

Systèmes linéaires

Chapitre 1 :

On définit le produit de convolution de deux signaux

$$(x * y)(t) = \int_{\mathbb{R}} x(x) y(t-x) dx$$

commutatif
associatif
pseudo-commutatif

⚠ ne pas oublier les C.I.

Transformée de Laplace :

$$\mathcal{L}(x(t)) = X(p) = \int_{\mathbb{R}^+} x(t) e^{-pt} dt$$

⚠ La transformée de Laplace du produit \neq produit des transformées de Laplace. La somme oui.

$$\mathcal{L}\left(\frac{d}{dt} x(t)\right) = pX(p) - x(0)$$

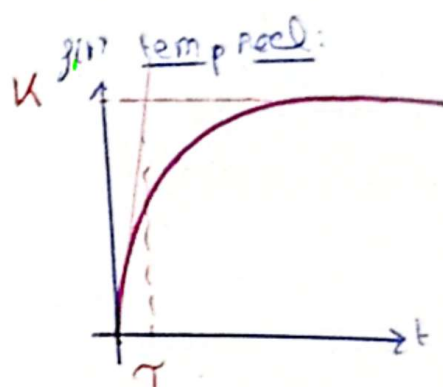
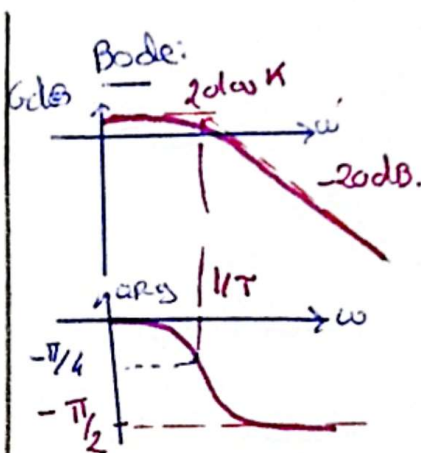
* Système 1^{er} ordre *

$$F(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

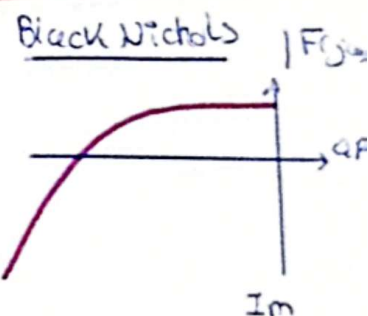
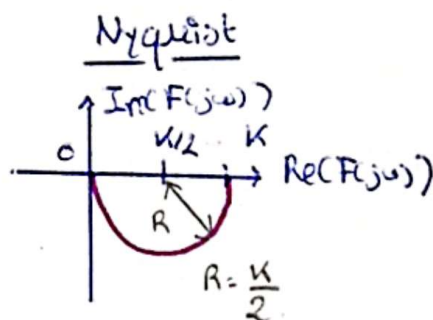
$\tau = T_p$
constante de temps

$$\Rightarrow f(t) = f_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

- en phase: $\arg(H(j\omega))$
- en gain: $20 \log(|H(j\omega)|)$
- Nyquist:



$$t_{r5\%} = 3\tau = 63\% V_F$$



* système 2^e ordre *

$$F(p) = \frac{K}{1 + 2\zeta \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

coeff d'amortissement ζ
pulsation propre ω_0

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

\Rightarrow résonance SSI

$\zeta < 1$: 2 pôles conjugués complexes

$\zeta > 1$: 2 pôles réels

$\zeta = 1$: pôle réel double

pseudo-période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$

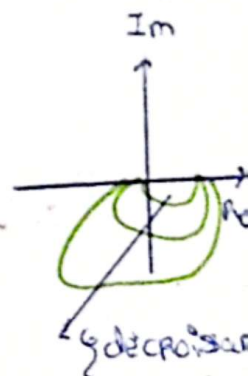
Temps de montée $T_m = \frac{\pi - \arccos(\zeta)}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$

Temps de pic

$$T_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

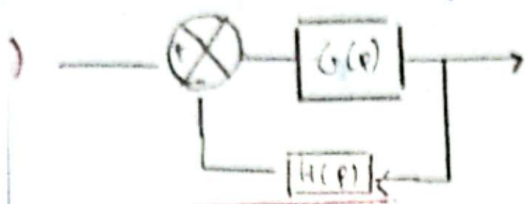
Dépassement

$$D_p = 100 e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}$$



Systèmes en BO: pas d'information sur la grandeur à commander. ex: réglage de la température d'un gaz usé par une personne extérieure.

Systèmes en BF: y'a une varre qu'on peut modifier



$$F_{Bo}(p) = G(p) H(p)$$

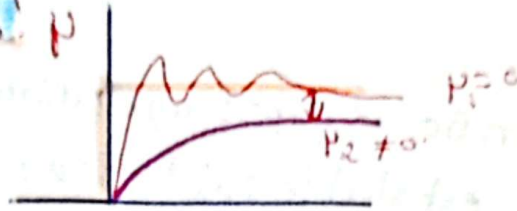
$$H(p) = \frac{G(p)}{1 - G(p) H(p)}$$

PERFORMANCES

Critères de précisions

écart statique:

$$p = \lim_{t \rightarrow \infty} |e(t) - s(t)|$$



Le système est d'autant plus précis que $|p| \rightarrow 0$

on doit passer en BF pour voir l'erreur statique.

Théorème de la valeur final / initial.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p S(p) \quad \lim_{t \rightarrow 0} s(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p S(p)$$

Pour savoir si le système est précis on regarde soit:

x la classe du système:

classe	di.roc	échelon	Ramp. 2.	Parabole
0	0	∞ / t^k	∞	∞
1	0	0	∞ / t^k	∞
2	0	0	0	∞ / t^k

$\frac{e_0}{K}$

plus on augmente la classe plus on est stable. c'est pk on rajoute parfois un intégrateur

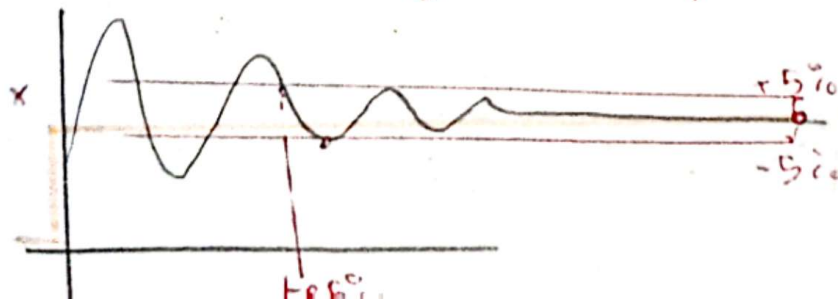
on redémontre tout en utilisant le th de la val final pour calculer p

Critère de rapidité! $t_{R5\%}$

* Pour un 1^{er} ordre: $t_{R5\%} = 3T$

* 2^e ordre: on regarde les abaques

$$|D_{10} = 100\%| \frac{S_{max} - S_{min}}{S_{max}}$$



• Critères de stabilité

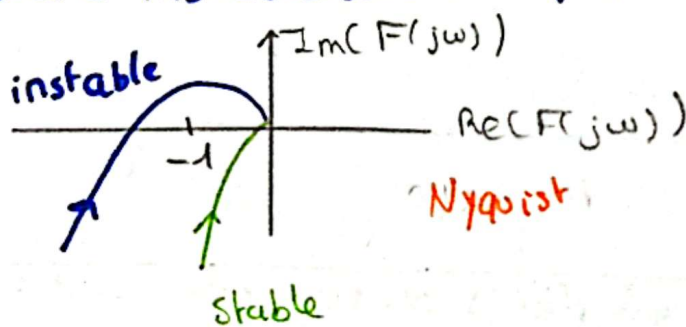
⇒ Système stable SSI tout les pôles de la FTB (ou BF marche) sont à parties réelles strictement négatives.

⇒ Critères de Routh-Hurwitz: (en BO ou BF marche)
stables si tous les éléments de la première colonne du tableau de Routh ont tous le même signe.

⇒ Critère de Nyquist / Revers

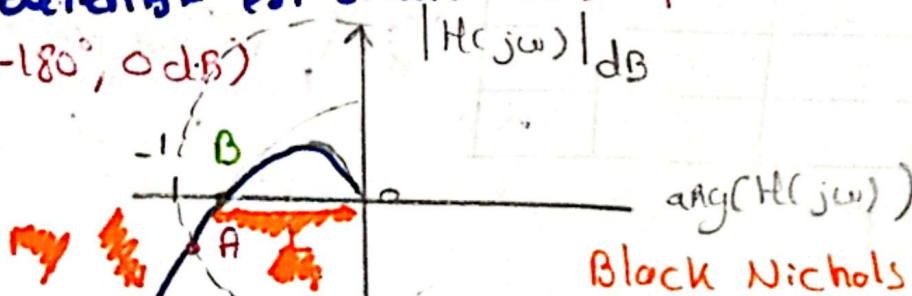
Pour un modèle en BO à déphasage minimal.

Le modèle en BF est stable SSI le lieu de Nyquist parcouru dans le sens des ω croissants laisse -1 à gauche le système instable sinon. Au point -1: oscille.



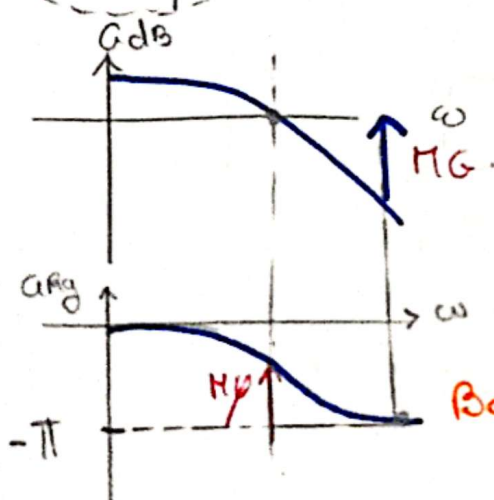
↳ nous donne la stabilité en BF à retour unitaire

Dans le diagramme de Black pour un modèle en BO à déphasage minimal, le modèle en BF est stable SSI point critique à gauche de $[-180^\circ, 0 \text{ dB}]$



$$-1 = e^{-j\pi}$$

⇒ Marges



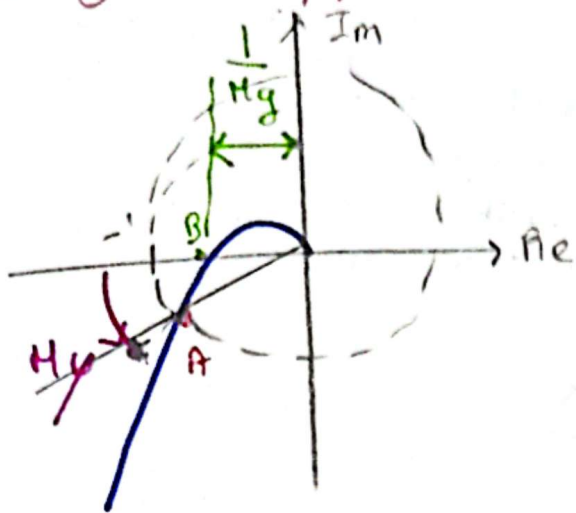
$$MG = -20 \log(|H(j\omega_{\pi})|)$$

$$MP = \pi + \arg(H(j\omega_{\pi}))$$

Bode

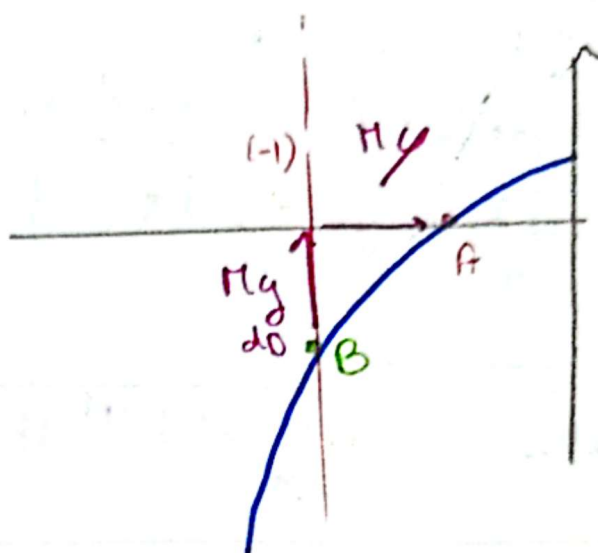
Les deux flèches vers le haut \Rightarrow syst stable en B

Diagramme Nyquist



Marge en gain

Black



marge en module