Тема 1. Электромагнитные волны

Лекция 6. Элементарная площадка и магнитный излучатель.

УЧЕБНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Элементарный магнитный излучатель

2. Элементарная площадка (элемент Гюйгенса)

1. Элементарный магнитный излучатель

Наряду с элементарным электрическим вибратором при анализе антенных устройств бывает полезно использовать элементарный магнитный вибратор, физическую модель которого можно создать, если взять стержень из материала с магнитной проницаемостью значительно большей магнитной проницаемости среды, например, из феррита. В качестве возбуждающего устройства применить проводящую петлю, обтекаемую током проводимости (рис. 1). Постоянство вектора магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль стержня достигается с помощью шаров на концах.

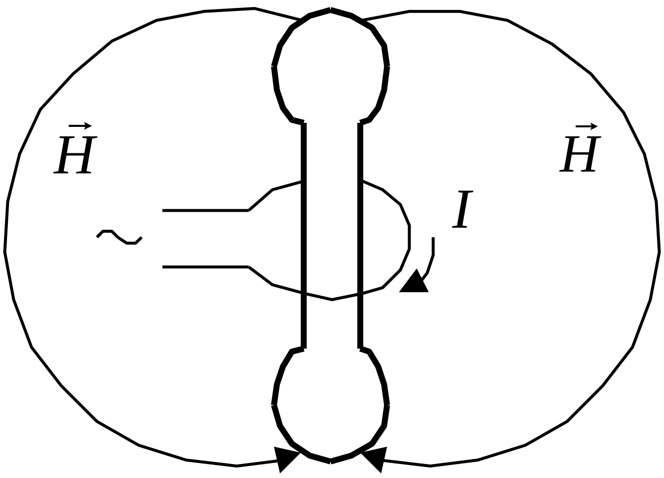

Рис. 1

Поле, создаваемое магнитным вибратором, можно найти так же, как и в случае электрического вибратора, воспользовавшись волновым уравнением Гельмгольца для магнитного вектора Герца. Далее, используя уравнения связи, необходимо вычислить величину вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ и по нему - магнитного поля $\vec{H}$. Однако решение задачи излучения элементарным магнитным вибратором можно упростить, применив принцип перестановочной двойственности к системе уравнений для элементарного электрического вибратора.

На основании инвариантности (симметричности) первого и второго уравнений Максвелла для идеальной непроводящей среды можно утверждать, что структура поля элементарного магнитного вибратора совпадает со структурой поля элементарного электрического вибратора. Разница состоит в том, что силовые линии напряженности электрического поля образуют концентрические окружности с центрами на оси вибратора и лежат в азимутальной плоскости, а силовые линии напряженности магнитного поля лежат в меридиональной плоскости (рис. 2). Следовательно, систему уравнений для поля магнитного вибратора можно получить, применив принцип перестановочной двойственности к системе уравнений, описывающих поле электрического вибратора.

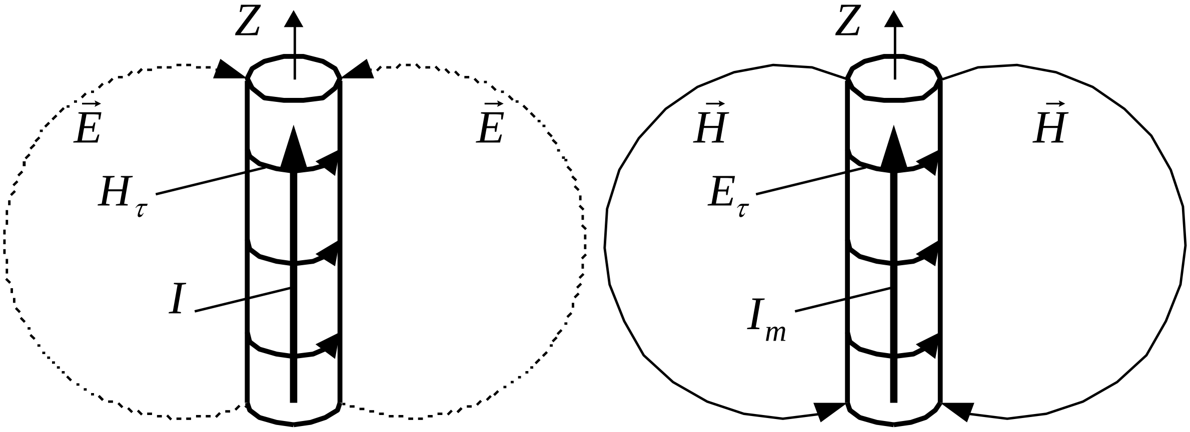

Рис. 2

В уравнениях системы описывающих поле электрического вибратора комплексную амплитуду тока в вибраторе I представим в соответствии с законом полного тока

$$I = H_\tau l_k,$$

где H_τ - комплексная амплитуда касательной составляющей вектора $\vec{H}$ на поверхности вибратора;

l_k - периметр поперечного сечения проводника, образующего вибратор.

В результате получим

$$\left.\begin{aligned}
\dot{H}_\varphi &= \frac{l_k \dot{H}_\tau l k^2 e^{-ikr}}{4\pi}\left[\frac{i}{kr} + \frac{1}{(kr)^2}\right]\sin\theta;\\
\dot{E}_r &= \frac{l_k \dot{H}_\tau l k^3 e^{-ikr}}{2\pi i\omega\varepsilon_a}\left[\frac{i}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3}\right]\cos\theta;\\
\dot{E}_\theta &= \frac{l_k \dot{H}_\tau l k^3 e^{-ikr}}{4\pi i\omega\varepsilon_a}\left[\frac{-1}{kr} + \frac{i}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3}\right]\sin\theta.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Применяя к формулам (1) преобразования вида

$$\dot{\vec{E}} \leftrightarrow \dot{\vec{H}};$$

$$\varepsilon_a \leftrightarrow -\mu_a,$$

приходим к выражениям для составляющих напряженности электрического и магнитного полей элементарного магнитного вибратора

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_\varphi &= \frac{l_k \dot{E}_\tau l k^2 e^{-ikr}}{4\pi}\left[\frac{i}{kr}+\frac{1}{(kr)^2}\right]\sin\theta; \\ \dot{H}_r &= \frac{l_k \dot{E}_\tau l k^3 e^{-ikr}}{-2\pi i\omega\mu_a}\left[\frac{i}{(kr)^2}+\frac{1}{(kr)^3}\right]\cos\theta; \\ \dot{H}_\theta &= \frac{l_k \dot{E}_\tau l k^3 e^{-ikr}}{-4\pi i\omega\mu_a}\left[\frac{-1}{kr}+\frac{i}{(kr)^2}+\frac{1}{(kr)^3}\right]\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $\dot{E}_\tau$ - комплексная амплитуда касательной составляющей вектора $\vec{E}$ на поверхности элементарного магнитного вибратора.

Учитывая аналогию между рассматриваемыми излучателями, можно для магнитного вибратора формально ввести понятие о магнитном токе I_m, равномерно распределенном по поверхности с плотностью $j^m_{пов}$.

На основе принципа перестановочной двойственности, учитывая различие направлений $\dot{E}_\tau$ и $\dot{H}_\tau$, получаем

$$\dot{I}_m = -l_k \dot{E}_\tau, \qquad (3)$$

$$\dot{\vec{j}}^{\,m}_{пов} = -\left[\vec{n} \times \dot{\vec{E}}\right]. \qquad (4)$$

Используя выражение (3) в соотношениях (2) и, пренебрегая $1/(kr)^2$, $1/(kr)^3$, компоненты поля можно выразить через I_m.

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_\varphi &= -\frac{iI_m l}{2\lambda r} e^{-ikr}\sin\theta, \\ \dot{H}_\theta &= \frac{iI_m l}{2\lambda r}\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} e^{-ikr}\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Сравнение соотношений для компонентов поля элементарных электрического и магнитного вибраторов позволяет сделать вывод о том, что их свойства во многом сходны.

Из выражений (5) видно, что поле, создаваемое элементарным магнитным вибратором в дальней зоне, представляет собой сферическую волну, распространяющуюся от вибратора со скоростью $V_ф$.

Векторы напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей взаимно перпендикулярны. Они перпендикулярны также направлению распространения волны. Отличие состоит в том, что при одинаковой ориентации векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ для магнитного вибратора развернуты на 90^0 по отношению к аналогичным векторам элементарного электрического вибратора.

Направленные свойства магнитного вибратора не отличаются от свойств электрического. Его излучение максимально в азимутальной плоскости при $\theta = 90^0$, а вдоль своей оси он не излучает.

Элементарный магнитный вибратор так же, как и электрический, является идеальным излучателем. Реальной моделью его служит элементарная рамка (петля), которая представляет собой виток провода с радиусом $a << \lambda$ (рис. 3), по которому протекает постоянный по амплитуде гармонический электрический ток.

Рамка создает электромагнитное поле, линии магнитной составляющей которого перпендикулярны плоскости петли, а линии электрического поля параллельны.

Составляющие поля, создаваемого рамкой, можно найти путем решения задачи излучения, как и для элементарного электрического вибратора. Сравнение получаемых при этом окончательных выражений позволяет заметить, что они совпадают с формулами для поля элементарного магнитного вибратора, если в последних заменить

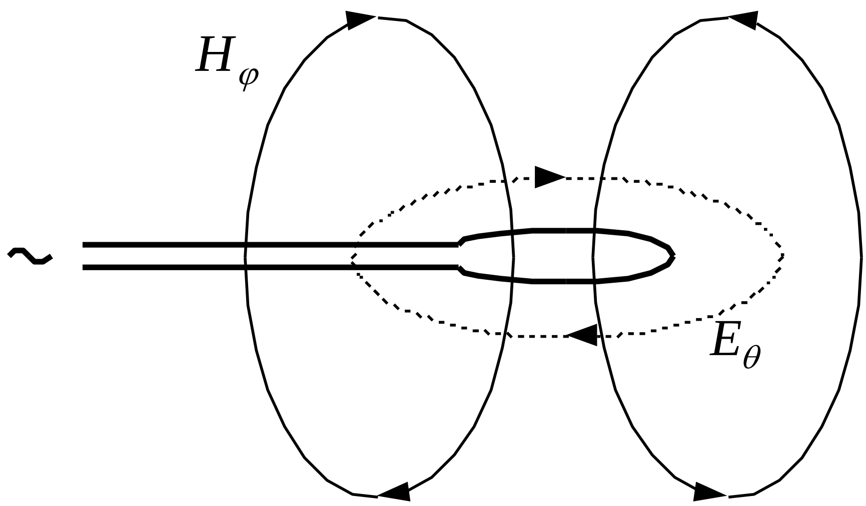

Рис. 3

$$\left.\begin{aligned} l_k \dot{E}_\tau l &\Leftrightarrow -i\omega\mu_a \dot{I}s; \\ I_m l &\Leftrightarrow i\omega\mu_a \dot{I}s, \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где s - площадь рамки.

В этом случае формулы для напряженностей поля в дальней зоне можно получить из системы уравнений (5), заменив

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_\varphi &= \frac{\omega\mu_a \dot{I}s}{2\lambda r} e^{-ikr} \sin\theta, \\ \dot{H}_\theta &= -\frac{\omega\mu_a \dot{I}s}{2\lambda r} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} e^{-ikr} \sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Элементарная рамка также излучает электромагнитную энергию направленно. Диаграмма направленности ее по внешнему виду совпадает с диаграммой для электрического вибратора (рис. 3). Вдоль оси рамка не излучает, а максимум излучения лежит в плоскости рамки.

Вектор $\vec{E}$ излучаемой волны лежит в плоскости, параллельной плоскости рамки, а вектор $\vec{H}$ - в перпендикулярной.

Выводы:

1.) Элементарный магнитный вибратор обладает такими же направленными свойствами, как и элементарный электрический вибратор;
2.) Отличие элементарного магнитного вибратора от элементарного электрического вибратора состоит в том, что в выражениях для поля $\dot{E}_\theta$ меняется на $\dot{H}_\theta$, а $\dot{H}_\varphi$ меняется на $\dot{E}_\varphi$.

2. Элементарная площадка (элемент Гюйгенса)

В практике широкое применение находят антенные устройства, в которых электромагнитные волны излучаются поверхностью. Для нахождения поля, создаваемого этой поверхностью, целесообразно мысленно разделить ее на элементарные площадки. Найдя поле каждой из них, можно вычислить напряженность суммарную как суперпозицию полей элементарных площадок.

Такой подход к решению задачи основан на принципе Гюйгенса, согласно которому каждый элемент фронта волны, созданной каким-либо первичным источником, является источником вторичной сферической волны. Поэтому элемент поверхности фронта волны называется элементом Гюйгенса. В данном случае мы будем называть элемент излучающей поверхности также элементом Гюйгенса.

Рассчитать поле элементарной площадки (элемента Гюйгенса) можно, пользуясь поверхностным интегралом формулы Кирхгофа. Однако задачу расчета можно упростить, если использовать результаты, полученные при нахождении поля излучения элементарных электрического и магнитного вибраторов.

Рассмотрим элементарную площадку $\Delta s = l_1 l_2$, на поверхности которой известны касательные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей. Расположим площадку так, чтобы ее центр совпадал с началом прямоугольной системы координат. Касательные составляющие на площадке Δs ориентированы параллельно координатным осям (рис. 4).

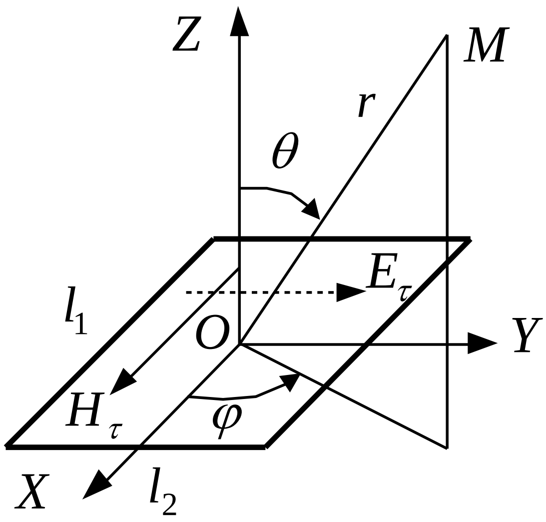

Рис. 4

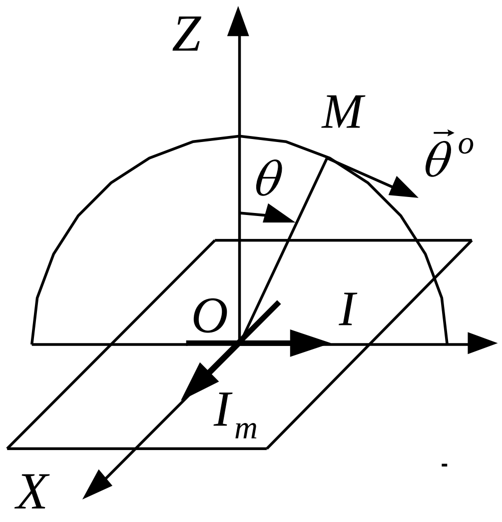

Рис. 5

При изучении электрического и магнитного вибраторов было показано, что электрический ток можно заменить эквивалентной касательной составляющей магнитного поля на поверхности элементарного электрического вибратора ($\dot{I} = \dot{H}_\tau l_k$), а магнитный ток - касательной составляющей электрического поля на поверхности элементарного магнитного вибратора ($\dot{I}_m = -\dot{E}_\tau l_k$). Очевидно, что можно поступить наоборот: магнитное поле, действующее на площадке, заменить эквивалентным электрическим током, а электрическое поле - магнитным током.

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ распространяющейся волны взаимно перпендикулярны, то эквивалентные им электрические $\dot{I}$ и магнитные $\dot{I}_m$ токи также будут взаимно перпендикулярны (рис. 5).

Комплексные амплитуды электрического и магнитного токов определяются соотношениями

$$\dot{I} = \dot{H}_\tau l_1; \tag{8}$$

$$\dot{I}_m = \dot{E}_\tau l_2; \tag{9}$$

где $\dot{H}_\tau$ и $\dot{E}_\tau$ - комплексные амплитуды касательных составляющих $\vec{H}$ и $\vec{E}$ на площадке.

Тогда элементарную площадку можно представить двумя взаимно перпендикулярными электрическим и магнитным вибраторами, а поле, создаваемое ею, будет равно сумме полей, возбуждаемых элементарным электрическим вибратором длиной l_1; с током $\dot{I}$ и элементарным магнитным вибратором длиной l_2; с током $\dot{I}_m$;.

Определим напряженность поля элементарной площадки в дальней зоне в плоскости E (плоскость YOZ). В этой плоскости угол $\varphi = \pm\pi/2$, где знак "+" соответствует положительным значениям координаты Y, а знак "-" - отрицательным.

Комплексная амплитуда напряженности электрического поля $\dot{E}_{\theta}^{э}$., создаваемого элементарным электрическим вибратором, вычисляется с помощью выражения

$$\dot{E}_{\theta}^{э} = \frac{iIl_2}{2\lambda r}\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}e^{-ikr}\cos\theta. \qquad (10)$$

При переходе от соотношения поля элементарного электрического вибратора к соотношению (10) учтено, что координатная система (рис. 5 ориентирована иначе, чем на рис. 4.6, поэтому вместо $\sin\theta$ в формулу (10) входит $\cos\theta$.

Комплексная амплитуда напряженности электрического поля, создаваемого элементарным магнитным вибратором, определяется соотношением (5), которое в рассматриваемом случае записывается в виде

$$\dot{E}_{\theta}^{м} = -\frac{iI_{м}l_1}{2\lambda r}e^{-ikr}\cos\theta. \qquad (11)$$

При переходе от выражения (5) к равенству (11) учтено, что плоскость YOZ перпендикулярна току $\dot{I}_m$; и проходит через середину отрезка l_1;, т. е. является плоскостью максимального излучения элементарного магнитного вибратора. Поэтому $\sin\theta$, входящий в формулу (5), в выражении (11) принят равным единице.

Кроме того, учтено, что направление вектора $\vec{\varphi}^0$ совпадает с направлением вектора $\vec{\theta}^0$ в рассматриваемой системе координат (рис. 5), поэтому вместо $\dot{E}_{\varphi}^{м}$ записано $\dot{E}_{\theta}^{м}$.

Напряженность полного электрического поля найдем суммированием выражений (10), (11) с учетом равенств (8), (9)

$$\dot{E}_{\theta} = \dot{E}_{\theta}^{э} + \dot{E}_{\theta}^{м} = \frac{i\dot{E}_{\tau}\Delta s}{2\lambda r}\left(1 + \frac{\dot{H}_{\tau}}{E_{\tau}}Z_c\cos\theta\right)e^{-ikr}.$$

Аналогично вычисляется напряженность электрического поля, создаваемого элементарной площадкой в плоскости XOZ (плоскость H). В этом случае вектор $\vec{E}$ имеет одну составляющую $\dot{E}_{\varphi}$

$$\dot{E}_{\varphi} = \dot{E}_{\varphi}^{э} + \dot{E}_{\varphi}^{м} = \frac{i\dot{E}_{\tau}\Delta s}{2\lambda r}\left(\cos\theta + \frac{\dot{H}_{\tau}}{E_{\tau}}Z_c\right)e^{-ikr}.$$

Можно также показать, что в произвольном направлении, характеризуемом координатами θ и φ, комплексная амплитуда напряженности электрического поля, создаваемого элементарной площадкой, имеет две составляющие

$$\dot{E}_{\theta} = \frac{i\dot{E}_{\tau}\Delta s}{2\lambda r}\left(1 + \frac{\dot{H}_{\tau}}{\dot{E}_{\tau}}Z_c\cos\theta\right)\sin\varphi \cdot e^{-ikr}. \qquad (12)$$

$$\dot{E}_{\varphi} = \frac{i\dot{E}_{\tau}\Delta s}{2\lambda r}\left(\cos\theta + \frac{\dot{H}_{\tau}}{\dot{E}_{\tau}}Z_c\right)\cos\varphi \cdot e^{-ikr}. \qquad (13)$$

Учитывая, что отношение касательных составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ на площадке Δs равно характеристическому сопротивлению волны ($\dot{E}_\tau / \dot{H}_t = Z_c$), упростим формулы (12), (13)

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_\theta &= \frac{i\dot{E}_\tau \Delta s}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\sin\varphi \cdot e^{-ikr}; \\ \dot{E}_\varphi &= \frac{i\dot{E}_\tau \Delta s}{2\lambda r}(1+\cos\theta)\cos\varphi \cdot e^{-ikr}. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Анализ соотношений (14) позволяет сделать к вывод, что абсолютная величина вектора $\vec{E}$ не зависит от координаты φ

$$|E| = \left|\sqrt{E_\theta^2 + E_\varphi^2}\right| = \frac{|\dot{E}_\tau|\Delta s}{2\lambda r}(1+\cos\theta). \qquad (15)$$

Из полученного выражения следует, что элементарная площадка обладает направленными свойствами. Причем амплитуда напряженности электрического поля зависит от координаты θ и не зависит от φ. Характеристика направленности площадки описывается выражением

$$f(\theta) = 1 + \cos\theta,$$

а диаграмма направленности имеет форму кардиоиды (рис. 6). Пространственная диаграмма представляет собой поверхность, образующуюся при вращении кардиоиды вокруг ее оси симметрии (оси Z). Максимальное излучение наблюдается в направлении оси Z, перпендикулярной площадке.

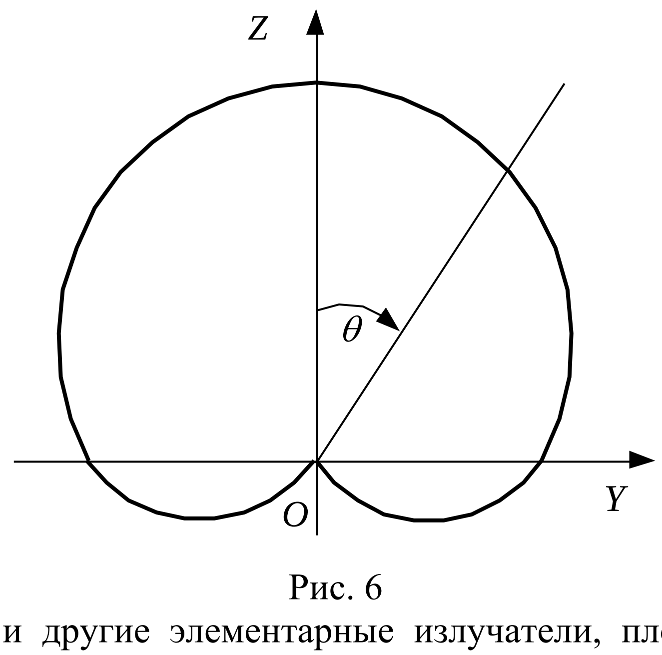

Рис. 6

Так же как и другие элементарные излучатели, площадка создает в дальней зоне сферическую электромагнитную волну.

Всем элементарным излучателям (вибратору, рамке и площадке) присуща одинаковая закономерность. Отношение комплексных амплитуд электрического и магнитного полей, созданных ими, всегда является величиной постоянной и определяется только параметрами среды. Параметр

Z_c называется волновым, или характеристическим сопротивлением среды и измеряется в Омах. Для свободного пространства

$$Z_c = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = 120\pi \approx 377 \ \textit{Ом},$$

а для произвольной среды без потерь

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.$$

Таким образом, если найдена одна из составляющих поля, созданного элементарным излучателем, например, E, то другая может быть найдена без решения уравнений Максвелла

$$H = \frac{E}{Z_c}.$$

Подводя итог изучению элементарных излучателей, следует отметить, что знание их свойств значительно облегчает решение задач излучения сложных антенных систем, поскольку любую из них можно представить в виде совокупности элементарных вибраторов или площадок. Все они излучают сферические волны и обладают слабо выраженными направленными свойствами. Однако при объединении элементарных излучателей в систему направленные свойства существенно улучшаются.

Выводы:

1.) Элементарная площадка излучает волны типа E и H;
2.) Составляющие электрического и магнитного полей пропорциональны $\dot{E}_\tau \Delta s / \lambda$;
3.) $1/r$ - признак сферической волны;
4.) Выражение e^{-ikr} описывает волновой процесс вдоль координаты r;
5.) Выражение $f(\theta) = 1 + \cos\theta$ описывает направленные свойства элементарной площадки;