



**PROGRAMA FRANCISCO EDUARDO MOURÃO SABOYA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**

**Dissertação de Mestrado**

**TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE  
DE SENsoRES PIEZOELÉTRICOS**

**WASHINGTON BATISTA DE LIMA**

**DEZEMBRO DE 2013**

WASHINGTON BATISTA DE LIMA

TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE DE SENSORES  
PIEZOELÉTRICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa Francisco Eduardo Mourão Saboya  
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da  
UFF como parte dos requisitos para a obtenção  
do título de Mestre em Ciências em Engenharia  
Mecânica

Orientadores: Prof. Antonio Lopes Gama, D.Sc. (PGMEC/UFF)  
Prof. José Andrés Santisteban Larrea, D.Sc.  
(PGMEC/UFF)

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
NITERÓI, 18 DE DEZEMBRO DE 2013

**Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Engenharia e Instituto de Computação da UFF**

L732 Lima, Washington Batista de  
Transdutores de deformação à base de sensores piezoelétricos /  
Washington Batista de Lima. – Niterói, RJ : [s.n.], 2013.  
118 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade  
Federal Fluminense, 2013.

Orientadores: Antonio Lopes Gama, José Andrés Santisteban  
Larrea.

1. Engenharia mecânica. 2. Sensor piezoelétrico. 3. Transdutor de  
deformação. I. Título.

CDD 620.1

# **TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE DE SENSORES PIEZOELÉTRICOS**

Esta Dissertação é parte dos pré-requisitos para a obtenção do título de

## **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Área de concentração: Mecânica dos sólidos

Aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora formada pelos professores:

---

Prof. Antonio Lopes Gama (D.Sc.)  
Universidade Federal Fluminense  
(Orientador)

---

Prof. José Andrés Santisteban Larrea (D.Sc.)  
Universidade Federal Fluminense  
(Orientador)

---

Prof. Luiz Carlos da Silva Nunes (D.Sc.)  
Universidade Federal Fluminense

---

Prof. Silvio Romero de Barros (D.Sc.)  
CEFET - RJ

*Dedico este trabalho aos meus pais, Ozair Felix de Lima, Beatriz Pereira de Lima e a minha esposa Mayara Suély Cândido Ferreira de Lima por todo o amor e carinho me dado e por todo o esforço realizado para meu crescimento pessoal e educacional.*

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus por toda força, paciência, perseverança, fé e discernimento dados a mim durante a realização deste trabalho.

À minha avó, Beatriz Pereira de Lima e ao meu pai, Ozair Felix de Lima, por todo o amor, carinho e esforço durante esses anos.

A Mayara Suély Cândido Ferreira de Lima, minha esposa, pelo amor e companheirismo.

Agradeço ao professor Dr. Antonio Lopes Gama e ao Professor Dr. José Andrés Santisteban Larrea pela pronta orientação neste trabalho, pela paciência e ensinamentos.

A todos os Professores do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica pelo tempo dispensado.

Ao Centro de Projetos de Navios – Marinha do Brasil por possibilitar esta especialização acadêmica em especial ao comandante Leonardo Gallego Assa por todo apoio e ensinamentos.

Ao Professor Luiz Carlos da Silva Nunes e ao professor Silvio Romero de Barros pela participação na banca avaliadora e discussão do trabalho.

Agradeço aos meus amigos pelo apoio e ajuda e a todos que de forma direta ou indireta me ajudaram na realização desse trabalho.

Muito Obrigado.

“Se, a princípio, a ideia não é absurda, então não há esperança para ela.”

Albert Einstein

# Resumo

Os materiais piezoelétricos apresentam uma reciprocidade entre a energia elétrica e mecânica que lhes proporciona grande aplicabilidade como sensores e atuadores. A alta sensibilidade à deformação fazem desses materiais uma excelente opção para o seu uso em transdutores de alta precisão para a medição de deslocamentos dinâmicos na ordem de micrômetros ou até mesmo escalas sub-micrométricas. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é o estudo de novas configurações de transdutores de deformação baseados em sensores piezoelétricos, operando sob diferentes solicitações mecânicas (tração, compressão e cisalhamento). Para isto, foram realizadas algumas análises numéricas de sensores piezoelétricos e de transdutores a base de sensores piezoelétricos pelo método dos elementos finitos, com auxílio do programa comercial ANSYS. Protótipos de transdutores de deformação utilizando cerâmicas piezoelétricas de titanato zirconato de chumbo (PZT) foram construídos e testados, comprovando sua alta sensibilidade à deformação. Por fim, são apresentados alguns circuitos para o condicionamento dos sinais elétricos dos transdutores. Além disso, algumas condições relacionadas com a geometria do transdutor e do modo de funcionamento dos sensores piezoelétricos, são apresentadas. Desta forma, espera-se que esses resultados contribuam no desenvolvimento de novos transdutores de deformação a base de sensores piezoelétricos.

**Palavras-Chave:** Sensor piezoelétricas, Transdutor de deformação, PZT, Medição de deformação dinâmica

# Abstract

The piezoelectric materials have a well known relationship between electrical and mechanical energy which give them great applicability as sensors and actuators. The high sensitivity of these materials to strain makes them appropriated to design high precision transducers for measurement of dynamic displacements in the order of micrometers or even sub-micrometer scales. In this sense, the objective of this work is the study of new configurations of strain transducers based on piezoelectric sensors operating under different mechanical loads (traction, compression and shear). For this, some numerical analyzes of piezoelectric sensors and transducers based on piezoelectric sensors were performed by finite element method, using the commercial software ANSYS. Prototypes of strain transducers using piezoelectric ceramics of lead zirconate titanate (PZT) were built and tested, proving its high sensitivity to deformation. Finally, some circuits are presented for conditioning the electrical signals from the transducers. Moreover, some considerations related to the geometry of the transducer and to the mode of operation of piezoelectric sensors are presented. Thus, it is expected that these results will contribute in the development of new strain transducers based on the piezoelectric sensors

**Key-Words:** Piezoelectric sensor, Strain transducer, PZT, Measurement of dynamic strain

# SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| Lista de Figuras .....   | i  |
| Lista de Tabelas .....   | v  |
| Lista de Símbolos .....  | vi |
| <br>   |    |
| 1. INTRODUÇÃO .....  | 1  |
| 1.1. Objetivo Geral .....  | 3  |
| 1.2. Objetivos Específicos .....   | 4  |
| 1.3. Organização da dissertação .....  | 4  |
| 2. MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS .....  | 5  |
| 2.1. Equações Constitutivas.....   | 7  |
| 2.1.1. Equações Constitutivas Piezoelétricas .....   | 7  |
| 2.2. Sensores Piezoelétricos .....   | 12 |
| 3. TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE DE SENSORES<br>PIEZOELÉTRICOS.....                              | 14 |
| 3.1. Introdução aos transdutores de deformação .....   | 14 |
| 3.2. Projetos de Transdutores Piezoelétricos.....  | 15 |
| 3.3. Equações para Sensores Piezoelétricos .....   | 19 |
| 4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DA CERÂMICA PIEZOELÉTRICA UTILIZANDO<br>MEF .....                            | 28 |
| 4.1. Introdução ao MEF para simulação de materiais piezoelétricos .....                              | 28 |
| 4.1.1. Análise Estática .....  | 31 |
| 4.2. Simulação do sensor PZT x Equação Analítica .....   | 32 |
| 4.2.1. Sensor operando no modo extensional .....   | 32 |
| 4.2.2. Sensor operando no modo de compressão .....   | 35 |
| 4.2.3. Sensor operando no modo de cisalhamento .....   | 36 |
| 4.3. Avaliação da cerâmica piezoelétrica operando de forma semelhante a um <i>strain gauge</i> ..... | 38 |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>5. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS UTILIZANDO MEF DOS TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO .....</b>                    | <b>42</b> |
| 5.1. Simulações Numéricas de Transdutores de Deformação .....   | 42        |
| 5.1.1. Modelo analítico aproximado para o modo de compressão .....                                    | 43        |
| 5.1.2. Modelo analítico para o modo extensional.....  | 48        |
| 5.1.3. Modelos preliminares .....   | 50        |
| 5.2. Modelo I .....   | 52        |
| 5.3. Modelo II .....  | 57        |
| 5.4. Modelo III.....  | 61        |
| 5.5. Modelo IV .....  | 64        |
| 5.6. Modelo V .....   | 68        |
| 5.7. Modelo VI .....  | 71        |
| 5.8. Modelo VII.....  | 75        |
| <b>6. CIRCUITO ELÉTRICO CONDICIONADOR DE SINAL .....</b>  | <b>78</b> |
| 6.1. Amplificação Direta .....  | 78        |
| 6.2. Amplificação Indireta.....   | 80        |
| 6.3. Circuito elétrico condicionador de sinal utilizado nos ensaios experimentais .....               | 82        |
| <b>7. PROTÓTIPOS DE TRANSDUTORES E RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>                                 | <b>84</b> |
| 7.1. Desenvolvimento dos protótipos .....   | 84        |
| 7.2. Verificação experimental do sensor PZT operando de forma semelhante ao <i>strain gauge</i> ..... | 85        |
| 7.3. Ensaios experimentais com o Protótipo I.....   | 88        |
| 7.4. Ensaios experimentais com o Protótipo II.....  | 91        |
| 7.5. Protótipo III .....  | 94        |
| 7.6. Análise dos resultados experimentais.....  | 95        |
| <b>8. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....</b>  | <b>96</b> |
| <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>   | <b>98</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Conversão de energia no efeito piezoelétrico direto e inverso .....  | 1  |
| Figura 2 - Configuração das direções do PZT e eixo de orientação do material piezoelétrico ..   | 7  |
| Figura 3 - Piezocerâmica polarizada: (a) campo elétrico aplicado em sentido oposto ao da polarização; (b) campo elétrico aplicado no mesmo sentido da polarização; e (c) aplicado perpendicular à direção da polarização (Nader, 2002). ..... | 10 |
| Figura 4 - Sensibilidade em função da frequência de um sensor sem condicionamento (Gama, 2005).....   | 16 |
| Figura 5 - Variação da sensibilidade à deformação em função da frequência (Lannes, 2009)  | 17 |
| Figura 6 - Variação da Sensibilidade em Função da Frequência (ampliado).....  | 18 |
| Figura 7 - Sensor piezoelétrico operando em modo: a) extensional ( $d_{31}$ ), b) de compressão ( $d_{33}$ ) e c) de cisalhamento ( $d_{15}$ ) .....  | 19 |
| Figura 8 - Modelo do sensor APC 851utilizado no ANSYS.....  | 29 |
| Figura 9 - Modelo do transdutor no ANSYS.....   | 30 |
| Figura 10 - (a) cargas mecânicas e tensão elétrica em ambos os eletrodos. (b) o eletrodo superior aterrado e inferior removido .....  | 31 |
| Figura 11 - (a)Voltagem versus deformação para um deslocamento extensional do sensor, (b) e (c) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS .....   | 33 |
| Figura 12 –Voltagem x deformação para a solicitação extensional .....   | 34 |
| Figura 13 - (a) Voltagem versus deformação para um deslocamento longitudinal do sensor, (b) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS e (c) imagem do software APC Piezo calculator .....   | 35 |
| Figura 14 - (a) Voltagem versus deformação para uma solicitação cisalhante do sensor, (b) e (c) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS.....  | 37 |
| Figura 15 - Dimensões [mm] da viga e posicionamento do sensor utilizado na analise de MEF .....   | 38 |
| Figura 16 - Resultado da simulação do ANSYS (a) deslocamento, (b) deformação .....  | 39 |
| Figura 17 - (a) curva da voltagem versus deformação para a solicitação do sensor, (b) e (c) resultado da deformação e da voltagem no sensor obtido pelo ANSYS, respectivamente .  | 40 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 18 - (a) Protótipo inicial e (b) Simplificação para o estudo da relação deformação x força .....             | 43 |
| Figura 19 - Desenho do pórtico .....  | 48 |
| Figura 21 - Esquema do Modelo I.....  | 52 |
| Figura 22 - Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS .....   | 53 |
| Figura 23 - Visualização do resultado de tensões na direção z: (a) transdutor, (b) Sensor PZT..                     | 54 |
| Figura 24 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e pela equação (37) para um deslocamento de 8 $\mu\text{m}$ ..... | 55 |
| Figura 25 - Modo de vibração do Modelo I .....  | 56 |
| Figura 26 - Esquema simplificado do Clip-gage, (a) sujeição na peça, (b) Esquema do Modelo II.....                  | 57 |
| Figura 27- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS pra o Modelo II .....                                    | 58 |
| Figura 28 - Visualização do resultado de tensões na direção z: (a) transdutor, (b) Sensor PZT ..                    | 58 |
| Figura 29 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. 37 para um deslocamento de 50 $\mu\text{m}$ .....         | 59 |
| Figura 30 - Modo de vibração do Modelo II .....   | 60 |
| Figura 31 - Esquema do Modelo III .....   | 61 |
| Figura 32 - Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS pra o Modelo III.....                                   | 61 |
| Figura 33 - Visualização do resultado de tensão do Modelo III: (a) transdutor, (b) Sensor PZT ..                    | 62 |
| Figura 34 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS um deslocamento de 8 $\mu\text{m}$ .....                          | 63 |
| Figura 35 – Esquema do Modelo IV .....  | 64 |
| Figura 36- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo IV.....                                    | 65 |
| Figura 37 - Visualização do resultado de deformação na direção y: (a) transdutor, (b) Sensor PZT ..                 | 65 |
| Figura 38 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. (25) para um deslocamento de 15 $\mu\text{m}$ .....       | 66 |
| Figura 39 - Modo de vibração do Modelo IV.....  | 67 |
| Figura 40 – Esquema do Modelo V.....  | 68 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 41- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo V .....                                | 68 |
| Figura 42 - Visualização do resultado de deformação na direção x: (a) transdutor, (b) Sensor PZT .....          | 69 |
| Figura 43 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. (25) para um deslocamento de 11,5 $\mu\text{m}$ ..... | 70 |
| Figura 44 – Esquema do Modelo VI .....  | 71 |
| Figura 45- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo V .....                                | 72 |
| Figura 46 - Visualização do resultado da tensão na direção z: (a) transdutor, (b) Sensor PZT                    | 72 |
| Figura 47- Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. 37 para um deslocamento de 0,1 $\mu\text{m}$ .....     | 73 |
| Figura 48 - Modo de vibração do Modelo VI.....  | 74 |
| Figura 49 – Esquema do Modelo VII .....   | 75 |
| Figura 50- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo VII .....                              | 76 |
| Figura 51 - Visualização do resultado da tensão de cisalhamento direção xz (a) transdutor, (b) Sensor PZT ..... | 76 |
| Figura 52- Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS para um deslocamento de 15 $\mu\text{m}$ .....                 | 77 |
| Figura 53 - Modelo elétrico simplificado de um sensor piezoelétrico .....                                       | 78 |
| Figura 54 - Amplificador passa baixa de primeira ordem .....  | 79 |
| Figura 55 - Amplificador experimental com baixa frequência de corte (Paulo, 2012) .....                         | 79 |
| Figura 56 - Amplificador passa banda e sua resposta de frequência.....  | 80 |
| Figura 57 - Sensor piezoelétrico conectado a um MOSFET de depleção .....  | 81 |
| Figura 58 - Sensor piezoelétrico conectado a um MOSFET de depleção .....  | 81 |
| Figura 59 - Detecção do deslocamento usando Rds com uma fonte de corrente constante ....                        | 82 |
| Figura 60 - Mosfet (esquerda) e fonte de corrente constante (à direita).....                                    | 82 |
| Figura 61 - Esquema utilizado para verificação da sensibilidade do PZT e do extensômetro .                      | 85 |
| Figura 62 – Fotografia do experimento I.....  | 86 |
| Figura 63– Comparativo de resposta da cerâmica e do extensômetro .....  | 86 |
| Figura 64– Ensaio de impacto .....  | 87 |
| Figura 65– Ensaio de impacto (final do intervalo de medição).....   | 88 |
| Figura 66 – Protótipo I .....   | 89 |
| Figura 67 - Configuração de montagem com o protótipo I.....   | 90 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 68 – Comparação Protótipo I x ERE.....   | 90 |
| Figura 69 - Ensaio de impacto com o protótipo e o extensômetro instalados na viga ..... | 91 |
| Figura 70- Configuração do Protótipo II .....   | 91 |
| Figura 71 - Configuração de montagem com o protótipo II.....                            | 92 |
| Figura 72 – Medição de deformação realizada pelo protótipo II e pelo E.R.E .....        | 93 |
| Figura 73 – Comparação entre a deformação medida pelo protótipo II e medida pelo E.R.E. | 93 |
| Figura 74 - Configuração do Protótipo III.....  | 94 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 - Propriedades da cerâmica piezoelétrica APC 851.....  | 32 |
| Tabela 2 - Frequências naturais do Modelo I .....   | 56 |
| Tabela 3 - Frequências naturais do Modelo II.....   | 60 |
| Tabela 4 - Frequências naturais do Modelo III .....   | 63 |
| Tabela 5 - Frequências naturais do Modelo IV .....  | 67 |
| Tabela 6 - Frequências naturais do Modelo V .....   | 70 |
| Tabela 7 - Frequências naturais do Modelo VI .....  | 74 |
| Tabela 8 - Frequências naturais do Modelo VII .....   | 77 |
| Tabela 9 - Frequências de corte para os circuitos com capacitor $C = 100\text{pF}$ e $R$ mudando de 1<br>a 500GOhm..... | 83 |
| Tabela 10 - Frequências de corte para os circuitos com resistor $R = 500 \text{ GOhm}$ .....                            | 83 |

## LISTA DE SIMBOLOS

| Símbolo         | Significado  | Unidades SI                |
|-----------------|--|----------------------------|
| P               | polarização  |                            |
| Di              | componente do deslocamento elétrico  | [C.m-2]                    |
| $\epsilon_{ij}$ | componente da constante dielétrica   | [F.m-1]                    |
| Ei              | componente do campo elétrico   | [V.m-1]                    |
| {T}             | vetor tensão mecânica  | [N.m-2]                    |
| [C]             | matriz de rigidez elástica   | [N.m-2]                    |
| {S}             | vetor deformação mecânica  |                            |
| [e]             | matriz de constantes piezelétricas<br>tensão mecânica/campo elétrico       | [C.m-2]                    |
| E(sobrescrito)  | a campo elétrico constante   | [V/m]                      |
| S(sobrescrito)  | a deformação mecânica constante  |                            |
| {E}             | vetor campo elétrico   | [V.m-1]                    |
| {D}             | vetor deslocamento elétrico  | [C.m-2]                    |
| [ $\epsilon$ ]  | matriz das constantes dielétricas  | [F.m-1]                    |
| T(sobrescrito)  | a tensão mecânica constante  |                            |
| [h]             | matriz de constantes piezelétricas<br>campo elétrico / deformação mecânica | [N.C -1] ou<br>[V. m -1]   |
| [ $\beta$ ]     | matriz da impermeabilidade elétrica  | [m. F-1]                   |
| [d]             | matriz de constantes piezelétricas<br>deformação mecânica / campo elétrico | [C.N-1] ou<br>[m.V-1]      |
| [g]             | matriz de constantes piezelétricas<br>campo elétrico / tensão mecânica     | [m2. C] ou<br>[V.m.N-1]    |
| $\mu\epsilon$   | <i>microstrain</i>   | [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] |
| [s]             | matriz de flexibilidade elástica   | [m2.N-1]                   |
| V               | tensão elétrica  | [V]                        |
| q               | carga elétrica   | [C]                        |
| Cp              | capacitância   | [F]                        |
| l               | comprimento  | [m]                        |
| b               | largura  | [m]                        |
| t               | espessura  | [m]                        |
| A               | área   | [m <sup>2</sup> ]          |
| G               | módulo de cisalhamento   | [GPa]                      |
| f <sub>C</sub>  | Fator de forma   |                            |
| V <sub>c</sub>  | esforço cortante   | [N]                        |
| E               | módulo de young  | [N.m-2]                    |

---

|                |   |                       |
|----------------|---|-----------------------|
| K <sub>p</sub> | fator de correção devido ao efeito de Poisson |                       |
| F              | força   | [N]                   |
| v              | coeficiente de Poisson                        |                       |
| ρ              | densidade                                     | [Kg.m <sup>-3</sup> ] |
| U              | Energia de deformação                         |                       |
| I              | Momento de inércia                            | [Kg.m <sup>2</sup> ]  |
| δ              | deslocamento                                  | [m]                   |
| h              | altura  | [m]                   |

---

## 1. INTRODUÇÃO

O fenômeno de piezoelectricidade tem sido reconhecido como uma propriedade útil de alguns materiais, que possibilita medições de deslocamentos muito pequenos mesmo nas escalas sub-micrométricas (0,1 a 1  $\mu\text{m}$ ). Estes materiais tornam-se eletricamente carregados quando submetidos a esforços mecânicos. Tais materiais exibem também o efeito inverso, isto é, a ocorrência de uma deformação mecânica, quando submetido a um campo elétrico (Waanders, 1991). A Figura 1 apresenta uma representação esquemática do efeito piezelétrico direto e inverso.

Apesar de muitas pesquisas terem sido feitas sobre o uso de elementos piezoelétricos colados na superfície de elementos estruturais para medição de deformações dinâmicas (Sirohi e Chopra, 2000, Belova et al. 1988, Jenq e Chang, 1995, Luo e Hanagud, 1999), pouca atenção tem sido dada ao emprego destes materiais em transdutores de deformação.

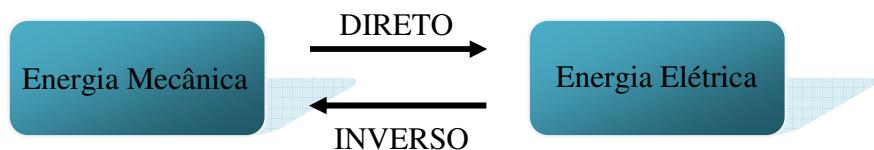


Figura 1 - Conversão de energia no efeito piezelétrico direto e inverso

Neste trabalho, apresenta-se um estudo numérico e experimental sobre transdutores de deformação a base de cerâmicas piezoelétricas. Os materiais piezoelétricos apresentam características interessantes para o desenvolvimento de transdutores, como alta sensibilidade à

deformação e a possibilidade de operar sob diferentes formas de solicitações mecânicas, como tração, compressão, cisalhamento e flexão. Além disto, sensores piezoelétricos podem ser instalados na superfície ou serem embutidos no corpo do transdutor, possibilitando inúmeras formas de construção de transdutores, com características específicas para diferentes aplicações.

Segundo Forward (1980), transdutores de deformação a partir de cerâmicas piezoelétricas demonstraram sensibilidade para deformações inferiores a  $10^{-11}$  m/m (10 *picostrain*). Apesar dos transdutores piezoelétricos serem adequados somente para medição de grandezas dinâmicas, a medição de deformações com frequências muito abaixo de 1 Hz são possíveis com a utilização de condicionadores de sinais apropriados.

Lannes (2009) utilizou cerâmicas piezoelétricas em transdutores de medição de deformação dinâmicas em tubos. Devido aos excelentes resultados obtidos por este autor, pretende-se, neste trabalho, dar continuidade ao desenvolvimento de transdutores de deformação a base de sensores piezoelétricos de Titanato Zirconato de Chumbo (PZT). Os PZTs apresentam inúmeras vantagens como alta sensibilidade, precisão e eficácia, tendo alto acoplamento às estruturas. Entretanto, um dos problemas desse material é sua grande fragilidade, que pode ser amenizado quando a cerâmica é inserida na estrutura, evitando assim eventuais danos à cerâmica piezoelétrica.

Utilizando métodos analíticos clássicos, e a partir da solução de equações diferenciais, é possível calcular a resposta dos deslocamentos, tensões e deformações em todos os pontos de uma estrutura em função dos esforços e deslocamentos a ela aplicados. Porém, essas soluções são válidas apenas para geometrias pouco complexas, com condições de contorno e carregamento simples. O projeto de transdutores piezoelectricos envolve modelagens matemáticas e verificações experimentais, que são necessárias para validá-los. Devido à complexidade de formulações matemáticas para geometrias complicadas e a necessidade da reprodução fiel das condições de contorno, decidiu-se trabalhar com modelos em elementos finitos utilizando o programa comercial ANSYS.

Com o conhecimento de todas as propriedades das piezocerâmicas e dos outros materiais que fazem parte de um transdutor piezoelectrico, pode-se, através do método de elementos finitos, projetar transdutores com o comportamento desejado antes de fabricar os protótipos (Silva et al., 1998).

Neste trabalho, as análises numéricas foram realizadas com o *software* de elementos finitos ANSYS e, em seguida, comparados com resultados analíticos obtidos para alguns casos mais simples. A contribuição principal do trabalho é o estudo e desenvolvimento de transdutores piezoelétricos para a medição de deslocamentos e deformações dinâmicas. Esses transdutores podem ser fabricados para uma variedade de aplicações, que vão desde ensaios cíclicos de materiais até medições de deformações em máquinas e estruturas. Como material do sensor piezoelétrico, utilizou-se uma cerâmica piezoelétrica APC-851 (produzida pela APC *Internacional Ltda*) com formato de paralelepípedo, da classe de simetria hexagonal da família de 6 mm. A cerâmica APC 851 foi escolhida por ter sido desenvolvida para transdutores de alto desempenho com aplicações em inspeções precisas de produtos automotivos, estruturais ou aeroespaciais. A alta constante dielétrica, alto acoplamento, alta sensibilidade de carga, alta densidade com uma estrutura de grão fino, um ponto de Curie alto, e uma resposta de frequência livre de ruído são característicos que levou a escolha desta cerâmica piezoelétrica no desenvolvimento do transdutor proposto neste trabalho.

Foram utilizadas fatias de cerâmica piezoelétrica, polarizadas no sentido da espessura, com eletrodos depositados sobre as suas superfícies superior e inferior. Diferentes formatos de transdutores foram simulados, onde o sensor piezoelétrico pode operar em um modo extensional, em compressão ou cisalhamento. Alguns amplificadores de sinais apropriados para esses transdutores são descritos. Finalmente, os modelos de transdutores que apresentaram melhor desempenho tiveram seus protótipos construídos para análises experimentais.

## **1.1. Objetivo Geral**

Desenvolver novas configurações de transdutores de deformação a base de sensores piezoelétricos e investigar o seu desempenho quando operando em modo de compressão, modo extensional e de cisalhamento.

## 1.2. Objetivos Específicos

- Analisar o comportamento eletromecânico da cerâmica piezoelétrica, comparando a resposta fornecida por elementos finitos com as respostas das equações analíticas;
- Simulações eletromecânicas do transdutor com sensores piezoelétricos acoplados, empregando o Método dos Elementos Finitos (MEF);
- Construção e ensaios experimentais dos protótipos de deformação;
- Avaliar as características dos transdutores ensaiados

## 1.3. Organização da dissertação

Este trabalho é dividido em 8 partes, tendo início com a presente introdução. O Capítulo 2 apresenta conceitos teóricos básicos sobre materiais piezoelétricos que serão utilizados no decorrer da dissertação. No Capítulo 3 a formulação de equações para sensores piezoelétricos, bem como a descrição em detalhe matemático das teorias sobre modos de operação da cerâmica piezoelétrica utilizada é apresentada para facilitar o entendimento deste trabalho e seus objetivos. No Capítulo 4 é mostrada a modelagem da cerâmica piezoelétrica por elementos finitos (EF) e sua validação. No Capítulo 5 são estudadas configurações de transdutores com diferentes geometrias e solicitações da cerâmica piezoelétrica com polarização em modo de extensão, compressão e cisalhamento. No Capítulo 6 tem-se uma abordagem sobre circuitos condicionadores de sinal para materiais piezoelétricos. O Capítulo 7 mostra os protótipos construídos, bem como os ensaios experimentais e suas discussões. Por fim, o Capítulo 8 apresenta as conclusões gerais do trabalho e suas perspectivas futuras.

## 2. MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS

Uma grande variedade de materiais exibe o fenômeno da piezoelectricidade, tais como os cristais de quartzo naturais, cerâmicas policristalinas, polímeros semicristalinos e mais recentemente os materiais compósitos. Ao serem deformados os materiais piezoelétricos geram cargas elétricas. Este fenômeno é conhecido como efeito piezoelétrico direto e é com base nesta propriedade que a medição de deformações através de sensores piezoelétricos é realizada.

Embora as primeiras aplicações de materiais piezoelétricos tenham sido realizadas utilizando cristais, particularmente o quartzo, o crescimento no número de aplicações ocorreu a partir do descobrimento dos piezoelétricos cerâmicos baseados em titanato zirconato de chumbo (PZT) nos anos 50. Desde então, as piezocerâmica são utilizadas em inúmeras aplicações. Porém, estes materiais apresentam algumas desvantagens frente aos cristais, destacando-se a baixa temperatura de Curie e baixa estabilidade térmica, ou seja, suas propriedades piezoelétricas são alteradas em função da temperatura.

A obtenção de cristais piezoelétricos de alta qualidade requer processos ou muito demorados, ou processos de crescimento muito caros, pois por serem anisotrópicos, os cristais requerem cortes em orientações específicas para que se possa utilizá-los de forma adequada (Eiras, 2004).

Materiais cerâmicos (policristalinos), por sua vez, apresentam um processo de obtenção mais barato e também a possibilidade de serem preparados em uma grande variedade de composições, o que permite controlar ou alterar suas propriedades físicas, e

serem produzidos numa maior variedade de geometrias. Os materiais cerâmicos pertencem à classe dos materiais ferroelétricos e quando recém-produzidos, são isotrópicos, não apresentando uma orientação macroscópica da polarização espontânea. Por isso, para que seja possível utilizá-los como elementos piezoelétricos, precisam ser polarizados sob a aplicação de altos campos elétricos. Assim, durante o processo de polarização, é possível escolher a direção da polarização macroscópica. O estado polarizado é, por isso, metaestável e pode variar com o tempo, com o aumento da temperatura ou sob a aplicação de altos campos elétricos (da ordem do campo de polarização), com sentidos diferentes ao do campo de polarização.

O descobrimento da piezoelectricidade em polímeros se deve a Kawai (1969), que observou que o fluoreto de polivinilideno (PVDF) tracionado e polarizado em altos campos elétricos apresenta coeficientes piezoelétricos superiores aos do quartzo.

Segundo Eiras (2004), polímeros como o PVDF oferecem várias vantagens, tais como, baixa densidade, baixa constante dielétrica e flexibilidade, podendo ser utilizados em diversas aplicações. Por outro lado, polímeros apresentam desvantagens, como por exemplo a dificuldade de serem polarizados e a baixa capacidade (o que dificulta a construção de circuitos de detecção).

Para selecionar um material piezoelétrico para aplicações tecnológicas procura-se, em geral, conhecer suas propriedades dielétricas, elásticas e piezoelétricas, que irão determinar sua eficiência como elemento piezoelétrico. Os parâmetros práticos mais importantes dos materiais piezoelétricos são: a orientação do corte (para cristais) ou da polarização (para cerâmicas), as constantes dielétricas, o fator de acoplamento eletromecânico, os coeficientes piezoelétricos, entre outros. Buscando intensificar algumas dessas propriedades, otimizando a performance do material piezoelétrico numa determinada aplicação, tem-se buscado ainda preparar materiais piezoelétricos na forma de filmes finos ou na forma de compósitos.

Piezocerâmicas, como os tipos de titanato zirconato de chumbo (PZT-4, PZT-5, PZT-7, e PZT-8) possuem suas propriedades dielétricas, piezoelétricas e mecânicas geralmente fornecidas pelos fabricantes, com pequenas variações de um fabricante para outro (em torno de 5%), (Nader, 2002).

## 2.1. Equações Constitutivas

O fenômeno da piezoelectricidade ocorre devido à separação espontânea de carga dentro de certas estruturas cristalinas sob determinadas condições. Este fenômeno, chamado de polarização espontânea, é causado pelo deslocamento de uma nuvem de elétrons com relação aos centros atômicos individuais, ou seja, um deslocamento dos íons positivos em relação aos íons negativos dentro das células do cristal. Tal situação produz um dipolo elétrico.

Em um material piezoelétrico, as direções principais usadas para orientação são identificadas usando-se um sistema de eixos ortogonais, mostrado na Figura 2. O eixo de polarização, ou eixo 3 é aquele paralelo à direção de polarização do material. O vetor de polarização ( $P$ ) é estabelecido durante a fabricação da peça e também é representado na Figura 2.

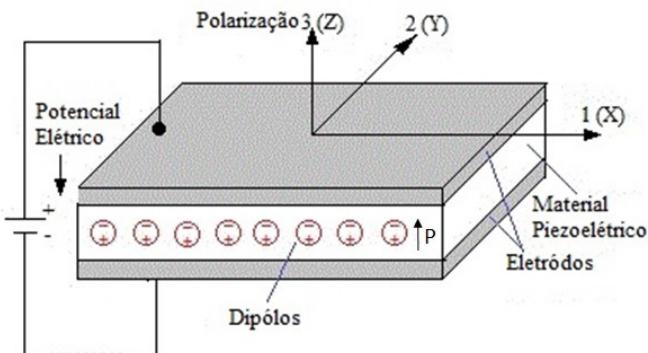


Figura 2 - Configuração das direções do PZT e eixo de orientação do material piezoelétrico

### 2.1.1. Equações Constitutivas Piezoelétricas

Segundo Nader (2002), a piezelectricidade pode ser definida como a polarização elétrica produzida por uma deformação mecânica em certos tipos de cristais. Um material piezoelétrico, quando submetido a um campo elétrico, sofre alteração em suas dimensões. O inverso também é válido, ou seja, quando um material piezoelétrico sofre uma deformação, um campo elétrico é gerado. Por esse motivo a lei de Hooke não descreve completamente o comportamento eletromecânico de um material piezoelétrico, pois este também está sujeito a um campo elétrico, tal que:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \quad \text{ou} \quad \{D\} = [\epsilon] \{E\} \quad (1)$$

$$\nabla \bullet D = 0, \quad (2)$$

Onde  $D_i$  é o vetor deslocamento elétrico,  $\epsilon_{ij}$  são as componentes da constante dielétrico e  $E_i$  é o vetor campo elétrico.

Os materiais ferrelétricos são piezoelétricos. O fenômeno da ferreletricidade é similar ao fenômeno do ferromagnetismo. Essa similaridade é principalmente fenomenológica, pois os materiais ferromagnéticos exibem magnetização espontânea e efeito de histerese na relação entre a magnetização e o campo magnético. Enquanto que, os materiais ferrelétricos apresentam polarização espontânea e efeito de histerese na relação entre o deslocamento dielétrico e o campo elétrico (Jona et al,1960 e Buchanan,1991).

O efeito piezelétrico aparece espontaneamente em cristais naturais que não apresentam centro de simetria, como o quartzo, a turmalina, a calcita, a pirita, entre outros (Jona et al,1960 e Buchanan,1991). Porém, nestes materiais o efeito piezelétrico é muito pequeno e as propriedades piezoelétricas são determinadas de acordo com as características cristalográficas. Por outro lado, cerâmicas ferrelétricas apresentam piezeletricidade após serem polarizadas. Assim, a piezoelectricidade pode ser induzida em materiais cerâmicos que apresentam ferreletricidade através do processo de polarização elétrica (Kino,1987). Alguns dos materiais cerâmicos ferrelétricos policristalinos são o titanato de bário ( $BaTiO_3$ ), o Titanato Zirconato de Chumbo (PZT) e o Niobato de Magnésio e Chumbo (PMN).

Uma característica essencial num material piezelétrico é a validação de relações lineares entre o campo elétrico aplicado e a tensão mecânica ou deformação mecânica produzida (Ikeda, 1996). Em piezoelectricidade linear as equações de elasticidade linear são acopladas a equação de carga eletrostática por meio das constantes piezoelétricos. No entanto, as variáveis elétricas não são puramente estáticas, mas apenas quase estático, por causa do acoplamento com as equações dinâmicas da mecânica (ANSI/IEEE Std, 1978). Pelo fato de um material piezelétrico apresentar propriedades elétricas e mecânicas, o ANSYS resolve os problemas piezoelétricos através das equações constitutivas para piezoeletricidade, e tais equações são representadas no ANSYS como mostrado a seguir:

$$\{T\} = [C^E]\{S\} - [e]\{E\} \quad (3)$$

$$\{D\} = [e]^T\{S\} + [\varepsilon^S]\{E\} \quad (4)$$

Onde  $[e]$  é a matriz de constantes piezoelétricas, e os sobrescritos “E” e “S” corresponde a campo elétrico constante e a deformação constante, respectivamente.

As componentes do vetor campo elétrico  $\{E\}$  e o deslocamento  $\{D\}$  são:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \{D\} = \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Segunda a ANSI/IEEE Std (1978) a deformação produzida por um campo elétrico em um material piezoelétrico vai sempre gerar tensões internas que são linearmente proporcionais ao campo elétrico. Todos os resultados são baseados em piezoelectricidade linear na qual os coeficientes elásticos, piezoelétricos, e dielétricos são tratados como constantes independentes da magnitude e frequência de aplicação das tensões mecânicas e campos elétricos. A mesma norma menciona que não é possível afirmar, de forma concisa, um conjunto específico de condições sob as quais se aplicam as definições e as equações constitutivas contidas nela. Em muitos casos de interesse prático a dissipação mecânica é a limitação mais importante sobre a validade de uma análise realizada por um material piezoelétrico ideal.

O material piezoelétrico utilizado neste trabalho é uma cerâmica PZT. De acordo com as normas do IEEE (*standards IEEE, 1996*) apud Nunes Jr e Rade (2007), a direção de polarização é direção  $z$ . A direção  $z$  é a direção de polarização que o software ANSYS, de elementos finitos, considera nos modelos tridimensionais. Por isso, de uma forma geral será assumida como direção da polarização a direção  $3$ .

Os materiais piezoelétricos são elasticamente e piezoelectricamente anisotrópicos na direção 3 e isotrópicos no plano 12 (Auld, 1990). Para os materiais das classes hexagonais com anisotropia na direção  $z$  são mostrados a seguir a matriz elástica  $[C]$ , a matriz dielétrica  $[\varepsilon]$  e a matriz de constantes piezoelétricas  $[e]$

As constantes de rigidez elástica [C] são:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$$

As componentes da matriz dielétrica ( $\epsilon_{ij}$ ) são:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (7)$$

E as constantes piezoelétricas ( $e_{ij}$ ) são:

$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Os materiais piezoelétricos quando se expandem na direção 3 devido a aplicação de um campo elétrico, apresentam compressão nas direções 1 e 2 e vice-versa, como ilustra a Figura 3. Por isso, os valores das constantes  $e_{31}$  possuem o sinal negativo (NADER, 2002).

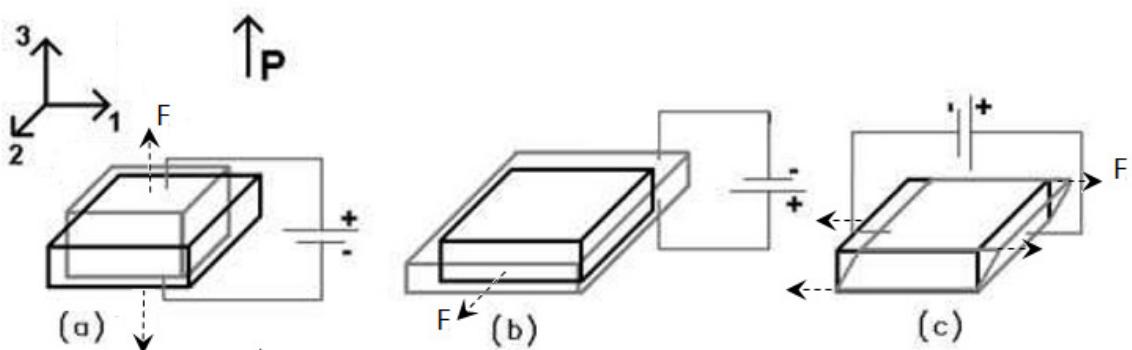


Figura 3 - Piezocerâmica polarizada: (a) campo elétrico aplicado em sentido oposto ao da polarização; (b) campo elétrico aplicado no mesmo sentido da polarização; e (c) aplicado perpendicular à direção da polarização (Nader, 2002).

Utilizando a notação matricial, para representar as equações (3) e (4), monta-se a seguinte matriz, que representa um material piezelétrico da classe de simetria 6 mm, como o PZT-APC851 que é o material piezoelétrico empregado nesse trabalho:

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \\ -E_x \\ -E_y \\ -E_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

As características de um transdutor piezelétrico dependem das constantes ilustradas na equação (9), para um material piezelétrico e do módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (v) e a densidade ( $\rho$ ) para um material sólido isotrópico.

As constantes dessas equações são as inseridas no *software* ANSYS. Além das constantes da equação constitutiva dada pela equação (9) é possível entrar com outras constantes no *software* ANSYS. Por isso, são introduzidas outras três equações constitutivas (ANSI/IEEE Std, 1978):

- a)  $\{T\} = [C^D]\{S\} - [h]\{D\},$   
 $\{E\} = [-h]^T\{S\} + [\beta^S]\{D\},$
  
  - b)  $\{S\} = [s^E]\{T\} + [d]\{E\},$   
 $\{D\} = [d]^T\{T\} + [\varepsilon^T]\{E\},$
  
  - c)  $\{S\} = [s^D]\{T\} + [g]\{D\},$   
 $\{E\} = [-g]^T\{T\} + [\beta^T]\{D\}.$
- (10)

As relações dos termos dessas equações com os das equações (3) e (4) são introduzidas no texto à medida que forem necessárias. No conjunto de equações (10) os novos

termos são as constantes piezoelétricas:  $[h]$ , campo elétrico/deformação;  $[d]$ , deformação/campo elétrico e  $[g]$ , campo elétrico/tensão mecânica;  $[\beta]$  é a impermeabilidade dielétrica (inversa da permissividade). Na equação (10) os sobrescritos designam:  $D$ , a deslocamento elétrico constante;  $E$ , a campo elétrico constante;  $T$ , a tensão mecânica constante;  $S$ , a deformação mecânica constante e  $[]^T$ , transposta da matriz (Nader, 2002).

Segundo a ANSI/IEEE Std (1978) as propriedades elásticas, piezoelétricas e dielétricas de um material piezoelétrico são caracterizadas pelo conhecimento das constantes fundamentais. O comportamento piezoelétrico linear depende desses coeficientes, quando esses coeficientes são contates as curvas experimentais são linhas retas e quando variáveis apresentam comportamentos não lineares.

## 2.2. Sensores Piezoelétricos

O sensor converte um estímulo em um sinal que pode ser medido. Bush-Vihniac (1998), comenta que sensores são (idealmente) dispositivos que monitoram parâmetros de um sistema sem que haja troca de energia entre o sensor e o sistema a ser medido. No entanto, para se realizar uma medida sobre um parâmetro de um sistema, é necessário interagir energeticamente com este sistema, adicionando ou retirando energia de alguma forma. Assim, um sensor é um transdutor que deve ser projetado de forma a ter uma grande impedância de entrada.

Em sua forma mais simples de operação, os sensores piezoelétricos quando fixados na superfície de um componente estrutural se comportam como sensores de deformação dinâmica. As principais vantagem destes sensores em relação aos sensores de deformação tradicionais é a sua alta sensibilidade à deformação, o suprimento de energia não é necessário (cristais piezoelétricos são auto-geradores) e podem operar a altas temperaturas. Sua excelente sensibilidade permite que deformações inferiores a  $0,1\mu\epsilon$  possam ser facilmente percebidas. Laskovski et al (2011) em seu trabalho com transdutores a base de cerâmicas piezoelétricas conseguiu respostas lineares para deformações na ordem de 10 *picostrain*. Entretanto, devido a sua natureza capacitiva, a resposta dos sensores piezoelétricos depende de como a deformação se comporta ao longo do tempo.

Além das vantagens mencionadas, os sensores cerâmicos piezoelétricos apresentam a possibilidade de serem preparados de uma grande variedade de composições, o que permite controlar ou alterar suas propriedades físicas, e a possibilidade de serem produzidos numa variedade de geometrias.

### **3. TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE DE SENsoRES PIEZOELÉTRICOS**

#### **3.1. Introdução aos transdutores de deformação**

Antes de fazer qualquer análise de deformação dinâmica, a mesma deve ser convertida em um sinal elétrico, esta tarefa é executada pelos transdutores. A complexidade dos aparelhos de medição e das técnicas de análise pode variar substancialmente, mas em todos os casos, sem um sinal rigoroso, os resultados da análise não serão confiáveis. Os principais aspectos essenciais para se obter um sinal que represente de forma adequada a deformação dinâmica, são: a seleção adequada do tipo de transdutor, a localização e a instalação adequada.

Entre as definições de transdutor encontradas na literatura, Busch-Vishniac (1998) apud Cardoso (2005) afirma que:

- Um transdutor é um dispositivo que transforma energia não elétrica em energia elétrica ou vice-versa;
- Um transdutor é um dispositivo que transforma energia de um tipo em outro, onde o domínio pode ser elétrico, mecânico, térmico, químico, etc..;
- Um transdutor é um dispositivo que transforma energia de um tipo em outro, mesmo se ambas as energias pertencem ao mesmo domínio.

As definições foram apresentadas em ordem de generalidade, pois a primeira definição não considera um termômetro como sendo um transdutor, sendo que a segunda não considera

um sensor de efeito Hall como sendo transdutor, pois as grandezas elétricas e magnéticas podem ser classificadas no domínio de energia elétrica. Fica claro que a primeira definição é bastante restritiva, enquanto a segunda definição é extremamente dependente da definição dos domínios de energia envolvidos. A terceira definição consiste tanto de termômetro quanto de um sensor de efeito Hall, englobando as duas primeiras definições. Desta forma, por sua generalidade, a terceira definição será utilizada neste trabalho.

Na montagem de transdutores piezoelétricos são utilizados materiais piezoelétricos e não-piezoelétricos, os quais, durante o processo de deformações dinâmicas do transdutor, produzem excitação elétrica.

A medição de deformações por sensores piezoelétricos, normalmente pode ser realizada através de dois procedimentos: medir a carga/corrente elétrica gerada pelo material piezoelétrico, ou medir a diferença de potencial elétrico entre os eletrodos do sensor piezoelétrico (Belova, 1988 e Fujimoto, 2003). Para o segundo caso de medição, a resposta elétrica em volts pode ser obtida simplesmente conectando-se um instrumento de medição com alta impedância de entrada, como um osciloscópio ou multímetro, aos eletrodos do sensor piezoelétrico. O sinal de um sensor piezoelétrico deve passar necessariamente por algum circuito eletrônico de condicionamento, que irá filtrar e amplificar o sinal de forma que este tenha uma relação sinal/ruído maior, facilitando a leitura, além de tornar a resposta do sensor linear em uma faixa de trabalho mais ampla (Lannes, 2009).

Os materiais piezoelétricos se caracterizam pela alta impedância na saída, demandando o uso de amplificadores operacionais especiais, como os amplificadores com transistores de efeito de campo (tecnologia FET®, DIFET®, BIFET®, entre outros), que são ideais para este tipo de fonte.

### **3.2. Projetos de Transdutores Piezoelétricos**

O projeto de transdutores piezoelétricos envolve modelagens matemáticas e verificações experimentais, que são necessárias para validá-los. As propriedades elétricas, piezoelétricas e mecânicas dos materiais devem ser conhecidas com precisão para que o modelo represente um transdutor físico.

Quando se trabalha com cerâmicas piezoelétricas é importante determinar as principais frequências de ressonâncias

Outro fator importante no projeto do transdutor é a resposta em frequência da piezocerâmica. A Função de Resposta em Frequência (FRF) relaciona a saída (resposta) do sistema por cada unidade de entrada (excitação) aplicada como função da frequência de excitação.

No seu modo mais simples, sensores piezoelétricos fixados à superfície de uma estrutura se comportam como um medidor de deformação dinâmica, tendo como principal vantagem uma elevada sensibilidade, o que permite detecção de níveis mais baixos de deformação.

Na Figura 4 é apresentada a resposta de um sensor piezoelétrico sem condicionamento em relação à resposta em frequência de um extensômetro de resistência elétrica segundo Gama (2005).

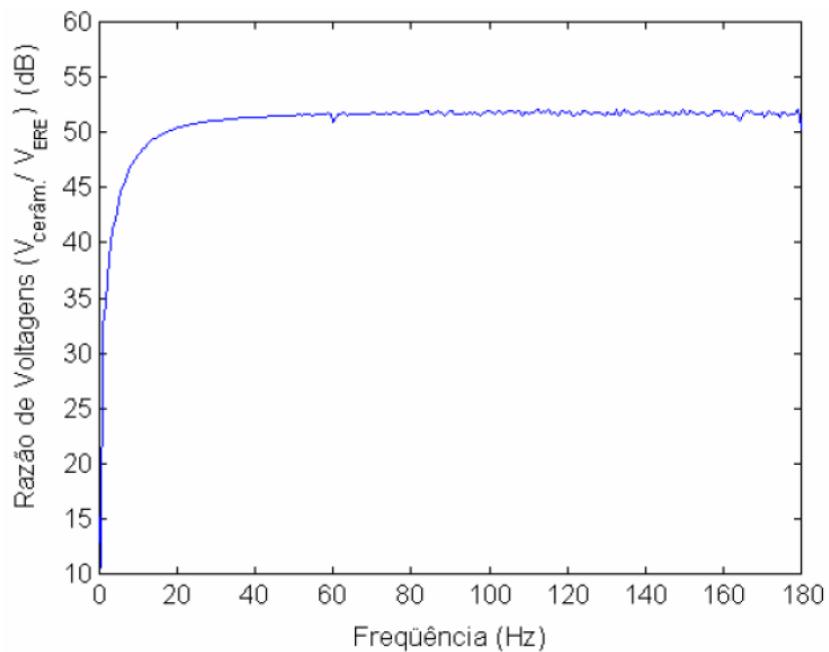


Figura 4 - Sensibilidade em função da frequência de um sensor sem condicionamento (Gama, 2005)

Pode-se perceber na Figura 4 uma frequência de corte em torno de 5 Hz, esta frequência é inadequada para as aplicações de monitoramento de vibrações de uma forma geral, pois grande parte das vibrações ocorrem em baixas freqüências. Sendo assim, são adotados circuitos de condicionamento de sinais, que reduzem a freqüência de corte e

aumentam o ganho do sinal (Lannes, 2009). Este tipo de circuito será tratado de maneira mais detalhada no Capítulo 5.

Lannes (2009) estudou a variação da sensibilidade em função da frequência, fazendo uma varredura na faixa de 0 – 100 Hz para uma cerâmica piezoelétrica. Essa análise pode ser observada no gráfico semi-logarítmico da Figura 5 que mostra a sensibilidade em função da frequência.

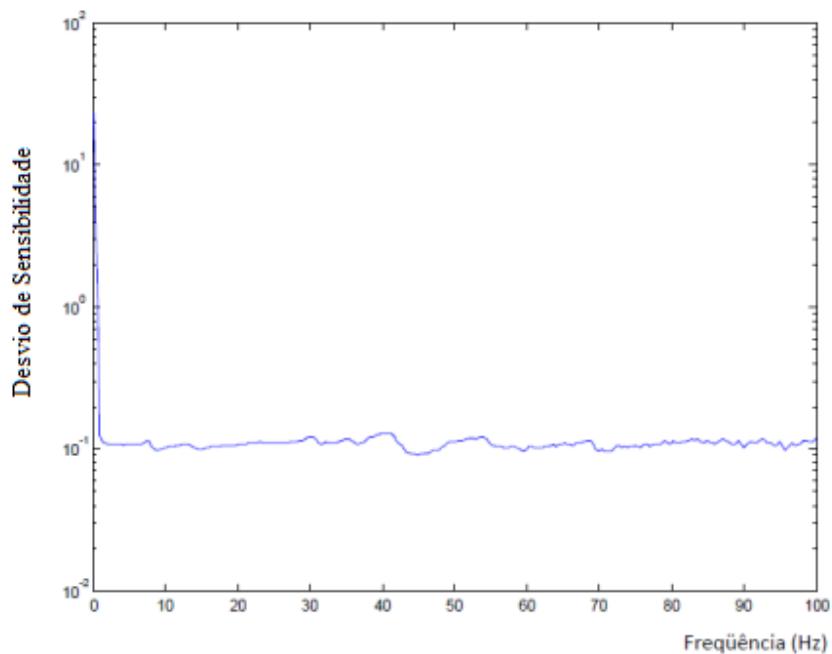


Figura 5 - Variação da sensibilidade à deformação em função da frequência (Lannes, 2009)

A Figura 6 mostra a amplificação do gráfico da Figura 5, na faixa de 0 – 8 Hz, onde pode-se observar que o sensor piezoelétrico, quando excitado em baixas frequências, apresenta um grande desvio de sensibilidade devido à sua natureza capacitiva, ou seja, a sensibilidade fica prejudicada em frequências menores que 1 Hz (Lannes, 2009).

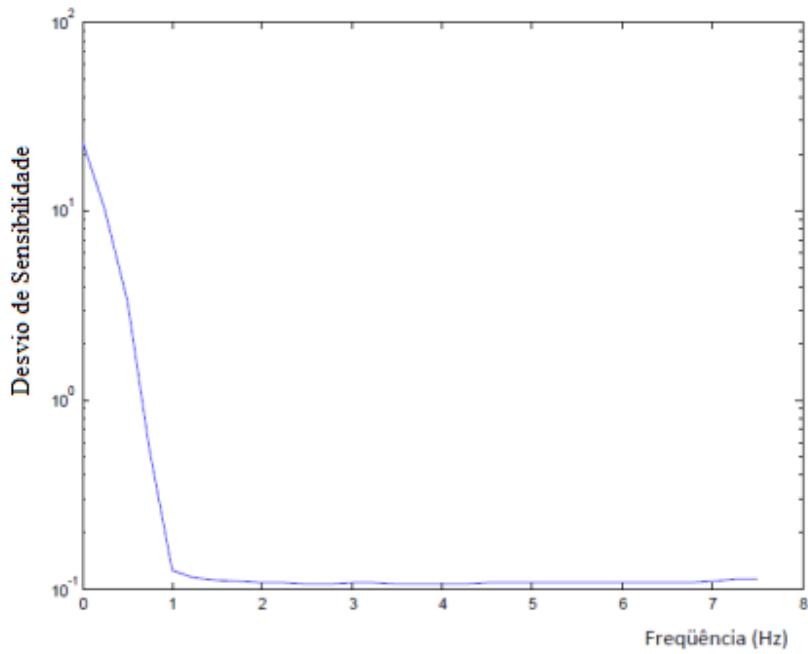


Figura 6 - Variação da Sensibilidade em Função da Frequência (ampliado).

Com o conhecimento de todas as propriedades das piezocerâmica e dos outros materiais que fazem parte de um transdutor piezoelétrico, pode-se através de método de elementos finitos, projetar transdutores piezoelétricos com o comportamento desejado antes de fabricar os protótipos.

Neste trabalho, o desenvolvimento proposto dos transdutores emprega três modos de operações das cerâmicas piezoelétricas (Compressão, cisalhamento e extensional), além de avaliar a geometria e fixação da cerâmica piezoelétrica no transdutor. Os transdutores de deformação aqui analisados apresentam duas formas de fixação: *clip-gage* e colado no corpo-de-prova. Os do tipo *clip-gage* são aparelhos específicos para medir deslocamentos lineares de pequeno curso. Este tipo de transdutor normalmente é fixado ao corpo de prova por meio de molas, que pressionam as extremidades afiadas do dispositivo contra a superfície do corpo-de-prova, sendo muito utilizados em máquinas de ensaios mecânicos para medir a deformação específica de ensaios em tração, compressão e fadiga. A outra forma de fixação do transdutor é a colagem das bases de contato ao corpo-de-prova, como é feito com extensômetros de resistência elétrica, possibilitando a medição de pequenas deformações (inferiores a 1  $\mu\epsilon$ ).

### 3.3. Equações para Sensores Piezoelétricos

Nesta seção serão deduzidas relações entre a resposta elétrica de sensores piezoelétricos em função da deformação a partir das equações constitutivas dos materiais piezoelétricos apresentadas anteriormente. Estas equações serão utilizadas para comparação com os resultados obtidos pelo ANSYS. O sensor piezoelétrico pode operar de diferentes formas conforme é mostrado na Figura 7.

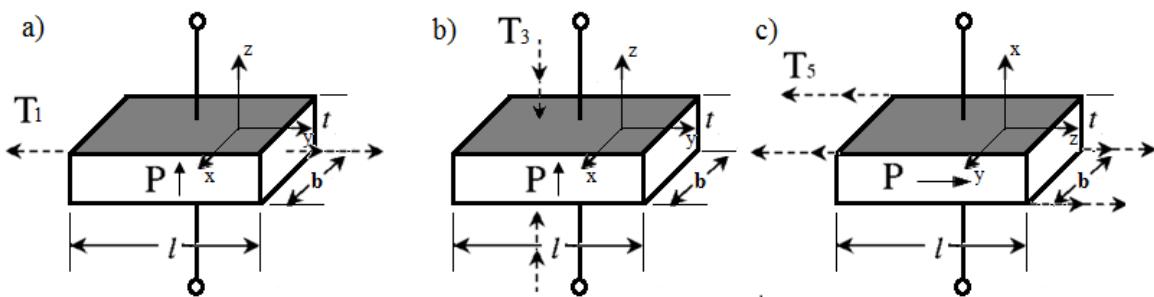


Figura 7 - Sensor piezoelétrico operando em modo: a) extensional ( $d_{31}$ ), b) de compressão ( $d_{33}$ ) e c) de cisalhamento ( $d_{15}$ )

As constantes piezoelétricas ( $d_{ij}$ ) representam a proporção entre a variação dimensional do material piezoelétrico e a diferença de potencial gerada em volts e vice versa. Na Figura 7(a) é mostrado o sensor piezelétrico operando no modo extensional, neste caso a constante piezoelétrica envolvida é a  $d_{31}$ . A tensão mecânica é aplicada na direção  $y$  (perpendicular à polarização) onde surge uma deformação no comprimento e um potencial elétrico é gerado. Em seguida, pode-se observar o sensor operando no modo de compressão (Figura 7(b)), tendo como constante piezoelétrica envolvida, a  $d_{33}$ , neste caso o sensor é submetido a uma tensão mecânica aplicada na direção  $z$  (paralela à polarização), surge uma deformação na espessura e um potencial elétrico de saída é gerado. Por fim, a Figura 7(c) mostra o sensor submetido a uma tensão mecânica cisalhante aplicada na direção de polarização, e a constante piezoelétrica envolvida, é a  $d_{15}$ , gerando um potencial elétrico de saída. Neste último caso pode ser observado que a direção da polarização é alterada, não estando mais na direção da espessura como nos dois casos anteriores. Além destes modos de operação, o sensor piezoelétrico também pode funcionar de forma semelhante ao “strain gauge”, colado na superfície de um material.

Para a cerâmica piezoelétrica utilizada (APC851), a constante  $d_{31}$  é aproximadamente 56% menor que a  $d_{33}$ , por sua vez, a  $d_{33}$  é aproximadamente 32% menor que a  $d_{15}$ . Isto significa que o transdutor que opera no modo de cisalhamento pode ser mais sensível do que os transdutores de modo extensional e de compressão. Em consequência, os transdutores de modo de cisalhamento usando cerâmicas piezoelétricas podem ser mais compactos, uma vez que será necessário menos material piezoelétrico para atingir a mesma sensibilidade.

### 3.3.1. Sensor piezoelétrico operando de forma semelhante ao “strain gauge”

Partindo da equação (10b), reescrita abaixo como equação (11) e (12), e de acordo com Sirohi e Chopra (2000) será deduzida a primeira equação que mostra a relação da deformação ( $S$ ) e o potencial elétrico ( $V$ ) gerado através dos eletrodos do sensor piezoelétrico quando o mesmo é colado na superfície de um material sujeito à deformações. Desta forma, o sensor piezoelétrico opera de forma semelhante a um extensômetro de resistência elétrica (strain gauge) na medição de deformações dinâmicas.

$$\{D\} = [d]\{T\} + [\varepsilon^T]\{E\}, \quad (11)$$

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d]\{E\}, \quad (12)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \{D\} \\ \{S\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [d^c] & [\varepsilon^T] \\ [s^E] & [d^d] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{T\} \\ \{E\} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Onde  $D$  é o vetor (3x1) de deslocamento elétrico [ $\text{Coulomb}/\text{m}^2$ ],  $S$  é o vetor (6x1) de deformação (adimensional),  $E$  é o vetor (3x1) campo elétrico aplicado [ $\text{Volt}/\text{m}$ ] e  $T$  é o vetor (6x1) de tensão [ $\text{N}/\text{m}^2$ ]. Os demais termos são a, matriz (3x3) de permissividade dielétrica  $\varepsilon^T$  [ $\text{Farad}/\text{m}$ ], matriz (3x6) coeficientes piezoelétricos [ $\text{Coulomb}/\text{N}$  ou  $\text{m}/\text{Volt}$ ]  $d^d$  e  $d^c$  matriz (6x3) e  $s^E$  a matriz (6x6) de acoplamento elástico [ $\text{m}^2/\text{N}$ ].

Os coeficientes piezoelétricos  $d^c$  [ $\text{m}/\text{Volt}$ ] definem a deformação por unidade de campo elétrico à tensão constante e  $d^d$  [ $\text{Coulomb}/\text{N}$ ] define o deslocamento elétrico por unidade de tensão sob um campo elétrico constante. Os elementos “d” e “c” sobrescritos são

utilizados para diferenciar os coeficientes utilizados no efeito piezoelétrico direto e inverso respectivamente. No entanto, T e E, quando sobrescritos indicam tensão constante e campo elétrico constante, respectivamente (Lannes, 2009).

Para um material piezoelétrico polarizado na direção da espessura, como mostra a Figura 2, a matriz  $d^c$ , pode ser expressa da forma:

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Onde os coeficientes  $d_{31}$ ,  $d_{32}$ , e  $d_{33}$ , relacionam as deformações nas direções 1, 2 e 3 (Figura 2) respectivamente ao campo polarizado. Segundo Lannes (2009), os coeficientes  $d_{15}$  e  $d_{24}$  relacionam a distorção no plano 1-3 devido ao campo  $E_1$  e a distorção no plano 2-3 devido ao campo  $E_2$  respectivamente.

A matriz de acoplamento elástico (matriz de flexibilidade) tem a forma:

$$s^E = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \quad (15)$$

e a matriz de permissividade:

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

O vetor tensão pode ser escrito como:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{bmatrix} \quad (17)$$

A equação (11) descreve o comportamento de um sensor piezoelétrico, enquanto a equação (12) a de um atuador, estas duas aplicações dos materiais piezoelétricos já foram discutidas no capítulo 2. Utilizando a equação (13) podemos expandir a equação do princípio de operação de um sensor piezoelétrico, considerando nulo o vetor campo elétrico E:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sendo o deslocamento elétrico (D) relacionado à carga gerada pelo sensor de acordo com a equação (Sirohi e Chopra, 2000):

$$q = \iint [D_1 \quad D_2 \quad D_3] \begin{bmatrix} dA_1 \\ dA_2 \\ dA_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Onde  $dA_1$ ,  $dA_2$  e  $dA_3$  são os componentes de área nos planos 2-3, 1-3 e 1-2 respectivamente. Podemos perceber com isso, que a carga ( $q$ ) depende apenas da componente de área  $dA$  normal ao deslocamento (D). Sirohi e Chopra, (2000) também relaciona a voltagem ( $V$ ) gerada entre os eletrodos do sensor com a carga ( $q$ ) e a capacidade ( $C_p$ ) conforme a expressão a seguir:

$$V = \frac{q}{C_p} \quad (20)$$

Sendo que uma placa piezoelétrica pode ser considerada um capacitor de placas, que tem a capacidade dada por:

$$C_p = \frac{\epsilon_{33}^{\sigma} l b}{t} \quad (21)$$

Onde  $l$ ,  $b$  e  $t$  são respectivamente o comprimento, a largura e a espessura da placa.

A relação entre a carga armazenada e a voltagem entre os eletrodos é dada pela equação (20). Considerando apenas o efeito da deformação ao longo da direção 1 e as equações (18), (19), (20) e (21), a voltagem gerada pelo sensor pode ser expressa como:

$$V = \frac{d_{31} E b}{C_p} \int_l S_1 dx \quad (22)$$

Considerando:

$$S_q = d_{31} E l b \quad (23)$$

Onde  $E$  é o módulo de *Young* do material piezoelétrico. Pode-se obter a equação final (equação (24)) que mostra a relação da deformação ( $S$ ) e o potencial elétrico ( $V$ ) gerado através dos eletrodos do sensor. O potencial elétrico gerado está relacionado com a capacidade ( $C_p$ ) e o parâmetro de sensibilidade ( $S_q$ ) do sensor. Os parâmetros  $C_p$  e  $S_q$  são determinados a partir das propriedades geométricas e constantes piezoelétricas do sensor:

$$S_1 = \frac{V C_p}{S_q} \Rightarrow V = \frac{S_q S_1}{C_p} \quad (24)$$

Segundo Sirohi e Chopra (2000), mesmo aplicando um deslocamento unidirecional o sensor é exposto, na realidade, a ambas as deformações de compressão e extensional. Para obter uma tensão de compressão, haverá uma deformação extensional devido ao efeito de Poisson no sensor. Assim, a equação (24) pode ser reescrita como:

$$V = \frac{S_q K_p \epsilon}{C_p} \quad (25)$$

Onde  $K_p$  é o fator de correção devido ao efeito de Poisson.

Os mesmos autores também mencionam que esse efeito é a distinção fundamental entre os sensores cerâmicos piezoelétricos e os medidores de deformação convencional.

A relação entre o sinal de voltagem ( $V$ ) medido a partir do eletrodo de um sensor piezoelétrico e a deformação sobre o sensor também pode ser calculada conforme a seguir (Gama e Morikawa, 2008). Quando os eletrodos estão em circuito aberto, o deslocamento elétrico na direção da espessura é zero ( $D_3=0$ ). Levando isso em consideração, assumindo um estado de tensão unidirecional, e utilizando as equações (26) e (27), a relação entre a tensão elétrica ( $V$ ) e a deformação no sensor será obtida conforme descrito a seguir.

$$D = [e][S] + [\epsilon^s][E] \quad (26)$$

$$T = [C^E][S] - [e][E] \quad (27)$$

Onde o vetor campo elétrico é obtido de forma direta pela razão entre a tensão (ou voltagem) e a espessura da cerâmica.

$$E = -V / t \quad (28)$$

$V$  – Diferença de potencial elétrico (volt)

$t$  – espessura da cerâmica

As equações (26) e (27) são apresentadas a seguir em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Em circuito aberto  $D_3=0$ . Para um estado plano de tensão,  $T_3=0$ . Logo utilizando as equações (29) e (30):

$$D_3 = e_{31}S_1 + e_{32}S_2 + e_{33}S_3 + \epsilon_{33}E_3 \quad (31)$$

$$T_3 = C_{31}S_1 + C_{32}S_2 + C_{33}S_3 - e_3E_3 \quad (32)$$

$$0 = C_{31}S_1 + C_{32}S_2 + C_{33}S_3 - e_3E_3 \Rightarrow S_3 = \frac{e_3E_3 - (C_{31}S_1 + C_{32}S_2)}{C_{33}} \quad (33)$$

Para  $D_3=0$  e substituindo a equação (33) na equação (31), temos:

$$\begin{aligned} 0 &= e_{31}S_1 + e_{32}S_2 + e_{33}\left(\frac{e_{33}E_3 - (C_{31}S_1 + C_{32}S_2)}{C_{33}}\right) + \epsilon_{33}E_3 \\ 0 &= e_{31}S_1 + e_{32}S_2 + \frac{e_{33}^2E_3}{C_{33}} - \frac{e_{33}(C_{31}S_1 + C_{32}S_2)}{C_{33}} + \epsilon_{33}E_3 \\ 0 &= S_1\left(e_{31} - \frac{e_{33}C_{31}}{C_{33}}\right) - S_2\left(e_{32} - \frac{e_{33}C_{32}}{C_{33}}\right) + E_3\left(\epsilon_{33} + \frac{e_{33}^2}{C_{33}}\right) \\ E_3 &= \frac{S_1\left(e_{31} - \frac{e_{33}C_{31}}{C_{33}}\right) - S_2\left(e_{32} - \frac{e_{33}C_{32}}{C_{33}}\right)}{\left(\epsilon_{33} + \frac{e_{33}^2}{C_{33}}\right)} \end{aligned} \quad (34)$$

Substituindo a equação (34) em (28), temos:

$$V = \frac{tS_1}{\epsilon_{33} + \frac{e_{33}^2}{c_{33}}} \left[ e_{31} - \nu e_{31} + \frac{e_{33}}{c_{33}}(v c_{31} - c_{31}) \right] \quad (35)$$

Onde  $S$ , é a deformação;  $t$ , a espessura da cerâmica piezoelétrica;  $v$ , coeficiente de Poisson;  $c$ , a matriz de rigidez elástica;  $e$ , constantes piezoelétricas e  $\epsilon$ , a permissividade.

### 3.3.2. Sensor piezoelétrico operando em modo de compressão

Quando se opera no modo de compressão, a força que atua ao longo do eixo 3 (Figura 7(b)) é exercida sobre o sensor piezoelétrico. Uma equação que relaciona a voltagem [V] em circuito aberto com a tensão  $T_3$  aplicada ao sensor piezoelétrico pode ser obtida a partir da equação (11).

$$D_3 = 0 = d_{33}T_3 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (36)$$

Como o potencial elétrico é dado por  $E=V/t$  (equação (28)), onde  $t$  é a espessura do sensor piezoelétrico, a voltagem gerada pelo sensor é obtida por:

$$V = \frac{-td_{33}T_3}{\epsilon_{33}^T} \quad (37)$$

A APC International desenvolveu o aplicativo *APC Piezo Calculator* que permite calcular as propriedades físicas e elétricas mais comuns de seus produtos piezo. A equação (38) retirada da *APC Piezo Calculator* assim como a equação (37) relaciona a voltagem gerada com a força aplicada para o modo compressivo (APC Piezo Calculator, 2013):

$$V = \frac{g_{33}F t}{l b} \quad (38)$$

Onde  $V$ , é a voltagem;  $t$ , a espessura da cerâmica piezoelétrica;  $F$ , força aplicada;  $g_{33}$ , a constante de tensão piezoelétrica;  $l$ , comprimento do sensor e  $b$ , a largura do sensor.

O *APC Piezo Calculator* é um aplicativo móvel interativo que permite ao usuário calcular facilmente, a frequência de ressonância, capacitância, constante dielétrica, deslocamento estático, e a voltagem estática de muitos elementos cerâmicos piezoelétricos. Para realizar cálculos mais fáceis, o *APC Piezo Calculator* é pré-carregado com as propriedades de materiais piezoelétricos da APC. Para permitir um uso mais amplo, o usuário

também é capaz de adicionar propriedades de materiais personalizados (APC Piezo Calculator, 2013).

### 3.3.3. Sensor piezoelétrico operando no modo de cisalhamento

Para operar no modo de cisalhamento de espessura, o eixo 3 ( $z$ ) de polarização do sensor piezoelétrico deve ser paralelo aos eletrodos, conforme ilustrado na Figura 7(c). A equação (11) pode ser usada para obter a relação entre a voltagem [V] em circuito aberto e a tensão de cisalhamento aplicada ao sensor piezoelétrico. Considerando, neste caso, que o deslocamento elétrico em “ $x$ ” ou na direção 1 é igual a zero, temos:

$$D_1 = 0 = d_{15}T_5 + \epsilon_{11}^T E_1 \quad (39)$$

A partir da equação (39) a voltagem gerada pelo sensor piezoelétrico é dada por:

$$V = \frac{-td_{15}T_5}{\epsilon_{11}^T} \quad (40)$$

## 4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DA CERÂMICA PIEZOELÉTRICA UTILIZANDO MEF

A teoria apresentada no Capítulo 2 aplica-se ao comportamento de materiais piezoelétricos. O ANSYS resolve as equações de equilíbrio desses materiais, e para isso é necessário inserir os valores das constantes das equações constitutivas apresentadas no Capítulo 2. As simulações são realizadas em três dimensões.

### 4.1. Introdução ao MEF para simulação de materiais piezoelétricos

Durante os últimos anos, o estudo do sistema microeletromecânico (MEMS) mostrou oportunidades significativas para micro sensores e micro atuadores baseado em vários mecanismos físicos, tais como capacitivo, piezoelétrico, magnéticos e eletrostáticos. MEMS piezoelétricos oferecem muitas vantagens em comparação com outras tecnologias MEMS (Liu et al, 2006). O método de elementos finitos (MEF) é uma técnica na qual um determinado domínio é representado como um conjunto de domínios simples, chamados de elementos finitos, de modo que permite modelar o comportamento físico de sistemas, estruturas e meios contínuos genéricos de maneira eficaz. O *software* utilizado neste trabalho é o ANSYS, que é aplicado em estática, dinâmica, fluxo de calor, fluidos, eletromagnetismo e piezeletricidade (Wang e Ostergaard, 1999). O ANSYS é capaz de resolver problemas lineares e não lineares em engenharia, quando não linearidades estruturais podem ocorrer devido ao comportamento não linear dos materiais, grandes deformações ou condições de contorno de contato.

O sensor piezoelétrico foi modelado no *software* ANSYS para obter suas características eletromecânicas. Elementos finitos (EF) assemelham-se a fragmentos de uma estrutura, e são compostos por linhas, áreas e pontos que definem os elementos discretizados, como ilustra a Figura 8. Os elementos possuem áreas triangulares ou quadrangulares.

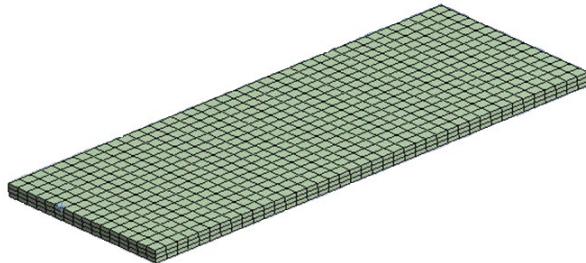


Figura 8 - Modelo do sensor APC 851utilizado no ANSYS

No MEF, a modelagem de um material piezelétrico ou não-piezoelétrico, obedece inicialmente às equações de equilíbrio. As constantes inseridas no ANSYS para sólidos não-piezoelétricos são as relacionadas com a lei de Hooke e para sólidos piezoelétricos são as relacionadas com as equações constitutivas (3) e (4).

As análises numéricas realizadas pelo MEF fornecem as amplitudes de tensão elétrica, resposta em frequência do deslocamento e frequências de ressonância. Na modelagem do sensor piezoelétrico foi utilizado um elemento piezoelétrico tridimensional de 8 nós (SOLID5), com graus de liberdade de deslocamento em x, y e z e um grau de liberdade de voltagem. Para esses elementos devem-se especificar valores de permissividade relativa como PERX, PERY e PERZ. Esses valores de permissividade representam os componentes da diagonal da matriz permissividade [ $\epsilon$ ] (equação (7)). É importante salientar que os valores de permissividade especificados utilizando o comando MP serão sempre interpretados como permissividade à deformação constante. Além disso, se os valores de permissividade forem menores que 1 para o elemento SOLID5, o programa interpreta esses valores como permissividade absoluta.

Existem dois modos de se modelar dispositivos piezoelétricos no ANSYS. Uma delas é definir a matriz de coeficientes piezoelétricos [e] (equação (8)) juntamente com a matriz de elasticidade anisotrópica, matriz de rigidez [C] (equação (6)). A outra forma é definir a matriz de coeficientes piezoelétricos [d] (equação (14)) juntamente com a matriz de flexibilidade [s] (equação (15)). Neste caso, o ANSYS converte a matriz de deformação piezoelétrica na

matriz de tensão piezoelétrica e para isso utiliza a matriz de rigidez, a qual é o inverso da matriz de flexibilidade, como mostra a equação (41).

$$[e] = [C][d] \text{ ou } [e] = [S]^{-1}[d] \quad (41)$$

Outro fator importante na modelagem de dispositivos piezoelétricos é a aplicação das condições de contorno do problema. Primeiramente, deve-se informar se o dispositivo está fixo por alguma extremidade ou livre. Neste trabalho, os transdutores desenvolvidos possuem duas bases de fixação conforme ilustrado na Figura 9. Como condição de contorno, uma dessas bases é fixa e a outra é submetida a um deslocamento na direção paralela a superfície de contato.

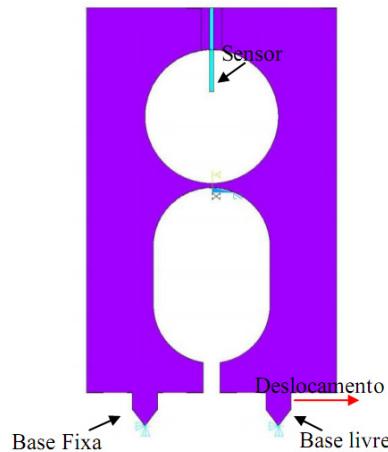


Figura 9 - Modelo do transdutor no ANSYS

Os corpos dos transdutores foram modelados utilizando elemento estrutural tridimensional (sólido 45), também com 8 nós. Três tipos de soluções são possíveis no ANSYS para as equações piezoelétricas. Essas soluções incluem: análise estática, usada para a determinação de deslocamento ou potencial elétrico; análise dinâmica, usada para a determinação da resposta do sistema a excitação harmônica ou transitória; e análise modal, usada para determinação das frequências naturais e modos de vibração.

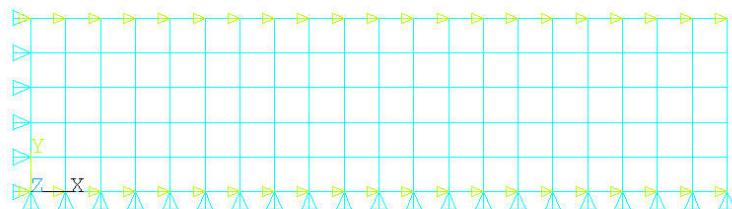
A análise estática permite a aplicação de carregamentos estáticos na estrutura; a análise modal proporciona o cálculo de modos de vibrar e frequências naturais; e a análise dinâmica pode ser realizada no domínio da frequência, através do cálculo da Função de

Resposta em Frequência (FRF), ou no domínio do tempo, com a aplicação de carregamentos impulsivos, senoidais e aleatórios.

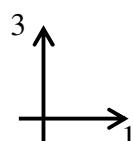
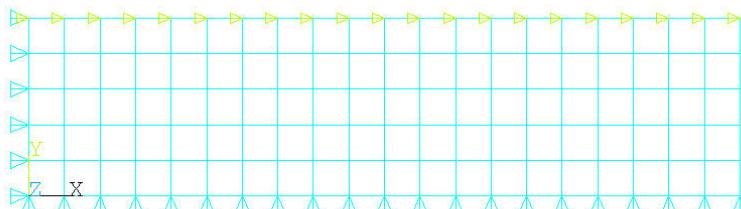
#### 4.1.1. Análise Estática

Na análise estática, podem ser aplicadas forças mecânicas e cargas elétricas. Também podem ser impostas condições de contorno de natureza mecânica ou elétrica. Por exemplo, a Figura 10(a) mostra restrições impondo deslocamento nulo em alguns elementos ( $UX=0$  e  $UY=0$ ) e tensão elétrica nos eletrodos superiores e inferiores (Volts). Neste trabalho, normalmente é aplicada tensão elétrica nula em um dos eletrodos ( $Volt = 0$ ) e uma condição inicial de corrente nula no outro. A Solução desta análise nos fornece o deslocamento e o potencial elétrico em todos os graus de liberdades, para cada elemento.

(a)



(b)



- ▶ Tensão elétrica (VOLT)
- ◀ Deslocamento (UX)
- ▲ Deslocamento (UY)

Figura 10 - (a) cargas mecânicas e tensão elétrica em ambos os eletrodos. (b) o eletrodo superior aterrado e inferior removido

## 4.2. Simulação do sensor PZT x Equação Analítica

Nesta seção, apresenta-se uma comparação entre resultados analíticos e resultados obtidos de simulações por elementos finitos do sensor piezoelétrico.

A cerâmica piezoelétrica (APC 851) utilizada no modelo MEF apresenta as seguintes dimensões: 20mm x 5mm x 0,5mm de espessura. Algumas de suas propriedades fornecidas pelo fabricante podem ser observadas na Tabela 1.

Os sensores de deformação piezoelétricos se destacam por sua alta sensibilidade à deformação e a possibilidade de utilização em equipamentos portáteis para análise de sinais dinâmicos. Para o corpo do transdutor foi utilizada a liga de alumínio 7075-T6.

Tabela 1 - Propriedades da cerâmica piezoelétrica APC 851

| <b>E</b><br>(Gpa) | <b>v</b> | <b>ρ</b><br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | <b>Constantes piezoelétricas</b><br>(10 <sup>-12</sup> m/V) |                       |                       | <b>ε<sub>33</sub></b><br>(10 <sup>-3</sup> Vm/N) | <b>g</b><br>(10 <sup>-3</sup> Vm/N) |
|-------------------|----------|----------------------------------|---|-----------------------|-----------------------|--|-------------------------------------|
|                   |          |                                  | <b>d<sub>31</sub></b>                                       | <b>d<sub>33</sub></b> | <b>d<sub>51</sub></b> |  |                                     |
| 63                | 0,3      | 7600                             | -175  | 400                   | 590                   | 1950   | -10,2    24,8                       |

d: constante piezoelétrica; g<sub>31</sub>: constante de voltagem piezoelétrica; ε<sub>33</sub>: constante dielétrica relativa; ρ: densidade; E: modulo de Young; v: coeficiente de Poisson

Fonte: <http://www.americanpiezo.com/apc-materials/choosing-an-apc-material.html> (2013)

Os resultados obtidos foram comparados com resultados analíticos para validação do modelo, ou seja, definir um modelo de elementos finitos confiável. Após a validação do modelo do sensor foram analisadas algumas configurações de transdutores, com sensores piezoelétricos operando de diferentes maneiras.

### 4.2.1. Sensor operando no modo extensional

O potencial elétrico gerado pelo sensor devido a aplicação de um deslocamento extensional de 2,5 μm na direção 1 (Figura 2), foi investigado. Esse deslocamento causou uma deformação de 500 μm/m (*microstrain* - με) o que acarretou em um potencial elétrico de 111,10 V.

A Figura 11(a) mostra as curvas do potencial elétrico gerado pelo sensor PZT em função da deformação, comparando a resposta obtida no ANSYS com duas equações analíticas (equação (25) e equação (35)). As equações consideram apenas o efeito para

deslocamento unidirecional nas direções isotrópicas do sensor. Essas direções correspondem as direções 1 e 2 da Figura 2.

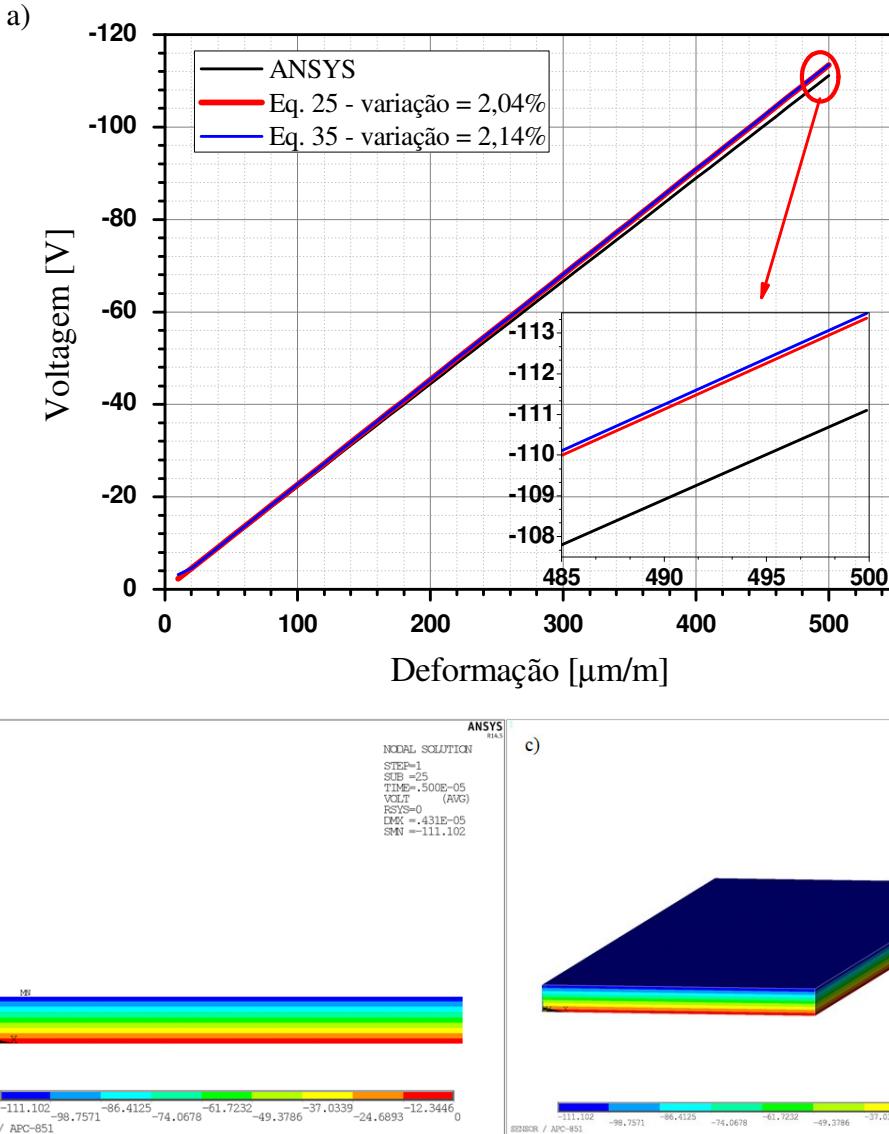


Figura 11 - (a)Voltagem versus deformação para um deslocamento extensional do sensor, (b) e (c) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS

Na Figura 11(a) é possível observar que a curva do ANSYS corrobora com as obtidas pelas equações analíticas, sendo observada uma variação de 2,04% em relação à equação (25) e 2,14% com relação à equação (35). A sensibilidade obtida para este modo de operação do sensor foi de 222 mV/με.

As Figura 11(b) e Figura 11(c) mostram o resultado da análise do sensor simulado no ANSYS, onde é possível observar que os níveis de voltagem variam em camadas ao longo da espessura do PZT, tendo abaixo, na legenda, uma barra colorida mostrando a correspondência entre as cores e a variação da voltagem no sensor.

Na Figura 12 têm-se a curva resposta da tensão elétrica gerada pelo sensor na simulação numérica e a curva ajustada ( $R^2=1$ ), em função da deformação do sensor.

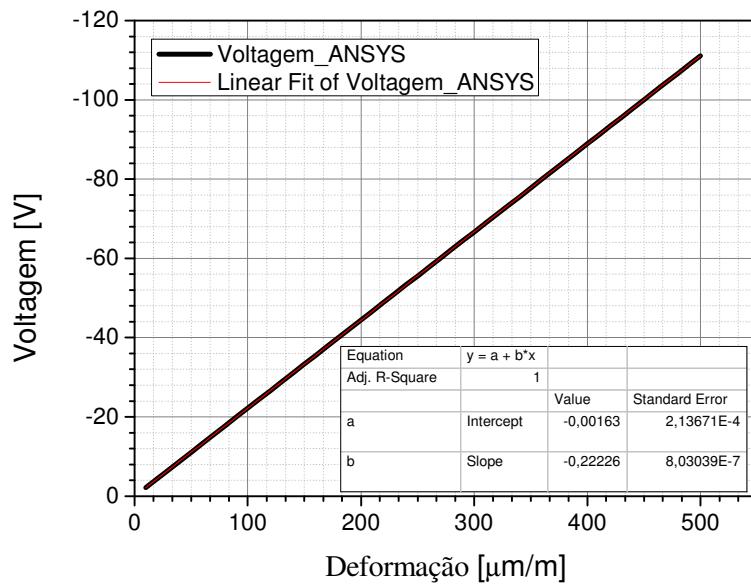


Figura 12 –Voltagem x deformação para a solicitação extensional

Como esperado, foi observado que a voltagem cresceu linearmente em função da deformação. O coeficiente angular representa a sensibilidade obtida para esta análise. O ajuste linear da curva forneceu a seguinte equação:

$$V = -0,0016 - 0,2223xS \quad (42)$$

Onde  $V$  é a voltagem (Volts) ocorrida no sensor analisado,  $S$  a deformação medida em [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] no sensor durante o ensaio.

#### 4.2.2. Sensor operando no modo de compressão

O potencial elétrico gerado pelo sensor devido sua operação no modo compressivo (Figura 7(b)), com a aplicação de um força de 100 N na direção 3 (Figura 2), também foi investigado. Essa força causou uma deformação de 33,24  $\mu\text{m}/\text{m}$  (*microstrain*) o que resultou em um potencial elétrico de 12,11 V. Na Figura 13 são mostrados os resultados obtidos pelo ANSYS e pela equação (38).

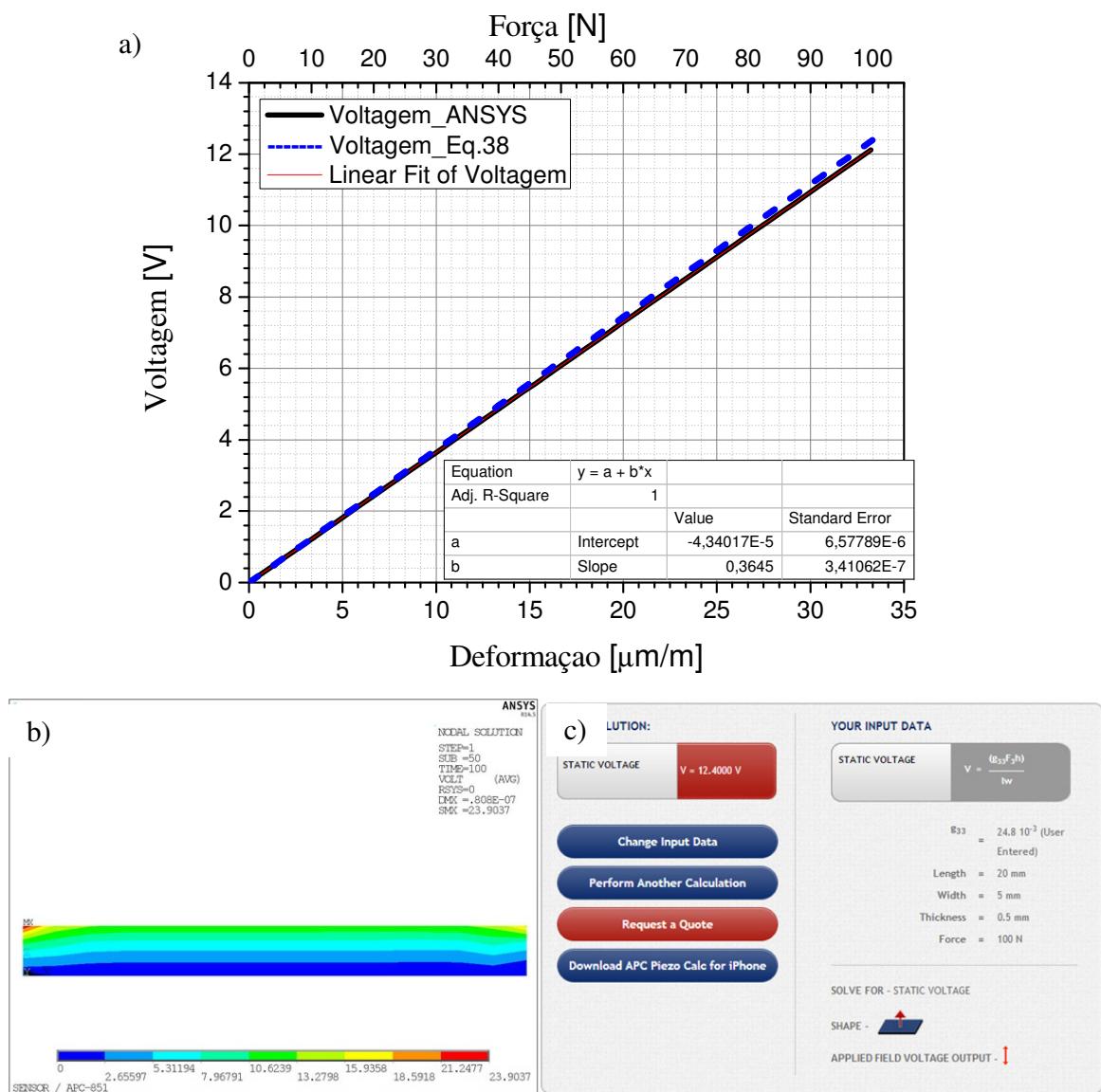


Figura 13 - (a) Voltagem versus deformação para um deslocamento longitudinal do sensor, (b) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS e (c) imagem do software APC Piezo calculator

Na Figura 13(a) tem-se as curvas da tensão elétrica gerada pelo sensor e o ajuste linear da curva fornecida pelo ANSYS ( $R^2=1$ ), em função da deformação do sensor. A curva em preto é a gerada pelo ANSYS, a azul pontilhada pela equação (38) e a vermelha pelo ajuste linear da curva do ANSYS. A Figura 13(b) mostra a análise do sensor piezoelétrico simulado no ANSYS e a Figura 13(c) mostra o cálculo feito pelo aplicativo *APC Piezo Calculator* para o sensor analisado, tendo como resposta 12,4 V. A sensibilidade do sensor, obtida foi de 364,5 mV/ $\mu\epsilon$ .

Foi observado que a voltagem também cresceu linearmente em função da deformação. O ajuste linear da curva forneceu a seguinte equação:

$$V = -4,34 \times 10^{-5} + 0,3645xS \quad (43)$$

Onde  $V$  é a voltagem [V] gerada pelo sensor analisado, e  $S$  é a deformação medida em [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] no sensor durante o ensaio.

#### 4.2.3. Sensor operando no modo de cisalhamento

O potencial elétrico gerado pelo sensor devido à aplicação de um deslocamento cisalhante de 0,1  $\mu\text{m}$  paralela à direção de polarização (Figura 7 (c)), foi investigado. Esse deslocamento resultou em uma tensão de cisalhamento de 7,42 MPa, o que gerou um potencial elétrico de 88,64 V, como pode ser observado na Figura 14(a). A sensibilidade do sensor obtida foi de 664,9 mV/ $\mu\epsilon$ .

Na Figura 14(a) também pode ser observado que a voltagem obtida pela equação (40) é 29,5% maior que a obtida pelo ANSYS. As Figura 14(b) e 14(c) mostram o sensor simulado no ANSYS. A deformação observada devido ao esforço cisalhante está ampliada para uma melhor visualização do cisalhamento do sensor.

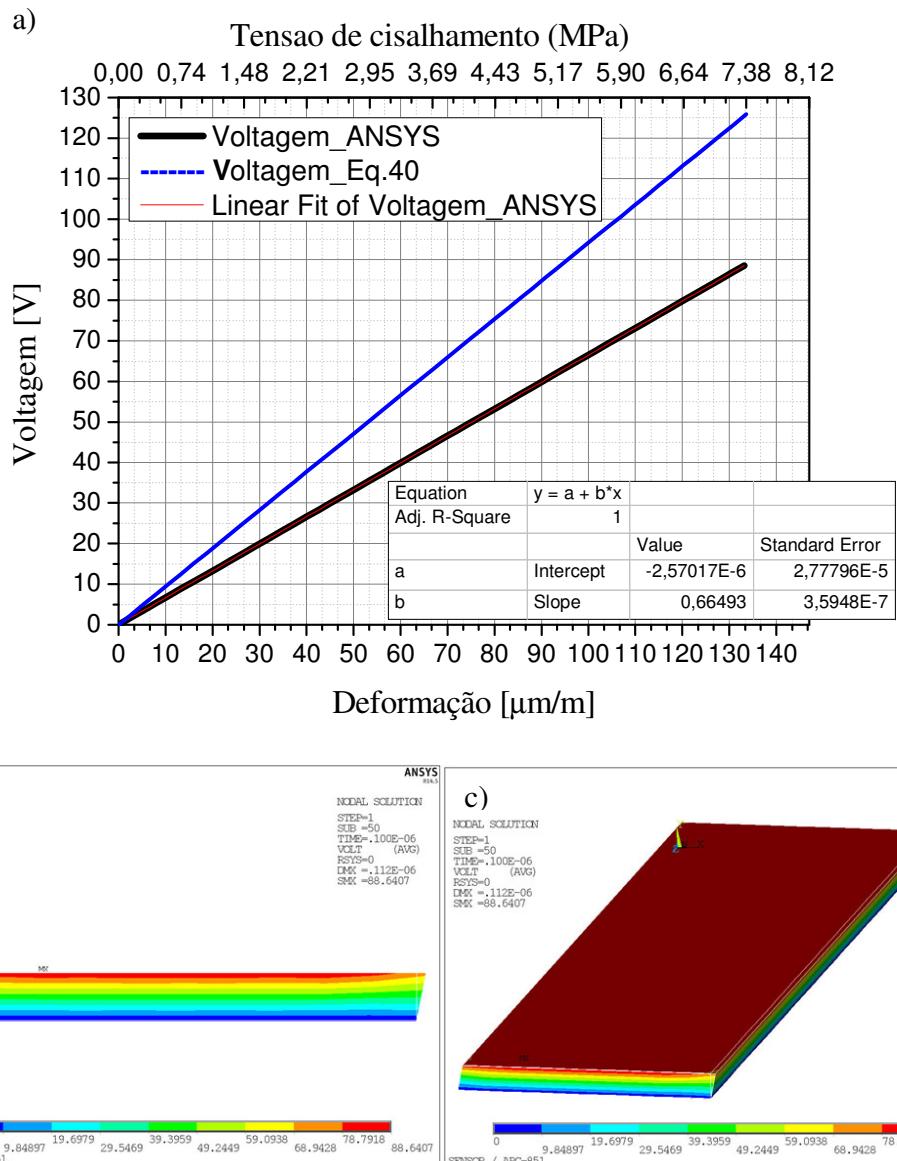


Figura 14 - (a) Voltagem versus deformação para uma solicitação cisalhante do sensor, (b) e (c) resultado da voltagem (V) no sensor obtido pelo ANSYS

Novamente, foi observado que a voltagem cresceu linearmente em função da deformação. O ajuste linear da curva forneceu a seguinte equação:

$$V = -2,57 \times 10^{-6} + 0,6649 \times S \quad (44)$$

Onde  $V$  é a voltagem [V] ocorrida no sensor analisado e  $S$ , a deformação medida em [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] no sensor durante o ensaio.

### 4.3. Avaliação da cerâmica piezoeletrica operando de forma semelhante a um *strain gauge*

Para avaliar o comportamento da cerâmica piezoeletrica como um sensor de deformações dinâmicas, equivalente a um *strain gauge*, foi realizada uma simulação em MEF, onde o PZT é fixando em uma viga engastada-livre. Para a análise realizada no *software* ANSYS EF utilizou-se o esquema e as dimensões mostrados na Figura 15, com o intuito de obter as características eletromecânicas do sensor PZT.

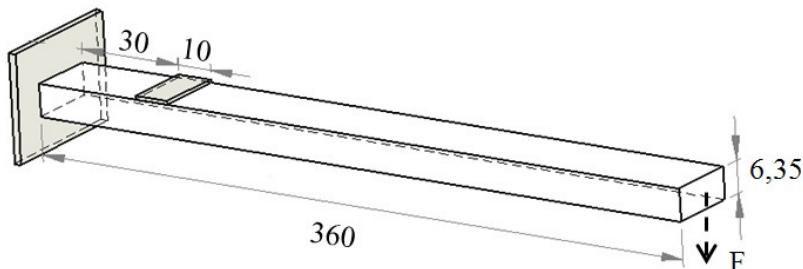


Figura 15 - Dimensões [mm] da viga e posicionamento do sensor utilizado na analise de MEF

A modelagem foi feita por elementos finitos. A viga foi discretizada em 37440 elementos sólidos de 8 nós (elemento SOLID45), com graus de liberdade de deslocamento nas direções x, y e z e o PZT foi discretizado em 9600 elementos sólidos de 8 nós (elemento SOLID5) com graus de liberdade de deslocamento nas direções x, y, z e potencial elétrico. O alto número de elementos utilizados se deve a relação entre o comprimento e a espessura, que deve respeitar um limite para garantir que a geometria dos elementos não interfira nos resultados.

As deformações existentes no sistema foram analisadas. A Figura 16 mostra o resultado da simulação no ANSYS e mostra as deformações encontradas para o deslocamento vertical máximo de 1 mm na extremidade livre da viga, onde é possível observar que os níveis de deslocamento (Figura 16(a)) e deformação (Figura 16(b)) variam ao longo de seu comprimento.

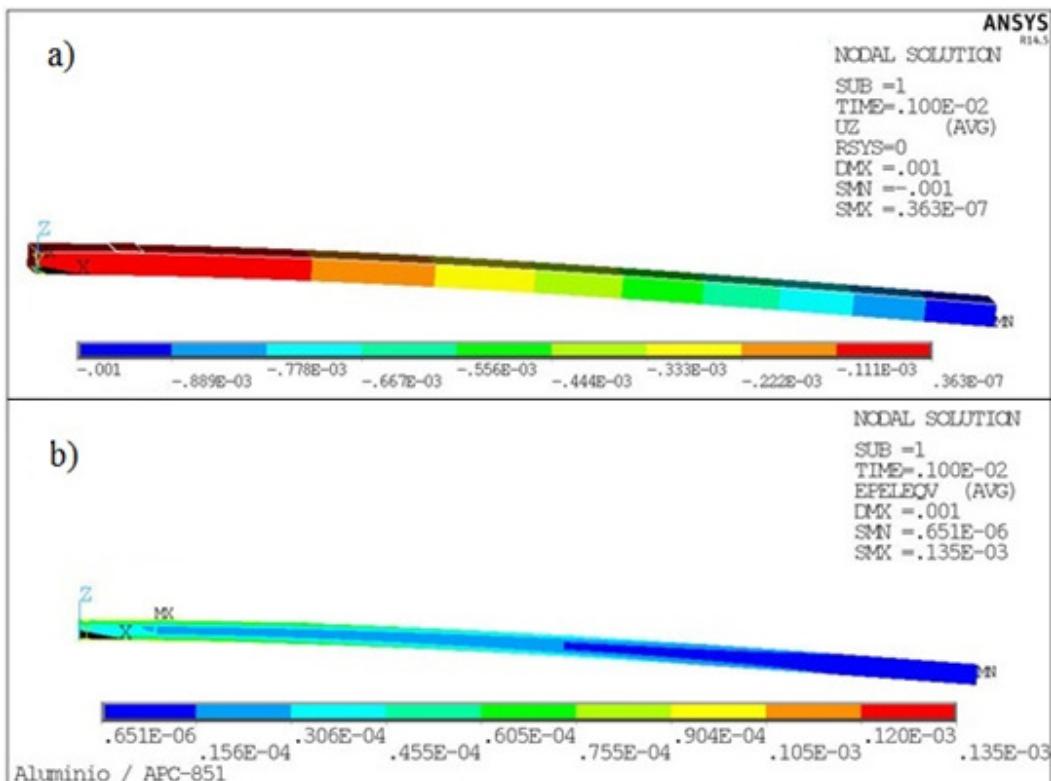


Figura 16 - Resultado da simulação do ANSYS (a) deslocamento, (b) deformação

A barra colorida logo abaixo da viga mostra a correspondência entre as cores e a variação do deslocamento e da deformação. O deslocamento está medido em metros.

Os resultados das deformações foram calculados através da equação de Von Mises. A deformação máxima ocorre na interface entre o sensor e a viga, com valor de  $135 \mu\epsilon$ .

O potencial elétrico gerado pelo sensor devido ao deslocamento aplicado na viga foi de 18,4 V, como mostram as Figura 17(a) e Figura 17(c).

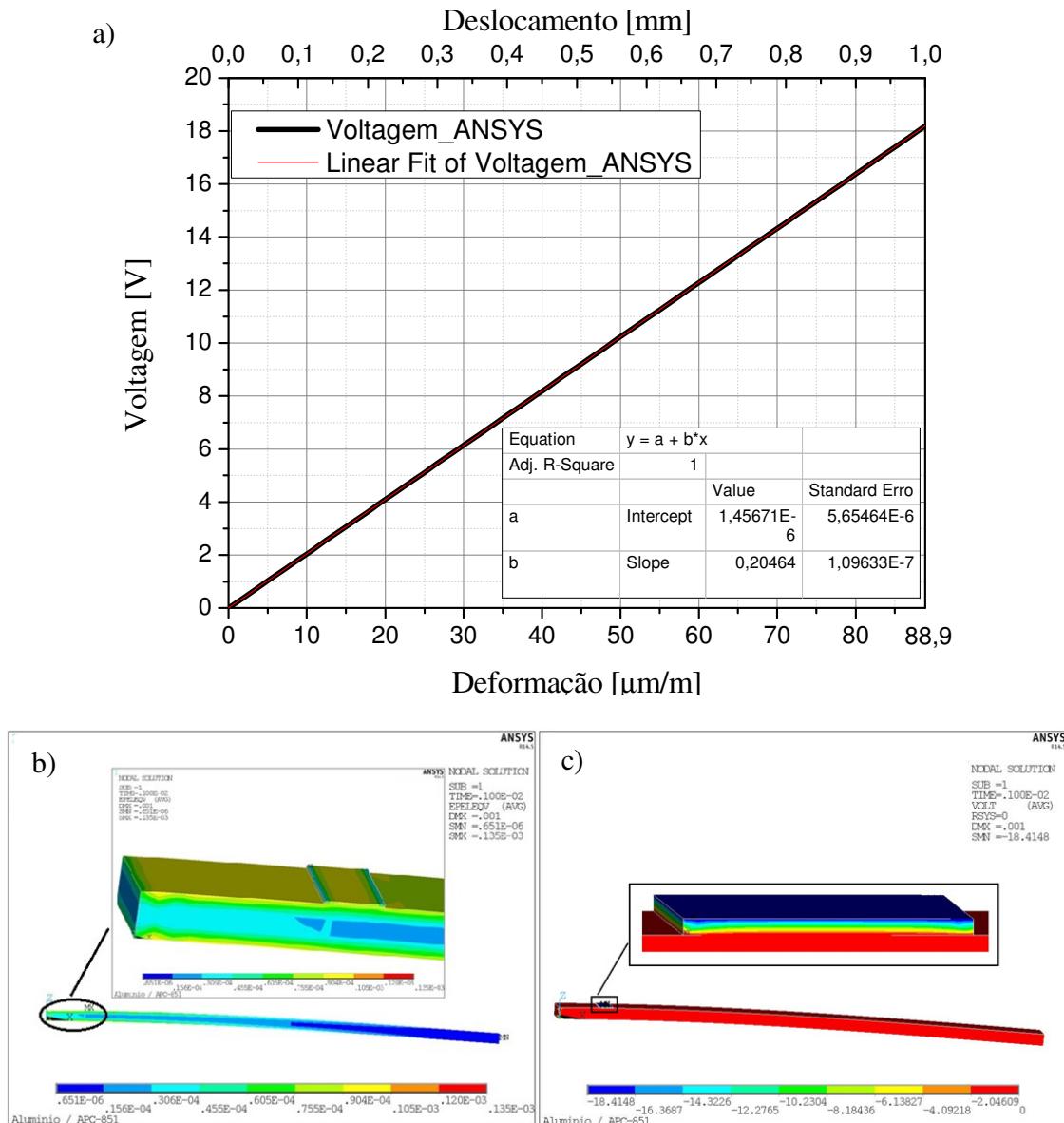


Figura 17 - (a) curva da voltagem versus deformação para a solicitação do sensor, (b) e (c) resultado da deformação e da voltagem no sensor obtido pelo ANSYS, respectivamente

Na Figura 17(a) tem-se a curva da voltagem gerada pelo sensor e a ajustada ( $R^2=1$ ), em função da deformação da viga medida na interface sensor-viga e do deslocamento vertical aplicado na extremidade livre da viga. A Figura 17(b) mostra com maior detalhe a deformação ocorrida na região próxima à cerâmica piezoelétrica e a Figura 17(c) mostra a voltagem gerada pelo sensor piezoelétrico, tendo como resposta uma sensibilidade de 204,6 mV/ $\mu\epsilon$ .

O ajuste linear da curva, mostrada na Figura 17(a), forneceu a equação (45):

$$V = 1,4567 \times 10^{-6} + 0,2046 \times S \quad (45)$$

Onde  $V$  é a voltagem [V] gerada no sensor analisado e  $S$ , a deformação medida em [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] no sensor durante o ensaio.

## 5. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS UTILIZANDO MEF DOS TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO

Neste capítulo as análises numéricas dos transdutores piezoelétricos são realizadas utilizando o método de elementos finitos (MEF) através do *software* comercial ANSYS, assim como foram realizadas as análises da cerâmica piezoelétrica. Esse pacote permite modelar e simular com boa aproximação da realidade todos os transdutores piezoelétricos utilizados neste trabalho.

### 5.1. Simulações Numéricas de Transdutores de Deformação

Como mencionado anteriormente, os transdutores de deformação dinâmica propostos neste trabalho empregam sensores de deformação piezoelétricos.

A geometria do transdutor é um fator determinante na fase de projeto, pois esta geometria irá interferir diretamente na sensibilidade final do transdutor. Devido a isto, é oportuno produzir um modelo que maximize a deformação produzida no sensor quando as bases de contato ou pontos de contatos do transdutor com o objeto, cuja deformação será medida, são submetidas a um deslocamento.

Como ponto de partida para se determinar as dimensões iniciais dos modelos que serão analisados no ANSYS, foram utilizados dois modelos analíticos simplificados para os transdutores: um representa o transdutor operando no modo compressivo e o outro no modo extensional.

### 5.1.1. Modelo analítico aproximado para o modo de compressão

Para este modelo, a energia de deformação de um corpo ou de um membro de um corpo, será definida como sendo o acréscimo de energia associada à sua deformação. A energia de deformação é igual ao trabalho realizado pelo aumento gradual das cargas aplicadas, que podem ser na forma de tensão normal, momento fletor, torção ou cisalhamento. Para o caso de um estado geral de tensões, a energia de deformação resultante ( $U$ ) é a soma de todas as energias de deformação (equação (46)):

$$U = UN + UM + UT + UC \quad (46)$$

Onde:

UN: Energia de deformação resultante de uma força normal;

UM: Energia de deformação resultante de um momento fletor;

UT: Energia de deformação resultante de um momento torcional;

UC: Energia de deformação resultante de uma força cisalhante.

Para o estudo analítico do modelo, considerou-se uma simplificação do protótipo inicial, conforme a Figura 18, e apenas a energia devida à flexão e a força cisalhante, para aplicarmos o Teorema de Castiglano. Cada “perna” do transdutor foi simplificada por uma viga com apoio fixo que permite apenas rotação (rótula). Dessa forma pode-se dizer que o somatório dos momentos em relação ao ponto ‘0’ (rótula) é igual à zero para que haja equilíbrio das forças  $F_1$  e  $F_2$ , sendo  $F_1$  a força que surge nos pontos de contato do transdutor com a peça, cuja deformação será medida pelo transdutor e  $F_2$  a força que agirá sobre o sensor piezoelétrico.

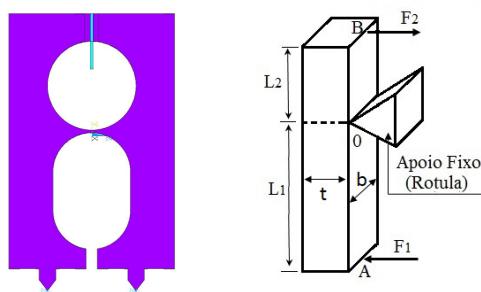


Figura 18 - (a) Protótipo inicial e (b) Simplificação para o estudo da relação deformação x força

Considerando a energia do momento fletor e da força cisalhante, as demais energias serão iguais à zero, conforme equação (47):

$$\begin{aligned} UN &\approx UT = 0 \\ \sum M_0 &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

A equação (46) é, então, resumida à equação (48):

$$U = UM + UC \quad (48)$$

$$F_1 L_1 = F_2 L_2 \Rightarrow F_2 = F_1 L_1 / L_2 \quad (49)$$

Pelo Teorema de Castiglano, estabelecido pelo engenheiro Alberto Castiglano (1947-1884), podemos calcular a deflexão do ponto livre do modelo a partir do trabalho realizado pelo momento imposto ao corpo, pela equação (50):

$$U = UM = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx \quad (50)$$

E pela força de cisalhamento, pela equação (51)

$$U = UC = \int_V^L \frac{\tau^2}{2G} dv = \int_0^L \frac{\tau^2}{2G} dA_{(x)} dx \quad (51)$$

Onde:

$$\tau = \frac{V_c M_s}{b I_z} \quad (52)$$

Substituindo a equação (52) na equação (51), temos:

$$UC = \int_0^L \frac{V_c^2}{2G I_z^2} \left( \int_A \frac{M_s^2}{b^2} dA \right) dx \quad (53)$$

A integral  $\int_A \frac{M_s^2}{b^2} dA$  é calculada na área da seção transversal. O fator de forma para o cisalhamento ( $f_c$ ) é determinando pela seguinte equação:

$$f_c = \frac{A}{I_z^2} \int_A \frac{M_s^2}{b^2} dA \rightarrow \int_A \frac{M_s^2}{b^2} dA = \frac{f_c I_z^2}{A} \quad (54)$$

Calculando o fator de forma para uma seção retangular.

$$f_c = \frac{b t}{\left(\frac{b t^3}{12}\right)^2} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \frac{b^2}{4b^2} \left( \frac{t^2}{4} - y^2 \right) b dy = \frac{6}{5} \quad (55)$$

Logo, a energia de deformação devido ao cisalhamento é dado por:

$$UC = \int_0^L \frac{V_c^2}{2GI_z^2} \frac{f_c I_z^2}{A} dx = \int_0^L \frac{f_c V_c^2}{2GA} dx = \frac{3V_c^2 L}{5GA} \quad (56)$$

Sendo o deslocamento do ponto livre dado por:

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} \quad (57)$$

Chamou-se de  $UM_1$  a energia de deformação devido ao momento fletor causado pela força  $F_1$  e  $UM_2$  a energia de deformação devido ao momento fletor causado pela  $F_2$ , ambas dadas por:

$$UM_1 = \int_0^L \frac{F^2 x^2}{2E_1 I_1} dx = \left. \frac{F^2 x^2}{2E_1 I_1} \right|_0^L = \frac{F_1^2 L_1^3}{6E_1 I_1} \quad (58)$$

e

$$UM_2 = \int_0^L \frac{F^2 x^2}{2E_2 I_2} dx = \left. \frac{F^2 x^2}{2E_2 I_2} \right|_0^L = \frac{F_2^2 L_2^3}{6E_2 I_2} \quad (59)$$

Somando a energia de deformação das duas pernas do transdutor (equações (58) e (59)), tem-se:

$$UM = 2UM_1 + 2UM_2 = \frac{F_1^2 L_1^3}{3E_1 I_1} + \frac{F_2^2 L_2^3}{3E_2 I_2} \quad (60)$$

Deixando em função de  $F_1$ , com a substituição da equação (49) na equação (60), temos:

$$UM = \frac{F_1^2 L_1^3}{3E_1 I_1} + \frac{F_1^2 L_1^2 L_2}{3E_2 I_2} \quad (61)$$

Sendo o deslocamento determinado de acordo com a equação (57), ou seja, derivando a equação (61) em relação a  $F_1$ :

$$\delta_M = \frac{2F_1 L_1^3}{3E_1 I_1} + \frac{2F_1 L_1^2 L_2}{3E_2 I_2} \quad (62)$$

Onde  $\delta_M$  é o deslocamento devido ao momento fletor.

Chamou-se de  $UC_1$  a energia de deformação devida à tensão de cisalhamento causado pela força  $F_1$  e  $UC_2$  a energia devida à tensão de cisalhamento causado pela  $F_2$ , ambas dadas por:

$$UC_1 = \frac{3V_{c1}^2 L_1}{5GA} \quad (63)$$

e

$$UC_2 = \frac{3V_{c2}^2 L_2}{5GA} \quad (64)$$

Somando a energia de deformação das duas pernas do transdutor (equações (63) e (64)), tem-se:

$$UC = 2UC_1 + UC_2 = \frac{6V_{c1}^2 L_1}{5GA} + \frac{6V_{c2}^2 L_2}{5GA} \quad (65)$$

Pelo diagrama de esforço cortante, sabe-se que no comprimento  $L_1$  o cortante é igual a  $F_1$  e no comprimento  $L_2$  o cortante é igual  $F_2$ . Deixando em função de  $F_1$ , com a substituição da equação (49) na equação (65), temos:

$$UC = \frac{6F_1^2 L_1}{5GA} + \frac{6(F_1 L_1 / L_2)^2 L_2}{5GA} = \frac{6}{5GA} \left( F_1^2 L_1 + \frac{F_1^2 L_1^2}{L_2} \right) \quad (66)$$

Sendo o deslocamento devido à tensão de cisalhamento determinado de acordo com a equação (53), ou seja, derivando a equação (62) em relação a  $F_1$ :

$$\delta_C = \frac{12}{5GA} \left( F_1 L_1 + \frac{F_1 L_1^2}{L_2} \right) \quad (67)$$

Onde  $\delta_C$  é o deslocamento devido ao cisalhamento.

O objetivo do modelo analítico é determinar a força  $F_2$  no sensor piezoelétrico e a força  $F_1$  em função do deslocamento entre as pernas do transdutor e de sua geometria. Estas análises preliminares com o modelo analítico forneceram subsídios para determinação das dimensões iniciais utilizadas nos modelos por elementos finitos.

A relação entre o deslocamento ( $\delta$ ) e a força ( $F_1$ ) aplicada no sensor piezoelétrico, é dada pela soma da equação (62) na equação (67):

$$\delta = \delta_M + \delta_C = \frac{2F_1 L_1^3}{3E_1 I_1} + \frac{2F_1 L_1^2 L_2}{3E_2 I_2} + \frac{12}{5GA} \left( F_1 L_1 + \frac{F_1 L_1^2}{L_2} \right) \quad (68)$$

Como o módulo de elasticidade é o mesmo ao longo de todo o corpo do transdutor,  $E_1=E_2$ , então temos:

$$\delta = \frac{2}{3EI} \left( F_1 L_1^3 + F_1 L_1^2 L_2 \right) + \frac{12}{5GA} \left( F_1 L_1 + \frac{F_1 L_1^2}{L_2} \right) \quad (69)$$

A relação entre o deslocamento ( $\delta$ ) e a força ( $F_2$ ) aplicada no sensor piezoelétrico, é dada pela substituição da equação (70):

$$F_2 = \delta / \left[ \frac{2}{3EI} \left( L_2 L_1^2 + L_2^2 L_1 \right) + \frac{12}{5GA} (L_1 + L_2) \right] \quad (70)$$

A equação (70) foi utilizada na definição das dimensões iniciais do corpo do transdutor onde a cerâmica piezoeletrica opera no modo de compressão. A geometria inicial foi avaliada e modifica com base nas simulações por MEF. As geometrias que apresentaram melhores resultados são mostradas nos subitens 5.2 a 5.8.

É importante destacar que a parcela de deslocamento devido ao cisalhamento é desprezível para as dimensões dos modelos analisados neste trabalho.

### 5.1.2. Modelo analítico para o modo extensional

Outro modelo analítico estudado foi do tipo pórtico, desenvolvido por Lannes (2009), mostrado na Figura 19. Foi considerada apenas a energia de deformação devida à deflexão dos elementos do pórtico.

Assume-se que as dimensões geométricas são tais que  $t_1 \ll h$  e  $t_2 \ll L$ , onde  $b$  representa a dimensão típica da seção transversal,  $L$  é o comprimento da viga e  $t$  representa a espessura da parede da seção transversal.

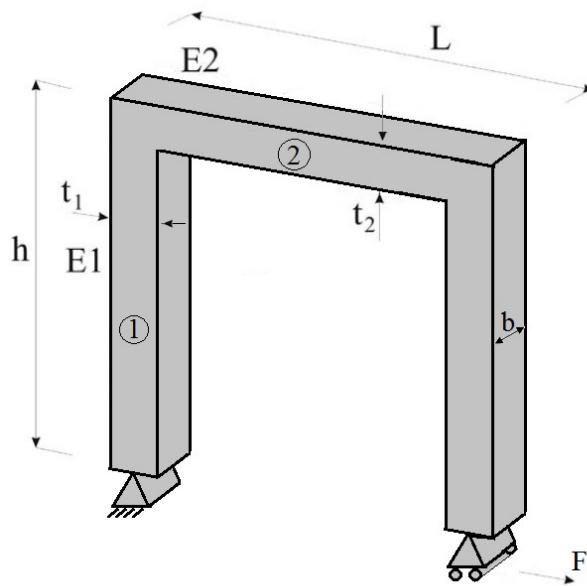


Figura 19 - Desenho do pórtico

Aplicando o Teorema de Castigliano, calcula-se a deflexão do ponto livre do modelo a partir do trabalho realizado pelo momento imposto ao corpo através da equação (50):

- Para a viga 1 (Figura 19):

$$M = F_x \Rightarrow U_1 = \int_0^h \frac{F^2 x^2}{2E_1 I_1} dx = \left. \frac{F^2 x^2}{2E_1 I_1} \right|_0^h = \frac{F^2 h^3}{6E_1 I_1} \quad (71)$$

- Para a viga 2 (Figura 19):

$$U_2 = \int_0^L \frac{F^2 h^2}{2E_2 I_2} dx = \left. \frac{F^2 h^2}{2E_2 I_2} \right|_0^L = \frac{F^2 h^2 L}{2E_2 I_2} \quad (72)$$

Somando a energia de deformação das duas pernas do transdutor, (equações (71) e (72)), tem-se:

$$U = 2U_1 + U_2 = \frac{F^2 h^3}{3E_1 I_1} + \frac{F^2 h^2 L}{2E_2 I_2} \quad (73)$$

Sendo o deslocamento, determinado de acordo com a equação (57), ou seja, derivando a equação (73) em relação a  $F$ :

$$\delta = \frac{2F h^3}{3E_1 I_1} + \frac{F h^2 L}{E_2 I_2} \quad (74)$$

Sendo a deformação na viga 2:

$$S = \frac{T}{E} + \frac{F h t_2}{2E_2 I_2} \quad (75)$$

A equação que correlaciona o deslocamento e a deformação na viga, deduzida por Lannes (2009), é dada por:

$$\frac{S}{\delta} = \frac{\frac{F h t_2}{2E_2 I_2}}{F h^2 \left( \frac{2h}{3E_1 I_1} + \frac{L}{E_2 I_2} \right)} = \frac{t_2}{2E_2 I_2 h \left( \frac{2h}{3E_1 I_1} + \frac{L}{E_2 I_2} \right)} = \frac{t_2}{\frac{4E_2 I_2 h^2}{3E_1 I_1} + 2hL} \quad (76)$$

A relação entre a deformação na viga 2 do transdutor e a deformação na peça é dada por (Lannes, 2009):

$$\frac{S}{\left(\frac{\delta}{L}\right)} = \frac{S}{S_T} = \frac{L t_2}{\frac{4E_2 I_2 h^2}{3E_1 I_1} + 2hL} \quad (77)$$

A equação (77) será utilizada para auxiliar na definição das dimensões iniciais do corpo do transdutor onde a cerâmica piezoelétrica opera no modo extensional, cujo formato seja semelhante ao de um pequeno pórtico. A geometria inicial será avaliada e modificada com base nas simulações por elementos finitos.

### 5.1.3. Modelos preliminares

Inicialmente, foram construídos modelos para análise em MEF a partir dos modelos analíticos apresentadas nos itens 5.1.1 e 5.1.2. Estes modelos possuem sensores de deformação, buscando avaliar a eficiência do transdutor na medição de deformações dinâmicas. Os modelos sofreram modificações em suas dimensões e formas geométricas a fim de maximizar a solicitação mecânica no sensor PZT e por fim, aumentar a sensibilidade do transdutor. Na Figura 20 pode - se observar a evolução dos transdutores apresentados neste trabalho. Os que apresentaram melhores resultados são mostrados nos itens 5.2 a 5.8.

Com base nos resultados das análises em MEF foi possível aprimorar os modelos antes da construção dos protótipos.

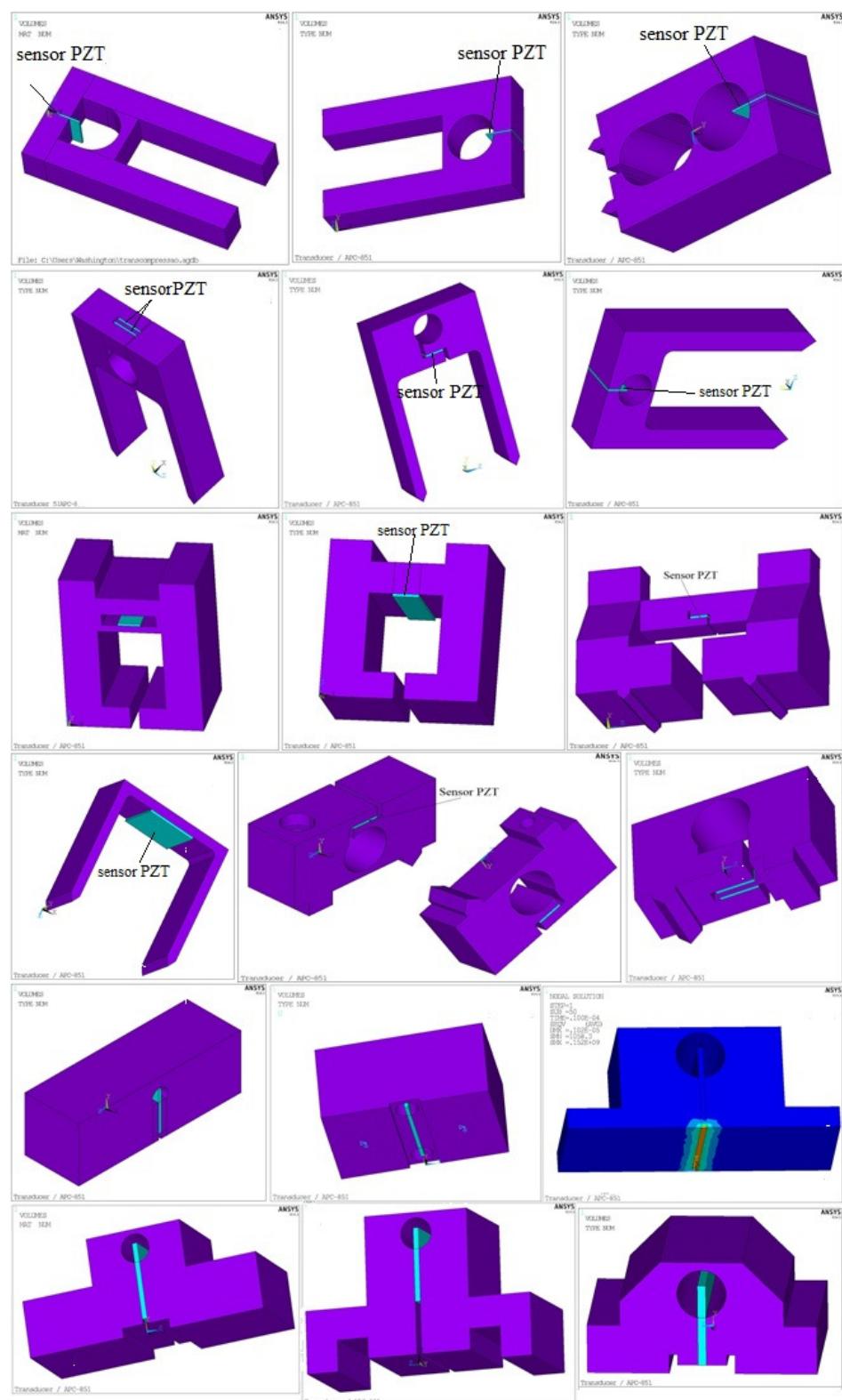


Figura 20 – Evolução dos modelos analisados em MEF

## 5.2. Modelo I

O Modelo I (Figura 21) foi baseado no transdutor desenvolvido por Farias Jr (2013). Simulações no software ANSYS foram realizadas com o intuito de obter as características eletromecânicas do modelo.

Neste modelo, o sensor é submetido à solicitação mecânica de compressão, onde a tensão mecânica é aplicada na direção paralela à polarização, gerando uma deformação na espessura do sensor e um potencial elétrico (Figura 7b).

Pensando em uma aplicação real, por exemplo, na medição de vibrações em áreas industriais o transdutor mostrado na Figura 21 foi desenvolvido para medição das deformações na ordem de  $500 \cdot 10^{-6}$  m/m ( $500 \mu\epsilon$ ).

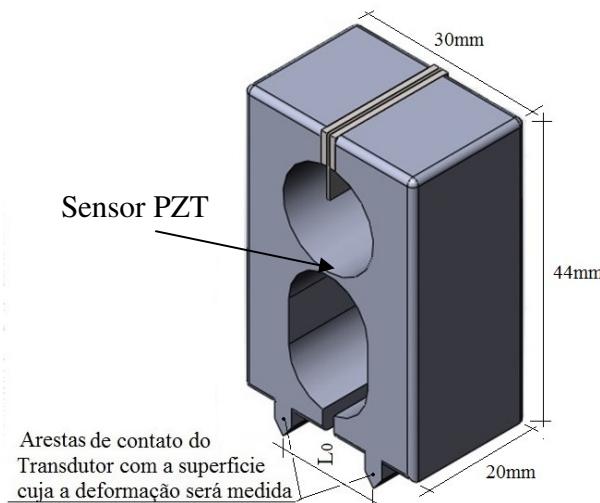


Figura 21 - Esquema do Modelo I

Sabendo-se que a distância entre as pernas do transdutor ( $L_0$ ) é igual a 16 mm, foi possível calcular o deslocamento a ser aplicado para uma deformação de  $500 \cdot 10^{-6}$  m/m, através da equação (78), obtendo-se um valor de deslocamento de  $\delta = 8 \cdot 10^{-6}$  m entre as pernas do transdutor:

$$S = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\delta}{L_0} \quad (78)$$

Partindo disto, a análise no ANSYS foi realizada fixando-se uma das arestas de contato do transdutor e aplicando um deslocamento de 8  $\mu\text{m}$  na outra. Nas Figura 22 e 23 são apresentados os resultados da análise eletromecânica, onde a Figura 22 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 23 a variação de tensão em Pascal [Pa] na direção z devido ao mesmo deslocamento, tendo abaixo, uma barra colorida mostrando a correspondência entre as cores e a variação de deslocamento e tensão, respectivamente, no transdutor.

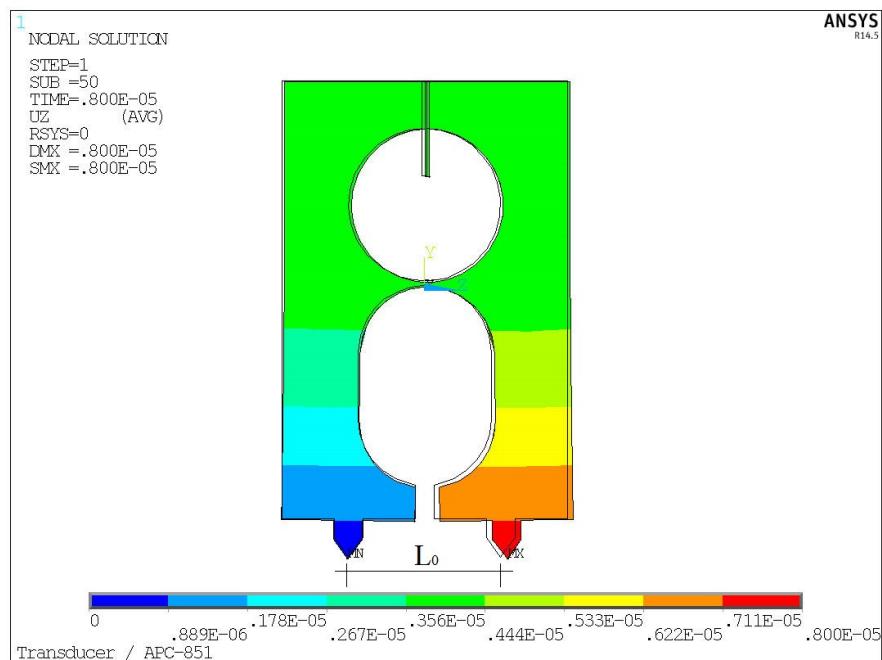


Figura 22 - Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS

O transdutor mostrado na Figura 22 funciona como uma alavanca interfixa com o formato que lembra um prendedor de roupas. Com o deslocamento de uma das pernas do transdutor no sentido de distanciá-las, a cerâmica piezoeletrica é comprimida, e no sentido inverso, submetida à tração, pois o elemento de ligação das duas pernas funciona como uma rótula. O sensor neste caso opera no seu modo longitudinal.

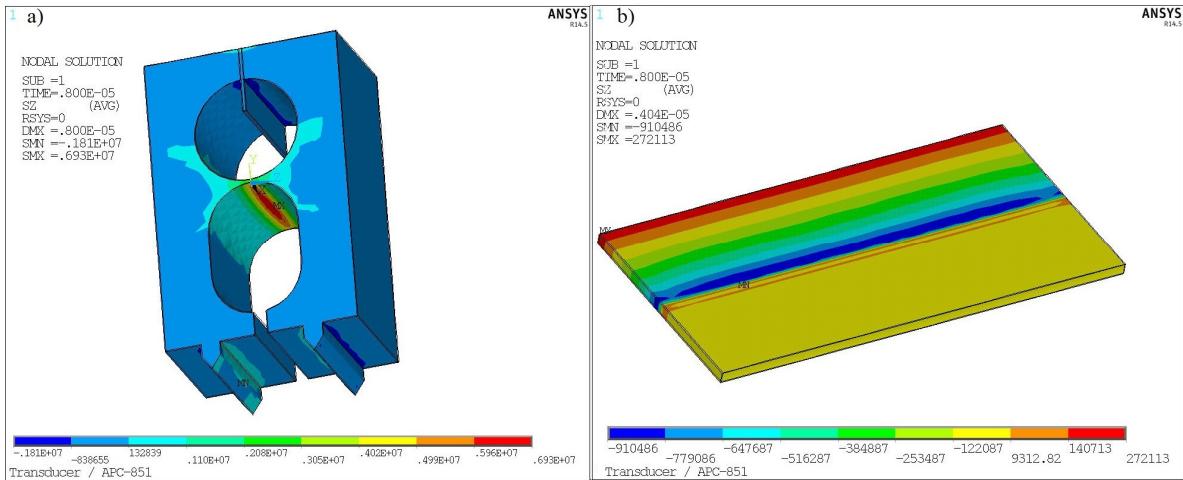


Figura 23 - Visualização do resultado de tensões na direção z: (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 23(a) pode-se observar como o campo de tensão na direção  $z$  se distribui sobre o corpo do transdutor, tendo seu valor máximo, em torno de 6,9 MPa, no elemento de ligação entre as duas pernas. Como nessa região a espessura central do corpo (união entre as pernas) é de 0,5mm, o deslocamento aplicado no transdutor acarretou em um alongamento no elemento de ligação fazendo com que houvesse compressão apenas na extremidade superior da cerâmica piezoelétrica, como mostrado na Figura 23(b). Nesta mesma figura, é observado que esse campo de tensão se distribui de maneira não uniforme na cerâmica piezoelétrica.

A tensão mecânica na direção  $z$  é a tensão responsável pela compressão do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise. Com essa tensão pode-se calcular a voltagem gerada pela cerâmica piezoelétrica utilizando a equação (37), porém utilizou-se a tensão média ocorrida na superfície do sensor. Na Figura 24 são mostrados os resultados de voltagem obtidos pelo ANSYS e pela equação (37).

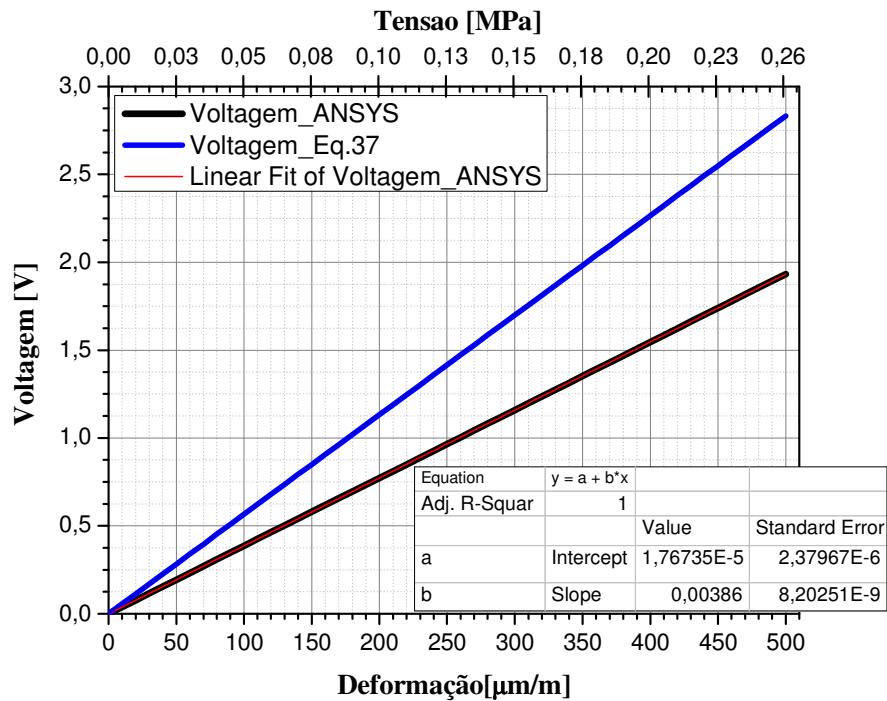


Figura 24 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e pela equação (37) para um deslocamento de 8  $\mu\text{m}$

A curva em preto é gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação, obtida através do deslocamento entre as arestas de contato do transdutor com o corpo-de-prova. O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir da simulação numérica, devido a sua operação no modo compressivo, com a aplicação do deslocamento de  $\delta = 8 \mu\text{m}$ , foi de 1,93 V. A curva em azul mostra a voltagem, obtida pela equação (37), em função da tensão mecânica. Neste caso, a voltagem foi de 2,8 V.

A utilização da equação (37) fornece uma voltagem 30% a mais que o fornecido pelo ANSYS. Isto pode ser justificado pelo fato de que a equação (37) é válida apenas quando o sensor está submetido a uma solicitação uniforme de compressão e para essa configuração de transdutor, o sensor sofre outras solicitações menos significativas além da compressão. Porém, existe uma coerência entre o resultado obtido pelo ANSYS e o analítico. A sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de  $3,86 \text{ mV}/\mu\epsilon$  considerando a voltagem media gerada (1,93V), e será de  $12,54 \text{ mV}/\mu\epsilon$  se for considerada a voltagem máxima gerada pelo sensor (6,27V).

Através do programa de simulação em elementos finitos foram determinadas as frequências naturais. Esta simulação é importante na fase de projeto, pois as frequências

naturais não devem estar localizadas na faixa de trabalho do equipamento, buscando evitar respostas incorretas do protótipo devido à ressonância. A Tabela 2 mostra as frequências naturais obtidas nesta simulação. Os quatro primeiros modos de vibração podem ser observados na Figura 25.

Tabela 2 - Frequências naturais do Modelo I

| <b>Modo</b> | <b>Frequência (Hz)</b> |
|-------------|------------------------|
| <b>1º</b>   | 1225,7                 |
| <b>2º</b>   | 3239,4                 |
| <b>3º</b>   | 4987,3                 |
| <b>4º</b>   | 9791,6                 |
| <b>5º</b>   | 11030                  |
| <b>6º</b>   | 12764                  |

Em todas as análises modais em elementos finitos, foram obtidos os seis primeiros modos de vibração, sendo as arestas das bases do modelo fixado nas três direções (x, y e z).

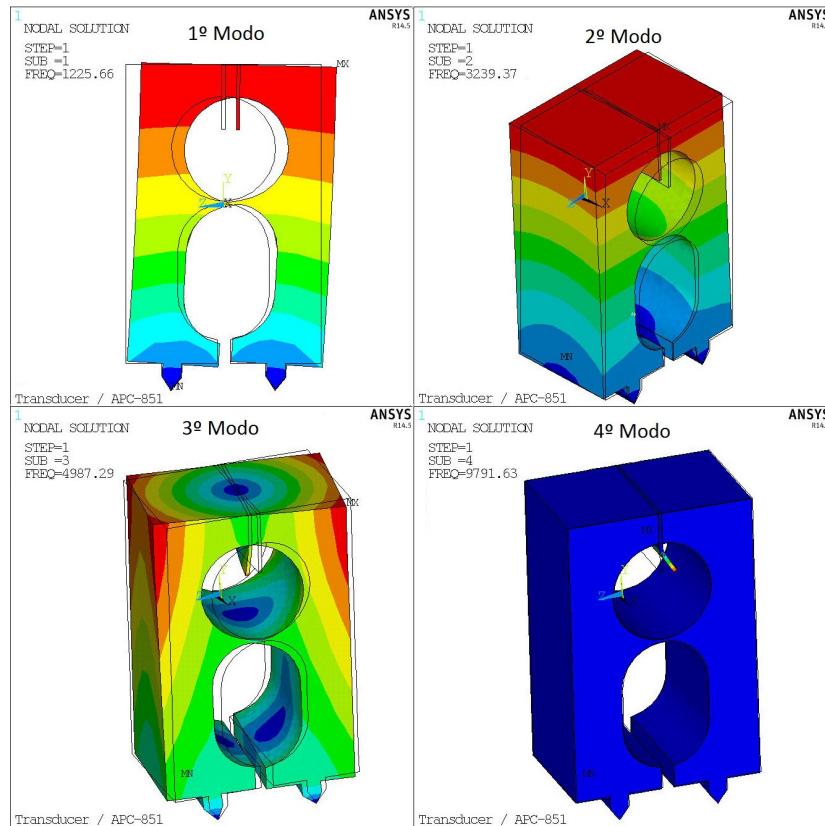


Figura 25 - Modo de vibração do Modelo I

### 5.3. Modelo II

As dimensões iniciais do Modelo II foram definidas a partir da equação (57) e da experiência do modelo anterior, com as análises de MEF o modelo foi aprimorado. O Modelo II será utilizado como transdutor de deformação para ensaios mecânicos.

Na Figura 26 é apresentado o esquema de um transdutor do tipo clip-gage, estes transdutores são aparelhos específicos para medição de deslocamentos lineares de pequeno deslocamento. Neste caso, a deformação do corpo-de-prova ensaiado causa a deformação do elemento elástico do corpo do transdutor.

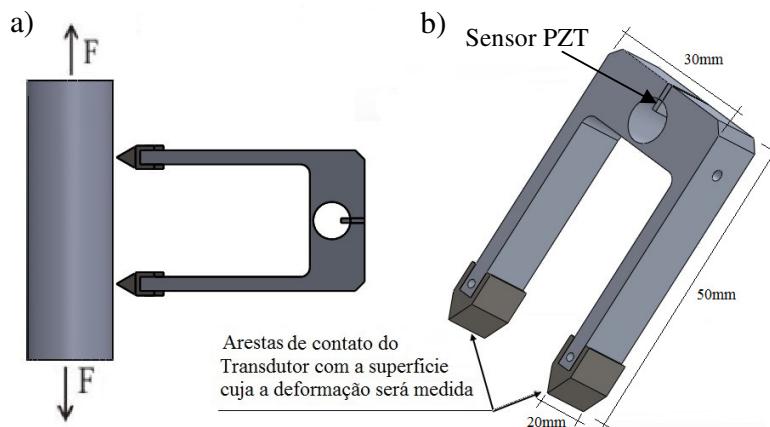


Figura 26 - Esquema simplificado do Clip-gage, (a) sujeição na peça, (b) Esquema do Modelo II

Este tipo de transdutor normalmente é fixado ao corpo-de-prova por meio de molas, que pressionam as extremidades afiadas do dispositivo contra a superfície do corpo-de-prova, sendo muito utilizados em máquinas de ensaios mecânicos para medir a deformação específica de corpos-de-prova submetidos a ensaios de tração, compressão e fadiga.

O segundo modelo a ser analisado em MEF foi confeccionado a partir do transdutor apresentado na Figura 26(b) e simulado no software ANSYS, com o intuito de obter as características eletromecânicas. Esse tipo de transdutor será utilizado para medição de deslocamento ( $\delta$ ) entre as pernas do transdutor na faixa de 50 a 200  $\mu\text{m}$ .

A análise foi realizada fixando uma das arestas de contato do transdutor (Figura 26(b)) e aplicando um deslocamento de 50  $\mu\text{m}$  na outra. Nas Figura 27 e 28 são apresentados os resultados da análise eletromecânica, onde a Figura 27 mostra a variação de deslocamento em

metros [m] e a Figura 28 a variação de tensão em Pascal [Pa] na direção  $z$  devido ao mesmo deslocamento.

Após diversas simulações para se chegar a um valor da distância entre as pernas do transdutor ( $L_0$ ) que proporcione uma maior solicitação mecânica da cerâmica piezoelétrica, optou-se por impor uma distância igual a 27 mm, com isto, para um deslocamento de 50  $\mu\text{m}$  foi possível calcular a deformação do corpo-de-prova através da equação (65), obtendo-se um valor de 1850  $\mu\text{e}$  entre as pernas do transdutor:

Para os demais modelos apresentados nos itens 5.4 a 5.8, o  $L_0$  também foi determinado após diversas simulações e, tendo-se o valor de  $L_0$ , a equação (65) foi utilizada para determinar a relação entre deslocamento e deformação.

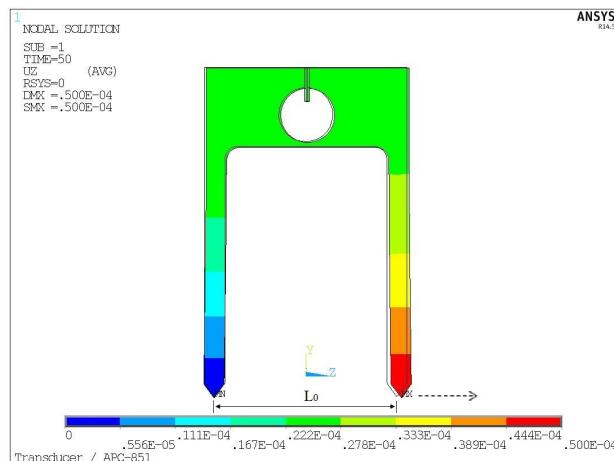


Figura 27- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS pra o Modelo II

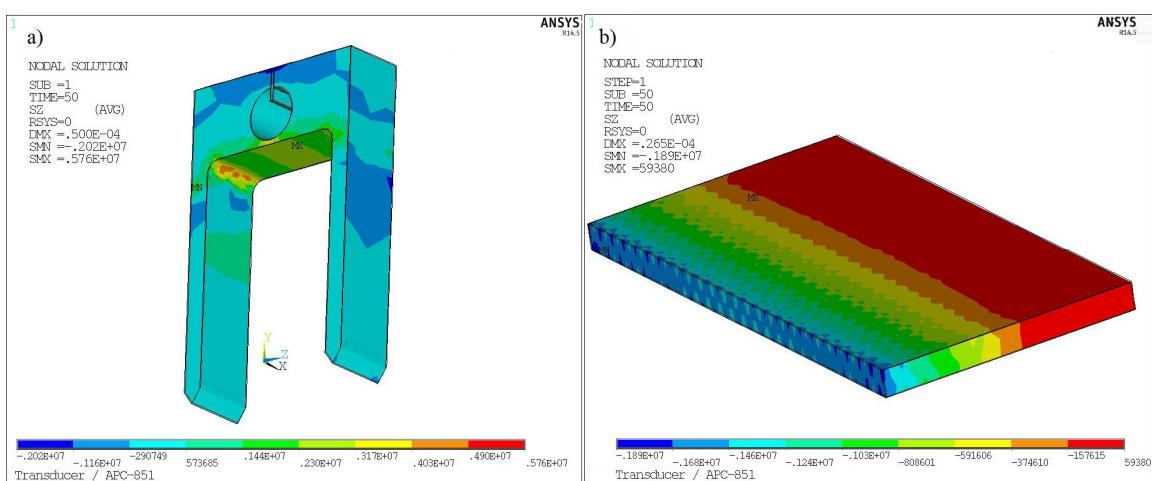


Figura 28 - Visualização do resultado de tensões na direção  $z$ : (a) transdutor, (b) Sensor PZT

O deslocamento aplicado causou uma distribuição de tensão na cerâmica piezoelétrica como pode ser visto na Figura 28(b). Essa tensão mecânica será utilizada para calcular a voltagem gerada pelo PZT através da equação (37), porém utilizou-se a tensão média ocorrida na superfície do sensor. Na Figura 29 são mostrados os resultados obtidos pelo ANSYS e pela equação (37).

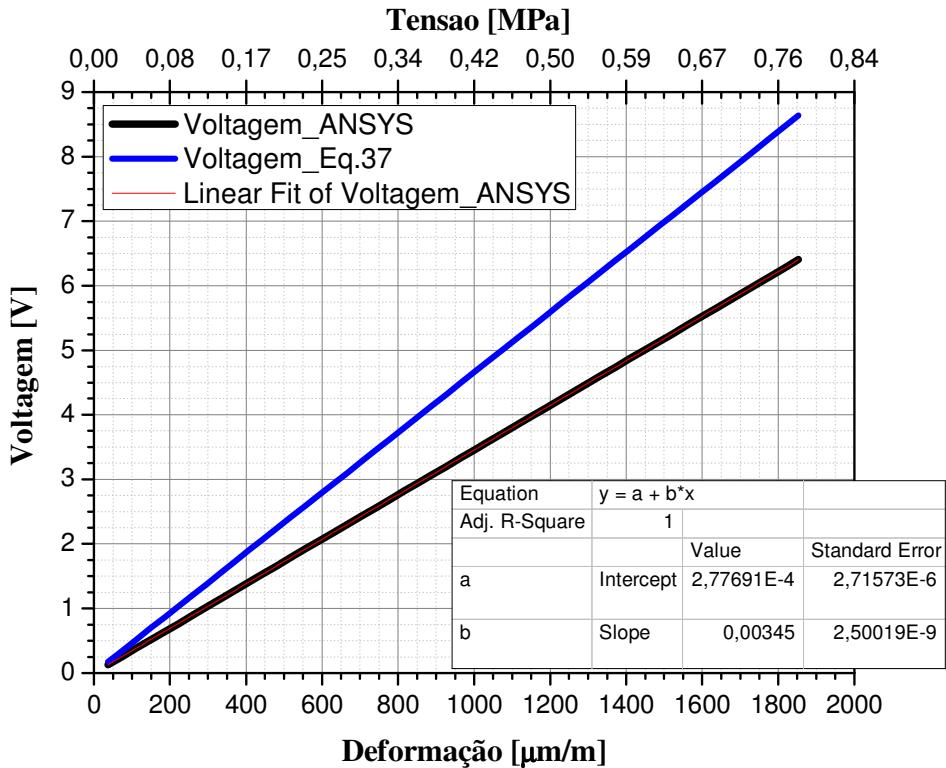


Figura 29 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. 37 para um deslocamento de 50  $\mu\text{m}$

A curva em preto é a gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação, obtida através do deslocamento entre as arestas de contato do transdutor com o corpo-de-prova. O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir da simulação numérica, devido sua operação no modo compressivo, com a aplicação do deslocamento de  $\delta = 50 \mu\text{m}$ , foi de 6,41 V. A curva em azul mostra a voltagem, obtida pela equação (37), em função da tensão mecânica. Neste caso, a voltagem foi de 8,6 V.

A equação (37) fornece uma voltagem 25% maior que a fornecida pelo ANSYS. Pelos mesmos motivos mencionados no Modelo I, anteriormente. Porém, existe uma coerência entre os resultados obtidos. A sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de

3,45 mV/ $\mu\text{e}$  considerando a voltagem media gerada (6,41V), e será de 6,1 mV/ $\mu\text{e}$  se for considerada a voltagem máxima gerada pelo sensor (11,28V).

A determinação das frequências naturais foi realizada através do programa de simulação em elementos finitos. A Tabela 3 mostra as frequências naturais obtidas nesta simulação. Os quatro primeiros modos de vibração podem ser observados na Figura 30.

Tabela 3 - Frequências naturais do Modelo II

| <b>Modo</b> | <b>Frequência (Hz)</b> |
|-------------|------------------------|
| <b>1º</b>   | 1048,5                 |
| <b>2º</b>   | 1872,6                 |
| <b>3º</b>   | 4948,3                 |
| <b>4º</b>   | 11500                  |
| <b>5º</b>   | 12814                  |
| <b>6º</b>   | 15169                  |

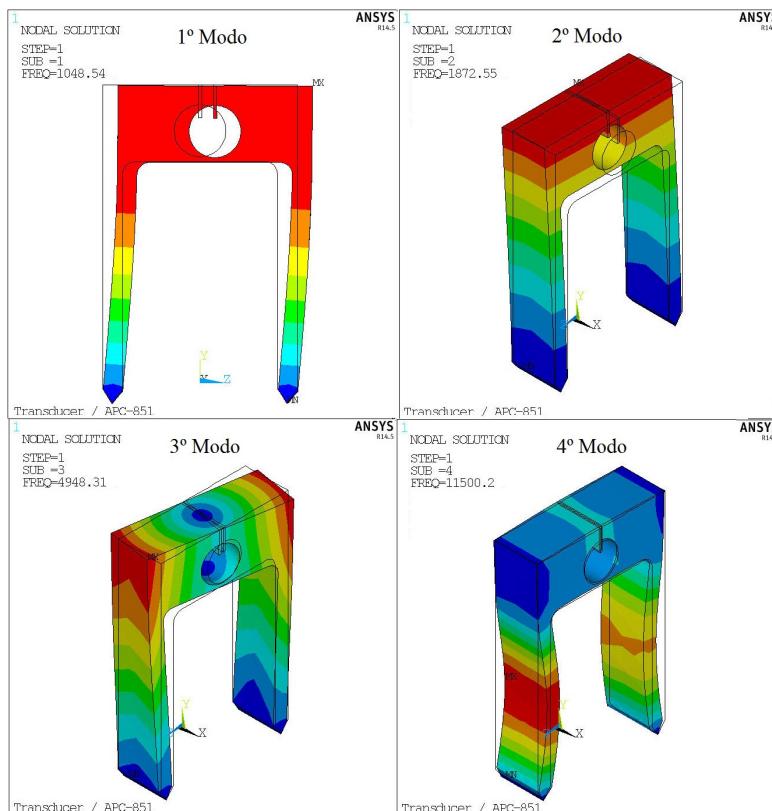


Figura 30 - Modo de vibração do Modelo II

#### 5.4. Modelo III

O Modelo III possui características geométricas semelhantes ao Modelo I, com algumas alterações apenas na fixação e no modo de operação da cerâmica piezoelétrica, como mostrado na Figura 31. Neste caso o sensor opera em cisalhamento.

O deslocamento, no Modelo III, é aplicado na direção da polarização, sendo o sensor submetido a uma deformação cisalhante, gerando um potencial elétrico (Figura 7(c)).

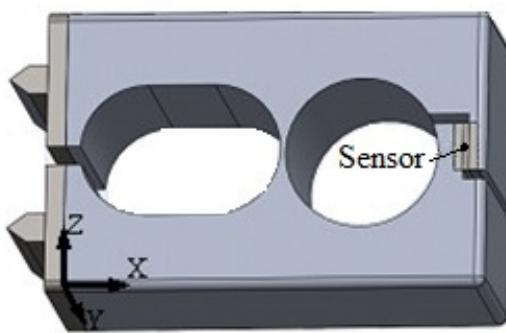


Figura 31 - Esquema do Modelo III

Nas Figura 32 e Figura 33 são apresentados os resultados da análise eletromecânica, onde a Figura 32 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 33 a variação da tensão de cisalhamento em Pascal [Pa] na direção  $xz$ .

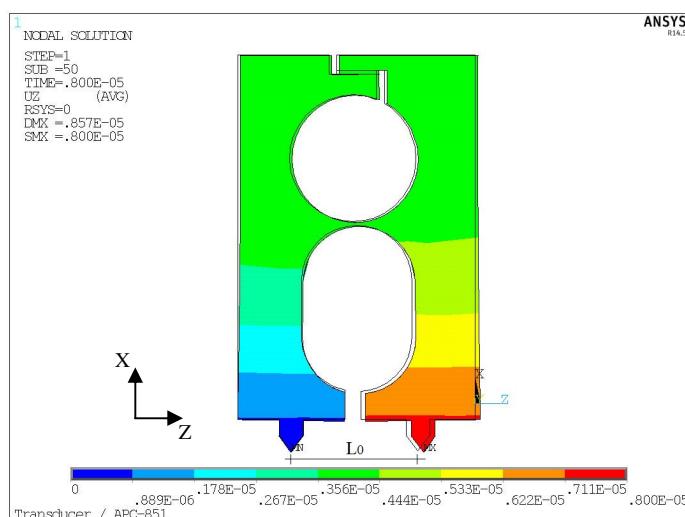


Figura 32 - Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS pra o Modelo III

Como a distância entre as pernas do transdutor é a mesma do Modelo I, foi aplicado um deslocamento de  $\delta = 8 \mu\text{m}$  na simulação eletromecânica para que fosse gerada uma deformação de  $500 \mu\epsilon$ .

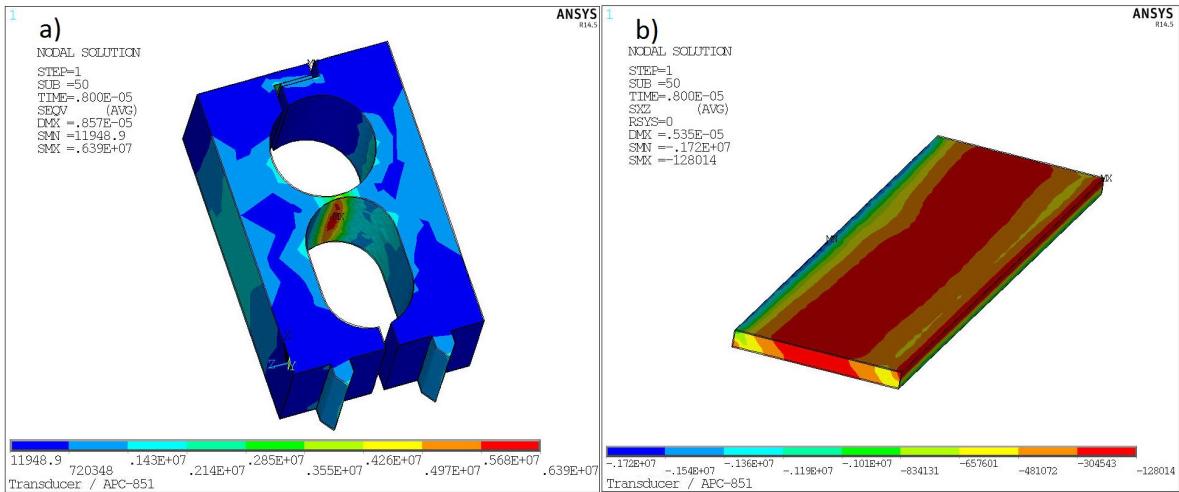


Figura 33 - Visualização do resultado de tensão do Modelo III: (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 33(a) pode-se observar como a tensão de Von Mises se distribui sobre o corpo do transdutor, tendo seu valor máximo ( $T_{\max}=6,4 \text{ MPa}$ ) no elemento de ligação entre as duas pernas. Na Figura 33(b) é observado que a tensão de cisalhamento  $xz$  se distribui de maneira não uniforme na cerâmica piezoelétrica. A tensão cisalhante na direção  $xz$  é a principal tensão responsável pelo cisalhamento do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise.

A Figura 34 mostra os resultados obtidos pelo ANSYS devido ao cisalhamento do sensor. A curva em preto é a gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação, obtida através do deslocamento entre as arestas de contato do transdutor com o corpo-de-prova.

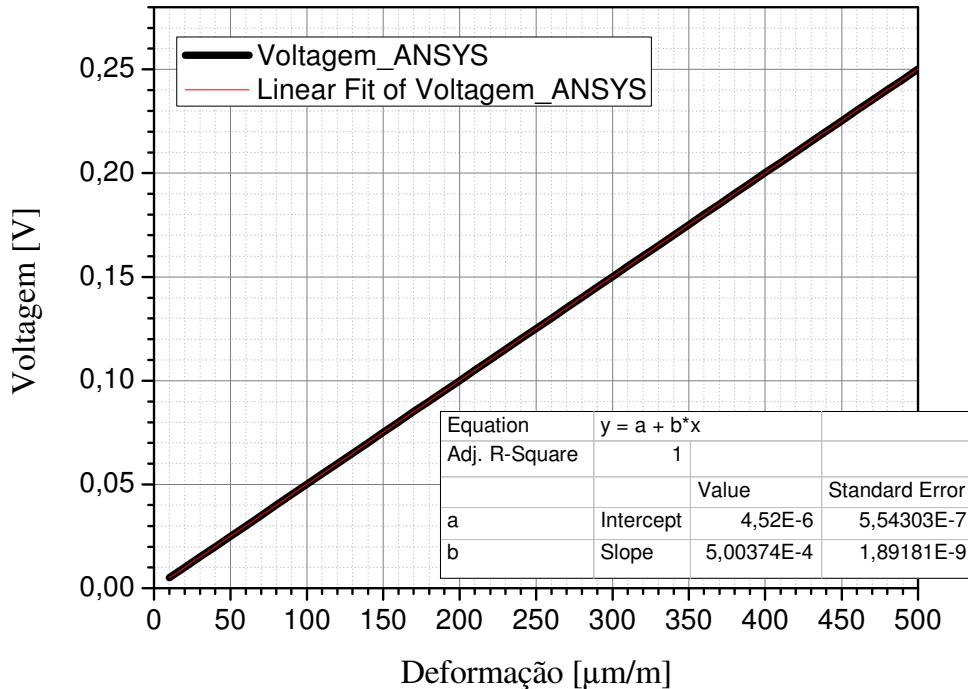


Figura 34 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS um deslocamento de 8  $\mu\text{m}$

O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir da simulação numérica, devido sua operação no modo cisalhante, com a aplicação do deslocamento de  $\delta = 8 \mu\text{m}$ , foi de 0,25 V. A sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de 0,5 mV/ $\mu\epsilon$ .

Na Tabela 4 são mostradas as frequências naturais obtidas na simulação em elementos finitos.

Tabela 4 - Frequências naturais do Modelo III

| <b>Modo</b> | <b>Frequência (Hz)</b> |
|-------------|------------------------|
| <b>1º</b>   | 1155,9                 |
| <b>2º</b>   | 3141,4                 |
| <b>3º</b>   | 4572,8                 |
| <b>4º</b>   | 11278                  |
| <b>5º</b>   | 14885                  |
| <b>6º</b>   | 15167                  |

### 5.5. Modelo IV

No Modelo IV, Figura 35, a equação (64) foi utilizada para definir as dimensões iniciais do transdutor. Neste modelo o sensor opera de forma semelhante a um extensômetro de resistência elétrica. A tensão mecânica é aplicada na direção perpendicular à polarização, surge uma deformação no comprimento e um potencial elétrico de saída é gerado (Figura 7(a)).

Este modelo também foi desenvolvido para medição das deformações na ordem de  $500 \mu\epsilon$ . A distância ( $L_0$ ) entre as arestas de contato é de 29 mm, calculando o deslocamento ( $\delta$ ) a ser aplicado para gerar uma deformação de  $500 \mu\epsilon$  entre as arestas, temos:  $\delta = 14,5 \mu\text{m}$ .

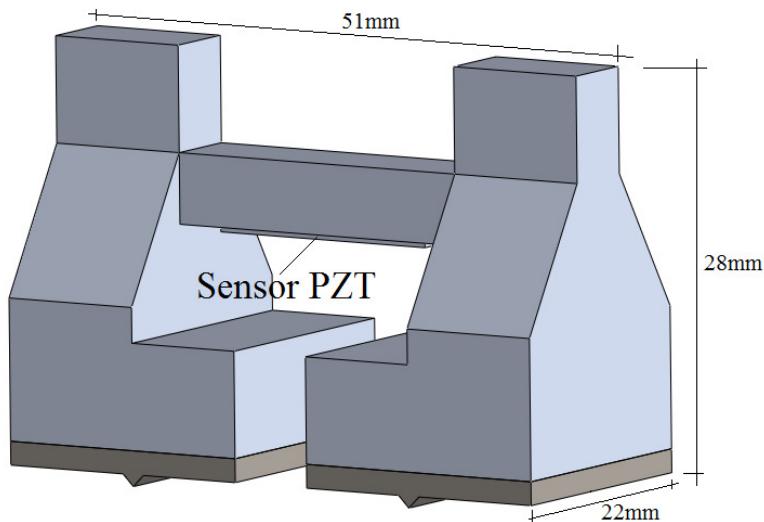


Figura 35 – Esquema do Modelo IV

Para as simulações numéricas no ANSYS, foi aplicado um deslocamento de  $15 \mu\text{m}$ . Nas Figura 36 e Figura 37, têm-se os resultados da análise eletromecânica, onde a Figura 36 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 37 a variação de deformação em metro/metro [m/m] na direção y devido ao mesmo deslocamento.

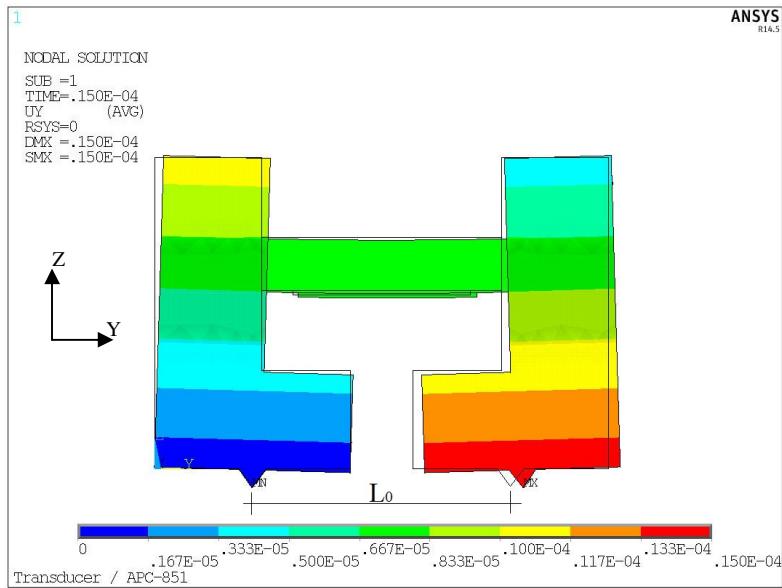


Figura 36- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo IV

No transdutor mostrado na Figura 36, a cerâmica piezoelétrica é fixada na parte inferior da viga central que faz parte do corpo do transdutor. Com o deslocamento de uma das pernas do transdutor no sentido de distanciá-las, a cerâmica piezoelétrica é tracionada e no sentido inverso, submetida à compressão.

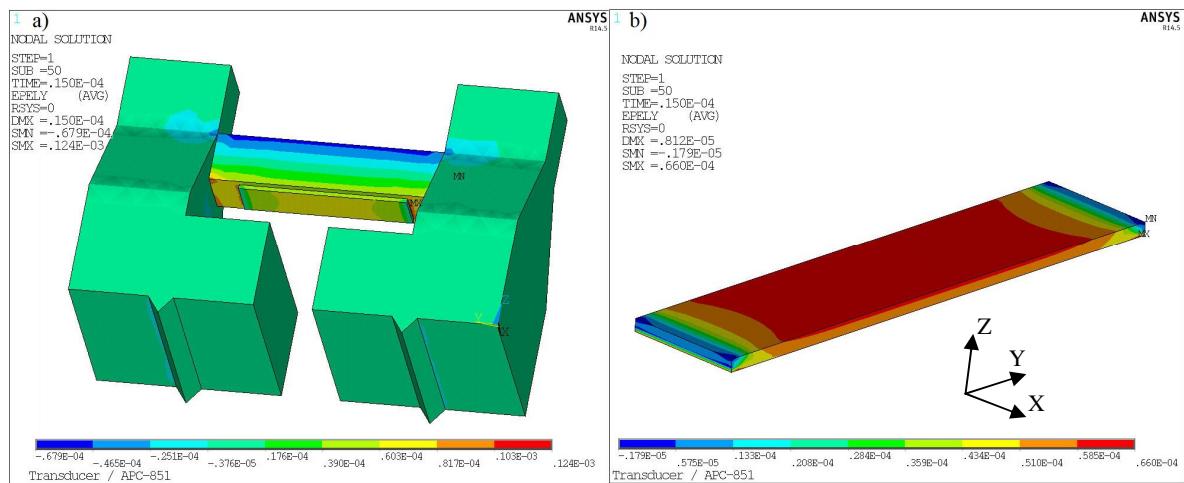


Figura 37 - Visualização do resultado de deformação na direção y: (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 37(a) pode-se observar como o campo de deformação na direção y se distribui sobre o corpo do transdutor, tendo seu valor máximo ( $S_{\max} = 124 \mu\epsilon$ ) no elemento de ligação entre as duas pernas. Na Figura 37(b) é observado que esse campo de deformação se

distribui de maneira uniforme na região central, com variações apenas nas extremidades da cerâmica piezoelétrica.

A deformação mecânica na direção  $y$  é a deformação responsável pela solicitação extensional do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise. Com essa deformação pode-se calcular a voltagem gerada pela cerâmica piezoelétrica utilizando a equação (25) ou a equação (35), porém utilizou-se a deformação média ocorrida na superfície do sensor. Na Figura 38 são mostrados os resultados obtidos pelo ANSYS e pela equação (25).

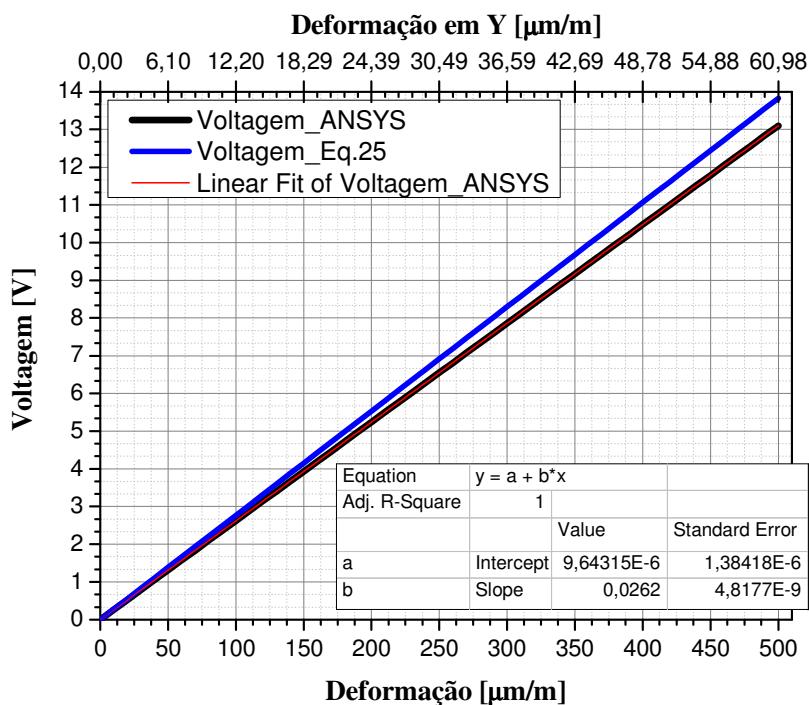


Figura 38 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. (25) para um deslocamento de 15  $\mu\text{m}$

A curva em preto é a gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação. O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir desta simulação numérica, devido sua operação no modo extensional, com a aplicação do deslocamento de  $\delta = 15 \mu\text{m}$ , foi de 13,10 V. A curva em azul mostra a voltagem, obtida pela equação (25), em função da deformação na direção  $y$ . Neste caso, a voltagem foi de 13,83 V. A utilização da equação (25) fornece uma voltagem 5,3% maior que a fornecida pelo ANSYS. O dispositivo do transdutor gera outras solicitações menos significativas na cerâmica piezoelétrica, além da extensional, entretanto a resposta obtida pelo ANSYS corrobora com a resposta analítica. A

sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de  $26,2 \text{ mV}/\mu\text{e}$ , que corresponde à voltagem recolhida na parte central do sensor.

Na Tabela 5 são mostradas as frequências naturais obtidas na simulação por elementos finitos. Os quatro primeiros modos de vibração podem ser observados na Figura 39.

Tabela 5 - Frequências naturais do Modelo IV

| <b>Modo</b> | <b>Frequência (Hz)</b> |
|-------------|------------------------|
| <b>1º</b>   | 2019,8                 |
| <b>2º</b>   | 7252,6                 |
| <b>3º</b>   | 7697,0                 |
| <b>4º</b>   | 10553,9                |
| <b>5º</b>   | 12931,0                |
| <b>6º</b>   | 16024,0                |

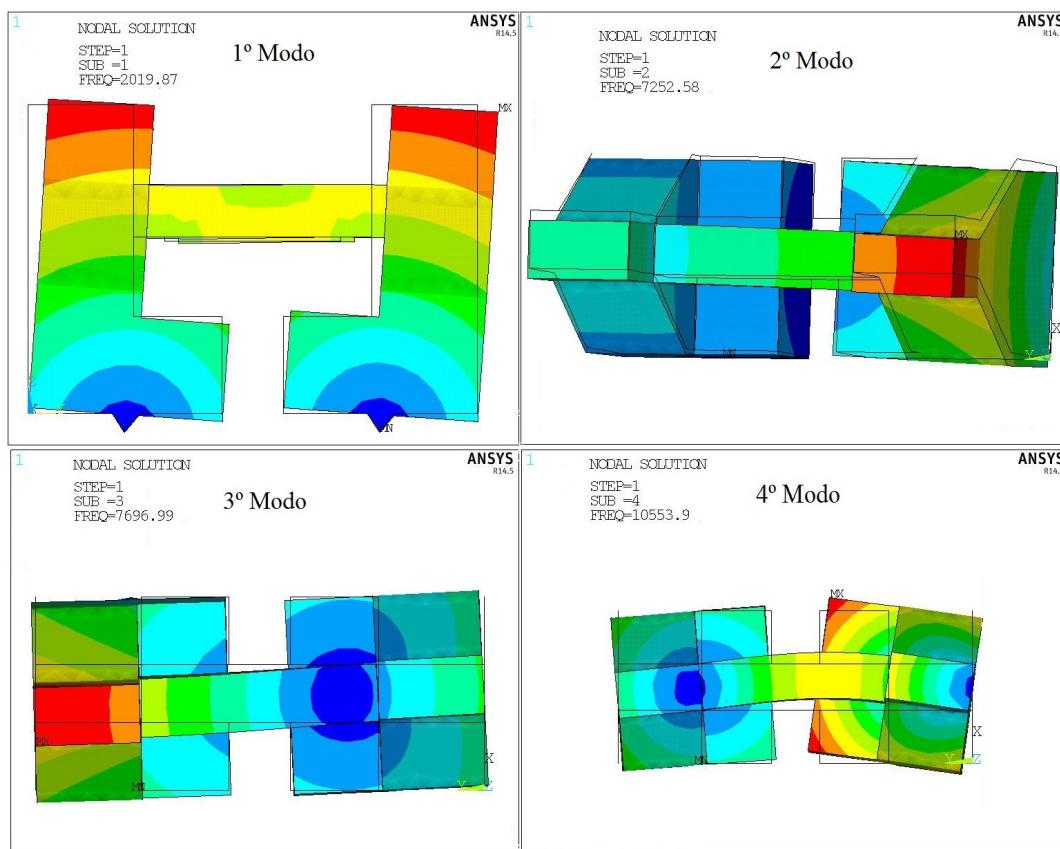


Figura 39 - Modo de vibração do Modelo IV

## 5.6. Modelo V

No Modelo V, Figura 40, assim como no Modelo IV o sensor opera de forma semelhante a um extensômetro de resistência elétrica.

A distância ( $L_0$ ) entre as arestas de contato é de 23 mm, calculando o deslocamento ( $\delta$ ) a ser aplicado para gerar uma deformação de  $500 \mu\epsilon$  entre as arestas, temos:  $\delta = 11,5 \mu\text{m}$ .

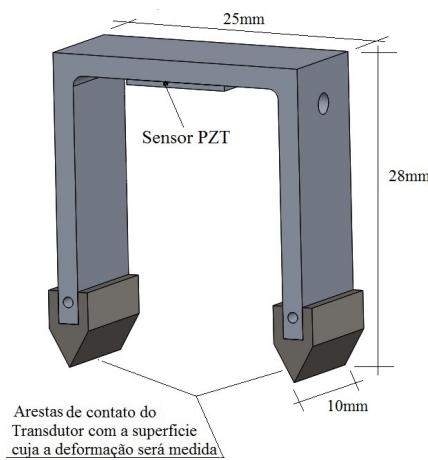


Figura 40 – Esquema do Modelo V

Para as simulações numéricas no ANSYS, foi aplicado um deslocamento de  $11,5 \mu\text{m}$ . Nos resultados da análise eletromecânica, a Figura 41 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 42 a variação de deformação em [m/m] na direção  $x$  devido ao mesmo deslocamento.

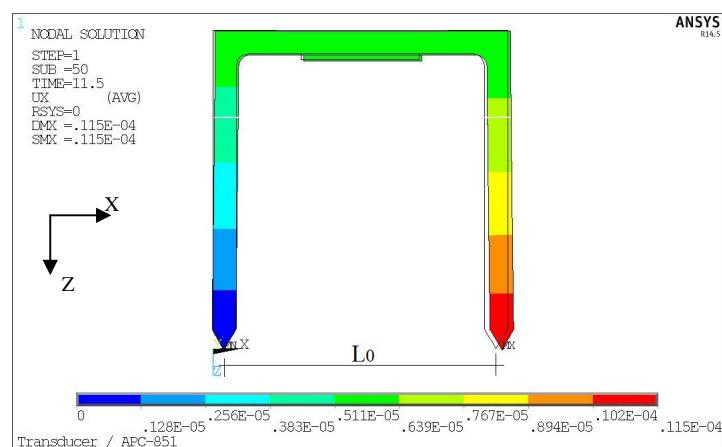


Figura 41- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo V

O transdutor mostrado na Figura 41 opera no modo extensional assim como no Modelo IV, apenas com algumas alterações na forma geométrica. Com o deslocamento de uma das pernas do transdutor no sentido de distanciá-las, a cerâmica piezoelétrica é tracionada e no sentido inverso, submetida à compressão.

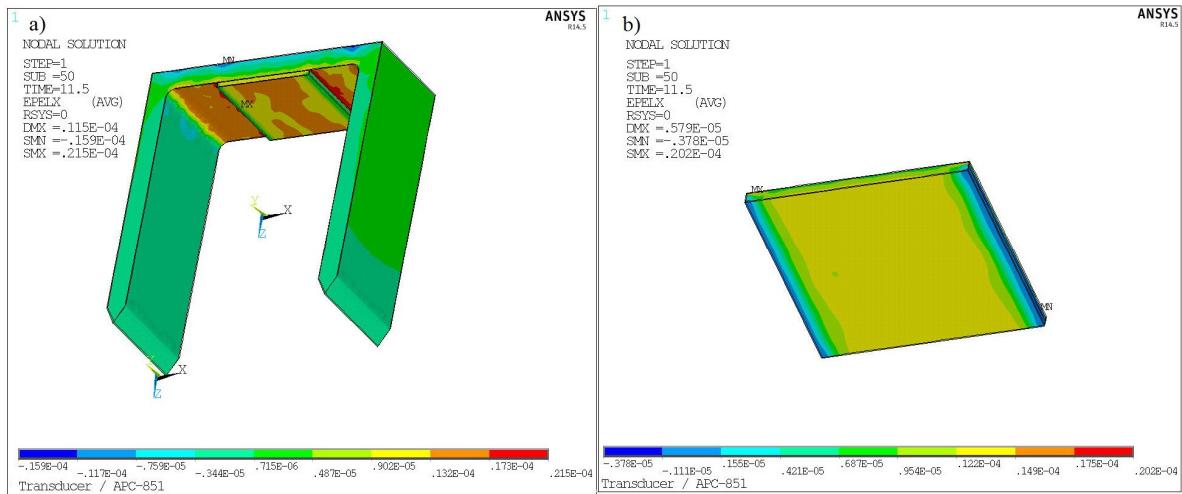


Figura 42 - Visualização do resultado de deformação na direção  $x$ : (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 42(a) pode-se observar como o campo de deformação na direção  $x$  se distribui sobre o corpo do transdutor, tendo seu valor máximo ( $S_{\text{máx}} = 21,5 \mu\epsilon$ ). Na Figura 42(b) é observado que esse campo de deformação se distribui de maneira uniforme na região central, com variações apenas nas extremidades da cerâmica piezoelétrica.

A deformação mecânica na direção  $x$  é a deformação responsável pela solicitação extensional do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise. Com essa deformação pode-se calcular a voltagem gerada pela cerâmica piezoelétrica utilizando a equação (25) ou a equação (35), porém utilizou-se a deformação média ocorrida na superfície do sensor. Na Figura 43 são mostrados os resultados obtidos pelo ANSYS e pela equação (25).

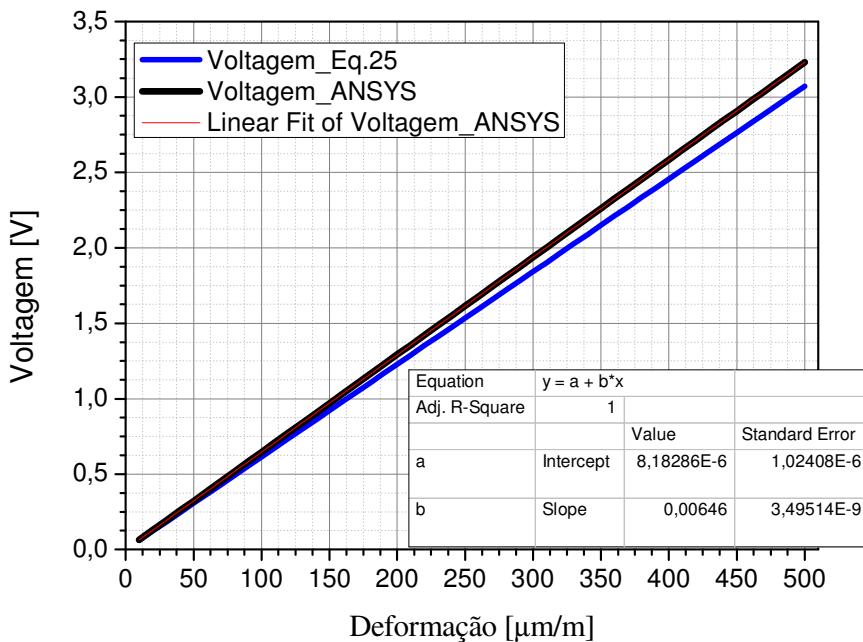


Figura 43 - Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. (25) para um deslocamento de 11,5  $\mu\text{m}$

A curva em preto é a gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação. O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir desta simulação numérica, devido sua operação no modo extensional, com a aplicação do deslocamento de  $\delta=11,5 \mu\text{m}$ , foi de 3,23 V. A curva em azul mostra a voltagem, obtida pela equação (25), em função da deformação na direção Y. Neste caso, a voltagem foi de 3,07 V. A utilização da equação (25) fornece uma voltagem 5 % menor que a fornecida pelo ANSYS. A sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de 6,46 mV/ $\mu\epsilon$ .

Na Tabela 6 são mostradas as frequências naturais obtidas na simulação por elementos finitos.

Tabela 6 - Frequências naturais do Modelo V

| Modo | Frequência (Hz) |
|------|-----------------|
| 1º   | 1666,8          |
| 2º   | 5475,5          |
| 3º   | 9048,3          |
| 4º   | 11538           |
| 5º   | 17494           |
| 6º   | 19903           |

### 5.7. Modelo VI

Outra aplicação importante é a medição de pequenas deformações dinâmicas, que demandam altos ganhos, sendo necessária uma alta sensibilidade. A alta sensibilidade das cerâmicas piezoelétricas possibilita a sua aplicação na medição de pequenas deformações dinâmicas. Tendo isto em vista, o transdutor de Modelo VI foi projetado para medir deformações na ordem de  $10 \mu\epsilon$ . No Modelo VI, apresentado na Figura 44, como no Modelo I, o sensor é submetido à compressão.

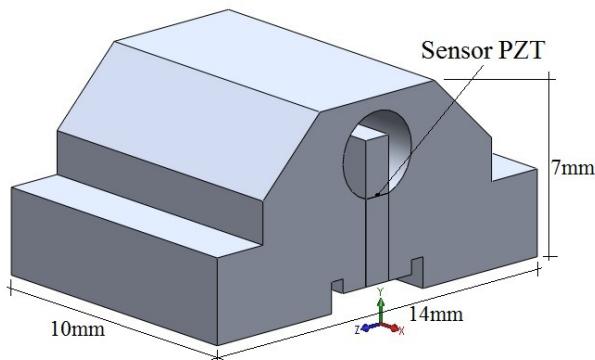


Figura 44 – Esquema do Modelo VI

Para as simulações numéricas no ANSYS foi aplicado um deslocamento de  $0,1 \mu\text{m}$ . Nas Figura 45 e Figura 46, têm-se os resultados da análise eletromecânica, onde a Figura 45 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 46 a variação de tensão em pascal [Pa] na direção  $z$  devido ao mesmo deslocamento.

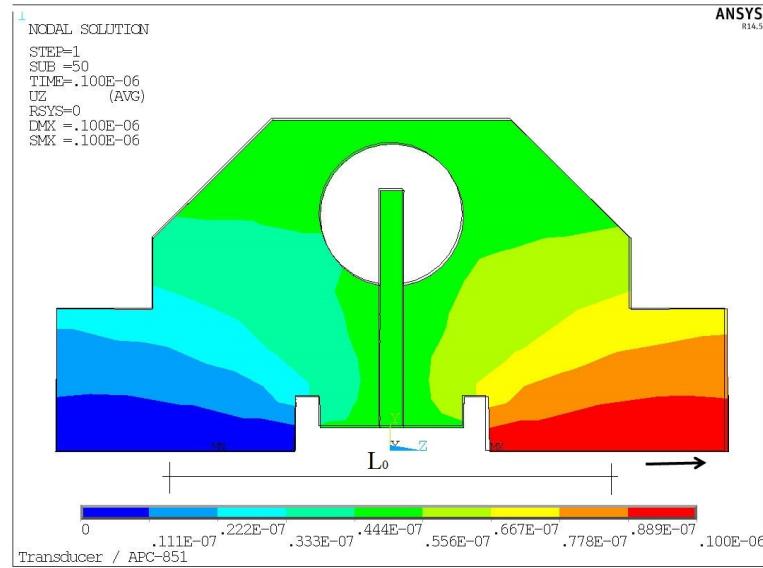


Figura 45- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo V

A distância  $L_0$  entre as bases de contato é de 9 mm, para o deslocamento ( $\delta=0,1\mu\text{m}$ ) aplicado a deformação foi de  $11,1 \mu\epsilon$  entre as bases.

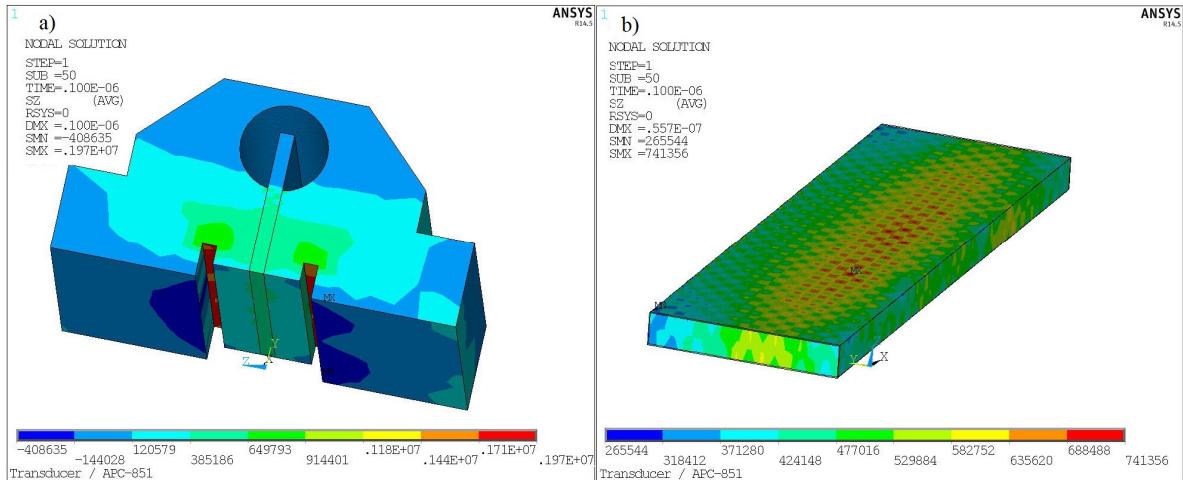


Figura 46 - Visualização do resultado da tensão na direção  $z$ : (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 46(a) pode-se observar como o campo de tensão na direção  $z$  se distribui sobre o corpo do transdutor, tendo seu valor máximo, em torno de 1,97 Mpa. Na Figura 46(b) é observado que esse campo de tensão se distribui de maneira aproximadamente uniforme na cerâmica piezoelétrica.

A tensão mecânica na direção  $z$  é a tensão responsável pela compressão do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise. Com essa tensão pode-se calcular a voltagem

gerada pela cerâmica piezoelétrica utilizando a equação (37), porém utilizou-se a tensão média ocorrida na superfície do sensor. Na Figura 47 são mostrados os resultados obtidos pelo ANSYS e pela equação (37).

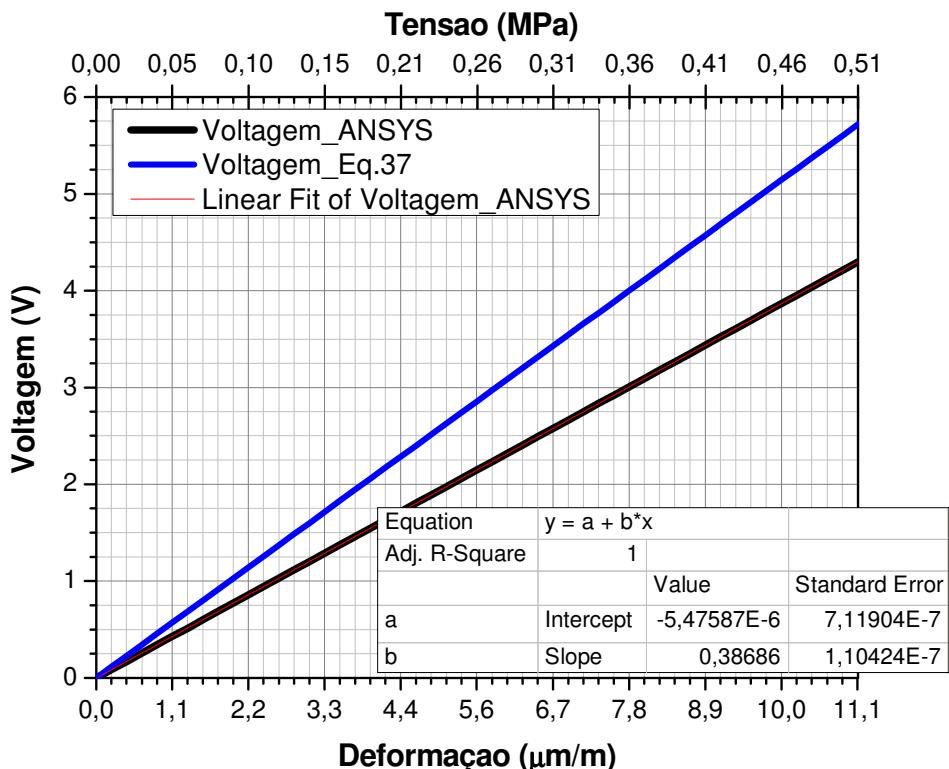


Figura 47- Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS e a Eq. 37 para um deslocamento de 0,1  $\mu\text{m}$

A curva em preto é a gerada pela simulação no ANSYS, onde temos a voltagem em função da deformação. O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir da simulação numérica, devido sua operação no modo compressivo foi de 4,3 V. A curva em azul mostra a voltagem, obtida pela equação (37) a voltagem foi de 5,7 V. A equação (37) fornece uma voltagem 24,5% maior que a fornecida pelo ANSYS, pelos mesmos motivos mencionados anteriormente no Modelo I. A sensibilidade do sensor para a simulação no ANSYS foi de 387 mV/ $\mu\epsilon$ . Salienta-se que nenhum condicionador de sinal foi introduzido nas análises.

Na Tabela 7 são mostradas as frequências naturais obtidas na simulação por elementos finitos. Os quatro primeiros modos de vibração podem ser observados na Figura 48.

Tabela 7 - Frequências naturais do Modelo VI

| <b>Modo</b> | <b>Frequência (Hz)</b> |
|-------------|------------------------|
| <b>1º</b>   | 97948,0                |
| <b>2º</b>   | 111207,0               |
| <b>3º</b>   | 132264,0               |
| <b>4º</b>   | 161828,0               |
| <b>5º</b>   | 165269,0               |
| <b>6º</b>   | 196880,0               |

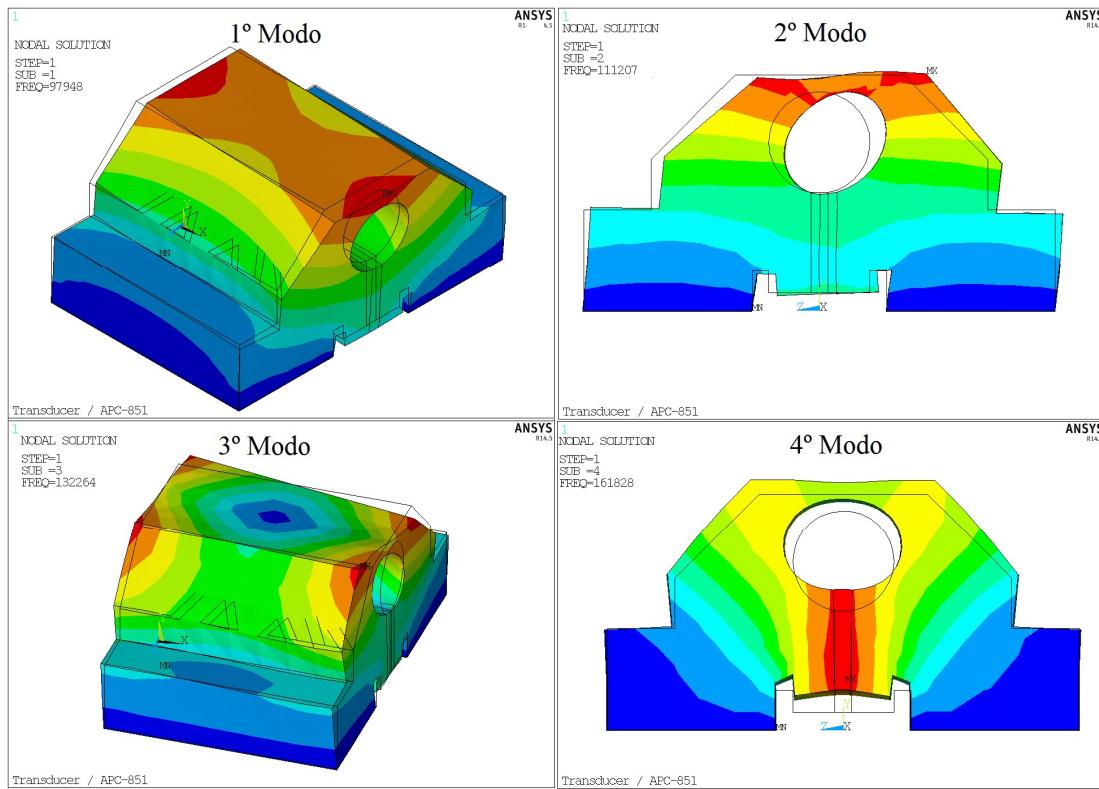


Figura 48 - Modo de vibração do Modelo VI

Um fato interessante observado na Figura 48 é que as frequências naturais dos três primeiros modos ocorrem na cerâmica piezoelétrica, entretanto essas frequências apresentam valores elevados.

## 5.8. Modelo VII

O Modelo VII (Figura 49) foi desenvolvido pelo fato de o Modelo III ter apresentado uma baixa sensibilidade para este modo de operação. Assim, o Modelo VII também opera no modo cisalhante, porém sua geometria permite obter uma melhor sensibilidade da resposta eletromecânica. O deslocamento, no Modelo VII, é aplicado na direção  $z$  que é a mesma da polarização.

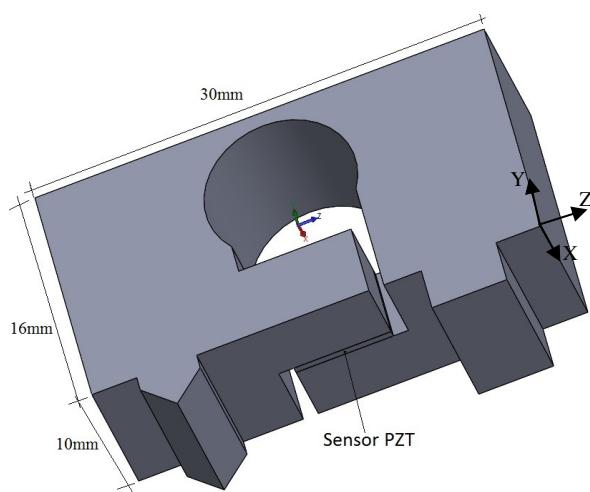


Figura 49 – Esquema do Modelo VII

A distância entre as bases de contato ( $L_0$ ) é de 19,5 mm. Foi aplicado um deslocamento de  $\delta = 15 \mu\text{m}$  na simulação eletromecânica, o qual resultou em uma deformação de  $769 \mu\epsilon$ . Os resultados desta simulação são mostrados nas Figura 50 e Figura 51, onde a Figura 50 mostra a variação de deslocamento em metros [m] e a Figura 51 a variação da tensão de cisalhamento em pascal [Pa] na direção  $xz$  devido ao mesmo deslocamento.

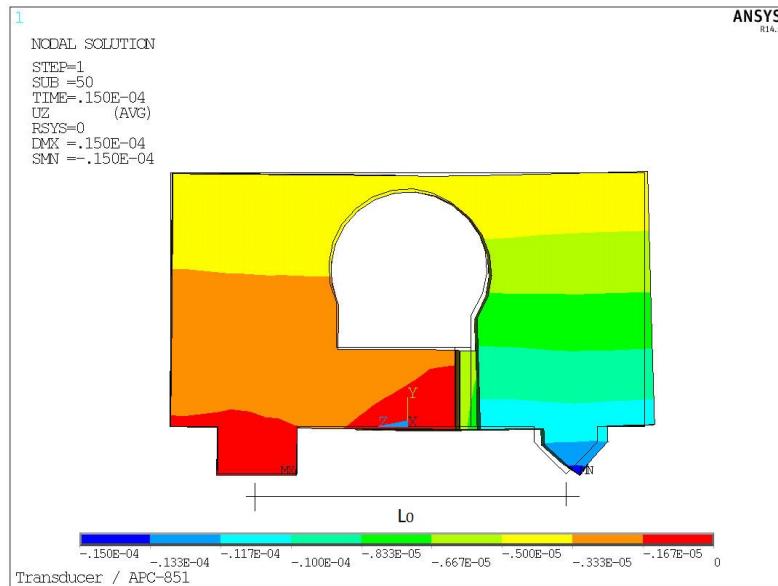


Figura 50- Resultado da simulação do deslocamento no ANSYS para o Modelo VII

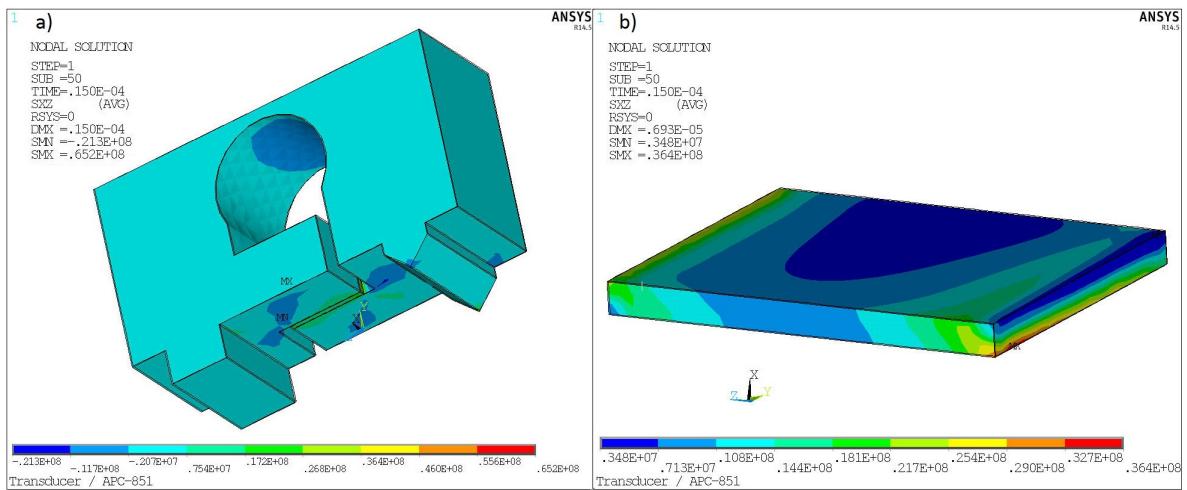


Figura 51 - Visualização do resultado da tensão de cisalhamento direção  $xz$  (a) transdutor, (b) Sensor PZT

Na Figura 51(b) é possível observar a distribuição da tensão de cisalhamento na cerâmica piezoeletrica. A tensão de cisalhamento na direção  $xz$  é a responsável pela solicitação cisalhante do sensor, por isso esta direção foi escolhida para análise. Na Figura 52 é mostrado o resultado da voltagem em função da deformação.

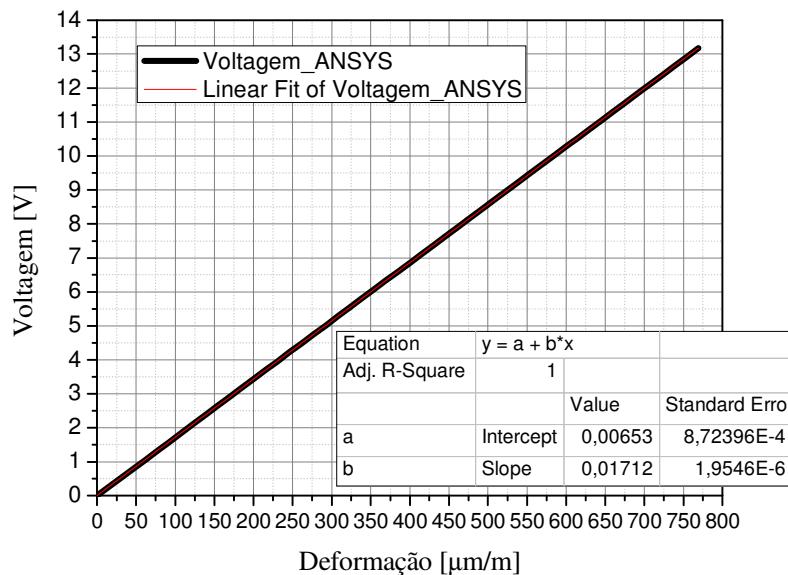


Figura 52- Gráfico da voltagem obtida pelo ANSYS para um deslocamento de 15  $\mu\text{m}$

O potencial elétrico médio gerado pelo sensor a partir da simulação numérica, devido sua operação no modo cisalhante foi de 13,17 V.

A configuração do transdutor gera outras solicitações menos significativas na cerâmica piezoelétrica, além da cisalhante. A sensibilidade do sensor para a simulação foi de 17,1 mV/ $\mu\epsilon$ .

Tabela 8 - Frequências naturais do Modelo VII

| Modo | Frequência (Hz) |
|------|-----------------|
| 1º   | 10019           |
| 2º   | 11342           |
| 3º   | 16801           |
| 4º   | 26384           |
| 5º   | 32491           |
| 6º   | 34542           |

Desta forma, a alta sensibilidade dos sensores piezoelétricos à deformação e sua possibilidade de utilização com analisadores de sinais dinâmicos puderam ser exploradas no desenvolvimento do transdutor de deformações dinâmicas. Com estes resultados, nota-se a viabilidade da aplicação da metodologia proposta para a obtenção de configurações ótimas para transdutores em aplicações reais de engenharia.

## 6. CIRCUITO ELÉTRICO CONDICIONADOR DE SINAL

Com o objetivo de amplificar a voltagem induzida nos sensores piezoelétricos, depois de ter sido submetido a deformações mecânicas, para um nível apropriado para posterior análise, duas abordagens têm sido estudadas. Em ambos os casos, o modelo elétrico equivalente destes sensores é levado em consideração. Ele consiste de uma fonte de tensão controlada pelo deslocamento e uma impedância série capacitiva ( $C_1$ ), como ilustrado na Figura 53. Deste modo, para não atenuar a voltagem gerada pelo sensor, qualquer circuito ligado aos seus terminais deve ter uma impedância de entrada elevada.

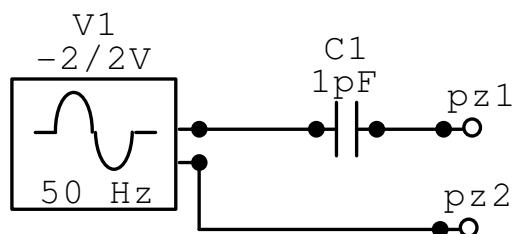


Figura 53 - Modelo elétrico simplificado de um sensor piezoelétrico

### 6.1. Amplificação Direta

Na primeira abordagem, é necessária a utilização de um amplificador operacional (opamp) com entradas FET (Field Effect Transistor), ou MOSFET (Metal Oxide Semicondutor FET). Isto é devido a que sua impedância de entrada é maior do que a de um opamp com transistores bipolares nas suas entradas (Franco, 2002).

Na Figura 54, uma configuração típica de amplificador inversor foi testada (Lannes, 2009). Neste caso, quando o sensor está sem deformação, a tendência natural para a saturação é evitada pelo uso do resistor R1 em paralelo com o capacitor C2. Ainda mais, essa configuração corresponde à de um filtro passa alta de primeira ordem com uma frequência de corte baixa calculada como  $1 / (C_2 \times R_1)$ . A função de transferência,  $G_1(s)$ , deste filtro fica dada por:  $G(s) = - (s C_1 R_1) / (1 + s C_2 R_1)$ . A alta frequência de corte é limitada pelo ganho do amplificador operacional em malha aberta.

Na Figura 55, mostra-se uma foto de um amplificador implementado com essa abordagem.

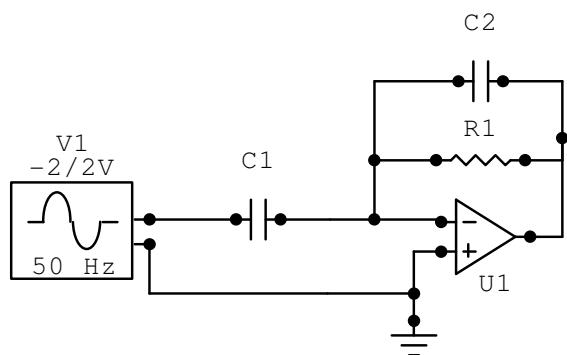


Figura 54 - Amplificador passa baixa de primeira ordem

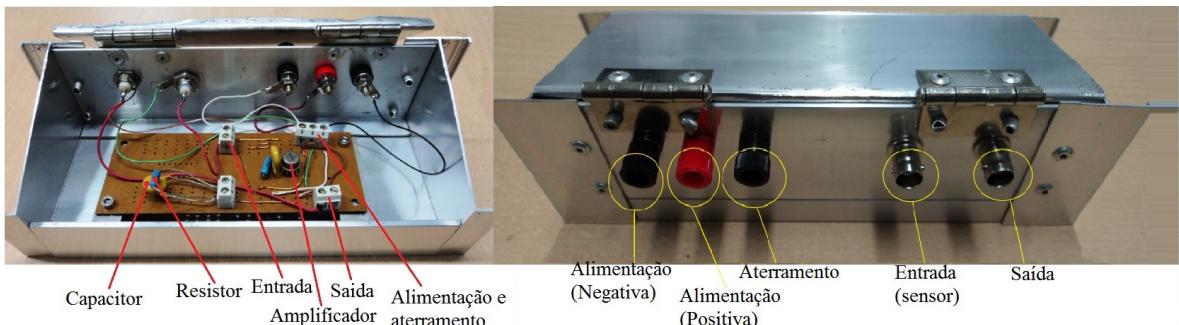


Figura 55 - Amplificador experimental com baixa frequência de corte (Paulo, 2012)

Desta forma, por exemplo, se  $C_1=1\text{pF}$ ,  $C_2=1\mu\text{F}$  e  $R_1=10\text{MOhm}$ , a frequência de corte baixa será de 10 rad/s ou 1,6Hz

Por outro lado, se a alta frequência de corte superior tem de ser menor do que o obtida com o circuito da Figura 55, é possível utilizar um filtro passa banda que apresenta um

resistor R2 em série com o sensor (Clayton e Winder, 2003). A sua função de transferência é dada por:  $G(s) = - (s C_1 R_1) / [ (1 + s C_2 R_1) (1 + s C_1 R_2) ]$ .

Logo, a frequência é calculada como  $(1 / C_1 \times R_2)$ . A resposta particular de frequência tem o formato mostrado na Figura 56, que com os valores de componentes citados acima, requereriam um resistor  $R_2 = 133\text{MOhm}$ . Embora simples, quando os sensores estão distantes do amplificador, essas configurações exigem um elevado grau de blindagem, devido a que o ruído elétrico pode ser facilmente amplificado.

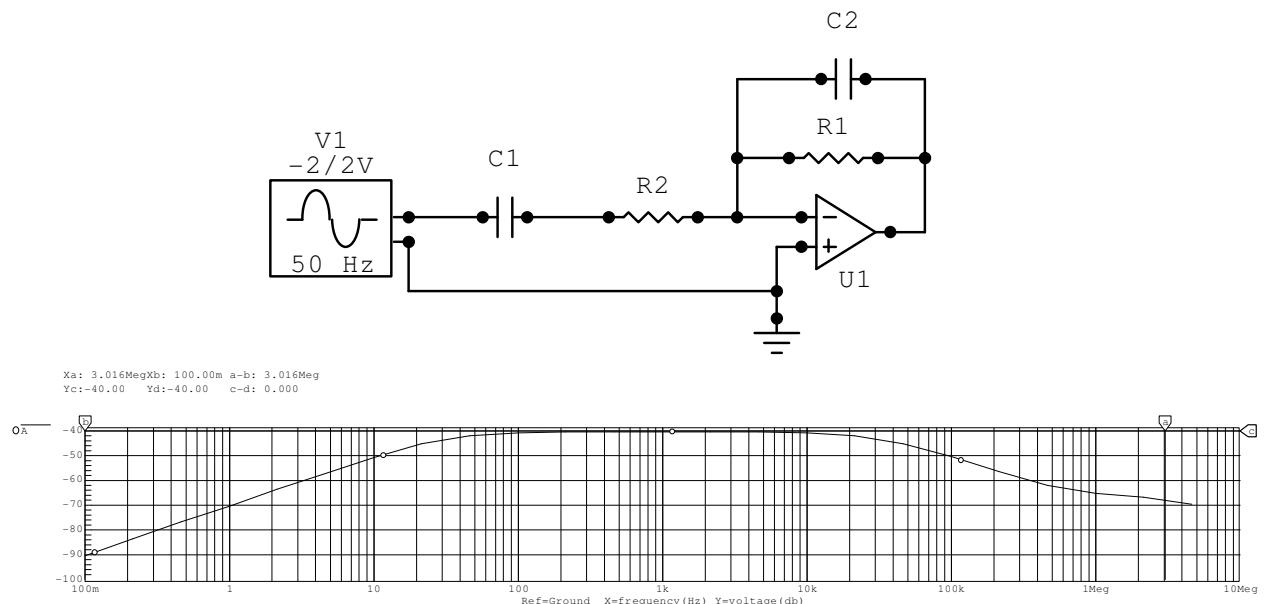


Figura 56 - Amplificador passa banda e sua resposta de frequência

## 6.2. Amplificação Indireta

Na segunda abordagem, um FET ou MOSFET de tipo depleção é utilizado. Neste caso, a resistência do canal semicondutor, formado entre os terminais de dreno (D) e fonte(S),  $R_{ds}$ , muda como uma função não linear da voltagem aplicada entre os terminais da porta(G) e da fonte(S),  $V_{gs}$ . Como a impedância equivalente porta-fonte é muito elevada, uma conexão direta com os terminais piezoelétricos é possível, como ilustrado na Figura 57.

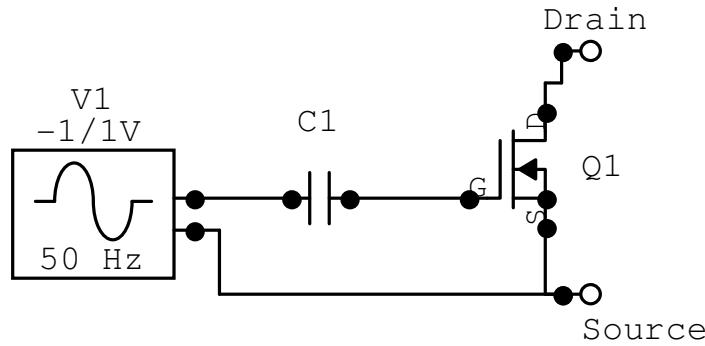


Figura 57 - Sensor piezoelétrico conectado a um MOSFET de depleção

A fim de detectar as mudanças no deslocamento, a resistência controlada Rds pode ser parte de algum circuito auxiliar, como o sugerido na Figura 58. As variações de voltagem ( $V_a - V_b$ ) podem ser subsequentemente amplificadas por um amplificador de instrumentação.

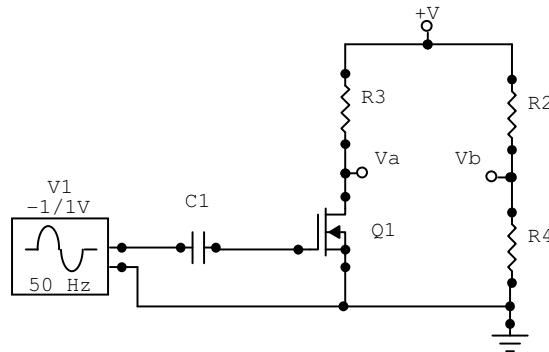


Figura 58 - Sensor piezoelétrico conectado a um MOSFET de depleção

Por outro lado, se o amplificador deveria estar longe do sensor, uma melhor alternativa é a utilização de uma fonte de alimentação com corrente constante ( $I_s$ ), como representado na Figura 59. Conhecendo a resistência do cabo blindado,  $R_{wire}$ , uma voltagem  $V_t$ , dependente das variações de deslocamento, é obtida. Mais uma vez, este sinal pode ser subsequentemente amplificado e processado levando em conta a relação não-linear de  $R_{ds}$  com a voltagem  $V_{gs}$ . Em relação a ( $I_s$ ), várias opções podem ser encontradas com circuitos integrados. A fotografia da Figura 60 mostra a implementação experimental desta abordagem sendo que o processamento do sinal recolhido fica por conta de um algoritmo de linearização implementado com algum microcontrolador.

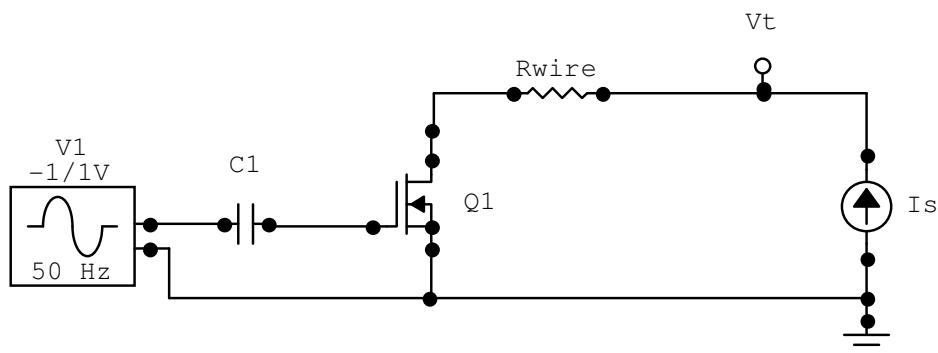


Figura 59 - Detecção do deslocamento usando Rds com uma fonte de corrente constante

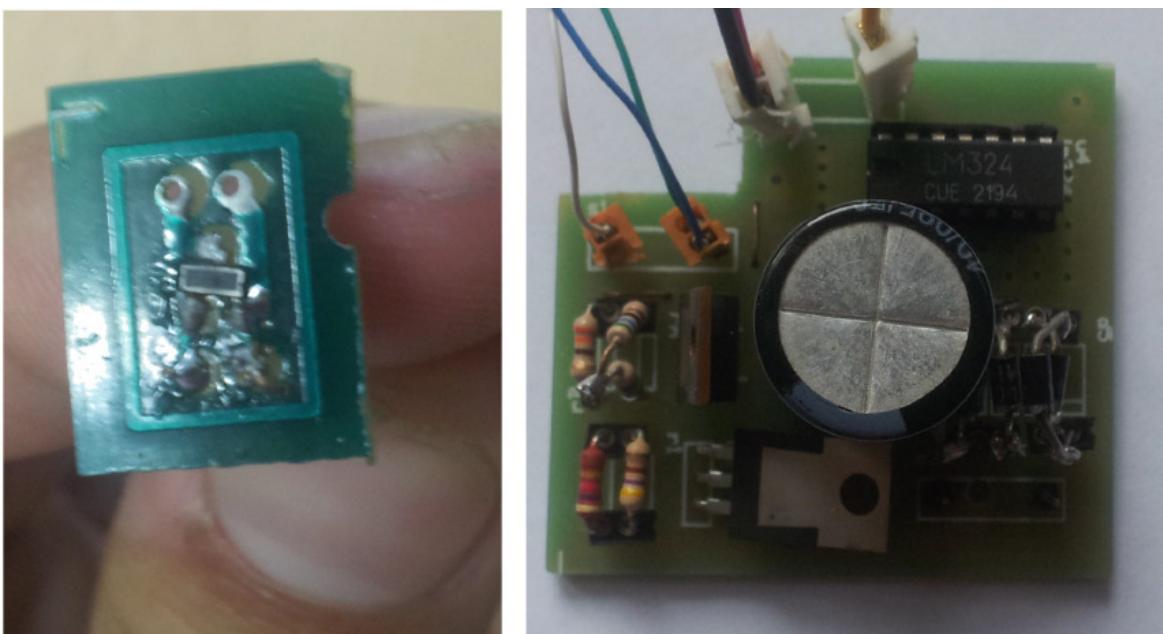


Figura 60 - Mosfet (esquerda) e fonte de corrente constante (à direita)

### 6.3. Circuito elétrico condicionador de sinal utilizado nos ensaios experimentais

O circuito com amplificação direta mostrado na Figura 55 foi o utilizado nos ensaios experimentais. Os componentes capacitor e resistência são utilizados para estabelecer a resposta do sistema, frequência de corte e ganho respectivamente.

Este circuito foi desenvolvido por Lannes (2009) e aprimorado por Farias Jr. (2013) que depois de alguns testes preliminares, optou pelo resistor de  $100M\Omega$  e o capacitor  $100pF$ . As Tabela 9 e Tabela 10 mostram as frequências de corte em relação à variação de resistores e capacitores segundo (Lannes, 2009).

Tabela 9 - Frequências de corte para os circuitos com capacitor C = 100pF e R mudando de 1 a 500GOhm

| <b>Resistor (R)</b> | <b>Frequência de Corte</b> |
|---------------------|----------------------------|
| 1 GOhm              | 1,5916 Hz                  |
| 10 GOhm             | 0,5992 Hz                  |
| 100 GOhm            | 0,0159 Hz                  |
| 500 GOhm            | 0,0032 Hz                  |

Fonte: LANNES (2009)

Tabela 10 - Frequências de corte para os circuitos com resistor R = 500 GOhm

| <b>Capacitor (C1)</b> | <b>Frequência de Corte</b> | <b>Ganho</b> |
|-----------------------|----------------------------|--------------|
| 1 nF                  | 0,0003 Hz                  | 20 dB        |
| 100 pF                | 0,0032 Hz                  | 40 dB        |
| 10 pF                 | 0,0318 Hz                  | 60 dB        |
| 1 PF                  | 0,3183 Hz                  | 80 dB        |

Fonte: LANNES (2009)

Lannes (2009) também afirma que o aumento do ganho deve ser feito com cuidado, pois causará o aumento da frequência de corte, que pode ser alterada com a variação dos resistores, podendo causar instabilidade do circuito em certos níveis.

## 7. PROTÓTIPOS DE TRANSDUTORES E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 7.1. Desenvolvimento dos protótipos

Neste capítulo, a avaliação dos modelos numéricos é realizada através de ensaios experimentais. A partir das análises realizadas no Capítulo 5, a alta sensibilidade dos sensores piezoelétricos à deformação pode ser explorada no desenvolvimento de transdutores de deformação dinâmica. Foram construídos protótipos correspondentes a dois modelos apresentados e discutidos no Capítulo 5. Os pontos relevantes para a escolha dos protótipos a serem construídos foram: apresentar alta sensibilidade à deformação e ao mesmo tempo formas geométricas mais simples, facilitando a construção. Outras características importantes para medição de deformações dinâmicas são o baixo peso e elevada frequência natural.

Optou-se pela construção de protótipos de geometria mais simples onde as cerâmicas piezoelétricas operam em compressão ou de forma semelhante ao extensômetro de resistência elétrica. Desta forma, não foram construídos protótipos no qual a cerâmica opera no seu modo de cisalhamento devido às geometrias mais complexas e por não temos uma cerâmica adequada para operar neste modo.

Os transdutores desenvolvidos para a medição de deformações dinâmicas são compostos basicamente por um pequeno elemento elástico feito de alumínio que contém um sensor piezoelétrico. Nos transdutores que operam no modo compressivo a cerâmica piezoelétrica é confinada em seu alojamento de maneira prensada, não sendo utilizado nenhum produto para fixar à cerâmica piezoelétrica no corpo do transdutor. Já para o modelo que opera no modo extensional a cerâmica piezoelétrica é fixa no corpo do transdutor por meio de colagem, utilizando adesivo instantâneo universal.

Quando a superfície da peça ou estrutura a qual o transdutor está acoplado se deforma, o elemento elástico do transdutor também é deformado. A deformação neste elemento é detectada pelo sensor piezoelétrico que gera um sinal elétrico. A resposta elétrica do sensor piezoelétrico está correlacionada com a deformação da amostra durante o processo de calibração para determinar a sensibilidade do transdutor à deformação.

Inicialmente foi testado à cerâmica piezoelétrica como um sensor de deformações dinâmicas, equivalente a um *strain gauge* e em seguida os protótipos construídos.

## 7.2. Verificação experimental do sensor PZT operando de forma semelhante ao *strain gauge*

A estrutura analisada nesta verificação experimental consiste de uma viga de aço na condição livre-engastada, com dimensões 360x20x6,35mm. Uma cerâmica piezoelétrica (PZT) foi colada na face superior da viga e um extensômetro de resistência elétrica (E.R.E.) foi colado na face oposta. Um esquema da viga com a instrumentação empregada é mostrado na Figura 61. A extremidade livre da viga foi submetida a um deslocamento na direção vertical,  $z$ , produzido manualmente, com variação da frequência e intensidade de força aplicada. O sinal do sensor piezoelétrico passa pelo condicionador de sinais que foi descrito no Capítulo 6 dedicado aos circuitos elétricos de condicionamento de sinais de sensores piezoelétricos, em seguida o sinal condicionado é encaminhado ao sistema de aquisição de dados. A aquisição do sinal foi feita através do sistema de aquisição de dados SPIDER®8 da HBM, utilizando o programa CATMAN®, que recebe os dados do extensômetro e do sensor piezoelétrico através de um módulo SPIDER®8, mostrado na Figura 61.

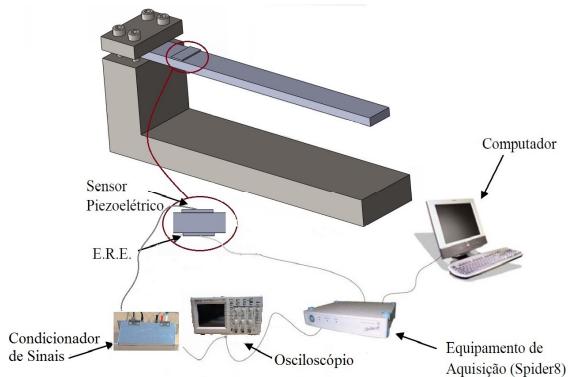


Figura 61 - Esquema utilizado para verificação da sensibilidade do PZT e do extensômetro

O objetivo principal do ensaio foi comparar a sensibilidade do PZT com o extensômetro de resistência elétrica (E.R.E). Na fotografia mostrada na Figura 62 pode-se observar o posicionamento do PZT e do E.R.E. colado na viga. Na Figura 63 é apresentada a sensibilidade do sensor fabricado pela APC, que tem as propriedades listadas na Tabela 1, *versus* a sensibilidade do extensômetro de resistência elétrica.

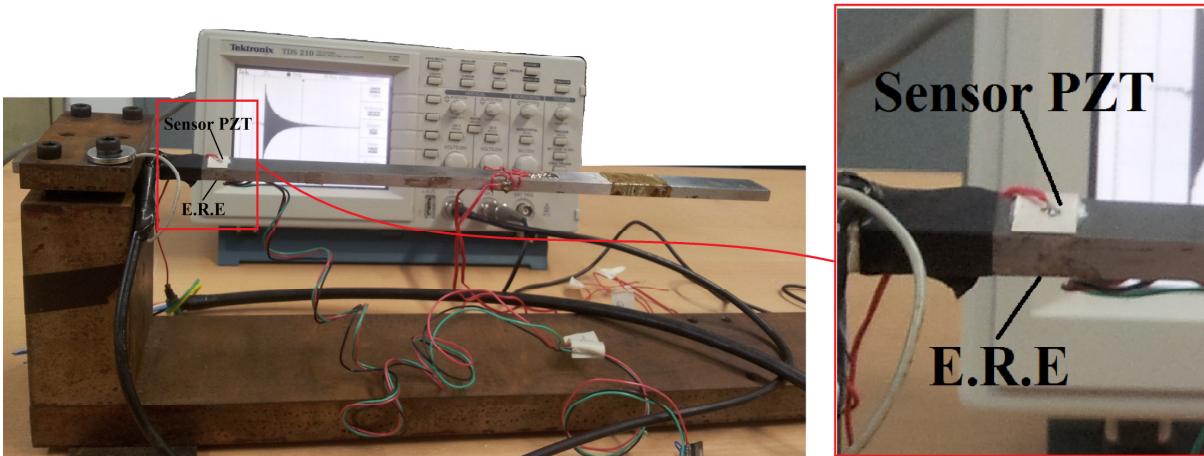


Figura 62 – Fotografia do experimento I

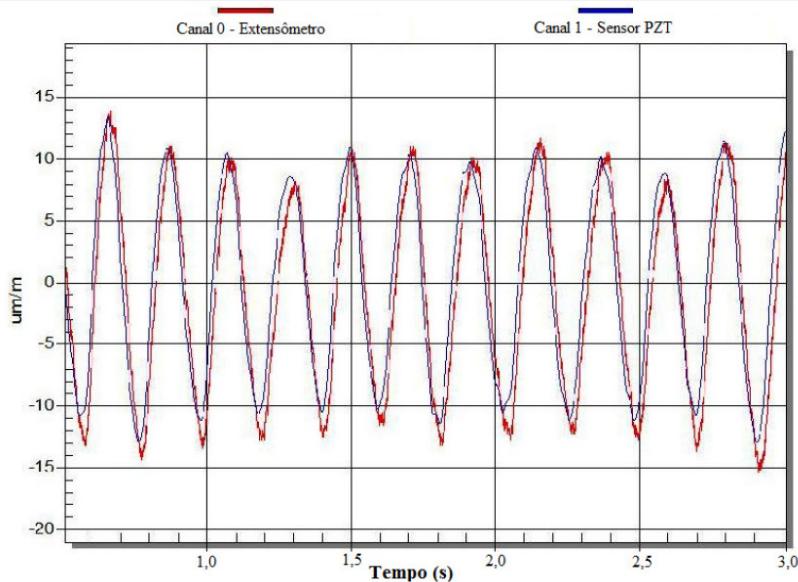


Figura 63– Comparativo de resposta da cerâmica e do extensômetro

É observado que o sensor PZT, neste caso, apresenta uma resposta corroborante com o extensômetro, onde as amplitudes de deformação na viga atingiram valores em torno de 26  $\mu\text{m}/\text{m}$  (p-p).

Como mencionado anteriormente à sensibilidade da cerâmica depende do material da peça testada. O sensor apresentará menor sensibilidade para materiais de menor rigidez.

Para medições em aço, apresentadas na Figura 63, a sensibilidade do sensor foi de aproximadamente 400  $\text{mV}/\mu\epsilon$ .

Outro ensaio realizado foi o de impacto com objetivo de verificar a capacidade máxima do sensor piezoelétrico em medir pequenas deformações. Ou seja, qual é a menor deformação que o sensor consegue detectar. Foi aplicado um pequeno impacto na extremidade livre da viga e só parou-se a medição quando tivesse passado tempo suficiente para a viga amortecer todo impacto. A Figura 64 apresenta todo o intervalo de medição do ensaio e na Figura 65 pode-se visualizar o final do intervalo medido.

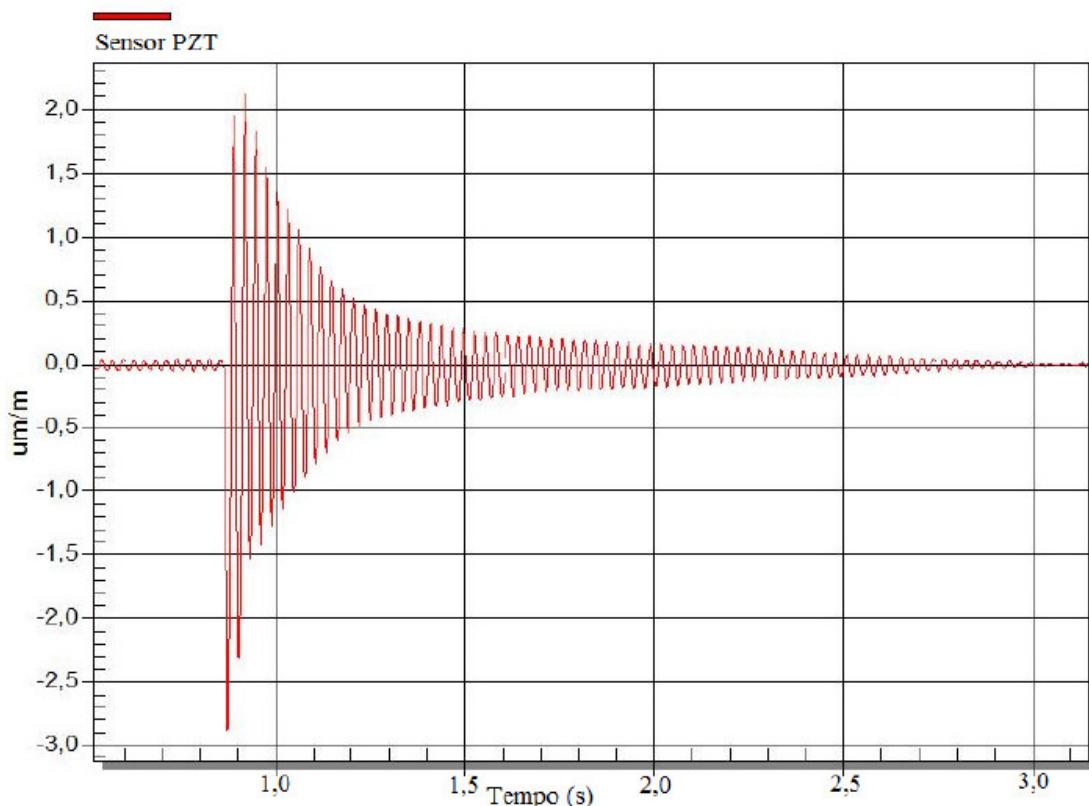


Figura 64– Ensaio de impacto

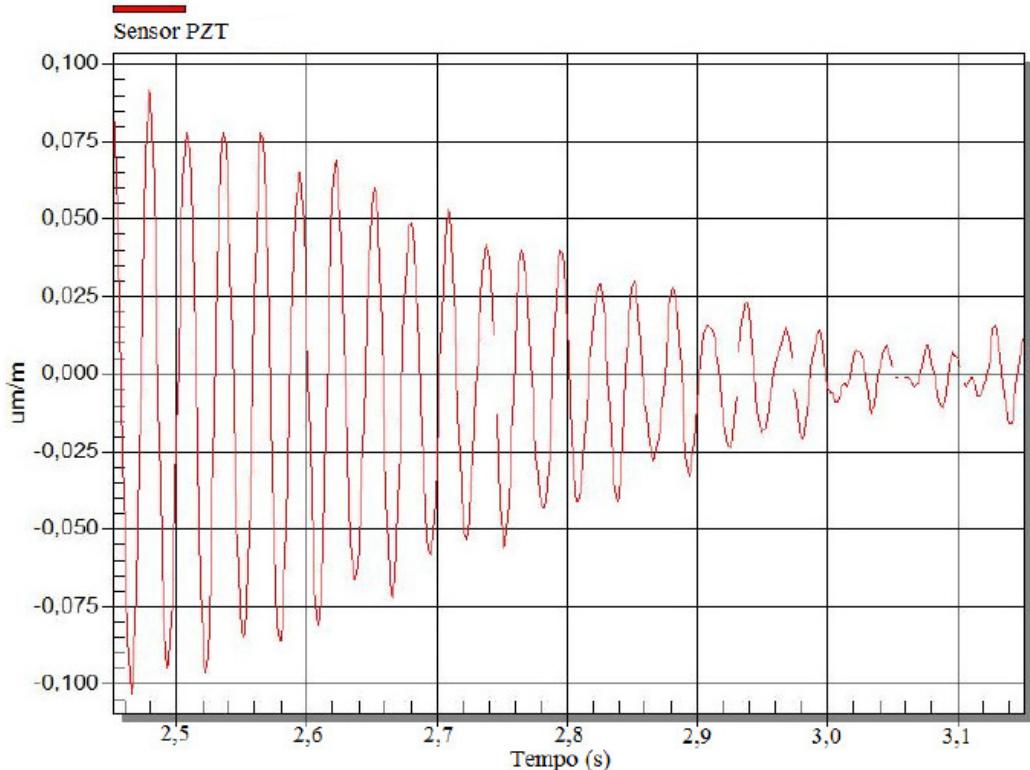


Figura 65– Ensaio de impacto (final do intervalo de medição)

Pode-se observar na Figura 65, que o sinal é bem definido mesmo para deformações inferiores a  $0,01 \mu\epsilon$ . Isso significa que o sensor piezoelétrico consegue medir deformações na ordem de  $10^{-3} \mu\text{m}/\text{m}$ .

### 7.3. Ensaios experimentais com o Protótipo I

O protótipo I é mostrado na Figura 66. A montagem para o ensaio foi semelhante ao esquema mostrado na Figura 61, substituindo o sensor PZT pelo protótipo I, conforme a Figura 67, onde o transdutor é preso por elásticos na viga.

Os demais ensaios utilizarão este mesmo aparato experimental, variando apenas o transdutor correspondente ao protótipo analisado.



Figura 66 – Protótipo I

O protótipo na Figura 66 tem 30 mm de comprimento, 20 mm de largura e altura de 44 mm. O corpo do transdutor é feito de alumínio 7075 T6 e as bases são feitas de aço 1045 fixadas ao corpo por parafusos. O sensor PZT encontra-se fixado entre dois isolantes. Além dos furos para a fixação das bases, o corpo do transdutor possui dois furos de 3 mm para as hastes de apoio que serviram para fixar o transdutor na superfície onde será instalado. Uma mola de chapa de aço inoxidável foi inserida, de modo que o sensor seja submetido a uma pré-tensão de compressão. Na parte superior existe um furo vazado para passagem dos fios do sensor.

As pontas de fixação são do tipo aresta em fio de faca. Segundo Albright e Annala (1994), este método de fixação proporciona uma histerese baixa, os pontos de fixação são claramente definidos. Para este tipo de fixação, faz-se necessário também um dispositivo de pré-carga. Este dispositivo deve fornecer uma suficiente força de contato e atrito entre o transdutor e a amostra de modo que as pernas de fixação não deslizem. Como mencionado anteriormente o dispositivo de pré-carga utilizado nos ensaios foi uma liga elástico.

Albright e Annala (1994), também afirmam que as forças de atrito dependem da dureza da amostra, condição da aresta em fio de faca e força de contato. A força de contato aplicada nas amostras pelas arestas de contato é controlada pelo dispositivo de pré-carga e a geometria do transdutor. Forças de contato superiores tem a vantagem de maiores forças de atrito entre as arestas e a amostra. A desvantagem é que as forças superiores criam maiores tensões nos pontos de contatos. Em alguns testes, o que pode conduzir a maus resultados.

A Figura 67 mostra a configuração de montagem para o ensaio com o primeiro protótipo. Onde será obtida a comparação entre a deformação medida pelo protótipo I e o E.R.E.

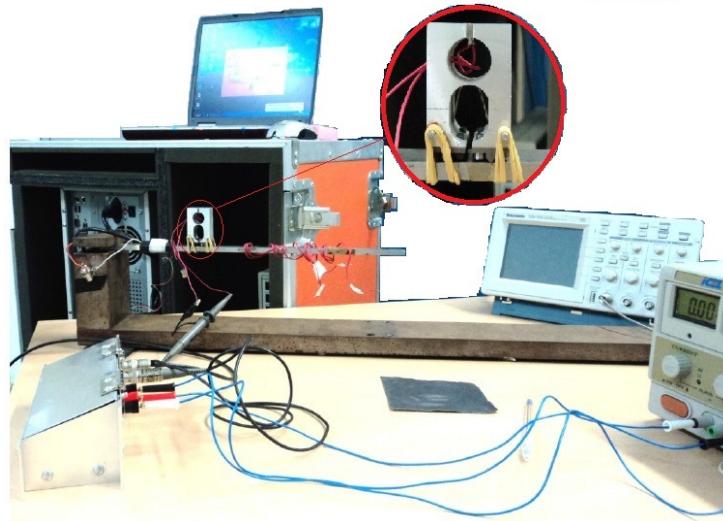


Figura 67 - Configuração de montagem com o protótipo I

Como nos demais ensaios a excitação da viga foi feita manualmente. A razão da voltagem (V) pela deformação (m/m) foi bem diferente do ensaio realizado com o sensor fixado diretamente na viga, mas mesmo assim apresentou um resultado compatível com o extensômetro. A Figura 68 mostra um dos resultados das medições submetido à cargas aleatórias, sendo excitado manualmente em amplitudes diferentes.

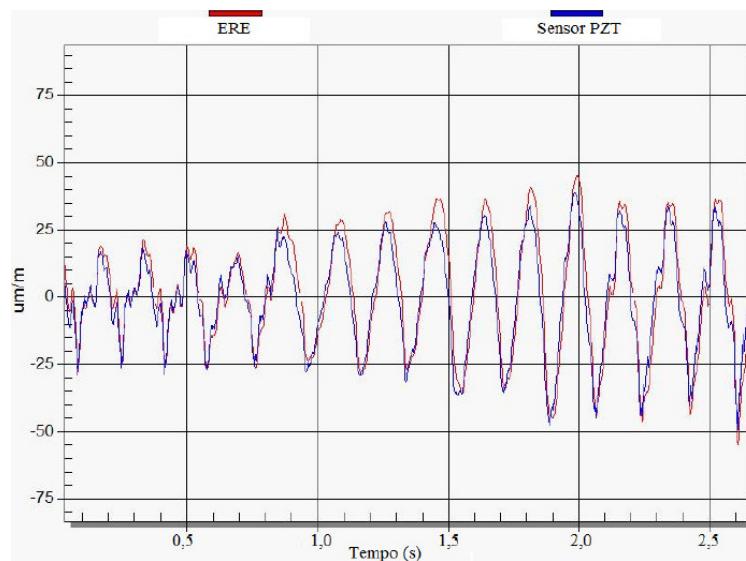


Figura 68 – Comparaçao Protótipo I x ERE

A sensibilidade verificada na comparação com o extensômetro foi de  $20 \text{ mV}/\mu\epsilon$ . Outro ensaio realizado foi o de impacto (Figura 69), que permite que a viga oscile do instante do impacto até o instante em que a oscilação fica imperceptível.

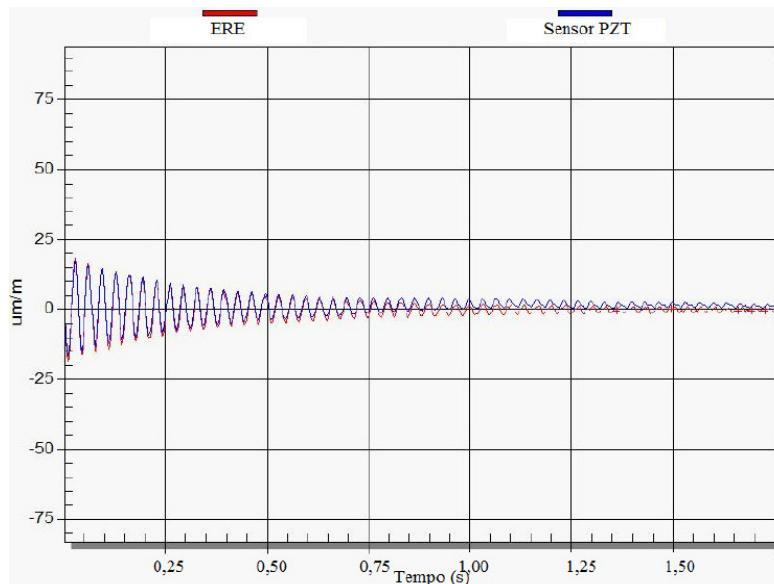


Figura 69 - Ensaio de impacto com o protótipo e o extensômetro instalados na viga

#### 7.4. Ensaios experimentais com o Protótipo II

O protótipo II, mostrado na Figura 70, foi construído a partir do Modelo V. O transdutor foi construído com certa dificuldade por conta de sua geometria com dimensões reduzidas, mas de acordo com os estudos realizados ele apresentou as características esperadas. Neste caso, o transdutor não possui as arestas em fio de faca. A fixação é feita por meio de colagem do transdutor a viga, como mostra a Figura 71.

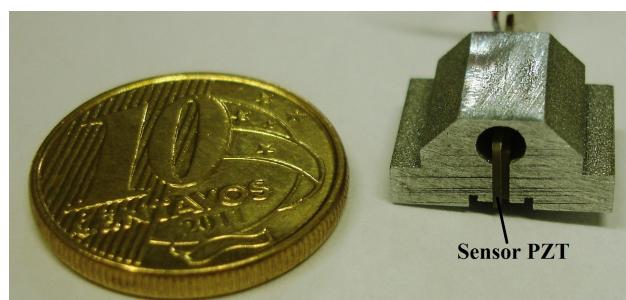


Figura 70- Configuração do Protótipo II

O protótipo na Figura 70 tem 14 mm de comprimento, 10 mm de largura e 7 mm de altura. A geometria e as dimensões reduzidas permitem que o transdutor detecte níveis de deformações inferiores a  $1 \mu\epsilon$  ( $1 \text{ microstrain}$ ). Segundo Laskovski et al (2011), entre as inúmeras aplicações para sensores piezoelétricos, a sua capacidade de medir o deslocamento, com precisão sub-nanométrica, provou ser de vital importância para a nanotecnologia .

A Figura 71 mostra a configuração de montagem para o ensaio do protótipo II. Onde será obtida a comparação entre a deformação medida pelo protótipo e o E.R.E.

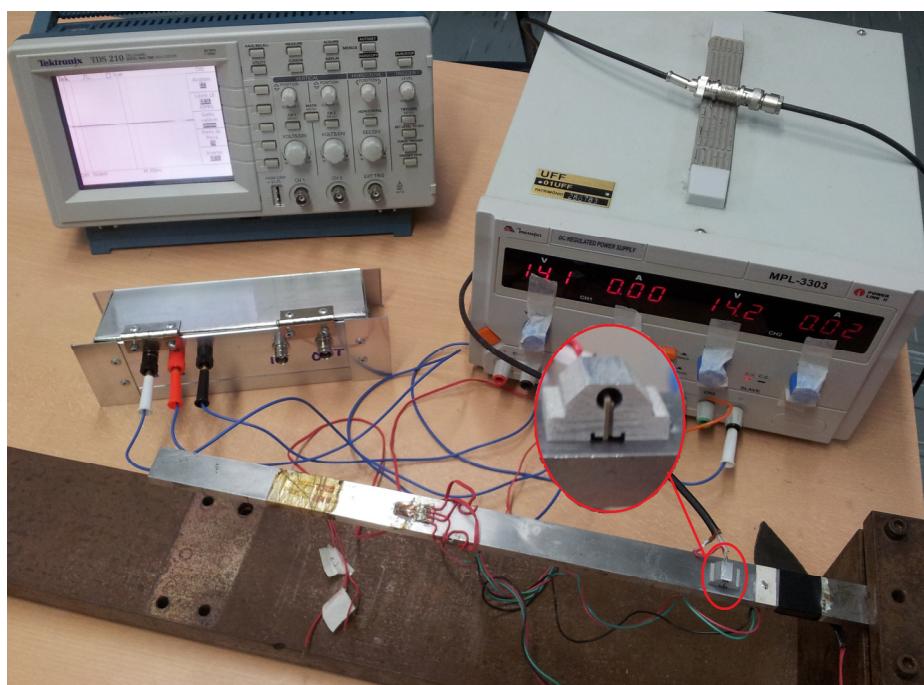


Figura 71 - Configuração de montagem com o protótipo II

Utilizando a montagem com a viga engastada, mostrada na Figura 71, foram realizados diversos ensaios variando as amplitudes pico a pico (p-p). Na Figura 72 pode-se observar deformações na ordem de  $1 \mu\epsilon$ , na Figura 73 na ordem de  $30 \mu\epsilon$ .

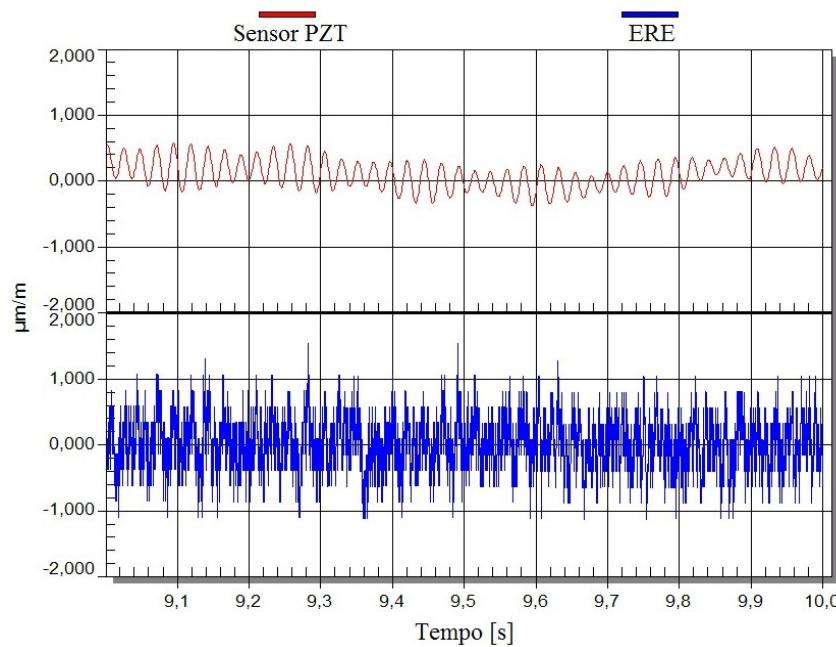


Figura 72 – Medições de deformação realizadas pelo protótipo II e pelo E.R.E

As deformações medidas por este protótipo na ordem de  $1 \mu\text{e}$  mostraram que o transdutor possui uma capacidade de detecção superior ao extensômetro de resistência elétrica, como é mostrado na Figura 72.

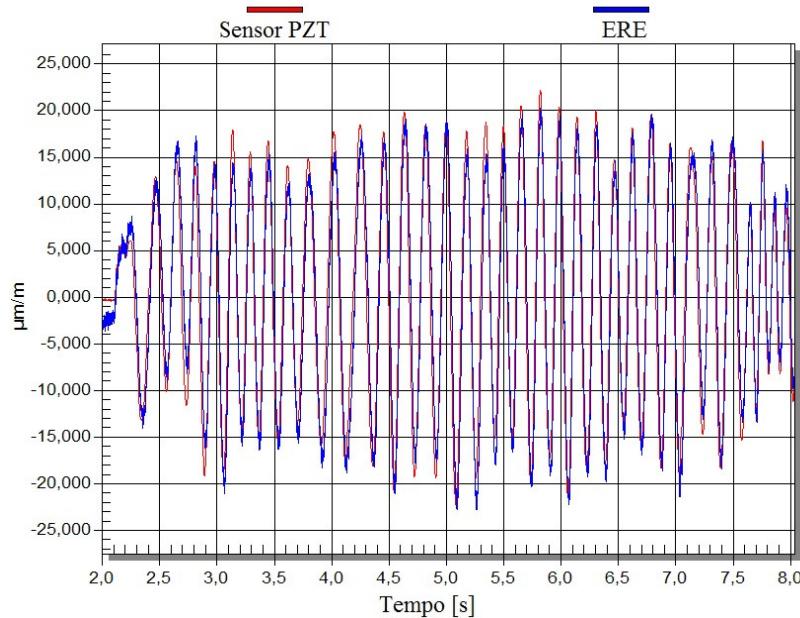


Figura 73 – Comparação entre a deformação medida pelo protótipo II e medida pelo E.R.E

Já para deformações maiores, neste caso, na ordem de  $30 \mu\epsilon$  as deformações medidas por este protótipo foram muito próximas das deformações medidas pelo extensômetro de referência colado na viga, como é mostrado na Figura 73, mostra a exatidão na medição de deformações dinâmicas.

A sensibilidade verificada na comparação com o extensômetro foi de  $45 \text{ mV}/\mu\epsilon$ .

## 7.5. Protótipo III

O protótipo III, mostrado na Figura 74, foi construído a partir do Modelo II. Este transdutor é do tipo *clip-gage*, que são aparelhos específicos para medir deslocamentos lineares de pequeno curso. Neste caso, a deformação do corpo-de-prova causa a deformação do transdutor, comprimindo a cerâmica piezoeletrica.

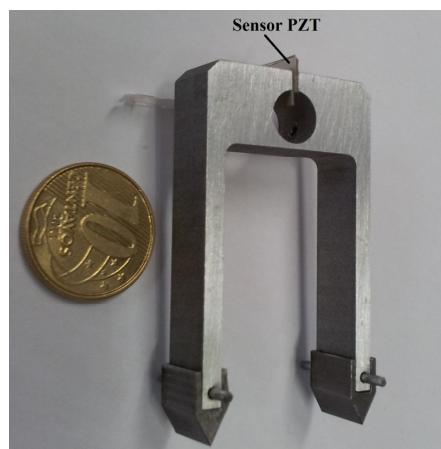


Figura 74 - Configuração do Protótipo III

O protótipo mostrado na Figura 74 tem 30 mm de comprimento, 20 mm de largura e altura de 50 mm. O corpo do transdutor é feito de alumínio 7075 T6, tal como mencionado anteriormente, e as bases são feitas de aço 1045. A relação entre as deformações do corpo-de-prova e as deformações no transdutor é uma função de sua geometria. Este tipo de transdutor é normalmente utilizado em máquinas de ensaios mecânicos para medir a deformação específica de ensaios em tração, compressão e fadiga. Este protótipo foi construído, porém para a fixação do transdutor ao corpo-de-prova, neste caso, faz-se necessário um dispositivo de pré-carga que ainda está em desenvolvimento. Portanto, os ensaios experimentais com este protótipo serão realizados em trabalhos futuros.

## 7.6. Análise dos resultados experimentais

Os resultados dos protótipos dos transdutores ensaiados mostraram uma queda significativa na sensibilidade quando comparado com o sensor ensaiado diretamente na viga (semelhante ao *strain gauge*). Quando o sensor PZT foi ensaiado diretamente na viga, apresentou sensibilidade de 400 mV/ $\mu\epsilon$ . Quando foi ensaiado no Protótipo I, sua sensibilidade foi de 20 mV/ $\mu\epsilon$ , apresentando uma perda na sensibilidade de 95%. Para o Protótipo II a sensibilidade foi de 45 mV/ $\mu\epsilon$ , com uma perda de 88,7%. Deve ser considerado que a forma de trabalho da cerâmica foi diferente quando fixada diretamente na viga (deformação na direção 1, Figura 2) e quando montada nos transdutores (deformação na direção 3, Figura 2).

Para os protótipos construídos, a deformação média de Von Mises ocorrida na cerâmica piezoelétrica em função do deslocamento aplicado foi analisada por MEF. Foram obtidos valores da razão entre a deformação e o deslocamento. No Protótipo I, o valor da razão da deformação média foi de 0,325  $\mu\epsilon/\mu\text{m}$ , enquanto que no Protótipo II e III foi de 45,4  $\mu\epsilon/\mu\text{m}$  e 0,224  $\mu\epsilon/\mu\text{m}$ , respectivamente.

O protótipo II apresentou uma sensibilidade de 45 mV/ $\mu\epsilon$ , cerca de 55,5% maior que o protótipo I, mas isso se deve ao fato desta configuração proporcionar uma maior deformação do sensor.

## 8. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foram apresentadas algumas estruturas novas de transdutores a base de sensores piezoelétricos destinados à medição de deformações dinâmicas.

A partir dos resultados, se conclui que as equações constitutivas dos materiais piezoelétricos são bem resolvidas pelo método de elementos finitos (MEF). As análises das piezocerâmicas realizadas via MEF concordaram com as previstas a partir das equações analíticas. Desta forma, nota-se a viabilidade a viabilidade da aplicação de simulações por MEF para a obtenção de melhores configurações de transdutores antes da construção do protótipo.

Os transdutores à base de cerâmicas piezoelétricas estudados neste trabalho apresentaram alta sensibilidade à deformação, ultrapassando a dos extensômetros de resistência elétrica convencional, especialmente em aplicações que envolvam níveis de deformação baixos. Portanto, é viável a utilização desta piezocerâmica na construção de transdutores de alta sensibilidade.

O potencial elétrico medido nos transdutores estudados apresentou-se linear em relação à deformação sofrida.

Como a constante piezoelétrica para o modo de cisalhamento apresenta maior valor em relação a constante do modo extensional e de compressão, o transdutor de modo de cisalhamento pode ser mais sensível do que os demais transdutores. Com isso, os transdutores de modo de cisalhamento podem ser mais compactos, uma vez que será necessário menos material piezoelétrico para atingir a mesma sensibilidade. No entanto, modelos de compressão são geralmente menos complexos e proporcionam transdutores com frequências naturais mais elevadas do que a concepção de cisalhamento.

Os resultados dos protótipos dos transdutores ensaiados mostraram uma queda significativa na sensibilidade quando comparado com o sensor ensaiado diretamente na viga (semelhante ao *strain gauge*). Reduziu 95% no Protótipo I e 88,7% no Protótipo II.

O Protótipo II apresentou uma sensibilidade cerca de 55,5% maior que o Protótipo I, devido ao fato desta configuração proporcionar uma maior deformação do sensor.

Um novo transdutor de deformação (protótipo II) se vislumbra útil principalmente para inspeção e avaliação de deformações na ordem de um *microstrain*. Uma das configurações possíveis do transdutor, o qual utiliza um sensor de deformação piezoeletrica operando no modo de compressão, tem sido descrito com sucesso. Comparando as medidas de deformação com o transdutor e *strangage* colado na viga verificou-se a capacidade do transdutor para medir com precisão.

## SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

- Melhoria dos modelos de modo cisalhante;
- Aprimoramento do circuito de amplificação indireta, acoplado ao transdutor, para aplicações que requeiram distâncias acima dos 20m entre o mesmo e o seu amplificador;
- Realização de ensaios experimentais com os demais modelos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APC INTERNATIONAL, Ltda. **Choosing an Apc Piezoelectric Material.** Disponível em : <http://www.americanpiezo.com/apc-materials/choosing-an-apc-material.html>. Acesso em: 20 Jun. 2013.

ALBRIGHT, F.J.; ANNALA, J.. Practical Aspects of Dynamic Verification of Extensometers: Part I – The Concepts. **Journal of Testing and Evaluation- JTEVA**, v. 22, p. 53-56, 1994.

ALVES FILHO, A.. **Elementos finitos:** A Base da Tecnologia CAE / Análise Dinâmica. São Paulo: Editora Érica., 2005.

ANSYS, Inc.. **ANSYS Guide.** Release 14.5, Disponível em: <<http://www.ansys.com>>. Acesso em: 27 Jan. 2013.

APC PIEZO CALCULATOR. APC International, Ltda, 2013. Disponível em: <<http://www.americanpiezo.com/knowledge-center/apc-piezo-calc.html>>. Acesso em 24 set 2013.

AULD, B. A.. **Acoustic Fields and Waves in Solids.**, 2nd ed. Flórida – EUA: Robert E. Krieger Publishing Company, 1990. v. 1.

BATHE, K.; WILSON, E. L.. **Numerical Methods in Finite Element Analysis.** New Jersey: Prentice Hall, 1976.

BELOVA, M.V.; GOLYAMINA, I.P.; RASTORGUEV, D.L.. Piezoelectric polymer strain gauges. **Instruments and Experimental Techniques**, n. 6, p. 1553-1557, 1988. v. 31.

BUCHANAN, R. C.. **Ceramic Materials for Electronics.** 2nd ed.. Electrical Engineering and Electronics, New York – EUA: Marcel Dekker, Inc., 1991. p. 129-205.

BUSH-VISHNIAC, I. J.. **Electromechanical sensors and Actuators.** Berlin: Springer, 1998.

CARDOSO, E. L.. Otimização Topológica de Transdutores Piezoelétricos Considerando Não-Linearidade Geométrica. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre/RS, 2005.

CLARK, R. L.; SAUNDERS, W. R.; GIBBS, G. P.. **Adaptive Structures: Dynamics and Control.** John Wiley & Sons, Inc., 1998.

CLAYTON, G.; WINDER, S.. **Operational amplifiers.** 5th edition. Newness, 2003.

FARIAS Jr., P. R.. **Transdutor Piezoelétrico para Medir Deformações Dinâmicas.** 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Fluminense-UFF, Niteroi/RJ, 2013.

FORWARD, R. L. Picostrain measurements with piezoelectric transducers. *Journal of Applied Physics*, v.51, 1980.

FRANCO, S., **Design with operational amplifiers and analog integrated circuits**. McGraw-Hill Higher Education, 2002.

FUJIMOTO, Y. et al. Piezoelectric sensor for stress intensity factor measurement of two dimensional cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 70, n. 9, p. 567-574, 2003.

GAMA, A. L.; MORIKAWA, S. R. K. **Monitoração de Trincas de Fadiga em Corpos de Prova da Mecânica da Fratura Utilizando Sensores Piezoelétricos**. In: 8<sup>a</sup> CONFERÊNCIA SOBRE TECNOLOGIA DE EQUIPAMENTOS. Salvador, 2005.

GAMA, A. L.; MORIKAWA, S. R. K.. Monitoring Fatigue Crack Growth in Compact Tension Specimens Using Piezoelectric Sensors. *Experimental Mechanical*, v. 48, p. 247-252, 2008.

GAMA, A. L.; OLIVEIRA, F. N.; MOREIRA, R. M. **Procedimentos para Avaliação e Inspeção de Tubulações Apresentando Vibração Excessiva**. 1º CONGRESSO DE CONFIABILIDADE, MANUTENÇÃO E INSPEÇÃO - CIM - PETROBRAS, Rio de Janeiro, 2006.

HUEBNER, K. H.; THORNTON, E. A.. **The Finite Element Method for Engineers**. New York: John Wiley& Sons, 1982.

IEEE – STANDARD ON PIEZOELECTRICITY 176-1987, IEEE – Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, v. 43, n.5, p.5-54, 1996

ANSI/IEEE Std 176, 1978, Standard on Piezoelectricity.

IKEDA, T..**Fundamentals of Piezoelectricity**. Oxford-Inglaterra: Oxford University Press, 1996.

Jenq, S.T. and Chang, C.K., 1995 “Characterization of Piezo-film Sensors for Direct Vibration and Impact Measurements,” *Experimental Mechanics*, Vol. 35(3), p. 224-232.

JONA, F.; SHIRANE, G.. **Ferroelectric Crystals**. New York-EUA: Dover Publications, Inc., 1960.

KAWAI, H. The Piezoelectricity of Polyvinylidene Fluoride. *Japanese Journal of Applied Physics*, v.8, p. 975-976, 1969.

KINO, G. S., **Acoustic Waves: Devices, Imaging and Analog Signal Processing**. EUA: Prentice-Hall, 1987.

LANNES, D. P.. **Transdutor Para Medição de deformações dinâmicas em dutos**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal Fluminense - UFF, Niterói/RJ, 2009.

LASKOVSKI, A. MOHEIMANI, S. O. R. and YUCE, M. R. Piezoelectric strain voltage sensing at ultra-low frequencies. **Review of Scientific Instruments**, v. 82, 2011.

LIU, M. et al. **Piezoelectric microcantilevers with two PZT thin-film elements for microsensors and microactuators**. PROCEEDINGS OF THE 1ST IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NANO/MICRO ENGINEERED AND MOLECULAR SYSTEMS. Zhuhai, China, 2006.

MOHAMMADI, V.; SHEIKHI, M. H.. Design, Modeling and optimization of a multilayer thin-film PZT diaphragm used in pressure sensor, **International Journal of Engineering and Applied Sciences**, v. 1, n 4, p 27-38, 2009.

NADER, G.. **Desenvolvimento de técnicas de caracterização de transdutores piezoelétricos**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Mecatrônica), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo/SP, 2002.

Nunes Jr., O. A.; Rade D. A.. **Modelagem e validação experimental de transdutores piezoelétricos**. 17º SIMPÓSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA. Uberlândia-MG, 2007.

ROCHA, T. L.. **Modelagens de estruturas inteligentes**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista-UNESP, São Paulo/SP. 2004.

SHIEH, J.; HUBER, J. E; FLECK, N. A; ASHBY M. F. The Selection of Sensors. **Progress in Materials Science**, v.46, p. 461-504, 2001.

SILVA, E. C. N.. **Design of Piezocomposite Materials and Piezoelectric Transducers using Topology Optimization**. 1998. Thesis (Ph.D), University of Michigan. 1998.

SILVA, E. C. N. et al.. Design of piezoelectric transducers using topology optimization: Part I. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 6, n. 2, p. 117-182, 1998.

SILVA, E. C. N.; KIKUCHI, N.. Design of piezoelectric transducers using topology optimization. **Journal of Smart Materials and Structures**, v. 8, n. 3, p. 350-364, 1999.

SIROHI, J.; CHOPRA, I.. Fundamental understanding of piezoelectric strain sensors. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 11, p. 246-257, 2000.

WAANDERS, J.W.. **Properties and Applications**. First Edition. Eindhoven/The Netherlands: Morgan Electro Ceramics-Philips Components, 1991.

WANG, J. S.; OSTERGAARD, D. F.. A finite element-electric circuit coupled simulation method for piezoelectric transducer. **IEEE Ultrasonic Symposium**, p.1105-1108, 1999.