

Controladores Especiales

CONTROL AUTOMÁTICO

ESCUELA DE ELECTRÓNICA

II SEMESTRE 2020

ING. LUIS MIGUEL ESQUIVEL SANCHO

Contenido

- Controladores especiales:
 - Control Proporcional (P)
 - Control Integral (I)
 - Control Proporcional-Integral (PI)
 - Control Proporcional-Derivativo (PD)
 - Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)
 - Sintonización de PID por Ziegler Nichols
 - Control PI-D y I-PD
 - Control I-PD
 - Control con 1 y 2 grados de libertad

El PID ideal

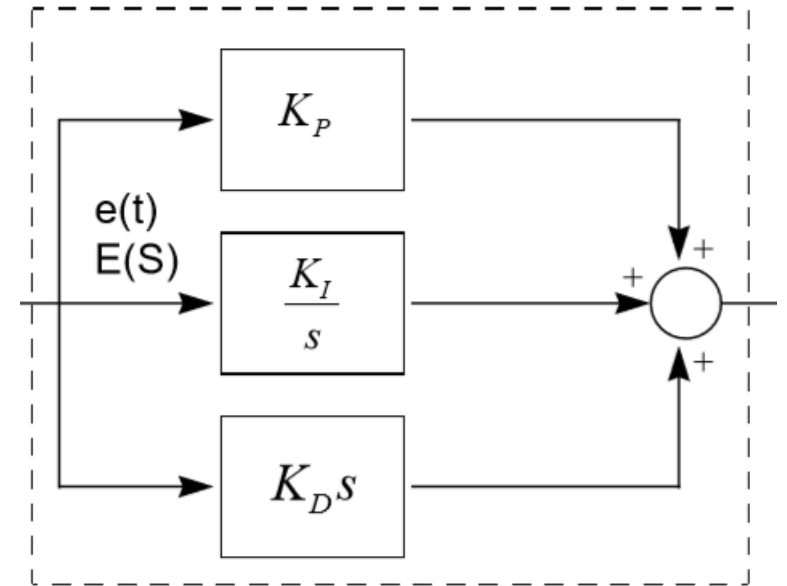
El regulador PID en el dominio del tiempo:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

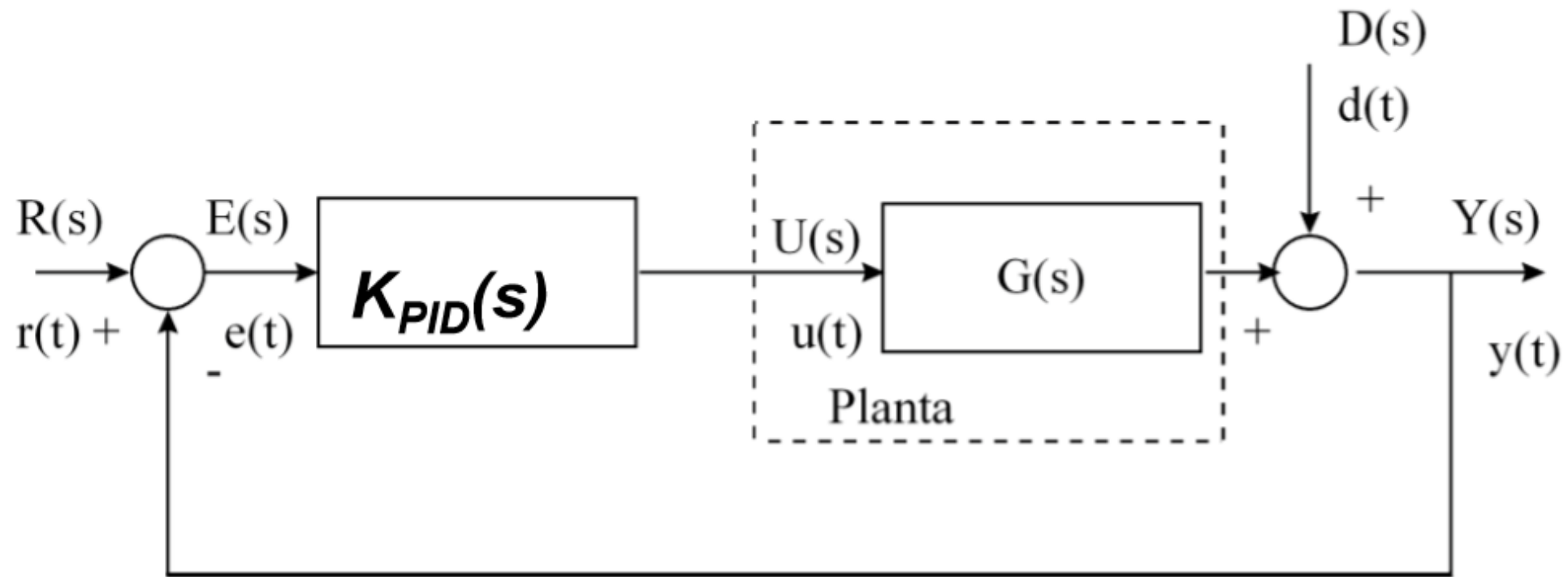
En el dominio s :

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$K_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d \right)$$



El PID ideal



$$K_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d \right)$$

El PID ideal

Debido a que el regulador PID (PD) ideal es impropio, tiene más ceros que polos, presenta problemas para la simulación y para la realización.

La solución: agregar un polo parásito con una constante de tiempo muy pequeña y ganancia estática unitaria.

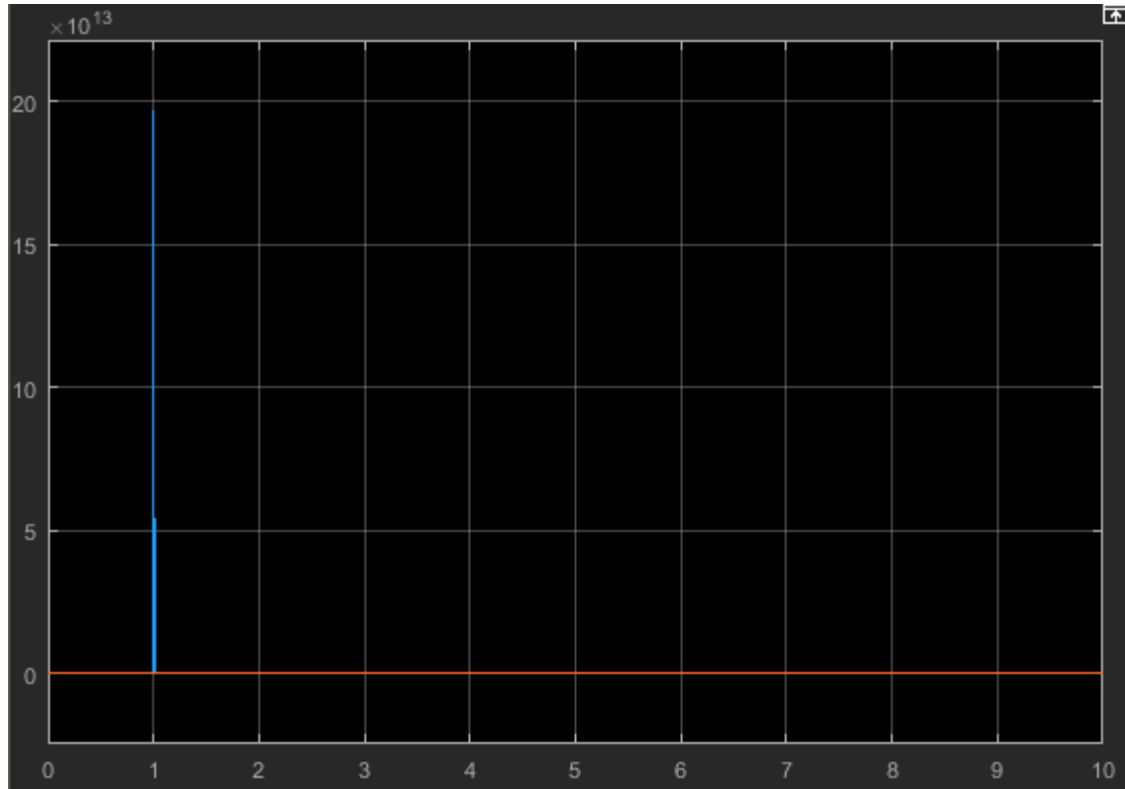
$$\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$$

Con γ tomando un valor de 0.1.

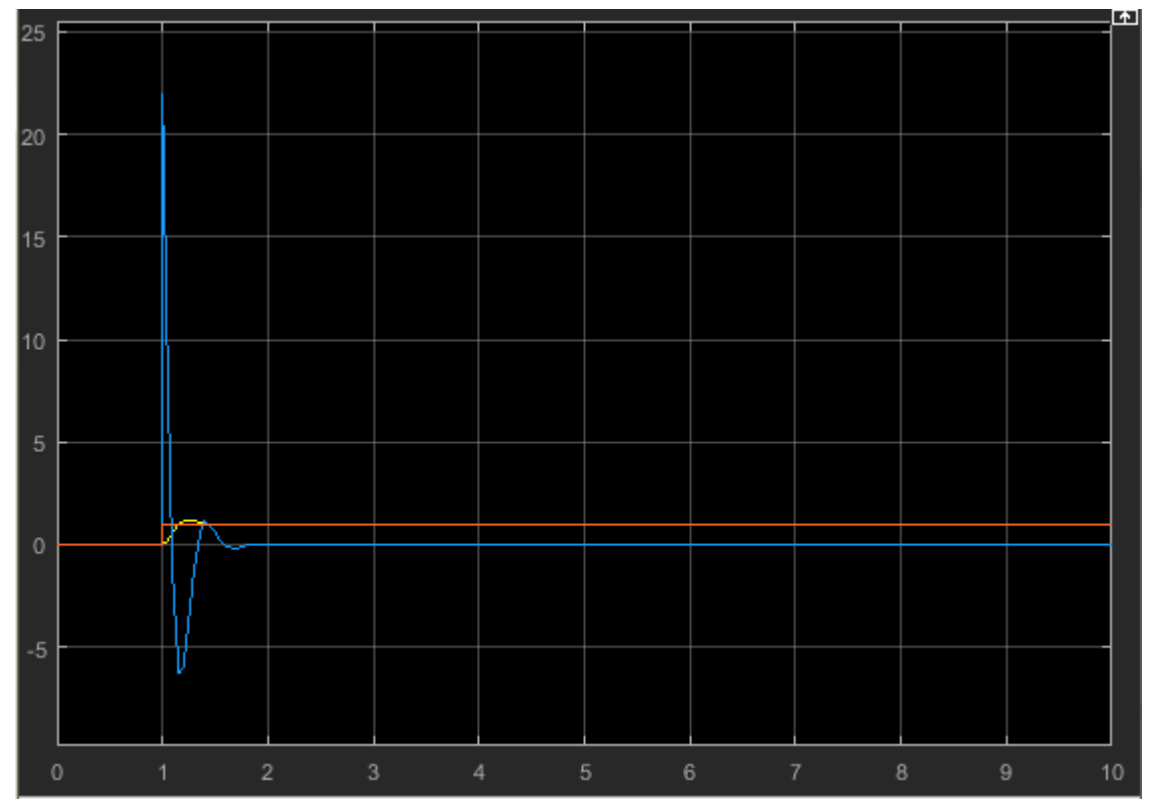
El PID real está constituido entonces por dos polos y dos ceros, de forma similar a un compensador de adelanto y un compensador de atraso con el polo en el origen

$$C_{PID}(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_0)}{s(s + p_0)}$$

El PID ideal



$T_d s$



$V s$

$$\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$$

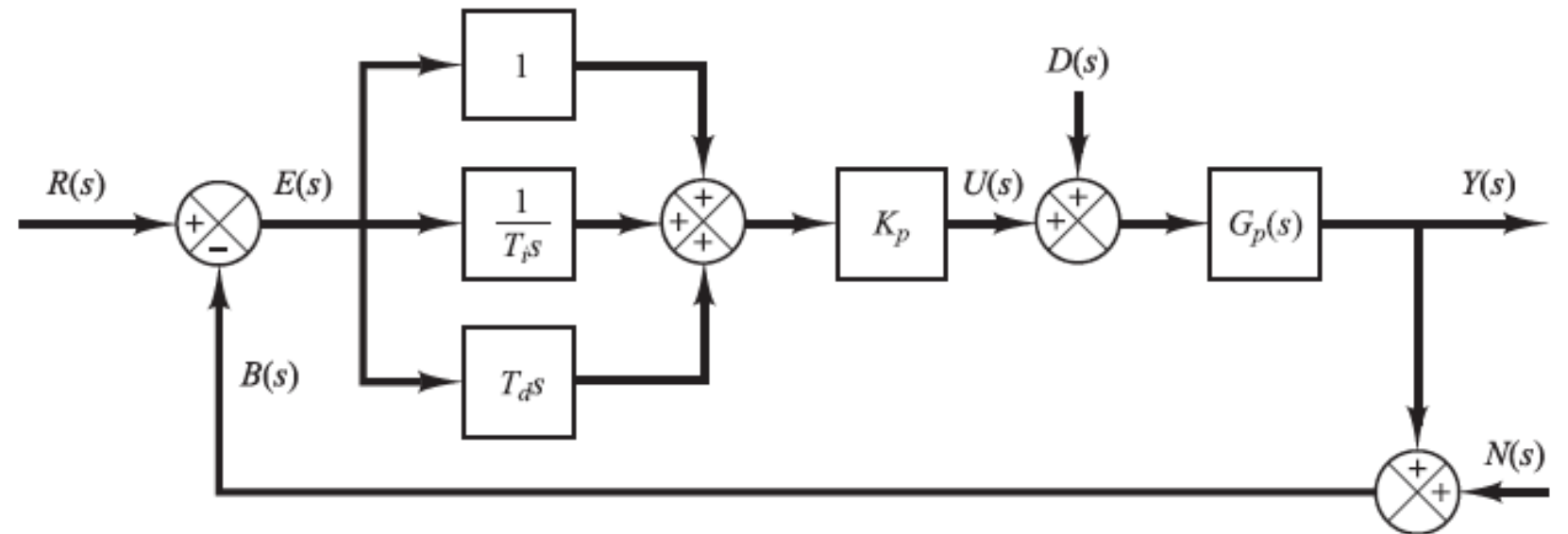
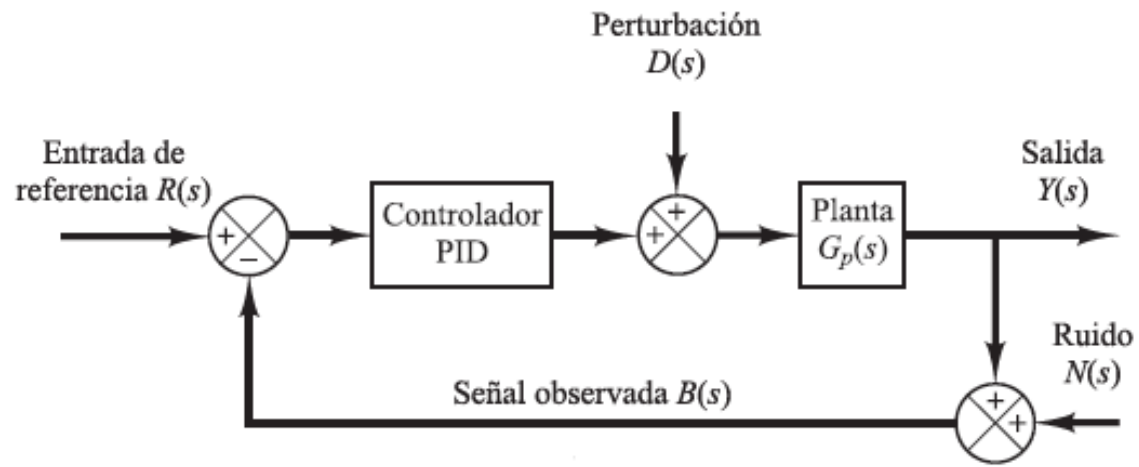
Casos PID

Regulador	Función de transferencia teórica	Función de transferencia práctica
P	$K_P(s) = K_P$	$K_P(s) = K_P$
I	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$
PI	$K_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$	$K_{PI}(s) = K_P \frac{\left(s + \frac{K_I}{K_P}\right)}{s}$
PD	$K_{PD}(s) = K_P + K_D s$	$K_{PD}(s) = K_D \frac{\left(s + \frac{K_P}{K_D}\right)}{(s + p_O)}$
PID	$PID = K(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$	$K_{PD}(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_0)}{s(s + p_O)}$

Ejercicio 3.3: Conclusión del controlador PID real

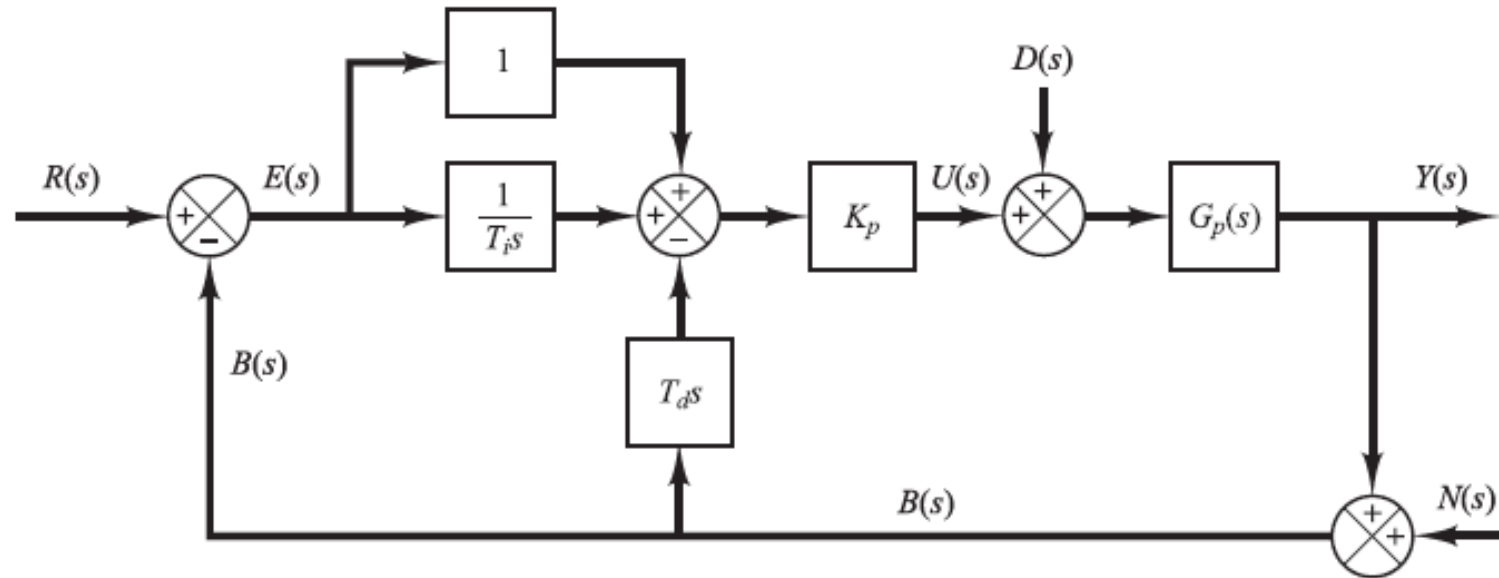
- El regulador PID puede descomponerse en partes para su aplicación de acuerdo a las necesidades.
- Por limitaciones técnicas los reguladores PD y PID no pueden ser implementados sin un polo parásito; por lo que se pueden asimilar a otros tipos de compensadores existentes.
- El regulador PID puede usarse como si fuera un compensador de adelanto en cascada con un compensador de atraso con el polo en el origen.
- Los resultados obtenidos del regulador PID real son los mismos que pueden obtenerse con un compensador de adelanto-atraso con un error de estado estacionario cero; o mejorado en el caso de entradas del orden superior del tiempo.

Modificación a los esquemas de control PID



Control PI-D

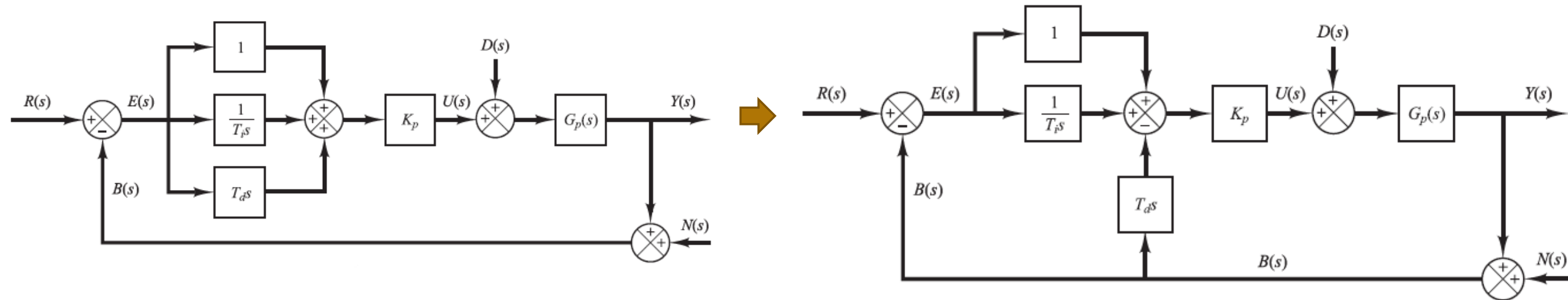
Para evitar el fenómeno de la patada en el punto de consigna, se puede operar la acción derivativa sólo en el camino de realimentación, a fin de que la diferenciación ocurra únicamente en la señal de realimentación y no en la señal de referencia



Se determina que la variable manipulada esta dado por:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Control PI-D



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$



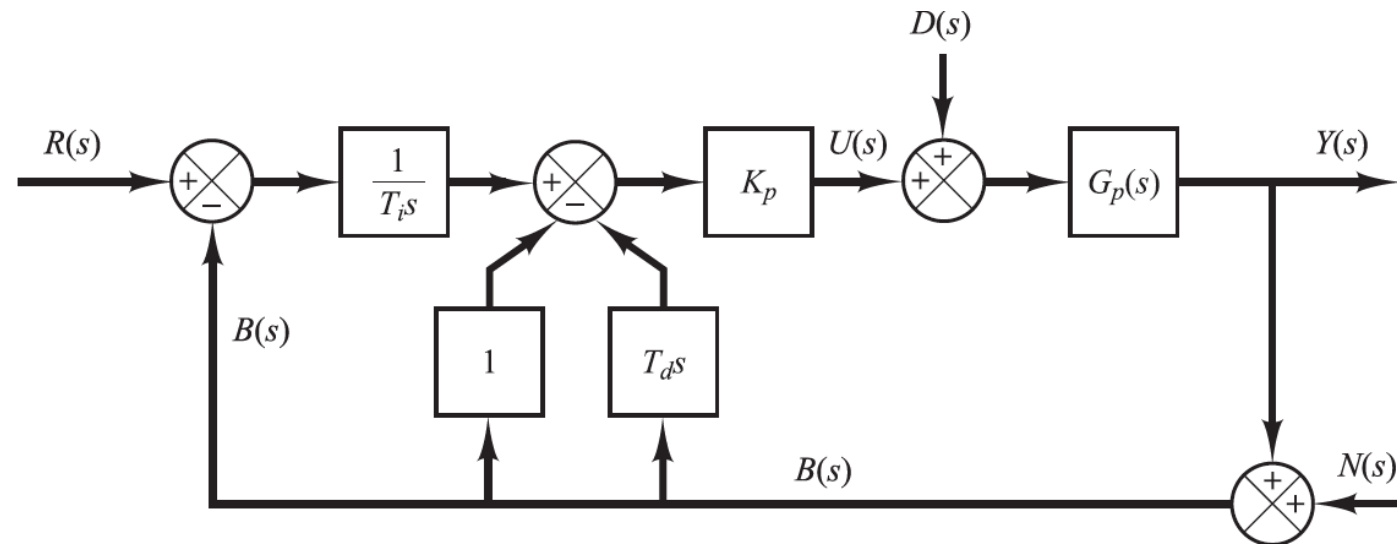
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de perturbaciones y ruido
- En ausencia de la entrada de referencia y de ruido la función de transferencia ante la entrada ruido es idéntica en ambos casos:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}$$

Control I-PD

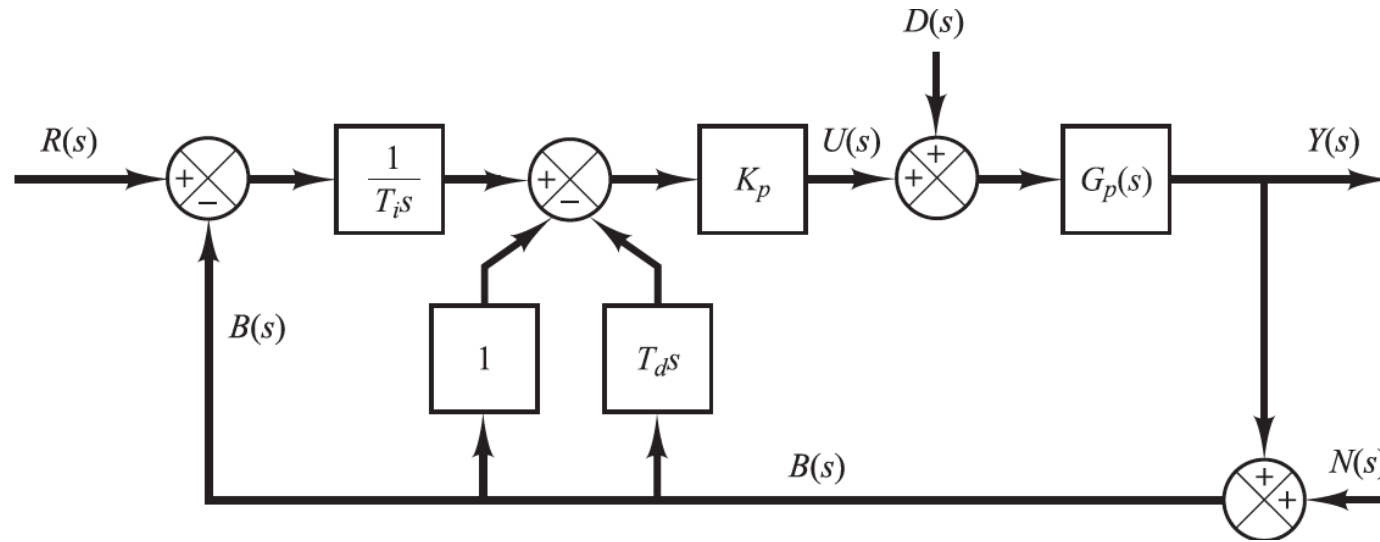
Tanto el control PID como el control PI-D implican una función escalón en la señal manipulada. Este cambio escalón en la señal manipulada puede no resultar conveniente. Por tanto, puede convenir mover la acción proporcional y la acción derivativa al camino de realimentación.



Se determina que la variable manipulada esta dado por:

$$U(s) = K_p \frac{1}{T_i s} R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Control I-PD



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(\frac{1}{T_i s} \right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de las entradas de perturbación y ruido

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de las entradas de referencia y ruido

Mejoramiento del error de estado estable

Existe dos formas de mejorar el error en estado estable de sistema de control realimentado, sin afectar en forma apreciable la respuesta transitoria:

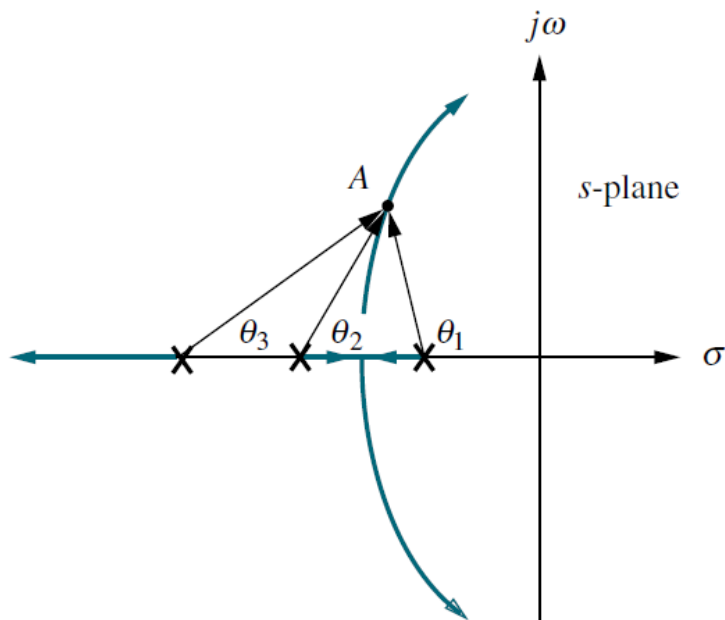
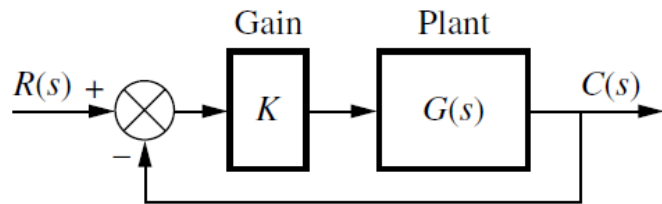
1. Compensación integral ideal (**Control P.I.**)
2. No utilizar integración pura (**Compensador de Atraso**)

Compensación integral ideal (Control P.I.)

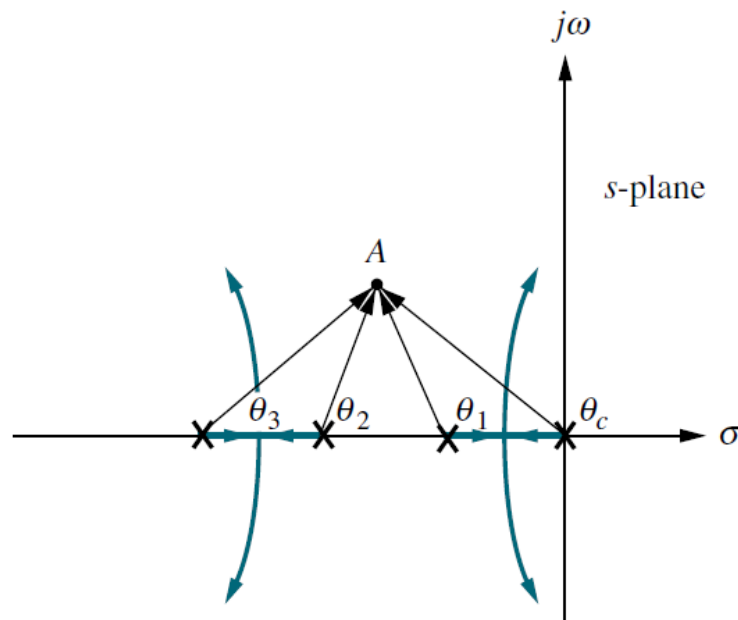
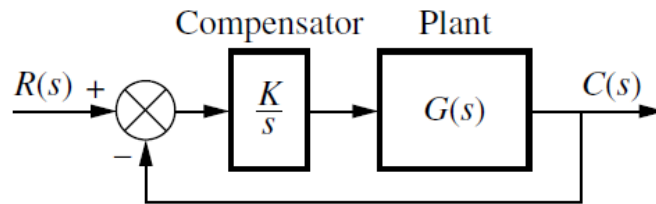
Un error en estado estable se puede mejorar si se coloca un polo en lazo abierto en el origen, porque esto aumenta en uno el tipo de sistema.

Tipo de sistema	e_{ss}		
	Escalón	Rampa	Parábola
0		∞	∞
1	0		∞
2	0	0	

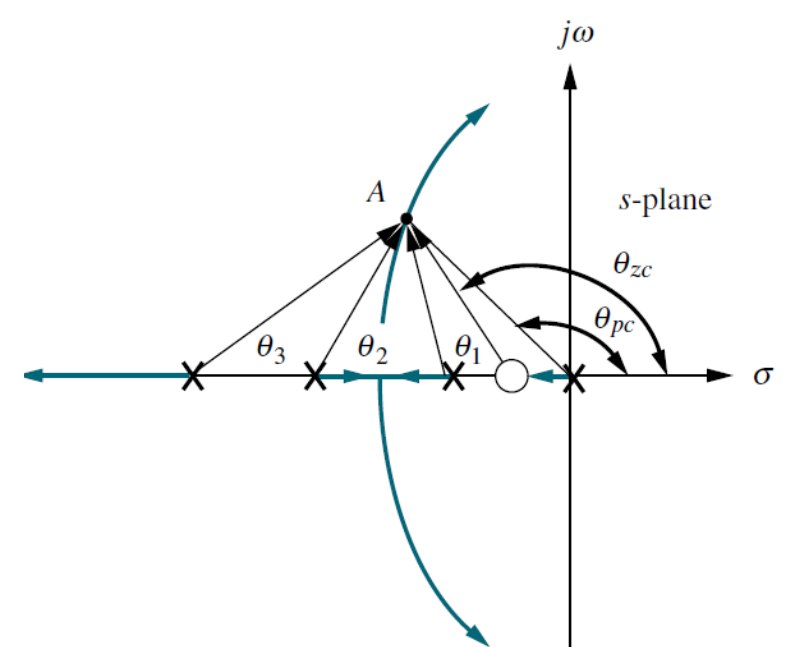
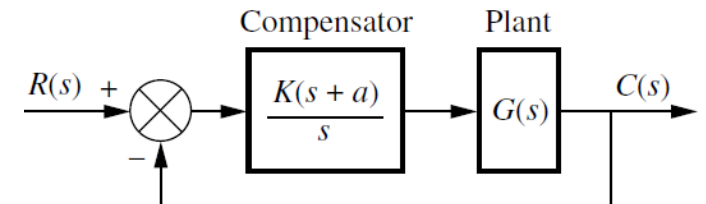
Compensación integral ideal (Control P.I.)



$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = (2k+1)180^\circ$$



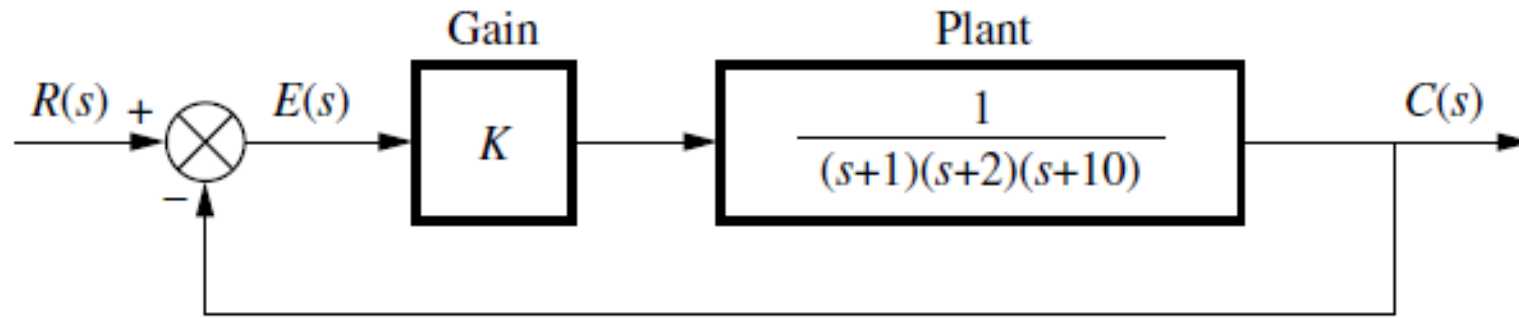
$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_c \neq (2k+1)180^\circ$$



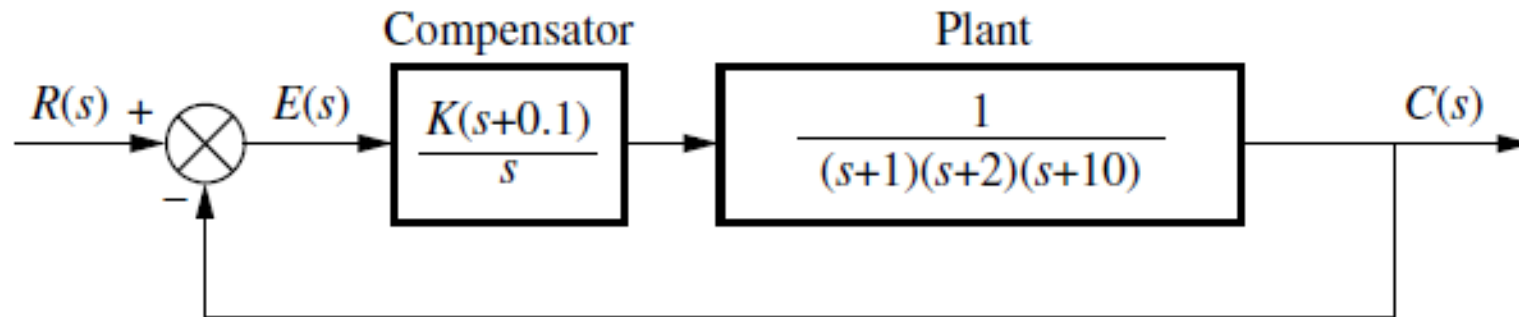
$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_{pc} + \theta_{zc} \cong (2k+1)180^\circ$$

Ejemplo 1: Control P.I.

Dado el sistema de la figura, que opera con un $\zeta = 0.174$, demuestre que la adición del compensador integral reduce a cero el error de estado estable para una entrada escalón.



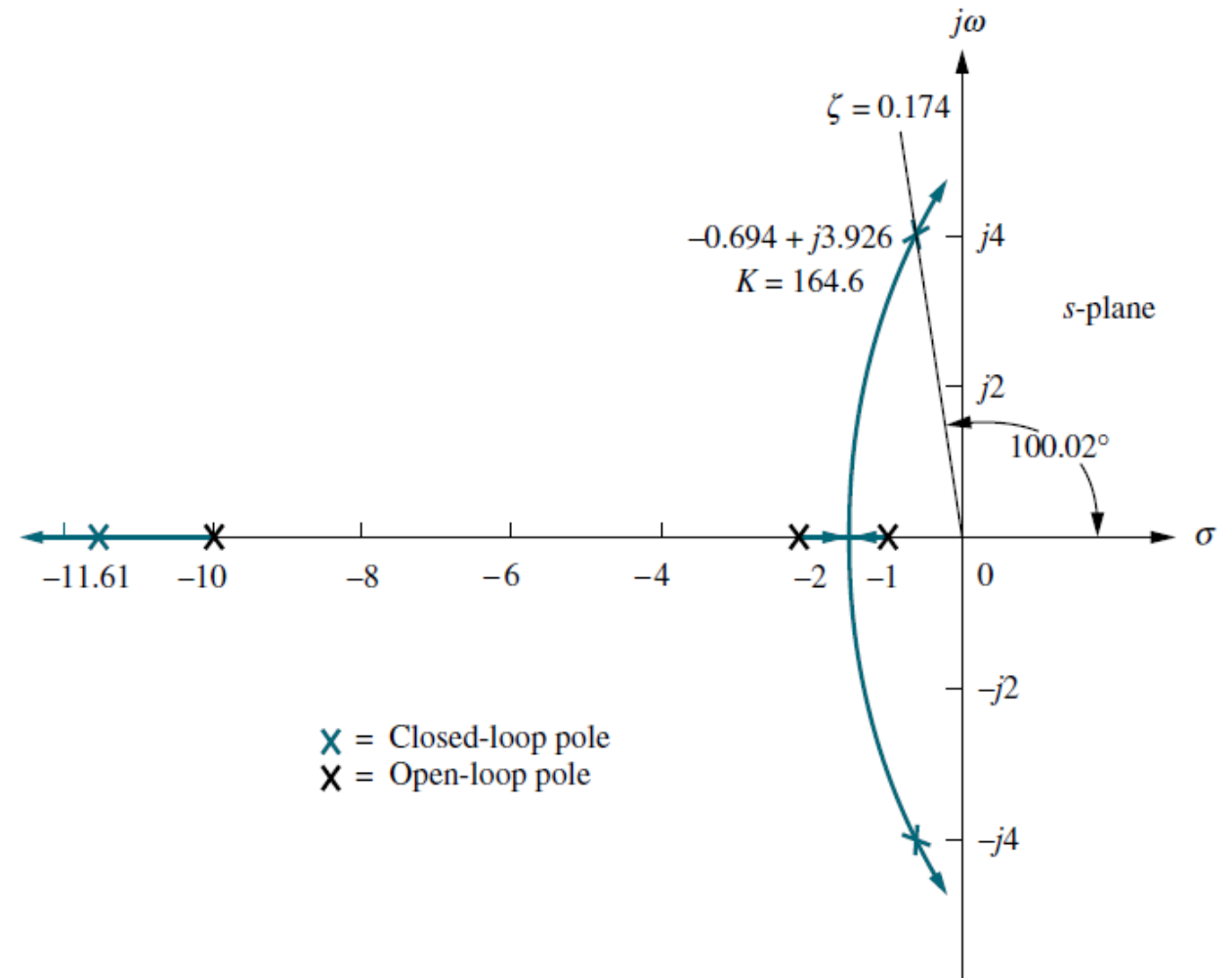
(a)



Ejemplo 1: Control P.I.

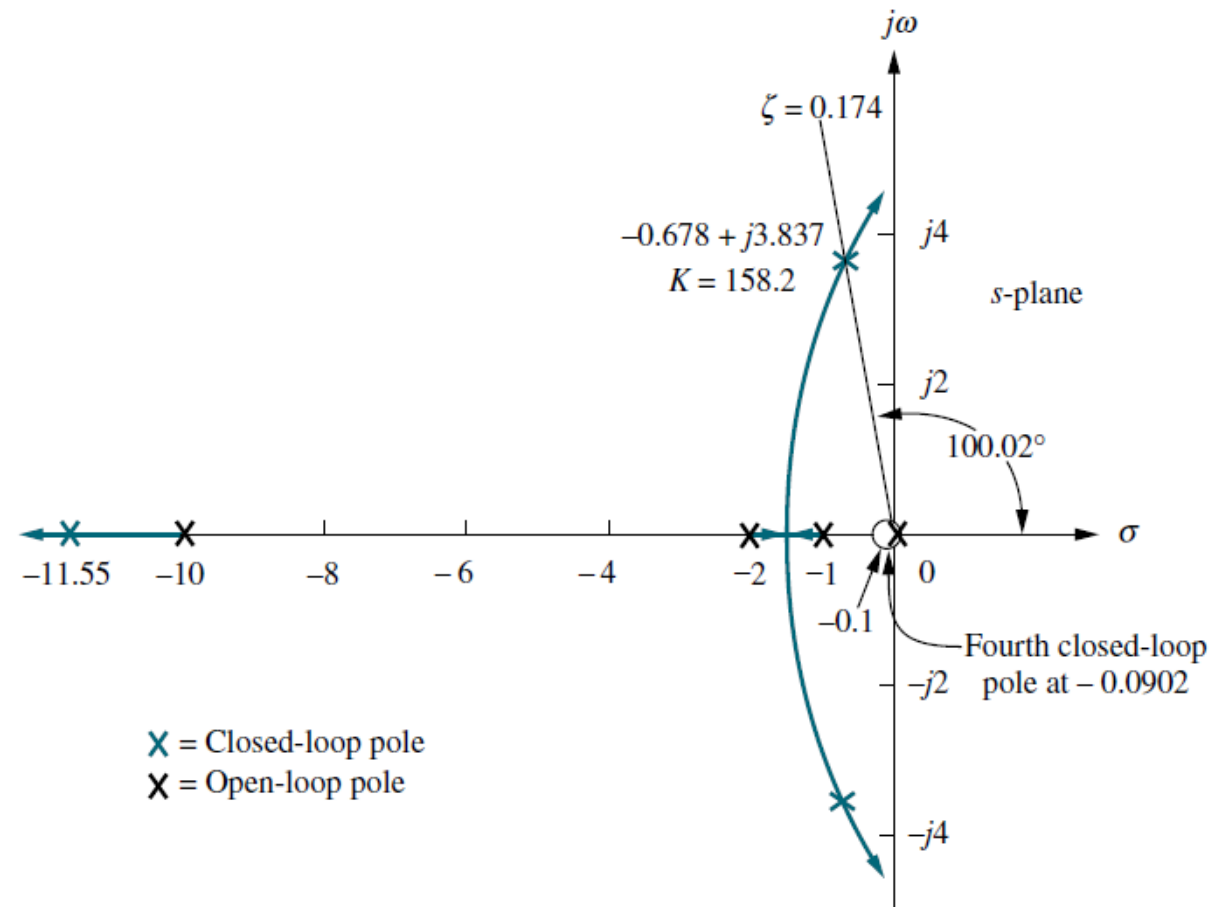
Con un $\zeta = 0.174$ está representado por una línea radial trazada de 100.02° . Si buscamos a lo largo de la línea, encontramos que los polos dominantes son: $s = -0.694 \pm j3.926$ para una ganancia de $K = 164.6$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + 8.23} = 0.108$$



Ejemplo 1: Control P.I.

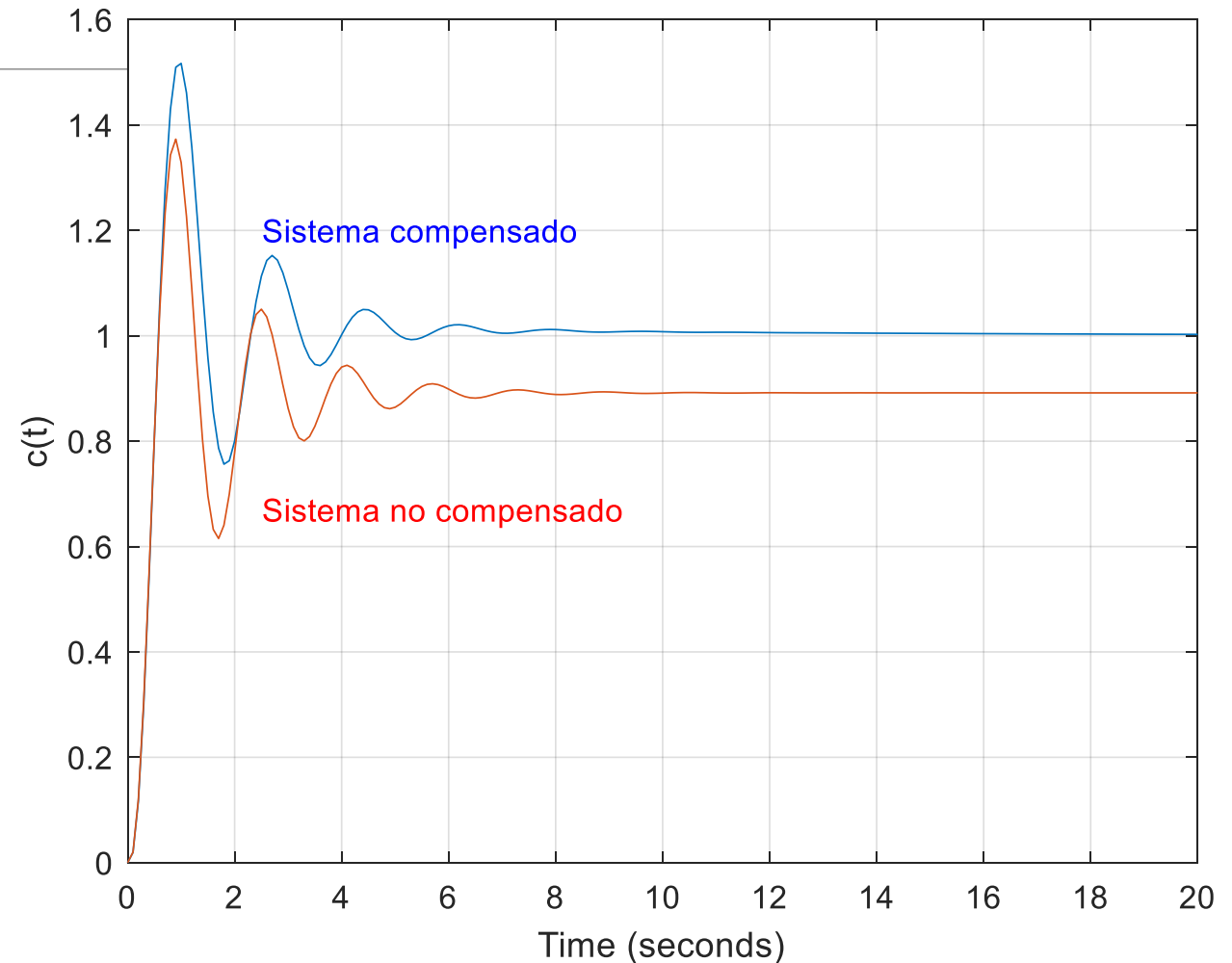
Al agregar un compensador P.I. con un cero en -0.1 , obtenemos lo que se ve en la figura. Los polos dominantes ($s = -0.678 \pm j3.837$), el tercer polo ($s = -11.55$) y la ganancia ($K = 158.2$) son aproximadamente similares que para el sistema no compensado. Sin embargo, el sistema compensado es de tipo 1, a diferencia del no compensado, responderá a una entrada escalón con un error cero.



Ejemplo 1: Control P.I.

La respuesta escalón del sistema compensado integral ideal se aproxima a la unidad en el estado estable, mientras que el sistema no compensado se aproxima a 0.832.

El sistema compensado integral ideal responde con cero error en estado estable



Compensador de atraso

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \left(\frac{Ts+1}{\beta Ts+1} \right) = \hat{K}_c \left(\frac{s+1/T}{s+1/\beta T} \right) = \hat{K}_c \frac{s+z}{s+p}$$

Donde:

$$z = \frac{1}{T}$$

$$p = \frac{1}{\beta T}$$

Para diseñar este tipo de compensadores, se deben seguir los pasos descritos a continuación:

- ❑ Se debe dibujar el lugar de las raíces del sistema original.
- ❑ Determinar las especificaciones de la respuesta transitoria del sistema, y la ubicación de los polos dominantes en el lugar de las raíces no compensado.
- ❑ Calcular la ganancia del lazo en la ubicación deseada para las raíces y además la constante de error del sistema.

Compensador de atraso

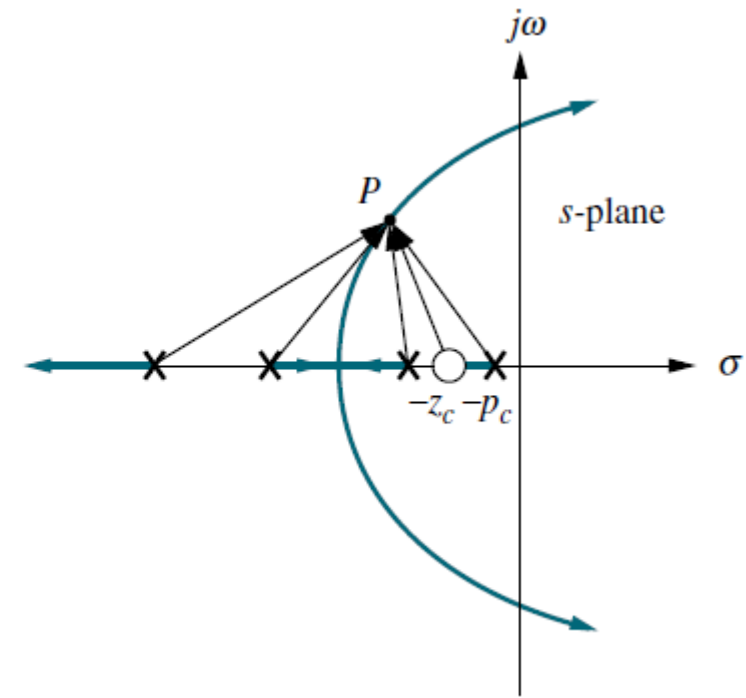
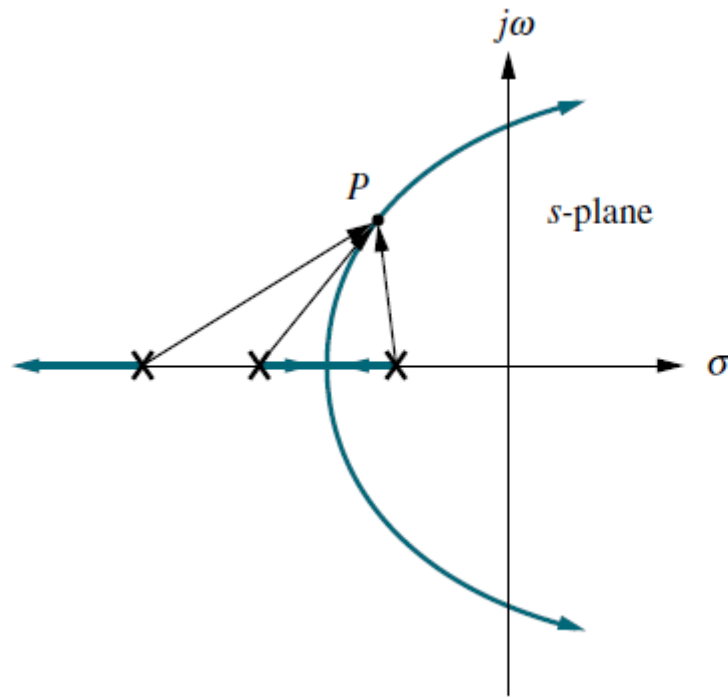
- ❑ Comparar la constante de error no compensada con el deseado, y calcular el incremento necesario que debe lograrse por medio del radio polo-cero, β .
- ❑ Una vez que se obtiene β , se debe determinar la posición adecuada del polo y cero del compensador, los cuales debe ubicarse cerca del origen del plano s , en comparación a ω_n .

$$\beta = \frac{z_c}{p_c} \qquad \hat{K}_E = K_E \beta = K_E \frac{z_c}{p_c} > K_E$$

Compensador de atraso

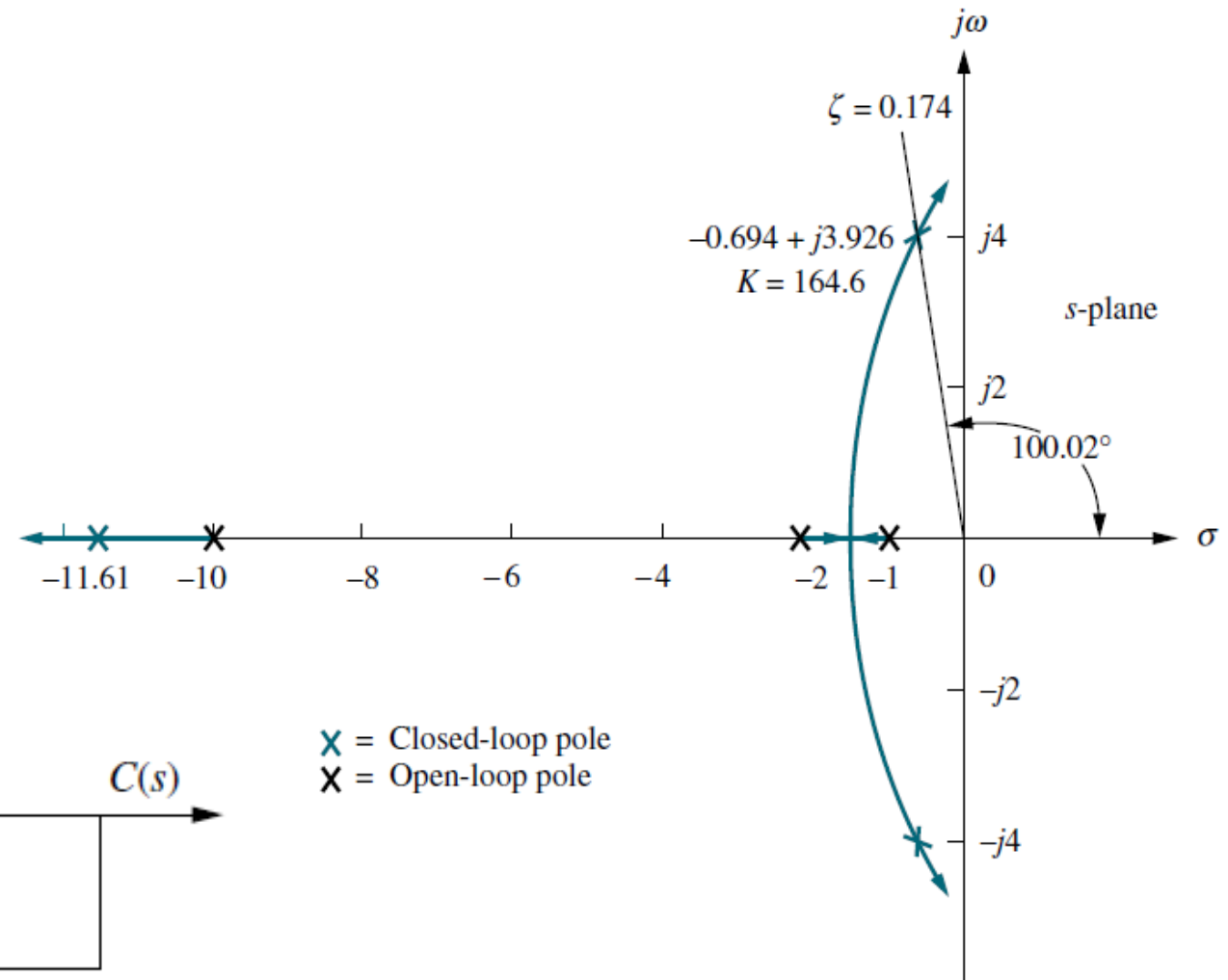
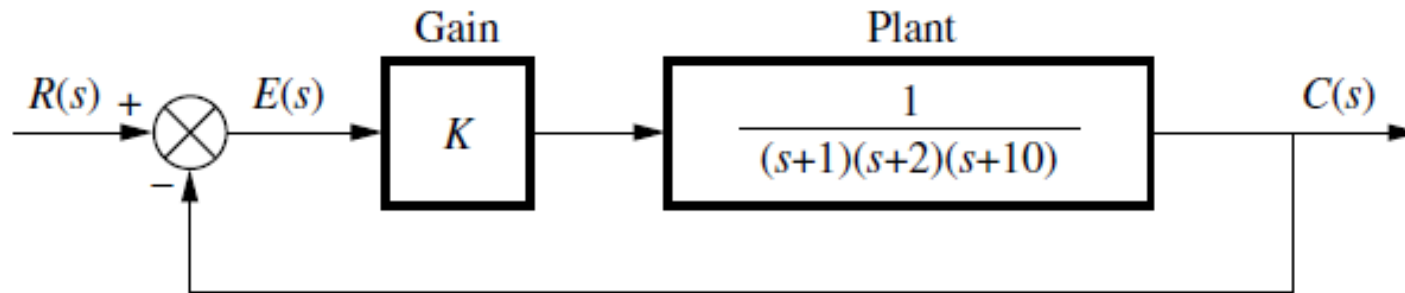
Características:

- ❑ Para mantener sin cambio la respuesta transitoria, sabemos que el polo y cero del compensador deben estar cercanos entre sí.
- ❑ Para obtener una mejoría en el error de estado estable, la única forma es que el cociente entre el cero y polo compensados sea grande (Por ejemplo un factor de 10) y así minimizar la aportación angular.

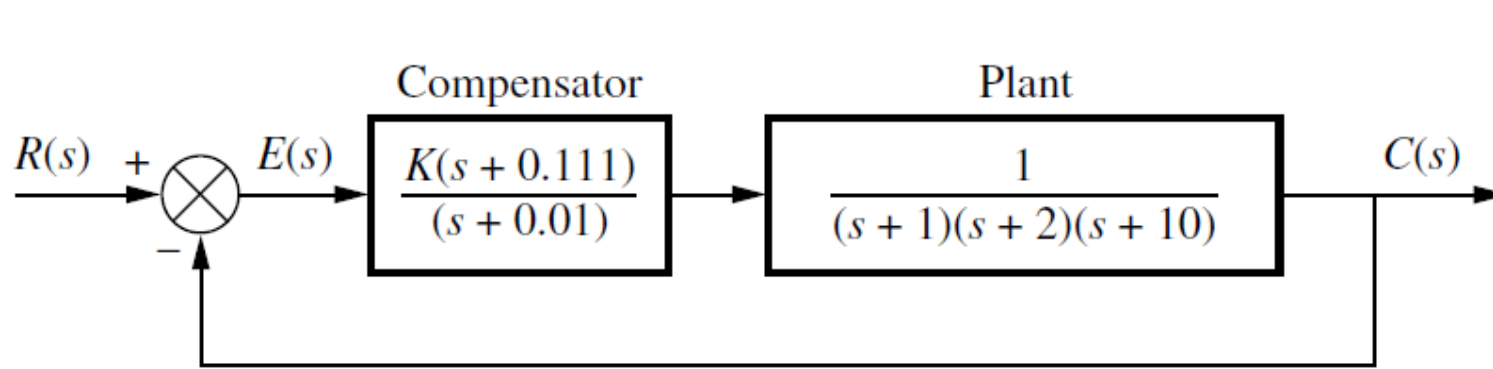


Ejemplo 2: Compensador de atraso

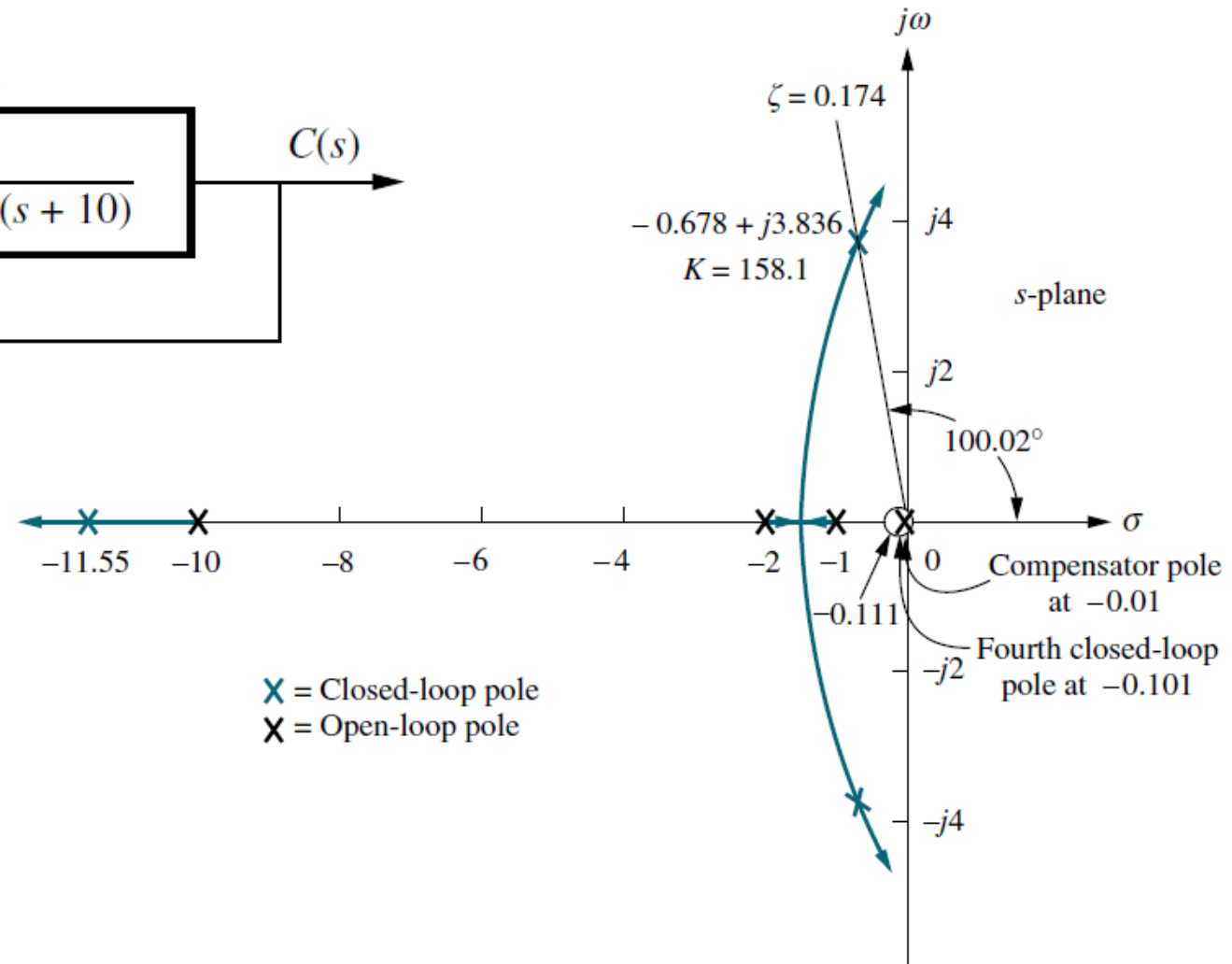
Compensar el sistema mostrado en la figura, cuyo lugar geométrico de las raíces es el que se muestra. Se debe de mejorar el error de estado estable por un factor de 10, si el sistema esta operando con un factor de amortiguamiento relativo $\zeta = 0.174$.



Ejemplo 2: Compensador de atraso



Buscando a lo largo de la línea $\zeta = 0.174$. (Matlab), hallamos que los polos dominantes de segundo orden son $s = -0.678 \pm j3.836$ con una ganancia de $K = 158.1$.



Ejemplo 2: Compensador de atraso

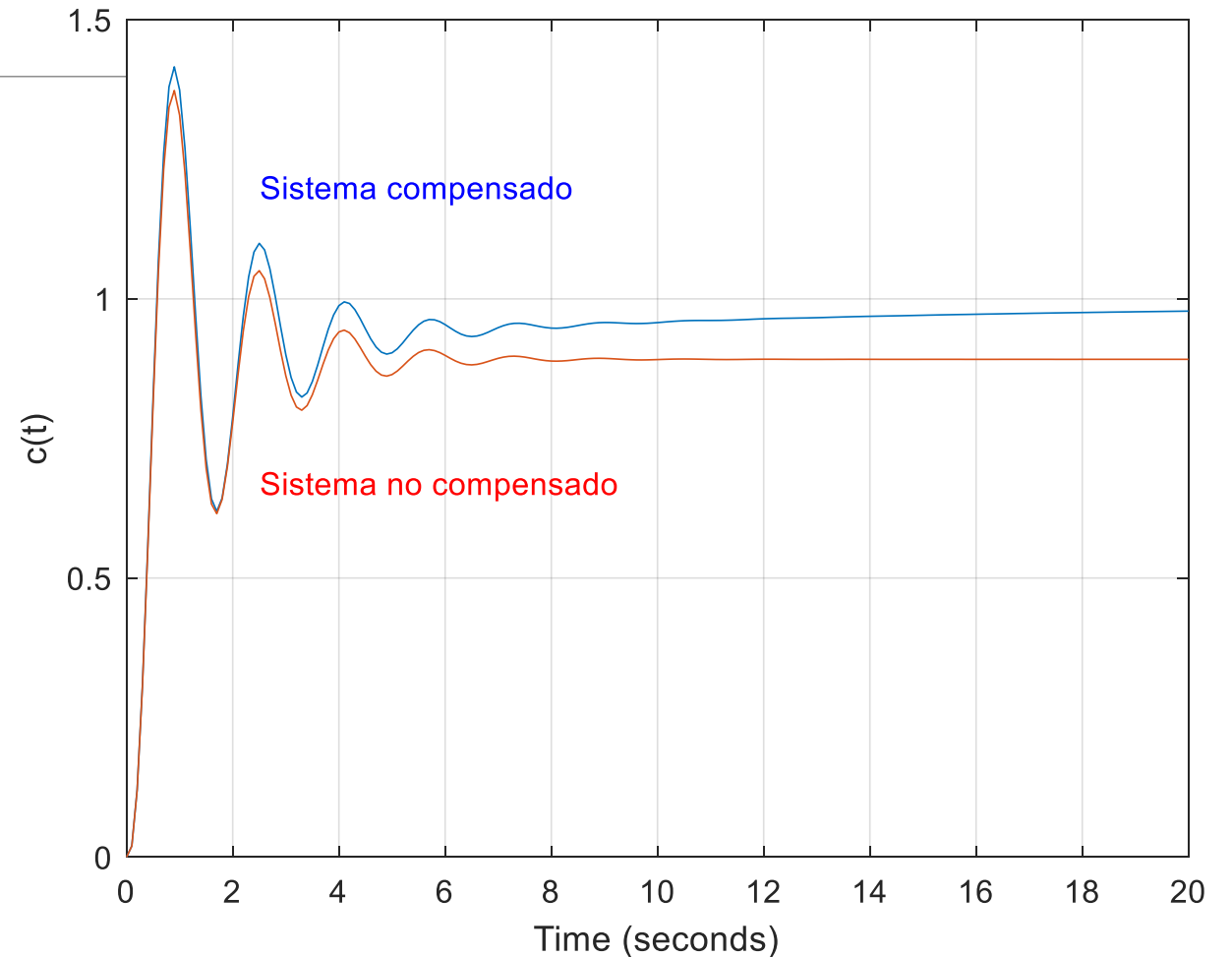
Comparación:

Parameter	Uncompensated	Lag-compensated
	K	$K(s + 0.111)$
Plant and compensator	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)$	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)(s + 0.01)$
K	164.6	158.1
K_p	8.23	87.75
$e(\infty)$	0.108	0.011
Dominant second-order poles	$-0.694 \pm j3.926$	$-0.678 \pm j3.836$
Third pole	-11.61	-11.55
Fourth pole	None	-0.101
Zero	None	-0.111

Ejemplo 1: Compensador de atraso

La figura muestra el efecto del compensador de atraso, aun cuando la respuesta transitorias de los sistemas no compensado y compensando son la misma, el sistema compensado de atraso exhibe menos error en estado estable al aproximarse a la unidad.

El error en estado estable del sistema compensado es 9.818 veces menor que el del sistema no compensado.



Mejoramiento de la respuesta transitoria

Existe dos formas de mejorar la respuesta transitoria de sistemas de control realimentado mediante el uso de compensación en cascada:

1. Compensación derivativa ideal (**Control P.D.**)
2. No utilizar derivación pura (**Compensador de Adelanto**)

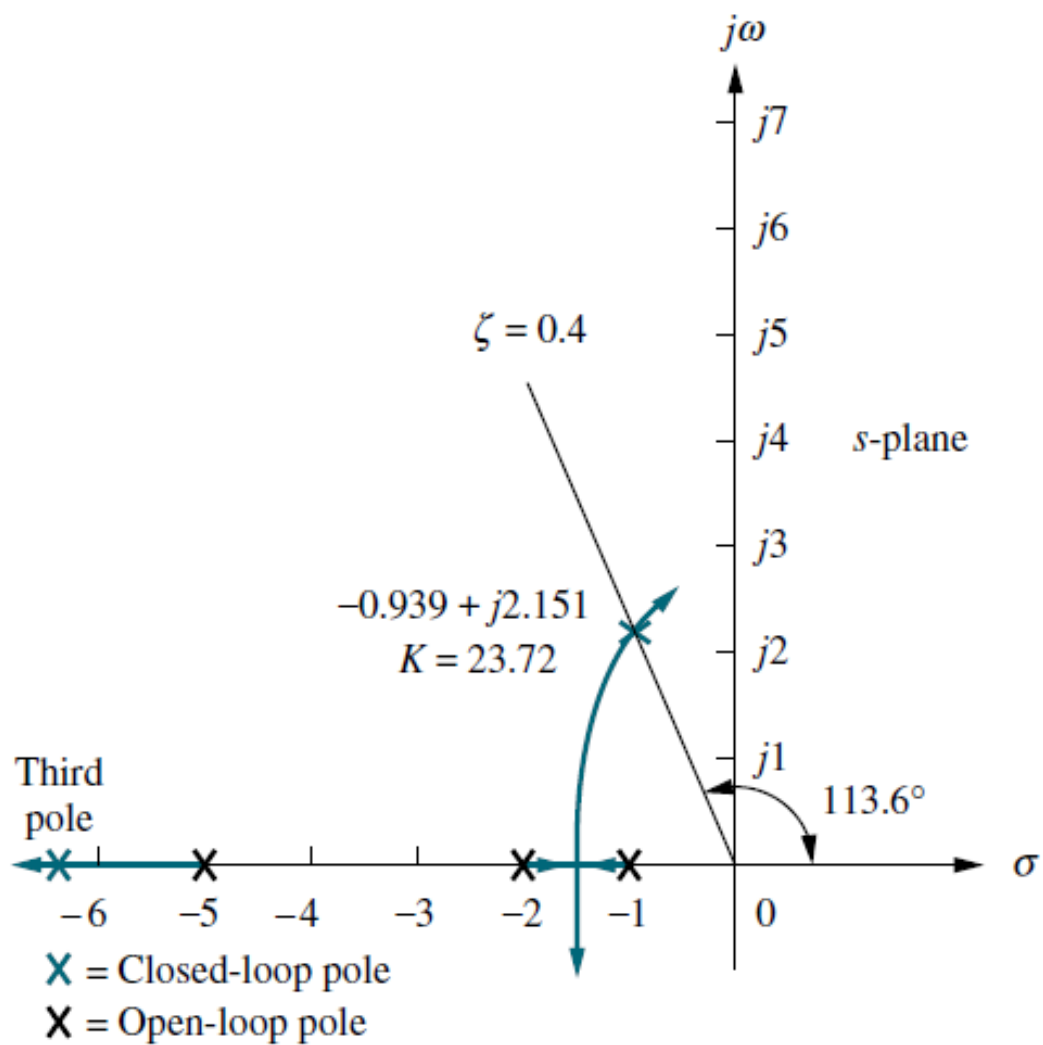
Compensación derivativa ideal (Control P.D.)

Una forma de acelerar el sistema original, es agregar un solo cero a la trayectoria directa. Este cero puede ser representado por un compensador cuya función de transferencia es:

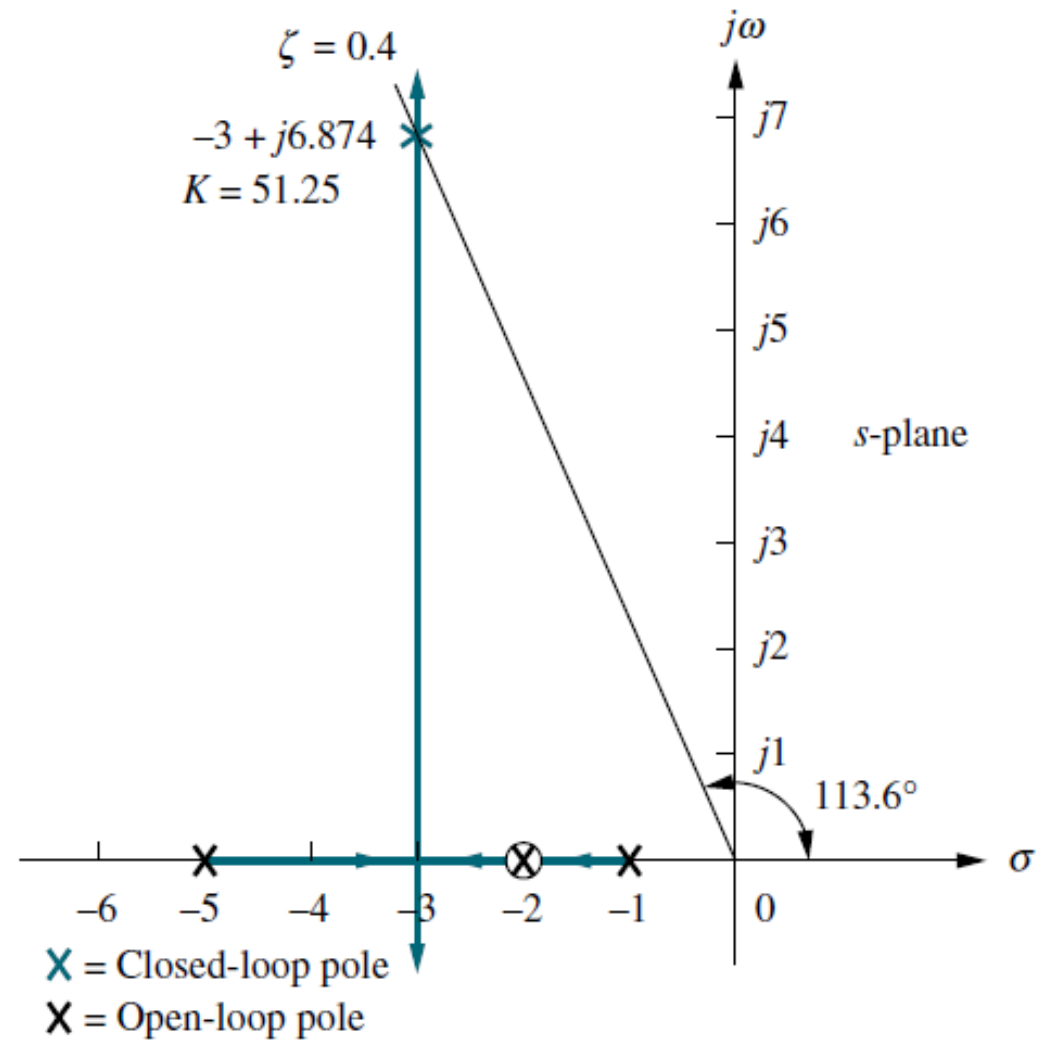
$$G_c(s) = s + z_c$$

Esta función es la suma de un diferenciador y una ganancia pura, se llama derivativo ideal o controlador P.D.

Compensación derivativa ideal (Control P.D.)

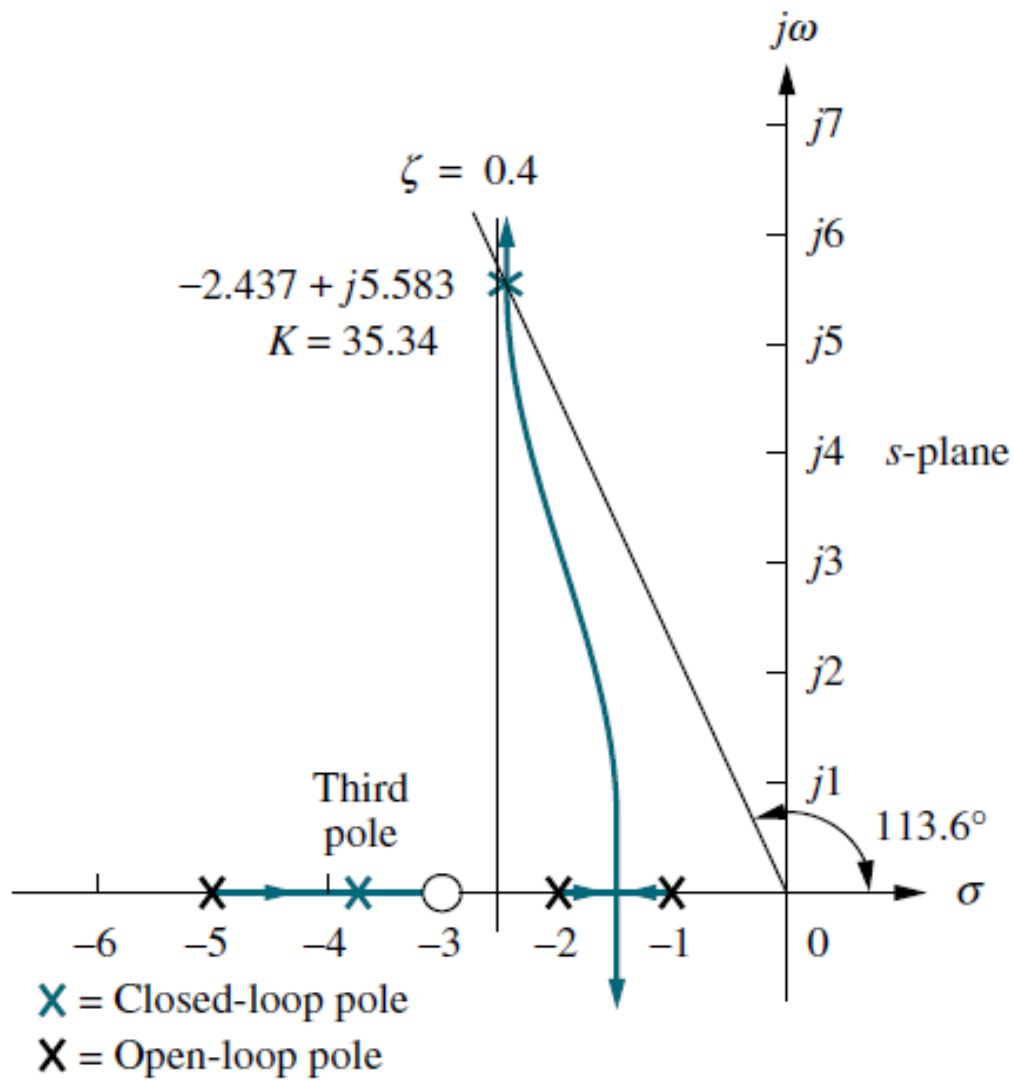


(a)

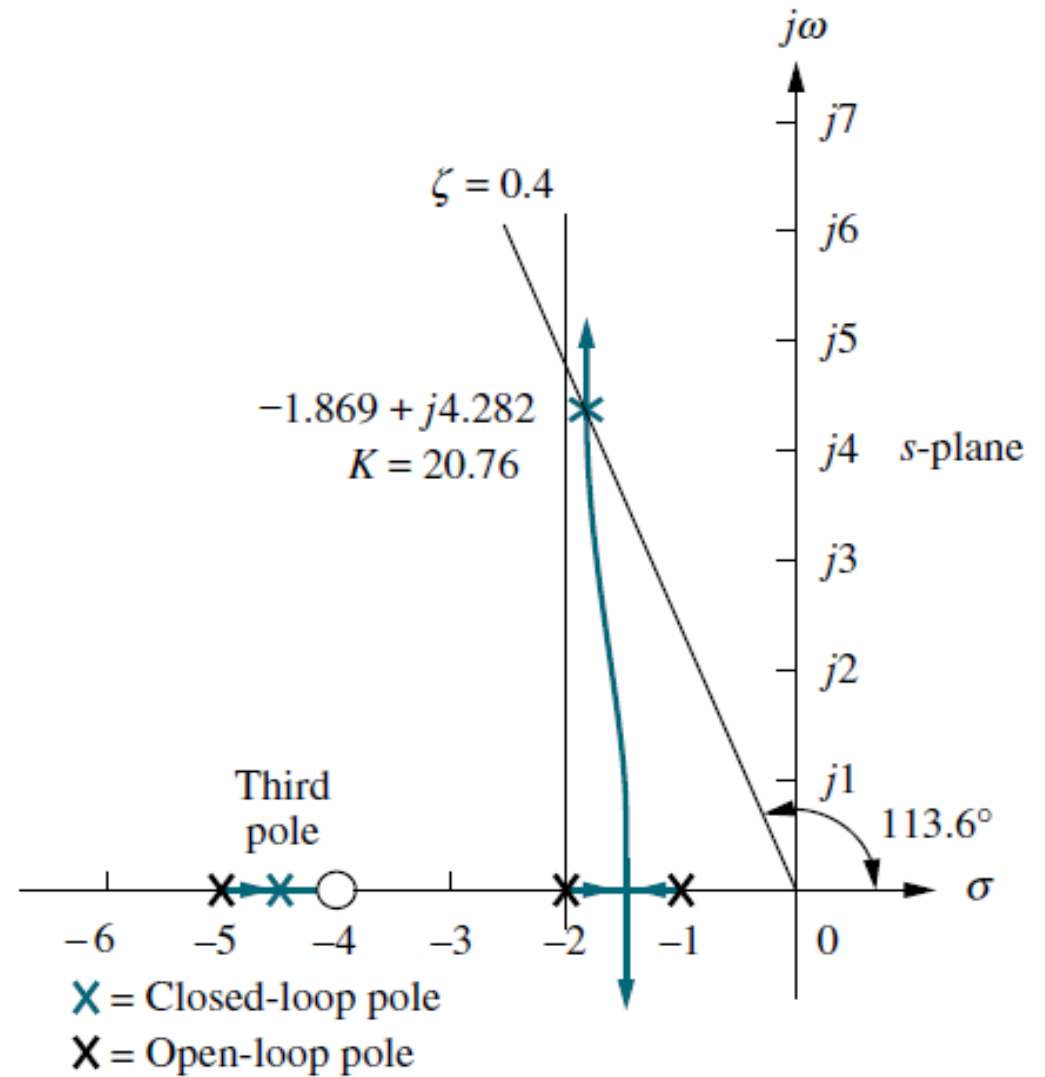


(b)

Compensación derivativa ideal (Control P.D.)



(c)



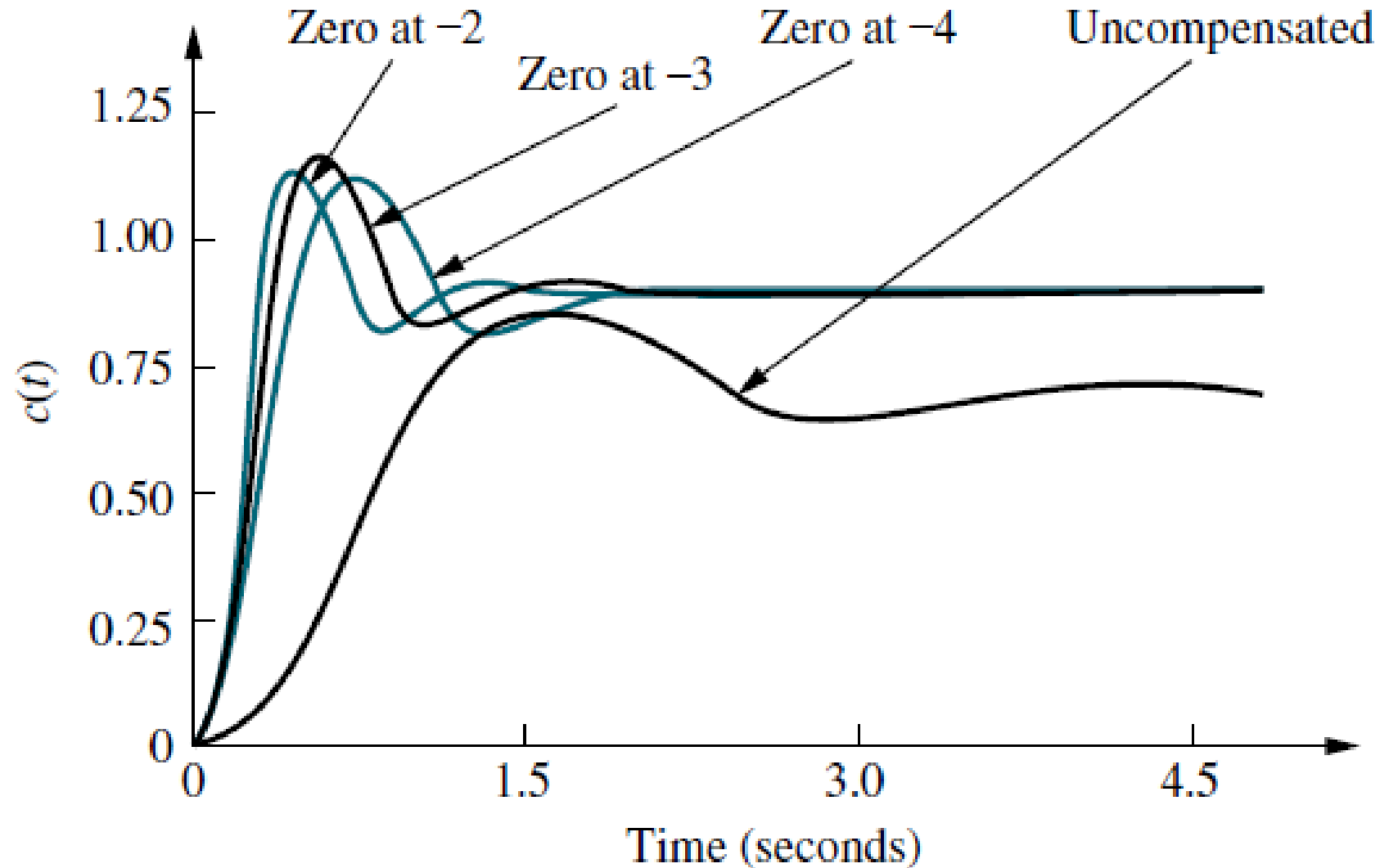
(d)

Compensación derivativa ideal (Control P.D.)

TABLE 9.2 Predicted characteristics for the systems of Figure 9.15

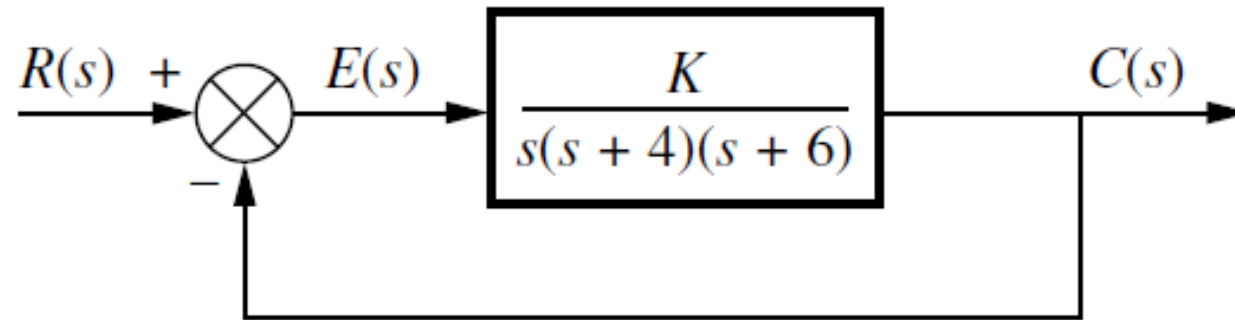
	Uncompensated	Compensation b	Compensation c	Compensation d
Plant and compensator	$\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+2)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+4)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$
Dom, poles	$-0.939 \pm j2.151$	$-3 \pm j6.874$	$-2.437 \pm j5.583$	$-1.869 \pm j4.282$
K	23.72	51.25	35.34	20.76
ζ	0.4	0.4	0.4	0.4
ω_n	2.347	7.5	6.091	4.673
%OS	25.38	25.38	25.38	25.38
T_s	4.26	1.33	1.64	2.14
T_p	1.46	0.46	0.56	0.733
K_p	2.372	10.25	10.6	8.304
$e(\infty)$	0.297	0.089	0.086	0.107
Third pole	-6.123	None	-3.127	-4.262
Zero	None	None	-3	-4
Comments	Second-order approx. OK	Pure second-order	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK

Compensación derivativa ideal (Control P.D.)



Ejercicio: Control P.D.

Dado el sistema de la figura, diseñar un compensador derivativo ideal para obtener un sobrepaso de 16% y se desea reducción de umbral en el tiempo de asentamiento un tercio de su valor no compensado.

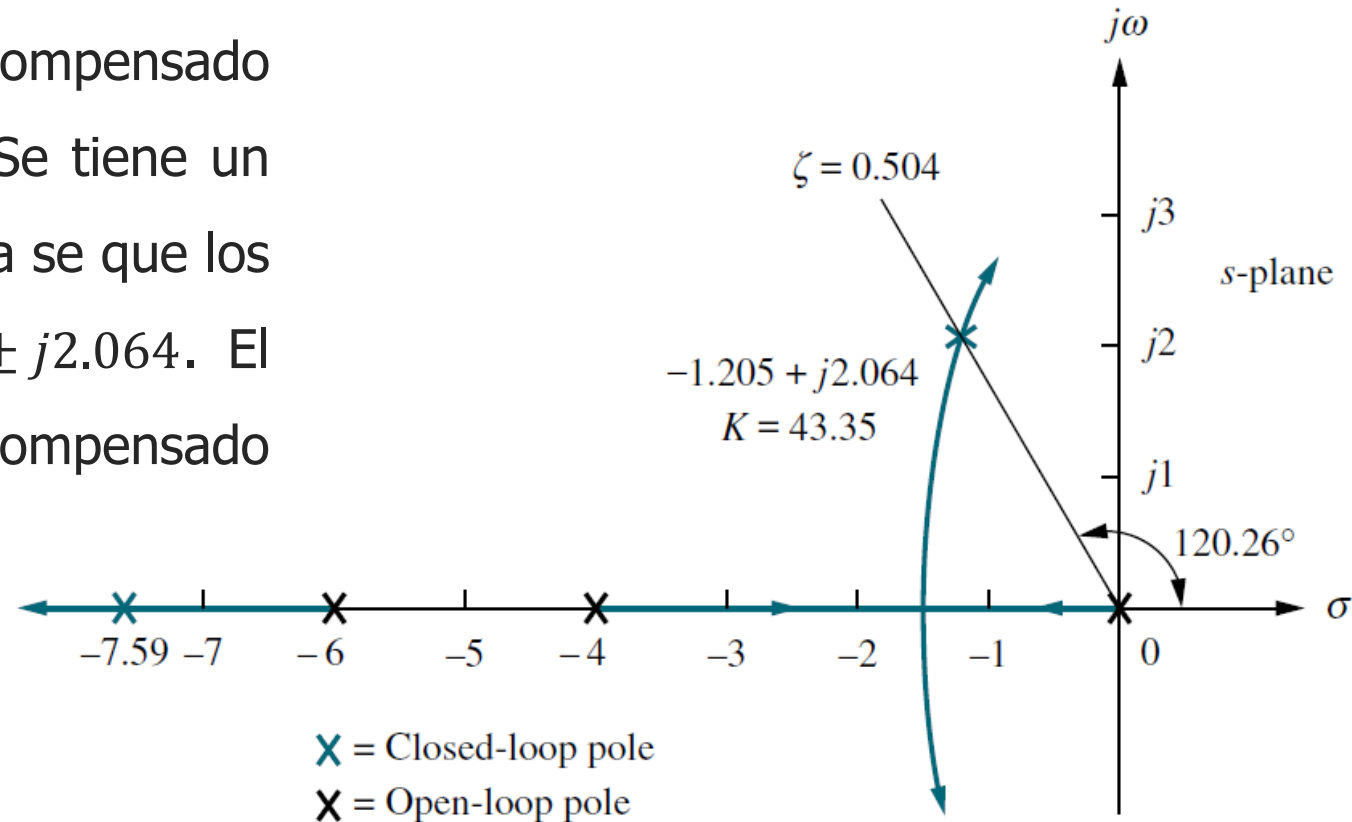


Ejercicio: Control P.D.

Solución:

Evaluando la operación del sistema no compensado que opera a un 16% de sobre impulso. Se tiene un $\zeta = 0.504$ y buscando a lo largo de la línea se que los polos dominantes están en $s = -1.205 \pm j2.064$. El tiempo de asentamiento del sistema no compensado es:

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{1.205} = 3.320$$

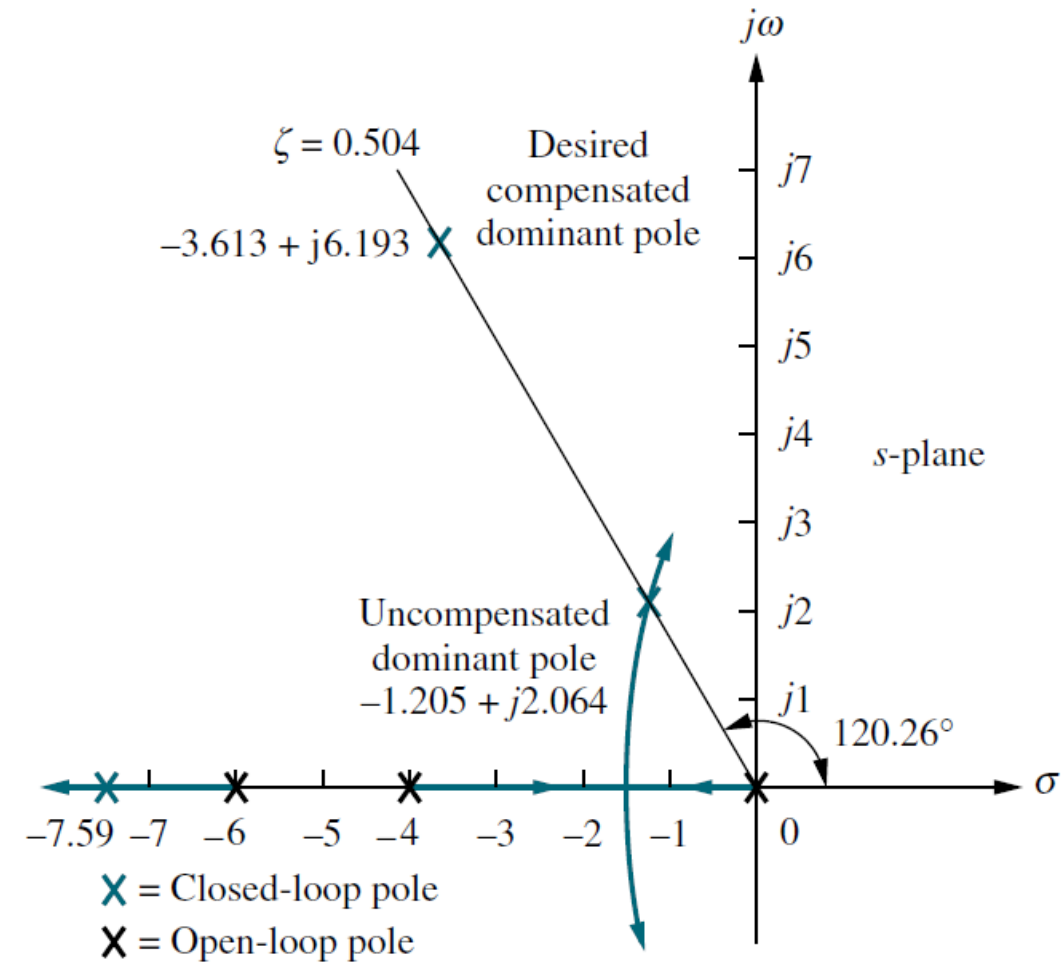


Ejercicio: Control P.D.

Solución:

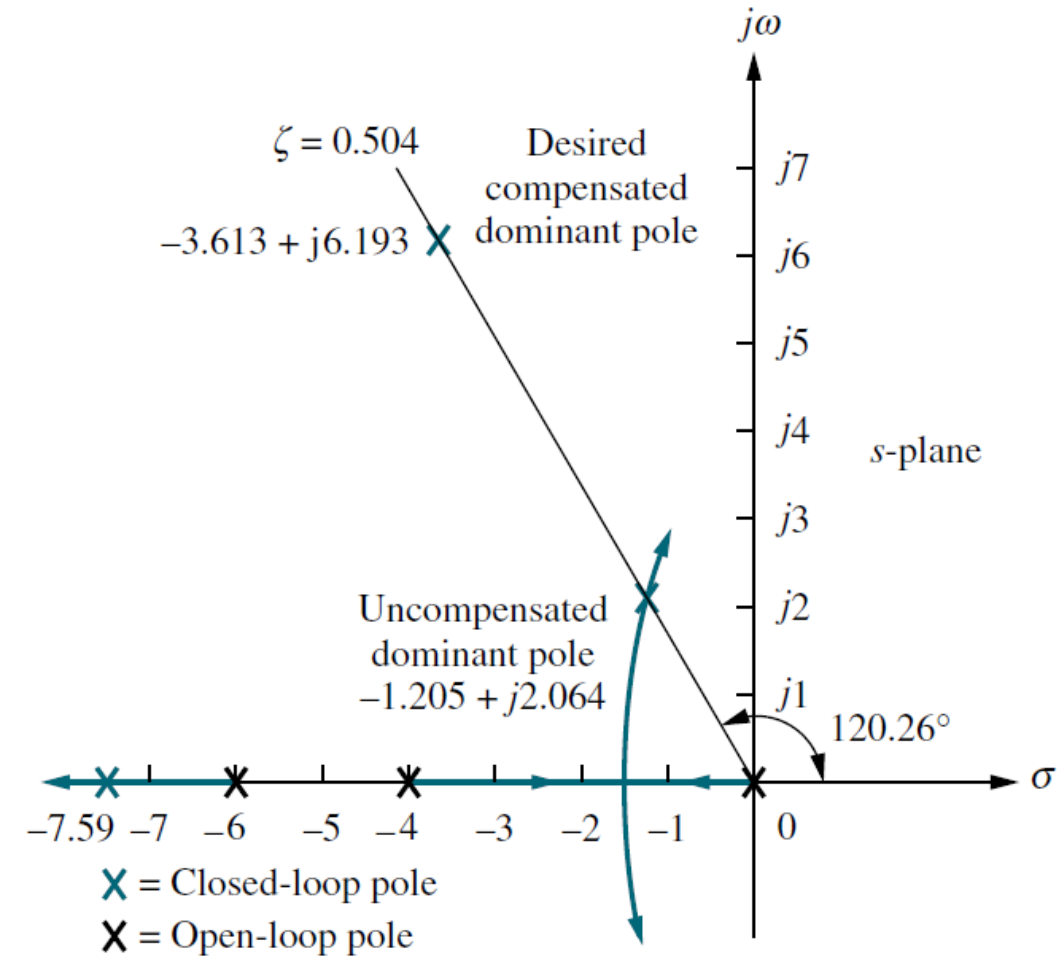
Se solicita tener una reducción de umbral en el tiempo de asentamiento. Por lo cual el tiempo de asentamiento compensado será un tercio de su valor no compensado. El nuevo tiempo de asentamiento será de 1.107 s. La parte real del polo dominante de segundo orden se encuentra en:

$$\sigma = \frac{4}{T_s} = \frac{4}{1.107} = 3.613$$



Ejercicio: Control P.D.

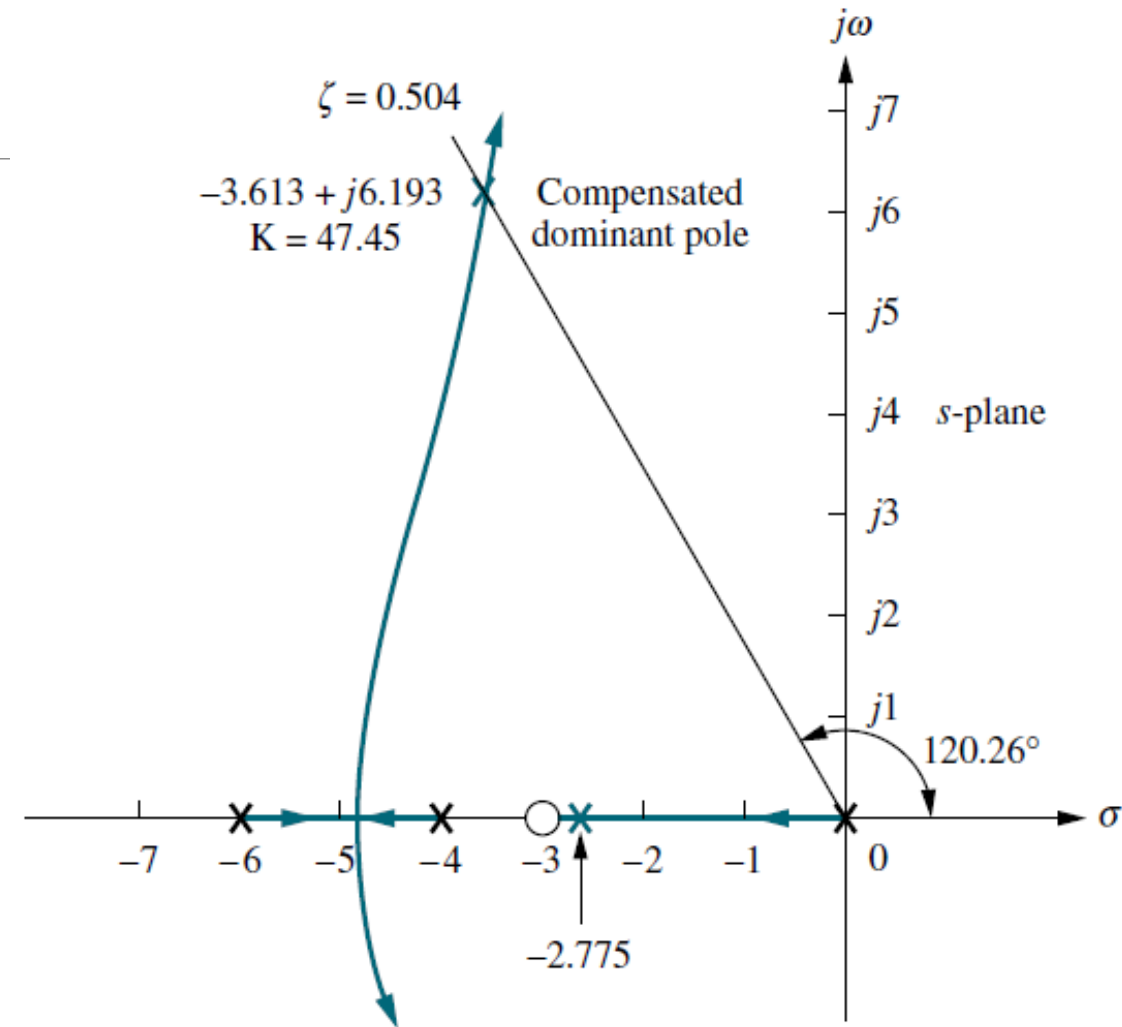
Solución:



Ejercicio: Control P.D.

Solución:

	Uncompensated	Simulation	Compensated	Simulation
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$		$\frac{K(s+3.006)}{s(s+4)(s+6)}$	
Dominant poles	$-1.205 \pm j2.064$		$-3.613 \pm j6.193$	
K	43.35		47.45	
ζ	0.504		0.504	
ω_n	2.39		7.17	
%OS	16	14.8	16	11.8
T_s	3.320	3.6	1.107	1.2
T_p	1.522	1.7	0.507	0.5
K_v	1.806		5.94	
$e(\infty)$	0.554		0.168	
Third pole	-7.591		-2.775	
Zero	None		-3.006	
Comments	Second-order approx. OK		Pole-zero not canceling	

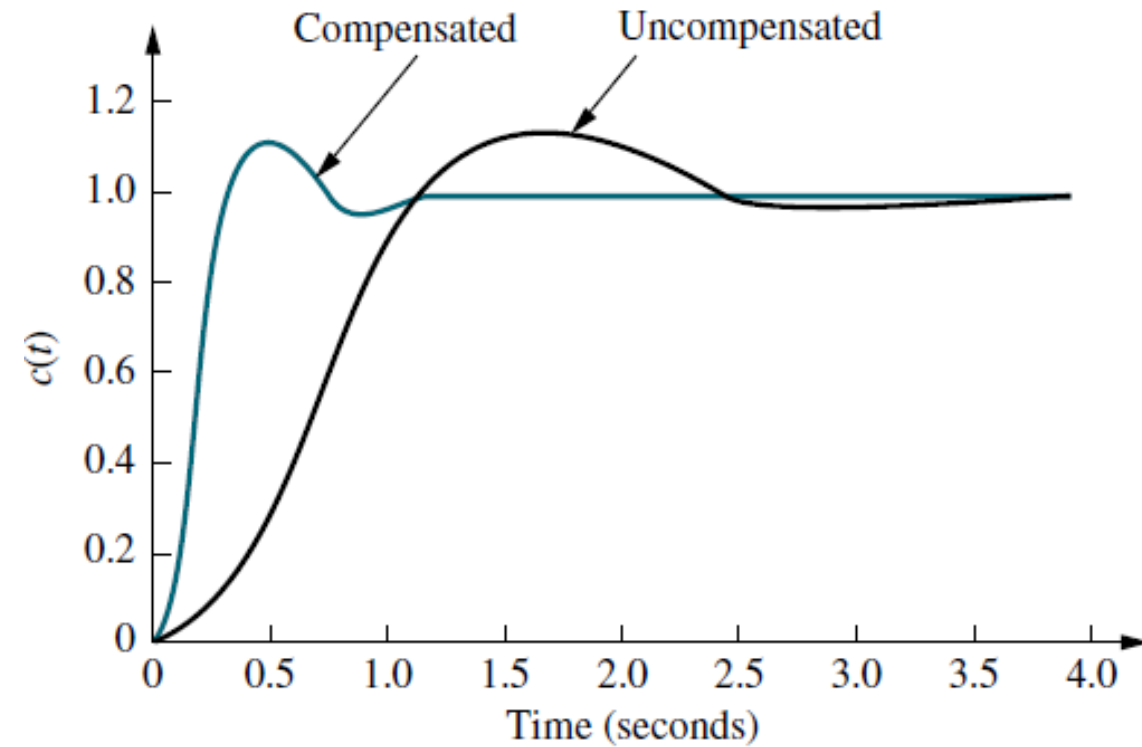


\times = Closed-loop pole
 \times = Open-loop pole

Ejercicio: Control P.D.

Solución:

	Uncompensated	Simulation	Compensated	Simulation
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$		$\frac{K(s+3.006)}{s(s+4)(s+6)}$	
Dominant poles	$-1.205 \pm j2.064$		$-3.613 \pm j6.193$	
K	43.35		47.45	
ζ	0.504		0.504	
ω_n	2.39		7.17	
%OS	16	14.8	16	11.8
T_s	3.320	3.6	1.107	1.2
T_p	1.522	1.7	0.507	0.5
K_v	1.806		5.94	
$e(\infty)$	0.554		0.168	
Third pole	-7.591		-2.775	
Zero	None		-3.006	
Comments	Second-order approx. OK		Pole-zero not canceling	



Compensación derivativa ideal (Control P.D.)

Características:

$$G_c(s) = K(s + z_c)$$

- ❑ Se selecciona una posición de un cero compensado $-z_c$ para poner el punto de diseño sobre lugar geométrico de las raíces
- ❑ Circuitos activos requeridos para implementar
- ❑ Puede causar ruido y saturación, por lo que se recomienda implementar con realimentación de velocidad o con un polo (adelanto)

Compensación de Adelanto de fase

$$G_c(s) = K \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)}$$

Características:

- ❑ Se selecciona una posición de un cero compensado $-z_c$ y se determina el polo $-p_c$ para poner el punto de diseño sobre lugar geométrico de las raíces
- ❑ El polo en $-p_c$ es más negativo que cero en $-z_c$
- ❑ No requieren de circuitos activos para implementar.

Mejorar error en estado estable

Compensador	Función de transferencia	Características
PI	$K \frac{(s + z_c)}{s}$	<ol style="list-style-type: none">1. Aumenta tipo de sistema.2. Error de estado estable se hace cero.3. El cero en $-z_c$ es pequeño y negativo.4. Se requiere circuitos activos para implementar.
Atraso de fase	$K \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)}$	<ol style="list-style-type: none">1. Error mejorado pero no llevado a cero.2. El polo en $-p_c$ es pequeño y negativo.3. El cero en $-z_c$ está cerca y a la izquierda del polo en $-p_c$.4. No se requiere circuitos activos para implementar.

Mejorar respuesta transitoria

Compensador	Función de transferencia	Características
PD	$K(s + z_c)$	<ol style="list-style-type: none">1. Se selecciona una posición de un cero compensado $-z_c$ para poner el punto de diseño sobre lugar geométrico de las raíces2. Circuitos activos requeridos para implementar3. Puede causar ruido y saturación, por lo que se recomienda implementar con realimentación de velocidad o con un polo (adelanto)
Adelanto de fase	$K \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)}$	<ol style="list-style-type: none">1. Se selecciona una posición de un cero compensado $-z_c$ y se determina el polo $-p_c$ para poner el punto de diseño sobre lugar geométrico de las raíces2. El polo en $-p_c$ es más negativo que cero en $-z_c$3. No requieren de circuitos activos para implementar.

Mejoramiento del error en estado estable y la respuesta transitoria

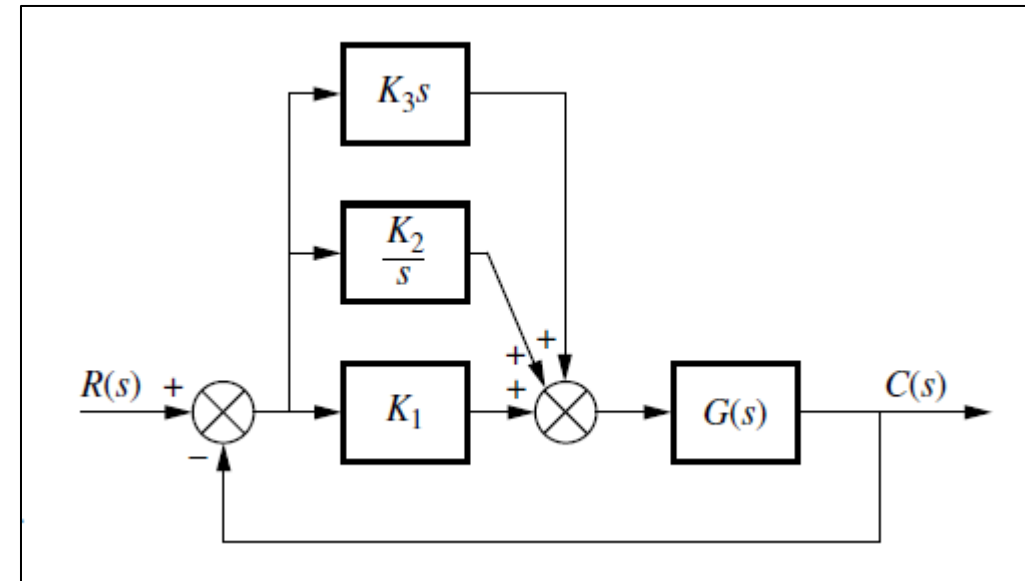
Existe dos formas de realizar un conjunto de soluciones a nivel de diseño que mejore la respuesta transitoria y el error de estado estable de sistemas de control realimentado mediante el uso de compensación en cascada:

1. Diseñando un control PD activo seguido de un controlador PI activo, el compensador resultante se llama **"Controlador Proporcional Integral Derivativo" (PID)**.
2. Diseñando un compensador pasivo de adelanto de fase y luego diseñando un compensador pasivo de atraso de fase, el compensador resultante se llama **"Compensador de Adelanto-Atraso"**

Diseño de in controlador PID

En la figura se ilustra un controlador PID y su función de transferencia es:

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_1s + K_2 + K_3s^2}{s} = \frac{K_3 \left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s}$$



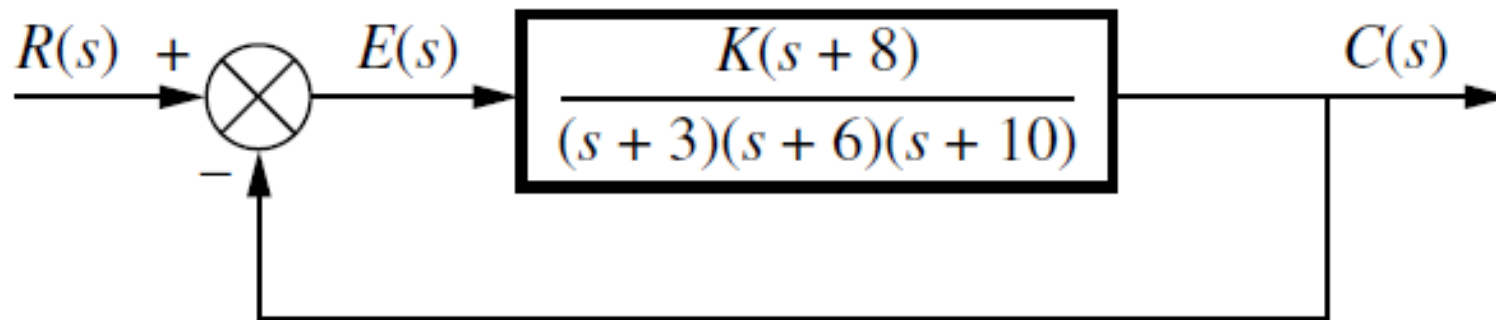
Diseño de in controlador PID

La técnica de diseño de un controlador PID consta de los siguientes pasos:

1. *Evaluación del desempeño del sistema no compensado para determinar cuanta mejoría se necesita en respuesta transitoria.*
2. *Diseño del **controlador PD** para satisfacer las especificaciones de respuesta transitoria. El diseño incluye la ubicación del cero y la ganancia de lazo.*
3. *Simulación del sistema para estar seguros que todos los requerimientos se hayan satisfecho.*
4. *Rediseño si la simulación demuestra que los requerimientos no se han satisfecho.*
5. *Diseño del **controlador PI** para obtener el error necesario en estado estable.*
6. *Determinación de las ganancias K_1 , K_2 , K_3 .*
7. *Simulación del sistema para estar seguros que todos los requerimientos se hayan satisfecho*
8. *Rediseño si la simulación demuestra que los requerimientos no se han satisfecho.*

Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Dado el sistema de la figura, diseñar un controlador PID para que el sistema pueda operar con un tiempo pico que es dos tercios del tiempo pico de un sistema no compensado a 20% de sobreimpulso y con error en estado estable cero para una entrada escalón.



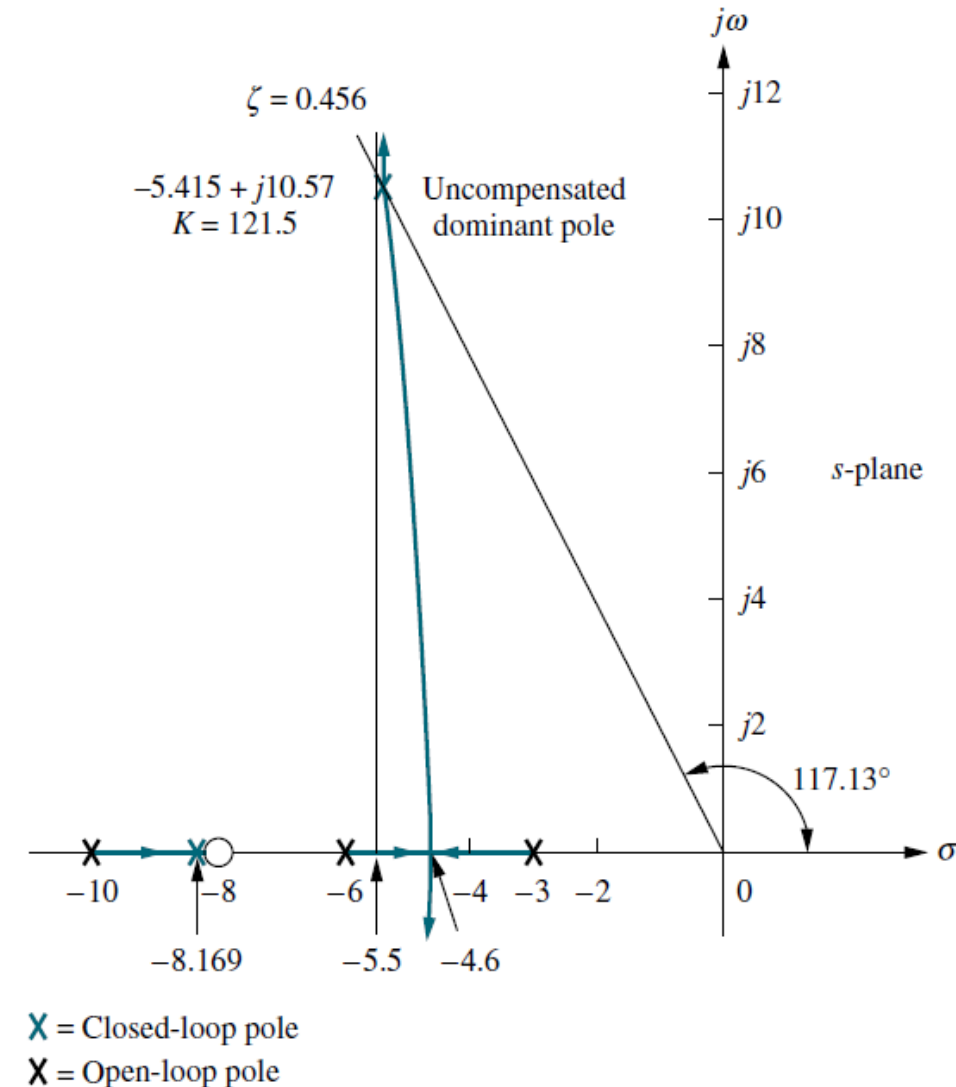
Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

$$G(s) = \frac{K(s + 8)}{(s + 3)(s + 6)(s + 10)}$$

Paso 1: Evaluar el sistema no compensado.

Si el sistema opera con 20% de sobreimpulso tenemos que $\zeta = 0.456$. Buscando a lo largo de la línea tenemos que los polos dominantes son $-5.415 \pm j10.57$ con ganancia de $K = 121.5$. Además se tiene que el tiempo pico es de $0.297s$

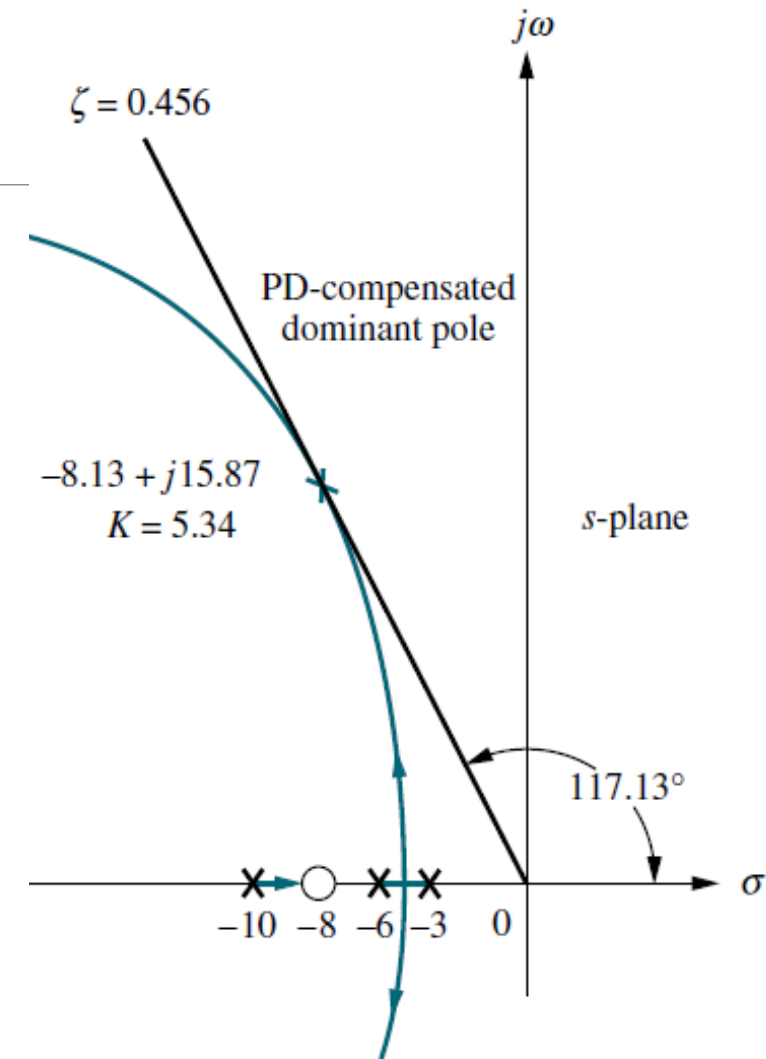


Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

Paso 2: Diseño de PD.

Reducir el tiempo pico dos tercios del tiempo no compensado.
Luego hallar la ubicación del polo dominante.



Ejercicio: Diseño de in controlador PID

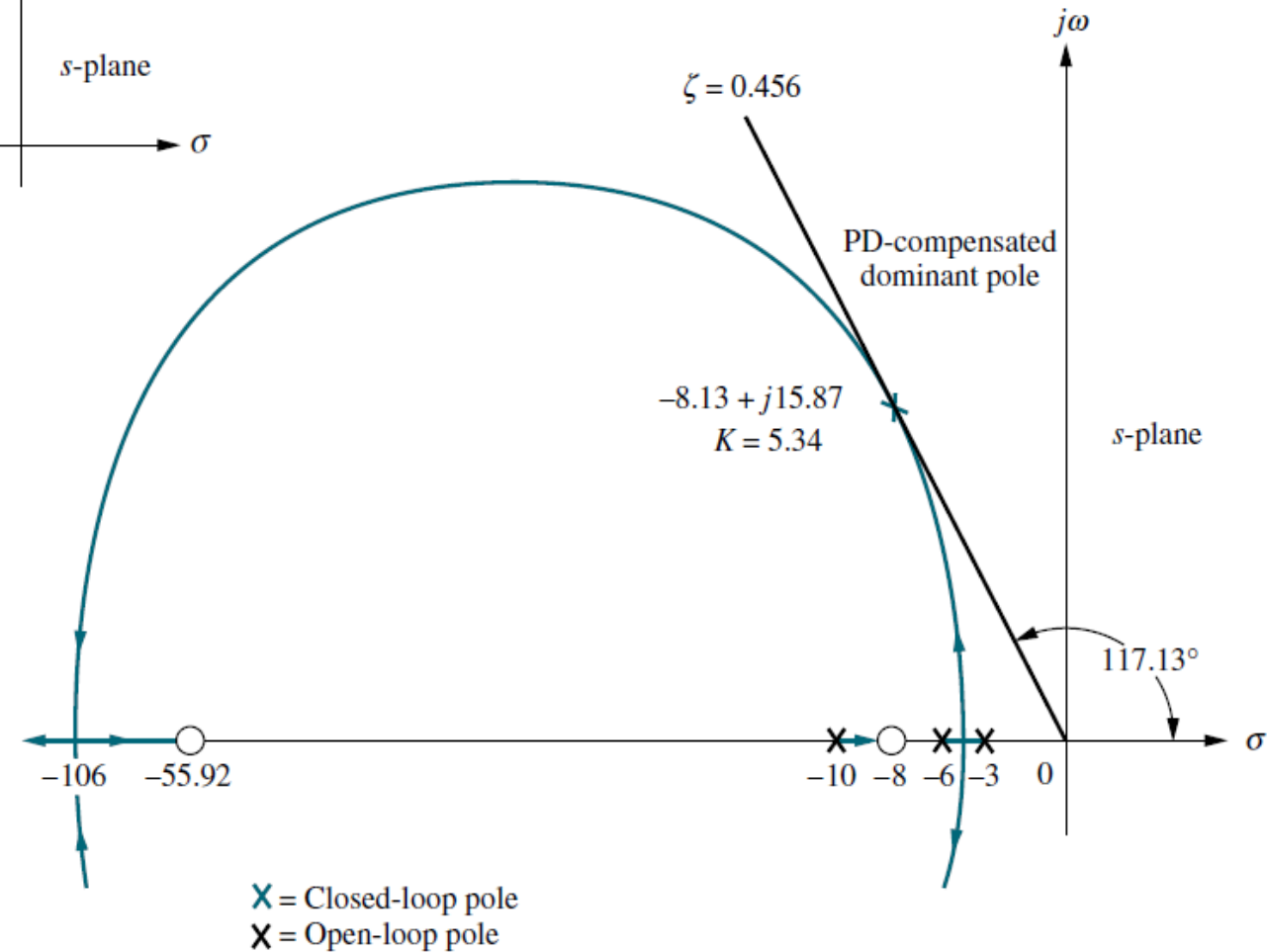
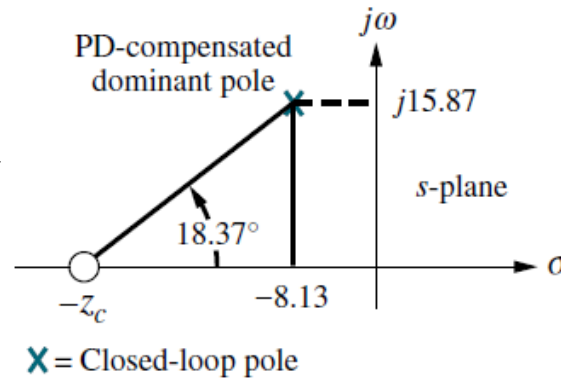
Solución:

Paso 2: Diseño de PD.

Diseñar el compensador PD.

$$\frac{15.87}{z_c - 8.13} = \tan 18.37^\circ$$
$$z_c = 55.92$$

$$G_{PD}(s) = (s + 55.92)$$

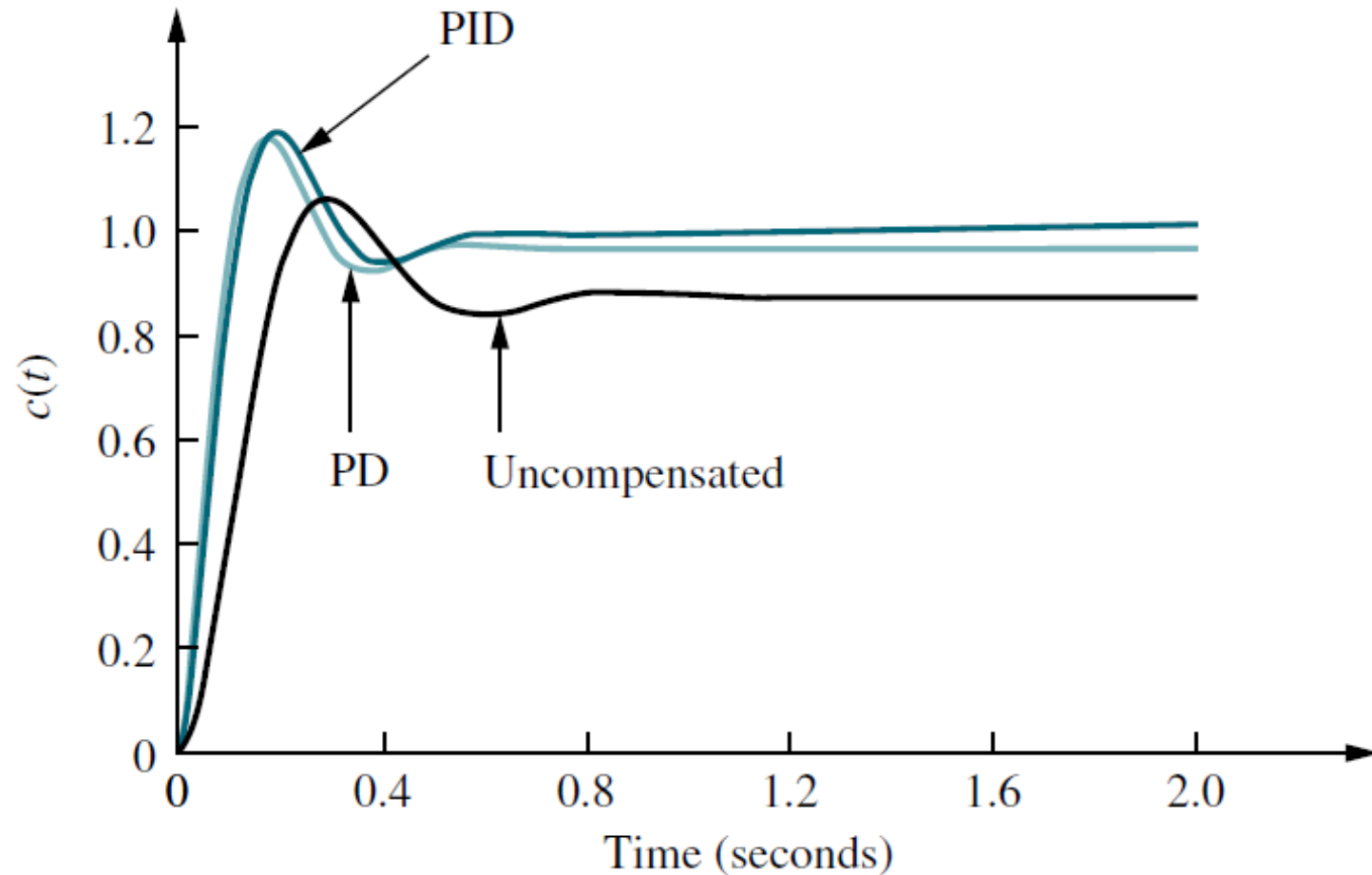


Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

Paso 3 y 4:

Se simula el sistema compensado PD, y se verifica que se presente la reducción del tiempo pico.



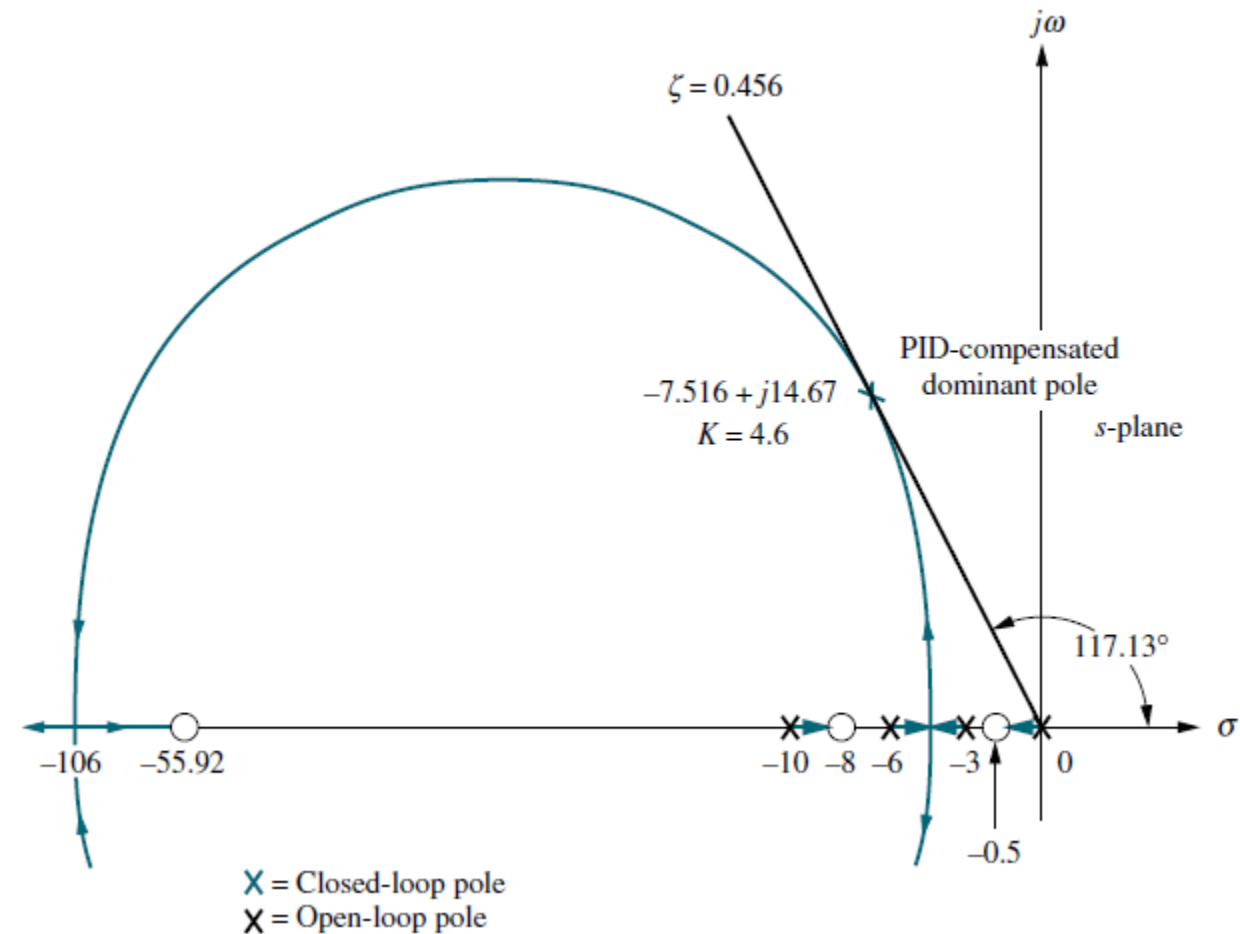
Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

Paso 5: Diseño del control PI.

Una vez diseñado el controlador PD, se diseña el compensador integral ideal para reducir a cero el error en estado estable para una entrada escalón. Cualquier compensador integral ideal cero funcionará, mientras el cero se coloque cerca del origen. Seleccionando el compensador como:

$$G_{PI}(s) = \frac{s + 0.5}{s}$$



Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

Paso 6: Determinar las ganancias de K_1, K_2, K_3 .

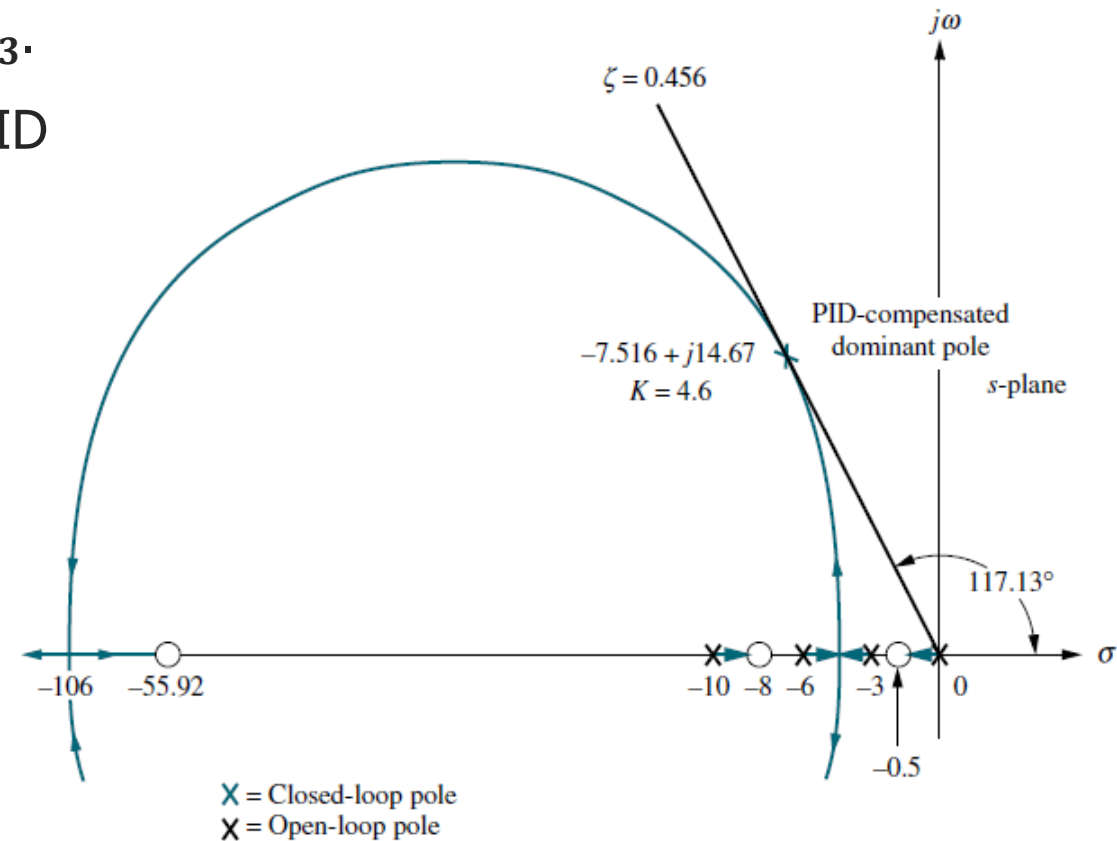
Partimos de la ecuación de la F.T. del controlador PID

$$G_{\text{PID}}(s) = \frac{K(s + 55.92)(s + 0.5)}{s} = \frac{4.6(s + 55.92)(s + 0.5)}{s}$$
$$= \frac{4.6(s^2 + 56.42s + 27.96)}{s}$$

Y la comparamos con: $G_c(s) = \frac{K_3 \left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s}$

Determinamos que:

$$K_1 = 259.5, \quad K_2 = 128.6, \quad K_3 = 4.6$$

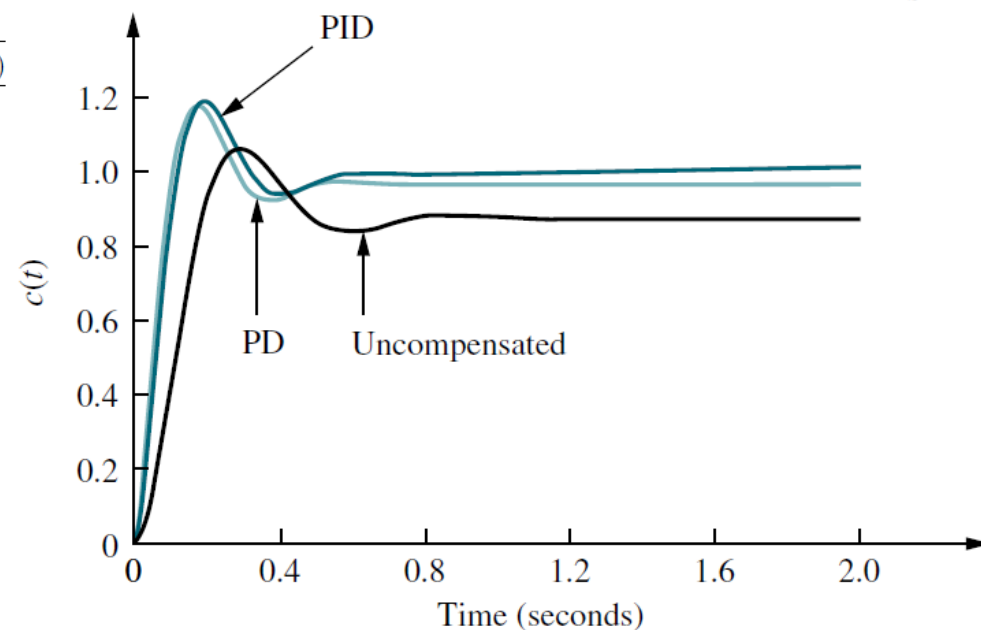


Ejercicio: Diseño de in controlador PID

Solución:

Paso 7 y 8: Se presenta los resultados en una simulación, como se observa en la figura. La compensación PD mejoró la respuesta transitoria al reducir el tiempo pico, así como una pequeña mejoría en el error de estado estable. El PID mejoró aun mas el error en estado estable.

	Uncompensated	PD-compensated	PID-compensated
Plant and compensator	$\frac{K(s+8)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)(s+0.5)}{(s+3)(s+6)(s+10)s}$
Dominant poles	$-5.415 \pm j10.57$	$-8.13 \pm j15.87$	$-7.516 \pm j14.67$
K	121.5	5.34	4.6
ζ	0.456	0.456	0.456
ω_n	11.88	17.83	16.49
%OS	20	20	20
T_s	0.739	0.492	0.532
T_p	0.297	0.198	0.214
K_p	5.4	13.27	∞
$e(\infty)$	0.156	0.070	0
Other poles	-8.169	-8.079	-8.099, -0.468
Zeros	-8	-8, -55.92	-8, -55.92, -0.5
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Zeros at -55.92 and -0.5 not canceled



Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

- Primero se diseña el compensador de adelanto de fase para mejorar la respuesta transitoria.
- A continuación se evalúa la mejoría en error en estado estable que se requiere todavía.
- Por último, se diseña el compensador de atraso de fase para satisfacer el requerimiento de error en estado estable.

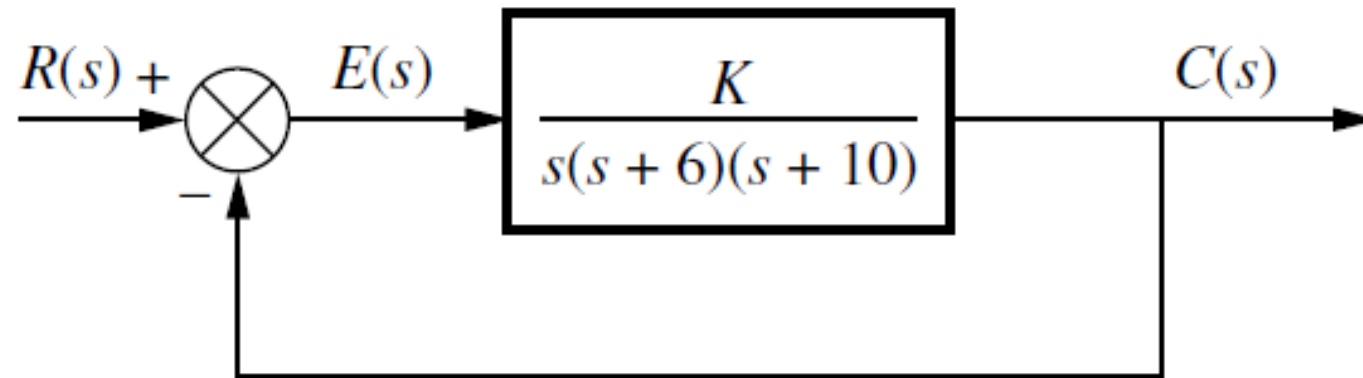
Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

La técnica de diseño de un controlador de adelanto-atraso consta de los siguientes pasos:

1. *Evaluación del desempeño del sistema no compensado para determinar cuanta mejoría se necesita en respuesta transitoria.*
2. *Diseñar **el compensador de adelanto** para satisfacer las especificaciones de la respuesta transitoria. El diseño incluye la ubicación del cero, ubicación del polo y ganancia del lazo.*
3. *Simular el sistema para estar seguro que todos los requerimientos se hayan satisfecho.*
4. *Rediseñar si la simulación demuestra que los requerimientos no se han satisfecho.*
5. *Evaluar la operación del error en estado estable para el sistema compensado de adelanto, determinar cuánta más mejoría de error en estado estable se requiere.*
6. *Diseñar **el compensador de atraso** para obtener el error de estado estable deseado.*
7. *Simulación del sistema para estar seguros que todos los requerimientos se hayan satisfecho*
8. *Rediseño si la simulación demuestra que los requerimientos no se han satisfecho.*

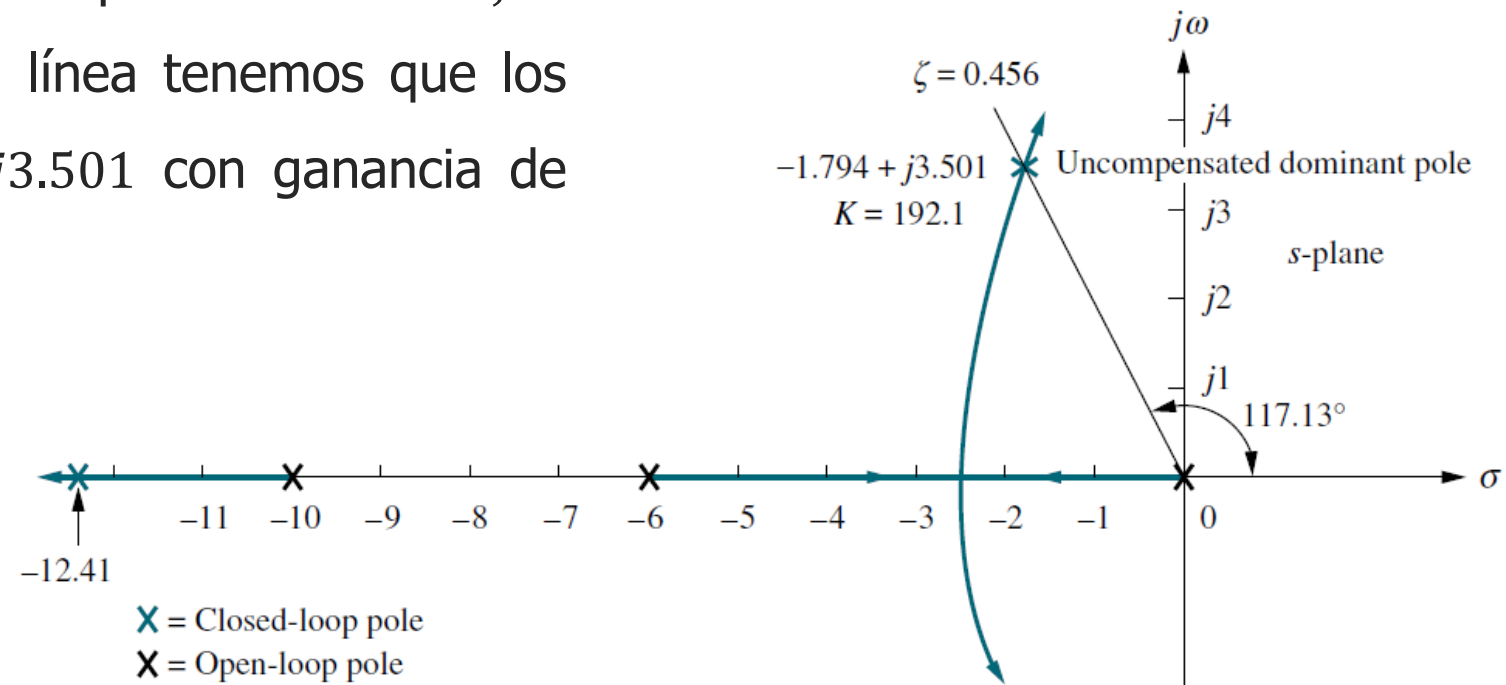
Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

Diseñar un compensador de adelanto-atraso para el sistema de la figura, para que opere con 20% de sobreimpulso, y una reducción de un factor de 2 en el tiempo de asentamiento. Además, el sistema compensado exhibirá una mejoría de un factor de 10 en error en estado estable para una entrada rampa.



Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

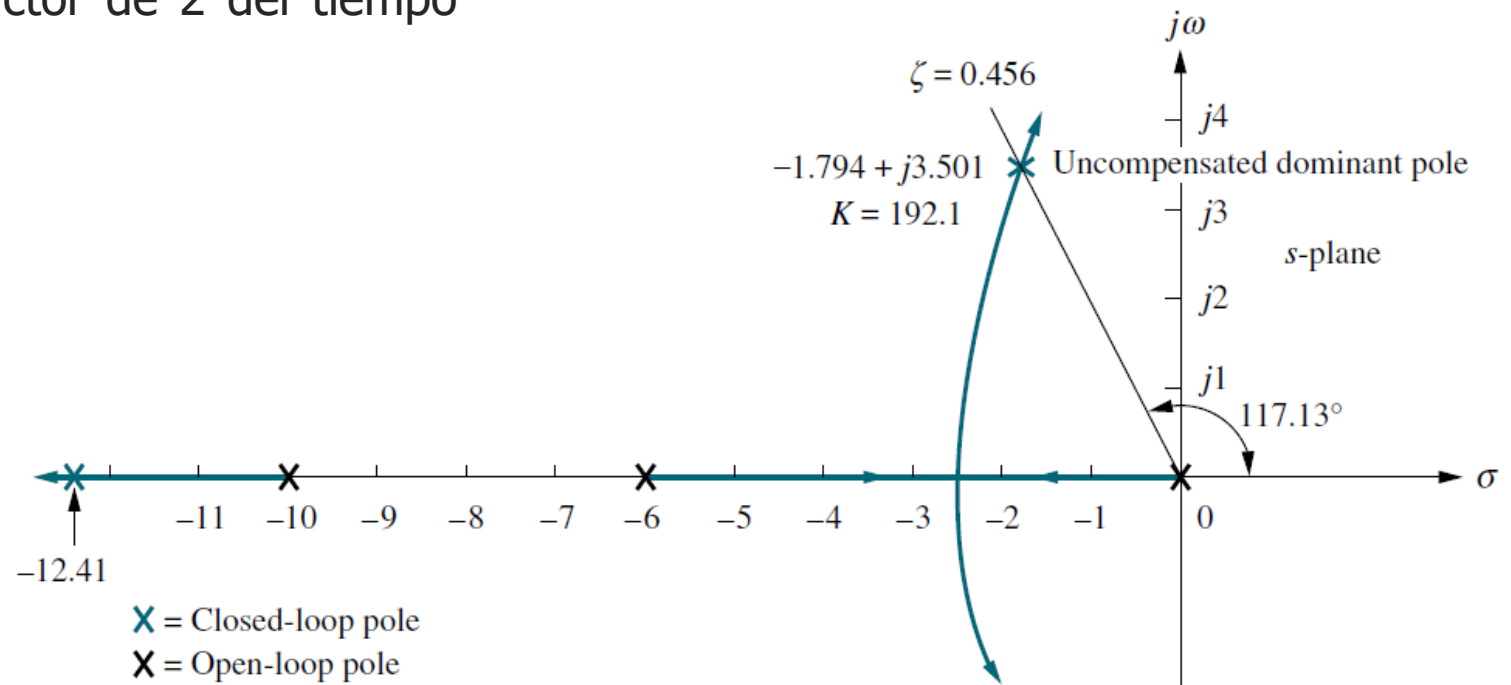
Paso 1: Se evalúa el desempeño del sistema no compensado. Con 20% de sobre impulso tiene un $\zeta = 0.456$. Buscando a lo largo de la línea tenemos que los polos dominantes son $-1.794 \pm j3.501$ con ganancia de $K = 192.1$



Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

Paso 2: Diseño del compensador de adelanto.

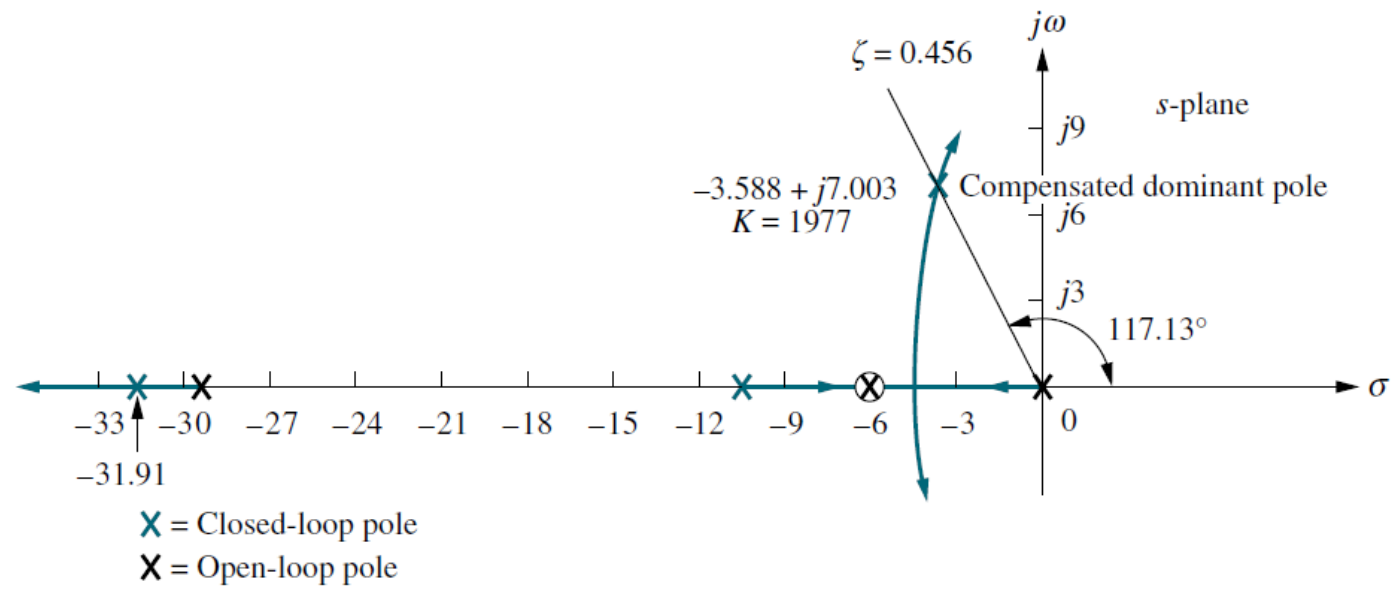
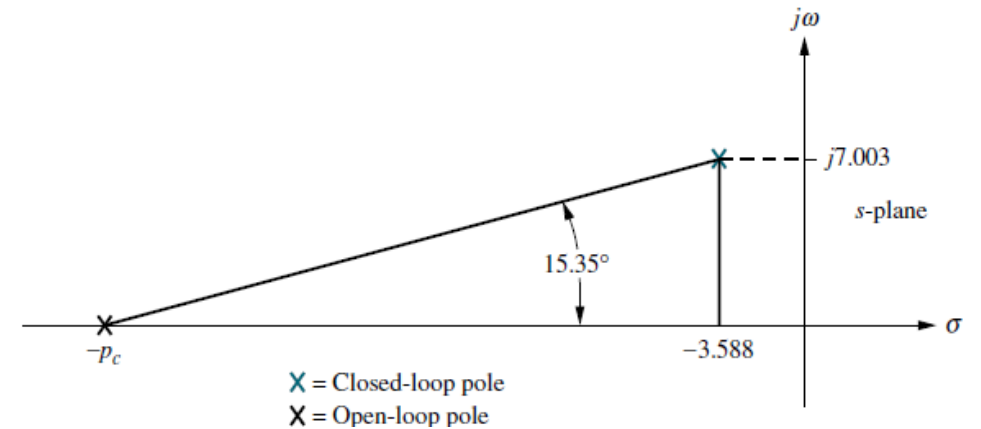
Se requiere una reducción en un factor de 2 del tiempo de asentamiento.



Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

Paso 2: Diseño del compensador de adelanto.

Además arbitraria mente seleccionamos la ubicación del z_c en -6 para cancelar el polo de la planta respectivo.



Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

Paso 3 y 4: Se verifica el diseño con una simulación y se espera una respuesta satisfactoria.

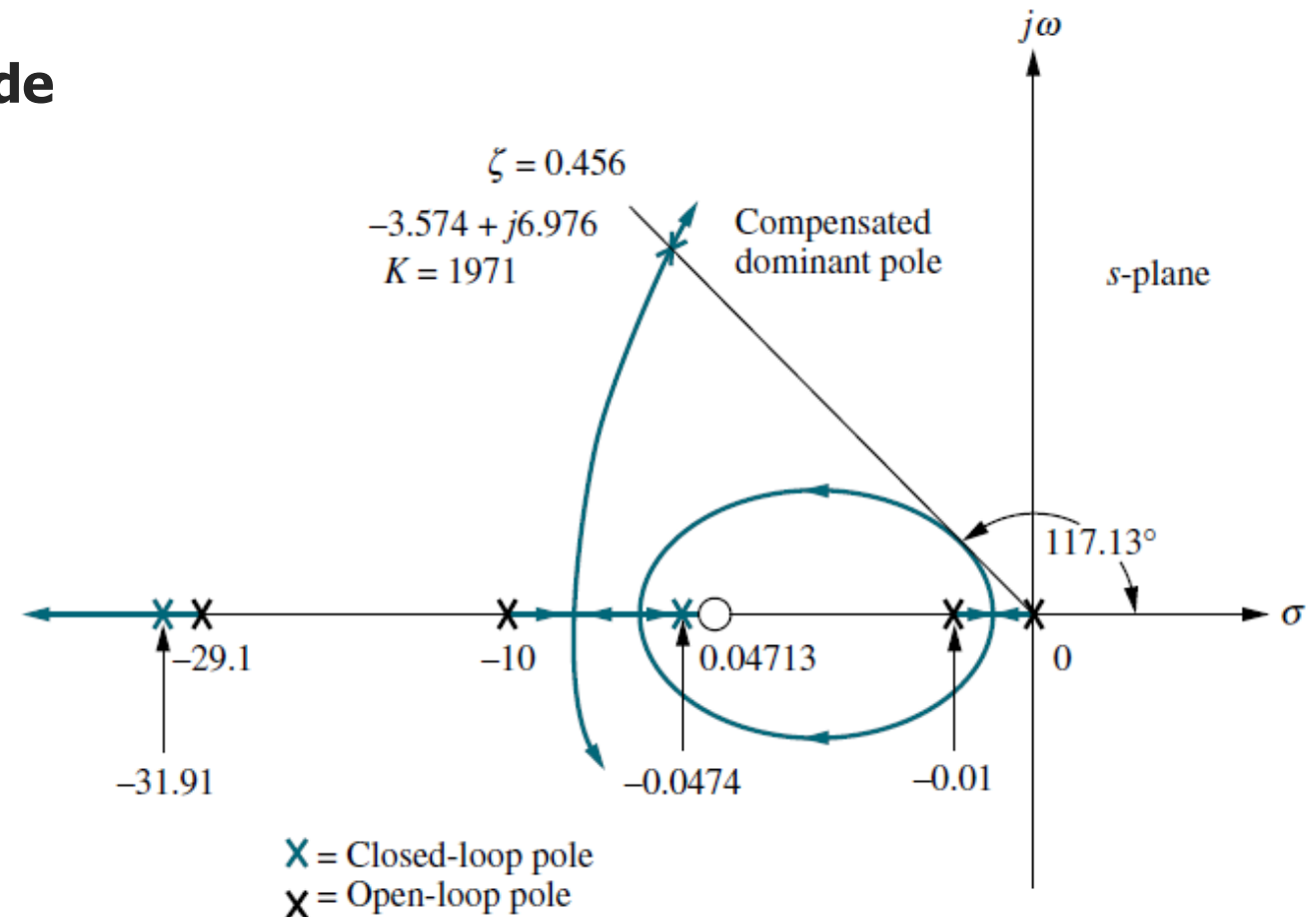
$$G(s) = \frac{192.1}{s(s+6)(s+10)} \quad G_{LC}(s) = \frac{1977}{s(s+10)(s+29.1)}$$

Paso 5: Evaluar el error de estado estable de acuerdo a su requisito.

Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

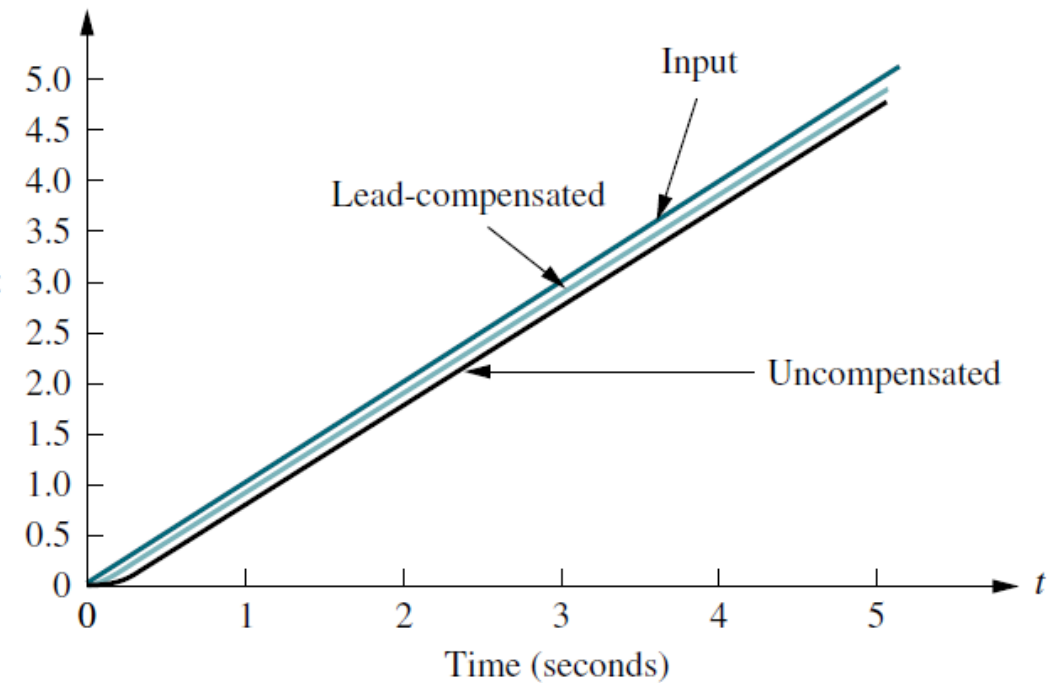
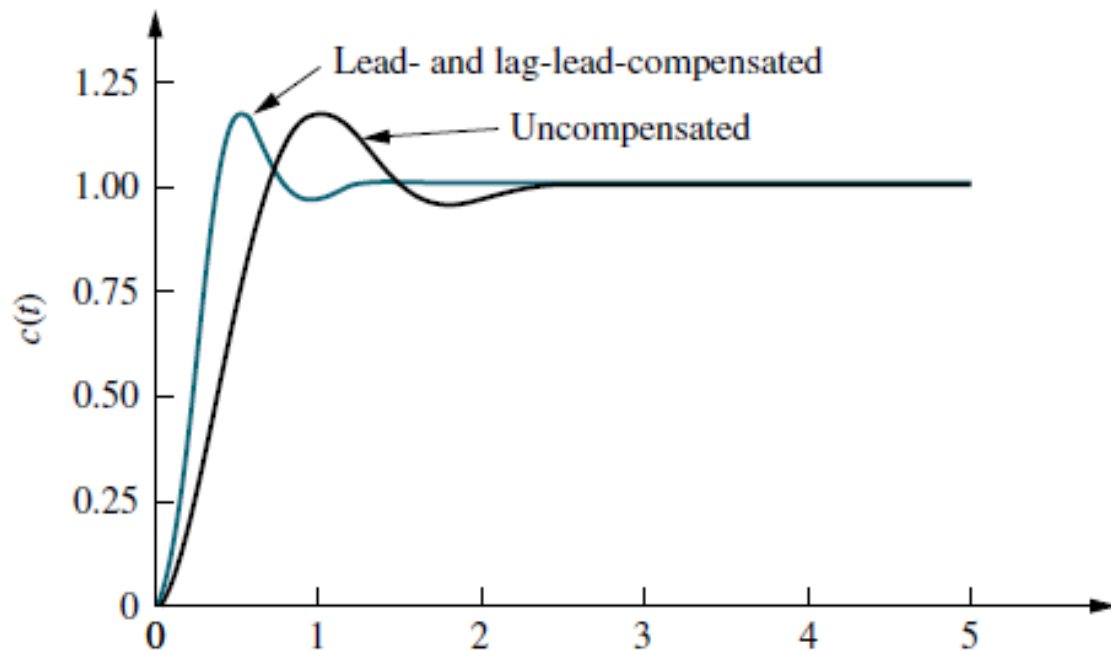
Paso 6: Diseño del compensador de atraso:

$$G_{LLC}(s) = \frac{K(s + 0.04713)}{s(s + 10)(s + 29.1)(s + 0.01)}$$



Ejercicio: Diseño de un compensador de adelanto-atraso de fase

Paso 7: Se verifica el diseño con una simulación y se espera una respuesta satisfactoria.



Compensación de Adelanto de fase

Paso 7: Se verifica el diseño con una simulación y se espera una respuesta satisfactoria.

	Uncompensated	Lead-compensated	Lag-lead-compensated
	K	K	$K(s + 0.04713)$
Plant and compensator	$s(s + 6)(s + 10)$	$s(s + 10)(s + 29.1)$	$s(s + 10)(s + 29.1)(s + 0.01)$
Dominant poles	$-1.794 \pm j3.501$	$-3.588 \pm j7.003$	$-3.574 \pm j6.976$
K	192.1	1977	1971
ζ	0.456	0.456	0.456
ω_n	3.934	7.869	7.838
%OS	20	20	20
T_s	2.230	1.115	1.119
T_p	0.897	0.449	0.450
K_v	3.202	6.794	31.92
$e(\infty)$	0.312	0.147	0.0313
Third pole	-12.41	-31.92	-31.91, -0.0474
Zero	None	None	-0.04713
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK

Mejorar del error en estado estable y la respuesta transitoria

Compensador	Función de transferencia	Características
PID	$K \frac{(s + z_{atraso})(s + z_{adelanto})}{s}$	<ol style="list-style-type: none"> 1. El cero de atraso en $-z_{atraso}$ y el polo en el origen mejoran el error en estado estable. 2. El cero en adelanto de fase en $-z_{adelanto}$ mejora la respuesta transitoria. 3. El cero de atraso de fase en $-z_{atraso}$ está cerca y a la izquierda del origen. 4. Se selecciona un cero de adelanto en $-z_{adelanto}$ para poner punto de diseño sobre el lugar geométrico de las raíces. 5. Circuitos activos requeridos para implementar. 6. Puede causar ruido y saturación; implementar con realimentación de velocidad o con un polo adicional.
Adelanto-Atraso	$K \frac{(s + z_{atraso})(s + z_{adelanto})}{(s + p_{atraso})(s + p_{adelanto})}$	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se usan un polo de atraso en $-p_{atraso}$ y un cero de atraso en $-z_{atraso}$ para mejorar el error en estado estable. 2. Se usan un polo de adelanto $-p_{adelanto}$ y un cero de adelanto en $-z_{adelanto}$ para mejorar la respuesta transitoria. 3. El polo de atraso en $-p_{atraso}$ es pequeño y negativo. 4. El cero de atraso en $-z_{atraso}$ está cerca y a la izquierda del polo de atraso. 5. Se selecciona el cero de adelanto y el polo de adelanto para poner el punto de diseño sobre el lugar geométrico de las raíces. 6. El polo de adelanto es más negativo que el cero de adelanto de fase. 7. No se requieren circuitos activos para implementar.

Referencias

- ❑ Ogata, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna, 5a. Ed. Prentice Hall, 2010, México
- ❑ Dorf, Richard, Bishop Robert. "Sistemas de control moderno", 10ª Ed., Prentice Hall, 2005, España.