

Тема 1. Электромагнитные волны

Лекция 7. Отражение и преломление плоских электромагнитных волн.

Учебные вопросы

1. Определение основных понятий. Решения задач для плоских горизонтально и вертикально поляризованных волн
2. Свойства преломленных и отраженных волн

1. Определение основных понятий. Решения задач для плоских горизонтально и вертикально поляризованных волн

При изучении свойств плоских волн, пространство считалось бесконечным с неизменными физическими свойствами. Такая идеализация позволила существенно упростить решение задачи и выявить ряд важных свойств электромагнитных волн.

Однако при решении прикладных задач электродинамики возникают ситуации, когда пространство состоит из двух и более сред с различными физическими свойствами. Поверхность, отделяющую среду с одними параметрами от среды с другими, называют границей раздела. Так, например, границами раздела являются поверхность радиолокационной цели, поверхность Земли, внутренние поверхности колебательных и замедляющих систем СВЧ и т.д.

На границе раздела двух сред наблюдаются следующие явления: отражение, преломление, поглощение и дифракция электромагнитных волн. Для их изучения дадим ряд основных определений. С этой целью рассмотрим точечный источник электромагнитных волн, расположенный в точке O (рис. 1) и непрозрачное для них тело T в свободном пространстве.

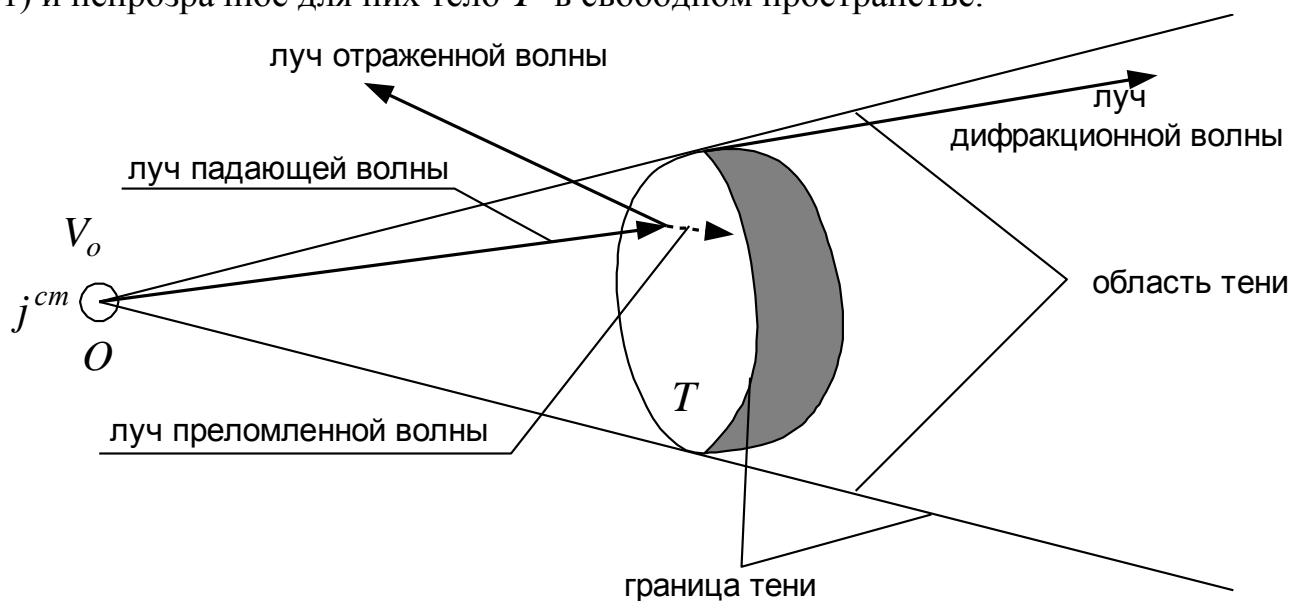


Рис. 1

Областью прямой видимости называется геометрическое место точек, видимых наблюдателю, находящемуся в точке стояния источника волн.

Областью тени называют область, невидимую наблюдателю из точки O .

Первичной (падающей) волной называется волна, возбужденная источником в области прямой видимости.

Вторичной называют волну, существование которой обусловлено наличием непрозрачного тела T . Она может быть отраженной (рассеянной) или преломленной.

Отраженная волна это вторичная волна в области прямой видимости, а преломленная – внутри тела T .

Дифракционной называется волна, проникшая в область тени и ее окрестности.

При нахождении поля волны, падающей на границу раздела сред, необходимо учитывать направление падения, и ориентацию вектора \vec{E} . С этой целью дополнительно вводятся понятия плоскости распространения, а также вертикально и горизонтально поляризованных волн.

Плоскостью распространения (рис. 2) называется плоскость Q , перпендикулярная плоской границе раздела S и проходящая через направление распространения волны.

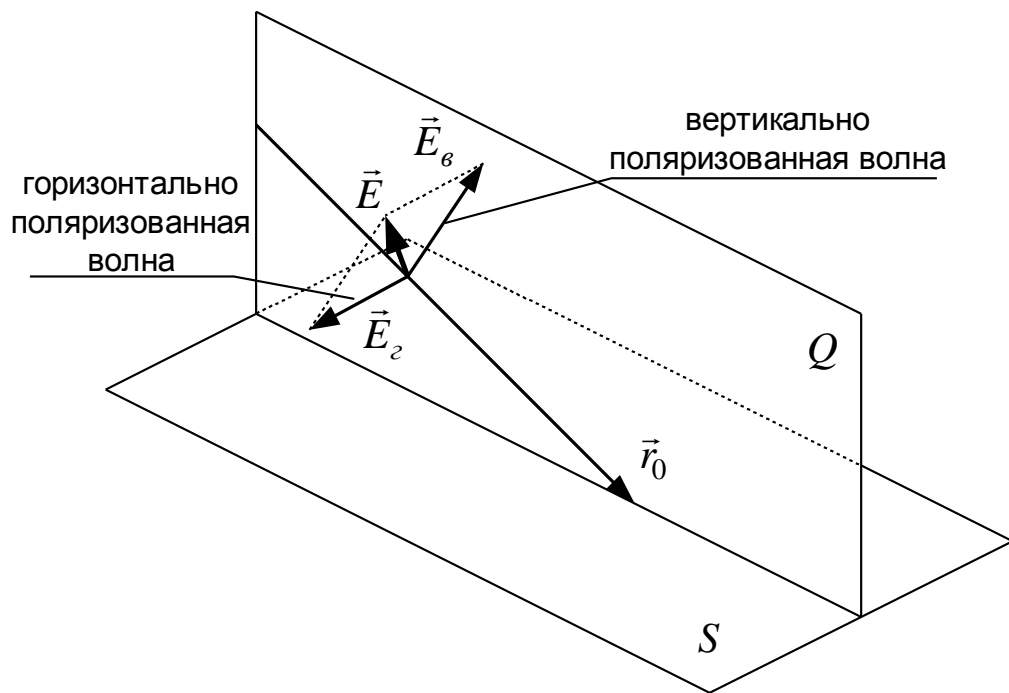


Рис. 2

Вертикально поляризованная волна является линейно поляризованной, при этом вектор \vec{E}_v лежит в плоскости распространения.

У горизонтально поляризованной волны вектор \vec{E}_h перпендикулярен плоскости распространения.

Задачи, связанные с определением напряженности поля, при наличии границы раздела сред, называются краевыми. Решение их иногда встречает непреодолимые трудности с математической точки зрения. В настоящее время существуют строгие методы решения только для поверхностей раздела простейшей формы. В случае сложной границы ее можно представить как совокупность простых поверхностей и решать задачу приближенно.

Наиболее часто краевые задачи решаются по следующему алгоритму.

1. Выбирается подходящая система координат.
2. Записываются выражения для составляющих поля падающей волны.

3. Применяются граничные условия для составляющих электромагнитного поля на границе раздела.

4. Находятся неизвестные величины и получаются окончательные уравнения для векторов \vec{E} и \vec{H} .

5. Анализируются полученные решения и формулируются основные свойства отраженной и преломленной волн.

В приведенном алгоритме присутствует новое понятие – граничные условия, которые позволяют учесть особенности поля при наличии границы раздела.

Явления отражения и преломления характеризуются угловыми и амплитудно-фазовыми законами.

Угловые законы позволяют связать между собой углы падения, отражения и преломления волны, а амплитудно-фазовые – соотношения их амплитуд и фаз.

Рассмотрим вначале угловые законы.

Пусть плоская электромагнитная волна падает из среды I на плоскую границу раздела со средой II (рис. 3). Параметры сред известны. Предположим также, что обе среды непроводящие, т. е. $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$.

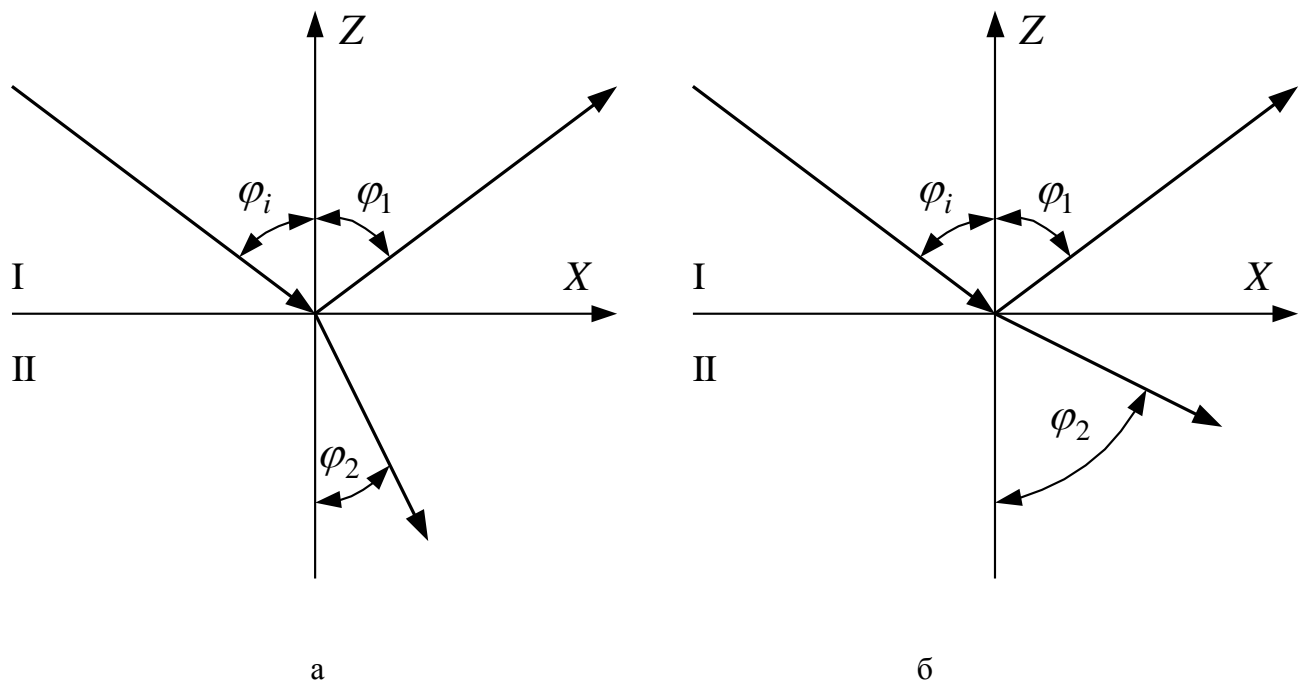


Рис. 3

Направления распространения волн характеризуются углами падения φ_i , отражения $-\varphi_1$ и преломления $-\varphi_2$. Связь между ними устанавливается законом отражения и законом преломления, известными из курса физики

$$\varphi_i = \varphi_1; \quad (1)$$

$$\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}}}{\sqrt{\varepsilon_{a2}\mu_{a2}}} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (2)$$

где n_1, n_2 - показатели преломления I и II сред соответственно.

Эти законы остаются справедливыми для всех диапазонов волн, чего нельзя утверждать в отношении амплитудно-фазовых законов.

В общем случае падающая волна может иметь произвольную поляризацию. Ее вектор \vec{E} удобно представить в виде двух составляющих, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна плоскости распространения, т. е. в виде суммы волн вертикальной и горизонтальной поляризаций.

Коэффициентом отражения вертикально поляризованной волны (рис. 4) называется отношение скалярных комплексных амплитуд E_{10} и E_{i0} на границе раздела (в точке O)

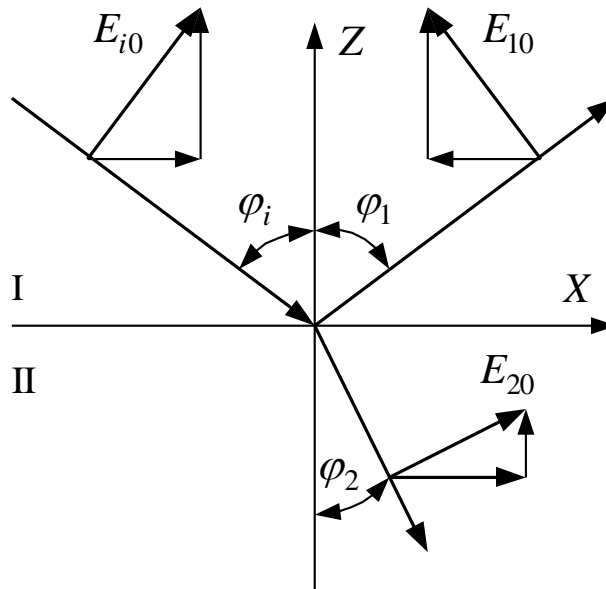


Рис. 4

$$\dot{P}_{отр}^{\epsilon} = \frac{\dot{E}_{10}}{\dot{E}_{i0}}. \quad (3)$$

Аналогично записывается выражение для коэффициента преломления

$$\dot{P}_{пр}^{\epsilon} = \frac{\dot{E}_{20}}{\dot{E}_{i0}}. \quad (4)$$

В общем случае эти коэффициенты являются комплексными величинами, которые можно представить в форме

$$\dot{P}_{отр}^{\epsilon} = |P_{отр}^{\epsilon}| e^{i\psi_{\epsilon}}, \quad \dot{P}_{пр}^{\epsilon} = |P_{пр}^{\epsilon}| e^{i\phi_{\epsilon}}. \quad (5)$$

Отсюда следует, что модуль, например, коэффициента отражения вычисляется как отношение модулей амплитуд отраженной и падающей волн

$$\left| \dot{P}_{отр}^e \right| = \frac{\left| \dot{E}_{10} \right|}{\left| \dot{E}_{i0} \right|}$$

Величина $\left| \dot{P}_{отр}^e \right|$ показывает, какую часть амплитуды падающей волны составляет амплитуда отраженной. Аналогично формулируется и смысл модуля коэффициента преломления. Фазы в выражениях (5) вычисляются с помощью соотношений:

$$\psi_e = \arg E_{10} - \arg E_{i0};$$

$$\phi_e = \arg E_{20} - \arg E_{i0}.$$

Они указывают, на сколько изменится начальная фаза падающей волны при отражении и преломлении.

Решим задачу нахождения коэффициентов отражения и преломления для случая вертикально поляризованных волн (рис. 4). С этой целью воспользуемся граничными условиями предполагая, что на границе раздела заряды и токи отсутствуют ($\rho_{нов} = 0$, $\vec{j}_{нов} = 0$).

$$\left. \begin{aligned} E_{1\tau} &= E_{2\tau}, \\ \varepsilon_{a1} E_{1n} &= \varepsilon_{a2} E_{2n}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Определим касательные и нормальные составляющие комплексных амплитуд поля на границе раздела сред (рис. 4).

$$E_{1\tau} = E_{i0} \cos \varphi_i - E_{10} \cos \varphi_i;$$

$$E_{2\tau} = E_{20} \cos \varphi_2;$$

$$E_{1n} = E_{i0} \sin \varphi_i + E_{10} \sin \varphi_i;$$

$$E_{2n} = E_{20} \sin \varphi_2.$$

Подставим эти выражения в уравнения (6), разделим все слагаемые на и воспользуемся формулами (1), (2). В результате получим систему уравнений

$$(1 - P_{отр}^e) \cos \varphi_i = P_{np}^e \cos \varphi_2;$$

$$\varepsilon_{a1} (1 + P_{отр}^e) \sin \varphi_i = \varepsilon_{a2} P_{np}^e \sin \varphi_2.$$

Совместное решение этих уравнений с учетом формулы (1) дает следующие выражения

$$P_{omp}^{\varepsilon} = \frac{k_1 \varepsilon_{a2} \cos \varphi_i - \varepsilon_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}{k_1 \varepsilon_{a2} \cos \varphi_i + \varepsilon_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}; \quad (7)$$

$$P_{np}^{\varepsilon} = \frac{2k_1 \varepsilon_{a2} \cos \varphi_i}{k_1 \varepsilon_{a2} \cos \varphi_i + \varepsilon_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}. \quad (8)$$

Аналогичным образом решается задача нахождения коэффициентов отражения и преломления для горизонтально поляризованных волн (рис. 5). При этом удобно выразить коэффициенты через комплексные амплитуды напряженностей магнитного поля

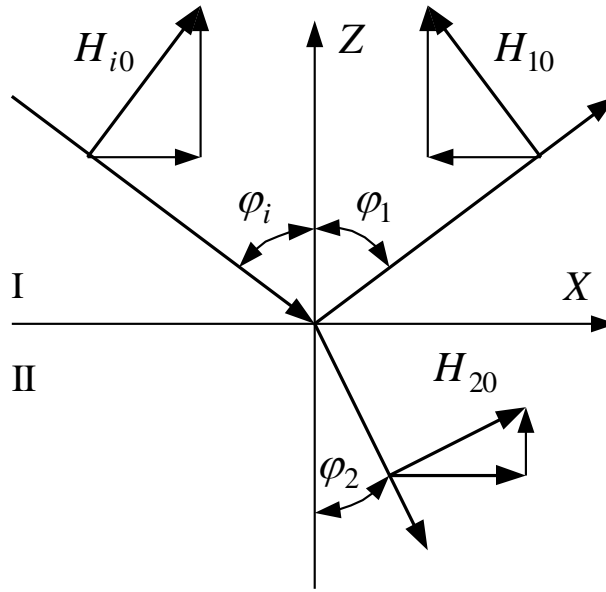


Рис. 5

$$\dot{P}_{omp}^{\varepsilon} = \frac{\dot{H}_{10}}{\dot{H}_{i0}} = \left| \dot{P}_{omp}^{\varepsilon} \right| e^{i\psi_{\varepsilon}}; \quad (9)$$

$$\dot{P}_{np}^{\varepsilon} = \frac{\dot{H}_{20}}{\dot{H}_{i0}} = \left| \dot{P}_{np}^{\varepsilon} \right| e^{i\phi_{\varepsilon}}. \quad (10)$$

В отличие от предыдущего случая используем другие граничные условия при тех же допущениях $\rho_{нов} = 0$, $\vec{j}_{нов} = 0$.

$$\left. \begin{aligned} H_{1\tau} &= H_{2\tau}, \\ \mu_{a1} H_{1n} &= \mu_{a2} H_{2n}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Опуская подробности решения, которое проводится точно так как и для случая горизонтальной поляризации, получим искомые коэффициенты отражения и преломления

$$P_{отр}^e = \frac{k_1 \mu_{a2} \cos \varphi_i - \mu_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}{k_1 \mu_{a2} \cos \varphi_i + \mu_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}; \quad (12)$$

$$P_{пр}^e = \frac{2k_1 \mu_{a2} \cos \varphi_i}{k_1 \mu_{a2} \cos \varphi_i + \mu_{a1} \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi_i}}. \quad (13)$$

Полученные величины $\dot{P}_{отр}^e, \dot{P}_{пр}^e, \dot{P}_{отр}^z, \dot{P}_{пр}^z$ называются коэффициентами Френеля. Они зависят от электрических параметров сред, угла падения φ_i , частоты колебаний, поскольку величина k зависит от λ .

Выводы:

1. При падении волны на тело появляются: отраженная, преломленная и дифракционные волны.
2. В случае сложной границы ее можно представить как совокупность простых поверхностей и решать задачу по определению напряженности поля приближенно.
3. Коэффициенты отражения и преломления зависят от электрических параметров первой и второй среды, от угла падения, от длины волны.
4. Так как магнитная проницаемость первой среды обычно равна магнитной проницаемости второй среды, а диэлектрическая проницаемость первой среды не равна диэлектрической проницаемости второй среды, следовательно коэффициенты отражения и преломления при вертикальной поляризации отличаются по величине от аналогичных коэффициентов при горизонтальной поляризации.

2. Свойства преломленных и отраженных волн

Свойства волн на границе раздела сред формулируются в результате анализа полученных решений (7, 8) и (12, 13), для чего рассматриваются частные случаи.

Случай 1. Среда I и среда II - идеальные диэлектрики, т. е. $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Вторую среду будем считать оптически более плотной $\varepsilon_{a2} > \varepsilon_{a1}$.

На основании уравнений (7) и (12) построены графики зависимостей $\dot{P}_{отр}^e = f(\varphi_i)$, $\dot{P}_{отр}^z = f(\varphi_i)$ (рис. 6, 7), из которых следует, что электромагнитная волна с горизонтальной поляризацией отражается лучше, чем с вертикальной.

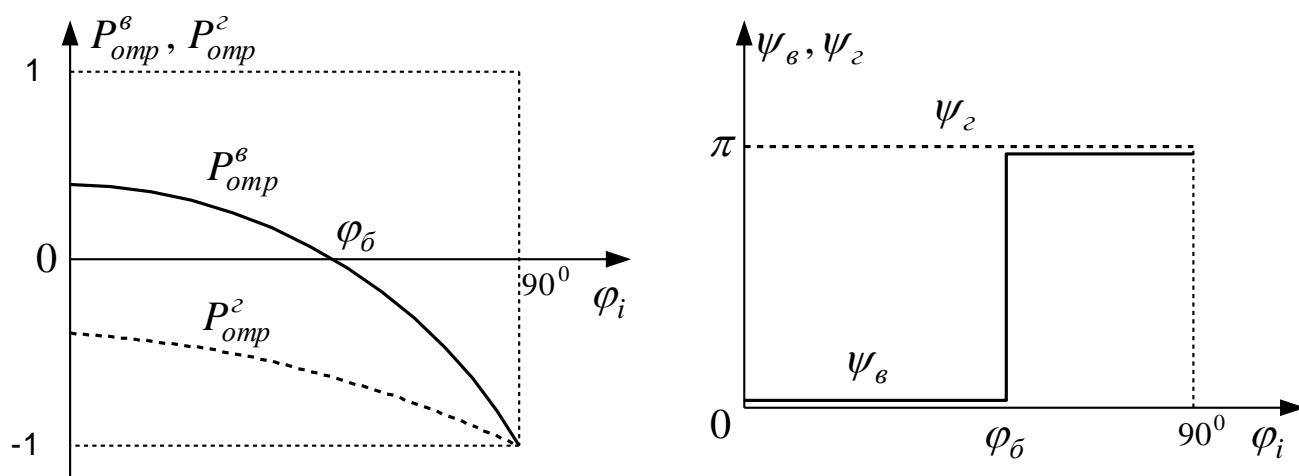


Рис. 6

При горизонтальной поляризации в широком диапазоне углов падения коэффициент отражения изменяется монотонно в сравнительно небольших пределах. В то же время при вертикальной поляризации \dot{P}_{omp}^v меняется от нуля до единицы и он всегда (за исключением случаев $\varphi_i = 0^0$ и $\varphi_i = 90^0$) меньше, чем \dot{P}_{omp}^h . Начальная фаза также претерпевает изменение на π при переходе угла падения через величину φ_0 .

В силу указанных выше причин, при разработке радиолокационных станций (РЛС), использующих отражение от прилегающей земной поверхности для увеличения дальности действия, выбирается горизонтальная поляризация. В РЛС, не использующих отражение волн от земли или моря, применяют вертикальную поляризацию.

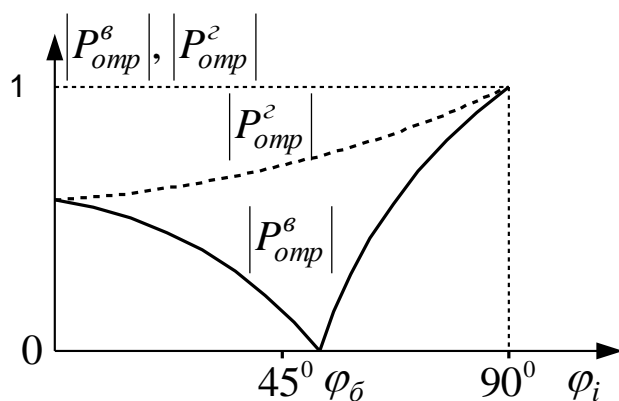


Рис. 7

При $\varphi_i = \varphi_0$ (угол Брюстера) отражение вертикально поляризованной волны отсутствует и наблюдается явление полного преломления. Энергия такой волны полностью переходит из одной среды в другую.

Случай 2. Первая среда представляет собой идеальный диэлектрик $\sigma_1 = 0$, а вторая – полупроводник ($\sigma_2 \neq 0$), например, почва. При этом –

величина ε_{a2} комплексная и коэффициенты отражения также будут комплексными. Зависимости $|\dot{P}_{отр}^{\varepsilon}|$, $|\dot{P}_{отр}^{\varepsilon}|$, ψ_{ε} , ψ_{ε} отличаются от случая идеальных диэлектрических сред (рис. 8).

В данном случае явление Брюстера отсутствует, но есть снижение коэффициента отражения вертикально поляризованной волны при псевдобрюстеровском угле φ'_6 .

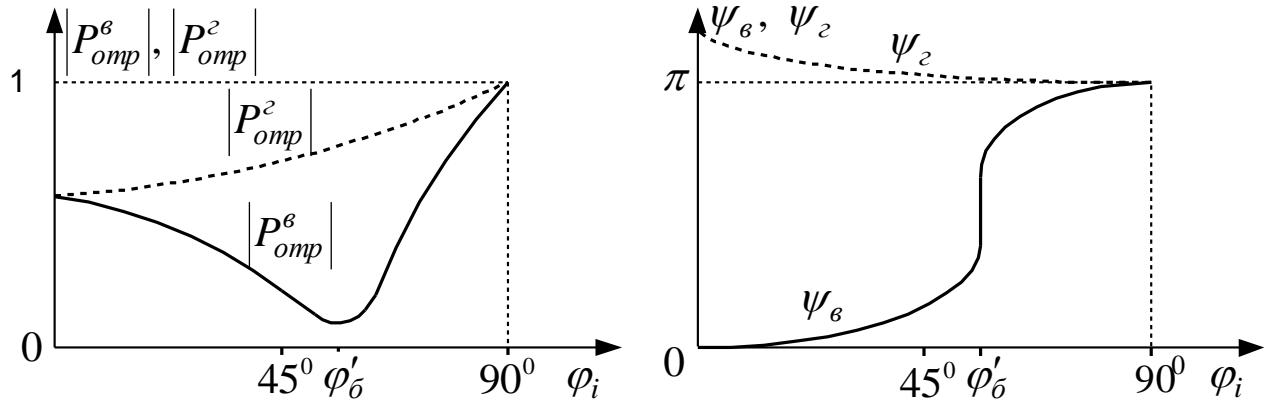


Рис. 8

С ростом проводимости второй среды модули коэффициентов отражения увеличиваются. Например, при $\varphi_i = 0^0$ (алюминиевая поверхность) волны отражаются почти полностью, а фаза изменяется на 180° .

Случай 3. Предположим, что обе среды являются идеальными диэлектриками, но $\varepsilon_{a1} > \varepsilon_{a2}$. При этом явление Брюстера наблюдается, однако, $0^0 \leq \varphi_6 \leq 45^0$ (рис. 9).

При углах падения, больших граничного $\varphi_{зр}$, имеет место явление полного внутреннего отражения от границы раздела сред.

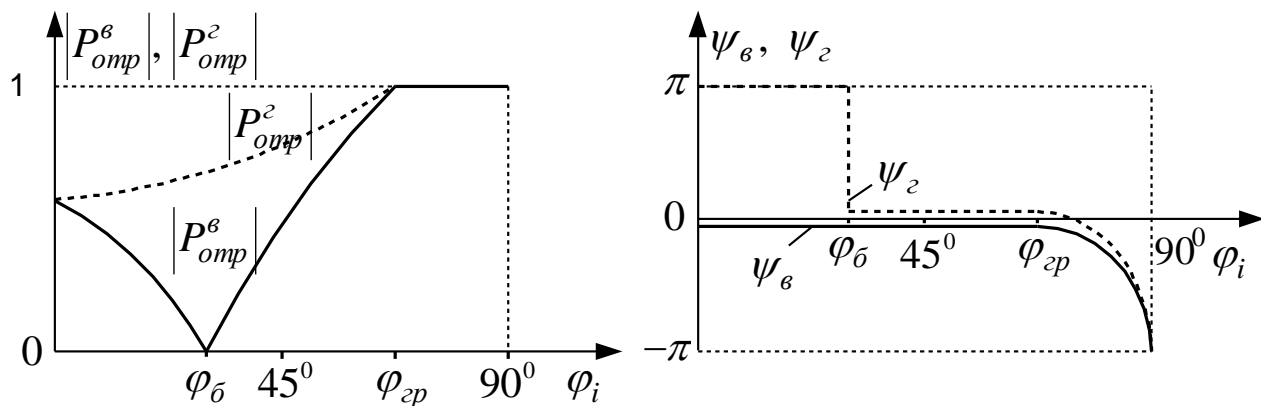


Рис. 9

Волна распространяется в первой среде. Коэффициент преломления $\dot{P}_{np}^{e(z)}$ остается неравным нулю, хотя $|\dot{P}_{отр}^{e(z)}| = 1$. Этот парадокс объясняется тем, что во второй среде возникает поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы раздела, т. е. электромагнитная волна на границе раздела инерционна и, отражаясь, проникает в глубь второй среды (рис. 10).

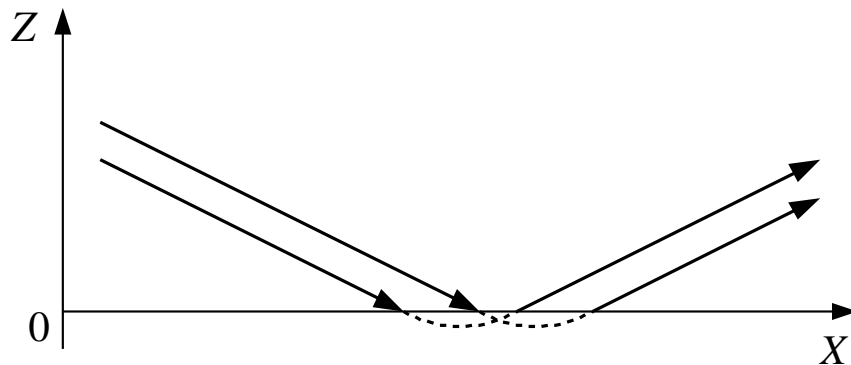


Рис. 10

Рассмотрев частные случаи поведения электромагнитных волн на границе раздела двух сред, следует отметить, что случай 1 является идеализированным, хотя он достаточно близко соответствует реальным условиям. Случай 2 соответствует ситуации отражения радиоволн от земной поверхности и от реальной радиолокационной цели. Случай 3 используется при построении диэлектрических антенн, диэлектрических направляющих систем СВЧ, световодов и т. д.

Выводы:

1. Среднее значение модуля коэффициента отражения при горизонтальной поляризации больше чем среднее значение модуля коэффициента отражения при вертикальной поляризации.
2. При $\varphi_i = \varphi_6$ коэффициент отражения вертикально поляризованной волны равен нулю, т.е. волна полностью переходит во вторую среду.
3. Для РЛС метрового диапазона использующих отраженные волны предпочтительнее горизонтальная поляризация.
4. При проводящей второй среде наблюдается увеличение модуля среднего значения коэффициента отражения вертикально поляризованной волны. При $\varphi_i = \varphi_6$ коэффициент отражения вертикально поляризованной волны не равен нулю
5. Если первая среда электрически более плотная то при углах падения, больших граничного φ_{cp} , наблюдается явление полного отражения.