

Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Escuela de Ingeniería Electrónica  
EL-2207 Elementos Activos

Profesores: Dr. Ing. Juan José Montero Rodríguez  
Dr. Ing. Alfonso Chacón Rodríguez  
M.Sc. Ing. Aníbal Ruiz Barquero  
Ing. Edgar Solera Bolaños

II Semestre 2019

**Segundo Examen Parcial**  
**21 de octubre de 2019**

Total de Puntos:	40
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Nombre: \_\_\_\_\_

Carné: \_\_\_\_\_

**Instrucciones Generales:**

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borrones o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe encerrar en recuadro su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo **no** está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer **totalmente apagado** durante el examen.
- No se permite el uso de calculadora programable.
- Únicamente se atenderán dudas de forma.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.
- Esta prueba tiene una duración de 2.5 horas, a partir de su hora de inicio.

**Firma:** \_\_\_\_\_

Problema 1	de 10
Problema 2	de 10
Problema 3	de 10
Problema 4	de 10

**LAS SOLUCIONES APLICAN** ¡Las soluciones están disponibles solo para el tipo “a” de examen.  
Éste es el tipo a!

# Problemas

## Problema 1 Polarización

10 Pts

En la Figura 1.1 se muestra un circuito utilizado para amplificar una señal específica, con un punto de operación definido por su polarización en corriente directa. Con instrumentos de medición se logró determinar que la ganancia de corriente en región activa directa ( $\beta_{F1}$ ) de  $Q_1$  es de 110; además se ha estimado que  $\beta_{F2} = 0.5\beta_{F1}$  para  $Q_2$ . El fabricante de ambos transistores bipolares asegura lo siguiente:

- La corriente de saturación en inversa  $I_s$  es igual tanto para NPN como para PNP, aproximadamente  $9 \times 10^{-16} A$ .
- El modo de fallo tanto del NPN como para PNP, es actuar como un corto circuito.

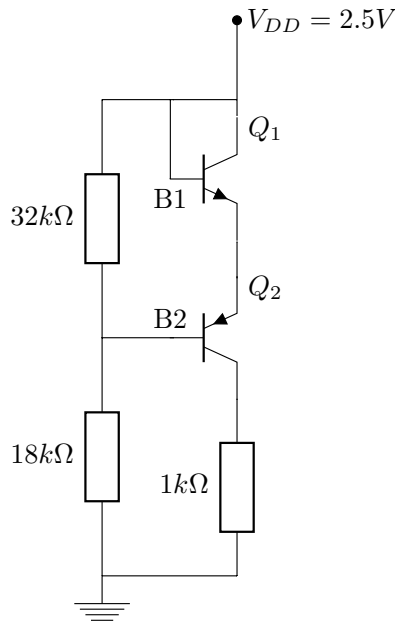


Figura 1.1: Circuito de polarización de un transistor pnp

Con la información suministrada y considerando una tensión de Early excesivamente alta, resuelva lo siguiente:

- 1.1. Considerando la relación de  $\beta$  entre colector y emisor, calcule los valores más aproximados para  $V_{BE1}$ ,  $I_{C1}$ ,  $I_{B1}$ ,  $V_{CE1}$ ,  $V_{EB2}$ ,  $I_{C2}$ ,  $I_{B2}$ , y  $V_{EC2}$ . 8 Pts

$$I_{c2} = \left( \frac{2.5(V_{cc}) - (V_{BE1} + V_{BE2}) - 0.9(V_{Th})}{11.52k\Omega(R_{Th})} * 55 \right)$$

tension

$$\text{Tomando } V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7V, I_{c2} = 0.95486mA$$

Debido a que  $I_{C1}$  está en un extremo superior del circuito e  $I_{C2}$  en el inferior, tendrán una diferencia dada por

$$\frac{\beta + 1}{\beta}$$

Es decir

$$I_{C_1} = I_{C_2} * 1.01 = 0.9644086mA$$

Los valores de tensión entre emisor y base son:

$$V_{BE_1} = U_T * \ln\left(\frac{I_{C_1}}{I_S}\right)$$

$$V_{EB_2} = U_T * \ln\left(\frac{I_{C_2}}{I_S}\right)$$

Se debe iterar para ambos:

$$I_S = 9 \times 10^{-16}$$

$$V_{BE_1} = 26mV * \ln\left(\frac{0.9644086mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.7202V$$

$$V_{EB_2} = 26mV * \ln\left(\frac{0.95486mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.7199V$$

Primer iteración

$$I_{c_2} = \left( \frac{2.5 - (0.7202 + 0.7199) - 0.9}{11.52k\Omega} * 55 \right) = 0.7634mA$$

$$I_{C_1} = I_{C_2} * 1.01 = 0.7710mA$$

$$V_{BE_1} = 26mV * \ln\left(\frac{0.7710mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.71438V$$

$$V_{EB_2} = 26mV * \ln\left(\frac{0.7634mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.71413V$$

Segunda iteración

$$I_{c_2} = \left( \frac{2.5 - (0.71438 + 0.71413) - 0.9}{11.52k\Omega} * 55 \right) = 0.818746mA$$

$$I_{C_1} = I_{C_2} * 1.01 = 0.826933mA$$

$$V_{BE_1} = 26mV * \ln\left(\frac{0.826933mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.7162051$$

$$V_{EB_2} = 26mV * \ln\left(\frac{0.818746mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.7159464V$$

Tercera iteración

$$I_{c_2} = \left( \frac{2.5 - (0.71438 + 0.71413) - 0.9}{11.52k\Omega} * 55 \right) = 0.801140885mA$$

$$I_{C_1} = I_{C_2} * 1.01 = 0.809152294mA$$

$$V_{BE_1} = 26mV * \ln\left(\frac{0.809152294mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.715639951$$

$$V_{EB_2} = 26mV * \ln\left(\frac{0.801140885mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.71538124V$$

- 1.2. La región en la cuál operan tanto  $Q_1$  como  $Q_2$ .

2 Pts

$Q_1$  siempre está en region activa directa.

Para  $Q_2$

$$V_{B_2} = \frac{0.80114mA}{55} * 11.52k\Omega + 0.9 = 1.0678V$$

$$V_{C_2} = 0.80114mA * 1k\Omega = 0.80114V$$

$Q_2$  está en activa directa

- 1.3. La región en la cuál opera  $Q_2$  ante un fallo de  $Q_1$ , recalcule el punto de operación de ser necesario (Puntaje extra).

5 Pts

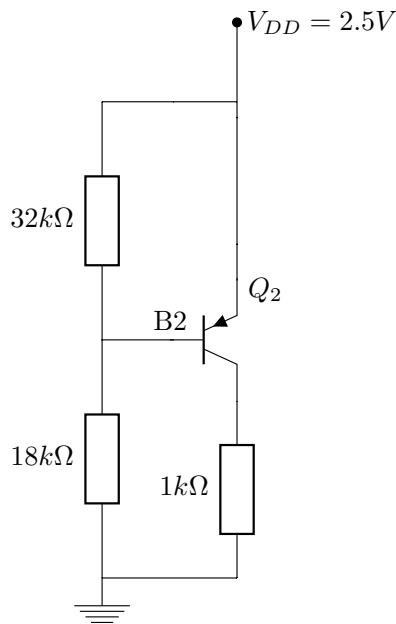


Figura 1.2: Extra

$$R_{THV} = 11.52k\Omega$$

$$V_{THV} = 0.9V$$

$$I_C = \beta_{PNP} * \frac{2.5 - V_{EB} - V_{THV}}{R_{THV}}$$

Suponiendo:

$$V_{EB} = 0.7V, I_C = 4.2969mA$$

$$V_{EB} = 26mV * \ln\left(\frac{4.2969mA}{9 \times 10^{-16}}\right) = 0.759V$$

Primer Iteración:

$$V_{EB} = 0.759V, I_C = 4.01519mA$$

$$V_{EB} = 26mV * \ln(\frac{4.01519mA}{9 \times 10^{-16}}) = 0.7572881V$$

*Segunda Iteración:*

$$V_{EB} = 0.7572881V, I_C = 4.0233641mA$$

$$V_{EB} = 26mV * \ln(\frac{4.0233641mA}{9 \times 10^{-16}}) = 0.757341V$$

*Listo*

$$V_C = 4.0233641mA * 1k\Omega = 4.0233641$$

*La tensión en  $V_C$  no puede ser mayor que la fuente de alimentación.*

*Por lo tanto, el transistor estaría **saturado** con una tensión de colector máxima de 2.5 V y con una corriente máxima de 2.5 mA.*

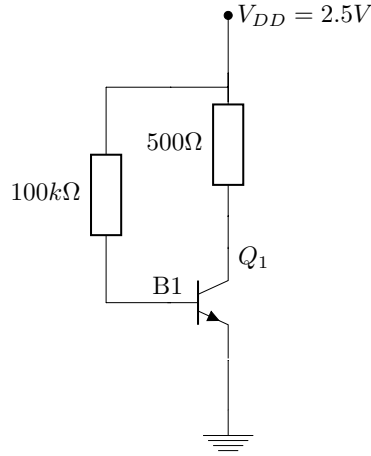


Figura 2.1: Circuito Del Problema 2

- 2.1. Dibuje el modelo de pequeña señal del circuito de la figura 2.1. Considere que  $V_A \neq \infty$ , incluya las capacitancias parásitas  $C_\pi$  y  $C_\mu$ , cuyos valores son 346.16 pF y 2.23 fF. La resistencia  $r_o$  tiene un valor de 100 kΩ, la resistencia  $r_\pi$  tiene un valor de 2.5 kΩ y la corriente de colector  $I_C$  es de 1.8 mA. 4 Pts

- 2.2. Explique que es la frecuencia de transición o tránsito ( $f_t$ ). 3 Pts

*Frecuencia en la cual el transistor bipolar tiene una ganancia en corriente de 1 debida a las capacitancias parásitas.*

- 2.3. Encuentra la frecuencia de tránsito considerando que la capacitancia  $C_{VEB} = 15.5$  fF y el valor de  $\tau_f = 5$  ns. 3 Pts

$$f_t = \frac{1}{2\pi(\tau_f + \frac{V_t}{I_c}(C_{VEB} + C_\mu))} = 31.08293 \text{ MHz} \quad (2.1)$$

**Problema 3** Modelo de pequeña señal**10 Pts**

El transistor BJT mostrado en la figura está conectado como diodo. Utilizando el modelo  $\pi$  de pequeña señal, calcule la impedancia vista hacia la terminal del emisor.

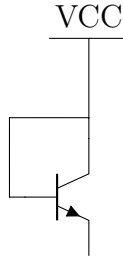


Figura 3.1: Circuito para el problema 3.

Para la solución del problema debe seguir los siguientes pasos:

- 3.1. Dibuje el modelo equivalente de pequeña señal, considerando que el transistor presenta efecto Early. 4 Pts
- 3.2. Conecte una fuente de prueba  $v_x$  en la terminal del emisor y encuentre la corriente  $i_x$  resolviendo por LVK y LCK según considere necesario. 4 Pts
- 3.3. Escriba la ecuación de la impedancia vista hacia el emisor. 2 Pts

**Solución Problema 3**

3.1. El modelo equivalente de pequeña señal queda como sigue:

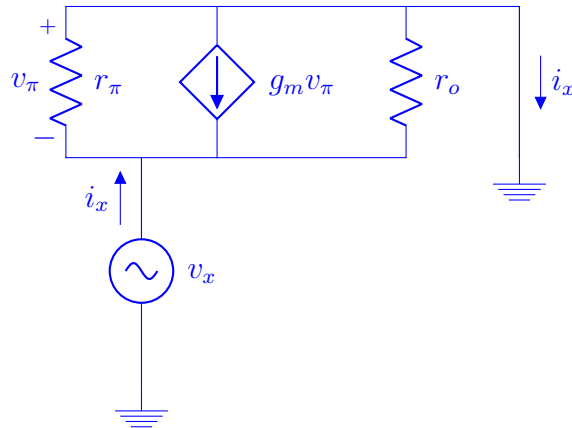


Figura 3.2: Modelo  $\pi$  equivalente.

3.2. Aplicando la LCK en el nodo del colector:

$$g_m v_\pi + \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi}{r_o} + i_x = 0$$

Aplicando la LCK en el nodo del emisor:

$$i_x + \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_\pi}{r_o} = 0$$

Aplicando la LVK se obtiene:

$$v_{\pi} + v_x = 0$$

$$v_{\pi} = -v_x$$

Sustituyendo este resultado en cualquiera de las dos LCKs:

$$i_x + \frac{-v_x}{r_{\pi}} - g_m v_x + \frac{-v_x}{r_o} = 0$$

3.3. Tomando  $v_x$  como factor común:

$$i_x = v_x \left( \frac{1}{r_{\pi}} + \frac{1}{r_o} + g_m \right)$$

La impedancia hacia la terminal del emisor es finalmente:

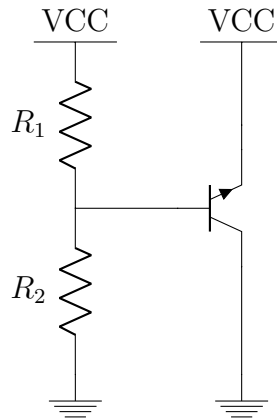
$$R_{in} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{\left( \frac{1}{r_{\pi}} + \frac{1}{r_o} + g_m \right)}$$

$$R_{in} = r_{\pi} \parallel r_o \parallel \frac{1}{g_m} \approx \frac{1}{g_m}$$



**Problema 4** Modelo de Ebers-Moll**10 Pts**

El transistor del circuito de la figura se encuentra en la región activa reversa. Utilizando el modelo de Ebers-Moll simplificado, encuentre el punto de operación del circuito. Los parámetros del transistor son  $I_{CS} = 2 \times 10^{-15} \text{ A}$ ,  $\beta_R = 3$ . Las resistencias son  $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$  y  $R_2 = 12 \text{ k}\Omega$ . La tensión de alimentación es  $V_{CC} = 1.8 \text{ V}$ .

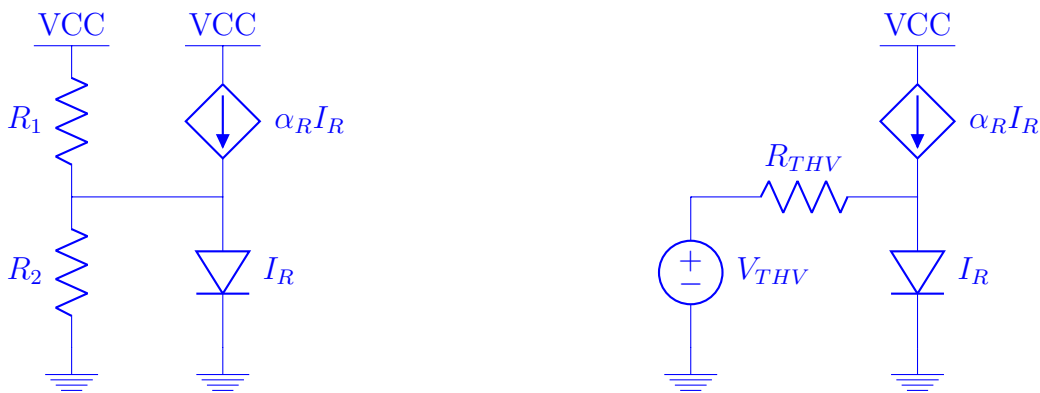


4.1. Redibuje el circuito con el modelo de Ebers-Moll simplificado para la zona activa reversa, utilizando un equivalente de Thévenin para  $R_1$  y  $R_2$ . Calcule  $V_{THV}$  y  $R_{THV}$ . **4 Pts**

4.2. Utilizando las ecuaciones de Ebers-Moll determine la magnitud y el signo de las corrientes de colector, base y emisor:  $I_C$ ,  $I_B$  e  $I_E$ . **6 Pts**

**Solución Problema 4**

4.1. El modelo de Ebers-Moll queda como sigue:



La tensión de Thévenin es:

$$V_{THV} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1.8 \text{ V} \cdot 12 \text{ k}\Omega}{16 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = 771.43 \text{ mV}$$

La resistencia de Thévenin es:

$$R_{THV} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{16 \text{ k}\Omega \times 12 \text{ k}\Omega}{16 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = 6.857 \text{ k}\Omega$$

4.2. Del diagrama se observa que:

$$I_C = -I_R$$

$$I_E = \alpha_R I_R$$

La corriente de base se encuentra con la LCK:

$$I_E + I_B + I_C = 0$$

$$I_B = -I_E - I_C$$

$$I_B = -\alpha_R I_R + I_R$$

$$I_B = I_R(1 - \alpha_R)$$

Donde  $\alpha_R = \beta_R/(\beta_R + 1) = 3/4 = 0.75$

$$I_B = 0.25 I_R$$

La tensión base-colector se calcula como:

$$V_{BC} = V_{THV} - I_B R_{THV}$$

$$V_{BC} = V_{THV} - (-I_R(\alpha_R + 1))R_{THV}$$

$$V_{BC} = V_{THV} - (0.25 \cdot I_R \cdot R_{THV})$$

Por lo que la corriente de reversa es:

$$I_R = I_{CS}(e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

$$I_R = I_{CS}(e^{(V_{THV} - (0.25 \cdot I_R \cdot R_{THV}))/V_T} - 1)$$

Esta última expresión se puede resolver por aproximación numérica para  $I_R$  utilizando la calculadora. La ecuación se debe evaluar con los siguientes parámetros:

$$I_R = (2 \times 10^{-15} \text{ A})(e^{(771.43 \text{ mV} - (0.25 \cdot I_R \cdot 6.857 \text{ k}\Omega))/26 \text{ mV}} - 1)$$

$$I_R \approx 79.791 \text{ }\mu\text{A}$$

Finalmente las corrientes son:

$$I_C = -I_R = \boxed{-79.791 \text{ }\mu\text{A}}$$

$$I_E = \alpha_R I_R = \boxed{+59.843 \text{ }\mu\text{A}}$$

$$I_B = 0.25 I_R = \boxed{+19.948 \text{ }\mu\text{A}}$$