

## Тема 2. Электромагнитные волны в направляющих системах

### Лекция 12. Линии передачи с волнами типа Т.

Электромагнитные волны, векторы напряженности электрического и магнитного полей которых лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, называют *поперечными электромагнитными волнами* или волнами типа Т.

Волна типа Т в отличие от волн типов Н и Е распространяется в линии при любой частоте ( $\omega_{кpT} = 0$ ), что важно для практики.

Для волн типа Т поперечное волновое число  $g = 0$ , поэтому продольное волновое число  $h$  оказывается таким же, как и в случае однородной плоской волны. Для линии без потерь

$$h = \beta = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}, \quad (9.1)$$

откуда

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}, \quad (9.2)$$

$$\lambda_b = \lambda. \quad (9.3)$$

Здесь  $\lambda$  — длина однородной плоской волны в заполняющем диэлектрике с параметрами  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$ .

Характеристическое сопротивление волны типа Т в линии без потерь, обозначаемое  $Z_{cT}$  и равное отношению поперечной составляющей напряженности электрического поля и поперечной составляющей напряженности магнитного поля бегущей волны, совпадает с аналогичной, величиной, вычисленной для однородной плоской волны в неограниченном пространстве:

$$Z_{cT} = Z_c = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}. \quad (9.4)$$

Комплексные амплитуды полей типа Т в поперечной плоскости удовлетворяют векторным уравнениям Лапласа:

$$\nabla_{\perp}^2 E_0 = 0, \nabla_{\perp}^2 H_0 = 0. \quad (9.5)$$

Распределение электрического и магнитного полей вдоль продольной оси  $z$  можно записать в виде бегущей волны:

$$\dot{E} = E_0 e^{-j\gamma z}, \dot{H} = H_0 e^{-j\gamma z}, \quad (9.6)$$

где  $\gamma = \beta - j\alpha$  — коэффициент распространения:  $E_0$  и  $H_0$  определяются уравнениями (9.5).

Электрические и магнитные поля волны типа Т в плоскости поперечного сечения линии передачи по структуре будут такими же, как и постоянные во времени электрические и магнитные поля, существующие в системе при тех же граничных условиях. Это означает, что распространение волны типа Т возможно лишь в линиях, которые могут быть использованы для передачи постоянного тока (двухпроводные, коаксиальные, полосковые и др.).

Статический характер поперечного распределения электрического поля позволяет определить разность потенциалов между проводниками линии (рис. 9.1):

$$\dot{U} = \int_{L(P,Q)} \dot{E} dl, \quad (9.7)$$

не зависящую от выбора пути интегрирования  $L$  в поперечной плоскости. Ток вдоль проводников:

$$\dot{I} = \int_l \dot{\eta}_s dl, \quad (9.8)$$

находят интегрированием вектора  $\eta_s$  плотности поверхностного электрического тока по контуру сечения проводника  $l$ .

Линии передачи с волной типа Т характеризуются волновым сопротивлением  $Z_B$ , равным отношению комплексных амплитуд напряжения и тока в режиме бегущих волн и выражающимся через погонные

индуктивность  $L_1$  и емкость  $C_1$  линии следующим образом:

$$Z_B = \sqrt{L_1/C_1}. \quad (9.9)$$

Фазовая скорость в линии передачи с

$$\text{волной типа Т } v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_1/C_1}}.$$

(9.10)

Мощность, переносимая волной по линии

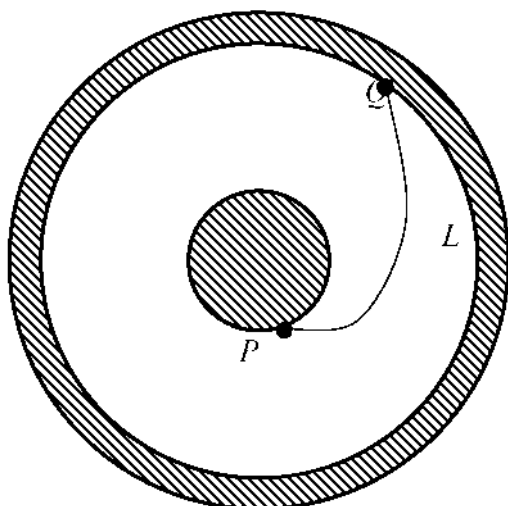


Рис. 9.1

передачи,

$$P = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} |\dot{E} \tilde{H}| dS \quad (9.11)$$

или

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \int_S |\dot{E}|^2 dS, \quad (9.12)$$

где интегрирование ведется по поперечному сечению линии.

Коэффициент ослабления  $\alpha$  волны в линии передачи складывается из коэффициента  $\alpha_{\partial}$ , учитывающего потери в диэлектрике, и коэффициента  $\alpha_m$ , описывающего потери в металле:

$$\alpha = \alpha_{\partial} + \alpha_m, \text{ м}^{-1}, \quad (9.13)$$

здесь

$$\alpha_{\partial} = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \operatorname{tg} \delta_a, \quad (9.14)$$

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \frac{R_s \int_l |\dot{H}_t|^2 dl}{\int_S \operatorname{Re} |\dot{E} \tilde{H}| dS}, \quad (9.15)$$

где  $R_s$  — поверхностное сопротивление металла.

Интегрирование в числителе ведется по контуру сечения линии, в знаменателе — по поперечному сечению линии.

## Двухпроводные линии передачи

Двухпроводная линия образована системой из двух параллельных проводников, окруженных однородным веществом с параметрами  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$ .

На рис. 9.2 показана

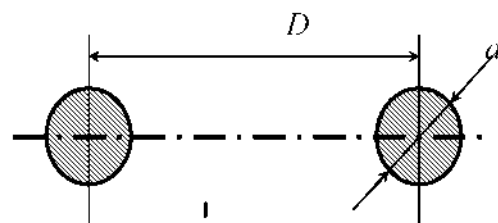


Рис. 9.2

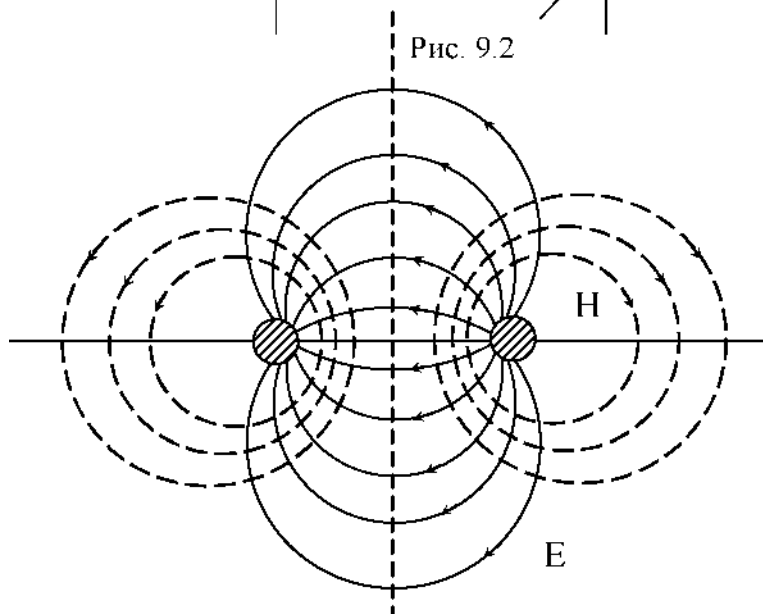


Рис. 9.3

симметричная двухпроводная линия передачи из одинаковых проводников круглого сечения.

Рассмотрим основные расчетные соотношения для этой линии.

Комплексные амплитуды тока  $I$  и напряжения  $U$  для бесконечной линии без потерь:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I e^{-j\beta z}, \\ \dot{U} &= U e^{-j\beta z}. \end{aligned} \quad (9.16)$$

Погонные параметры двухпроводной линии передачи

$$L_1 \approx \frac{\mu_a}{\pi} \ln \left( \frac{2D-d}{d} \right), \text{ Гн/м}, \quad (9.17)$$

$$C_1 \approx \pi \varepsilon_a \frac{1}{\ln \left( \frac{2D-d}{d} \right)}, \text{ Ф/м}, \quad (9.18)$$

Волновое сопротивление

$$Z_B \approx 120 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left( \frac{2D-d}{d} \right), \text{ Ом}. \quad (9.19)$$

Картина силовых линий электромагнитного поля показана на рис. 9.3.

Мощность, переносимая волной типа Т в двухпроводной линии передачи:

$$P = \frac{U^2}{2Z_B} = \frac{U^2}{240} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{\ln \left( \frac{2D-d}{d} \right)}, \text{ Вт}. \quad (9.20)$$

Напряженность электрического поля максимальна на участках поверхности, которые наиболее близки друг к другу. Приближенно при  $d/D < 0,4$

$$E_{max} = \frac{U}{d} \frac{1+d/(2D)}{\ln \left( \frac{2D-d}{d} \right)}. \quad (9.21)$$

Диэлектрик способен выдержать без электрического пробоя некоторое предельное значение напряженности электрического поля  $E_{пред}$ , которое и определяет предельную переносимую мощность.

Коэффициент ослабления волны за счет потерь в диэлектрике определяется формулой (9.14). Коэффициент ослабления, обусловленный сопротивлением проводников.

$$\alpha_M = \frac{R_s}{\pi d Z_B \sqrt{1-(d/D)^2}}, \text{ м}^{-1}. \quad (9.22)$$

Здесь квадратный корень учитывает повышение ослабления вследствие неравномерного распределения тока; при  $d < D/3$  этой поправкой можно пренебречь.

### Коаксиальные линии передачи

Коаксиальная линия передачи представляет собой систему из двух соосных металлических цилиндров с диаметрами  $d$  и  $D$ , разделенных слоем диэлектрика с

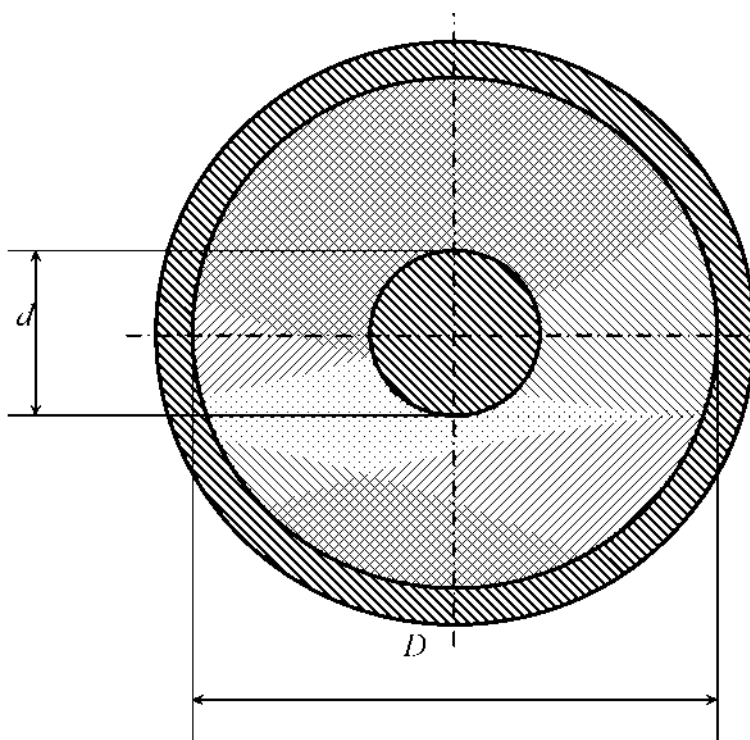


Рис. 9.4

проницаемостью  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$  (рис. 9.4). Комплексная амплитуда вектора  $E$  бегущей волны в коаксиальной линии передачи без потерь

$$\vec{E} = \frac{\dot{U}}{\ln(D/d)} \frac{1}{r} e^{-j\beta z} \cdot 1_r, \quad (9.23)$$

где  $U$  — комплексная амплитуда напряжения (разности

потенциалов)

между внутренним и внешним проводниками в сечении  $r = 0$ .

Для линии без потерь

$$Z_{сг} = \sqrt{\mu_a / \epsilon_a} = 120\pi \sqrt{\mu / \epsilon}, \text{ Ом} \quad (9.24)$$

Погонные параметры коаксиальной линии передачи:

$$L_1 = \frac{\mu_a}{2\pi} \ln(D/d), \text{ Гн/м}, \quad (9.25)$$

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_a}{\ln(D/d)}, \text{ Ф/м}, \quad (9.26)$$

Волновое сопротивление коаксиальной линии передачи

$$Z_B = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln(D/d) = 138 \lg(D/d), \text{ Ом}. \quad (9.27)$$

Переносимая мощность

$$P = \frac{U^2}{120} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)}}, \text{ Вт}, \quad (9.28)$$

$$U = E_{\max} \frac{d}{2} \ln(D/d), \text{ В}. \quad (9.29)$$

Выражение (9.28) можно представить в виде

$$P = \frac{E_{\max}^2 d^2}{480} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \ln\left(\frac{D}{d}\right), \text{ Вт}. \quad (9.30)$$

Коэффициент ослабления волны типа Т в коаксиальной линии передачи, учитывающий потери в диэлектрике, определяется формулой (9.14). Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в металле:

$$\alpha_M = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{R_{S1}/d + R_{S2}/D}{120\pi \ln(D/d)}, \text{ м}^{-1}. \quad (9.31)$$

где  $R_{S1}$  и  $R_{S2}$  — поверхностные сопротивления металла внутреннего и внешнего цилиндров соответственно.

В коаксиальной линии передачи волны электрического и магнитного типов являются высшими типами волн. Обычно они не используются для передачи, но могут возникать как паразитные. Для подавления волн высших типов достаточно, чтобы частота колебаний удовлетворяла неравенству

$$\omega \leq \frac{4}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a} (d+D)}. \quad (9.32)$$

## Полосковые линии передачи

В технике СВЧ широко применяют направляющие системы, называемые полосковыми

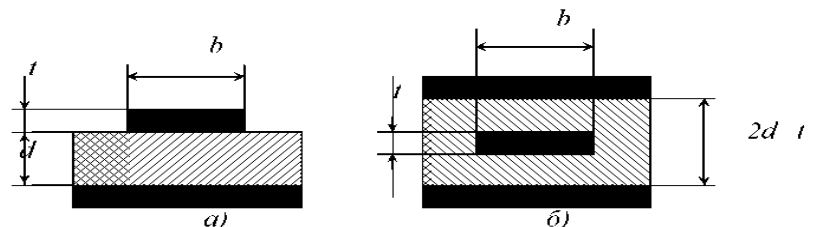


Рис. 9.5

линиями передачи, которые особенно удобны в печатных и интегральных

схемах СВЧ. На рис. 9.5, а и б изображены полосковые линии передачи несимметричного и симметричного типов. Эти линии либо заполнены воздухом, либо имеют основание из твердого диэлектрика.

Строгая теория полосковых линий довольно сложна. Так называемая квази-Т-волна в этих линиях может существовать, если ширина токонесущего проводника и расстояние между ним и заземленной пластиной меньше половины длины волны в линии передачи. При этом электрическое и магнитное поля сосредоточены в основном в пространстве между проводником и заземленной пластиной. Электрическое поле в поперечной плоскости может быть описано уравнением Лапласа (9.5).

В полосковых линиях передачи с диэлектрическим основанием волны типа Т не могут распространяться в чистом виде из-за неоднородности диэлектрика. Однако теория и опыт показывают, что поля и поток мощности сосредоточиваются главным образом в диэлектрике между токонесущим проводником и заземленной пластиной. Поэтому можно принять допущение об однородности диэлектрика, заполняющего всю линию передачи.

Картины силовых линий электромагнитного поля в полосковых линиях передачи приведены на рис. 9.6, а и б. Для практических расчетов удобны следующие приближенные соотношения, которые хорошо согласуются с опытными данными.

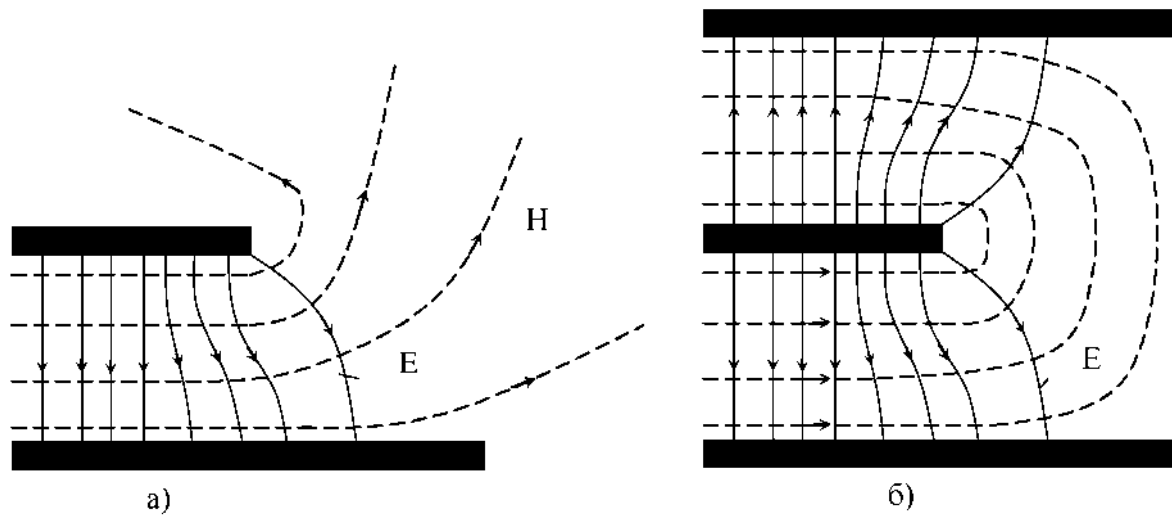


Рис. 9.6

Погонные емкости (Ф/м) рассчитывают по формулам:

для несимметричной полосковой линии передачи (см. рис. 9.5, а)

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d), (t/d \ll 1, b/d > 0,6), \quad (9.33)$$

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d) \frac{1}{1-t/d}, (b/d < 2), \quad (9.34)$$

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + \frac{b}{d} (\frac{1}{1-t/d})), (b/d > 2), \quad (9.35)$$

для симметричной полосковой линии передачи (см. рис. 9.5, б)

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d), (t/d \ll 1, b/d > 0,6), \quad (9.36)$$

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d) \frac{1}{1-t/d}, (b/d < 2), \quad (9.37)$$

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + \frac{b}{d} (\frac{1}{1-t/d})), (b/d > 2), \quad (9.38)$$

Волновые сопротивления с учетом толщины токонесущего проводника  $t$  рассчитывают по формулам:

для несимметричной линии передачи

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{314}{1+b/d}, (b/d < 2), \quad (9.39)$$

$$Z_B = 314 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{1+\frac{b}{d}(\frac{1}{1-t/d})}, (b/d > 2), \quad (9.40)$$

для симметричной линии передачи



$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{1-t/d}{1+b/d}}, (b/d < 2), \quad (9.41)$$

$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{1}{1+\frac{b}{d}\left(\frac{1}{1-t/d}\right)}}, (b/d > 2), \quad (9.42)$$

Волновые сопротивления без учета толщины проводника определяются соотношениями:

для несимметричной линии передачи

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{314}{1+\frac{b}{d}}}, \quad (9.43)$$

для симметричной линии передачи

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{216}{1+b/d}}. \quad (9.44)$$

Передаваемая мощность в несимметричной полосковой линии передачи

$$P = 8,44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 \ln \frac{r_B}{r_A}, \text{ Вт}, \quad (9.45)$$

где  $E_0$  — амплитуда напряженности поля в центре линии, В/м.

Значения коэффициентов  $r_B$  и  $r_A$  в зависимости от отношения  $b/d$  определяют по таблицам в Приложении IV,

При  $b/d \geq 1$  в формуле (9.45) можно принять, что

$$\ln \frac{r_B}{r_A} \approx r_B, \quad (9.46)$$

в результате чего она упрощается:

$$P = 8,44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 r_B, \text{ Вт}. \quad (9.47)$$

Предельная мощность в полосковых линиях передачи ограничивается условиями пробоя и допустимым нагревом диэлектрика. Если пробой диэлектрика определяет предел мощности в импульсе, то нагрев ограничивает передаваемую мощность при непрерывной работе или среднюю мощность в импульсном режиме.

Предельная мощность полосковых линий передачи, обусловленная условиями электрического пробоя, ограничивается максимально допустимой

величиной напряженности электрического поля у края проводника, так как поле внутри линии неравномерно:

$$E_{max} = 2E_0 / k_H, \quad (9.48)$$

где  $k_H$  учитывает неравномерность распределения напряженности электрического поля в плоскости поперечного сечения несимметричной полосковой линии.

Для несимметричной полосковой линии передачи

$$k_H \approx 2\sqrt{2\frac{t}{d} + 4\frac{t}{d}}. \quad (9.49)$$

При малых значениях  $t/d$

$$k_H \approx 2\sqrt{2\frac{t}{d}}. \quad (9.50)$$

Для несимметричной полосковой линии передачи, учитывая выражения (9.47), (9.48) и заменяя  $E_{max}$  на  $E_{пред}$ , получим

$$P_{пред} = 8,44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{пред}^2 d^2 r_B \frac{k_H}{4}, \text{ Вт}. \quad (9.51)$$

На основании неравенства (9.50) формулу (9.51) можно упростить:

$$P_{пред} = 16,88 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{пред}^2 d^2 r_B \frac{t}{d}, \text{ Вт}. \quad (9.52)$$

Передаваемая мощность в симметричной полосковой линии передачи

$$P = \frac{1}{60\pi^2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 k_c^2 \ln\left(\frac{1+r_c}{1-r_c}\right), \quad (9.53)$$

где

$$k_c^2 = \sqrt{\frac{t}{2d} \left(1 + \frac{t}{d}\right) \left(2 + \frac{t}{d}\right)^2 \left(4 + \frac{t}{d}\right)}. \quad (9.54)$$

Это коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряженности электрического поля в плоскости поперечного сечения. Значения  $r_c$  для различных отношений  $b/d$  приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

| b/d            | 1    | 1,2  | 1,4   | 1,6   | 2    | 3    | 4      | 5     | 6      | 9      | 14      | 20       |
|----------------|------|------|-------|-------|------|------|--------|-------|--------|--------|---------|----------|
| r <sub>c</sub> | 0,89 | 0,92 | 0,945 | 0,948 | 0,98 | 0,99 | 0,9909 | 0,999 | 0,9996 | 0,9999 | 0,99999 | 0,999999 |

Если геометрические размеры удовлетворяют неравенствам  $t/d < 0.3$ ;  $b/d > 1$ , то выражение (9.53) можно преобразовать к виду

$$P = 5,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 \left(0,1 + \frac{t}{d}\right) \left(4 + \frac{b}{d}\right). \quad (9.55)$$

Предельная мощность в симметричной полосковой линии передачи

$$P_{\text{пред}} = 5,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{\text{пред}}^2 d^2 \left(0,1 + \frac{t}{d}\right) \left(4 + \frac{b}{d}\right). \quad (9.56)$$

Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в проводящих пластинах несимметричной полосковой линии передач

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{R_s}{120\pi d} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left| \frac{\ln(r_A k_H/2)}{\ln(r_B/r_A)} \right|. \quad (9.57)$$

Здесь коэффициент  $k_H$  определяют по соотношению (9.49) или (9.50), а значения  $r_A$  и  $r_B$  — по таблицам в Приложении IV. Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в проводящих пластинах симметричной полосковой линии передачи (при  $t/d < 0,3$ ,  $b/d > 1$ ),

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{R_s}{120\pi d} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{7-50t/d+b/d}{3.2(0.1+t/d)(4+d/b)}. \quad (9.58)$$

В формулах (9.57), (9.58)  $R_s$  — поверхностное сопротивление металла.

Коэффициент ослабления волны типа Т в полосковой линии передачи за счет потерь в диэлектрике определяется соотношением (9.14).