

## Tutoría 7

PROBLEMA 1. Considere un MOSFET de canal  $n$  con  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ ,  $\mu_n = 650 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $V_{TH} = 0.8 \text{ V}$  y  $W/L = 10$ . Encuentre la corriente de drenador en los siguientes casos

- a)  $V_{GS} = 5 \text{ V}$  y  $V_{DS} = 1 \text{ V}$
- b)  $V_{GS} = 2 \text{ V}$  y  $V_{DS} = 1.2 \text{ V}$
- c)  $V_{GS} = 5 \text{ V}$  y  $V_{DS} = 0.2 \text{ V}$
- d)  $V_{GS} = V_{DS} = 5 \text{ V}$

SOLUCIÓN.

$$C_{ox}' = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

$$\epsilon_{ox} = 3.9\epsilon_0$$

$$K_n' = \mu_n C_{ox}'$$

$$K_n' = \mu_n \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \mu_n \frac{3.9\epsilon_0}{t_{ox}}$$

$$K_n' = 1.12227 \cdot 10^{-4} \text{ A/V}^2$$

Triodo

$$I_D = K_n' \frac{W}{L} \left[ (V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2 \right]$$

Saturación

$$I_D = \frac{1}{2} K_n' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

a)  $V_{GS} - V_{TH} = 4.2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 1 \text{ V} \Rightarrow$  triodo

$$I_D = 4.152 \text{ mA}$$

b)  $V_{GS} - V_{TH} = 1.2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 1.2 \text{ V} \Rightarrow$  saturación

$$I_D = 0.808 \text{ mA}$$

c)  $V_{GS} - V_{TH} = 4.2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 0.2 \text{ V} \Rightarrow$  triodo

$$I_D = 0.9203 \text{mA}$$

d)  $V_{GS} - V_{TH} = 1.2 \text{V}$ ,  $V_{DS} = 5.0 \text{V} \Rightarrow$  saturación

$$I_D = 9.878 \text{mA}$$

□

PROBLEMA 2. En un proceso de fabricación de circuitos integrados, la transconductancia del proceso de un transistor NMOS es  $K_n' = 50 \mu\text{A/V}^2$  y  $V_{TH} = 1 \text{ V}$ . En una aplicación en la que  $V_{GS} = V_{DS} = V_{DD} = 5 \text{ V}$ , se requiere una corriente de drenador de  $0.8 \text{ mA}$  de un dispositivo de longitud mínima de  $2 \mu\text{m}$ . ¿Cuál valor de ancho de canal debe usar el diseño?

SOLUCIÓN.

$$I_D = \frac{1}{2} K_n' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$0.8 \text{mA} = \frac{1}{2} \cdot 50 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2} \cdot \frac{W}{2 \mu\text{m}} (5 \text{V} - 1 \text{V})^2$$

$$\Rightarrow W = 4 \mu\text{m}$$

□

PROBLEMA 3. Un MOSFET de enriquecimiento de canal n tiene una corriente de drenador de  $4 \text{ mA}$  a  $V_{GS} = V_{DS} = 5 \text{ V}$ , y de  $1 \text{ mA}$  a  $V_{GS} = V_{DS} = 3 \text{ V}$ . ¿Cuáles son los valores de  $K$  y  $V_{TH}$  para este dispositivo?

SOLUCIÓN.

$$I_D = \frac{1}{2} K_n' \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

Para  $I_D = 4 \text{mA}$

$$4 \text{mA} = \frac{1}{2} K_n' \frac{W}{L} (5 \text{V} - V_{TH})^2$$

$$K_n = \frac{0.008 \text{A}}{(5 \text{V} - V_{TH})^2}$$

Para  $I_D = 1 \text{mA}$  y utilizando el resultado anterior:

$$2 \text{mA} = \frac{1}{2} \frac{0.008 \text{A}}{(5 \text{V} - V_{TH})^2} (3 \text{V} - V_{TH})^2$$

$$2 = \frac{(5 \text{V} - V_{TH})^2}{(3 \text{V} - V_{TH})^2}$$

$$V_{TH} = 1 \text{V}$$

Al utilizar  $V_{TH} = 1 \text{V}$  en la ecuación de  $K_n$  se obtiene:

$$K_n = \frac{0.008 \text{A}}{(5 \text{V} - 1 \text{V})^2} = 0.5 \text{mA/V}^2$$

□

PROBLEMA 4. En el caso de un transistor NMOS con  $V_{TH} = 0.8 \text{ V}$ , y que opera con  $V_{GS}$  en el intervalo de  $1.5 \text{ V}$  a  $4 \text{ V}$ , ¿cuál es el máximo valor de  $V_{DS}$  para el cual el canal sigue siendo continuo?

SOLUCIÓN. Se toma el menor valor para asegurar que opere con canal continuo para cualquier  $V_{GS}$

$$V_{GS} = 1.5 \text{ V}$$

$$V_{DS} = 1.5 \text{ V} - 0.8 \text{ V} = 0.7 \text{ V}$$

□

PROBLEMA 5. Un transistor NMOS que opera en la región lineal con  $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$  y conduce  $60 \mu\text{A}$  con  $V_{GS} = 2 \text{ V}$  y  $160 \mu\text{A}$  con  $V_{GS} = 4 \text{ V}$ .

- ¿Cuál es el valor del voltaje umbral  $V_{TH}$ ?
- Si  $K'_n = 50 \mu\text{A}/\text{V}^2$ , ¿cuál es la relación  $W/L$  del dispositivo?
- ¿Qué corriente esperaríamos que fluyera con  $V_{GS} = 3 \text{ V}$  y  $V_{DS} = 0.15 \text{ V}$ ?
- ¿Para qué valor de  $V_{DS}$  se comprimirá el canal y cuál es la corriente de drenador correspondiente?

SOLUCIÓN.

$$I_D = K'_n \frac{W}{L} \left[ (V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2 \right]$$

Al introducir los valores dados en la ecuación anterior se obtiene:

$$60 \mu\text{A} = K'_n \frac{W}{L} \left[ (2 \text{ V} - V_{TH}) \cdot 0.1 \text{ V} - \frac{1}{2}(0.1 \text{ V})^2 \right]$$

$$160 \mu\text{A} = K'_n \frac{W}{L} \left[ (4 \text{ V} - V_{TH}) \cdot 0.1 \text{ V} - \frac{1}{2}(0.1 \text{ V})^2 \right]$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera:

$$\frac{8}{3} = \frac{(4 \text{ V} - V_{TH}) \cdot 0.1 \text{ V} - 0.005 \text{ V}^2}{(2 \text{ V} - V_{TH}) \cdot 0.1 \text{ V} - 0.005 \text{ V}^2}$$

$$V_{TH} = 0.75 \text{ V}$$

b) La relación  $W/L$  se obtiene de:

$$60 \mu\text{A} = 50 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2} \cdot \frac{W}{L} \left[ (2 \text{ V} - 0.75 \text{ V}) \cdot 0.1 \text{ V} - 0.005 \text{ V}^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{W}{L} = 10$$

c)  $I_D = 163.125 \mu\text{A}$

d)

$$V_{GS} = 3V$$

$$V_{DS} = V_{GS} - V_{TH} = 2.25V$$

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot 50 \frac{\mu A}{V^2} \cdot 10 \cdot (2.25V)^2$$

$$I_D = 1.266mA$$

□

PROBLEMA 6. Un transistor PMOS de enriquecimiento tiene  $K'_p = 80\mu A/V^2$ ,  $W/L=1$ ,  $V_{TH} = -1.5V$  y  $\lambda = -0.02 V^{-1}$ . La compuerta está conectada a tierra y la fuente a 5V. Encuentre la corriente de drenador para  $V_D = +4V$ ,  $+1.5V$ ,  $0V$  y  $-5V$ .

SOLUCIÓN. PMOS

$$V_{GS} = -5V$$

$$V_{GS} - V_{TH} = -3.5V$$

a)  $V_D = 4V \Rightarrow V_{DS} = 1V \rightarrow$  lineal

$$I_D = K'_p \frac{W}{L} \left[ (V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - \frac{1}{2}(V_{DS})^2 \right]$$

$$I_D = 0.24mA$$

b)  $V_D = 1.5V \Rightarrow V_{DS} = -3.5V \rightarrow$  saturación

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot 80 \frac{\mu A}{V^2} (3.5V)^2 (1 + 0.02V^{-1} \cdot 3.5V)$$

$$I_D = 0.52mA$$

c)  $V_D = 0V \Rightarrow V_{DS} = -5V \rightarrow$  saturación

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot 80 \frac{\mu A}{V^2} (3.5V)^2 (1 + 0.02V^{-1} \cdot 5V)$$

$$I_D = 0.539mA$$

d)  $V_D = -5V \Rightarrow V_{DS} = -10V \rightarrow$  saturación

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot 80 \frac{\mu A}{V^2} (3.5V)^2 (1 + 0.02V^{-1} \cdot 10V)$$

$$I_D = 0.588\text{mA}$$

□

PROBLEMA 7. Considere los circuitos mostrados en la figura 1. Todos los transistores de los circuitos mostrados tienen los mismos valores de  $|V_{TH}|$ ,  $K$  y  $\lambda$ . Más aún,  $\lambda$  es despreciable. Todos operan en el punto de operación a  $I_D = I$  y  $|V_{GS}| = |V_{DS}| = 3\text{V}$ . Considere  $|V_{TH}| = 1\text{V}$  e  $I = 2\text{mA}$

- ¿En qué región de operación está el transistor? ¿Cuál es el valor de  $K$ ?
- Encuentre los voltajes  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  y  $V_4$ .
- ¿Cuál es el valor máximo del resistor que puede conectarse en serie con cada conexión de drenador para que el transistor se mantenga en saturación si  $|V_{GS}|$  se mantiene constante?
- ¿Cuál es el valor de resistencia más grande que puede colocar en serie con el surtidor de cada MOSFET mientras se asegura la operación en el modo de saturación para  $I_D = I$ , si la fuente de corriente  $I$  requiere por lo menos de  $2\text{V}$  entre sus terminales para operar apropiadamente?
- Para la situación descrita en el punto d), ¿cuáles son los valores resultantes de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  y  $V_4$ ?

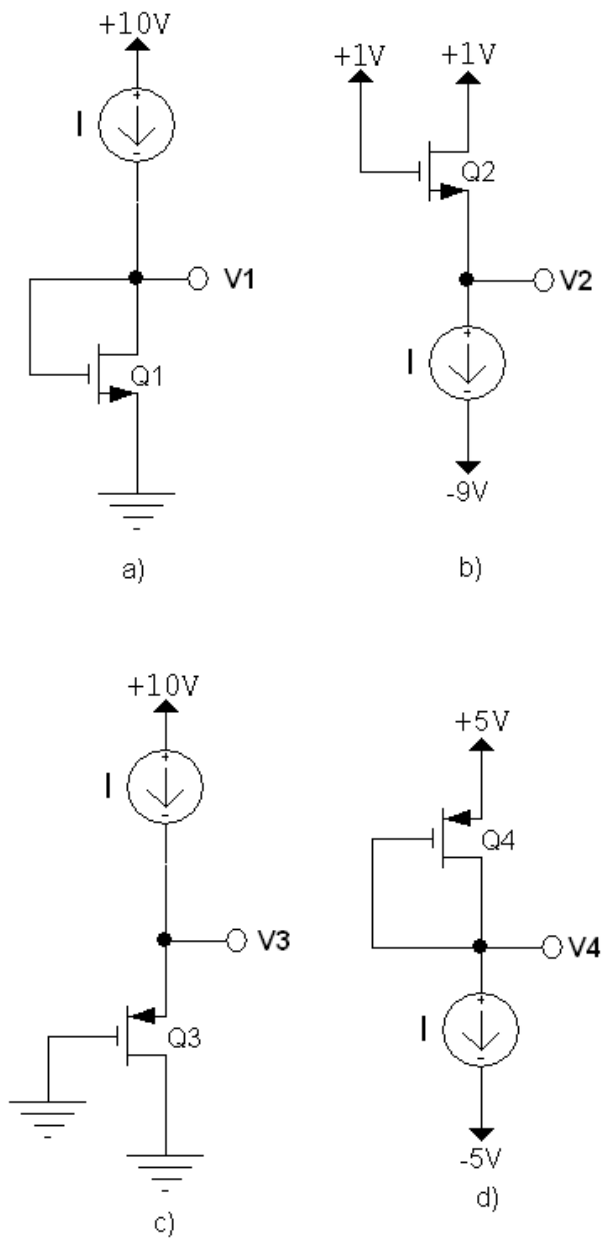


FIGURA 1. Figuras para el problema 7.

SOLUCIÓN. a)

$|V_{GS}| = 3V = |V_{DS}| \Rightarrow$  opera en saturación

$|V_{DS,sat}| = |V_{GS}| - |V_{TH}| = 2V$

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (|V_{GS}| - |V_{TH}|)^2$$

$$2mA = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (2V)^2$$

$$K = 1mA/V^2$$

b)

Para el circuito a),  $V_1 = 3\text{ V}$

Para el circuito b),  $V_2 = -2\text{ V}$

Para el circuito c),  $V_3 = 3\text{ V}$

Para el circuito d),  $V_4 = 2\text{ V}$

c)

$$V_S = 0\text{ V}$$

$$V_{GS} = V_{DS} = V_1 = 3\text{ V}$$

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_{TH} = 3\text{ V} - 1\text{ V} = 2\text{ V}$$

Por lo tanto, en la resistencia puede caer hasta 1 V, con lo que  $V_{DS} = V_{DS,sat}$

$$R_{Dmax} = \frac{V_{GS} - V_{DS,sat}}{I} = \frac{1\text{ V}}{2\text{ mA}} = 500\Omega$$

d) Para todos los transistores es de 2.5 k $\Omega$ , véase la demostración de aquí en adelante.

Circuito a)

Cuando la fuente de corriente requiere 2 V para operar,

$$V_1 = V_{DD} - V_I = 10\text{ V} - 2\text{ V} = 8\text{ V}$$

El valor de  $R_{Smax}$  está dado por la caída de tensión máxima en  $R_S$  para que el transistor mantenga el valor de  $V_{GS}$

$$V_{RSmax} = V_1 - V_{GS} = 8\text{ V} - 3\text{ V} = 5\text{ V}$$

$$\rightarrow R_{Smax} = \frac{5\text{ V}}{2\text{ mA}} = 2.5\text{ k}\Omega$$

Circuito b)

Cuando la fuente de corriente requiere 2 V para operar,

$$V_2 = V_{SS} - V_I = -9\text{ V} + 2\text{ V} = -7\text{ V}$$

El valor de  $R_{Smax}$  está dado por la caída de tensión máxima en  $R_S$  para que  $V_{GS} = 3\text{ V}$

$$V_{RSmax} = V_{DD} - V_{GS} - V_2 = 1\text{ V} - 3\text{ V} - (-7\text{ V}) = 5\text{ V}$$

$$\rightarrow R_{Smax} = \frac{5\text{ V}}{2\text{ mA}} = 2.5\text{ k}\Omega$$

Circuito c)

Cuando la fuente de corriente requiere 2 V para operar,

$$V_3 = V_{DD} - V_I = 10\text{ V} - 2\text{ V} = 8\text{ V}$$

El valor de  $R_{Smax}$  está dado por la caída de tensión máxima en  $R_S$  para que  $V_{GS} = 3\text{ V}$

$$V_{RSmax} = V_3 - V_{GS} = 8\text{ V} - 3\text{ V} = 5\text{ V}$$

$$\rightarrow R_{S\max} = \frac{5V}{2mA} = 2.5k\Omega$$

Circuito d)

Cuando la fuente de corriente requiere 2 V para operar,

$$V_4 = V_I + V_{SS} = 2V - 5V = -3V$$

El valor de  $R_{S\max}$  está dado por la caída de tensión máxima en  $R_S$  para que  $V_{GS} = 3V$

$$V_{RS\max} = V_{DD} - V_{GS} - V_4 = 5V - 3V - (-3V) = 5V$$

$$\rightarrow R_{S\max} = \frac{5V}{2mA} = 2.5k\Omega$$

e)  $V_1 = 8V, V_2 = -7V, V_3 = 8V, V_4 = -3V$

□

PROBLEMA 8. Considere el circuito de la figura 2. La curva característica del transistor MOSFET del circuito se muestra en la figura 3. El voltaje de umbral del transistor es de 1V. Utilizando el método de la línea de carga, encuentre el punto de operación del transistor

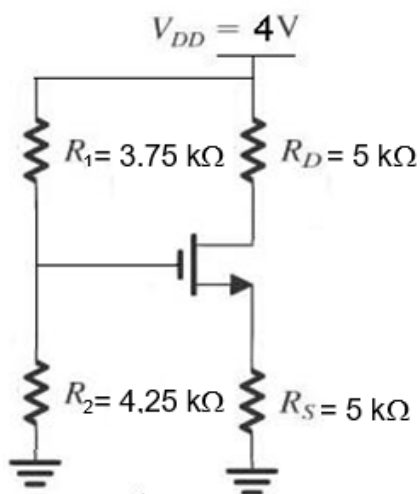


Figura 2

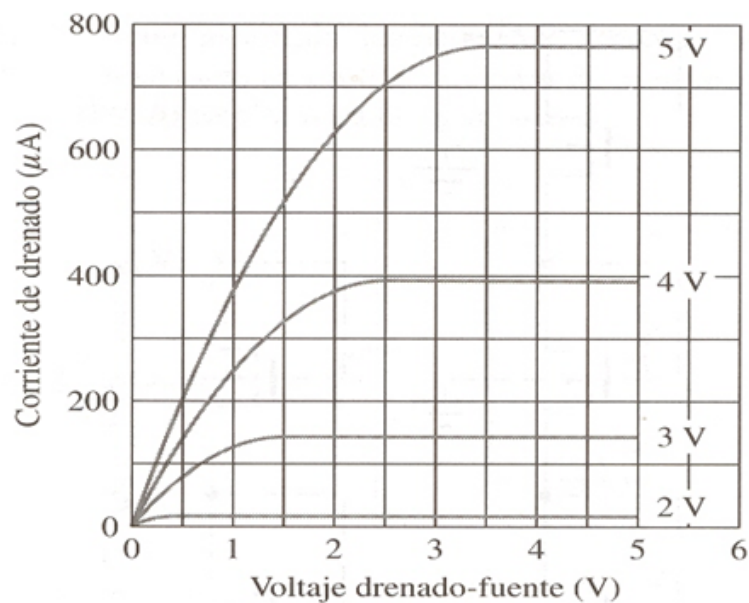


FIGURA 2. Figuras para el problema 77.

SOLUCIÓN. Para resolver este ejercicio, se requiere hacer un análisis de la línea de carga de para el circuito de entrada y otro para el circuito de salida.

Para obtener la curva característica de entrada, se dibuja la escala de  $V_{GS}$  y se toman los valores de  $V_{GS}$  e  $I_{DS}$  la curva característica de salida. Si se quiere, puede dibujarse superpuesta a la curva de salida, si se conserva el factor de escala de  $V_{DS}$  para  $V_{GS}$ .



Se resuelve primero el equivalente de Thevenin de la entrada, tomando el equivalente entre compuerta y surtidor.

La tensión de circuito abierto se calcula como sigue:

$$V_{TH} = \frac{V_{DD}R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TH} = \frac{4V \cdot 4.25k\Omega}{3.75k\Omega + 4.25k\Omega} = 2.125V$$

La corriente de corto circuito se calcula como sigue:

$$I_N = \frac{I_{TOTAL} \cdot R_2}{R_2 + R_S}$$

$$I_{TOTAL} = \frac{V_{DD}}{R_1 + R_2 || R_S} = \frac{4V}{3.75k\Omega + 4.25k\Omega || 5k\Omega} = 661.45\mu A$$

$$\rightarrow I_N = \frac{I_{TOTAL} \cdot R_2}{R_2 + R_S} = \frac{661.45\mu A \cdot 4.25k\Omega}{4.25k\Omega + 5k\Omega} = 304\mu A$$

Con estos dos valores se traza la línea de carga en la curva característica de entrada, dando como resultado  $V_{GS} = 2V$ .

Ahora se resuelve el circuito de salida, utilizando la línea de carga del circuito de salida.

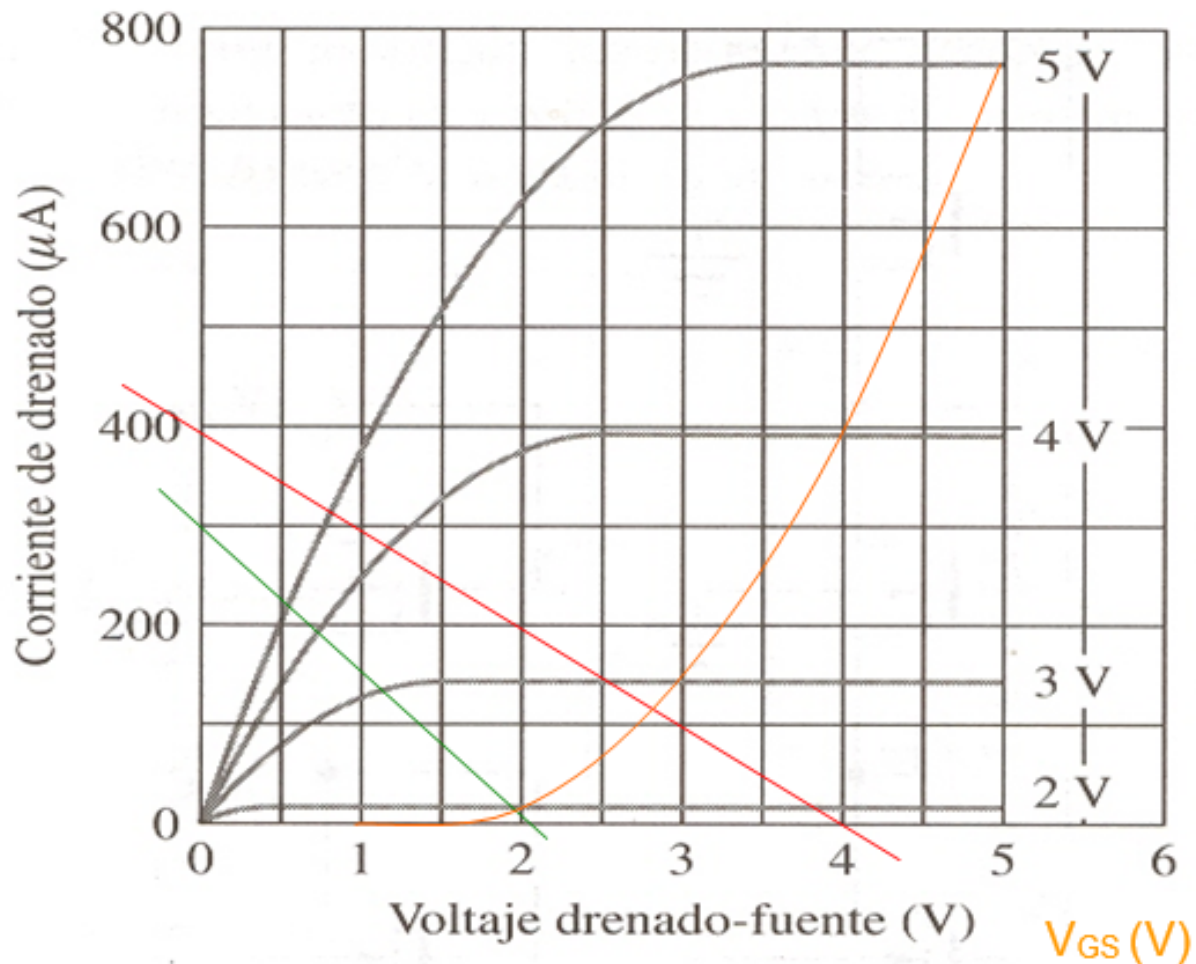
La tensión de circuito abierto y la corriente de corto circuito se calculan como sigue:

$$V_{TH} = V_{DD} = 4V$$

$$I_{SC} = \frac{V_{DD}}{R_1 + R_2} = \frac{4V}{5k\Omega + 5k\Omega} = 400\mu A$$

Utilizando estos dos puntos para trazar la línea de carga del circuito de salida, se tiene que a  $V_{GS} = 2V$  leyendo del gráfico  $I_{DS} = 18.75\mu A$ ,  $V_{DS} = 3.8V$ .

Nota: trazar la solución a escala. En verde, línea de carga del circuito de entrada; en rojo, línea de carga del circuito de salida. En anaranjado la curva característica de entrada superpuesta con la de salida.



□

PROBLEMA 9. Considere el circuito y las curvas características del MOSFET mostrados en la figura. El voltaje de umbral del transistor es 1.5V. La resistencia  $R_1$  es de 100k $\Omega$ . Dimensione las resistencias  $R_D$ ,  $R_S$  y  $R_2$  para que el transistor opere en saturación con  $V_{DS}$  polarizado en 1 V a partir del extremo de la región lineal con  $V_D = 3V$ . Para esto, ignore el efecto de sustrato. Muestre en curva característica el punto de operación del transistor para cumplir con este objetivo con mínima potencia.

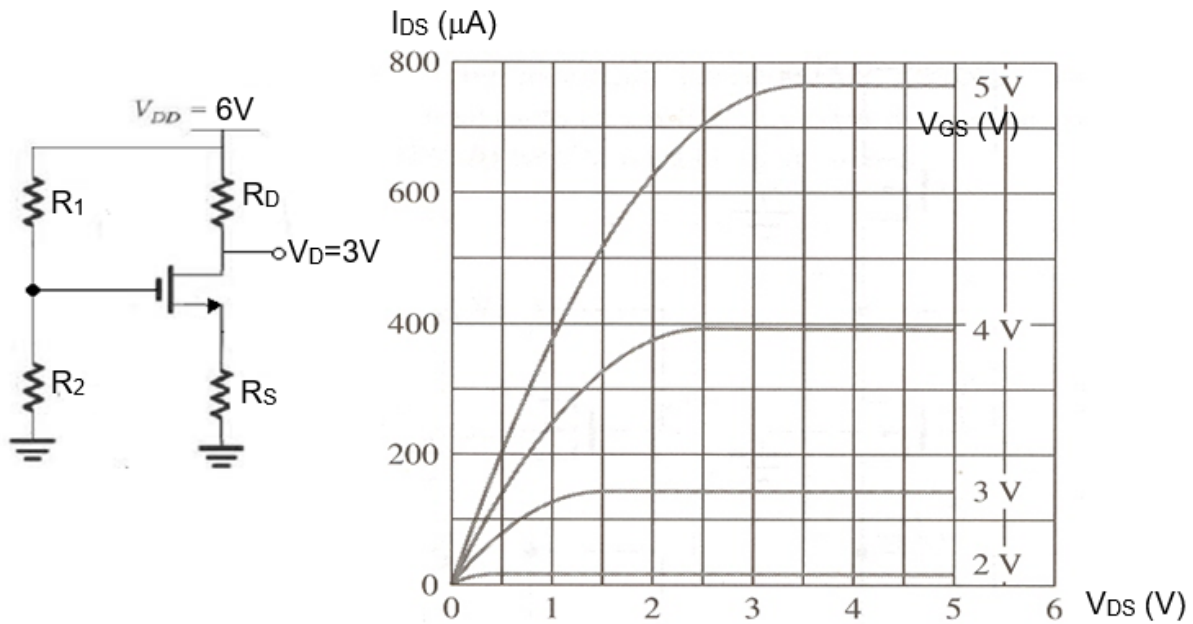


FIGURA 3. Figuras para el problema.

SOLUCIÓN.

$$\begin{aligned}
 V_{TH} &= 1V \\
 V_O &= V_{DS} + V_{RS} = V_{DD} - I_D R_D \\
 V_O &= V_{DS} + I_D R_D = V_{DD} - I_D R_D \\
 I_D (R_D + R_S) &= V_{DD} - V_{DS} \\
 I_D &= \frac{V_{DD}}{R_D + R_S} - \frac{V_{DS}}{R_D + R_S} \\
 I_D = 0A &\rightarrow V_{DD} = V_{DS} = 4V \\
 V_{DS} = 0 &\rightarrow \frac{V_{DD}}{R_D + R_S} = I_D = 400\mu A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{DS,sat} &= V_{GS} - V_{TH} \text{ limitando entre región lineal y de saturación} \\
 &\Rightarrow V_{DS} = V_{GS} - V_{TH} + 1V \\
 V_D - V_S &= V_G - V_S - V_{TH} + 1V \\
 3V &= V_G - 1.5V + 1V \\
 &\Rightarrow V_G = 3.5V
 \end{aligned}$$

$$V_G = \frac{V_{DD} \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 3.5V = \frac{6V \cdot R_2}{100k\Omega + R_2}$$

$$\Rightarrow R_2 = 140\text{k}\Omega$$

Puesto que  $V_{DD} = 6\text{V}$  y  $V_D = 3\text{V}$ ,  $V_{DS} < 3\text{V}$ .

Puesto que el transistor debe operar a 1V del extremo de la región lineal, los puntos rojos en el gráfico denotan el límite entre la región lineal y de saturación, y los puntos verdes los puntos de operación ubicados a 1V del extremo de la región de saturación.

Ya que  $V_{DS} < 3\text{V}$ , se descartan las curvas de  $V_{GS} = 5\text{V}$  y  $V_{GS} = 4\text{V}$ , puesto que para esas curvas  $V_{DS} > 3\text{V}$ .

Si se elige  $V_{GS} = 3\text{V}$ ,  $V_{DS} = 2.5\text{V}$  (leído de las curvas),  $V_S = 0.5\text{V}$ ,  $I \approx 140\mu\text{A}$

Si se elige  $V_{GS} = 2\text{V}$ ,  $V_{DS} = 1.5\text{V}$  (leído de las curvas),  $V_S = 1.5\text{V}$ ,  $I \approx 25\mu\text{A}$

Para  $I = 140\mu\text{A}$ ,  $R_D = 3\text{V}/140\mu\text{A} = 21,4\text{k}\Omega$ ;  $R_S = 0.5\text{V}/140\mu\text{A} = 3,5\text{k}\Omega$

Para  $I = 25\mu\text{A}$ ,  $R_D = 3\text{V}/25\mu\text{A} = 120\text{k}\Omega$ ;  $R_S = 1.5\text{V}/25\mu\text{A} = 60\text{k}\Omega$

La solución en rojo cumple el requisito de mínima potencia.

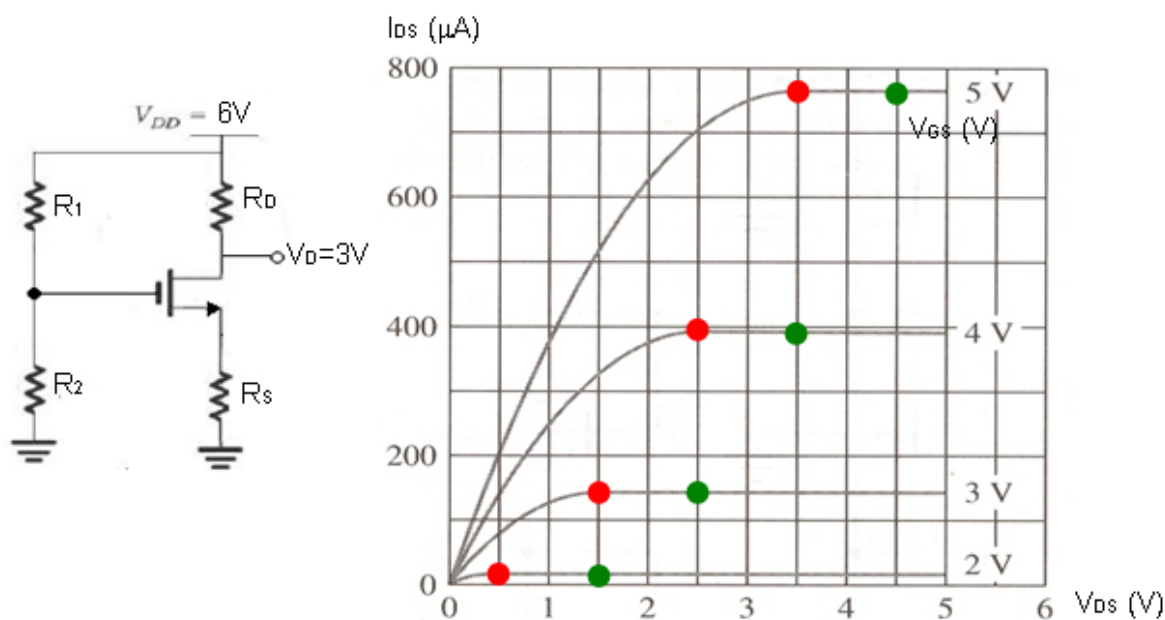


Figura 4

□