



Institución Universitaria Politécnico Grancolombiano

Proyecto de Investigación Formativa – PIF

Cálculo 3

Periodo 2025-2

Modelado y optimización de la productividad en la gestión editorial a través del cálculo multivariable

Integrantes:

Marianny Márquez

Juan David Sierra

Lesly Obando

Cristian Martínez

Simón Muñoz

Cindy Aguirre

Objetivo

Objetivo general

Modelar la productividad de un sistema de gestión editorial utilizando funciones multivariantes, derivadas parciales y optimización matemática que describan su comportamiento y eficiencia.

Objetivos específicos

- Formular un modelo matemático multivariable que represente la productividad de un sistema de gestión editorial en función del número de redactores, artículos en curso y tiempo de entrega.
- Aplicar derivadas parciales para analizar la influencia de cada variable en la productividad.
- Diseñar una aplicación web utilizando Python y Streamlit que permita ejecutar el modelo matemático simulando situaciones reales.
- Determinar la productividad óptima del sistema mediante técnicas de optimización.
- Representar gráficamente el comportamiento de la función de productividad utilizando curvas de nivel y superficies tridimensionales.

Metodología

El desarrollo del proyecto se llevará a cabo siguiendo un enfoque aplicado y experimental, apoyado en herramientas matemáticas y computacionales, se realizará una herramienta web dinámica utilizando Python y su librería Streamlit, la cual permite hacer aplicaciones interactivas de manera ágil con poco código. Para la creación, se llevarán a cabo los siguientes ejes:

Revisión conceptual

Se estudiarán los fundamentos teóricos relacionados con funciones multivariantes, optimización, derivadas parciales, curvas de nivel y restricciones de dominio, además de conceptos básicos de gestión editorial y productividad.

Formulación del modelo matemático

Se definirán las funciones multivariantes que representen la relación entre la productividad del editor, el número de redactores y el tiempo de trabajo disponible. Posteriormente, se aplicarán derivadas parciales para identificar la influencia de cada variable en el sistema.

Diseño de la herramienta web

Se construirá una aplicación dinámica utilizando Python y la librería Streamlit, que permita simular diferentes escenarios y visualizar los resultados de manera interactiva.

Representación gráfica y análisis de resultados

A través de gráficas de curvas de nivel y restricciones del dominio, se identificarán los puntos de productividad constante y el nivel óptimo de trabajo. Los resultados se interpretarán para ofrecer recomendaciones prácticas sobre la distribución de tareas y la cantidad adecuada de redactores.

Marco teórico

Funciones multivariantes

Las funciones multivariantes son funciones que tienen múltiples variables de entradas. Una función multivariable del tipo: $f(x, y) = x^2 + y^2$ toma dos o más variables independientes para producir un solo valor de salida

Para este trabajo, la productividad puede representarse como una función dependiente de factores como el número de redactores, la cantidad de artículos en curso y el tiempo de entrega

Optimización

La optimización consiste en encontrar el valor máximo (obtener el mejor resultado posible) o mínimo (reducir algo no deseado) de una función en un dominio dado.

Se busca determinar la productividad óptima de la editorial, garantizando un equilibrio entre cantidad de artículos, calidad del contenido y plazos de entrega.

Derivadas Parciales

Las derivadas parciales permiten estudiar el cambio de una función multivariable respecto a una de sus variables, manteniendo las demás constantes.

En el proyecto, estas ayudarían a identificar cómo la productividad varía cuando se modifica el número de redactores, la cantidad de artículos o el tiempo de entrega de manera separada

Productividad

Es la relación entre la cantidad de resultados obtenidos y los recursos empleados.

En este contexto, se mide como la cantidad y calidad de artículos producidos en un periodo determinado, en relación con el esfuerzo invertido por los redactores.

Curvas de nivel

Las curvas de nivel son las que representan los puntos en los que una función multivariable, son líneas que unen todos los puntos donde la función tiene el mismo valor de salida.

Estas ayudan a visualizar combinaciones de factores como el número de artículos y dificultad, que generan igual productividad

Restricciones del dominio

Las restricciones del dominio son las limitaciones o condiciones que determinan qué valores de entrada son válidos para una función

Para el proyecto, las restricciones pueden estar dadas por el número máximo de artículos que un redactor puede escribir

Conceptos de gestión editorial

Artículo: Es el producto central del sistema editorial, un texto escrito que puede abordar temas informativos, de opinión o especializados

Redactor freelancer: Es el trabajador independiente que produce artículos sin una relación laboral fija con la editorial. Su pago depende de la cantidad y calidad de los artículos producidos

Editor: Es la persona encargada de supervisar la producción de los artículos Se asegura de que el contenido cumpla con los requisitos y se entregue en los tiempos establecidos ajustándolo a la línea editorial.

Resultados

1. Modelo matemático aplicado

Se utilizó la función:

$$P(x, y) = x * y * e^{-0,1x} * e^{-0,05y}$$

donde:

- x representa el número de redactores.
- y representa la cantidad de artículos.

$$e^{-0,1x}$$

- Este factor introduce un **castigo** o “penalización” por exceso de redactores.
- Mientras más crece x , el término $e^{-0,1x}$ se hace **más pequeño**.

Ejemplo:

- Si $x = 1$: $e^{-0,1(1)} \approx 0,90$ (casi no afecta).
- Si $x = 20$: $e^{-0,1(20)} \approx 0,135$ (baja mucho la productividad)

Esto simula que **tener demasiados redactores no siempre es bueno**, porque puede haber problemas de coordinación, comunicación o costos.

$$e^{-0,05y}$$

- Similar al anterior, pero afecta a los **artículos**.
- Más artículos (y) aumentan la carga y eventualmente **disminuyen la eficiencia**.

Ejemplo:

- Si $y = 5$: $e^{-0,05(5)} \approx 0,78$
- Si $y = 50$: $e^{-0,05(20)} \approx 0,082$

Esto significa que **demasiados artículos al mismo tiempo saturan a los redactores**.

Esta expresión refleja que la productividad aumenta inicialmente al incrementar redactores y artículos, pero disminuye cuando hay exceso, debido a la saturación y la pérdida de eficiencia.

2. Derivadas parciales y análisis de sensibilidad

Se calcularon las derivadas parciales de la función de productividad:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -0,1xye^{-0,1x}e^{-0,05y} + ye^{-0,1x}e^{-0,05y}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -0,05xye^{-0,1x}e^{-0,05y} + xe^{-0,1x}e^{-0,05y}$$

Estos resultados permiten identificar la influencia de cada variable:

- Aumentar redactores (x) mejora la productividad hasta cierto punto, pero demasiados generan sobrecarga administrativa.
- Incrementar artículos (y) inicialmente aumenta la productividad, aunque un exceso la reduce por saturación de tareas.

3. Determinación de la productividad óptima

La condición de máximo ocurre cuando el efecto positivo de más redactores/artículos se compensa con el efecto negativo del exceso.

Al resolver el sistema de derivadas parciales, se identifican combinaciones de x e y que maximizan la productividad.

Por ejemplo, con parámetros dados, valores como 10 redactores y 20 artículos se acercan a un punto de equilibrio productivo.

5. Conclusiones prácticas

La productividad editorial no depende únicamente de contratar más redactores ni de aumentar artículos; se requiere un balance. Existe un rango de equilibrio que garantiza eficiencia: pocos redactores no alcanzan la demanda, y demasiados artículos reducen la calidad y saturan el sistema.

Este análisis con cálculo multivariable brinda a los editores una herramienta clara para

planificar cargas de trabajo, anticipar problemas de saturación y distribuir de manera estratégica los recursos disponibles.

6. Avances

Se utilizó un modelo para armar el programa en Streamlit y en él se aplicaron las fórmulas previstas para calcular la productividad óptima de los redactores. Se programó la función de productividad para el modelo, modificaron indicadores para que coordinaran con los del proyecto y establecieron las entradas para los usuarios (*sliders*), además se organizó la información en KPIs; castigos (α, β), la producción óptima analítica (según las coordenadas) y los resultados de $P(x, y)$ adecuados para alcanzar la máxima productividad.

```
C:\Users\marim> OneDrive > Documentos > Universidad > Calculo 3 > PIF Calculo 3 > app.py > ...
7  # ----- Page Setup -----
8  st.set_page_config(
9      page_title="PIF · Optimización Gestión Editorial",
10     page_icon="📄",
11     layout="wide"
12 )
13
14 st.title("📄 PIF · Modelado y optimización de la productividad en la gestión editorial")
15 st.caption("Función base:  $P(x,y) = x \cdot y \cdot \exp(-\alpha x) \cdot \exp(-\beta y)$ ")
16
17 # ----- Sidebar -----
18 with st.sidebar:
19     st.header("⚙️ Parámetros del modelo")
20     col_a, col_b = st.columns(2)
21     with col_a:
22         alpha = st.number_input("α (penalización x)", min_value=0.0, max_value=1.0, value=0.10, step=0.01, format="%.2f")
23     with col_b:
24         beta = st.number_input("β (penalización y)", min_value=0.0, max_value=1.0, value=0.05, step=0.01, format="%.2f")
25
26     st.markdown("---")
27     st.subheader("Rangos de simulación")
28     max_x = st.slider("Máximo de redactores (x)", 5, 200, 60, step=5)
29     max_y = st.slider("Máximo de artículos (y)", 5, 300, 100, step=5)
30     step_xy = st.slider("Resolución de la malla", 20, 200, 80, step=10)
31
32     st.markdown("---")
33     st.subheader("Puntos de interés")
34     show_theoretical = st.checkbox("Mostrar óptimo analítico ( $x^*, y^*$ ) =  $(1/\alpha, 1/\beta)$ ", value=True)
35     custom_point = st.checkbox("Comparar un punto manual", value=False)
36     x_manual = y_manual = None
37     if custom_point:
38         col1, col2 = st.columns(2)
39         with col1:
40             x_manual = st.number_input("x (redactores)", min_value=0.0, max_value=10000.0, value=10.0, step=1.0)
41         with col2:
42             y_manual = st.number_input("y (artículos)", min_value=0.0, max_value=10000.0, value=20.0, step=1.0)
43
44     st.markdown("---")
45     st.subheader("Descarga de datos")
46     want_csv = st.checkbox("Generar CSV de la superficie", value=False)
47
48 # ----- Helpers -----
49 def P(x, y, a, b):
50     return x * y * np.exp(-a * x) * np.exp(-b * y)
51
```

Figura 1: Código en Python

Al ejecutar la aplicación, se despliega a través del localhost la aplicación donde se podrá ver la superficie en 3D, las curvas de nivel y las tablas de relaciones para evaluar la productividad en varios escenarios.

Para interactuar con las gráficas, podrá hacerse a través de los *sliders* que permiten modificar los valores de x e y , al igual que la resolución del gráfico que permite hacer más o menos precisos los resultados de la productividad.



Figura 2: Presentación de la aplicación en Streamlit.

Superficie de productividad $P(x,y)$

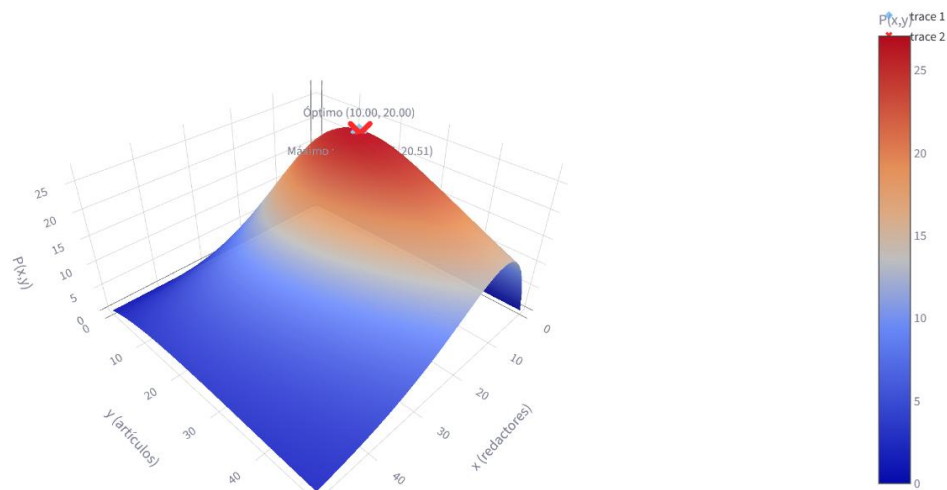


Figura 3: Superficie en 3D de la productividad

También es posible visualizar las curvas de nivel para cada valor, notando a través de una escala de colores cómo es posible tener mejor productividad, con respecto a los parámetros antes establecidos, por lo que mientras más cercano se esté al área más pequeña, mejor

sería la productividad, además en este gráfico es más directo notar la productividad promedio de acuerdo con la escala de redactores vs. artículos.

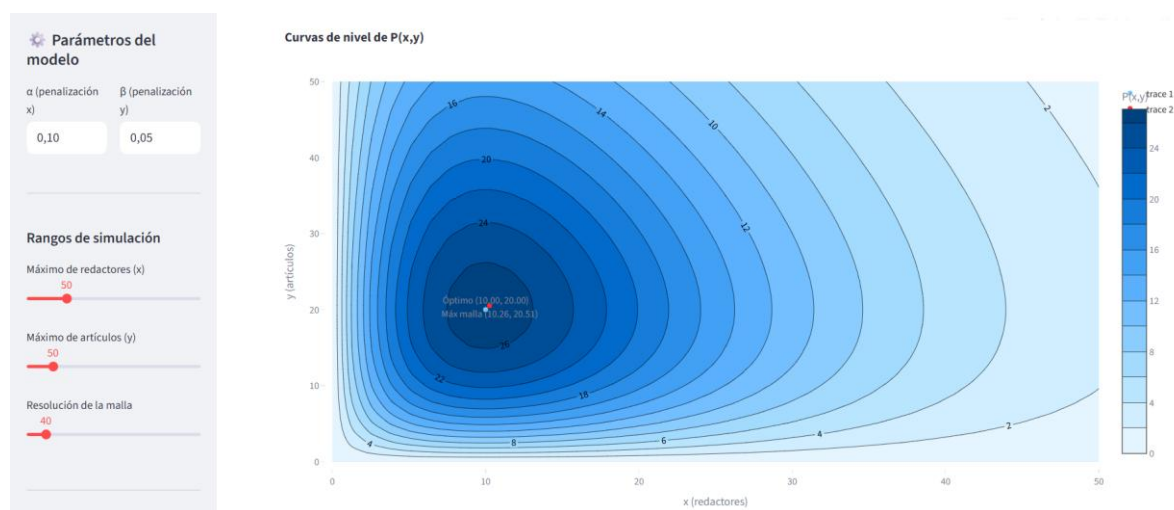


Figura 4: Curvas de nivel de productividad

Aplicación

La aplicación del proyecto se basa en el modelo matemático propuesto para la organización y gestión editorial en escenarios prácticos. A través de las funciones multivariantes se podrá analizar cómo la productividad responde a cambios en el número de redactores, en la cantidad de artículos en proceso y el tiempo destinado para realizar entregas. Con este análisis se busca identificar patrones de comportamiento que ayuden a los editores, como líderes, a organizar mejor los recursos disponibles y reducir sobrecargas de trabajo que disminuyan la eficiencia de los procesos.

Además, el modelo a desarrollar permitirá concluir cuáles de las variables tienen mayor influencia en la productividad, lo que servirá como dato para la toma de decisiones dentro de la planificación editorial. De este modo, el proyecto tendrá aplicación directa al proporcionar criterios objetivos y cuantificables para distribuir las tareas, establecer metas de producción realistas y definir tiempos adecuados de entrega, contribuyendo así a que el equipo editorial alcance un mejor equilibrio entre carga laboral y resultados obtenidos.

Referencias

- Stewart, J. (2015). *Cálculo de varias variables: Trascendentes tempranas*. Cengage Learning. intranetua.uantof.cl/estudiomat/calculo3/stewart.pdf
- Apostol, T. M. (1991). *Análisis matemático*. Editorial Reverté. [Análisis Matemático Escrito Por Tom M. Apostol Enrique Linés Escardó \(1\)](#)
- Larson, R., & Edwards, B. (2016). *Cálculo multivariable*. Cengage Learning. [Cálculo, Tomo I. Décima edición. Ron Larson/Bruce Edwards by Cengage - Issuu](#)
- Khan Academy. Funciones de varias variables y derivadas parciales. <https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/multivariable-derivatives/partial-derivative-and-gradient-articles/a/introduction-to-partial-derivatives>
- Obando, L, Gutierrez, M, Márquez, M & Muñoz, S. (2025). *Implementación de un sistema automatizado para la gestión y cálculo de pago de redactores freelances en una empresa de medios y creación de contenido web*. Politécnico Grancolombiano.
- Python package Index. *Welcome to Streamlit*. <https://pypi.org/project/streamlit/>