se sabe que:

- $h[n]$ es real.
- $h[n]$ es derecha.
- $\lim_{z\to\infty} H(z) = 1$
- $H(z)$ tiene dos ceros.
- $H(z)$ tiene uno de sus polos en una ubicación no real en el círculo $|z| = \frac{3}{4}$

¿El sistema es estable? ¿Es causal?

Ejercicio 2. La ecuación de diferencias:

$$y[n] = x[n] - \frac{1}{2}x[n-1] + 2y[n-1] - \frac{1}{4}y[n-2] + \frac{1}{2}y[n-3]$$

Caracteriza un sistema LTI causal en tiempo discreto con respuesta al impulso $h[n]$ y función de transferencia $H(z)$, con entrada $x[n]$ y salida $y[n]$.

1. ¿Es éste un sistema recursivo? Justifique.
2. Si la entrada $x[n]$ es cero, calcule las primeras 4 muestras de la salida si las condiciones iniciales son:

$$y[-1] = 1$$
$$y[-2] = y[-3] = 0$$

3. Encuentre la función de transferencia $H(z)$ del sistema e indique su región de convergencia tomando en cuenta que la ecuación de diferencias representa un sistema causal. *Sugerencia: Se sabe que uno de los polos está en $z = 2$.*
4. Grafique el diagrama de polos y ceros de $H(z)$ en el plano z.
5. ¿Es el sistema caracterizado por $H(z)$ estable?
6. A la salida del sistema $H(z)$ se coloca en cascada otro sistema caracterizado por la función de transferencia:

$$G(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}, \to \text{ROC} : |z| > \frac{1}{2}$$

¿Cuál es la función de transferencia del sistema total $Q(z)$ compuesto por los subsistemas en cascada $H(z)$ y $G(z)$? Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema $Q(z)$.

7. Encuentre la salida del sistema $Q(z)$ ante la entrada $x[n] = \left\{1{,}0{,}\frac{1}{4}\right\}$ tanto en el dominio z como en el dominio del tiempo discreto n.

Ejercicio 3. Un sistema LTI en tiempo discreto tiene la respuesta al impulso:

$$h[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) u[n]$$

a. Encuentre la función de transferencia $H(z)$ del sistema.

b. Encuentre los polos y ceros del sistema (incluyendo aquellos en el infinito).

c. Encuentre la ecuación de diferencias del sistema.

d. Encuentre la respuesta de entrada cero del sistema para las condiciones iniciales $y[-1] = y[-2] = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Sugerencia: Utilice la ecuación de diferencias encontrada por usted y su transformada z unilateral.

Ejercicio 4. Un sistema en tiempo discreto es lineal e invariante en el tiempo y su función de transferencia tiene como expresión algebraica:

$$H(z) = -\frac{3}{2}\left[\frac{z^{-1}}{\left(1-2z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}\right]$$

a. Dibuje el diagrama de polos y ceros del sistema

b. Indique en el diagrama del punto anterior, la región de convergencia de $H(z)$ si se sabe además que el sistema es estable.

c. Encuentre la respuesta al impulso $h[n]$ de dicho sistema estable e indique si el sistema es o no causal.

d. Otro sistema tiene como función de transferencia:

$$G(z) = \cos(z)$$

Si se sabe que el círculo unitario se encuentra dentro de la región de convergencia de este sistema, encuentre la respuesta al impulso $g[n]$ utilizando la definición de transformada z inversa para todo n.

e. Indique si el sistema es causal o no.

Ejercicio 5. Considere los siguientes sistemas LTI causales con función de transferencia dada por:

$$H_1(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

$$H_2(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

$$H_3(z) = \frac{1-\frac{7}{4}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2}}$$

Represente cada uno de los sistemas anteriores mediante un diagrama de bloques.

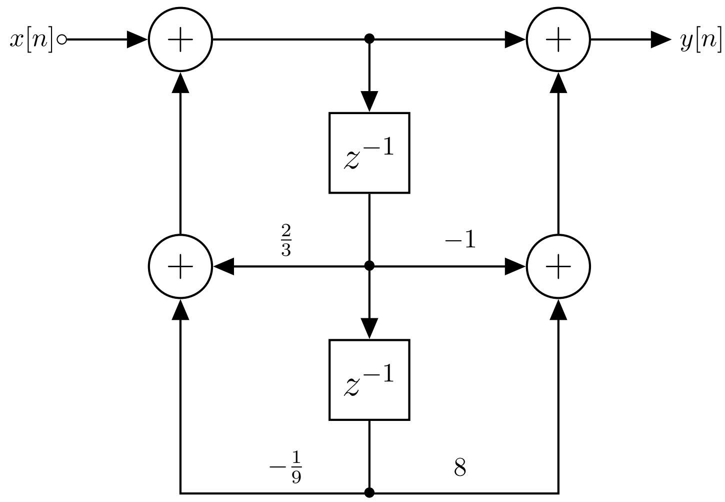

Figura 1: Sistema LTI del ejercicio 6.

Ejercicio 6. Considere un sistema LTI causal cuya entrada $x[n]$ y salida $y[n]$ están relacionadas mediante la representación en diagrama de bloques mostrada en la figura 1.

a. Determine una ecuación de diferencias que relacione a $y[n]$ con $x[n]$.

b. ¿Es el sistema estable? Justifique.

Ejercicio 7. Considere un sistema cuya entrada $x[n]$ y salida $y[n]$ están relacionadas mediante la siguiente ecuación de diferencias:

$$y[n-1] + 2y[n] = x[n]$$

a. Determine la respuesta a entrada cero de este sistema si $y[-1] = 2$.

b. Determine la respuesta de estado cero de este sistema a la entrada $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$.

c. Determine la salida $y[n]$ del sistema para $n \geq 0$ cuando $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ y $y[-1] = 2$.