

Тема 1. Электромагнитные волны

Лекция 9. Рассеяние и дифракция радиоволн

1. Понятие о дифракции радиоволн
2. Свойства дифракционной волны
3. Понятие «блестящей точки», эффективная площадь рассеяния (ЭПР) тел простейшей формы

1. Понятие о дифракции радиоволн

При решении многих практических задач часто возникает необходимость отыскания составляющих электромагнитного поля в условиях, когда в безграничном пространстве находится какое-либо тело (или группа тел), с которыми взаимодействует распространяющаяся электромагнитная волна. При этом первичное поле претерпевает изменения в результате дифракции радиоволн.

Под дифракцией электромагнитного поля понимают процесс его взаимодействия с телом или группой тел, находящихся в зоне распространяющейся электромагнитной волны. Задачи нахождения поля в таких случаях относятся к числу самых трудных в электродинамике.

Рассмотрим решение простейшей из них - задачи дифракции электромагнитных волн на экране в виде непрозрачной полуплоскости.

Пусть на непрозрачную полуплоскость S_1 (рис. 1) падает волна, направление распространения которой \vec{r}_0 лежит в плоскости XOZ и перпендикулярно краю экрана, совпадающему с осью OY . Требуется найти напряженность поля в точке M , положение которой известно, т. е. задано координатами $M(x_0, y_0, z_0)$.

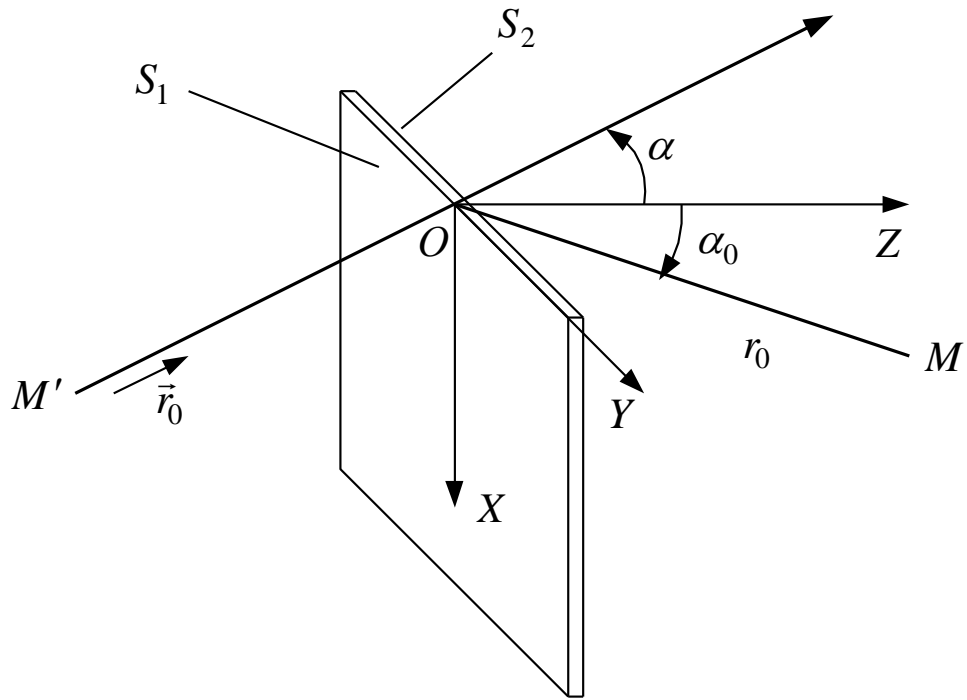


Рис. 1

Для упрощения решения задачи будем считать

$$\left. \begin{aligned} r \gg \lambda, \\ x_0 / r_0 = \sin \alpha_0 \ll 1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $r_0 = OM$ – расстояние от края экрана до точки наблюдения M ;

x_0 – координата точки M .

Рассмотрим два случая поляризации падающей волны.

1. Вектор \vec{E} параллелен краю экрана ($\vec{E} = \vec{y}_0 E_y$), т. е. волна поляризована горизонтально.

2. Вектор \vec{H} параллелен краю экрана ($\vec{H} = \vec{y}_0 H_y$), т. е. волна поляризована вертикально.

Очевидно, что в первом случае отлична от нуля только составляющая E_y , а во втором - H_y . Тогда введем обозначения из соображений симметрии:

$$U = \begin{cases} E_y & \text{- при горизонтальной поляризации;} \\ H_y & \text{- при вертикальной поляризации.} \end{cases}$$

Уравнение падающей волны можно записать в следующем виде

$$U_i(M') = U_{0i} e^{-ik(-x \sin \alpha + z \cos \alpha)}, \quad (2)$$

где α - угол между осью OZ и направлением распространения падающей волны;

M - текущая точка с координатами x, y, z .

Величины U_{0i}, k и α считаются известными.

Задача решается приближенным методом, сущность которого сводится к следующему.

Составляющие напряженности поля (потенциала) вычисляются по общей или частной формулам Кирхгофа

$$U(M) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{\partial U(M')}{\partial n} \frac{e^{-ikr'}}{r'} - U(M') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr'}}{r'} \right) \right] ds.$$

Замкнутая поверхность S выбирается так, чтобы на ней с возможно большей точностью были известны значения U и $\partial U / \partial n$.

Эти функции находятся на основании приближенного представления о том, что напряженность поля на освещенной поверхности S_1 совпадает с полем прямой волны, а на теневой - S_2 равна нулю. После вычисления U и $\partial U / \partial n$ используется формула Кирхгофа. Точность полученного решения зависит от выбора формы поверхности интегрирования S и положения ее относительно тела, находящегося в поле первичной волны. В нашей задаче S - плоскость ($z = 0$), проходящая по теневой стороне экрана S_2 . На освещенной части S_1 ($z = 0, x > 0$) приближенно вычисляется с помощью выражения (2), а на теневой стороне - S_2 ($z = 0, x \leq 0$), $U \approx 0$ и $\partial U / \partial n = 0$.

При очень малых α_0 и α , когда $\cos \alpha \approx \cos \alpha_0 \approx 1$, вычисления дают следующий результат:

$$U_i(M) = \frac{e^{-ik\left(r_0 - \frac{d^2}{2r_0}\right)}}{2} U_{0i} \left[1 - \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} F\left(\sqrt{\frac{k}{2r_0}} d\right) \right], \quad (3)$$

где $r_0 = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}$; $r \approx r_0 / \frac{x_0}{r_0} \ll 1$;

$d = x_0 + r_0 \sin \alpha = r_0 \sin(\alpha + \alpha_0)$ - расстояние от границы тени до точки M (глубина погружения в область тени);

$F\left(\sqrt{\frac{k}{2r_0}} d\right)$ - интеграл Френеля (рис. 3).

2. Свойства дифракционной волны

Свойства дифракционной волны удобнее изучить, если рассмотреть три характерных случая расположения точки наблюдения относительно границы тени (линии $M'O$).

Случай 1. Точка наблюдения M располагается на границе тени (рис. 2). В этом случае глубина погружения в область тени d равна нулю, аргумент интеграла Френеля и сам интеграл обращаются в нуль (рис. 3).

$$\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d = 0, \quad F(0) = 0.$$

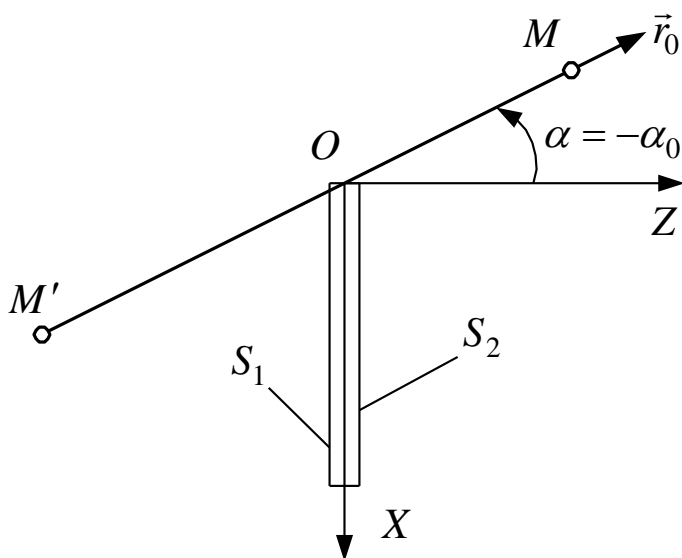


Рис. 2

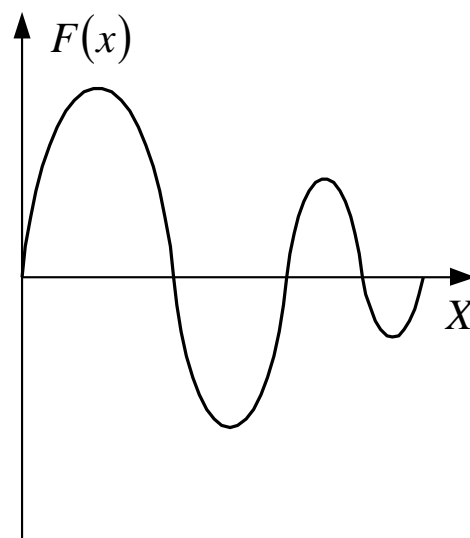


Рис. 3

Выражение (3) приобретает вид:

$$U_i(M) = \frac{U_{0i}}{2} e^{-ikr_0}. \quad (4)$$

Таким образом, экран в форме полуплоскости ослабляет напряженность поля в точке M , лежащей на границе тени, в два раза.

Случай 2. Точка наблюдения M расположена в области тени (рис. 4). Углы α и α_0 положительны или положительный из углов α и α_0 больше отрицательного.

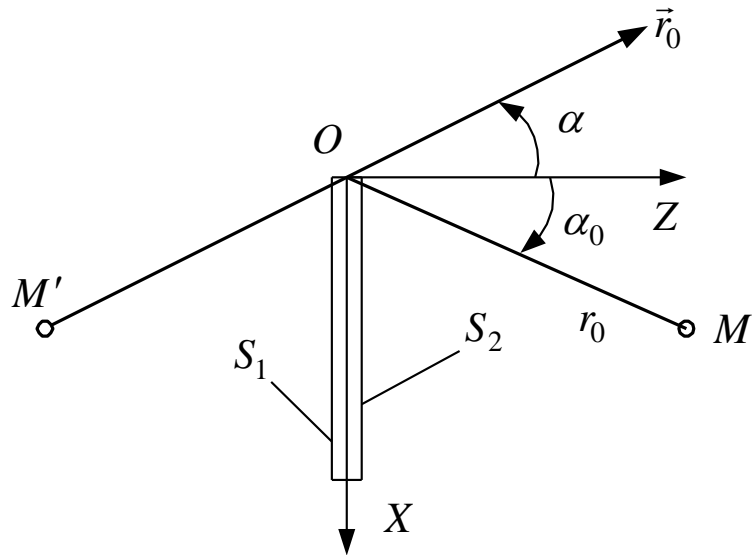


Рис. 4

Кроме того,

$$\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d = \sqrt{\frac{\pi r_0}{\lambda}} \sin(\alpha + \alpha_0) \gg 1.$$

Для этого случая воспользуемся асимптотическим представлением интеграла Френеля:

$$F\left(\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{4}} + \frac{i}{\pi\sqrt{\frac{r_0}{\lambda}}\sin(\alpha + \alpha_0)}e^{-i\frac{k}{2r_0}d^2}.$$

Подставляя значение интеграла Френеля в формулу (3), получим

$$U_i(M) = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} U_{0i} \frac{e^{-i(kr_0 + \pi/4)}}{\sqrt{r_0} \sin(\alpha + \alpha_0)} \quad (5)$$

Из анализа этого выражения следует, что поверхности равных фаз распространяющейся волны описываются уравнениями вида $r_0 = const$, следовательно, они образуют семейство круговых цилиндров.

Таким образом, поле в области тени, образованной экраном в виде полуплоскости, представляет собой цилиндрическую волну, фазовая ось которой совпадает с краем экрана (осью Y). Напряженность поля убывает пропорционально корню квадратному из расстояния между краем экрана и точкой наблюдения.

Кроме того, с увеличением длины волны напряженность поля возрастает пропорционально $\sqrt{\lambda}$, т. е. волна, как бы лучше огибает экран.

По мере углубления точки наблюдения M в область тени (с ростом угла α_0 при $z_0 = const$) напряженность поля дифракционной волны падает.

Перечисленные выше свойства справедливы и при дифракции радиоволн на телах более сложной формы.

Случай 3. Точка наблюдения M находится в области прямой видимости (рис. 5). Это означает, что

$$\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d \ll -1.$$

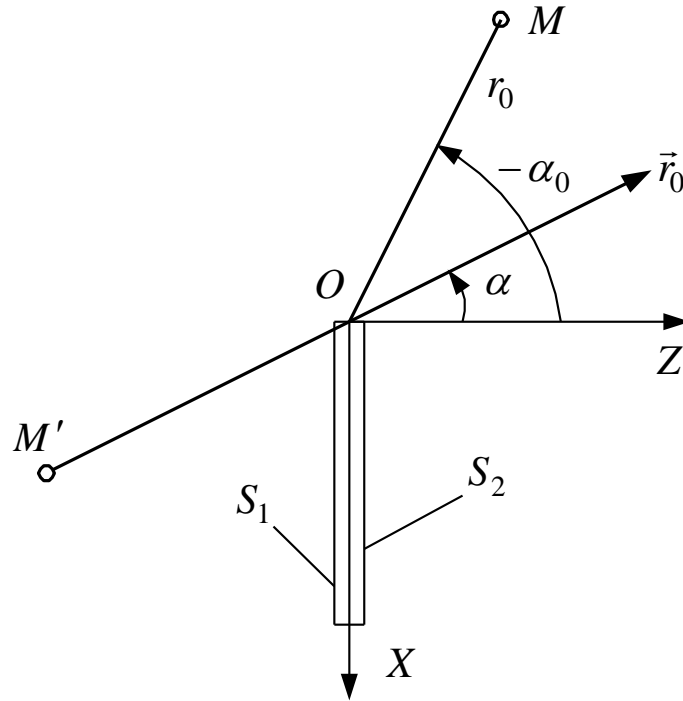


Рис. 5

Так как $F(-a) = -F(a)$, и приближенно считая, что

$$\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d \rightarrow -\infty.$$

интеграл Френеля можно записать в виде:

$$F\left(\sqrt{\frac{k}{2r_0}}d\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

и

$$U_i(M) = U_{0i}e^{-ik\left(r_0 + \frac{r_0}{2}\sin^2(\alpha + \alpha_0)\right)}. \quad (6)$$

Выражение (6) является приближенным уравнением плоской волны. Для того чтобы убедиться в этом, представим уравнение падающей волны в цилиндрической системе координат (r_0, α_0, y_0) , ось которой совпадает с краем экрана. В данном случае точка наблюдения имеет координаты: $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$, тогда уравнение падающей волны (2) примет вид

$$U_i(M) = U_{0i}e^{-ik(-x_0 \sin \alpha + z_0 \cos \alpha_0)}. \quad (7)$$

Используя рис. 3, выразим координаты x_0 и z_0 .

$$x_0 = r_0 \sin \alpha_0, \quad z_0 = r_0 \cos \alpha_0.$$

Подставляя эти значения в формулу (7), получим

$$U_i(M) = U_{0i} e^{-ikr_0 \cos(\alpha + \alpha_0)}. \quad (8)$$

При малых углах α и α_0 косинус $\cos(\alpha + \alpha_0)$ можно разложить в ряд и ограничиться его первыми двумя членами:

$$\cos(\alpha + \alpha_0) \approx 1 - \frac{(\alpha + \alpha_0)^2}{2} \approx 1 - \frac{\sin^2(\alpha + \alpha_0)}{2},$$

так как $\sin(\alpha + \alpha_0) \approx \alpha + \alpha_0$.

Подставив это значение в формулу (8), получим уравнение падающей волны в цилиндрической системе координат

$$U_i(M) = U_{0i} e^{-ik \left(r_0 + \frac{r_0}{2} \sin^2(\alpha + \alpha_0) \right)}.$$

Это выражение точно совпадает с уравнением (6), следовательно, в области прямой видимости (выше границы тени) результирующее поле $U_i(M)$ приблизительно совпадает с полем прямой волны, т. е. в области прямой видимости вторичным полем можно пренебречь по сравнению с первичным. Этот вывод справедлив, когда

$$\frac{kd^2}{2r_0} = \frac{\pi r_0}{\lambda} \sin(\alpha + \alpha_0) \ll -1,$$

т. е. когда точка наблюдения M лежит выше границы тени и удалена от края экрана и этой границы на достаточно большие расстояния (намного больше длины волны).

Закономерности распространения дифракционной волны, выявленные при рассмотрении трех частных случаев, имеют важное прикладное значение. Так, при выборе позиции РЛС нередко возникает ситуация, когда имеются препятствия на пути распространяющихся волн (рис. 6). В таких случаях следует учитывать, что на линии границы тени (I_1) напряженность поля уменьшается в два раза по сравнению с вариантом отсутствия препятствия. Это приводит к снижению дальности обнаружения цели в $\sqrt{2}$ раз.

Современные РЛС работают в диапазонах метровых, дециметровых и сантиметровых волн, т. е. длина волны, как правило, гораздо меньше размеров препятствия. По этой причине напряженность поля в области тени резко снижается и радиолокационные цели (I_2), находящиеся здесь не обнаруживаются.

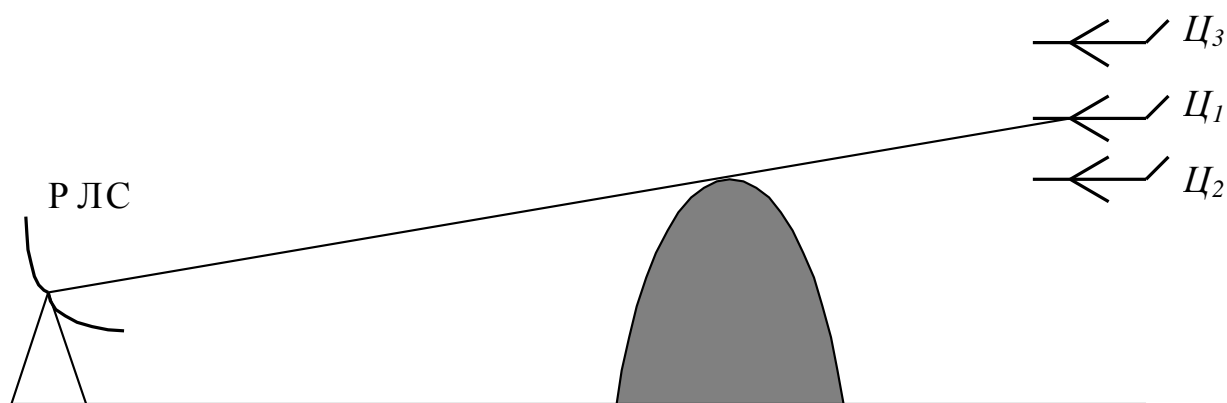


Рис. 6

Препятствием можно пренебречь лишь в том случае, когда цель находится выше границы тени (\mathcal{C}_3) на расстоянии, намного большем длины волны.

Подводя итог рассуждениям, можно сделать вывод о том, что при выборе позиции для РЛС необходимо стремиться к такому варианту, когда углы закрытия, создаваемые препятствиями, будут минимальными.

3. Понятие «блестящей точки», эффективная площадь рассеяния (ЭПР) тел простейшей формы

Явление рассеяния радиоволн имеет большое значение в радиолокации, так как плотность потока мощности рассеянной целью волны определяет важные тактико-технические характеристики РЛС, например, дальность обнаружения.

Задача о рассеянии электромагнитных волн формулируется следующим образом: в электрически однородной неограниченной среде распространяется первичная волна и имеется тело, параметры которого отличны от параметров окружающей среды. Известны также: распределение напряженности поля первичной волны, электрические параметры среды и тела, форма тела. Требуется найти напряженность поля рассеянной волны в точке наблюдения, положение которой относительно тела известно.

В общем случае даже приближенное решение этой задачи встречает большие математические трудности, поэтому необходимо вводить разного рода допущения и упрощения. Чаще всего они сводятся к следующему:

- 1) среда, окружающая тело, принимается за свободное пространство;
- 2) первичная волна считается плоской;
- 3) тело считается выпуклым и имеют место неравенства

$$\rho \gg \lambda; \left| \frac{\varepsilon_{ka}\mu_a}{\varepsilon_0\mu_0} \right| \gg 1; \frac{\varepsilon_{ka}\mu_a}{\varepsilon_0\mu_0} \rightarrow \infty$$

где ρ - радиус кривизны тела;

ε_{ka}, μ_a - параметры тела;

ε_0, μ_0 - параметры окружающей среды;

4) расстояние от тела до точки наблюдения намного больше его линейных размеров и длины волны.

В качестве примера рассмотрим рассеяние радиоволн прямоугольной идеально проводящей пластиной размером $a \times b$ (рис. 7) для частного случая, когда лучи падающей волны ЛП перпендикулярны одной паре сторон, например, с размером b , вектор \vec{E}_n параллелен оси OY , пластина ориентирована так, что нормаль \vec{n} к ее поверхности составляет угол α с направлением луча ЛП, а точка наблюдения рассеянного поля M отстоит от пластины на расстоянии r_0 и находится на луче первичной волны, проходящем через середину пластины.

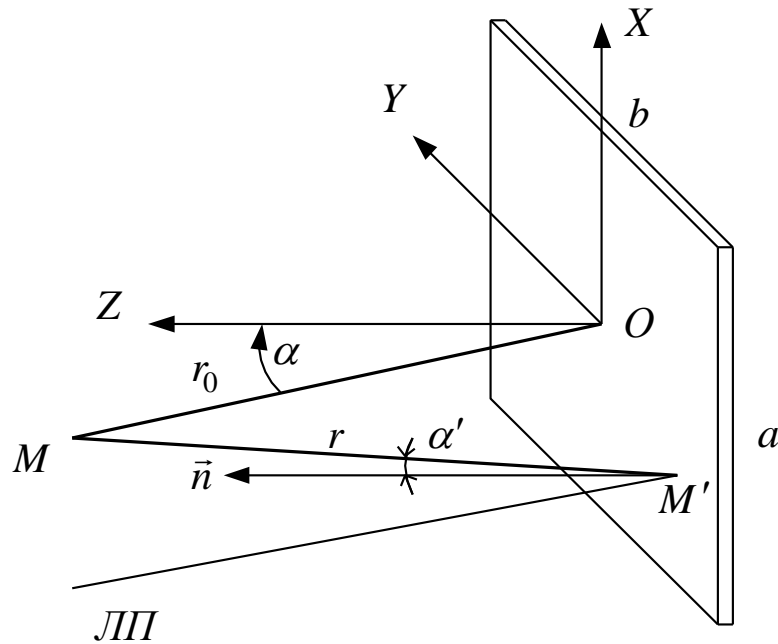


Рис. 7

Задача нахождения напряженности поля рассеянной волны решается по следующему алгоритму:

1. Выбор системы координат.
2. Представление вектора $\vec{E}_n(M'')$ первичной волны в выбранной системе координат (M'' - текущая точка).
3. Определение вектора $\vec{E}_p(M'')$ рассеянной волны на поверхности пластины S_T и в ближайшей окрестности этой поверхности.
4. Представление вектора $\vec{E}_p(M)$ в точке наблюдения M с помощью интеграла Кирхгофа:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{\partial \vec{E}(M')}{\partial n} \frac{e^{-ikr'}}{r'} - \vec{E}(M') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr'}}{r'} \right) \right] ds.$$

5. Вычисление интеграла и нахождение $\vec{E}_p(M)$.

Опуская подробности решения, приведем конечный результат

$$\vec{E}(M) = -i \frac{abE_0 \cos \alpha}{\lambda} \frac{\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha} \frac{e^{-ikr}}{r_0} \vec{y}_0, \quad (9)$$

где E_0 - величина комплексной амплитуды напряженности поля первичной волны в середине пластины;

r_0 - расстояние от середины пластины до точки наблюдения M .

Анализируя формулу (9), приходим к следующим выводам:

1) рассеянная волна в удаленной от тела области представляет собой сферическую волну, о чем свидетельствует множитель $1/r_0$;

2) напряженность поля рассеянной волны прямо пропорциональна напряженности поля первичной волны и обратно пропорциональна пройденному расстоянию r_0 ;

3) напряженность поля рассеянной волны пропорциональна размерам пластины и зависит от ее ориентации (угла α).

Эти свойства справедливы и при рассеянии волн любыми другими телами, имеющими более сложную форму, чем пластина.

В радиолокации особый интерес представляют волны, рассеянные телом в направлении источника первичных волн. При этом важно определить плотность потока мощности рассеянной волны, приходящей в точку расположения источника.

Пусть РЛС излучает первичную волну, которая, распространяясь, падает на радиолокационную цель (рис.8). Известна излучаемая мощность $P_{изл}$ и расстояние до цели r_0 . Найдём плотность потока мощности, падающей на поверхность цели.

$$|\vec{P}_{пад}| = \frac{P_{изл}}{S_{сф}} = \frac{P_{изл}}{4\pi r_0^2}. \quad (10)$$

Введем некоторую вспомогательную величину $\sigma_{ц}$, имеющую размерность площади, которая характеризует радиолокационную цель как рассеиватель. Иными словами, плотность потока мощности падающей волны, будучи умноженной на величину $\sigma_{ц}$, должна дать мощность, рассеянную целью $P_{рас}$:

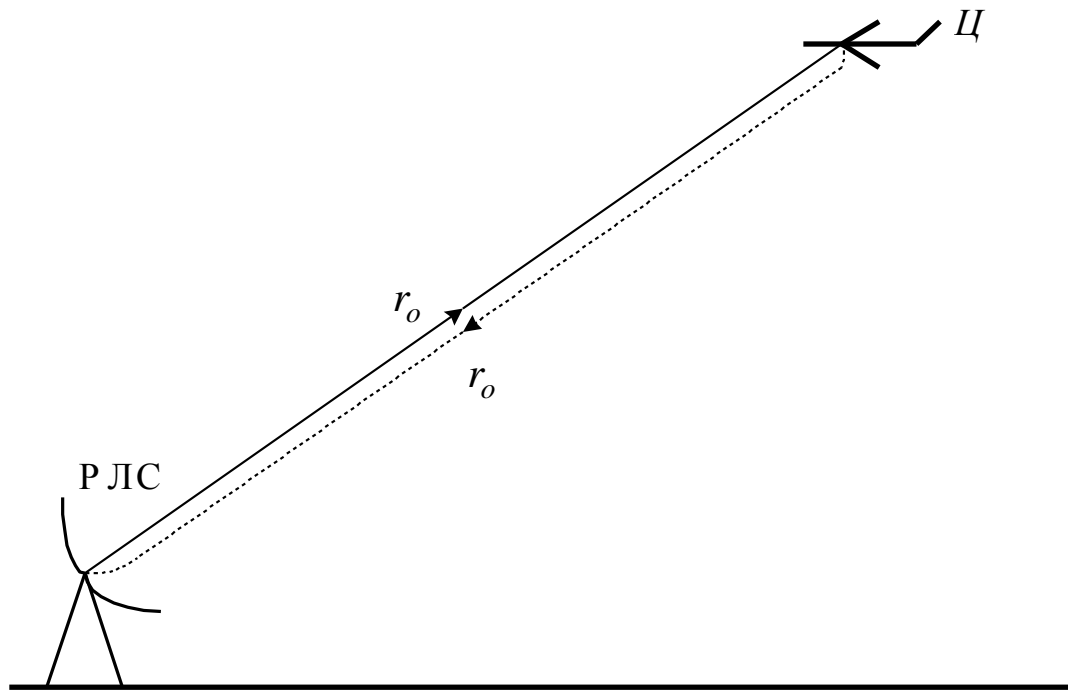


Рис. 8

$$P_{рас} = |\vec{\Pi}_{над}| \sigma_{ц} = \frac{P_{изл} \sigma_{ц}}{4\pi r_0^2}.$$

Величину $\sigma_{ц}$ принято называть эффективной поверхностью рассеяния цели (или эффективной отражающей поверхностью).

По известной величине $P_{рас}$ найдем плотность потока рассеянной мощности в точке стояния РЛС

$$|\vec{\Pi}_{пр}| = \frac{P_{рас}}{S_{сф}} = \frac{P_{рас}}{4\pi r_0^2} = \frac{P_{изл} \sigma_{ц}}{(4\pi r_0^2)^2} \quad (11)$$

Таким образом, плотность потока рассеянной мощности, возвращающейся назад к РЛС, пропорциональна излучаемой мощности, расстоянию до цели в четвертой степени и эффективной поверхности рассеяния.

Эффективной поверхностью рассеяния (ЭПР) называется некоторая воображаемая отражающая поверхность, которая будучи помещенной в точку цели перпендикулярно направлению распространения падающей волны, создаст такую же плотность потока мощности у РЛС, что и реальная цель.

Для вычисления ЭПР необходимо из уравнения (11) выразить величину $\sigma_{ц}$.

$$\sigma_u = \frac{|\vec{\Pi}_{np}|}{|\vec{\Pi}_{nad}|} 4\pi r_0^2. \quad (12)$$

Эту формулу можно использовать для расчетов эффективной поверхности рассеяния различных тел. Опуская математические выкладки приведем выражения для ЭПР идеально проводящих тел простейшей формы, полученных с использованием выражения (12).

Для прямоугольной пластины:

$$\sigma_{\text{пласт}} = \frac{4\pi(ab)^2}{\lambda^2} \cos^2 \alpha \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \alpha} \right]^2.$$

Для шара:

$$\sigma_{ш} = \pi a^2,$$

где a - радиус шара.

Для кругового цилиндра длиной l , имеющего радиус a :

$$\sigma_{\text{цил}} = \frac{2\pi a l^2}{\lambda} \cos^2 \alpha \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda} \sin \alpha\right)}{\frac{2\pi l}{\lambda} \sin \alpha} \right]^2$$

Для уголкового отражателя (рис. 9):

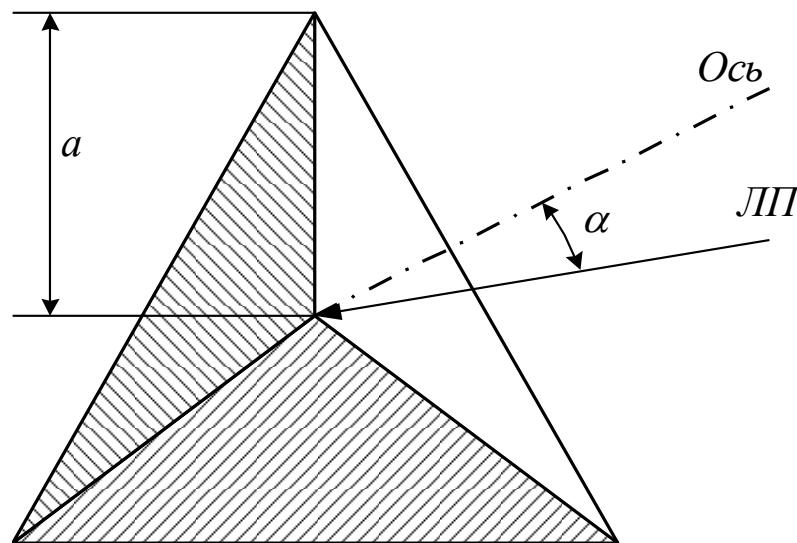


Рис. 9

$$\sigma_{\text{угол}} = \frac{4\pi a^4}{3\lambda^2} (1 - 0,0076\alpha^2).$$

где a - длина ребра отражателя.

Для полуволнового вибратора:

$$\sigma_{\text{вибр}} \lambda/2 = \frac{9\lambda^2}{4\pi} \cos^4 \alpha$$

Во всех приведенных формулах α означает угол между осью тела и лучом падающей волны.

Для вычисления $\sigma_{\text{ц}}$ тел более сложной формы их представляют в виде совокупности простых, после чего определяют суммарную ЭПР с учетом взаимного расположения элементарных поверхностей.

Изучив вопросы излучения и распространения электромагнитных волн, как в свободном пространстве, так и при наличии границ раздела между несколькими средами, можно приступить к рассмотрению более сложных вопросов. В частности, вопросов распространения радиоволн в направляющих системах - волноводах.