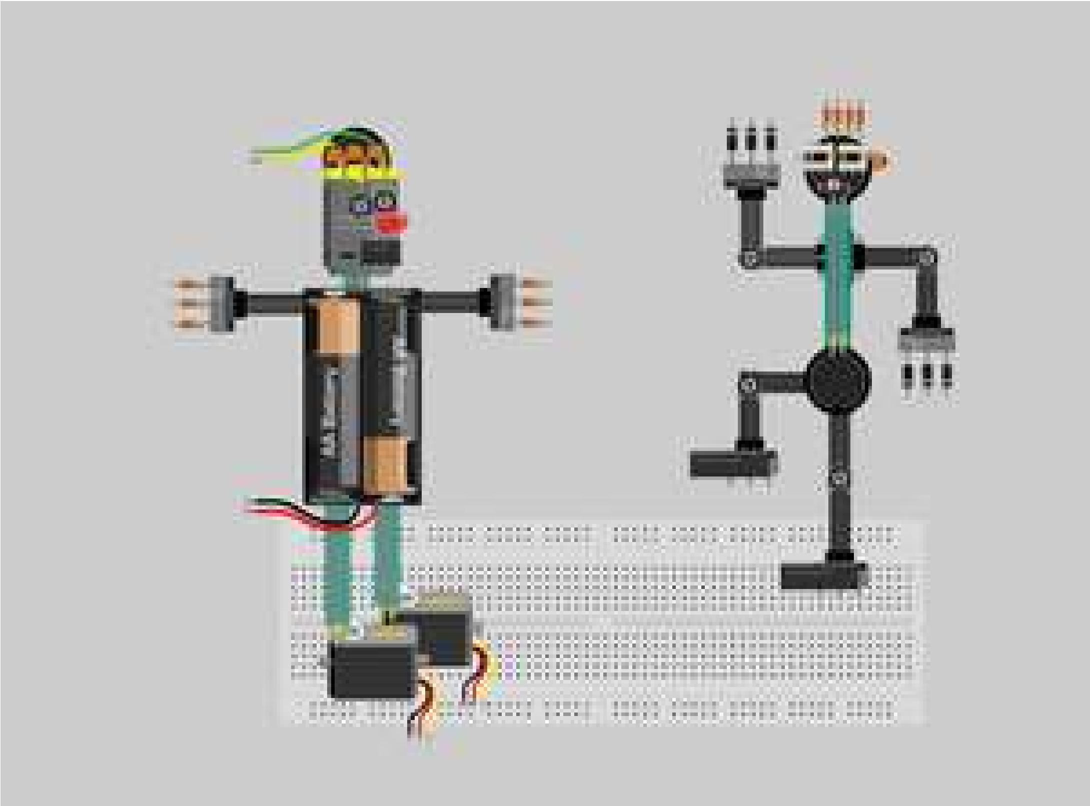
Circuitos Eléctricos en Corriente Continua



Ejercicios de Circuitos RLC

Circuitos generales de 2° orden

- Son circuitos que no necesariamente son serie o paralelo sino mixtos
- Se consideran tal como series o paralelos solo que la respuesta tiene parte natural y parte forzada
- La suma de la respuesta natural y forzada es la respuesta completa
- cumple con los casos 1, 2 o 3 para circuitos serie o paralelo con respecto a α ωo; pero si cumple con las raíces.

Ejercicio 1

a. Obtenga las dos ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del circuito, realizando el análisis de nodo y de malla correspondiente

b. Realice la sustitución para obtener una ecuación diferencial para $i(t)$

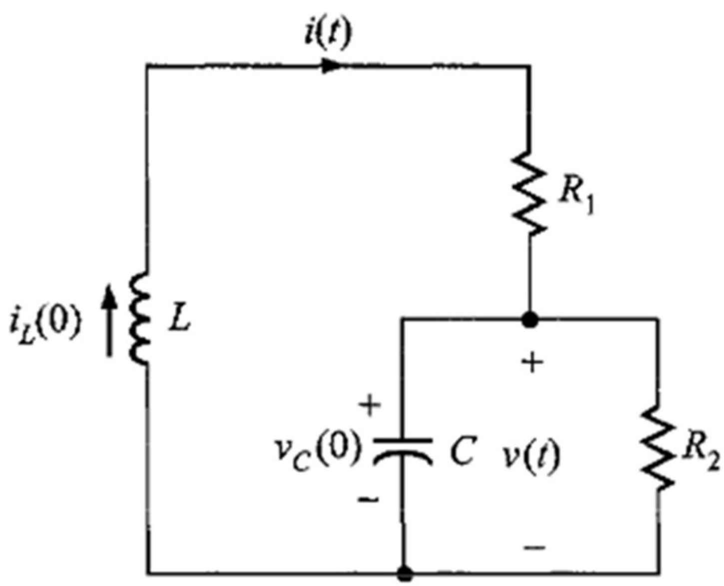
c. Encuentre las raíces de la ecuación característica

d. Clasifique la respuesta como sobre, sub o críticamente amortiguado

e. Escriba la respuesta completa para i(t)

f. Con la respuesta (e) obtenga v(t)

g. Realice la simulación y compruebe resultados

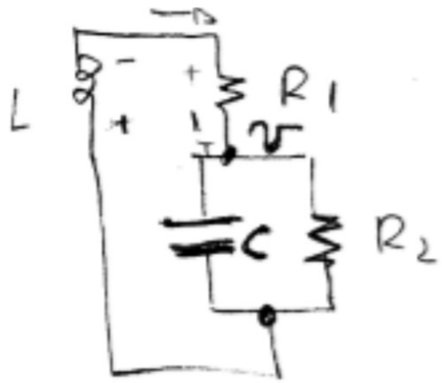


$R_1 = 10\ \Omega \qquad C = \frac{1}{8}\ \text{F}$

$R_2 = 8\ \Omega \qquad L = 2\ \text{H}$

$v_C(0) = 1\ \text{V}$

$i_L(0) = \frac{1}{2}\ \text{A}$



$$L\frac{di}{dt} + R_1 i + v = 0 \qquad (1)$$

$$v = -L\frac{di}{dt} - R_1 i \qquad (2)$$

subst

$$i = C\frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_2}$$

$$i = -LC\frac{d^2 i}{dt^2} - R_1 C\frac{di}{dt} - \frac{L}{R_2}\frac{di}{dt} - \frac{R_1}{R_2} i$$

$$0 = -\frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{R_1 C}{LC}\frac{di}{dt} - \frac{L}{R_2 LC}\frac{di}{dt} - \frac{R1\ i}{R2\ LC} - \frac{i}{LC}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_1}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_2 C}\frac{di}{dt} + \frac{R_1}{R_2 LC} i + \frac{i}{LC} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + 5\frac{di}{dt} + \frac{di}{d^2} + 5i + 4i = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 6\frac{di}{dt} + 9i = 0$$

$s_1 = s_2 = -3$

críticamente Amortiguado

$$i = A_1 e^{-3t} + A_2 t e^{-3t}$$

en $t = 0$, $0.5 = A_1 + 0$ $\boxed{A_1 = 0.5}$

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_o^2 = 0$$

$\alpha =$ **3 rad/s**

$\omega_o =$ **3 rad/s**

$$\frac{di}{dt} = -3A_1 e^{-3t} + A_2\left(e^{-3t} - -3e^{-3t} \cdot t\right)$$

on $t=0$

$$-3 = -3 \cdot 0.5 + A_2(1-0)$$

$$-A_2 = 3 + 1.5 \Rightarrow A_2 = -1.5$$

$$L\frac{di}{dt} = -5V - 1V = -6V \Rightarrow \frac{di}{dt}\Big|_0 = -\frac{6}{2} = -3\ A/s$$

$$i(t) = \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{3}{2}te^{-3t}$$

$$v_L = V_{R1} + v_C = 0.5A \cdot 10 + 1v = 6V$$

de ②

$$v = -L\left[-\frac{3}{2}e^{-3t} - \frac{3}{2}\left(e^{-3t} + 3te^{-3t}\right)\right] - 5e^{-3t} + 15te^{-3t}$$

$$= +3e^{-3t} + 3e^{-3t} - 9te^{-3t} - 5e^{-3t} + 15te^{-3t}$$

$$v = e^{-3t} + 6te^{-3t}$$

Solución para el voltaje v(t)

$$L\frac{di}{dt} + R_1 i + v = 0 \quad ① \text{ mallas}$$

$$i = C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R_2} \quad ② \text{ nodos} \quad \text{sust}$$

$$LC\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{L}{R_2}\frac{dv}{dt} + R_1C\frac{dv}{dt} + \frac{R_1}{R_2}v + v = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{R_2C}\frac{dv}{dt} + \frac{R_1}{L}\frac{dv}{dt} + \frac{\overset{4}{R_1}}{R_2LC}v + \frac{\overset{4}{v}}{LC} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 6\frac{dv}{dt} + 9v = 0$$

$\omega_0 = 3$ RAD/S

$\alpha = 3$ RAD/S

$$v(t) = e^{-\alpha t}(A_1 t + A_2)$$

$$t = 0 \quad v = 1 = A_2 \qquad \boxed{A_2 = 1V}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}(A_1 t + A_2) + A_1 e^{-\alpha t}$$

$$\text{en } t = \quad \left.\frac{dv}{dt}\right|_0 = -3A_2 + A_1 = -3 + A_1$$

$$i = 0.5A = C\frac{dv}{dt} + \frac{1}{8} \Rightarrow \left.\frac{dv}{dt}\right|_0 = 3$$

$$A_1 = 6$$

$$\boxed{v(t) = e^{-3t} + 6t\,e^{-3t}}$$

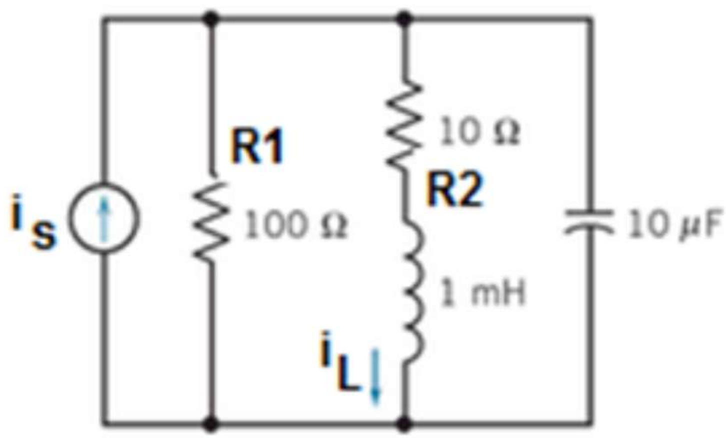
Ejercicio 2

a. Obtenga las dos ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del circuito, realizando el análisis de nodo y de malla correspondiente (respuesta natural)
b. Realice la sustitución para obtener una ecuación diferencial para iL(t)
c. Encuentre las raíces de la ecuación característica

d. Clasifique la respuesta como sobre, sub o críticamente amortiguado

e. Escriba la respuesta completa (natural y forzada) para i(t)

f. Realice la simulación y compruebe resultados



- Is=11A, iL(0)=0

Vc(0)=10V

$$-i_L = i_C + i_{R_1}$$

$$i_L = 0$$
$$v_C = 10\,V$$

$$-i_L = C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{100} \quad (1)$$

$$10\,i_L + L\frac{di_L}{dt} = v \quad (2)$$

$$-i_L = 10C\frac{di_L}{dt} + LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{i_L}{10} + \frac{L}{100}\frac{di_L}{dt}$$

$$LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(10C + \frac{L}{100}\right)\frac{di_L}{dt} + 1.1\,i_L = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 11.000 \frac{di}{dt} + 1.1 \times 10^8 \, i_L = 0 \quad R/N$$

Resp. Forzada $i_F = \frac{i_s \times 100}{110} = \frac{10}{11} i_s$

$$s_1 = -5500 + j\,8930.29 \qquad s_2 = -5500 - j\,8930.29$$

$$i(t) = e^{-5500t}(A_1 \cos 8930.29t + A_2 \operatorname{sen} 8930.29t) + \frac{10}{11} i_s$$

$w_n = 8930.29$

Si $i(t) = e^{-5500t}(A_1 \cos 8930.29t + A_2 \operatorname{sen}(8930.29t)) + 10\,A$

en $t=0$ $i(0)=0 \Rightarrow A_1 = -10\,A$

derivando

$$\frac{di}{dt} = -5500\,e^{-5500t}(A_1 \cos 8930.29\,t + A_2 \operatorname{sen} 8930t)$$

$$+ e^{-5500t}(89302.9 \operatorname{sen} 8930.29t + 8930.29 * A_2 \cos 8930.29t)$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = +55000 + 8930.29\,A_2 \quad (3)$$

de (2) $10\,i_L + L\frac{di}{dt} = v$ $\quad \frac{di}{dt} = \frac{v - 10\,i_L(0)}{L}$

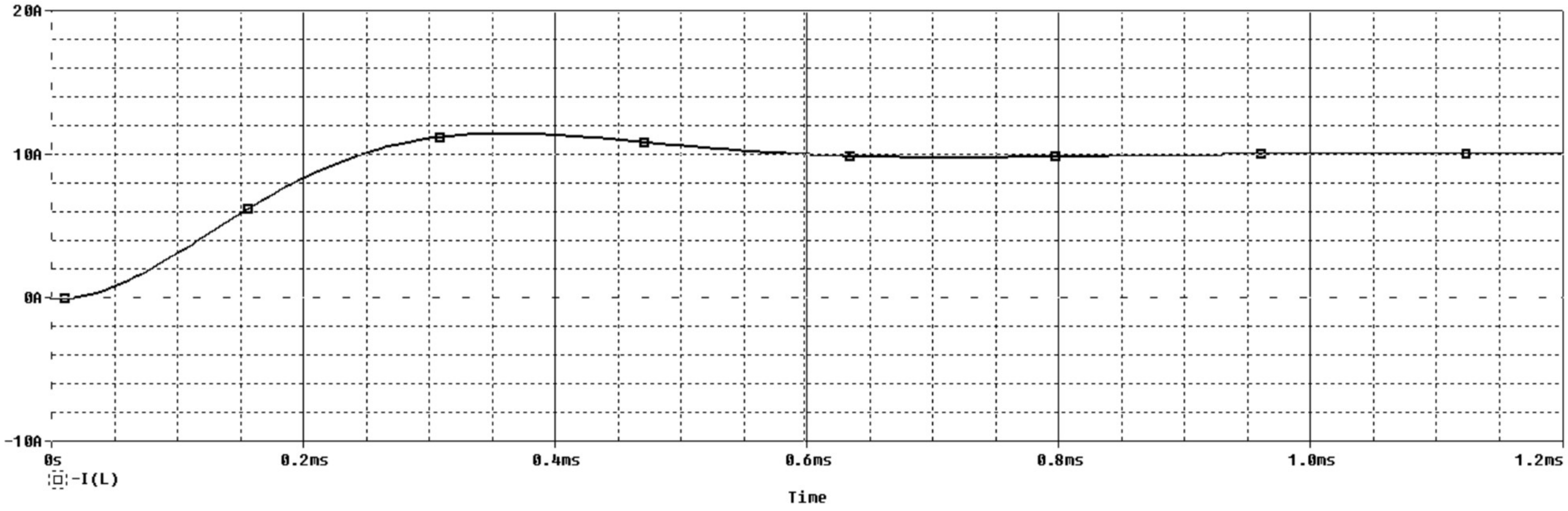
en $t=0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{10 - 10 \cdot 0}{1\,mH} = 10000\,A/s$ sust en (3)

$A_2 = -5.04\,A$

Finalmente

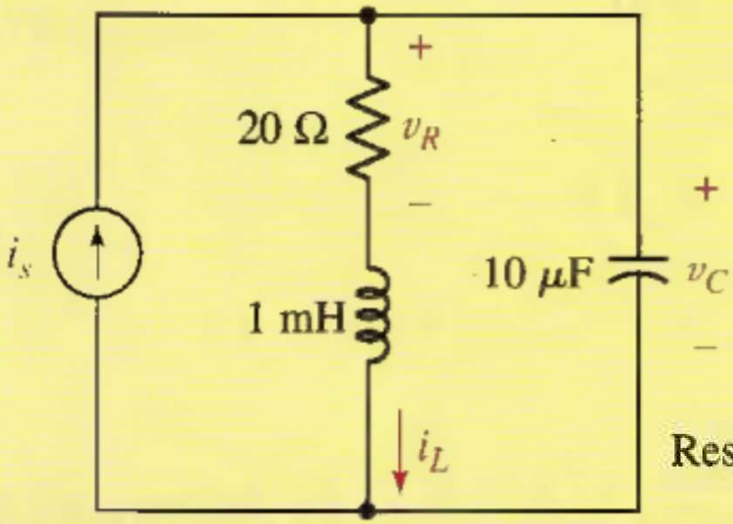
$$i(t) = e^{-5500t}(-10 \cos 8930.29t + -5.04 \operatorname{sen} 8930.29t) + 10$$

Gráfica de corriente



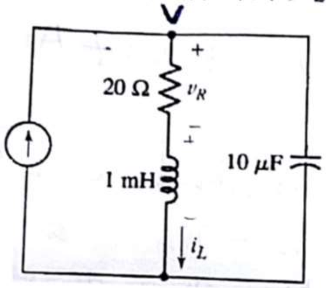
ejercicio

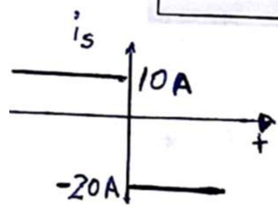
Sea $i_s = 10u(-t) - 20u(t)$ A en la figura . Determinar (*a*) $i_L(0^-)$; (*b*) $v_C(0^+)$; (*c*) $v_R(0^+)$; (*d*) $i_{L,(\infty)}$; (*e*) $i_L(0.1\text{ ms})$.



Respuestas: 10 A; 200 V; 200 V; −20 A; 2.07 A.

Sea $i_s = 10u(-t) - 20u(t)$ A en la figura. Determinar (*a*) $i_L(0^-)$; (*b*) $v_C(0^+)$; (*c*) $v_R(0^+)$; (*d*) $i_{L,(\infty)}$; (*e*) $i_L(0.1\text{ ms})$.





$i_L(0^-)$ Bobina en corto, capacitor abierto

$i_L(0^-) = 10\text{ A}$

$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 10\text{A} \cdot 20\Omega = 200\text{V}$

$v_R(0^+) = i_L(0^+) \cdot R = 200\text{V}$

$i_L(\infty) = i_{LF} = -20\text{A}$

obtener $i_L(t)$ ∴ $i_L(t) = i_LF + i_LN = -20 + i_{LN}$

Respuesta natural : sin fuente, I_s es un abierto el circuito es serie RLC y

hay formulas $\alpha = \frac{R}{2L} = 10000\text{ RAD/s}$ $\quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\omega_0 = 10.000\text{ RAD/s}$ es criticamente amortiguado

$i_L(t) = -20\text{A} + e^{-10000t}(A_1 t + A_2)$

en $t=0$ $i_L(0) = 10\text{A}$ por tanto $A_2 = 30\text{A}$

derivando $i_L(t)$ queda:

$$(*) \quad \frac{d i_L}{dt} = -10000\, e^{-10000t}(A_1 t + 30) + A_1 e^{-10000t}$$

cálculo del di/dt haciendo una malla

$v_C - v_L - v_R = 0$

en $t = 0$ $v_C = 200$ $v_L = v_R - v_C$

$v_R = 200$

por tanto $L\frac{di}{dt} = v_R - v_C = 0$ sust. *

$$0 = -10000\,(30) + A_1$$

$$A_1 = 300000\ A/s$$

$$i_L(t) = -20A + e^{-10000t}(300000t + 30)$$

Respuesta e) en $t = 0.1ms$

$$i_L(0.1ms) = 2.07A$$

Gráfica de corriente