

Systèmes linéaires

Chapitre 1 :

Ondéfini le produit de convolution de deux signaux

$$(x * y)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) y(t-\tau) d\tau$$

{ commutatif
associatif
pseudo-commutatif

ne pas oublier les C.I.

Transformée de Laplace:

$$\mathcal{L}(x(t)) = X(p) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-pt} dt$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{d}{dt} s(t)\right) = pS(p) + S'(p)$$

La transformée de Laplace du produit est le produit des transformées de Laplace la somme aussi.

Système 1^e ordre:

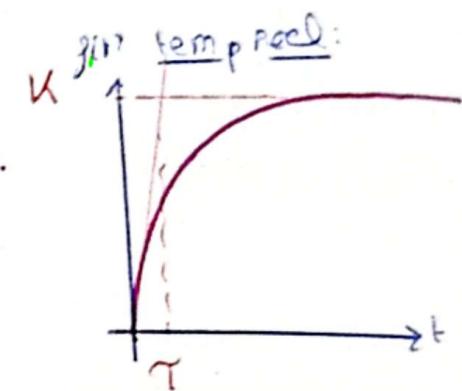
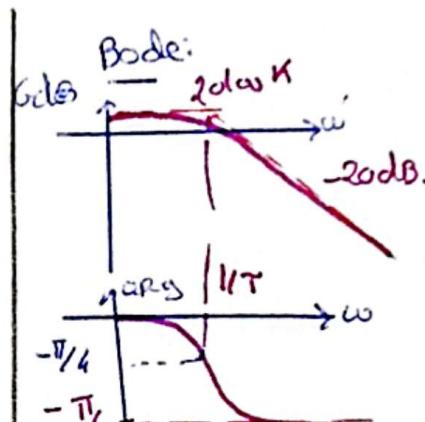
$$F(p) = \frac{K}{1 + T_p p}$$

yoin statique

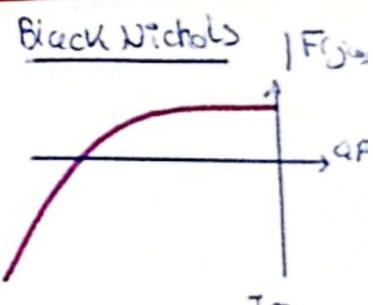
\hookrightarrow constante de temps

$$\Rightarrow f(t) = \frac{f_0}{1 + e^{-t/T}}$$

- en phase: $\arg H(j\omega)$
- en gain: $20 \log(|H(j\omega)|)$
- Nyquist:



$$t_{\text{ré}} = 3T = 63\% V_F$$



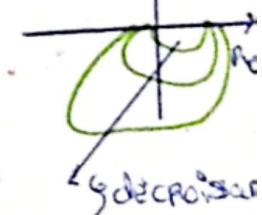
Système 2^e ordre:

$$F(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

coeff amortissement

ω_0 pulsation propre

$$\text{pseudo-période } T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$$



Temps de montée

$$T_m = \frac{\pi - \arccos(\zeta)}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}$$

pic lorsque $\zeta < 0,7 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

\Rightarrow résonnance SSI

Temps de pic

$$T_{\text{pic}} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$\zeta < 1$. (2 pôles conjugués complexes)

$\zeta > 1$ 2 pôles réels

$\zeta = 1$ pôle réel double.

Dépassement

$$D_i = 100 e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Systèmes en FO: pas d'information sur la grandeur à commander. ex: réglage de la température d'un gaz en usine par une personne extérieure.

Systèmes en BF: y'a une variable qu'on peut modifier

$$1) \quad \text{Diagramme de bloc: } \text{Entrée} \rightarrow G(p) \rightarrow F_B(p) = G(p) H(p)$$

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p) H(p)}$$

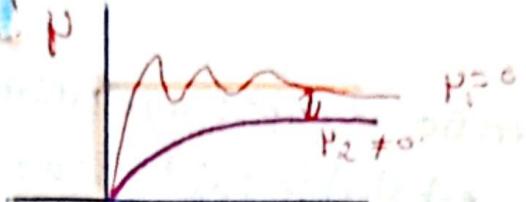
PERFORMANCES

Critères de précision: p

écart statique:

$$p = \lim_{t \rightarrow \infty} |e(t) - s(t)|$$

Le système est d'autant plus précis que $|p| \rightarrow 0$



on doit passer en BF pour voir l'écart statique.

Théorème de la valeur finale initiale:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p S(p) \quad \lim_{t \rightarrow 0} s(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p S(p)$$

pour savoir si le système est précis on regarde soit:

x la classe du système:

classe	dirac	échelon	Ramp	2. périodique
0	0	∞/K	∞	∞
1	0	0	∞/K	∞
2	0	0	0	∞/K

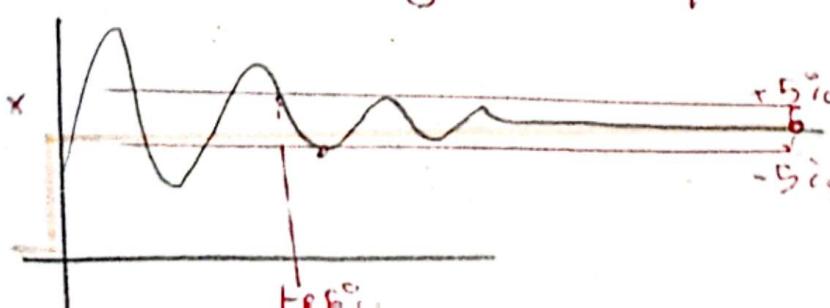
plus on augmente la classe plus on est stable. C'est pourquoi on rajoute parfois un intégrateur

x on redémontre tout en utilisant le th de la val finale pour calculer p

Critère de rapidité: $T_{R5\%}$

pour un 1^e ordre: $T_{R5\%} = 3T$

x 2^e ordre: on regarde les abaques



$$D_{10} = 100 \text{ s} \quad \left| \frac{3\pi^2 - 500}{500} \right|$$

• CRITÈRES de stabilité

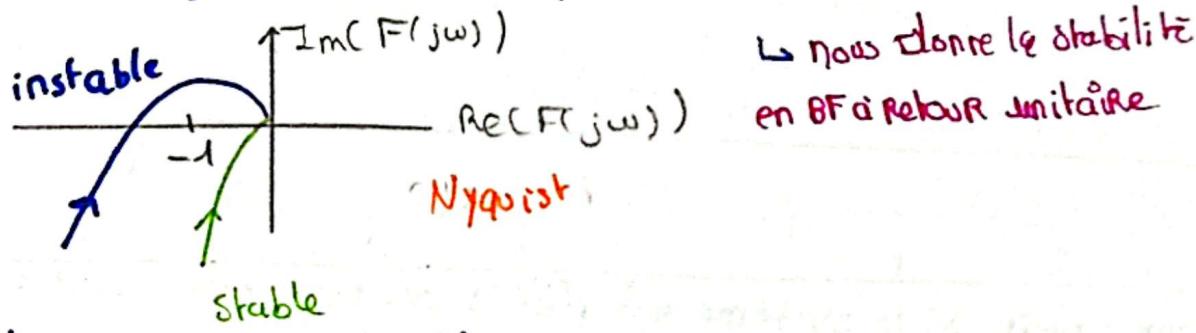
⇒ Système stable si tout les éléments de la FIB (ou BF) sont à parties réelles strictement négatives.

⇒ Critères de Routh-Hurwitz: (en BO ou BF manche) stables si tous les éléments de la première colonne du tableau de Routh ont tous le même signe.

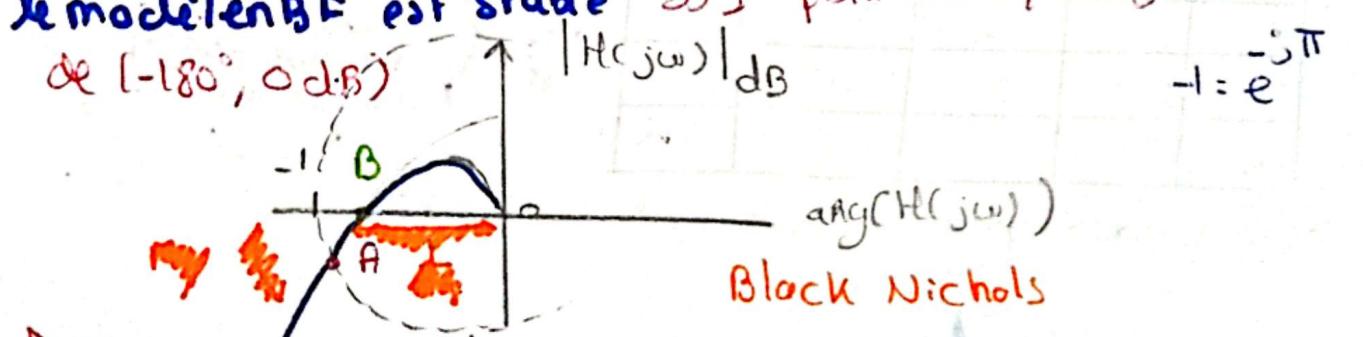
⇒ Critère de Nyquist / Rerens

Pour un modèle en BO à déphasage minimal.

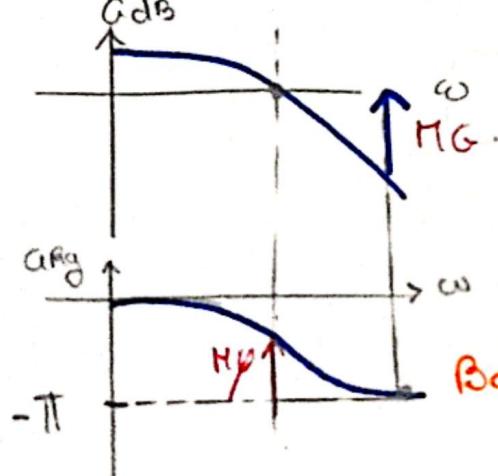
Le modèle en BF est stable si le lieu de Nyquist parcouru dans le sens des ω croissants laisse -1 à gauche du système instable sinon. Au point -1 : oscille.



Dans le diagramme de Black pour un modèle en BO à déphasage minimal, le modèle en BF est stable si le point critique à gauche de $(-180^\circ, 0 \text{ dB})$



⇒ Marges



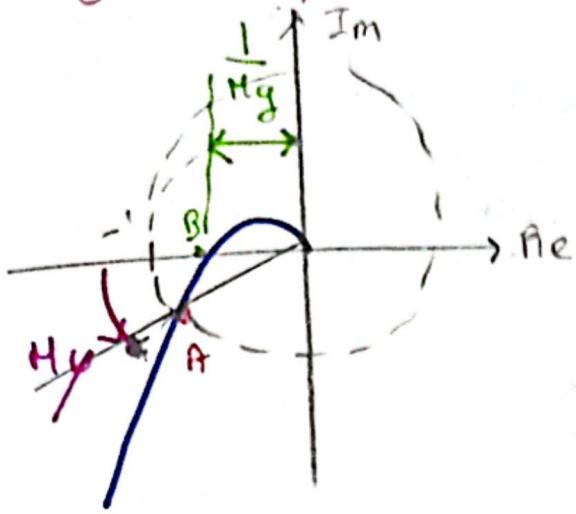
$$M_G = -20 \log \left(\frac{|H(j\omega)|}{|H(j\omega_0)|} \right)$$

$$\phi = \pi + \arg(H(j\omega_0))$$

Bode

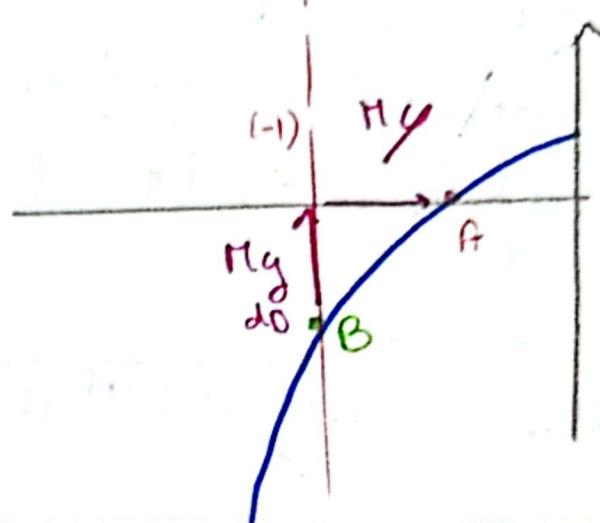
Les deux flèches vers le haut \Rightarrow syst stable en B

Diagramme Nyquist



Marge en gain

Block



Marge en module