

Controladores Especiales

CONTROL AUTOMÁTICO

ESCUELA DE ELECTRÓNICA

II SEMESTRE 2020

ING. LUIS MIGUEL ESQUIVEL SANCHO

Contenido

- Controladores especiales:
 - Control Proporcional (P)
 - Control Integral (I)
 - Control Proporcional-Integral (PI)
 - Control Proporcional-Derivativo (PD)
 - Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)
 - Sintonización de PID por Ziegler Nichols
 - Control PI-D y I-PD
 - Control I-PD
 - Control con 1 y 2 grados de libertad

El PID ideal

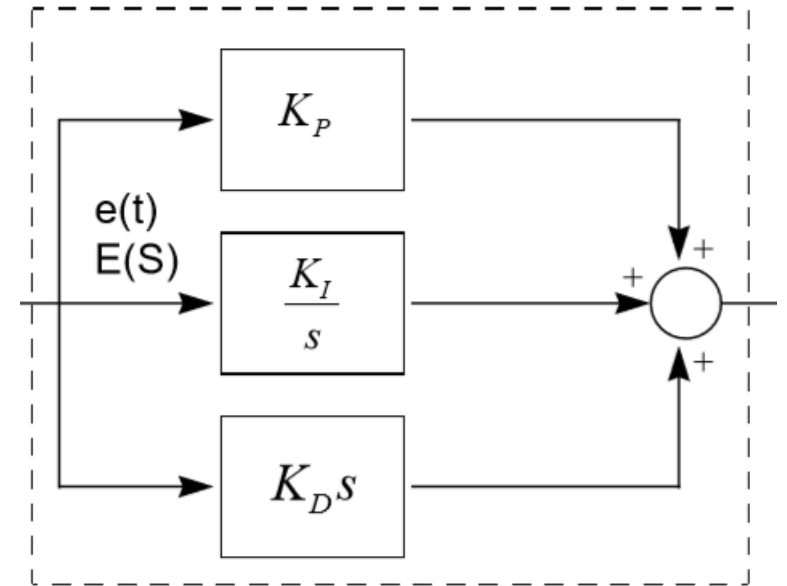
El regulador PID en el dominio del tiempo:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

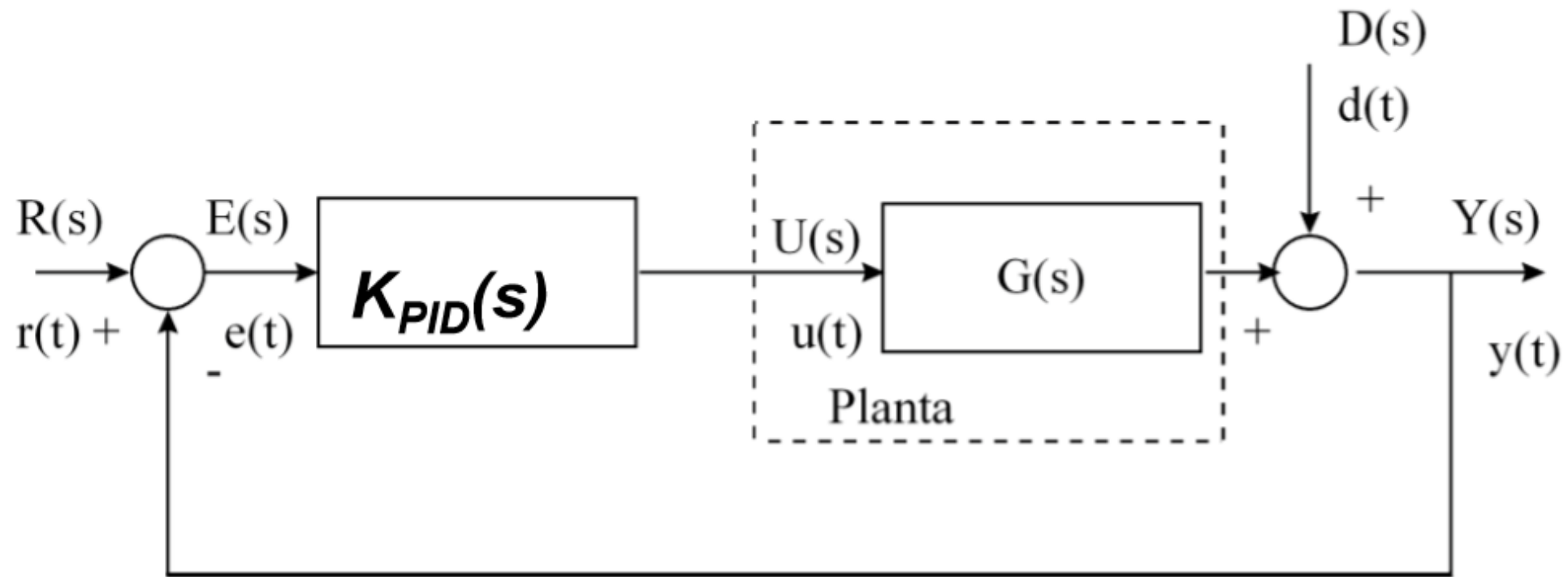
En el dominio s :

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$K_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d \right)$$



El PID ideal



$$K_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d \right)$$

El PID ideal

Debido a que el regulador PID (PD) ideal es impropio, tiene más ceros que polos, presenta problemas para la simulación y para la realización.

La solución: agregar un polo parásito con una constante de tiempo muy pequeña y ganancia estática unitaria.

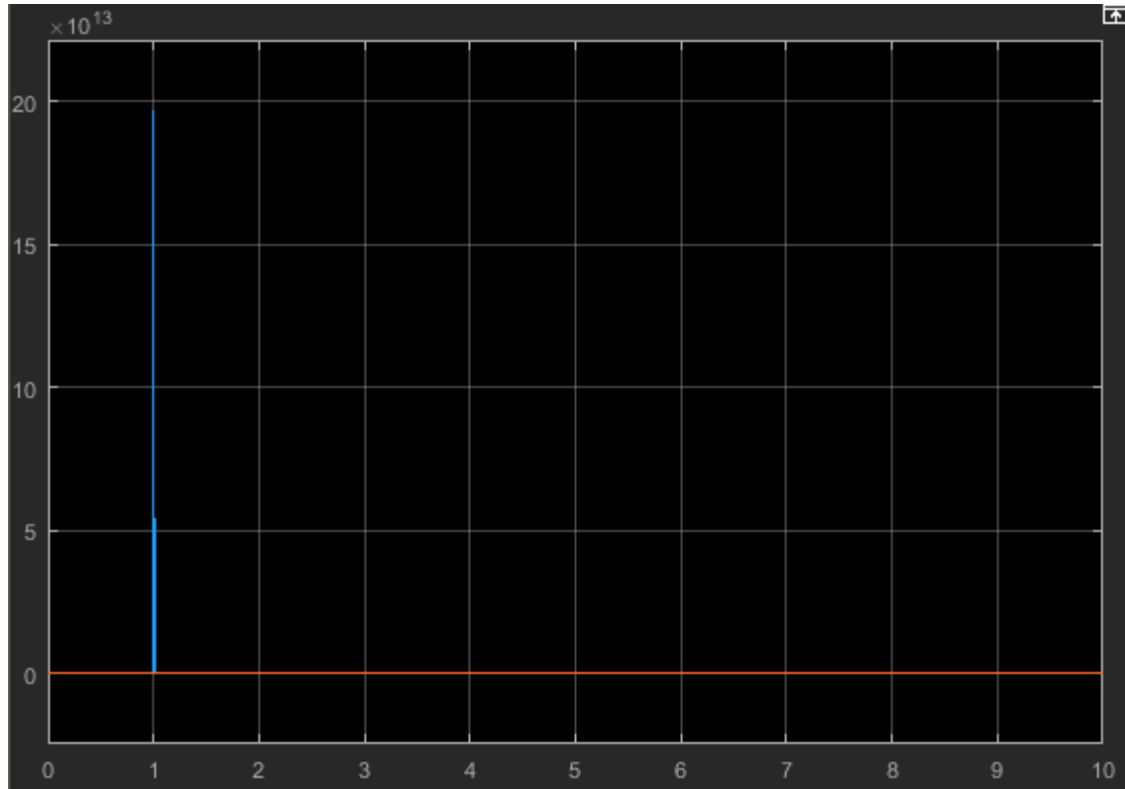
$$\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$$

Con γ tomando un valor de 0.1.

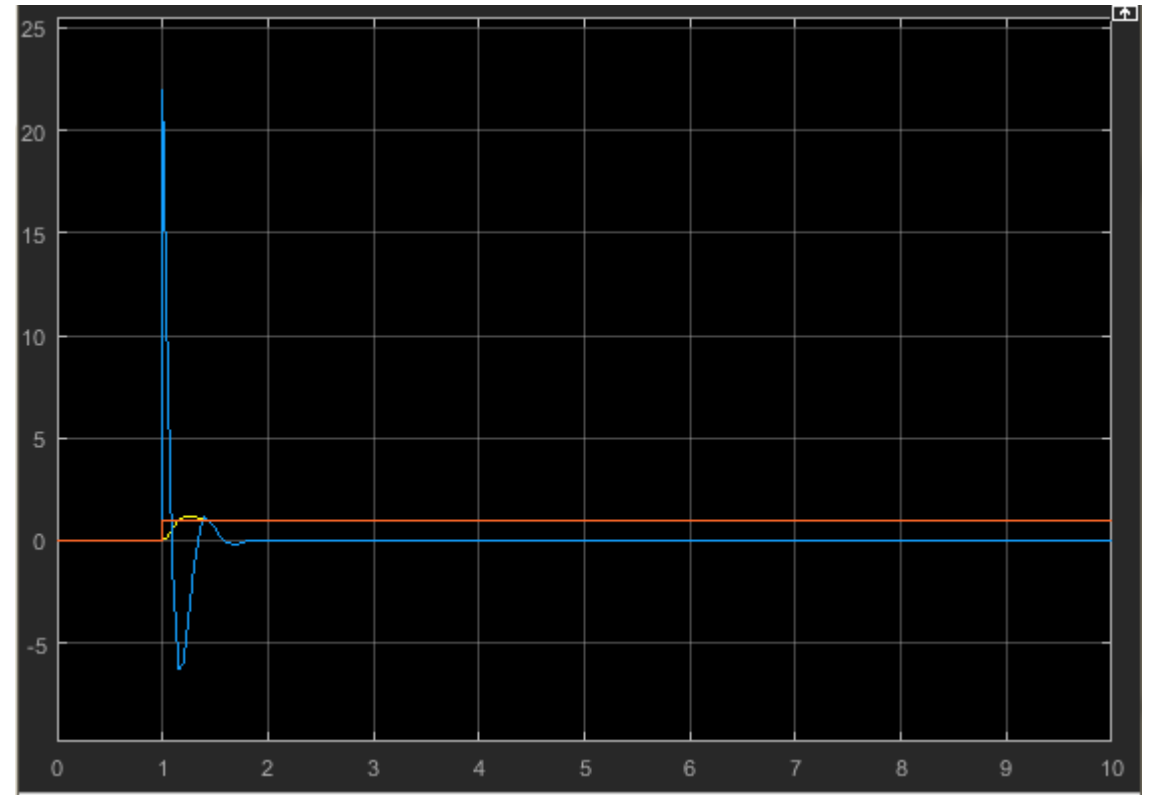
El PID real está constituido entonces por dos polos y dos ceros, de forma similar a un compensador de adelanto y un compensador de atraso con el polo en el origen

$$C_{PID}(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_0)}{s(s + p_0)}$$

El PID ideal



$T_d s$



$V s$

$$\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$$

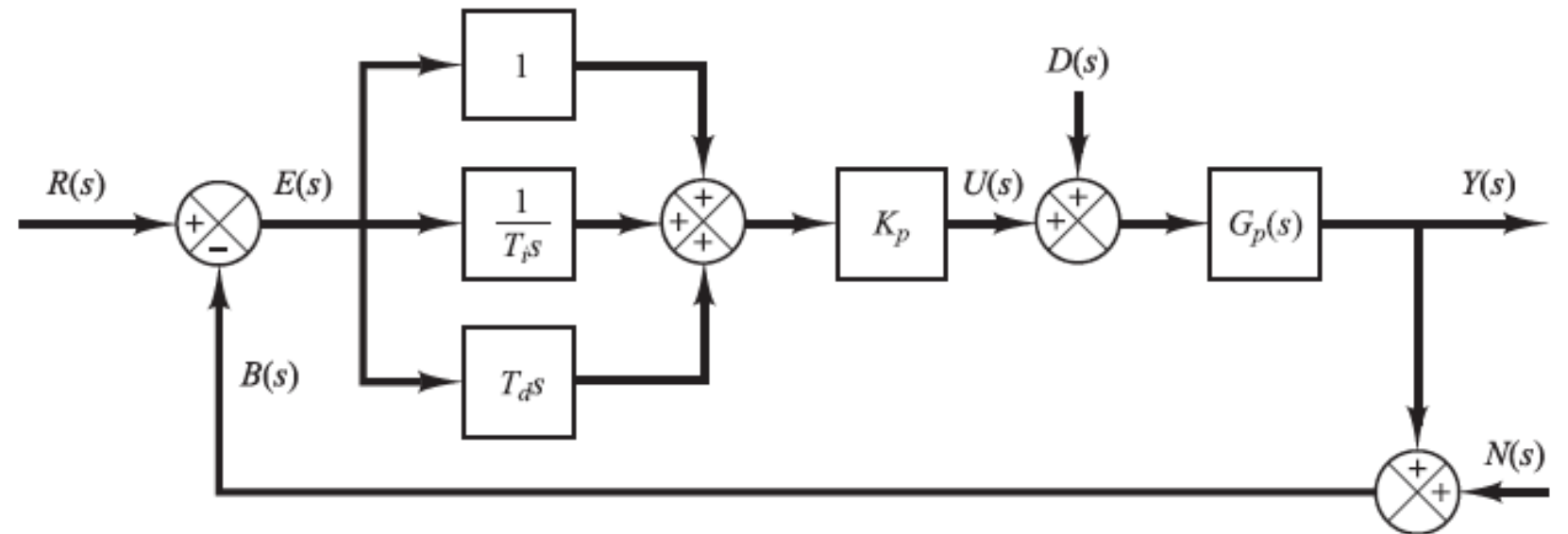
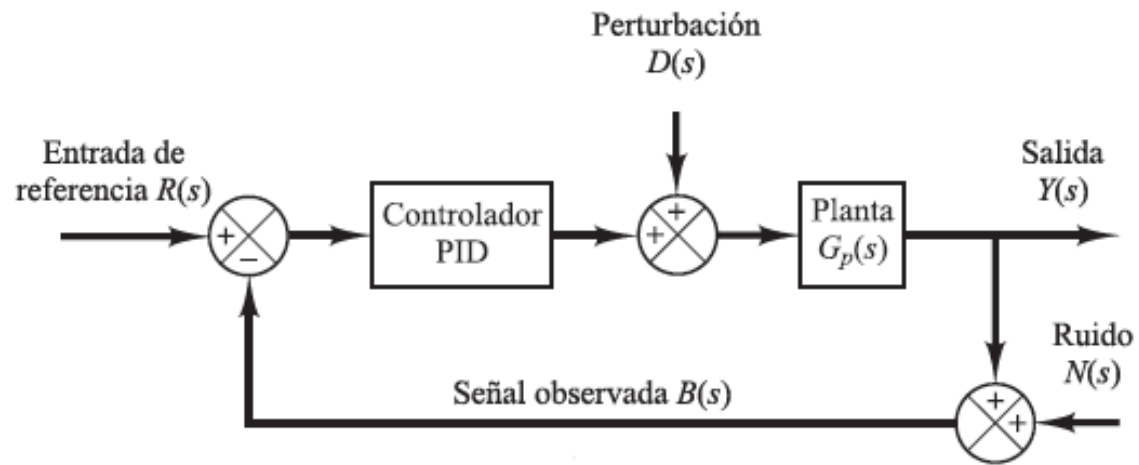
Casos PID

Regulador	Función de transferencia teórica	Función de transferencia práctica
P	$K_P(s) = K_P$	$K_P(s) = K_P$
I	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$
PI	$K_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$	$K_{PI}(s) = K_P \frac{\left(s + \frac{K_I}{K_P}\right)}{s}$
PD	$K_{PD}(s) = K_P + K_D s$	$K_{PD}(s) = K_D \frac{\left(s + \frac{K_P}{K_D}\right)}{(s + p_O)}$
PID	$PID = K(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$	$K_{PD}(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_0)}{s(s + p_O)}$

Ejercicio 3.3: Conclusión del controlador PID real

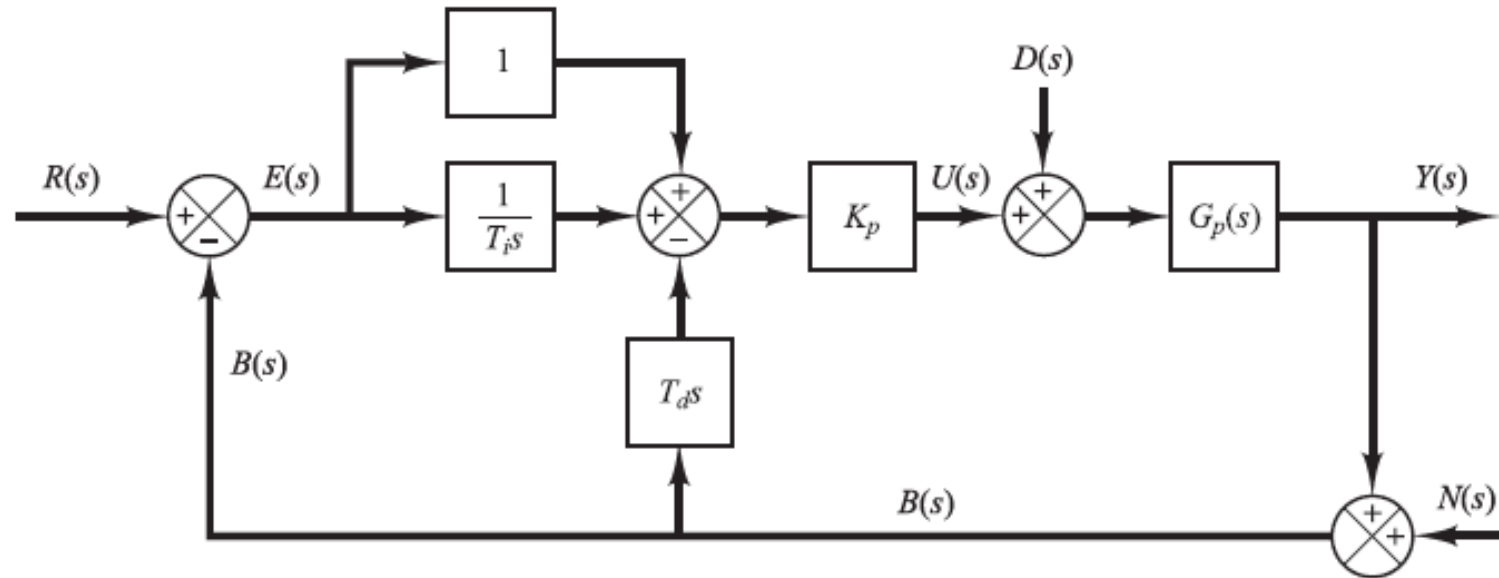
- El regulador PID puede descomponerse en partes para su aplicación de acuerdo a las necesidades.
- Por limitaciones técnicas los reguladores PD y PID no pueden ser implementados sin un polo parásito; por lo que se pueden asimilar a otros tipos de compensadores existentes.
- El regulador PID puede usarse como si fuera un compensador de adelanto en cascada con un compensador de atraso con el polo en el origen.
- Los resultados obtenidos del regulador PID real son los mismos que pueden obtenerse con un compensador de adelanto-atraso con un error de estado estacionario cero; o mejorado en el caso de entradas del orden superior del tiempo.

Modificación a los esquemas de control PID



Control PI-D

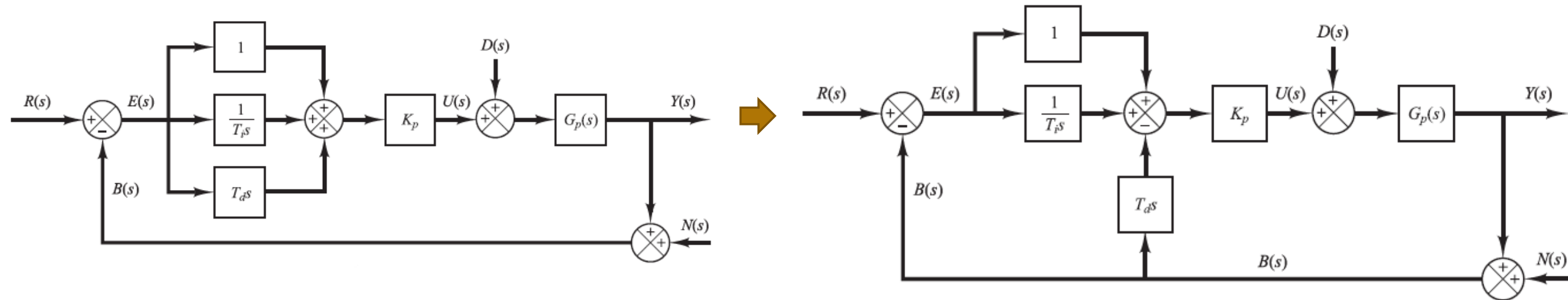
Para evitar el fenómeno de la patada en el punto de consigna, se puede operar la acción derivativa sólo en el camino de realimentación, a fin de que la diferenciación ocurra únicamente en la señal de realimentación y no en la señal de referencia



Se determina que la variable manipulada esta dado por:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Control PI-D



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$



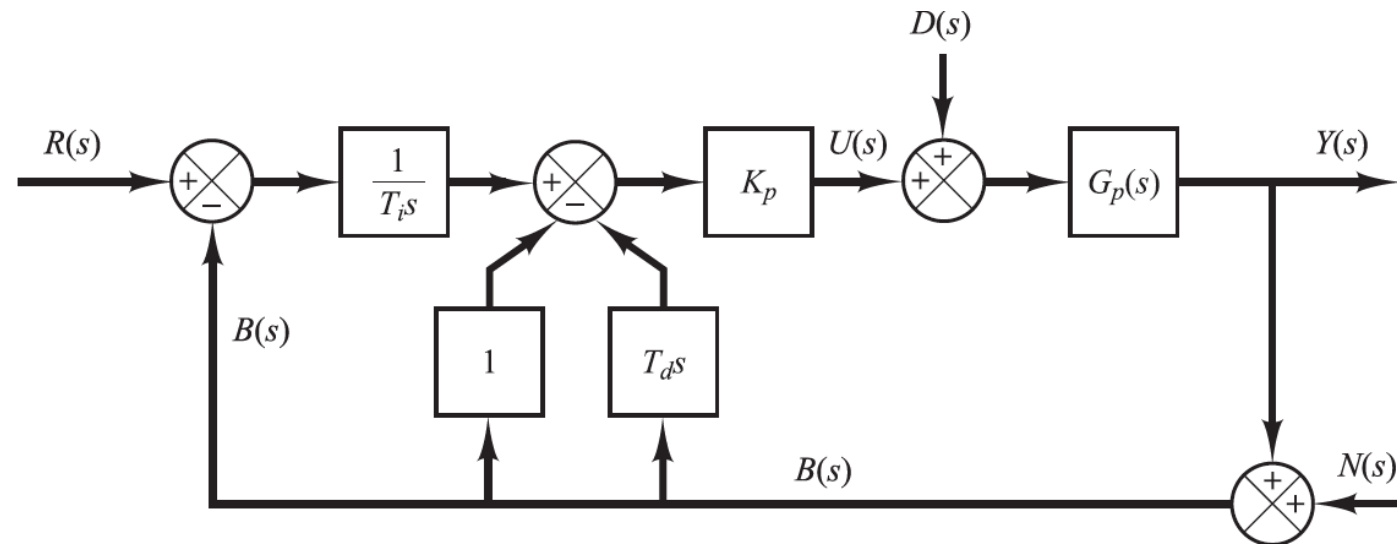
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) K_p G_p(s)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de perturbaciones y ruido
- En ausencia de la entrada de referencia y de ruido la función de transferencia ante la entrada ruido es idéntica en ambos casos:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}$$

Control I-PD

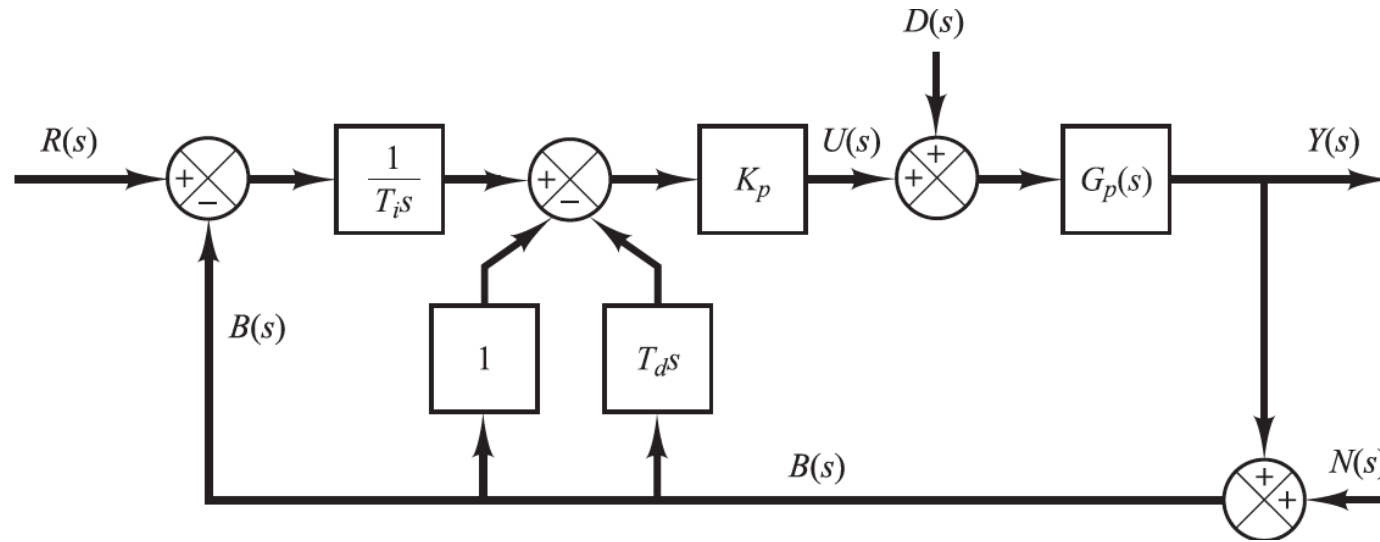
Tanto el control PID como el control PI-D implican una función escalón en la señal manipulada. Este cambio escalón en la señal manipulada puede no resultar conveniente. Por tanto, puede convenir mover la acción proporcional y la acción derivativa al camino de realimentación.



Se determina que la variable manipulada esta dado por:

$$U(s) = K_p \frac{1}{T_i s} R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Control I-PD



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(\frac{1}{T_i s} \right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de las entradas de perturbación y ruido

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

- Función de transferencia en lazo cerrado en ausencia de las entradas de referencia y ruido

Mejoramiento del error de estado estable

Existe dos formas de mejorar el error en estado estable de sistema de control realimentado, sin afectar en forma apreciable la respuesta transitoria:

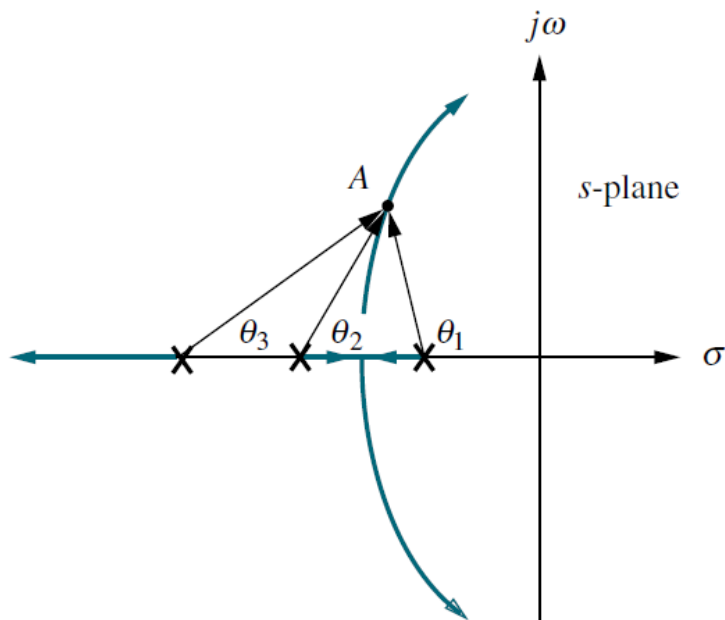
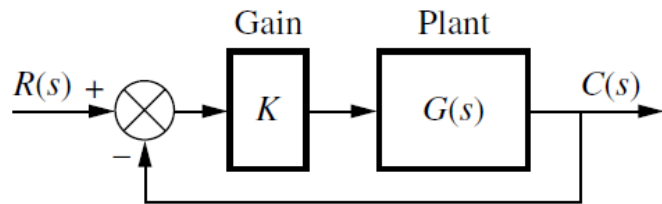
1. Compensación integral ideal (**Control P.I.**)
2. No utilizar integración pura (**Compensador de Atraso**)

Compensación integral ideal (Control P.I.)

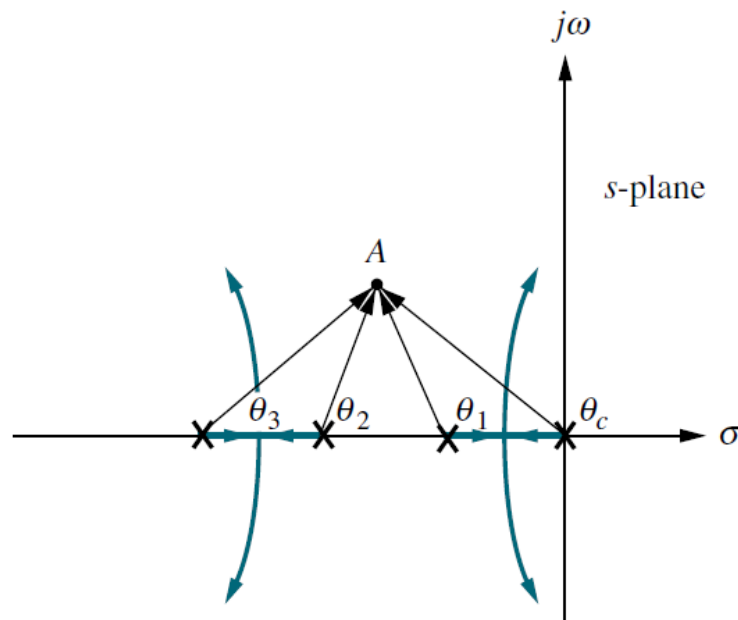
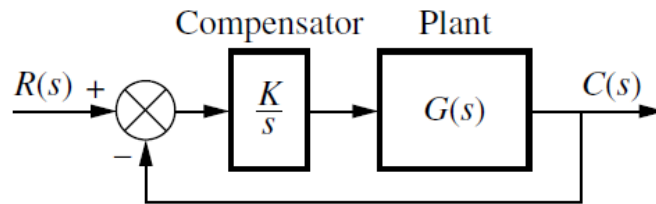
Un error en estado estable se puede mejorar si se coloca un polo en lazo abierto en el origen, porque esto aumenta en uno el tipo de sistema.

Tipo de sistema	e_{ss}		
	Escalón	Rampa	Parábola
0		∞	∞
1	0		∞
2	0	0	

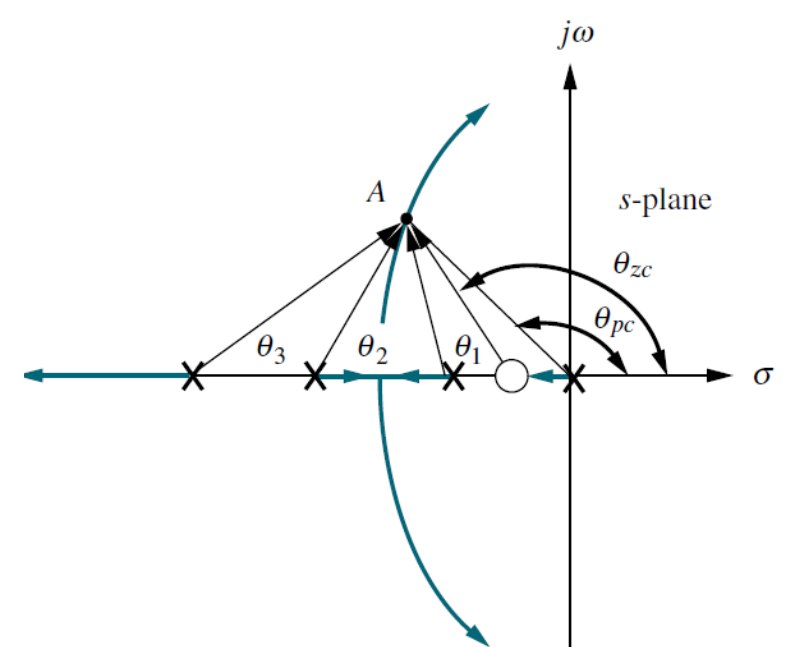
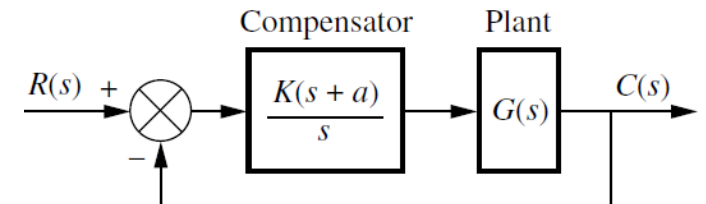
Compensación integral ideal (Control P.I.)



$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = (2k + 1)180^\circ$$



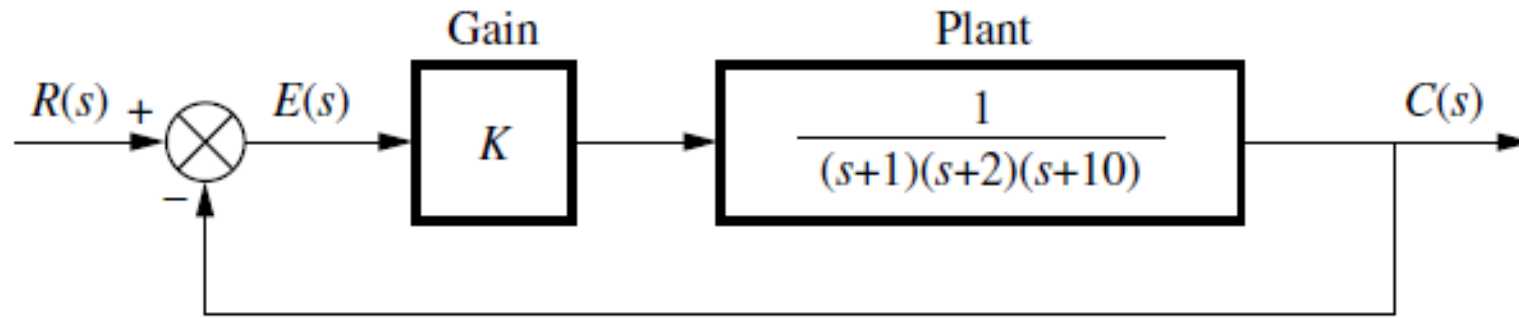
$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_c \neq (2k + 1)180^\circ$$



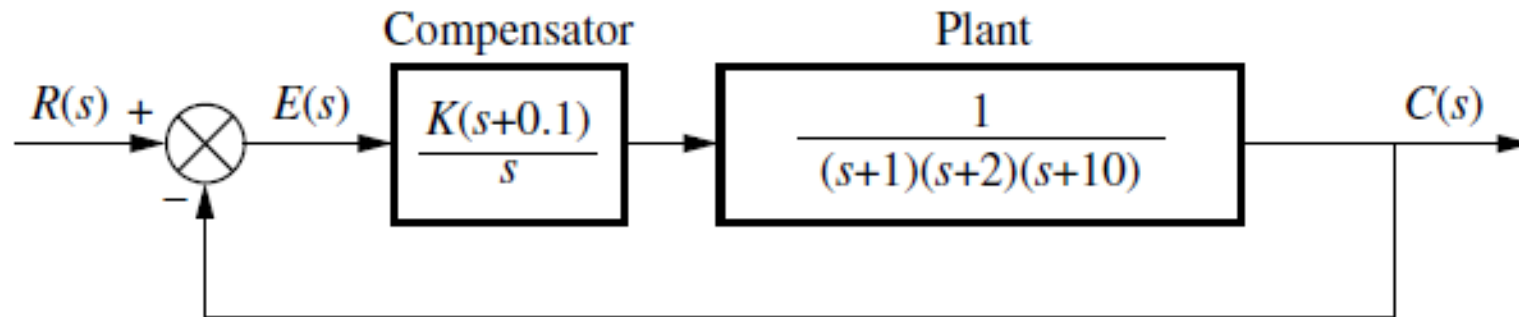
$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_{pc} + \theta_{zc} \cong (2k + 1)180^\circ$$

Ejemplo 1: Control P.I.

Dado el sistema de la figura, que opera con un $\zeta = 0.174$, demuestre que la adición del compensador integral reduce a cero el error de estado estable para una entrada escalón.



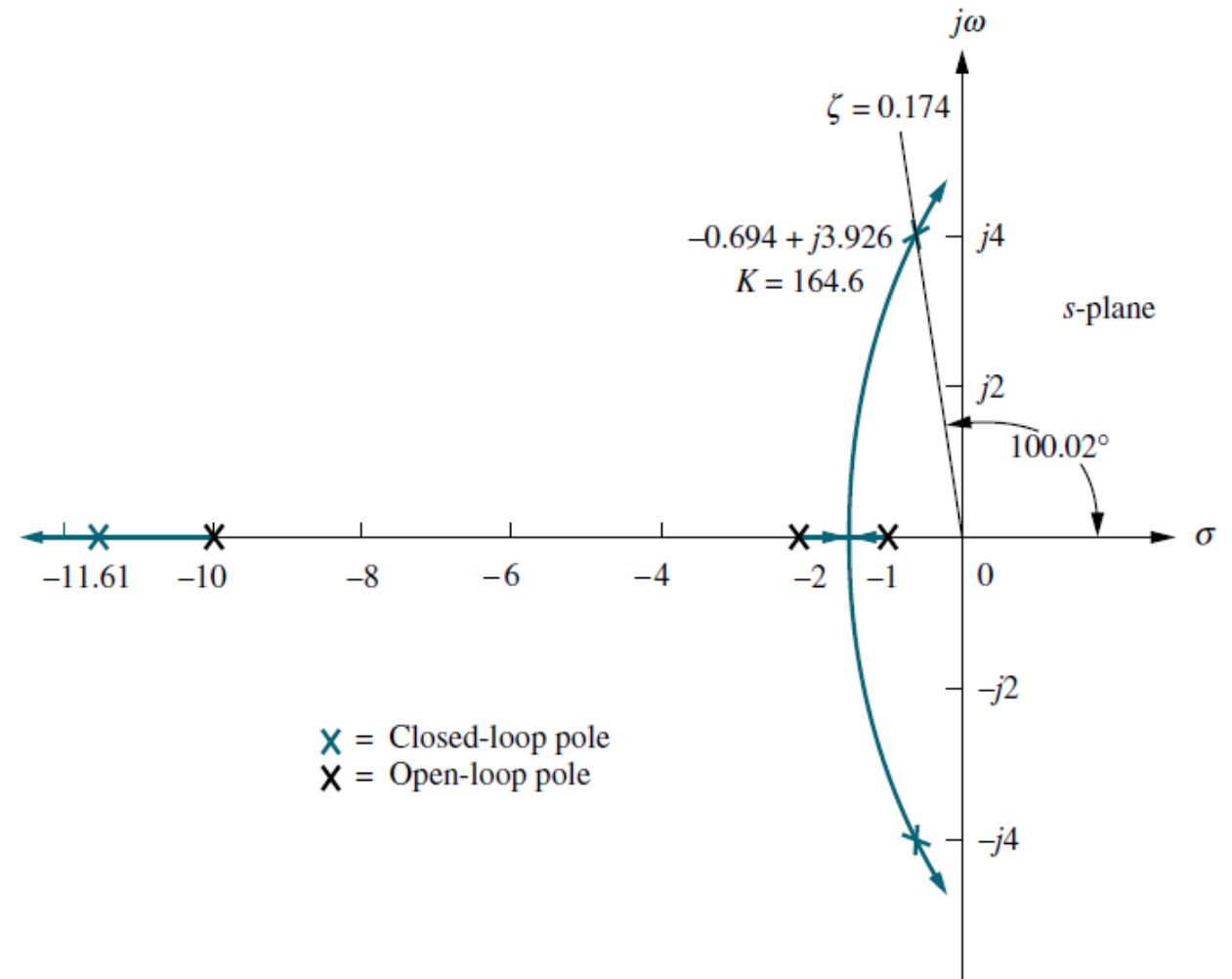
(a)



Ejemplo 1: Control P.I.

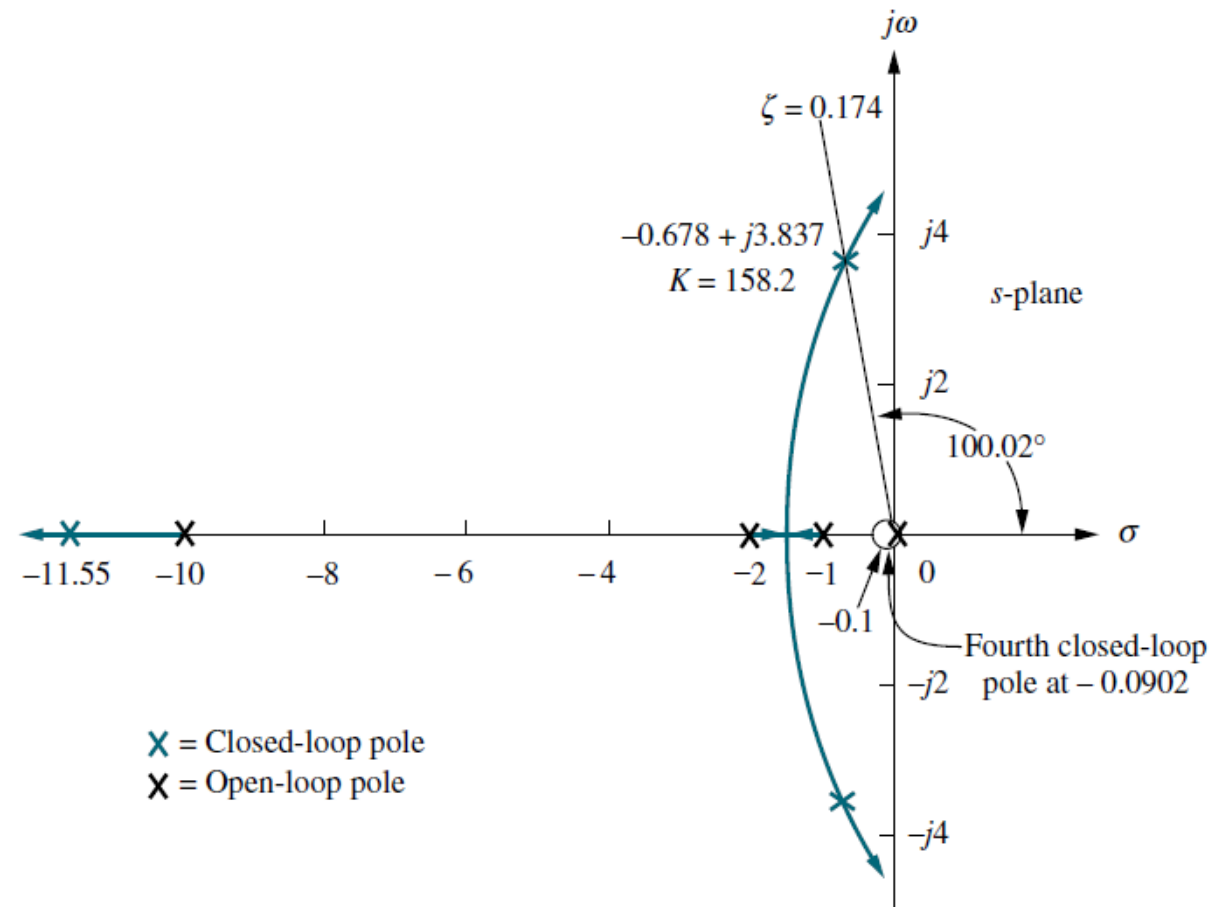
Con un $\zeta = 0.174$ está representado por una línea radial trazada de 100.02° . Si buscamos a lo largo de la línea, encontramos que los polos dominantes son: $s = -0.694 \pm j3.926$ para una ganancia de $K = 164.6$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + 8.23} = 0.108$$



Ejemplo 1: Control P.I.

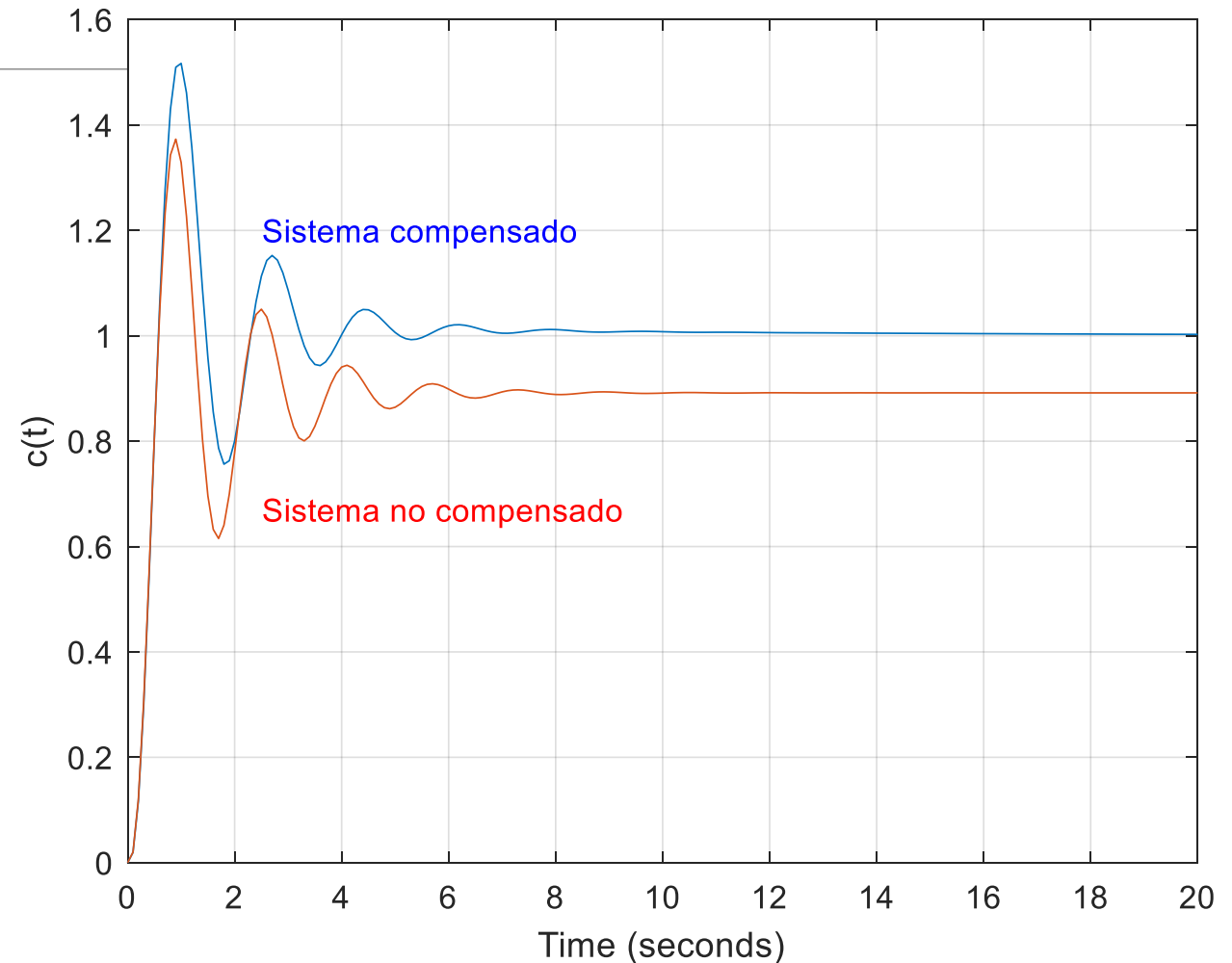
Al agregar un compensador P.I. con un cero en -0.1 , obtenemos lo que se ve en la figura. Los polos dominantes ($s = -0.678 \pm j3.837$), el tercer polo ($s = -11.55$) y la ganancia ($K = 158.2$) son aproximadamente similares que para el sistema no compensado. Sin embargo, el sistema compensado es de tipo 1, a diferencia del no compensado, responderá a una entrada escalón con un error cero.



Ejemplo 1: Control P.I.

La respuesta escalón del sistema compensado integral ideal se aproxima a la unidad en el estado estable, mientras que el sistema no compensado se aproxima a 0.832.

El sistema compensado integral ideal responde con cero error en estado estable



Compensador de atraso

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \left(\frac{Ts+1}{\beta Ts+1} \right) = \hat{K}_c \left(\frac{s+1/T}{s+1/\beta T} \right) = \hat{K}_c \frac{s+z}{s+p}$$

Donde:

$$z = \frac{1}{T}$$

$$p = \frac{1}{\beta T}$$

Para diseñar este tipo de compensadores, se deben seguir los pasos descritos a continuación:

- ❑ Se debe dibujar el lugar de las raíces del sistema original.
- ❑ Determinar las especificaciones de la respuesta transitoria del sistema, y la ubicación de los polos dominantes en el lugar de las raíces no compensado.
- ❑ Calcular la ganancia del lazo en la ubicación deseada para las raíces y además la constante de error del sistema.

Compensador de atraso

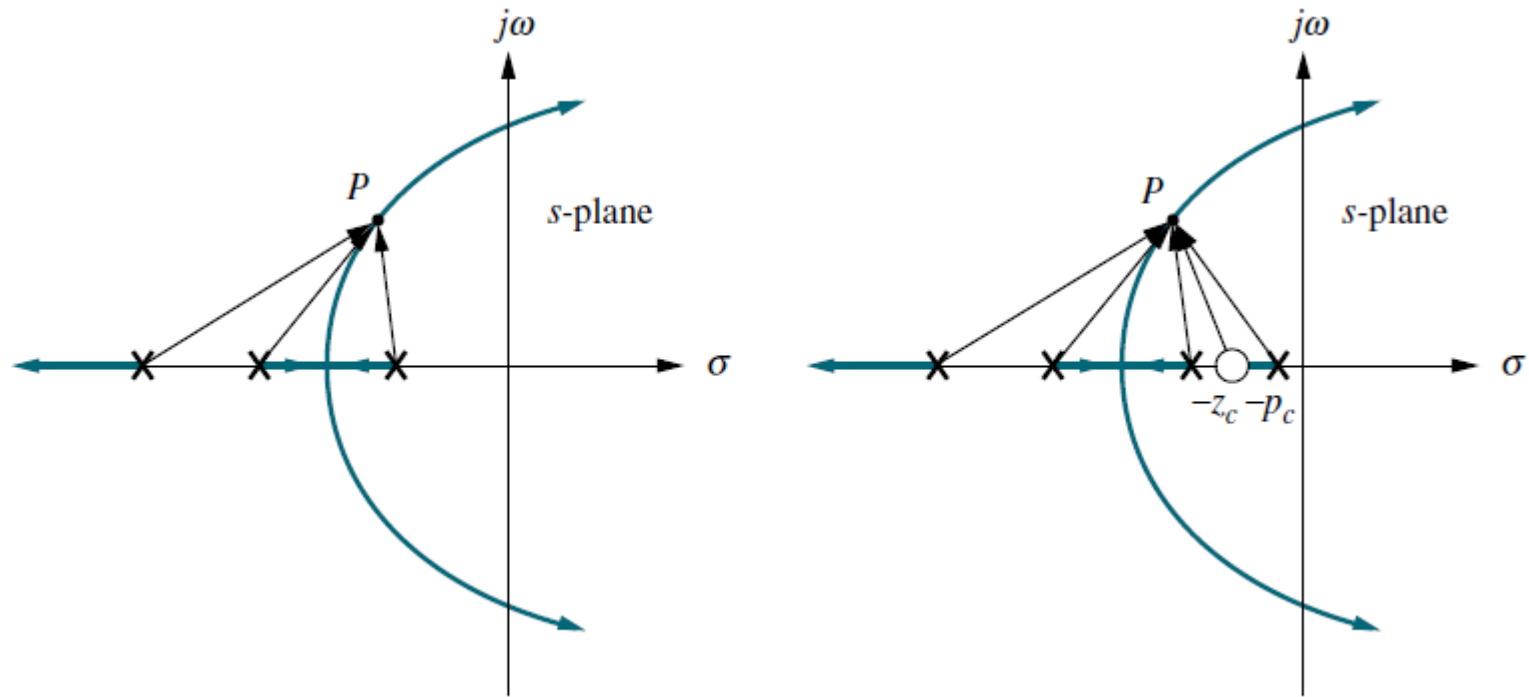
- ❑ Comparar la constante de error no compensada con el deseado, y calcular el incremento necesario que debe lograrse por medio del radio polo-cero, β .
- ❑ Una vez que se obtiene β , se debe determinar la posición adecuada del polo y cero del compensador, los cuales debe ubicarse cerca del origen del plano s , en comparación a ω_n .

$$\beta = \frac{z_c}{p_c} \qquad \hat{K}_E = K_E \beta = K_E \frac{z_c}{p_c} > K_E$$

Compensador de atraso

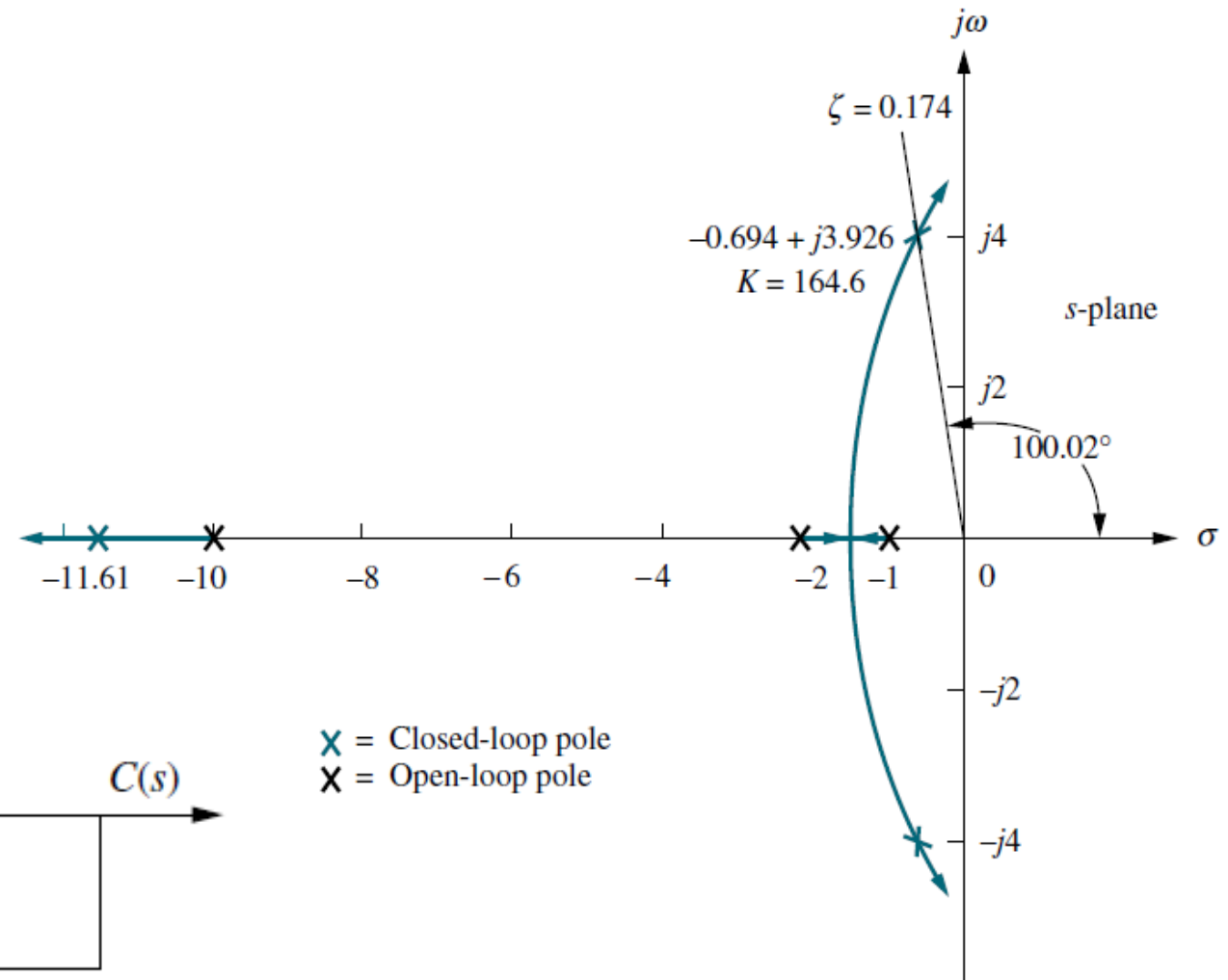
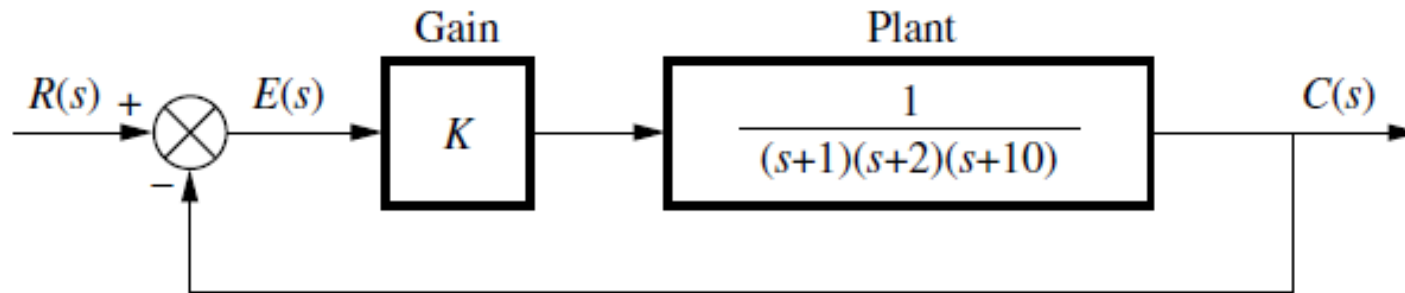
Características:

- ❑ Para mantener sin cambio la respuesta transitoria, sabemos que el polo y cero del compensador deben estar cercanos entre sí.
- ❑ Para obtener una mejoría en el error de estado estable, la única forma es que el cociente entre el cero y polo compensados sea grande (Por ejemplo un factor de 10) y así minimizar la aportación angular.

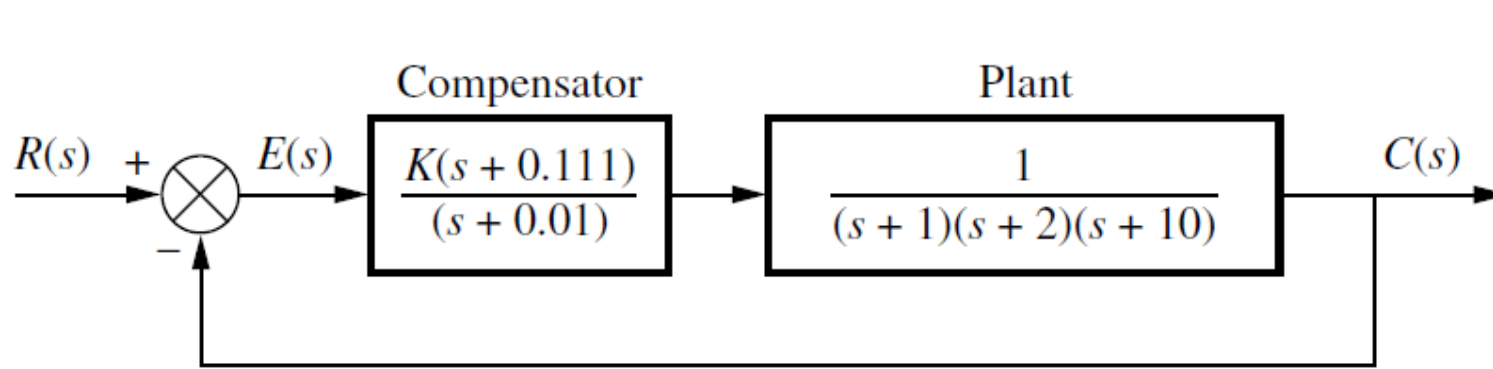


Ejemplo 2: Compensador de atraso

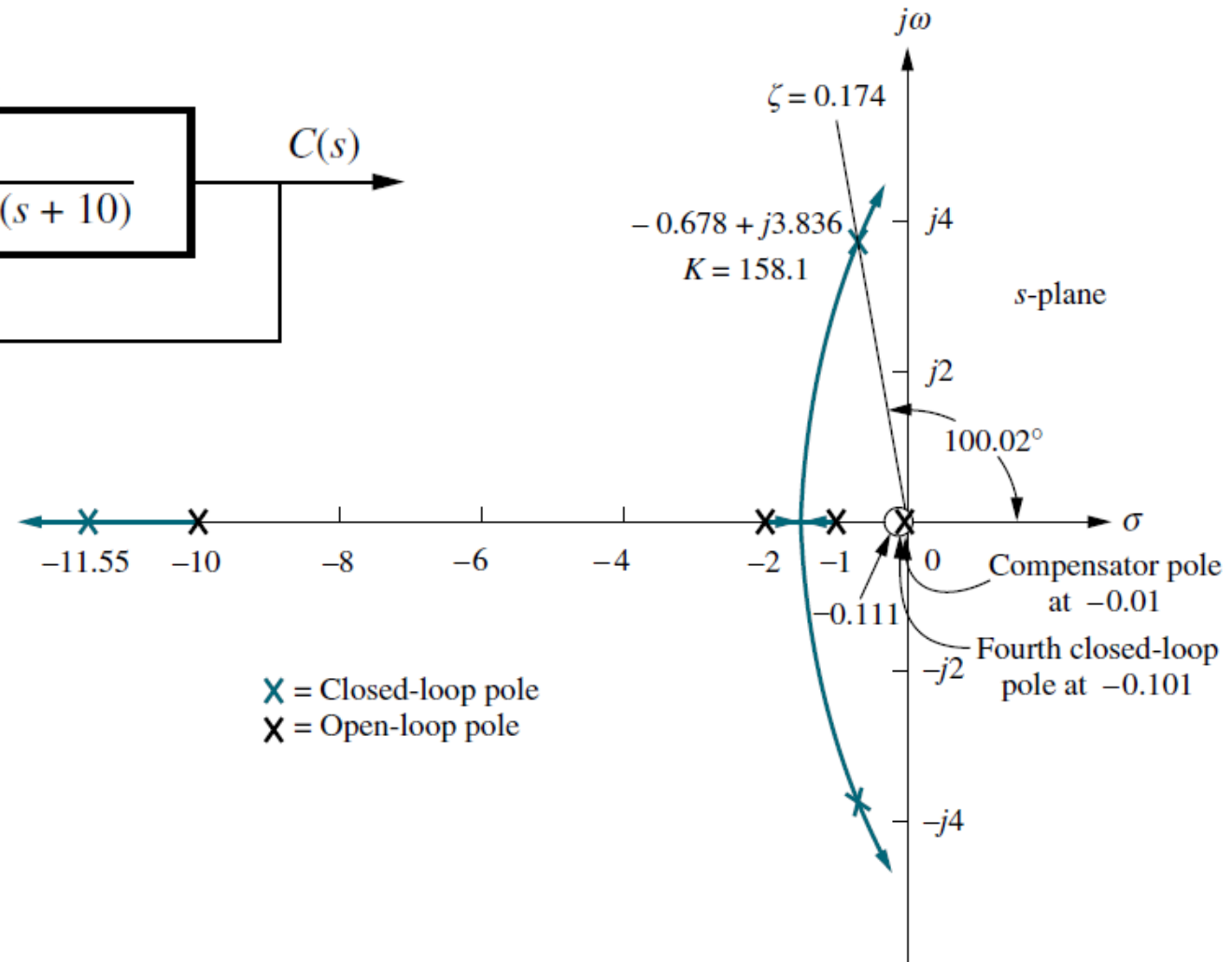
Compensar el sistema mostrado en la figura, cuyo lugar geométrico de las raíces es el que se muestra. Se debe de mejorar el error de estado estable por un factor de 10, si el sistema esta operando con un factor de amortiguamiento relativo $\zeta = 0.174$.



Ejemplo 2: Compensador de atraso



Buscando a lo largo de la línea $\zeta = 0.174$.
(Matlab), hallamos que los polos dominantes
de segundo orden son $s = -0.678 \pm j3.836$
con una ganancia de $K = 158.1$.



Ejemplo 2: Compensador de atraso

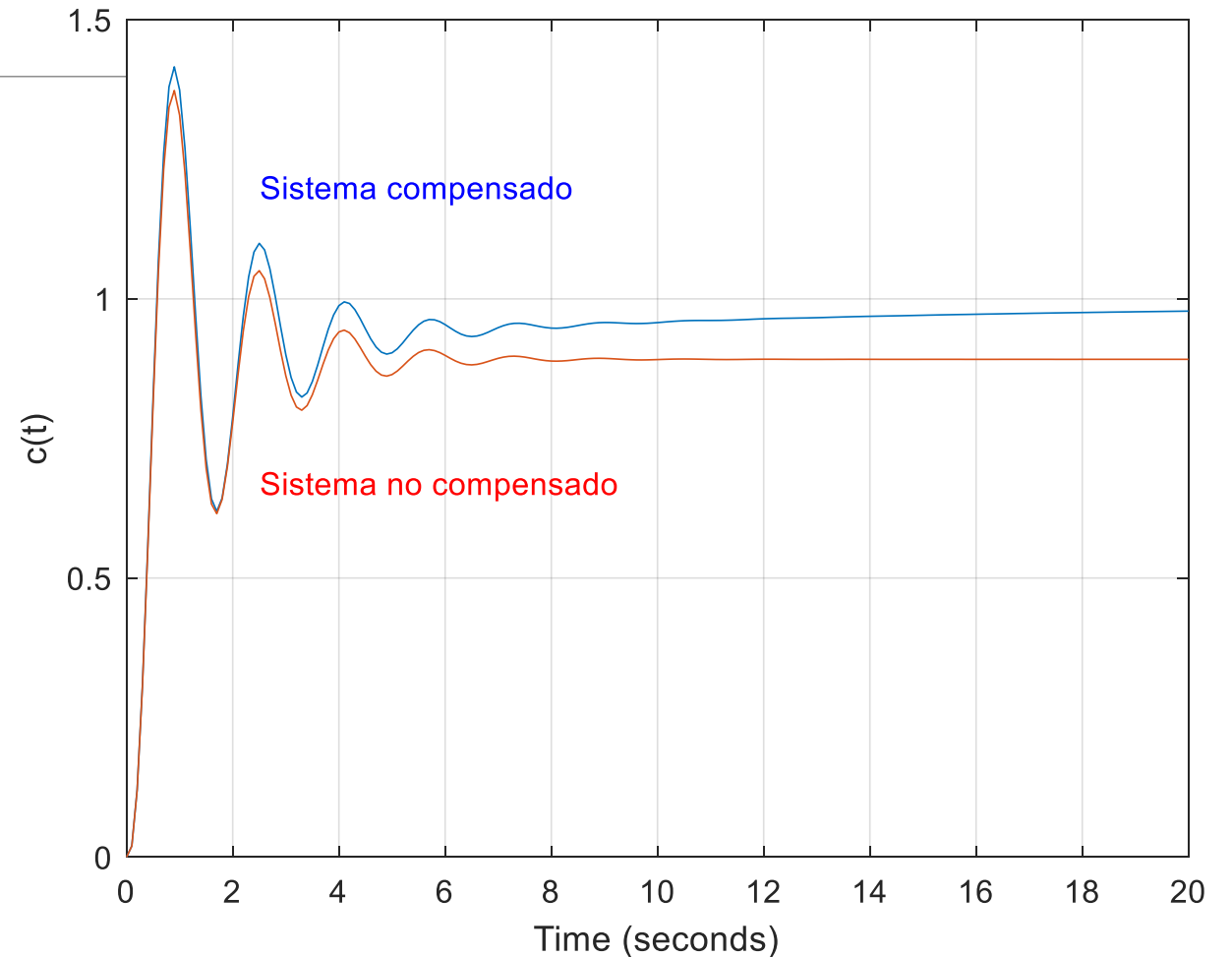
Comparación:

Parameter	Uncompensated	Lag-compensated
	K	$K(s + 0.111)$
Plant and compensator	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)$	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)(s + 0.01)$
K	164.6	158.1
K_p	8.23	87.75
$e(\infty)$	0.108	0.011
Dominant second-order poles	$-0.694 \pm j3.926$	$-0.678 \pm j3.836$
Third pole	-11.61	-11.55
Fourth pole	None	-0.101
Zero	None	-0.111

Ejemplo 1: Compensador de atraso

La figura muestra el efecto del compensador de atraso, aun cuando la respuesta transitorias de los sistemas no compensado y compensando son la misma, el sistema compensado de atraso exhibe menos error en estado estable al aproximarse a la unidad.

El error en estado estable del sistema compensado es 9.818 veces menor que el del sistema no compensado.



Referencias

- ❑ Ogata, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna, 5a. Ed. Prentice Hall, 2010, México
- ❑ Dorf, Richard, Bishop Robert. "Sistemas de control moderno", 10ª Ed., Prentice Hall, 2005, España.