

Resumen análisis dinámico de convertidores CD-CD

Ing. Sergio A. Morales Hernández



Índice

1. INTRODUCCIÓN	2
2. ANÁLISIS DINÁMICO CONVERTIDORES CD-CD	3
2.1. Convertidores de potencia conmutados: generalidades	3
2.2. Convertidor Reductor o convertidor "buck"	4
2.3. Convertidor Elevador o convertidor "boost"	6
2.4. Convertidor Reductor-Elevador o convertidor tipo "buck-boost"	8
2.5. Convertidor Reductor-Elevador no inversor o convertidor tipo "non-inverting buck-boost"	10
2.6. Convertidor "Ćuk"	12
2.7. Convertidor "Sepic"	14
2.8. Convertidor zeta	16
2.9. Convertidor Cuádruple Reductor o convertidor tipo "Quad-buck"	19
2.10. Convertidor Elevador-Elevador o convertidor tipo "Boost-boost"	22
2.11. Convertidor Doble Reductor-Elevador o convertidor tipo "Double buck-boost"	25
3. BIBLIOGRAFÍA	28

1. INTRODUCCIÓN

Los convertidores de potencia tipo CD-CD cada vez toman más relevancia en la vida diaria, ya que están presentes en una cantidad creciente de dispositivos electrónicos, debido al auge de sistemas portátiles que requieren el uso de baterías como fuente primaria de energía eléctrica.

Estas baterías, tarde o temprano requieren ser recargadas, y es allí donde podemos encontrar múltiples sistemas de conversión de energía eléctrica.

Si a esto le sumamos las cada vez más comunes estaciones fotovoltaicas (las cuales nos permiten captar energía solar y convertirla en energía eléctrica), así como los vehículos eléctricos, nos vemos frente a el uso más difundido de convertidores de potencia tipo CD-CD.

El presente trabajo es una guía para que los interesados en esta temática tengan una referencia de cómo se realiza el análisis dinámico de este tipo de sistemas de conversión de energía eléctrica.

2. ANÁLISIS DINÁMICO CONVERTIDORES CD-CD

2.1. Convertidores de potencia conmutados: generalidades

Los dispositivos electrónicos autónomos utilizan, como fuente primaria de energía, una batería electroquímica. Dependiendo de la aplicación, esta batería puede ser recargable o no. Sin embargo, para las baterías de tipo no recargable, desde el punto de vista de autonomía energética, su uso provee algunos inconvenientes tales como la dependencia de su restitución constante (lo que implica el trasladar personal a los diferentes sitios en los cuales se encuentren los dispositivos), así como la posibilidad de descarga antes de su sustitución. Por ello el uso de baterías del tipo recargable brinda una reducción de las problemáticas apuntadas, siempre y cuando se pueda proveer al sistema de un proceso de recarga práctico. En este sentido, las fuentes de energía ambiental brindan esa alternativa.

Independientemente de dónde provenga la energía, siempre y cuando sea del tipo *ambiental*, se va a requerir de un sistema muy eficiente para captar la cantidad que sea posible extraer y que sea lo más estable posible [?]. No se debe olvidar que el sol, el viento, la lluvia, la temperatura, son elementos conocidos pero que no tienen un comportamiento lineal y predecible, lo que complica su incorporación en el proceso de energizar cualquier dispositivo electrónico de pequeña escala. Aunado a lo anterior, se debe resaltar que los esfuerzos actuales están centrados en incorporar diversas fuentes pero no de una forma sistemática ni analítica, por lo tanto no se preocupan por obtener un modelo matemático de las fuentes para así poder obtener su mayor potencial.

Para poder realizar el trasiego de energía entre fuentes del tipo ambiental y un reservorio, se proponen diferentes topologías de convertidores de potencia tipo corriente directa-corriente directa (**CD-CD**). A continuación se realizará el modelado de una topología básica, mediante ecuaciones diferenciales, suponiendo interruptores ideales, los cuales serán los dispositivos que sustituyan a los elementos activos (transistores y diodos). Se realiza este mismo proceso para otras topologías en el Apéndice ??.

Además, se obtendrá un modelo promediado del sistema en un ciclo de conmutación, suponiendo un modulador de ancho de pulso con conmutación a frecuencia fija. En este caso, $\bar{u} = d \in [0, 1]$. Se considerará así mismo, para los desarrollos, que $v_C = v_{\text{out}}$.

2.2. Convertidor Reductor o convertidor "buck"

En la Fig. 1 se muestra la topología de potencia conocida como "Convertidor buck". Se identificará como P_1 .

Circuito esquemático

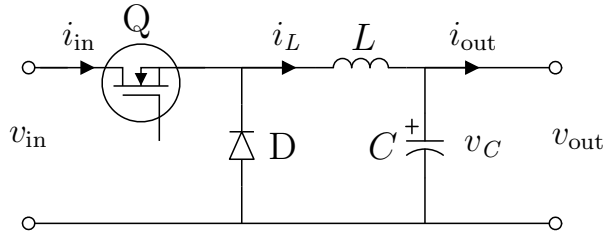


Figura 1: Convertidor tipo "buck"

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 2.

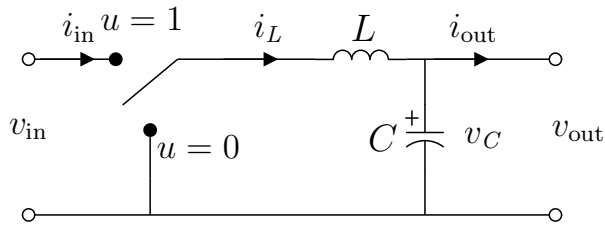


Figura 2: Representación del convertidor tipo "buck" mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_1 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in} - v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_{out}}{C} & \text{cuando } u = 1 \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{-v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_{out}}{C} & \text{cuando } u = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Generalizando se obtiene

$$P_1 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = u \frac{v_{in}}{L} - \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{i_{out}}{C} \end{cases} \quad (2)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{i_L} \\ \overline{v_C} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\overline{i_{out}}}{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\overline{v_{in}}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d \quad (4)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \overline{i_{out}} \quad (5)$$

$$x_2^* = d \overline{v_{in}} \quad (6)$$

2.3. Convertidor Elevador o convertidor “boost”

En la Fig. 3 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor boost*”. Se identificará como P_2 .

Circuito esquemático

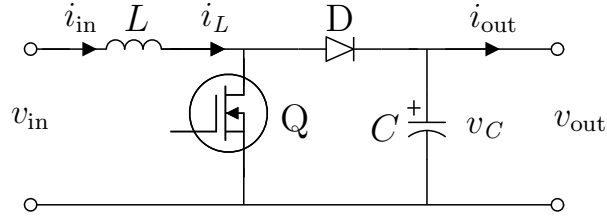


Figura 3: Convertidor tipo “*boost*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 4.

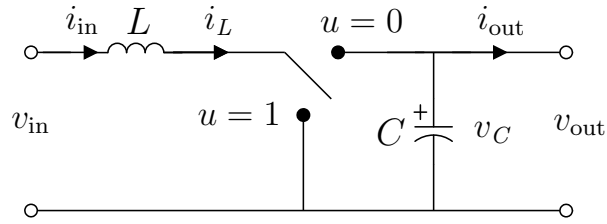


Figura 4: Representación del convertidor tipo “*boost*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_2 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{-i_{out}}{C} \end{cases} \quad \text{cuando } u = 1$$

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in} - v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_{out}}{C} \end{cases} \quad \text{cuando } u = 0$$
(7)

Generalizando se obtiene

$$P_2 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} - (1 - u) \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = (1 - u) \frac{i_L}{C} - \frac{i_{out}}{C} \end{cases} \quad (8)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_C \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-d)}{L} \\ \frac{1-d}{C} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\overline{v_{in}}}{L} \\ \frac{-\overline{i_{out}}}{C} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{\overline{i_{out}}}{1-d} \quad (11)$$

$$x_2^* = \frac{\overline{v_{in}}}{1-d} \quad (12)$$

2.4. Convertidor Reductor-Elevador o convertidor tipo “buck-boost”

En la Fig. 5 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor buck-boost*”. Se identificará como P_3 .

Circuito esquemático

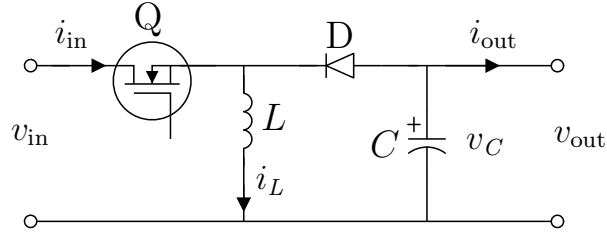


Figura 5: Convertidor tipo “*buck-boost*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 6.

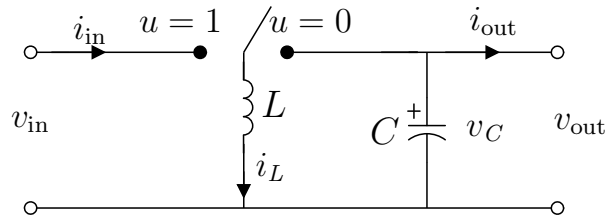


Figura 6: Representación del convertidor tipo “*buck-boost*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_3 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{-i_{out}}{C} \end{cases} \quad \text{cuando } u = 1$$

$$P_3 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{-i_L - i_{out}}{C} \end{cases} \quad \text{cuando } u = 0$$
(13)

Generalizando se obtiene

$$P_3 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = u \frac{v_{in}}{L} + (1 - u) \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = -(1 - u) \frac{i_L}{C} - \frac{i_{out}}{C} \end{cases}$$
(14)

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_C \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-d)}{L} \\ -\frac{1-d}{C} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = -\frac{\bar{i}_{out}}{1-d} \quad (17)$$

$$x_2^* = -d \frac{\bar{v}_{in}}{1-d} \quad (18)$$

2.5. Convertidor Reductor-Elevador no inversor o convertidor tipo “non-inverting buck-boost”

En la Fig. 7 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor buck-boost no inversor*”. Se identificará como P₄.

Circuito esquemático

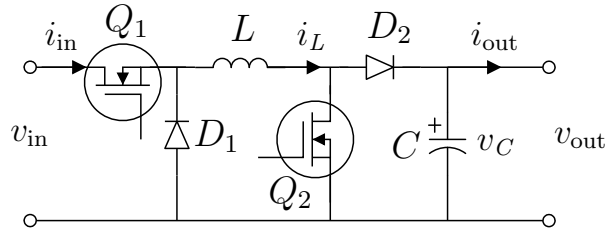


Figura 7: Convertidor tipo “*buck-boost no inversor*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 8.

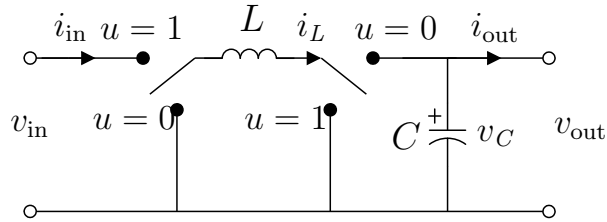


Figura 8: Representación del convertidor tipo “*buck-boost no inversor*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_4 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{-i_{out}}{C} & \text{cuando } u = 1 \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_{out}}{C} & \text{cuando } u = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Generalizando se obtiene

$$P_4 : \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = u \frac{v_{in}}{L} - (1-u) \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = (1-u) \frac{i_L}{C} - \frac{i_{out}}{C} \end{cases} \quad (20)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_C \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-d)}{L} \\ \frac{1-d}{C} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{\bar{i}_{out}}{1-d} \quad (23)$$

$$x_2^* = d \frac{\bar{v}_{in}}{1-d} \quad (24)$$

2.6. Convertidor “Ćuk”

En la Fig. 9 se muestra la topología de potencia conocida como “Convertidor Ćuk”. Se identificará como P_5 .

Circuito esquemático

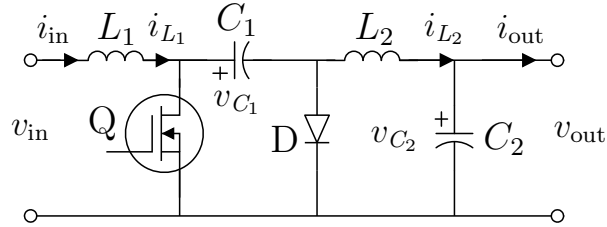


Figura 9: Convertidor tipo “Ćuk”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 10.

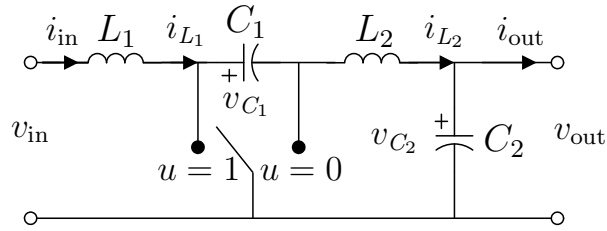


Figura 10: Representación del convertidor tipo “Ćuk” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_5 : \left\{ \begin{array}{ll} \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{-v_{C1} - v_{C2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{i_{L2}}{C_1} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{i_{L2} - i_{out}}{C_2} \\ \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C1}}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{-v_{C2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{i_{L1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{i_{L2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{cuando } u = 1 \\ \\ \\ \text{cuando } u = 0 \end{array} \quad (25)$$

Generalizando se obtiene

$$P_5 : \begin{cases} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} - (1-u)\frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = -u\frac{v_{C_1}}{L_2} - \frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = (1-u)\frac{i_{L_1}}{C_1} + d\frac{i_{L_2}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2}}{C_2} - \frac{i_{out}}{C_2} \end{cases} \quad (26)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(1-d)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & -d & \frac{-1}{L_2} \\ \frac{(1-d)}{C_1} & \frac{d}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{-d \bar{i}_{out}}{1-d} \quad (29)$$

$$x_2^* = \bar{i}_{out} \quad (30)$$

$$x_3^* = \frac{\bar{v}_{in}}{1-d} \quad (31)$$

$$x_4^* = d \frac{\bar{v}_{in}}{1-d} \quad (32)$$

2.7. Convertidor “Sepic”

En la Fig. 11 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor Sepic*”. Se identificará como P_6 .

Circuito esquemático

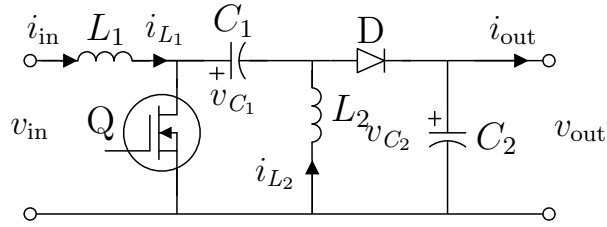


Figura 11: Convertidor tipo “*Sepic*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 12.

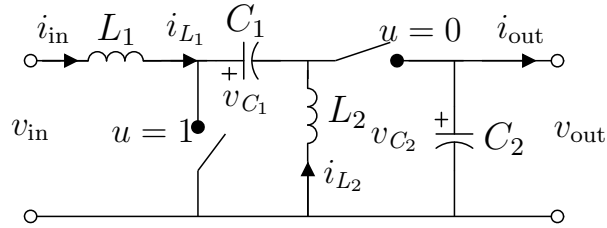


Figura 12: Representación del convertidor tipo “*Sepic*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_6 : \left\{ \begin{array}{ll} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{-i_{L_2}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{-i_{out}}{C_2} & \text{cuando } u = 1 \\ \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C_1} - v_{C_2}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{-v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_1} + i_{L_2} - i_{out}}{C_2} & \text{cuando } u = 0 \end{array} \right. \quad (33)$$

Generalizando se obtiene

$$P_6 : \begin{cases} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} - (1-u)\frac{v_{C_1} + v_{C_2}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = u\frac{v_{C_1}}{L_2} - (1-u)\frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = -u\frac{i_{L_2}}{C_1} + (1-d)\frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = (1-u)\frac{i_{L_1} + i_{L_2}}{C_2} - \frac{i_{out}}{C_2} \end{cases} \quad (34)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(1-d)}{L_1} & -\frac{(1-d)}{L_1} \\ 0 & 0 & \frac{d}{L_2} & -\frac{(1-d)}{L_2} \\ \frac{(1-d)}{C_1} & \frac{-d}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{(1-d)}{C_2} & \frac{(1-d)}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{d\bar{i}_{out}}{1-d} \quad (37)$$

$$x_2^* = \bar{i}_{out} \quad (38)$$

$$x_3^* = \bar{v}_{in} \quad (39)$$

$$x_4^* = d\frac{\bar{v}_{in}}{1-d} \quad (40)$$

2.8. Convertidor zeta

En la Fig. 13 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor zeta*”. Se identificará como P₇.

Circuito esquemático

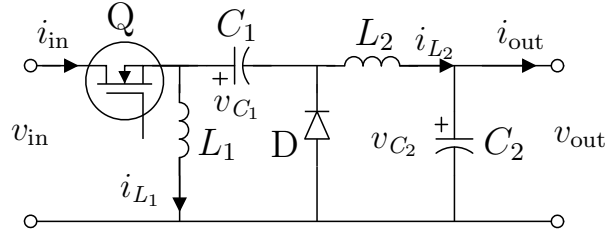


Figura 13: Convertidor tipo “zeta”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 14.

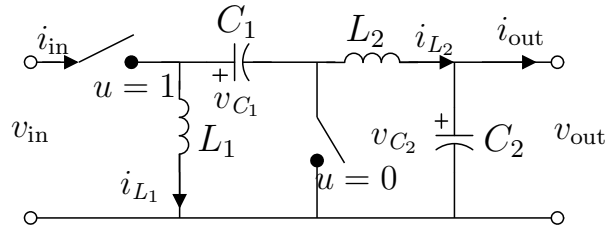


Figura 14: Representación del convertidor tipo “zeta” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_7 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C_1} - v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{L_2}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{-v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{-i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 0$$
(41)

Generalizando se obtiene

$$P_7 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = u \frac{v_{in}}{L_1} + (1-u) \frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = u \frac{v_{in} - v_{C_1} - v_{C_2}}{L_2} - \frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = u \frac{i_{L_2}}{C_1} - (1-d) \frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad (42)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-d)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{d}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{(1-d)}{C_1} & \frac{d}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ \frac{\bar{v}_{in}}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix} \quad (44)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{d \bar{i}_{out}}{1-d} \quad (45)$$

$$x_2^* = \bar{i}_{out} \quad (46)$$

$$x_3^* = \frac{d \overline{v_{\text{in}}}}{(1-d)} \quad (47)$$

$$x_4^* = -d^2 \frac{\overline{v_{\text{in}}}}{1-d} \quad (48)$$

2.9. Convertidor Cuádruple Reductor o convertidor tipo “Quad-buck”

En la Fig. 15 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor Quad-buck*”. Se identificará como P_8 .

Circuito esquemático

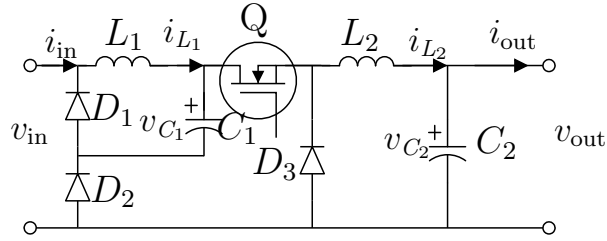


Figura 15: Convertidor tipo “*Quad-buck*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 16.

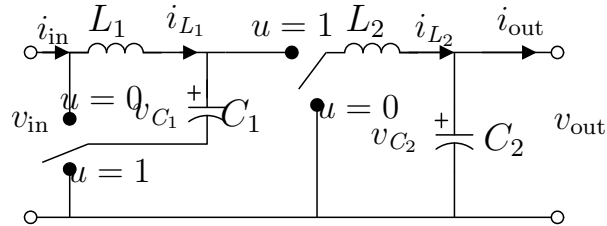


Figura 16: Representación del convertidor tipo “*Quad-buck*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_8 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1} - v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{L_1} - i_{L_2}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \text{cuando } u = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{-v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{-v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \text{cuando } u = 0$$
(49)

Generalizando se obtiene

$$P_8 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = u \frac{v_{in}}{L_1} - \frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = u \frac{v_{C_1}}{L_2} - \frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = -u \frac{i_{L_2}}{C_1} + \frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right.$$
(50)

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix}$$
(51)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{L_2} & \frac{-1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & \frac{-d}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix}$$
(52)

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = d \bar{i}_{out}$$
(53)

$$x_2^* = \bar{i}_{out}$$
(54)

$$x_3^* = d\overline{v_{\text{in}}} \quad (55)$$

$$x_4^* = -d^2\overline{v_{\text{in}}} \quad (56)$$

2.10. Convertidor Elevador-Elevador o convertidor tipo “Boost-boost”

En la Fig. 17 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor Boost-boost*”. Se identificará como P_9 .

Circuito esquemático

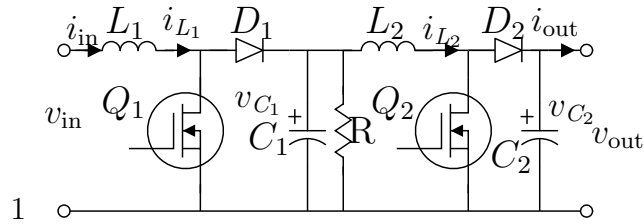


Figura 17: Convertidor tipo “*Boost-boost*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 18.

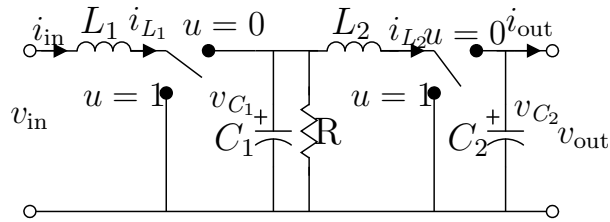


Figura 18: Representación del convertidor tipo “*Boost-boost*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_9 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{-i_{L_2}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{-i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1} - v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{L_1} - i_{L_2}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 0$$
(57)

Generalizando se obtiene

$$P_9 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} - (1-u)\frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_2} - (1-u)\frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = (1-u)\frac{i_{L_1}}{C_1} - \frac{i_{L_2}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = (1-u)\frac{i_{L_2}}{C_2} - \frac{i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad (58)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-(1-d)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-(1-d)}{L_2} \\ \frac{(1-d)}{C_1} & \frac{-1}{C_1} & \frac{-1}{RC_1} & 0 \\ 0 & \frac{(1-d)}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{\bar{v}_{in}}{R(1-d)^2} + \frac{\bar{i}_{out}}{(1-d)^2} \quad (61)$$

$$x_2^* = \frac{\bar{i}_{out}}{(1-d)} \quad (62)$$

$$x_3^* = \frac{\overline{v_{\text{in}}}}{(1-d)} \quad (63)$$

$$x_4^* = \frac{\overline{v_{\text{in}}}}{(1-d)^2} \quad (64)$$

2.11. Convertidor Doble Reductor-Elevador o convertidor tipo “Double buck-boost”

En la Fig. 19 se muestra la topología de potencia conocida como “*Convertidor Double buck-boost*”. Se identificará como P_{10} .

Circuito esquemático

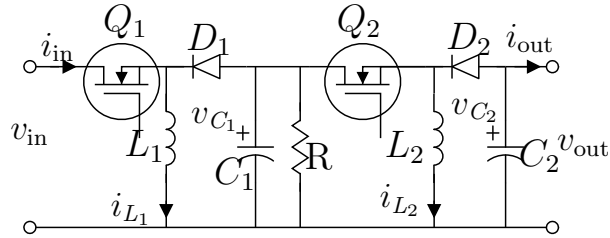


Figura 19: Convertidor tipo “*Double buck-boost*”

Modelo simplificado

El modelo basado en interruptores ideales se muestra en la Fig. 20.

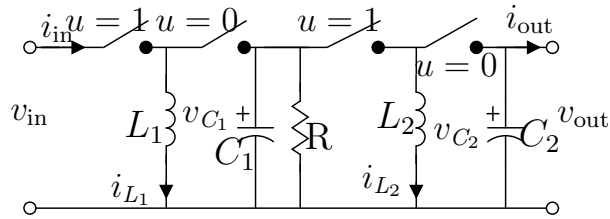


Figura 20: Representación del convertidor tipo “*Double buck-boost*” mediante interruptores ideales

Modelo promediado

Considerando $u \in \{0, 1\}$, tenemos

$$P_{10} : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{in}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{-i_{L_2}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{-i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = \frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{-i_{L_1}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{-i_{L_2} - i_{out}}{C_2} \end{array} \right. \quad \text{cuando } u = 0$$
(65)

Generalizando se obtiene

$$P_{10} : \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = u \frac{v_{in}}{L_1} + (1-u) \frac{v_{C_1}}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = u \frac{v_{C_1}}{L_2} + (1-u) \frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}}{dt} = -(1-u) \frac{i_{L_1}}{C_1} - u \frac{i_{L_2}}{C_1} - \frac{v_{C_1}}{RC_1} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = -(1-u) \frac{i_{L_2}}{C_2} - \frac{i_{out}}{C_2} \end{array} \right.$$
(66)

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{bmatrix}$$
(67)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-d)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{L_2} & \frac{(1-d)}{L_2} \\ \frac{-(1-d)}{C_1} & \frac{-d}{C_1} & \frac{-1}{RC_1} & 0 \\ 0 & \frac{-(1-d)}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_{in}}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-\bar{i}_{out}}{C_2} \end{bmatrix}$$
(68)

Este sistema tiene los siguientes puntos de equilibrio

$$x_1^* = \frac{d \bar{v}_{in}}{R(1-d)^2} + \frac{\bar{i}_{out}}{(1-d)^2}$$
(69)

$$x_2^* = \frac{-\bar{i}_{out}}{(1-d)}$$
(70)

$$x_3^* = \frac{-d \overline{v_{\text{in}}}}{(1-d)} \quad (71)$$

$$x_4^* = \frac{d^2 \overline{v_{\text{in}}}}{(1-d)^2} \quad (72)$$

3. BIBLIOGRAFÍA

- [1] E Torres and G Rincon-Mora. Long-lasting, self-sustaining and energy-harvesting system-in-packager (SIP) wireless micro-sensor solution. In *International Conference on Energy, Environment and Disasters, INCEED 2005*, 2005.