

Тема 2. Электромагнитные волны в направляющих системах

Лекция 11. Волноводы круглого сечения.

1. Уравнения поля в круглом волноводе

Решение задачи распространения волн в круглом волноводе (рис. 1) с физической точки зрения не отличается от случая прямоугольного волновода. Основное математическое отличие заключается в выборе цилиндрической системы координат.

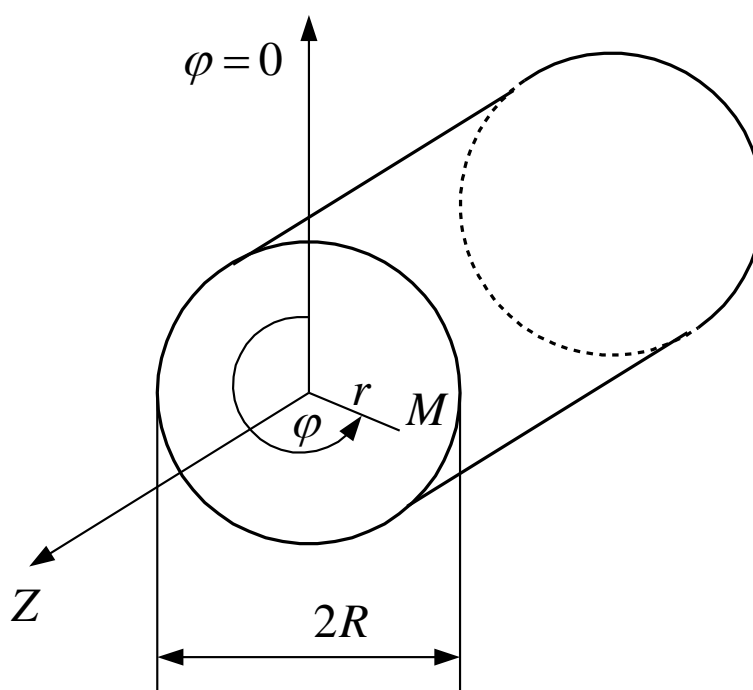


Рис. 1

Для вывода уравнений, описывающих электромагнитное поле волн типа Е и Н, воспользуемся, как и прежде, методом вычисления поперечных составляющих через продольные составляющие.

В качестве исходных возьмем уравнения Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= i\omega \epsilon_a \vec{E}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i\omega \mu_a \vec{H}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Если в этих выражениях развернуть операции $rot\vec{H}, rot\vec{E}$ в цилиндрической системе координат и выразить поперечные составляющие поля через продольные, получим

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k^2 - \gamma^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z}{\partial r} + i \frac{\omega \mu_a}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right), \\ E_\varphi &= \frac{1}{k^2 - \gamma^2} \left(-\frac{\gamma}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + i \omega \mu_a \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_r &= \frac{1}{k^2 - \gamma^2} \left(i \frac{\omega \varepsilon_a}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_\varphi &= \frac{1}{k^2 - \gamma^2} \left(i \omega \varepsilon_a \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\gamma}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для дальнейших преобразований необходимо так же, как и для прямоугольного волновода решить волновые уравнения

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0, \\ \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0. \end{aligned}$$

и найти выражения для продольных составляющих E_z и H_z .

Решение будем отыскивать в виде

$$E_z, H_z = R(r) \Phi(\varphi) Z(z) e^{i\omega t}. \quad (3)$$

Повторяя операции, изложенные для прямоугольного волновода, но с использованием цилиндрической системы координат, получим формулы для вычисления неизвестных функций, входящих в уравнение (7).

$$Z(z) = C_1 e^{i\gamma z} + C_2 e^{-i\gamma z}, \quad (4)$$

$$\Phi(\varphi) = C_3 \cos(n\varphi) + C_4 \sin(n\varphi), \quad (5)$$

$$R(r) = C_5 J_n\left(r\sqrt{k^2 - \gamma^2}\right) + C_6 N_n\left(r\sqrt{k^2 - \gamma^2}\right). \quad (6)$$

В выражении (4) первое слагаемое соответствует отраженной волне, а второе - прямой. Считая, что в волноводе присутствует только прямая волна, приравняем постоянную интегрирования C_1 нулю.

В выражении (5) наличие функций $\cos(n\varphi)$ и $\sin(n\varphi)$ обусловлено произвольным выбором начала координат в поперечной плоскости (выбором начала отсчета). Для данной конкретной системы координат это выражение имеет вид

$$\Phi(\varphi) = C_3 \cos(n\varphi). \quad (7)$$

Проанализируем решение (6), которое включает в себя функции

Бесселя первого рода $J_n\left(r\sqrt{k^2 - \gamma^2}\right)$ и второго рода $N_n\left(r\sqrt{k^2 - \gamma^2}\right)$ -

го порядка (рис. 2). В центре волновода, где r стремится к нулю, функция $N_n \left(r \sqrt{k^2 - \gamma^2} \right)$ устремляется к ∞ , что не соответствует реальному полю.

Поэтому считаем $C_6 = 0$.

Если выражения (4) - (6) подставить в уравнение (3), с учетом сделанных замечаний, получим решение для продольных составляющих

$$E_z, H_z = D_I J_n \left(r \sqrt{k^2 - \gamma^2} \right) \cos(n\varphi) e^{i(\omega t - \gamma z)}. \quad (8)$$

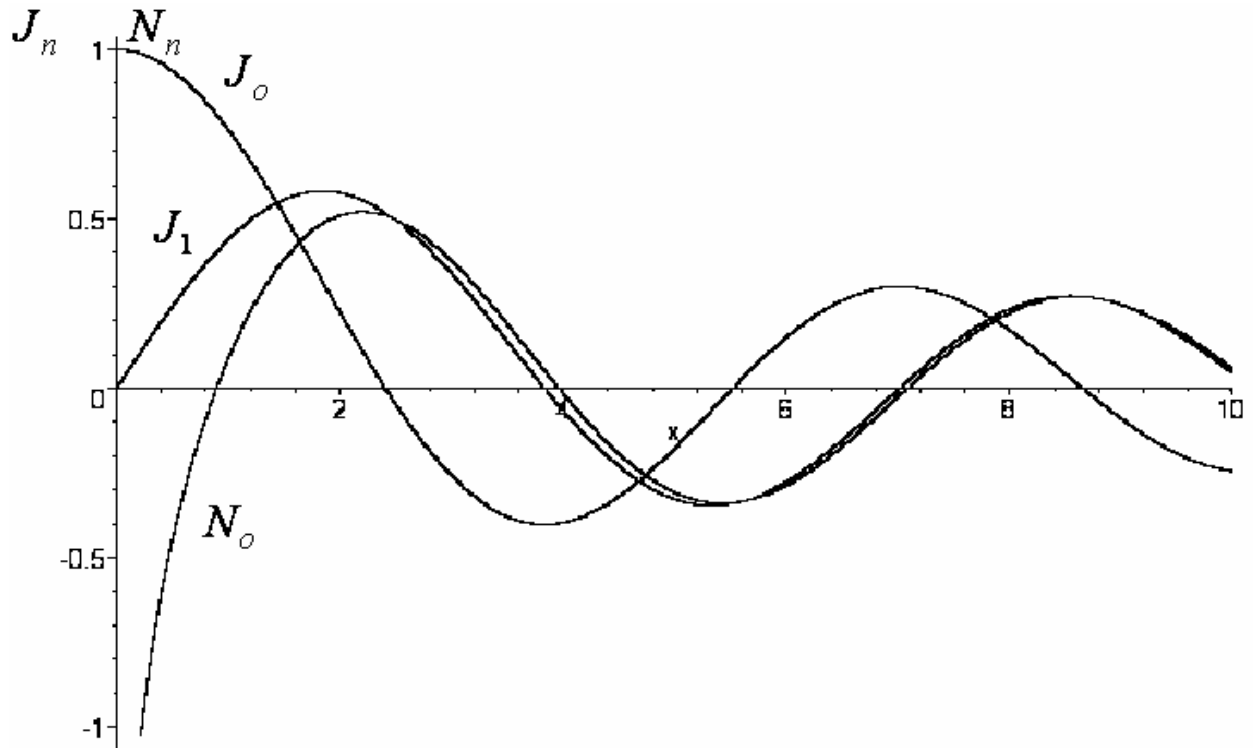


Рис. 2

Такая форма записи вызвана одинаковостью решений для электрического и магнитного полей на основе симметричности волновых уравнений.

Теперь найдем составляющие вектора поля в круглом волноводе для волны типа Е. С этой целью в выражениях (2) приравняем $H_z = 0$, а вместо E_z подставим решение (8). Кроме того, введем обозначение

$$\gamma = \beta, \quad D = \frac{D_I}{k^2 - \beta^2}.$$

$$\left. \begin{aligned} E_r &= D\beta\sqrt{k^2 - \beta^2} J'_n\left(r\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)\cos(n\varphi), \\ E_\varphi &= \pm D\beta \frac{n}{r} J_n\left(r\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)\sin(n\varphi), \\ E_z &= iD(k^2 - \beta^2) J_n\left(r\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)\cos(n\varphi), \\ H_r &= \pm D\omega\varepsilon_a \frac{n}{r} J_n\left(r\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)\sin(n\varphi), \\ H_\varphi &= D\omega\varepsilon_a\sqrt{k^2 - \beta^2} J'_n\left(r\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)\cos(n\varphi), \\ H_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Применим граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} E_\varphi &= 0 \text{ при } r = R, \\ E_z &= 0 \text{ при } r = R. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из выражений (9) видно, что $E_\varphi = E_z = 0$ при любых φ , если

$$J_n\left(R\sqrt{k^2 - \beta^2}\right) = 0.$$

Аргументы функции Бесселя J_n , при которых она обращается в нуль, называются корнями функции Бесселя и обозначаются

$$\nu_{ni} = R\sqrt{k^2 - \beta^2},$$

где $i = 1, 2, 3, \dots$ - порядковый номер корня (рис. 2).

Из последнего уравнения выразим

$$k^2 - \beta^2 = \left(\frac{\nu_{ni}}{R}\right)^2. \quad (11)$$

Обозначим из соображений соблюдения размерности

$$k^2 - \beta^2 = k_{кр}^2, \quad k_{кр} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

и получим выражение для расчета критической длины волны в круглом волноводе при волне типа Е:

$$\left(\lambda_{кр}\right)_{E_{ni}} = \frac{2\pi R}{\nu_{ni}}. \quad (12)$$

В процессе вычислений $\lambda_{кр}$ следует помнить, что значения корней ν_{ni} табулированы, например,

$$\begin{aligned} E_{01} &\rightarrow \nu_{01} \approx 2,405; \quad \lambda_{кр} \approx 2,62R, \\ E_{11} &\rightarrow \nu_{11} \approx 3,83; \quad \lambda_{кр} \approx 1,64R. \end{aligned}$$

Подставляя выражение (11) в формулы (9), получим окончательные уравнения для волны типа Е:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= D\beta \frac{\nu_{ni}}{R} J'_n \left(r \frac{\nu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \\ E_\varphi &= \mp D\beta \frac{n}{r} J_n \left(r \frac{\nu_{ni}}{R} \right) \sin(n\varphi), \\ E_z &= iD \left(\frac{\nu_{ni}}{R} \right)^2 J_n \left(r \frac{\nu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \\ H_r &= \pm D\omega \varepsilon_a \frac{n}{r} J_n \left(r \frac{\nu_{ni}}{R} \right) \sin(n\varphi), \\ H_\varphi &= D\omega \varepsilon_a \frac{\nu_{ni}}{R} J'_n \left(r \frac{\nu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \\ H_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Анализ этих выражений показывает, что в круглом волноводе может существовать множество волн типа Е, в зависимости от значений n и i , например, E_{01} , E_{11} , E_{12} , и т. д.

Аналогично получаются уравнения, описывающие поле волны типа Н в круглом волноводе:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \pm D\omega \mu_a \frac{n}{r} J_n \left(r \frac{\mu_{ni}}{R} \right) \sin(n\varphi), \\ E_\varphi &= D\omega \mu_a \frac{\mu_{ni}}{R} J'_n \left(r \frac{\mu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \\ H_z &= 0, \\ H_r &= -D\beta \frac{\mu_{ni}}{R} J'_n \left(r \frac{\mu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \\ H_\varphi &= \pm D\beta \frac{n}{r} J_n \left(r \frac{\mu_{ni}}{R} \right) \sin(n\varphi), \\ H_z &= -iD \left(\frac{\mu_{ni}}{R} \right)^2 J_n \left(r \frac{\mu_{ni}}{R} \right) \cos(n\varphi), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где $n=0,1,2,3,\dots$ - порядок функции Бесселя;

μ_{ni} - i -й корень производной функции Бесселя n -го порядка.

2. Расчет критических длин волн в круглом волноводе. Волна основного типа в круглом волноводе.

При выводе уравнений, описывающих поле волны типа E в круглом волноводе налагались граничные условия $E_z = E_\varphi = 0$ на стенках волновода. Эти условия выполняются при

$$J_n \left(R\sqrt{k^2 - \beta^2} \right) = 0 \quad (1)$$

то есть в точках корней функции Бесселя 1-го рода n -то порядка:

$$\nu_{ni} = R\sqrt{k^2 - \beta^2} \quad (2)$$

где $i=1,2,3,\dots,N$ - номер корня.

Отсюда

$$\kappa^2 - \beta^2 = \left(\frac{\nu_{ni}}{R} \right)^2. \quad (3)$$

Предположим, что в круглом волноводе отсутствуют потери, т.е. будем рассматривать незатухающую волну $\gamma = \beta + i\alpha = \beta (\alpha = 0)$. В критическом режиме $\lambda = \lambda_{kp} (\lambda_{B \rightarrow \infty})$, тогда $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_B} \rightarrow 0$, а волновое число K приобретает критическое значение

$$K_{kp} = \frac{2\pi}{\lambda_{kp}} \sqrt{\varepsilon\mu}.$$

В случае вакуумного заполнения $\varepsilon = \mu = 1$ и $K_{kp} = \frac{2\pi}{\lambda_{kp}}$.

Подставив приведенные формулы в (3), получим исходное уравнение для расчета λ_{kp} :

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_{kp}} \right)^2 = \left(\frac{\nu_{ni}}{R} \right)^2. \quad (5)$$

После преобразований из уравнения (5) получим

$$(\lambda_{kp})_E = \frac{2\pi R}{\nu_{ni}}. \quad (6)$$

Это выражение можно использовать для расчета λ_{kp} волны типа Е в круглом волноводе. Аналогичным образом можно получить выражение для расчета λ_{kp} волны типа Н

$$(\lambda_{kp})_H = \frac{2\pi R}{\mu_{ni}}. \quad (7)$$

где μ_{ni} - корни производной функции Бесселя 1-го рода n-го порядка.

ВЫВОД: критическая длина волны в круглом волноводе зависит от размера волновода R и от типа волны.

По полученным формулам (6) и (7), учитывая табулированность корней ν_{ni} и μ_{ni} , можно рассчитать значение λ_{kp} и составить таблицу

Тип волны	ν_{ni}	$\lambda_{кр}$	Тип волны	μ_{ni}	$\lambda_{кр}$
E ₀₁	2.41	2.62R	H ₀₁	3.83	1.64R
E ₀₂	5.52	1.14R	H ₀₂	7.02	0.9R
E ₀₃	8.73	0.72R	H ₀₃	10.13	0.62R
E ₁₁	3.83	1.64R	H ₁₁	1.84	3.41R
E ₁₂	7.02	0.9R	H ₁₂	5.33	1.18R
E ₁₃	10.13	0.62R	H ₁₃	8.49	0.74R
E ₂₁	5.14	1.22R	H ₂₁	3.05	2.06R
E ₂₂	8.38	0.75R	H ₂₂	6.70	0.94R
E ₂₃	6.38	0.99R	H ₂₃	4.20	1.49R

Волна основного типа в круглом волноводе

Волной **основного типа** в круглом волноводе является волна **H₁₁**, поскольку она имеет максимальную критическую длину волны $\lambda_{кр}=3,41R$.

На практике, в качестве волны основного типа в круглом волноводе, **используется волны E₀₁ и H₀₁**, структуры полей которых обладают осевой симметрией. Такие типы волн используются во вращающихся сочленениях (соединениях).

Вырожденными в круглых волноводах являются волны типов E₁₁ и H₀₁, E₂₁ и H₀₂, E₁₃ и H₀₃ и другие.

Вывод: в круглых волноводах используются волны типа E₀₁ и H₀₁.

3. Построение диаграммы типов волн в круглом волноводе.

По данным таблицы 1 построим диаграмму типов волн для круглого волновода рис. 1.

На диаграмме можно выделить три характерные области:

- область отсечки;
- область существования только волны основного типа;
- область высших типов волн.

Сравнивая диаграммы типов волн прямоугольного и круглого волноводов, можно сделать вывод о том, что в прямоугольном волноводе область существования только волны основного типа шире, чем в круглом волноводе. Поэтому круглые волноводы являются более узкополосными и применяются реже.

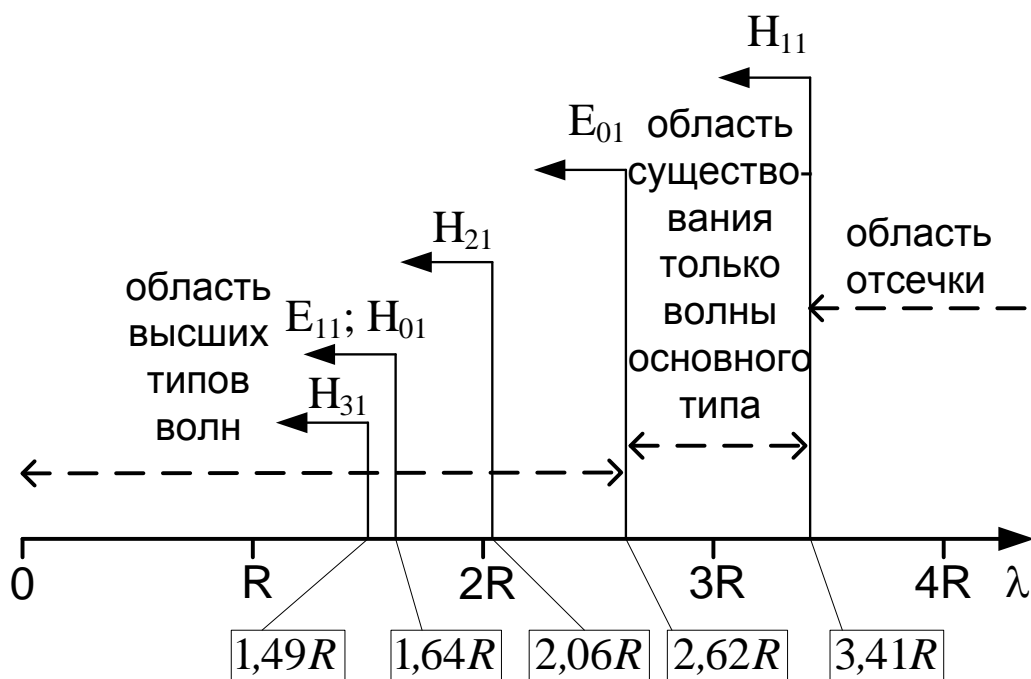


Рис. 1

4. Структуры электромагнитных полей в прямоугольном волноводе.

4.1 Принцип построения структур.

Под структурой ЭМП понимается графическое изображение составляющих векторов поля в фиксированный момент времени с помощью электрических и магнитных силовых линий. Силовая линия - линия, касательная к которой в любой точке дает направление вектора, изображаемого с помощью этой линии поля. Величина вектора может, отображается густотой силовых линий.

Исходя из определения, надо было бы вывести уравнения силовых линий. Однако они не обладают наглядностью. Поэтому целесообразнее использовать метод непосредственного построения структур при помощи эпюр составляющих поля вдоль ребер волновода.

Рассмотрим построение структуры поля волны E_{11} . При этом $m=1$ и $n=1$. Подставляя эти значения в уравнения для расчета составляющих поля волны типа E в прямоугольном волноводе, получим качественные формулы для составляющих магнитного поля в виде

$$H_x \approx -\sin(\pi x / a) \cos(\pi y / b); \quad (1)$$

$$H_y \approx \cos(\pi x / a) \sin(\pi y / b); \quad (1)$$

Построим эпюры распределения составляющих магнитного поля, для чего изобразим поперечное сечение волновода, совместим его с декартовой системой координат, нанесем размеры поперечного сечения прямоугольного волновода и зеленым цветом покажем качественную картину изменения величины составляющих H_x и H_y

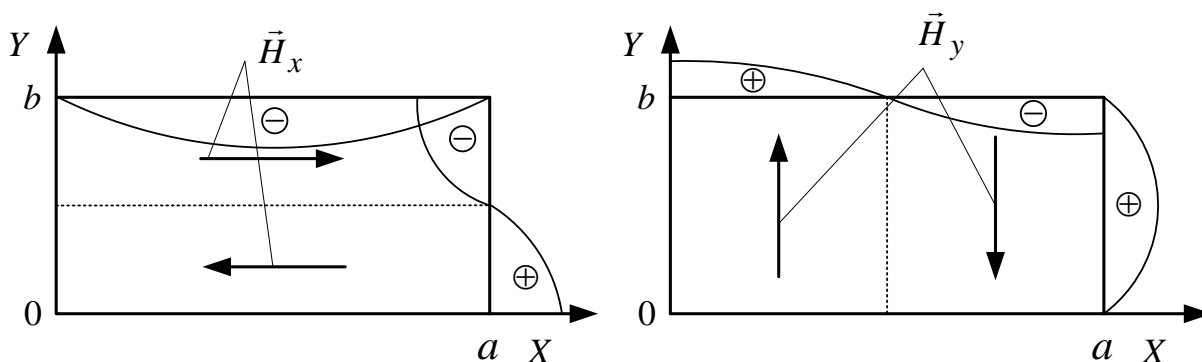


Рис. 1.

Проанализировав полученные эпюры, можно показать в поперечном сечении волновода расположение силовых линий магнитного поля.

Рассуждения проводятся в следующем порядке:

- составляющая H_x должна быть совпадать с осью x ;
- данная составляющая не может доходить до узких стенок волновода, так как на узких стенках горизонтальная эпюра обнуляется;
- максимальную величину составляющие H_x имеют вблизи широких стенок волновода, так как в сечении А-А (в центре раскрыва) другая (вертикальная) эпюра принимает нулевое значение;
- значит, силовая линия H_x будет проходить горизонтально, вблизи широких стенок, не касаясь узких стенок;
- направление силовой линии выбирается из соображений знака произведения значений горизонтальной и вертикальной эпюр, причем если результат положительный, то направление совпадает с направлением оси x , а в противном случае направление силовой линии обратное. В данном конкретном случае верхняя силовая линия будет иметь правое направление, а нижняя - левое;
- составляющая H_y должна быть совпадать с осью y ;
- данная составляющая не может доходить до широких стенок волновода, так как на широких стенках вертикальная эпюра обнуляется;
- максимальную величину составляющие H_y имеют вблизи узких стенок волновода, так как в сечении В-В (в центре раскрыва) другая (горизонтальная) эпюра принимает нулевое значение;
- значит, силовая линия H_y будет проходить вертикально, вблизи узких стенок, не касаясь широких стенок;
- направление силовой линии выбирается по ранее изложенному правилу. В данном конкретном случае левая силовая линия будет направлена снизу вверх, а правая - сверху вниз;
- в результате объединения составляющих H_x и H_y общую картину магнитного поля можно изобразить в виде

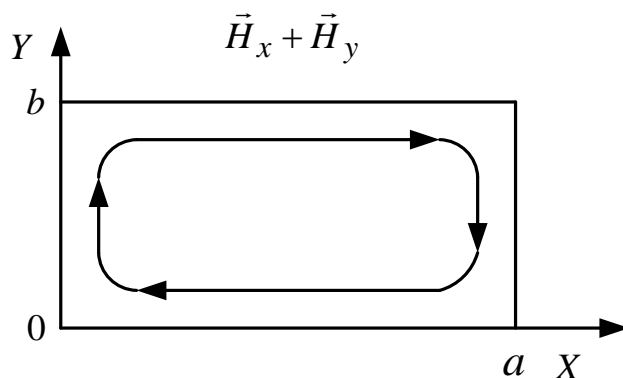


Рис. 2.

Поскольку нами рассматриваются поля, изменяющиеся во времени по гармоническому закону, то в сечении волновода, отстоящем от рассмотренного на $\lambda/2$, картина поля повторяется, однако направление силовых линий будет противоположным.

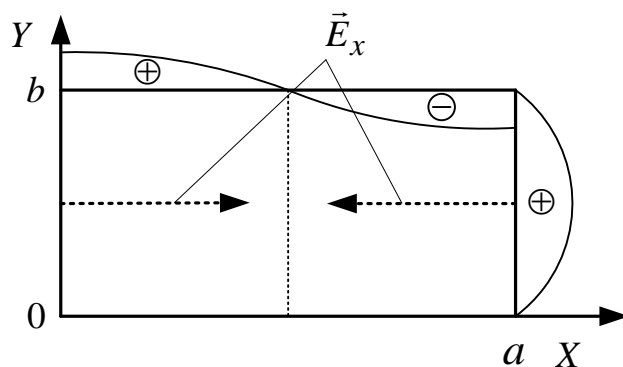
При $m=1$, $n=1$ для волны типа Е составляющие электрического поля качественно выражаются зависимостями

$$E_x \approx -\cos(\pi x / a) \sin(\pi y / b);; \quad (3)$$

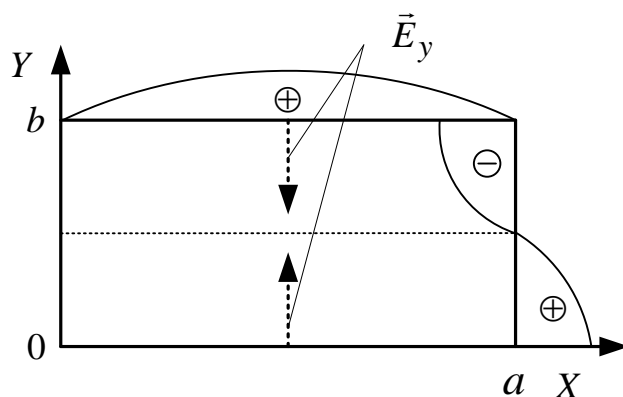
$$E_y \approx -\sin(\pi x / a) \cos(\pi y / b);; \quad (4)$$

$$E_z \approx i \sin(\pi x / a) \sin(\pi y / b);. \quad (5)$$

На основе анализа выражений (3), (4), (5) аналогично выше рассмотренному случаю (для H_x и H_y) построим эпюры для составляющих E_x , E_y , E_z .



а)



б)

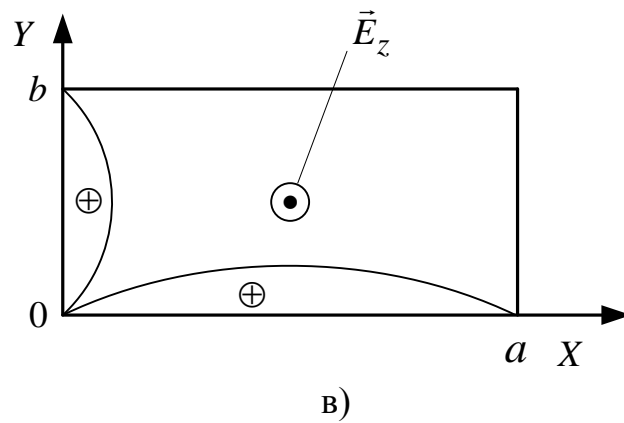


Рис.3

Наличие в (5) мнимой единицы "i" указывает на то, что максимум составляющей E_z отстает от составляющих E_x и E_y вдоль оси z на величину $\lambda_b/4$ (сдвиг по фазе на $\pi/2$). Распределение E_z соответствует сечению, удаленному от рассматриваемого на $\lambda_b/4$. В этом же сечении достигается максимум густоты силовых линий электрического поля, направленных вдоль волновода.

С использованием описанной выше методики объединим силовые линии электрического поля в общую картину в поперечном сечении прямоугольного волновода.

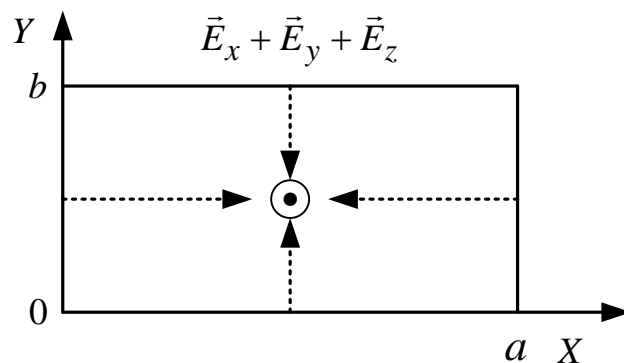


Рис.4.

Теперь на основе рис.2 и рис.4 построим пространственную структуру ЭМП в отрезке прямоугольного волновода.

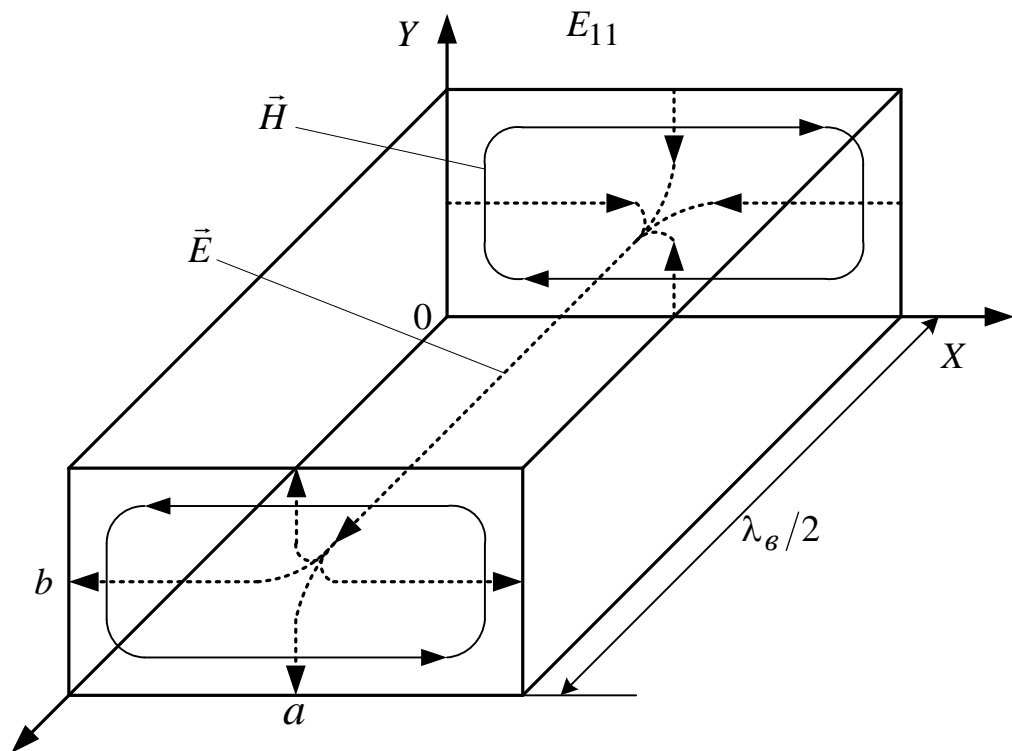


Рис.5.

Напомнить, как, по виду силовых линий структуры определяется направление вектора Умова-Пойнтинга.

Выводы: Таким образом, чтобы построить структуру поля волны заданного типа в прямоугольном волноводе, необходимо:

- а) подставить в исходные уравнения для требуемого типа волны значения индексов m и n ;
- б) построить эпюры распределения составляющих магнитного поля, а затем - силовые линии этого поля. Определить их направление.
- в) построить эпюры распределения составляющих электрического поля, затем – силовые линии этого поля. Определить их направление.
- г) по полученным результатам строится пространственная структура ЭМП как суперпозиция двух или трех составляющих в требуемой проекции.

Рассуждая аналогичным образом можно получить и построить структуру волны типа H_{10} . Из общих уравнений для волны типа H при $m=1$ и $n=0$ получим

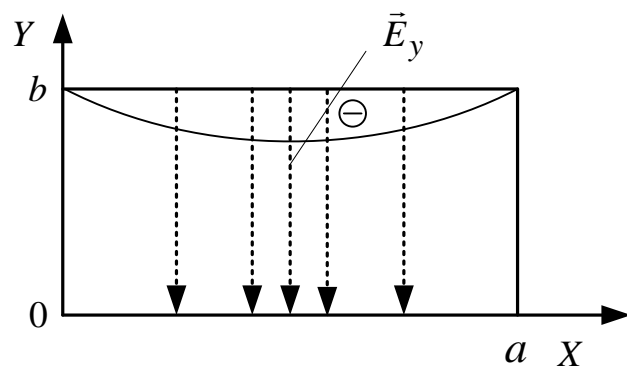
$$E_y \approx -\sin(\pi x / a). \quad (6)$$

Из общих уравнений для волны типа H при $m=1$ и $n=0$ получим

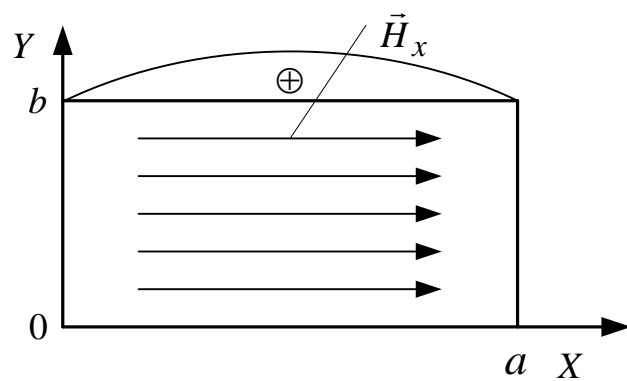
$$H_x \approx \sin(\pi x / a); \quad (7)$$

$$H_z \approx -i \cos(\pi x / a). \quad (8)$$

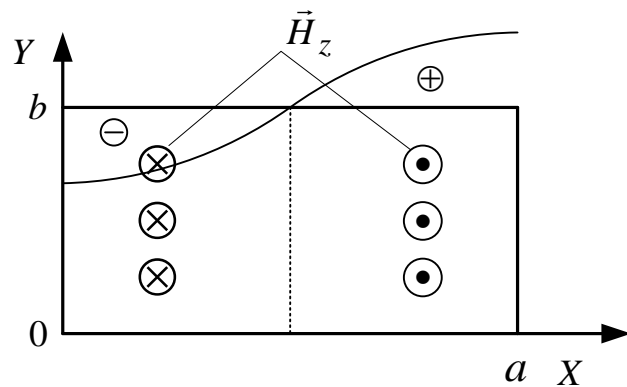
Построим по этим выражениям эпюры составляющих



a)



б)



в)

Рис.6.

Объединим результаты в пространственную структуру

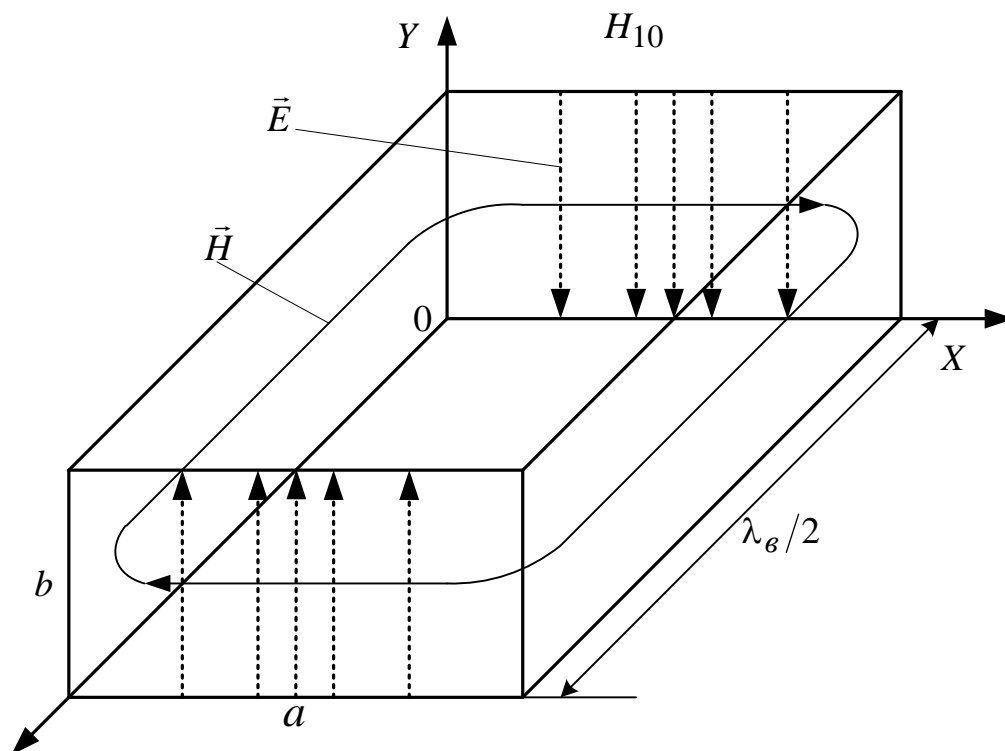


Рис. 7.

Напомнить, как по виду силовых линий структуры определяется направление вектора Умова-Пойнтинга.

Данное направление определяется по формуле векторного произведения

$$\vec{P} = [\vec{E} \times \vec{H}] \quad (9)$$

то есть нужно представить себе вращение буравчика по кратчайшему пути от вектора \vec{E} к вектору \vec{H} и определить направление его поступательного движения.

4.2 Построение структур полей волн высших типов

Построенные выше структуры являются элементарными. При построении структур волн высших типов можно использовать изученную только что методику. Однако это не очень удобно. Оказывается, более сложные структуры состоят из нескольких элементарных. При этом необходимо помнить, что индекс m показывает, сколько вариаций поля (элементарных структур) укладывается вдоль широкой стенки поперечного сечения волновода. Индекс n показывает, сколько вариаций поля (элементарных структур) укладывается вдоль узкой стенки поперечного сечения волновода.

Используя данное правило, построим структуру волны E_{21} в поперечном сечении прямоугольного волновода.

При построении структур необходимо помнить, что на них должны быть обязательно показаны размеры волновода, силовые линии электрического и магнитного полей с обозначением их буквами, а также направление распространения энергии ЭМП.

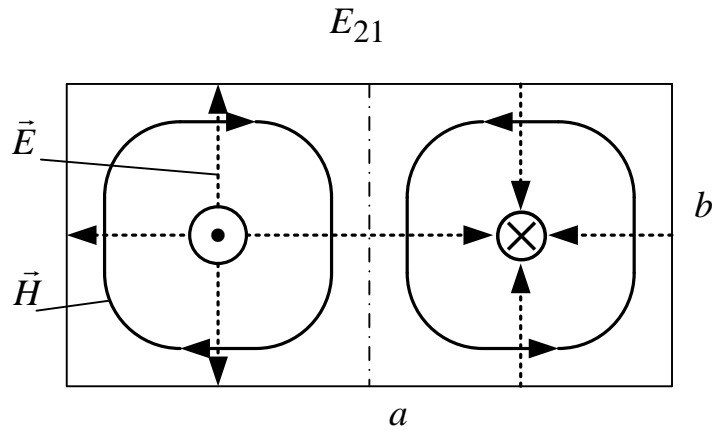


Рис.8.

Теперь построим структуру волны H_{20} в поперечном сечении прямоугольного волновода:

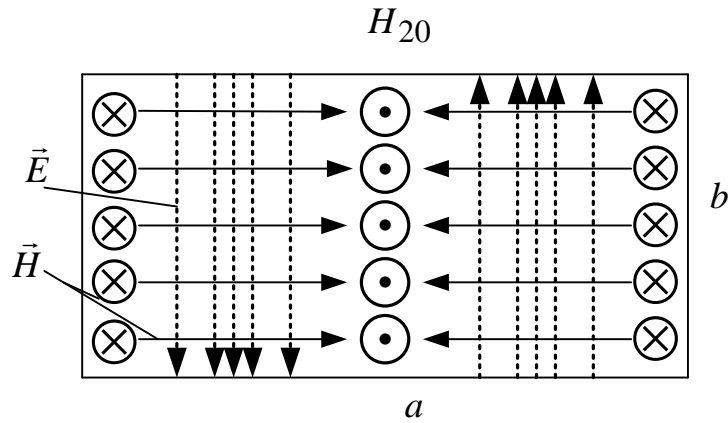


Рис. 9

Вывод: структуры ЭМП высших типов волн составлены из элементарных структур, количество которых зависит от значения индексов "m" и "n".

4.3 Токи в стенках волновода

При распространении волны в волноводе по его внутренним стенкам протекают токи.

Рассмотрим участок стенки волновода (рис.10).

По закону полного тока

$$dI = |\vec{H}_\tau - \vec{H}'_\tau| dl,$$

где \vec{H}'_τ - напряженность магнитного поля в металле.

Направление I определяется по правилу буравчика.

Поверхностный ток удобно характеризовать плотностью поверхностного тока

$$\vec{j}_{нов} = d\vec{I} / dl = |\vec{H}_\tau - \vec{H}'_\tau|$$

Это уравнение описывает ток, протекающий по поверхности раздела двух любых сред по заданным касательным составляющим \vec{H}_τ .

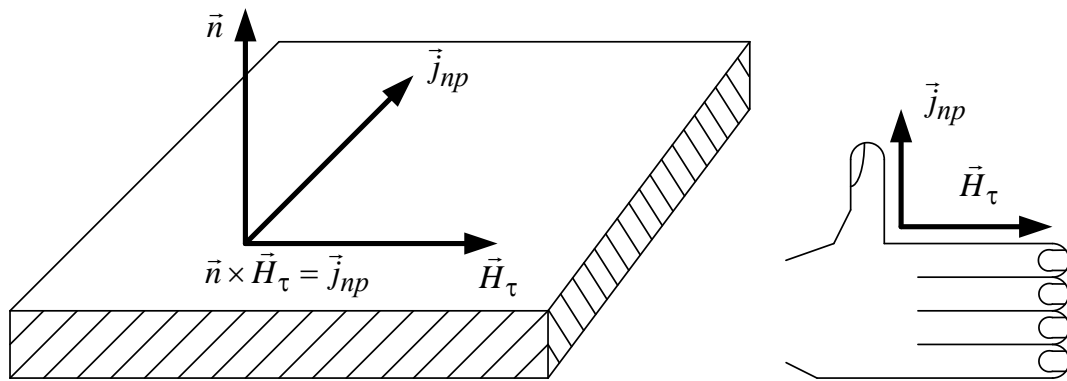


Рис.10.

Если контур распространить далеко вглубь металла, где $H = 0$,

$$j_{нов} = |\vec{H}_\tau| ; \quad \vec{j}_{нов} = [\vec{n} \times \vec{H}_\tau] ,$$

то есть плотность поверхностного тока численно равна напряженности магнитного поля, касательного к стенке волновода, а направление тока определяется по правилу векторного произведения нормали к внутренней стенке волновода и касательной составляющей магнитного поля в точке нормали.

Используя указанное правило, построим структуру поверхностных токов в отрезке прямоугольного волновода длиной $\lambda_g/2$ при распространении в нем волны типа H_{10} .

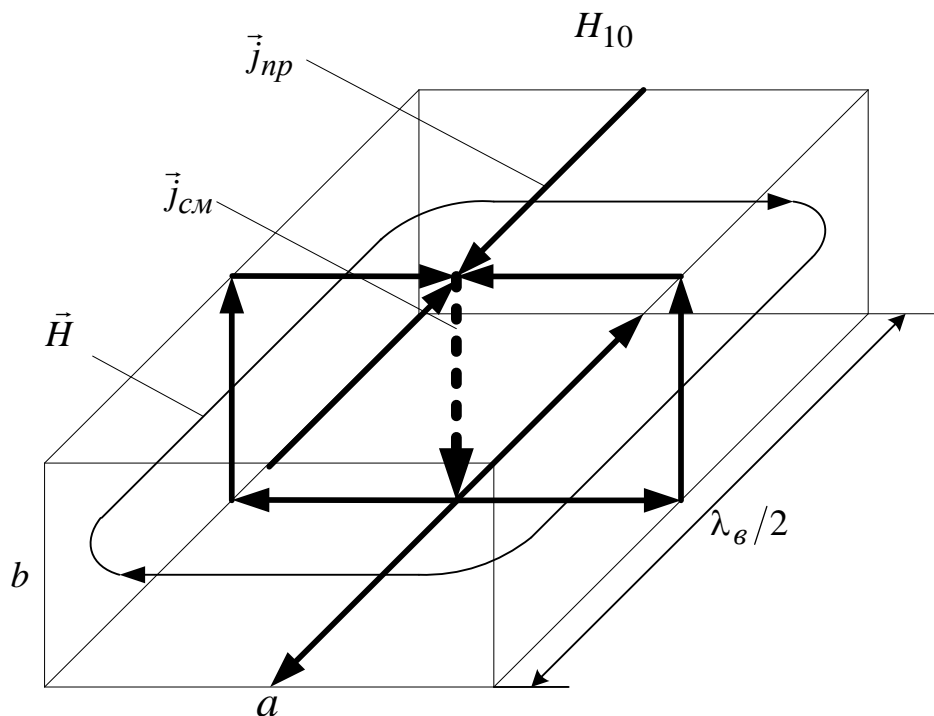


Рис.11

Вывод: Структура поверхностного тока зависит от типа волны, распространяющейся по волноводу. Структура поверхностного тока повторяется через $\lambda_g/2$, поэтому она обладает свойством периодичности.

5. Построение структуры поля в круглом волноводе. Понятие о структурах полей высших типов.

Построим структуру волны типа E_{01} , как имеющую важное практическое значение ($n=0, i=1$).

Из уравнений для волны типа E в круглом волноводе можно получить:

$$E_r \approx J'_0(r \cdot 2.405/R), \quad (1)$$

$$E_z \approx iJ_0(r \cdot 2.405/R), \quad (2)$$

$$H_\phi \approx J'_0(r \cdot 2.405/R). \quad (3)$$

Совместим функцию J_0 с сечением волновода (рис.1). Корень ν_{01} совпадает со стенкой волновода. Построим силовые линии электрического поля.

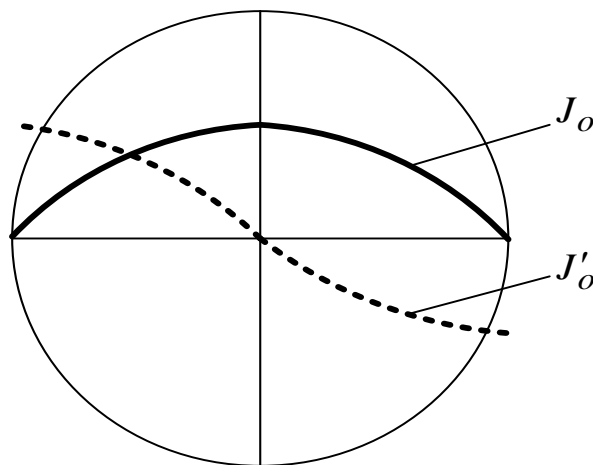


Рис. 1.

J'_0 - максимальна у стенок, следовательно, составляющая E_r перпендикулярна стенкам и равна 0 в центре (рис. 2).

J_0 - максимальна в центре и сдвинута относительно рассматриваемого сечения на $\lambda_v/4$. Максимум густоты силовых линий электрического поля в центре будет отстоять от рассматриваемого сечения на $\lambda_v/4$. Т. е. составляющая E_z сосредоточена вдоль оси волновода (рис. 2). H_ϕ зависит только от r . Силовые линии магнитного поля представляют собой концентрические окружности. Максимум их густоты у стенок волновода (рис. 3).

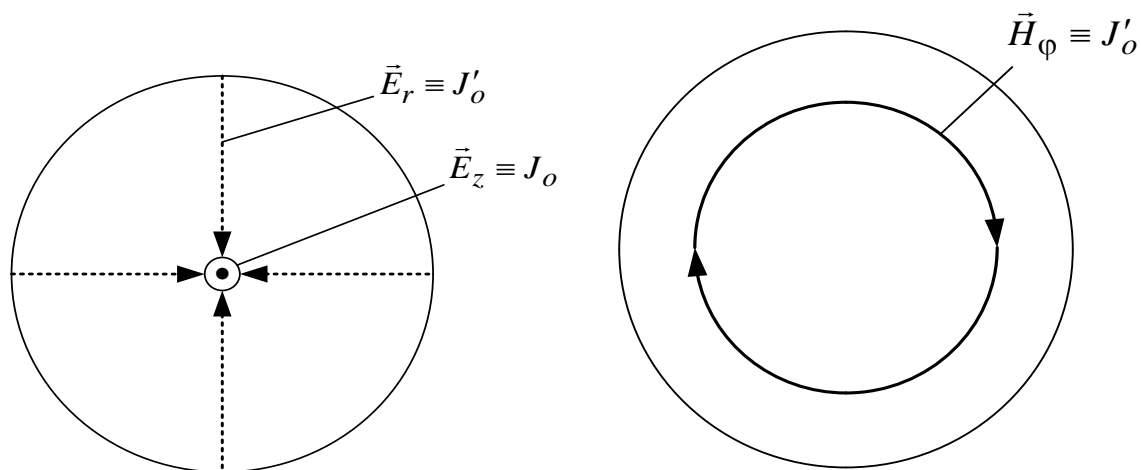


Рис. 3.

Пространственная структура волны типа E_{01} имеет вид, показанный на рис. 4. Следует отметить, что эта структура обладает осевой симметрией, что используется при построении волноводных вращающихся соединений.

Индекс n - указывает количество вариаций поля (элементарных структур) в сечении по азимуту.

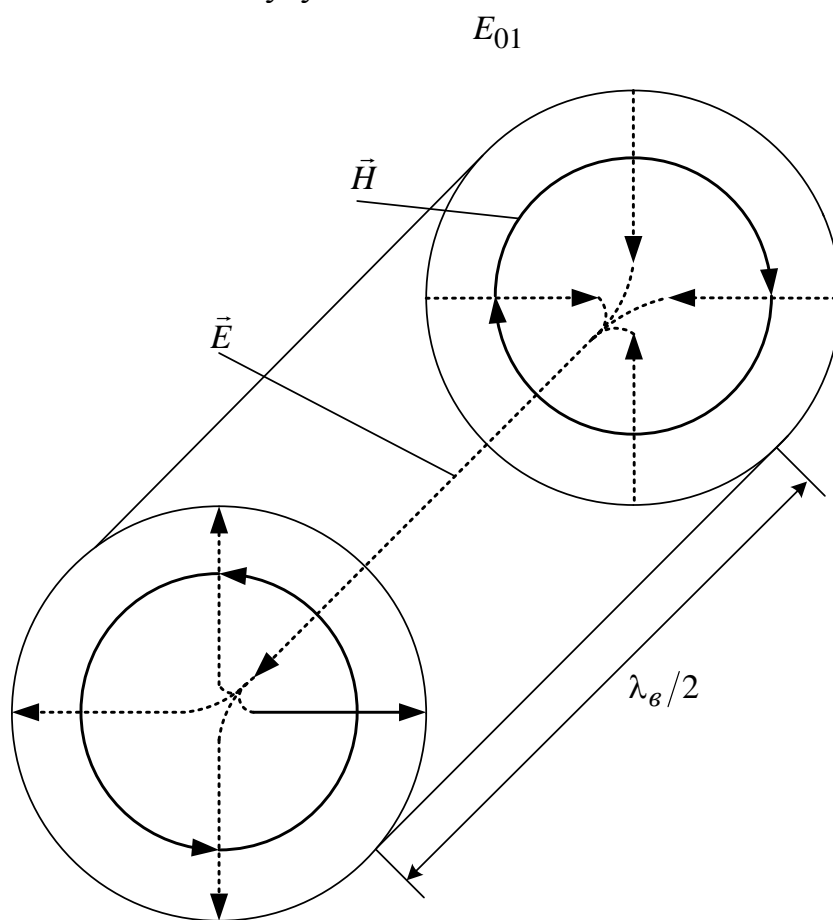
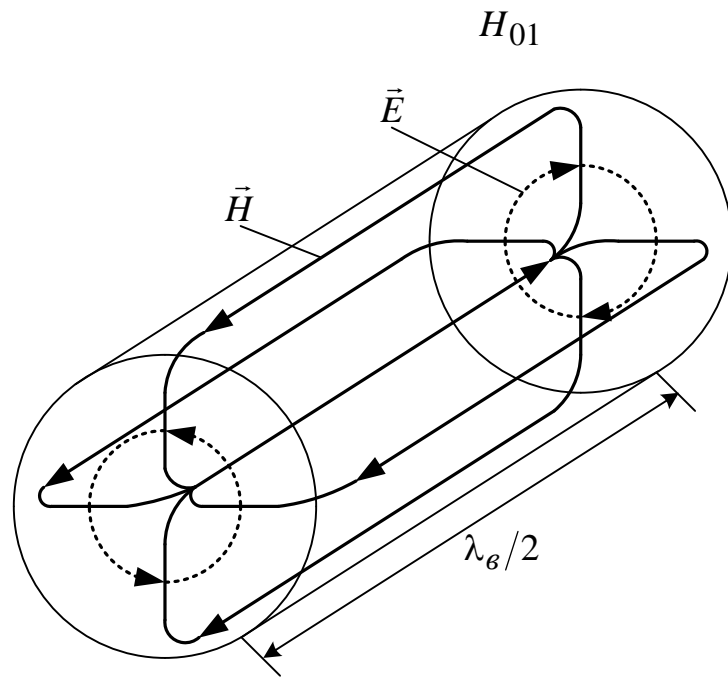
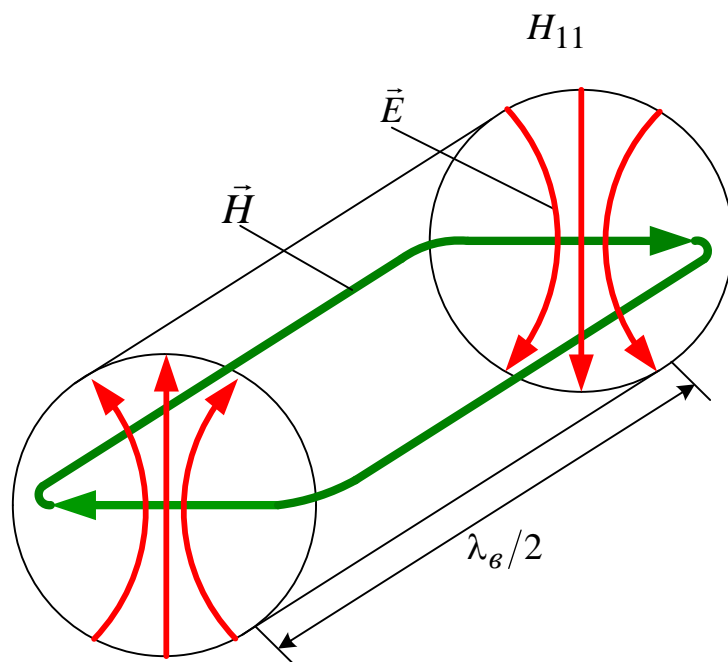


Рис. 4.

Индекс i - указывает количество вариаций поля по радиусу.
 Аналогичным образом можно построить структуры волн H_{01} , H_{11} и др. (см. рис. 5).



а)



б)

Рис. 5.

Высшие типы волн в круглом волноводе, как правило, на практике не используются, однако нужно иметь о них представление. Принцип построения таких структур аналогичен ранее рассмотренному случаю. В

качестве примера рассмотрим структуру волны типа H_{21} . Индексы для этой волны имеют значения $n = 2, i = 1$. Это означает, что по азимуту, т. е. по углу будут иметь место две вариации поля, а по радиусу - одна.

Структура поля имеет вид:

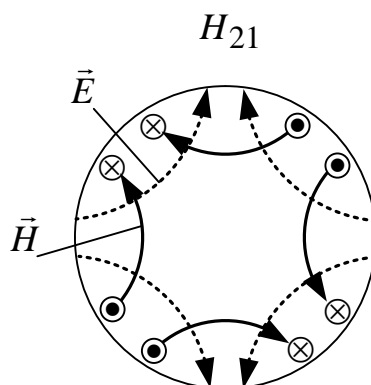


Рис. 6

Рассмотрим волну типа E_{11} , ее структура имеет вид

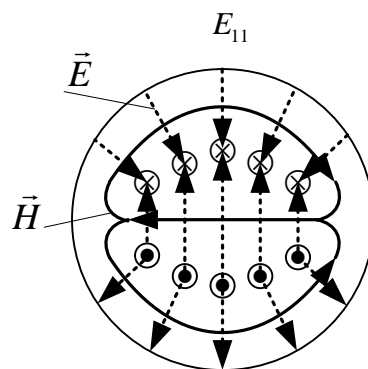


Рис. 7.

Построение структуры поверхностных токов в круглом волноводе

Принцип построения структур поверхностных токов в круглом волноводе такой же, как и для прямоугольного волновода.

1. Построить структуру магнитного поля для исследуемого типа волны в отрезке волновода длиной λ_v .
2. Наметить силовые линии токов, как линии перпендикулярные к касательным составляющим магнитного поля волны.
3. По закону полного тока (правило буравчика) определить направление поверхностных токов.
4. Определить точки стоков и истоков поверхностных токов на стенках волновода и соединить их токами смещения.

Для примера рассмотрим структуру поверхностных токов для волны E_{01} (рис. 8).

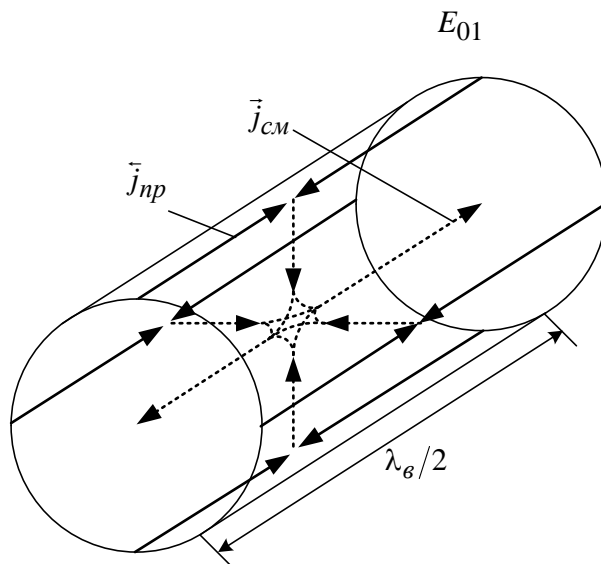


Рис. 8.

Из полученной структуры видно, что на поверхности стенок волновода поверхностные токи имеют только продольную составляющую для волны E_{01} , а ток смещения имеет структуру такую же, как и электрическое поле и опережает ее на $\lambda_g/4$.

Аналогично можно построить структуру поверхностных токов для волны H_{01} .

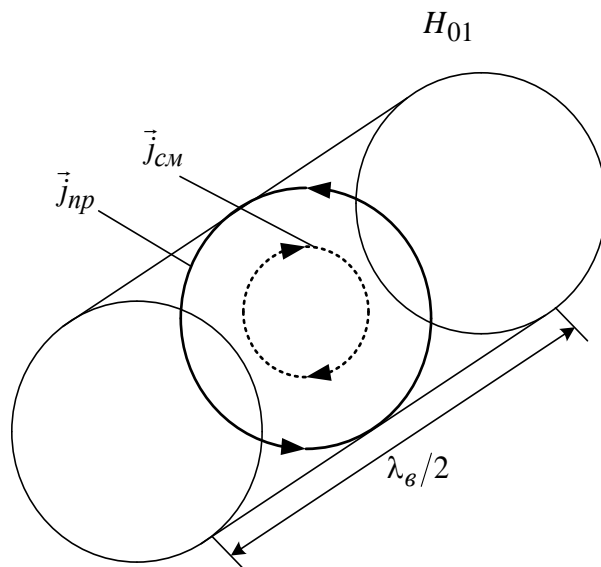


Рис. 9.

6. Принцип выбора размеров поперечного сечения волноводов.

Стандартные волноводы.

Размеры поперечного сечения волноводов выбираются с таким расчетом, чтобы в волноводе существовала волна только основного типа. Для этого необходимо выполнить следующие условия $\lambda < \lambda_{кр}$ для волны основного типа и $\lambda > \lambda_{кр}$ для ближайшей высшей волны.

Эти же условия удовлетворяют требованию минимальных габаритов и веса волноводов. В соответствии с этими условиями для прямоугольного волновода можно записать

$$\lambda < (\lambda_{кр})_{H_{10}} = 2a; \quad \lambda > (\lambda_{кр})_{H_{20}} = a; \quad \lambda > (\lambda_{кр})_{H_{01}} = 2b.$$

Будем использовать два первых условия

$$\lambda < 2a \Rightarrow \lambda / 2 < a$$

$$\lambda > a \Rightarrow a < \lambda$$

При их объединении получим

$$\lambda / 2 < a < \lambda \quad (8)$$

Аналогично используем третье условие

$$\lambda > 2b \text{ (но понятно, что } b > 0) \Rightarrow 0 < b < \lambda / 2. \quad (9)$$

Размер b ограничен только с одной стороны, но этот размер определяет электрическую прочность волновода и потери в стенках. На основании (8) и (9) в практических ситуациях размеры поперечного сечения волновода выбираются следующим образом:

$$b = (0,3...0,4) \lambda; \quad (10)$$

$$a = (0,7...0,8) \lambda. \quad (11)$$

Отношение " a " к " b " обычно выбирают $a / b = 2/1$. С помощью (11) можно решить и обратную задачу - определить рабочую длину волны λ :

$$\lambda = a / (0,7...0,8). \quad (12)$$

Промышленность выпускает волноводы только определенных размеров. Их называют волноводами стандартного сечения. Показываю таблицу с перечнем волноводов стандартного сечения и указываю, что подобную таблицу можно найти и перенести в конспект из рекомендованного учебного пособия. Таким образом, после проведения расчетов выбирают стандартное сечение волноводов в соответствии с таблицей стандартных сечений. Можно решить и обратную задачу - то есть по размерам стенок волновода оценить его рабочую частоту или длину волны.

Рабочая длина волны, выбираемая по выражению (11), является оптимальной. Несмотря на это возможна работа волновода на волне основного типа в более широком диапазоне. Определим диапазон работы волновода. Для этого запишем условия

$$\lambda_{\max} < (\lambda_{кр})_{H_{10}} = 2a;$$

$$\lambda_{\min} > (\lambda_{кр})_{H_{20}} = a.$$

Значит

$$a < \lambda < 2a.$$

Для волновода МЭК-100 (23x10мм)

$$2,3\text{см} < \lambda < 4,6\text{см}; \quad 6520\text{МГц} < f < 13040\text{МГц}.$$

Диапазон частот можно выразить в % от средней частоты

$$\Delta\lambda = \pm(33\%)\lambda_{\text{ср}}, \text{ где } \lambda_{\text{ср}} = (\lambda_{\max} + \lambda_{\min})/2.$$

На практике берут $\Delta\lambda = \pm(20-25\%)\lambda_{\text{ср}}$.

Для круглого волновода используют такой же подход.

$$\lambda < (\lambda_{кр})_{H_{11}};$$

$$\lambda > (\lambda_{кр})_{E_{01}}.$$

Из этих неравенств следует

$$(\lambda_{кр})_{E_{01}} - 2\pi R/2,4 < \lambda < 2\pi R/1,84 - (\lambda_{кр})_{H_{11}};$$

$$2,62R < \lambda < 3,41R; \quad \lambda/3,41 < R < \lambda/2,62.$$

В случае использования в качестве волны основного типа волны E_{01} условие распространения волны записывается в виде

$$\lambda/2,62 < R < \lambda/2,06.$$

Вывод: *Расчеты показывают, что поперечное сечение круглых волноводов при прочих равных условиях больше, чем у прямоугольных.*

Расчет полосы пропускания волноводов

Решим в общем виде задачу: По заданным размерам широкой стенки волновода определить

- 1) оптимальную длину волны
- 2) среднюю длину волны
- 3) $\lambda_{\text{макс}}$ и $\lambda_{\text{мин}}$
- 4) диапазон рабочих длин волн

Решение:

$$\lambda = a/(0,7-0,8) - \text{оптимальная длина волны}$$

$$\lambda_{\text{ср}} = (2a+a)/2.$$

$$\lambda_{\text{макс}} = \lambda_{\text{ср}} + 0,25 \lambda_{\text{ср}}.$$

$$\lambda_{\text{мин}} = \lambda_{\text{ср}} - 0,25 \lambda_{\text{ср}}.$$

В стандартных волноводах прямоугольного сечения $\lambda_{\text{макс}}$ и $\lambda_{\text{мин}}$ выбираются следующие

$$\lambda_{\text{макс}} = 1,6 * a,$$

$$\lambda_{\text{мин}} = 1,05 * a.$$

$$\text{Диапазон рабочих длин волн } \Delta\lambda = \lambda_{\text{макс}} - \lambda_{\text{мин}}$$