

# Exercício Extras de Implementação- Cálculo Numérico - 2022.2

Rafael Alves

Universidade Federal do ABC - CMCC

1. (Parte da Nota O1) Neste exercício, você deverá implementar os métodos para o cálculo de *zeros de função* vistos em aula: Bisseção e Newton (Bônus: implemente também o método das secantes.). As implementações devem ser aplicadas ao problema abaixo e comparadas de acordo, no mínimo, com o número de iterações e o tempo de execução, por meio de uma tabela. Para isso, alguns parâmetros de entrada do problema devem variar: mude a tolerância ( $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$ , ...,  $10^{-8}$ , por exemplo); mude o ponto (intervalo) inicial. É obrigatório que as implementações apresentem 2 critérios de parada, em que um deles seja o número máximo de iterações.

(Problema <sup>1</sup>) Problemas que envolvam a quantia necessária para o pagamento de uma hipoteca empregam a seguinte fórmula:

$$A = \frac{P}{i} [1 - (1 + i)^{-n}],$$

em que  $A$  é o valor da hipoteca,  $P$  é o valor de cada pagamento e  $i$  é a taxa de juros por período para  $n$  períodos de pagamento. Suponha que uma quantia de R\$1d<sub>1</sub>d<sub>2</sub>000,00 em 30 anos pela hipoteca de uma casa e que o mutuário possa pagar até R\$1d<sub>1</sub>00,00 por mês pela casa. Qual deve ser a taxa de juros máxima para que ele possa pagar a hipoteca?

Obs1:  $d_1$  e  $d_2$  são os dois últimos dígitos não nulos de seu RA. Por exemplo, se seu RA é 11202012340,  $d_1 = 3$  e  $d_2 = 4$ . Obs2: repare que  $n$  é a quantidade de pagamentos!

2. (Parte da Nota O2) <sup>2</sup> A vazão de água em uma tubulação está relacionada ao diâmetro e à inclinação da tubulação. Concluiu-se que essa relação é da forma

$$V = a_0 D^{a_1} I^{a_2},$$

em que  $V$  é a vazão em  $m^3/s$ ,  $I$  é a inclinação e  $D$  o diâmetro em  $m$ . A partir dos dados experimentais explicitados na tabela a seguir, determine as constantes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  a partir do Método dos Mínimos Quadrados e estime a vazão para alguns valores não tabelados.

# Experimento	Diâmetro ( $m$ )	Inclinação (rad)	Vazão ( $m^3/s$ )
1	1	0.001	1.4
2	2	0.001	8.3
3	3	0.001	24.2
4	1	0.01	4.7
5	2	0.01	28.9
6	3	0.01	84.0
7	1	0.05	11.1
8	2	0.05	69.0
9	3	0.05	200.0

(**Exercício Extra**) Neste exercício, implemente o método de Gauss-Seidel (Bônus 1: modifique o método para que "rode" Jacobi) para resolução de sistemas lineares de forma a verificar se que há garantia de convergência em relação aos critérios de linhas e colunas (Bônus 2: verifique também para Sassenfeld;). Ou seja, a implementação deve conter uma função que avalie se a matriz de coeficientes satisfaz ao menos algum critério. O método deve ser aplicado aos sistemas  $A_i x = b_i$  como eles estão, sem mudança nas estruturas. Mude as aproximações iniciais (teste  $x^0 = \mathbf{0}$  em todos, por exemplo) e analise a convergência de acordo com o fato de haver ou não garantia de convergência para o sistema. É obrigatório que a implementação apresente 2 critérios de parada, em que um deles seja o número máximo de iterações. (Dica: teste a implementação em problemas pequenos, como os

<sup>1</sup>Adaptado de *Análise Numérica*, R. Burden, D. Faires, A. Burden, Cengage, 2015.

<sup>2</sup>Adaptado de *Cálculo Numérico*, N.M.B. Franco, Pearson, 2006.

dados em aula.)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 8.9864 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8720 & 0 & 0 & 4.4993 & 0 & 0 & 0 \\ 2.4586 & 9.8359 & 8.8209 & 3.5530 & 0 & 1.3188 & 0 & 0 & 0.7051 & 0 & 0 & 9.1152 & 8.9973 & 0 & 0 \\ 9.2123 & 7.3596 & 2.5 & 7.6000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.1464 & 7.6862 & 0 & 0 & 5.9505 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5 & 0 & 0 & 1.0323 & 0 & 0 & 6.4491 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.5789 & 6.7871 & 0 & 1.1217 & 0.8 & 0 & 0 & 6.8427 & 0 & 0 & 0 & 8.5834 & 0.9767 & 8.3102 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.6 & 8.6979 & 7.4000 & 0 & 0 & 2.1879 & 8.2143 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.3328 & 0.5 & 0 & 9.0283 & 6.8348 & 0 & 0 & 4.6118 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.1627 & 0 & 0 & 0 & 2.4 & 0 & 0 & 0.7705 & 0 & 5.9515 & 0.7454 & 5.4945 \\ 0 & 6.5048 & 0.4042 & 0 & 3.5453 & 0 & 3.4388 & 0 & 1 & 9.3675 & 6.7749 & 0 & 6.8086 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0633 & 0 & 0 & 7.1529 & 0 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0383 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4263 & 1.6083 & 6.0328 & 0.6999 & 2.7691 & 5.8450 & 5.5727 & 0 & 0 \\ 4.1449 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.3213 & 4.8073 & 0 & 0 & 5 & 6.5148 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.4570 & 0 & 0 & 5.1808 & 0.3596 & 2.6 & 0 & 0.2818 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.2517 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.3251 & 0 & 3.12 & 0 \\ 0 & 0 & 2.9381 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.3141 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 10.0000 & 8.9864 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8720 & 0 & 0 & 4.4993 & 0 & 0 & 0 \\ 2.4586 & 18.8359 & 8.8209 & 3.5530 & 0 & 1.3188 & 0 & 0 & 0.7051 & 0 & 0 & 9.1152 & 8.9973 & 0 & 0 \\ 9.2123 & 7.3596 & 11.5000 & 7.6000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.1464 & 7.6862 & 0 & 0 & 5.9505 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10.5000 & 0 & 0 & 1.0323 & 0 & 0 & 6.4491 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.5789 & 6.7871 & 0 & 1.1217 & 9.8000 & 0 & 0 & 6.8427 & 0 & 0 & 0 & 8.5834 & 0.9767 & 8.3102 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.6000 & 8.6979 & 7.4000 & 0 & 0 & 2.1879 & 8.2143 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.3328 & 9.5000 & 0 & 9.0283 & 6.8348 & 0 & 0 & 4.6118 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.1627 & 0 & 0 & 0 & 11.4000 & 0 & 0 & 0.7705 & 0 & 5.9515 & 0.7454 & 5.4945 \\ 0 & 6.5048 & 0.4042 & 0 & 3.5453 & 0 & 3.4388 & 0 & 10.0000 & 9.3675 & 6.7749 & 0 & 6.8086 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0633 & 0 & 0 & 7.1529 & 0 & 0 & 0 & 9.8000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0383 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4263 & 1.6083 & 6.0328 & 0.6999 & 11.7691 & 5.8450 & 5.5727 & 0 & 0 \\ 4.1449 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.3213 & 4.8073 & 0 & 0 & 14.0000 & 6.5148 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.4570 & 0 & 0 & 5.1808 & 0.3596 & 11.6000 & 0 & 0.2818 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.2517 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.3251 & 0 & 12.1200 & 0 \\ 0 & 0 & 2.9381 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.3141 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2.4689 & 0 & 0.0628 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2987 & 0 & 1.7183 & 0 & 0.0162 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5272 \\ 0 & 0 & 8.4300 & 0 & 1.7333 & 1.3587 & 1.4310 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.2092 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8691 & 1.8677 & 6.0440 & 0.0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7847 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.9805 & 1.9404 & 1.9344 & 0 & 1.0780 & 0 \\ 0 & 0.4480 & 0 & 1.9729 & 0 & -7.2560 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3758 & 0 & 0 & 1.9345 \\ 0 & 1.6776 & 0.0048 & 0.0304 & 1.0548 & 0 & 12.4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3356 & 0.4838 & 0.0568 \\ 0 & 0.4784 & 1.1288 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8.5000 & 0 & 0 & 0 & 1.7051 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9210 & 0 & 0 & 0 & -5.6000 & 0 & 0.6201 & 0.7181 & 1.1306 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2047 & 0 & 0 & 0 & 0.8595 & 0 & 0 & 0 & 4.1800 & 0 & 1.4177 & 0.2744 & 0 & 0 \\ 0.4420 & 0.7220 & 0 & 0 & 0.1324 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9147 & 6.4000 & 0 & 1.0702 & 0.4415 & 1.1448 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3179 & 0 & 0.4465 & 0 & 0 & 0 & 0.1004 & 0 & -2.9000 & 1.5240 & 0 & 0 \\ 0 & 1.9585 & 0.6915 & 0 & 0 & 0 & 0.9258 & 0.4417 & 0 & 0.7106 & 0 & 0 & -5.2600 & 0 & 0 \\ 1.2768 & 0 & 1.1943 & 0.7522 & 0 & 0.6931 & 0 & 1.8936 & 0 & 0 & 0 & 0.4669 & 0 & 7.1800 & 0 \\ 0 & 0.2173 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.6662 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6000 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 89.812 \\ 303.411 \\ 251.151 \\ 77.717 \\ 316.422 \\ 264.324 \\ 233.053 \\ 222.549 \\ 321.731 \\ 54.107 \\ 271.266 \\ 250.673 \\ 118.987 \\ 106.840 \\ 58.526 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 98.812 \\ 321.411 \\ 278.151 \\ 113.717 \\ 361.422 \\ 318.324 \\ 296.053 \\ 294.549 \\ 402.731 \\ 144.107 \\ 370.266 \\ 358.673 \\ 235.987 \\ 232.840 \\ 193.526 \end{bmatrix}, \quad b_3 = \begin{bmatrix} 15.5389 \\ 1.0000 \\ 13.7495 \\ 20.0198 \\ 40.9415 \\ -7.7435 \\ 13.7590 \\ -19.8805 \\ -7.7391 \\ 41.6747 \\ 60.6419 \\ -6.9063 \\ -39.3511 \\ 14.8931 \\ 6.8823 \end{bmatrix}$$

## Entrega

A entrega deverá ocorrer pelo Moodle. Devem ser entregues, de preferência, um arquivo por exercício, em formato pdf, contendo: o problema, as implementações\*, o problema resolvido e a(s) tabela(s) de comparação, de forma organizada.

(\*) Os códigos podem estar contidos diretamente no arquivo pdf, de forma organizada e SEM SER UM PRINT da tela. Copie e cole os códigos no editor de texto que utilizar. Outra forma de envio dos códigos é anexá-los em arquivos separados. Nesse caso, é importante que o pdf contenha as devidas correspondências com os arquivos.

A escolha de linguagem é livre.

Os trabalhos podem ser feitos em grupos de até 3 pessoas. Exceções, entrem em contato com o docente.