Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL 4703 Señales y Sistemas

II Semestre 2019
Programa de Tutorías

Tutoría 8: Series de Fourier

Ejercicio 1. Considere tres señales periódicas continuas $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$ cuyos coeficientes de la Serie de Fourier son respectivamente c_{1k}, c_{2k} y c_{3k}, como se muestra:

$$x_1(t) = \sum_{k=0}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^{j\frac{2k\pi}{50}t}$$

$$x_2(t) = \sum_{k=-100}^{100} \cos(k\pi) e^{j\frac{2\pi k}{50}t}$$

$$x_3(t) = \sum_{k=-100}^{100} j\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) e^{j\frac{2\pi k}{50}t}$$

Utilice las propiedades de la serie de Fourier para determinar lo siguiente:

a. ¿Cuáles de las tres señales son de valor real?

b. ¿Cuáles de las tres señales son pares?

Ejercicio 2. La respuesta recortada de un rectificador de media onda es la función periódica $f(t)$ de periodo 2π definida sobre el periodo $0 < t < 2\pi$ por la expresión:

$$f(t) = \begin{cases} 5\sin(t) & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

Encuentre los coeficientes c_k que sintetizan $f(t)$ por medio de la Serie de Fourier exponencial compleja.

Ejercicio 3. Obtenga la serie de Fourier de la función periódica $x(t)$ de la Figura 1 con la base exponencial compleja.

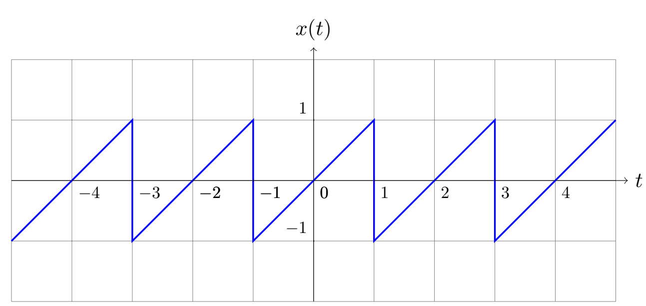

Figura 1: Señal periódica $x(t)$

.

Ejercicio 4. Obtenga la expansión en serie de Fourier de la onda seno rectificada descrita como $f(t) = |\sin(t)|$. Represente la función en una serie donde utilice la base de cosenos desplazados y la de senos y cosenos.

Ejercicio 5. Determine los coeficientes c_k de la serie de Fourier exponencial que representa la señal periódica de la figura 2.

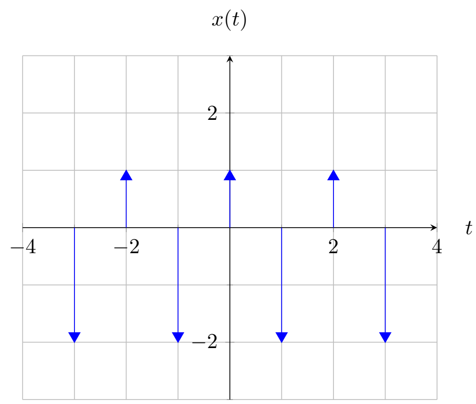

Figura 2: Señal para ejercicio 5

.

Ejercicio 6. Suponga que se nos proporciona la siguiente información sobre una señal $x(t)$

a. $x(t)$ es real y par.

b. $x(t)$ es periódica con periodo $T = 2$ y tiene coeficientes de Fourier c_k.

c. $c_0 = 0$, $c_k = 0$ para $|k| > 1$.

d. $\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2\, dt = 1$

Encuentre dos señales diferentes que satisfagan estas condiciones.

Ejercicio 7. Una función está dada por:

$$x(t) = \begin{cases} t-1 & 1 \leq t \leq 2 \\ -t+3 & 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Además, se puede utilizar $x(t)$ para construir una versión periódica de la siguiente forma:

$$x_p(t) = \begin{cases} x(t) & 1 \leq t \leq 3 \\ x(t+2n), & \text{con } n \in \mathbb{Z}, \text{ en el resto} \end{cases}$$

1. Grafique $x(t)$ en el intervalo $-1 \leq t \leq 5$.
2. Grafique $x_p(t)$ en el itervalo $-3 \leq t \leq 3$.

3. Indique cómo deberían comportarse los coeficientes c_k de la serie de Fourier:

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j\omega_0 kt}$$

considerando la naturaleza real o compleja de $x_p(t)$, su simetría o asimetría y su forma (continuidad o discontinuidad de la función y sus derivadas).

4. Calcule el valor CD de $x_p(t)$.

5. Obtenga la serie de Fourier de $x_p(t)$ en la forma exponencial compleja, cosenoidal y trigonométrica.

6. Para $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ grafique el espectro de magnitud de c_k.