

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-2207 Elementos Activos

Profesores: Dr.-Ing. Juan José Montero Rodríguez
Ing. Mauricio Segura Quiros
Ing. Aníbal Ruiz Barquero

I Semestre 2019

Reposición

17 de junio de 2019

SOLUCION

Total de Puntos:	56
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Nombre: _____ Carné: _____

Instrucciones Generales

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borradores o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe encerrar en recuadro su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo no está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer totalmente apagado durante el examen.
- No se permite el uso de calculadora programable.
- Únicamente se atenderán dudas de forma.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.
- Esta prueba tiene una duración de 3 horas, a partir de su hora de inicio.

Falso o verdadero	de 15
Problema 1	de 15
Problema 2	de 12
Problema 3	de 14

Problema 1. Contactos M-S y S-S

15 pts

(Aníbal Ruiz)

En la Figura 1.1 se muestra el diagrama de bandas de energía de una unión PN dada, donde se observa la actividad de portadores del diodo de unión PN descrito. Se sabe que el semiconductor tiene un área de $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$, está construido con Silicio y además está dopado con $N_A = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ y $N_D = 3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Para dicho diagrama determine:

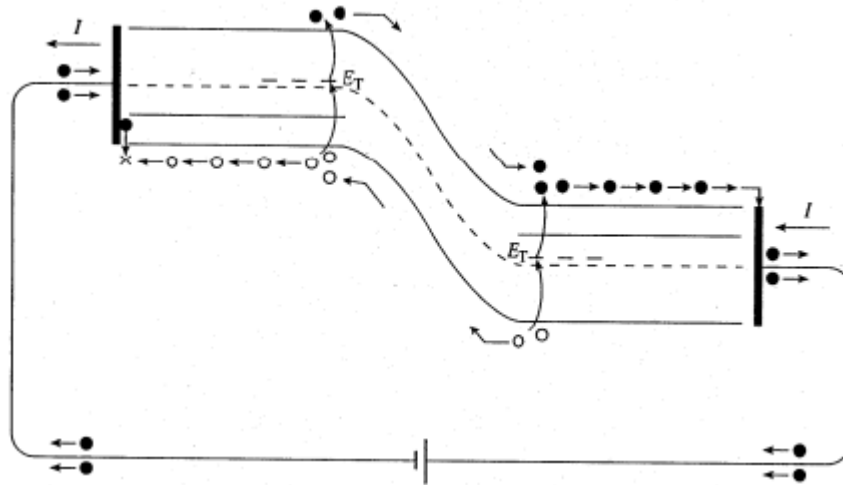


Figura 1.1: Diagrama de bandas de energía con tensión aplicada

- 1.1. La polarización a la cual corresponde la Figura 1.1. 1 Pt
- 1.2. El tipo de portador al que se asocia la actividad que describe la figura 1.1. 1 Pt
- 1.3. El tipo de contacto al que se asocian las placas de los extremos del semiconductor que se describe en la figura 1.1. 1 Pt
- 1.4. Esboce el potencial de la juntura sin tensión aplicada, señalando ϕ_n , ϕ_p , x_n y x_p . 2 Pts
- 1.5. El diagrama de la polarización opuesta a la descrita en la figura 1.1 y explique su funcionamiento en términos de polarización y tipo de portador asociado a su actividad. 3 Pts
- 1.6. El potencial del lado N respecto al valor intrínseco sin tensión aplicada. 1 Pt
- 1.7. El potencial del lado P respecto al valor intrínseco sin tensión aplicada. 1 Pt
- 1.8. El potencial ϕ_B de contacto de la unión PN de la figura 1.1. 1 Pt
- 1.9. La longitud de la zona de vaciamiento sin tensión aplicada. 2 Pts
- 1.10. La capacidad de vaciamiento con una tensión aplicada de -3V. 2 Pts

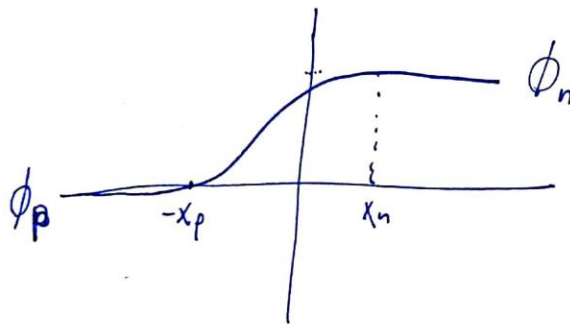
Solución:

1.1) Corresponde a polarización inversa de la unión PN

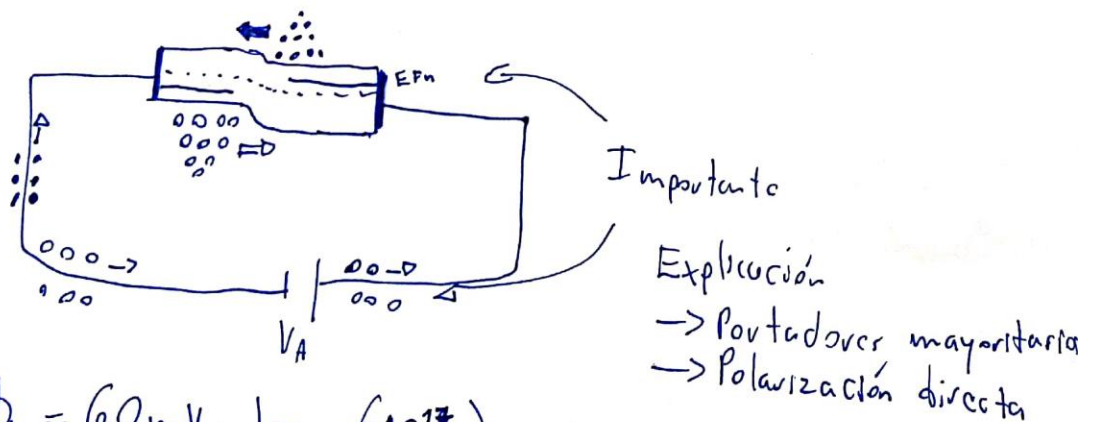
1.2) Minoritarios

1.3) Las placas de los extremos son contactos óhmicos

1.4)



1.5)



$$1.6) \phi_n = 60 \text{ mV} \cdot \log_{10} \left(\frac{3 \times 10^{17}}{10^{10}} \right) = 448,63 \text{ mV}$$

$$1.7) \phi_p = -60 \text{ mV} \cdot \log_{10} \left(\frac{2 \times 10^{16}}{10^{10}} \right) = -378,06 \text{ mV}$$

$$1.8) \phi_B = \phi_n - \phi_p = 826,69 \text{ mV}$$

$$1.9) X_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,8 \times 8,854 \times 10^{-14} \cdot 0,8267}{1,6 \times 10^{-19}}} \times \left(\frac{1}{3 \times 10^{17}} + \frac{1}{2 \times 10^{16}} \right)$$

$$\boxed{X_B = \cancel{17,9} \mu\text{m.}} \rightarrow X_B(0)$$

$23,9 \mu\text{m}$

$$1.10) C_{vac} = \frac{\epsilon_{si}}{X_B(0) \sqrt{1 - \frac{V_0}{\phi_B}}} = \frac{11.8 \times 8,854 \times 10^{-14}}{23,9 \mu\text{m} \sqrt{1 - \frac{-3V}{0,8267}}}$$

$$\boxed{C_{vac} = 20,32 \frac{nF}{cm^2}} \text{ por unidad de } \text{área}$$

$$C_{vac} = 20,32 \frac{nF}{cm^2} \times (10 \times 10^{-4} cm)^2 = 20 fF$$

Problema 2. Modelo de Ebers-Moll BJT**15 pts**

(Juan José Montero)

El circuito de la Figura 2.1 está polarizado en DC. El transistor está caracterizado por las constantes $I_{ES} = -1.25 \times 10^{-14} \text{ A}$, $I_{CS} = -2.1 \times 10^{-14} \text{ A}$, $\alpha_R = 0.58$ y $V_A = 5 \text{ V}$. Las tensiones de alimentación son $V_{EE} = +3 \text{ V}$ y $V_{CC} = -3 \text{ V}$. El transistor opera en saturación con una tensión $V_{EB} = 0.612 \text{ V}$.

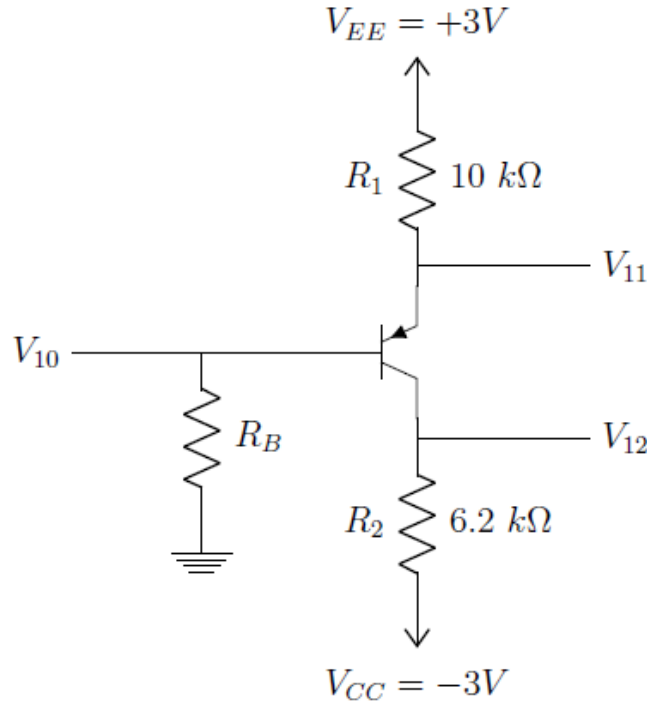


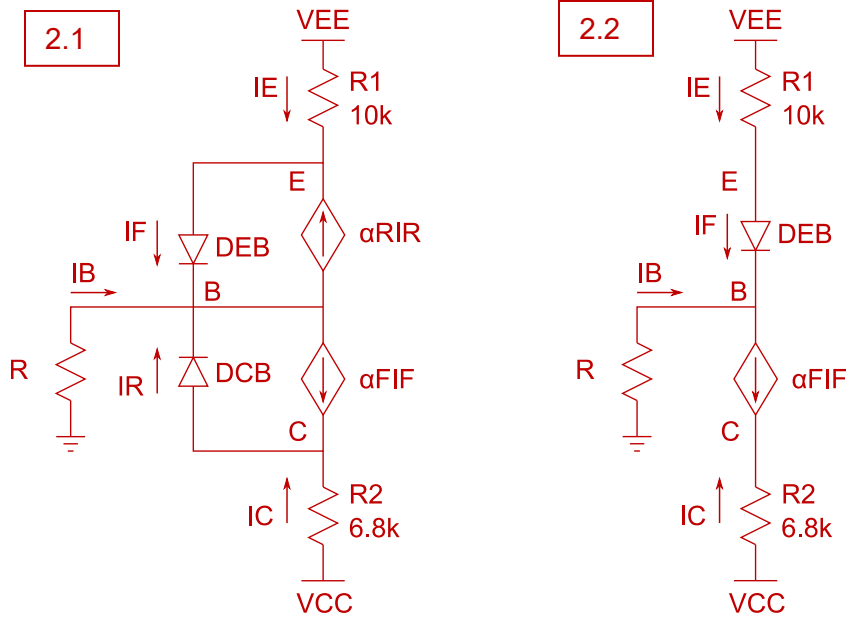
Figura 2.1. Amplificador BJT.

- 2.1. Dibuje el circuito equivalente utilizando el modelo de Ebers-Moll completo. 2 pts
- 2.2. Dibuje el circuito equivalente utilizando el modelo de Ebers-Moll simplificado. 1 pts
- 2.3. Calcule el valor de α_F que se debe utilizar en el modelo de Ebers-Moll. 1 pts
- 2.4. Utilizando el modelo de Ebers-Moll simplificado y sin calcular β_F , determine las tensiones de CD en los nodos V10, V11 y V12 y las corrientes en cada una de las terminales del transistor. 6 pts

V10 =	IB =
V11 =	IC =
V12 =	IE =

- 2.5. Dibuje el circuito equivalente de pequeña señal utilizando el modelo π . 2 pts
- 2.6. Calcule los valores numéricos de r_π y r_o . 2 pts
- 2.7. Utilizando el modelo π del transistor BJT, determine la ganancia $A_{v1} = V_{11}/V_{10}$. 1 pts

Solución



2.3 El valor de α_F se obtiene de la relación de reciprocidad:

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

$$\alpha_F = \frac{\alpha_R I_{CS}}{I_{ES}} = \frac{(0.58)(2.1 \times 10^{-14} \text{ A})}{(1.25 \times 10^{-14} \text{ A})} = 0.9744$$

2.4 Resolviendo el modelo simplificado:

$$I_C = \alpha_F I_F = \alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_E = -I_F = -I_{ES} \left(e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1 \right)$$

Primero se puede calcular I_F . Sustituimos $V_{EB}=0.612 \text{ V}$ en las ecuaciones y obtenemos:

$$I_F = (-1.25 \times 10^{-14} \text{ A}) \left(e^{\frac{0.612 \text{ V}}{26 \text{ mV}}} - 1 \right) = -208.7055 \mu\text{A}$$

De aquí calculamos las tres corrientes requeridas:

$$I_C = \alpha_F I_F$$

$$= (0.9744)(-208.7055 \mu\text{A})$$

$$= -203.3626 \mu\text{A}$$

$$I_E = -I_F$$

$$= -(-208.7055 \mu\text{A})$$

$$= +208.7055 \mu\text{A}$$

$$\begin{aligned}
 I_B &= -I_C - I_E \\
 &= 203.3626 \mu A - 208.7055 \mu A \\
 &= -5.3429 \mu A
 \end{aligned}$$

Luego se calculan las tensiones, de acuerdo con la caída de tensión en cada resistencia:

$$\begin{aligned}
 V_{11} &= V_E \\
 &= V_{EE} - I_E R_1 \\
 &= 3 V - (208.7055 \mu A)(10 k\Omega) \\
 &= 0.9129 V
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{12} &= V_C \\
 &= V_{CC} + I_C R_2 \\
 &= V_{CC} + (203.3626 \mu A)(6.2 k\Omega) \\
 &= -3 V + 1.2608 V \\
 &= -1.7392 V
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_B &= V_E - V_{EB} \\
 &= 0.9129 V - 0.612 V \\
 &= 0.3009 V
 \end{aligned}$$

El valor de la resistencia R es $V_B/I_B = 0.3009 V/5.3429 \mu A = 56.385 k\Omega$

2.5 Modelo de pequeña señal

(Sólo dibujar)

2.6 Valores de r_π y r_o

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{\frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}}{\frac{I_C}{V_T}} = \frac{\frac{0.9744}{1 - 0.9744}}{\frac{203.36 \mu A}{26 mV}} = \frac{38.062}{7.8 mS} = 4.879 k\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{5 V}{203.36 \mu A} = 24.58 k\Omega$$

2.7 Ganancia de tensión V_{11}/V_{10}

(Resolver el modelo por LCK)

Problema 3. Polarización MOSFET

12 pts

(Juan José Montero)

El circuito de la Figura 3.1 describe una fuente de corriente constante, la corriente de salida es I_{out} . Como se evidencia en la figura, el transistor M2 presenta efecto de sustrato. Se requiere obtener una corriente $I_{out} = 0.5 \text{ mA}$. Los parámetros de ambos transistores son iguales y se encuentran en la tabla adjunta.

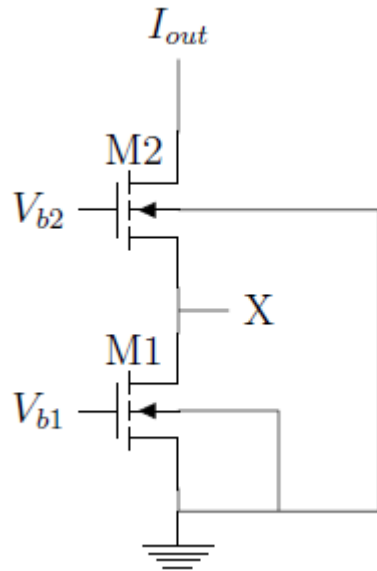


Figura 3.1. Fuente de corriente.

Parámetros de M1 y M2

$$V_{TH0} = 0.6 \text{ V}$$

$$K' = 120 \text{ uA/V}^2$$

$$W/L = 10/0.18$$

$$\gamma = 0.37 \text{ V}^{1/2}$$

$$\phi_B = 0.6 \text{ V}$$

$$\lambda = 0$$

- 3.1. Calcule la tensión V_{b1} si se requiere una corriente de salida I_{out} de 0.5 mA. 2 pts
- 3.2. Calcule V_X si el transistor M1 está al borde de saturación. 2 pts
- 3.3. Calcule V_{TH} del transistor M2 considerando el efecto de sustrato. 2 pts
- 3.4. Calcule V_{GS} del transistor M2 asumiendo que éste se encuentra en la región de saturación. 2 pts
- 3.5. Calcule el valor que debe tener V_{b2} para la operación correcta de esta fuente de corriente. 2 pts
- 3.6. Demuestre que M2 está efectivamente en saturación. 2 pts

Solución

Paso 1: Calcule V_{b1} para obtener $I_{out} = 0.5 \text{ mA}$

$$I_{D1} = \frac{1}{2} K' \frac{W}{L} (V_{GS1} - V_{TH})^2$$

$$V_{GS1} = \sqrt{\frac{2I_D}{K' \frac{W}{L}}} + V_{TH}$$

$$V_{GS1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5 \times 10^{-3}}{(120 \times 10^{-6})(10/0.18)}} + 0.6$$

$$V_{GS1} = 0.987298 \text{ V}$$

Paso 2: Calcule V_X si M1 está al borde de saturación

$$V_{GS1} = 1.0 \text{ V}$$

$$V_{DS1} = V_{GS1} - V_{TH}$$

$$V_{DS1} = 1.0 - 0.6 = 0.4 \text{ V}$$

Paso 3: Calcule V_{TH} del transistor M2 con efecto de substrato

$$V_{TH2} = V_{TH0} + \gamma(\sqrt{2\phi_B + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_B})$$

$$V_{TH2} = 0.6 \text{ V} + 0.37(\sqrt{1.2 + 0.4} - \sqrt{1.2})$$

$$V_{TH2} = 0.6627 \text{ V}$$

Paso 4: Calcule V_{GS2} si M2 esta en saturación

$$I_{D2} = \frac{1}{2} K' \frac{W}{L} (V_{GS2} - V_{TH2})^2$$

$$V_{GS2} = \sqrt{2I_D / (K' W / L)} + V_{TH2}$$

$$V_{GS2} = \sqrt{2 \cdot 0.5333 \text{ mA} / (120 \mu\text{A/V}^2 \cdot 10 / 0.18)} + 0.6627 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = 1.0627 \text{ V}$$

Paso 5: Calcule el valor que debe tener V_b

$$V_b = V_X + V_{GS2}$$

$$V_b = 0.4 + 1.0627$$

$$V_b = 1.4627 \text{ V}$$

Paso 6: Demuestre que M2 está efectivamente en saturación

$$V_{GS2} = 1.5 - 0.4 = 1.1 \text{ V}$$

$$V_{DS2} = 1.8 - 0.4 = 1.4 \text{ V}$$

$$V_{TH2} = 0.6627 \text{ V}$$

$$1.4 \text{ V} > 1.1 \text{ V} - 0.6627 \text{ V}$$

=> Saturación

Problema 4. Pequeña señal MOSFET

14 pts

(Juan José Montero)

El inversor CMOS de la Figura 4.1 se quiere utilizar como amplificador de pequeña señal con relaciones W/L ideales de $W1/L1 = 10/0.18$ y $W2/L2 = 30/0.18$. Sin embargo, por un error de parte del diseñador, el inversor CMOS se fabricó en silicio con un ancho $W1$ de $8\text{ }\mu\text{m}$ en lugar de usar $10\text{ }\mu\text{m}$. Por este motivo, la tensión de salida es 1.256 V para una entrada de 0.900 V ($V_{OUT} \neq V_{DD}/2$). La corriente en este punto de operación es $I_{D1} = I_{D2} = 2.43\text{ mA}$.

Los parámetros del inversor se muestran en la tabla adjunta.

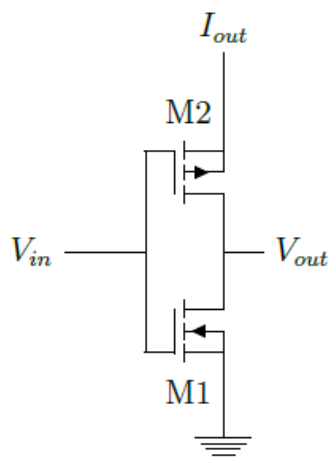


Figura 4.1. Inversor CMOS.

Parámetros del inversor

$$K_n' = \mu_n C_{ox}' = 120\text{ }\mu\text{A/V}^2$$

$$K_p' = \mu_p C_{ox}' = 40\text{ }\mu\text{A/V}^2$$

$$L1 = L2 = 0.18\text{ }\mu\text{m}$$

$$W1 = 8\text{ }\mu\text{m}$$

$$W2 = 30\text{ }\mu\text{m}$$

$$\lambda_1 = 0.1\text{ V}^{-1}$$

$$\lambda_2 = 0.125\text{ V}^{-1}$$

$$V_{DD} = 1.8\text{ V}$$

$$V_{in}(\text{DC}) = 0.9\text{ V}$$

$$V_{out}(\text{DC}) = 1.256\text{ V}$$

$$I_{D1} = I_{D2} = 2.43\text{ mA}$$

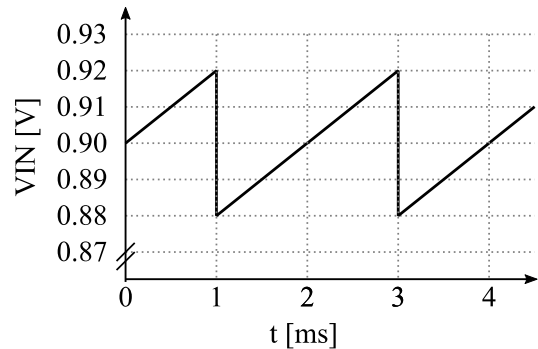
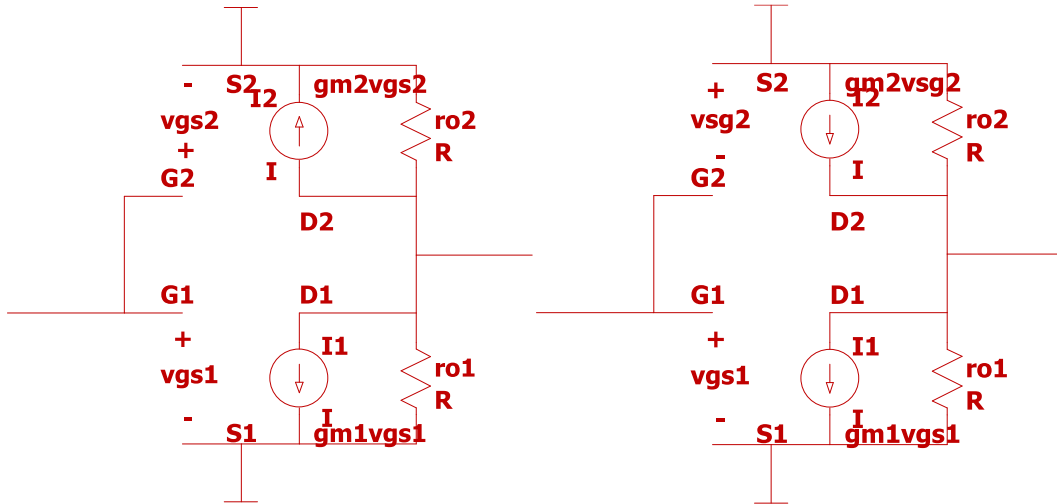


Figura 4.2. Tensión de entrada en función de t.

- 2.1 Dibuje el circuito equivalente del inversor usando el modelo π analógico. 2 pts
- 2.2 Determine el valor de g_{m1} , g_{m2} , r_{o1} y r_{o2} . 4 pts
- 2.3 Determine la ganancia A_v del diseño con el error ($W1=8\text{ }\mu\text{m}$, $W2=30\text{ }\mu\text{m}$). 2 pts
- 2.4 Calcule la impedancia de salida del inversor CMOS vista desde la terminal V_{OUT} . 2 pts
- 2.5 Dibuje la forma de onda de salida (en función de t) para la entrada de la Figura 4.2. 2 pts
- 2.6 Explique cuál es el problema de no linealidad que presenta esta onda de salida, en relación con la región de operación del transistor durante todo el periodo. Para este punto asuma $V_{THp} = -0.4\text{ V}$ 2 pts

Solución

a) Cualquiera de los dos modelos siguientes es correcto, observe polaridad de v_{gs2} y dirección de I



Aquí se pueden reacomodar las fuentes y resistencias para poner todo en la salida (en paralelo).

b) Determine el valor de g_{m1} , g_{m2} , r_{o1} y r_{o2}

$$g_{m1} = \sqrt{2K_n I_D} = \sqrt{2 \left(120 \frac{\mu A}{V^2} \right) \left(\frac{8}{0.18} \right) (2.43 \text{ mA})} = 5.0912 \text{ mS}$$

$$r_{o1} = \frac{1}{\lambda_1 I_D} = \frac{1}{(0.1 \text{ V}^{-1})(2.43 \text{ mA})} = 4.1152 \text{ k}\Omega$$

$$g_{m2} = \sqrt{2K_p I_D} = \sqrt{2 \left(40 \frac{\mu A}{V^2} \right) \left(\frac{30}{0.18} \right) (2.43 \text{ mA})} = 5.6921 \text{ mS}$$

$$r_{o2} = \frac{1}{\lambda_2 I_D} = \frac{1}{(0.125 \text{ V}^{-1})(2.43 \text{ mA})} = 3.2922 \text{ k}\Omega$$

c) Determine la ganancia A_v del diseño con el error

Tomando la KCL en el nodo de salida (usando el circuito equivalente de la derecha)

$$g_{m2} v_{sg2} = \frac{v_{out}}{r_{o2}} + \frac{v_{out}}{r_{o1}} + g_{m1} v_{gs1}$$

Donde podemos observar que

$$v_{in} = v_{gs1} = -v_{sg2}$$

Esto se sustituye en la ecuación anterior para encontrar entonces

$$g_{m2} (-v_{in}) = \frac{v_{out}}{r_{o2}} + \frac{v_{out}}{r_{o1}} + g_{m1} (v_{in})$$

Despejando la ganancia

$$-(g_{m1} + g_{m2})v_{in} = \left(\frac{1}{r_{o1}} + \frac{1}{r_{o2}}\right)v_{out}$$

$$A_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-(g_{m1} + g_{m2})}{\left(\frac{1}{r_{o1}} + \frac{1}{r_{o2}}\right)} = \frac{-(5.0912 \text{ mS} + 5.6921 \text{ mS})}{\frac{1}{4.1152 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{3.2922 \text{ k}\Omega}} = \frac{-10.7833 \text{ mS}}{0.54675 \text{ mS}} = -19.7225$$

d) Para la impedancia de salida, se apaga la fuente VIN y se observa que se apagan las dos fuentes de corriente, quedando solo las dos resistencias en paralelo. Por lo tanto

$$R_{out} = r_{o1} \parallel r_{o2} = \frac{4.1152 \text{ k}\Omega \times 3.2922 \text{ k}\Omega}{4.1152 \text{ k}\Omega + 3.2922 \text{ k}\Omega} = 1.8290 \text{ k}\Omega$$

e) La tensión de salida tiene la misma forma de onda, invertida y multiplicada por 19.7225, centrada en la tensión del punto medio (0.542 V). La entrada tiene 20 mV pico, la salida debería tener 394.45 mV pico.

f) El problema que presenta es que la tensión VSD2 cae por debajo de VSG-|VTH| (0.9-0.4) y por lo tanto el circuito entra en la región lineal por tramos, para tensiones de salida mayores a 1.3 V.

Esto no pasaría si el diseño original estuviera correcto, porque la tensión de salida estaría centrada en 0.9 V y llegaría a 1.3 V en el mínimo, permaneciendo siempre en saturación.