

## Тема 1. Электромагнитные волны

### Лекция 8. Поверхностные электромагнитные волны и замедляющие структуры.

1. Граничные условия на границе раздела двух сред с различными электромагнитными параметрами
2. Импедансные граничные условия
3. Поверхностные волны на границе раздела двух сред
4. Понятие о замедляющих системах
5. Виды замедляющих систем и их применение

#### 1. Граничные условия на границе раздела двух сред с различными электромагнитными параметрами

На границе раздела параметры среды  $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$  скачкообразно меняются. Поскольку они входят в материальные уравнения

$$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_a \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E},$$

то неизбежно испытывают скачки и векторы поля. Следовательно, в точках границы раздела нельзя пользоваться системой основных дифференциальных уравнений электродинамики, поскольку производные в них будут устремляться к бесконечности.

В данной ситуации предполагаем, что на границе любого материального тела физические свойства изменяются непрерывно в очень тонком слое, поэтому появляется возможность использования системы основных уравнений электродинамики в интегральной форме.

Соотношения, устанавливающие связь между векторами электромагнитного поля на поверхности раздела двух сред, называют граничными условиями. Они позволяют, при заданных параметрах сред, по известным значениям векторов поля в одной среде находить векторы поля в другой.

Для получения более простых аналитических выражений для граничных условий каждый из векторов  $\vec{D}, \vec{E}, \vec{B}, \vec{H}$  в произвольной точке раздела можно представить в виде суммы двух векторов, один из которых параллелен границе раздела, а другой перпендикулярен ей (рис. 1). Первый вектор называется касательной составляющей, а второй - нормальной составляющей исходного вектора.

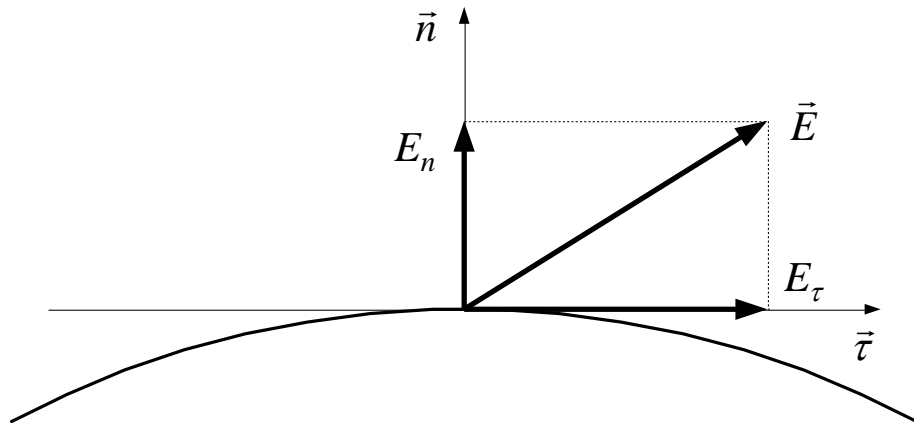


Рис. 1

Граничные условия являются постулатами. Они получены на основании обобщения результатов экспериментальных исследований и не могут быть каким-либо образом выведенными.

Рассмотрим граничные условия для касательных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Они записываются с помощью следующих выражений:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad (1)$$

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = j_{нов}. \quad (2)$$

Касательная составляющая вектора  $\vec{E}$  при переходе границы раздела не меняется (рис. 2), а такая же составляющая магнитного поля изменяется на величину поверхностного тока, протекающего по границе раздела (рис. 3). Этот ток возбуждается касательной составляющей магнитного поля, а его направление находится в соответствии с выражением

$$\vec{j}_{нов} = \vec{n} \times \vec{H}_{1\tau}. \quad (3)$$

Для решения практических задач представляют интерес частные случаи граничных условий. Например, если первая среда диэлектрическая, а вторая - **идеально проводящая**, напряженность электрического поля в последней равна нулю. Тогда уравнение (1) приводится к виду

$$E_{1\tau} = 0$$

Из него следует, что касательная составляющая электрического поля на поверхности идеального проводника всегда равна нулю.

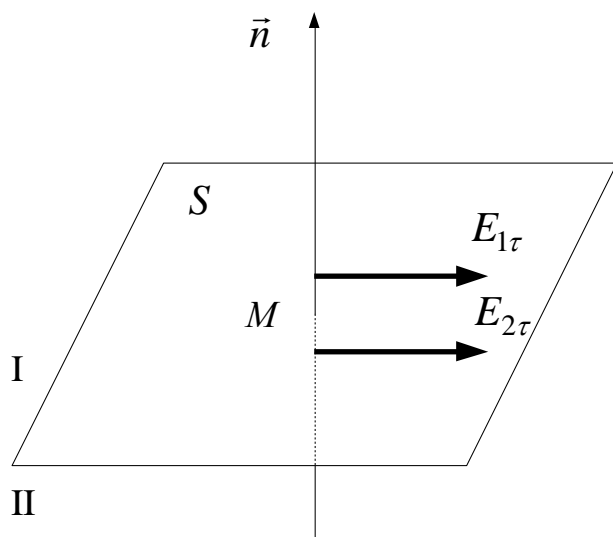


Рис. 2

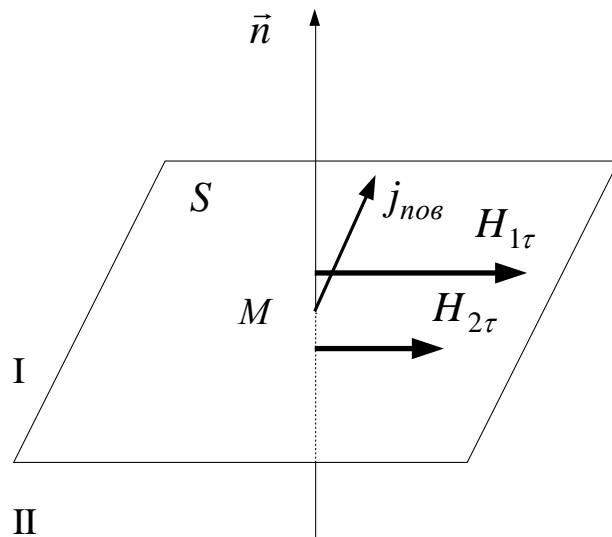


Рис. 3

В том случае, когда обе среды **непроводящие** (диэлектрические), ток на границе раздела не возникает. Условие (2) при этом примет вид

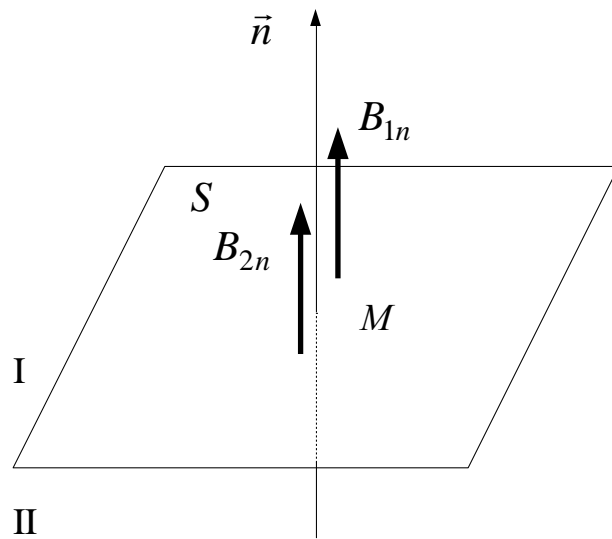
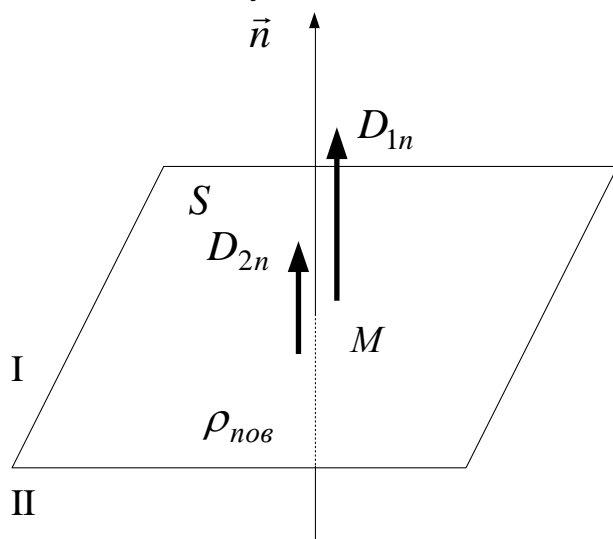
$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

Граничные условия для нормальных составляющих векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{B}$  выражаются следующими формулами:

$$D_{1\tau} - D_{2\tau} = \rho_{нов}, \quad (4)$$

$$B_{1\tau} = B_{2\tau}. \quad (5)$$

При переходе границы раздела сред вектор электрической индукции изменяется на величину поверхностного заряда, наводимого волной, а вектор магнитной индукции остается неизменным.



## 2. Импедансные граничные условия

Рассмотренные выше граничные условия для нормальных и касательных составляющих электромагнитного поля являются строгими. Но решение краевой задачи с их использованием сопряжено с математическими трудностями, так как оно всегда связано с рассмотрением полей в средах по обе стороны от границы раздела. Если интерес представляет лишь поле по одну сторону границы, удобнее пользоваться приближенными граничными условиями.

Пусть имеется граница раздела между  $S$  средами I и II, отличающимися значениями электромагнитных параметров. Электромагнитное поле возбуждено источником, находящимся в первой среде.

Возьмем произвольную точку  $M$  (рис. 6) на границе раздела  $S$  в среде I и построим правовинтовую тройку исходящих из нее единичных векторов  $\vec{t}$ ,  $\vec{\tau}$ ,  $\vec{n}$  ориентированную так, что  $\vec{t}$  и  $\vec{\tau}$  касательны, а нормален  $\vec{n}$  и направлен в сторону среды I. Составляющие  $E_{1\tau}$  и  $H_{1\tau}$  являются проекциями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в точке  $M$  на направления  $\vec{\tau}$  и  $\vec{t}$ .

Если окажется, что во всех точках границы раздела, принадлежащих одной среде (в нашем случае - среде I), имеет место соотношение

$$E_{\tau} = Z H_t, \quad (6)$$

в котором величина  $Z$  не зависит от характера распределения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  (свойств источника, возбуждившего поле), то это соотношение называют импедансным граничным условием, а границу раздела, на которой оно выполняется, - импедансной поверхностью. Величина  $Z$  имеет размерность сопротивления

$$Z = \frac{E_{\tau}}{H_t} = \frac{\left[ \frac{B}{m} \right]}{\left[ \frac{A}{m} \right]} = [Ом],$$

поэтому ее называют импедансом (полным, или комплексным сопротивлением).

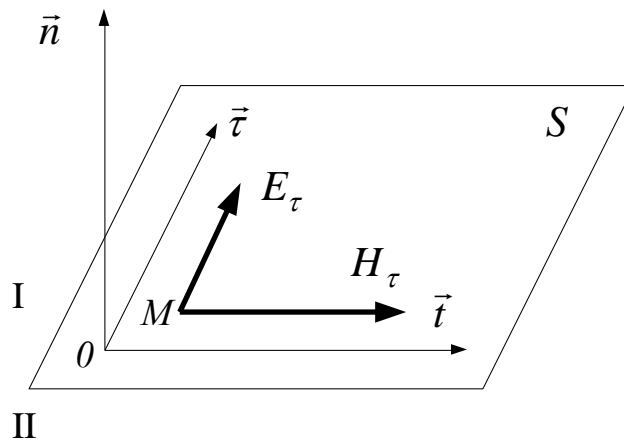


Рис. 6

Импедансные граничные условия являются приближенными и выполняются лишь в отдельных частных случаях. Тем не менее, встречается довольно большой круг задач, где их можно использовать. Кроме того, у импедансных поверхностей существуют электромагнитные волны с интересными и полезными для практики свойствами, например, поверхностные волны.

Свойства импедансных поверхностей широко используются в технике СВЧ (замедляющие системы), при построении антенн поверхностных волн и т. д.

Примером импедансных граничных условий являются граничные условия Щукина – Леонтовича. Рассмотрим частный случай, когда выполняются ограничения

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_{k2}\mu_2}{\varepsilon_{k1}\mu_1}} \gg 1, \quad (7)$$

т. е. вторая среда намного отличается по параметрам от первой,

$$\rho \gg \lambda, \quad (8)$$

$$r \gg \lambda \quad (9)$$

где  $\varepsilon_{k1}$ ,  $\mu_1$ ,  $\varepsilon_{k2}$ ,  $\mu_2$  – электрические параметры сред;

$\rho$  – радиус кривизны поверхности раздела  $S$ ;

$r$  – расстояние от источников поля до точек границы  $S$ .

Неравенство (7) позволяет считать, что вторая среда намного плотнее первой, и угол преломления в ней будет стремиться к нулю, т. е. волна во второй среде распространяется почти перпендикулярно границе раздела сред. Учитывая связь между векторами плоской волны (через волновое сопротивление), запишем выражение для преломленных волн

$$\dot{H}_{mxz} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{k2}}{\mu_2}} E_{myz}. \quad (10)$$

Векторы электрического и магнитного полей при выполнении условия (7) будут касательными к границе раздела. Поэтому на основании строгих граничных условий для касательных составляющих поля

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad H_{1t} = H_{2t} \text{ на } S$$

и соотношения (6.10) приходим к приближенному граничному условию на поверхности

$$E_{m1\tau} = Z H_{m1t} \text{ на } S \quad (11)$$

где

$$Z = \sqrt{\mu_2 / \varepsilon_{k2}} - \text{поверхностное сопротивление (импеданс)}.$$

Таким образом, уравнение (11) выражает соотношение касательных составляющих электрического и магнитного полей на границе раздела в верхней среде через параметры нижней, что значительно упрощает решение многих прикладных задач электродинамики.

Равенство (11) носит наименование граничных условий Щукина–Леонтовича, по именам авторов, впервые его получивших.

Сопоставление выражений (6) и (11) показывает, что при указанных выше ограничениях величина

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_{k2}}}$$

не зависит от распределения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  и поэтому граничные условия Щукина–Леонтовича являются частным случаем импедансных граничных условий.

Рассмотрим второй частный случай граничных условий на поверхности ребристой структуры (рис. 7), под которой понимается поверхность (граница раздела) между идеальным проводником I и диэлектриком II.

Геометрия ребристой структуры характеризуется шириной выступа  $a$ , периодом структуры  $L$ , глубиной канавки  $d$ . Если учесть, что  $a \ll \lambda$ ,  $L \ll \lambda$  и воспользоваться усредненными значениями  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  по периоду структуры, то на поверхности  $S$  (проходящей через выступы структуры) приближенно выполняются импедансные граничные условия (6), а величина импеданса выражается формулой

$$Z = i \frac{a}{L} \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \operatorname{tg} \left( \frac{2\pi}{\lambda} d \right),$$

где  $\lambda$  – длина волны в диэлектрике;  
 $\varepsilon_a, \mu_a$  – электрические параметры этого диэлектрика.

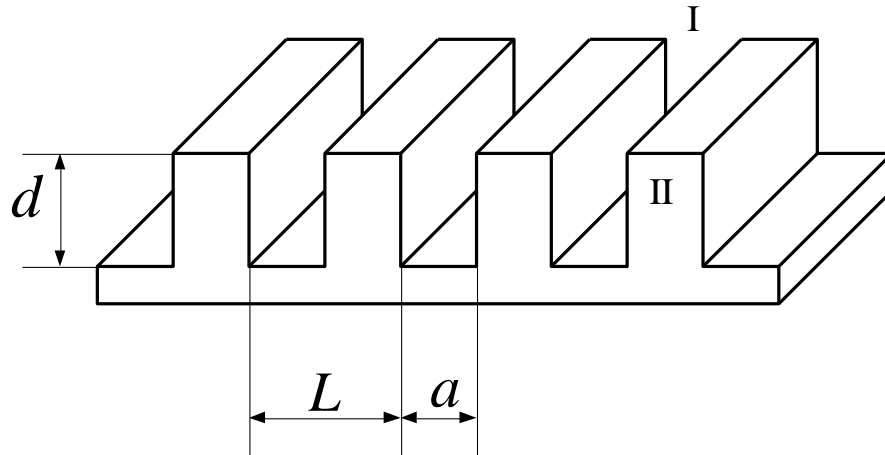


Рис. 7

### 3. Поверхностные волны на границе раздела двух сред

Характерной особенностью импедансной поверхности является то, что над ней, в электрически однородной непроводящей среде, могут распространяться плоские волны, обладающие особыми свойствами. Для их изучения применим искусственный прием: выберем систему координат, зададим определенные условия (вид будущего решения) и будем искать частное решение системы дифференциальных уравнений Максвелла, удовлетворяющее этим условиям. Анализируя полученные решения, установим свойства поля. Такой прием широко используется в электродинамике.

Рассмотрим поведение плоской волны над импедансной поверхностью (рис. 8), предполагая, что выполняются следующие условия.

1. Во всех точках плоскости  $XOY$  ( $z = 0$ ) выполняются импедансные граничные условия (6.6) с известным  $Z$ .

2. Над импедансной поверхностью ( $z > 0$ ) среда электрически однородная, непроводящая, с заданными параметрами  $\varepsilon, \mu, \sigma$ ,

в которой нет сторонних токов ( $j^{cm} = 0$ ).

3. Частное решение системы уравнений Максвелла, которое надо найти, выражается функциями

$$\begin{aligned} H_x &= 0; \\ H_y &= U(z)e^{-i\gamma x}; \\ H_z &= 0; \end{aligned} \tag{12}$$

где  $U(z)$  – неизвестная величина;

$\gamma$  – неизвестная постоянная распространения.

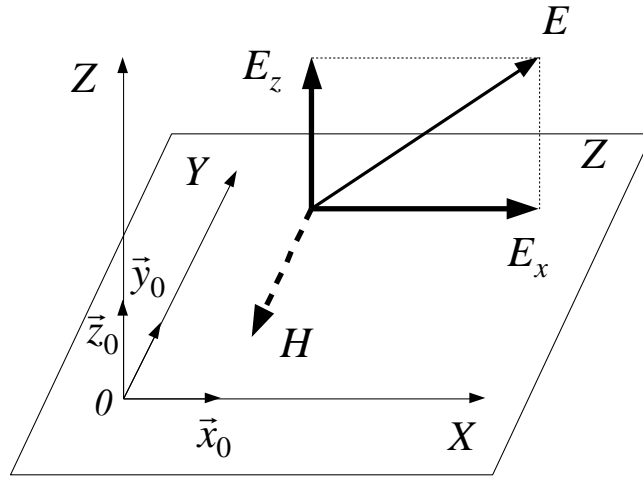


Рис. 8

Задача состоит в том, чтобы найти  $U(z)$  и  $\gamma$ , причем выражения (12) должны удовлетворять уравнениям Максвелла и импедансным граничным условиям при  $z = 0$ .

Найдем вначале  $U(z)$ , для чего воспользуемся волновым уравнением с учетом сделанных допущений ( $j^{cm} = 0$ )

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0, \quad (13)$$

где  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \beta$

Представим вектор в проекциях на оси координат и, развернув операцию  $\nabla^2$ , получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} + k^2 \vec{H}; \\ & \frac{\partial^2 (\vec{x}_0 H_x + \vec{y}_0 H_y + \vec{z}_0 H_z)}{\partial x^2} + \\ & + \frac{\partial^2 (\vec{x}_0 H_x + \vec{y}_0 H_y + \vec{z}_0 H_z)}{\partial y^2} + \\ & + \frac{\partial^2 (\vec{x}_0 H_x + \vec{y}_0 H_y + \vec{z}_0 H_z)}{\partial z^2} + \\ & + k^2 (\vec{x}_0 H_x + \vec{y}_0 H_y + \vec{z}_0 H_z) = 0 \end{aligned}$$

В соответствии с уравнениями (12),  $H_x = 0$ ,  $H_z = 0$  и волновое уравнение упростится

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \beta^2 H_y = 0.$$



Подставляя теперь из системы (12) значение  $H_y$ , получим

$$\frac{\partial^2 U(z)}{\partial z^2} - (\gamma^2 - \beta^2)U(z) = 0.$$

Решение этого уравнения известно, оно имеет следующий вид

$$U(z) = Ae^{z\sqrt{\gamma^2 - \beta^2}} + Be^{-z\sqrt{\gamma^2 - \beta^2}},$$

где  $A$  и  $B$  произвольные постоянные интегрирования.

Для упрощения решения будем считать  $A = 0$ , что соответствует случаю распространения волны только в направлении, параллельном оси (обратная волна отсутствует), тогда

$$U(z) = Be^{-z\sqrt{\gamma^2 - \beta^2}}. \quad (14)$$

Таким образом, первая часть задачи решена, неизвестная функция  $U(z)$  найдена. Далее необходимо вычислить значение постоянной распространения  $\gamma$  так, чтобы оно соответствовало импедансному граничному условию (6). Для рассматриваемого случая (рис. 8) это условие имеет вид

$$E_x = -ZH_y /_{z=0}. \quad (15)$$

Используя первое уравнение Максвелла, запишем выражения для составляющих вектора через составляющие вектора

$$\dot{E}_x = \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right), \quad (16)$$

$$\dot{E}_y = \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \quad (17)$$

$$\dot{E}_z = \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right). \quad (18)$$

Поскольку нас интересуют только касательные составляющие поля, воспользуемся уравнением (15), при этом учтем, что  $H_z = 0$ .

$$\dot{E}_x = \frac{-1}{i\omega\epsilon_a} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

Полученное уравнение для  $\gamma$  подставим в импедансное граничное условие (15)

$$-\frac{1}{i\omega\varepsilon_a}\frac{\partial H_y}{\partial z} = -ZH_y \text{ или } \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon_a ZH_y \Big|_{z=0} \quad (19)$$

Подставляя в выражение (19) значение  $H_y$  из системы (12) с учетом решения (14), получим

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( e^{-i\gamma x} B e^{-z\sqrt{\gamma^2 - \beta^2}} \right) = i\omega\varepsilon_a Z e^{-i\gamma x} B e^{-z\sqrt{\gamma^2 - \beta^2}},$$

или

$$-\sqrt{\gamma^2 - \beta^2} = i\omega\varepsilon_a Z, \quad \gamma = \sqrt{\beta^2 + (i\omega\varepsilon_a Z)^2}. \quad (20)$$

Таким образом, неизвестные величины  $U(z)$  и  $\gamma$  найдены, они удовлетворяют системе уравнений Максвелла и импедансному граничному условию.

Для выявления свойств изучаемой волны рассмотрим частный случай, когда импеданс  $Z$  имеет индуктивный характер  $Z = iX$  ( $X > 0$ ). Подставив это значение в выражение (20), перепишем его

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{\beta^2 + (-\omega\varepsilon_a X)^2} = \sqrt{\beta^2 + (\omega\varepsilon_a X)^2} > \beta, \\ \gamma &= \sqrt{\beta^2 + \alpha^2} > \beta, \quad \alpha = \omega\varepsilon_a X. \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом найденных значений  $U(z)$  и  $\gamma$  систему (12) перепишем в окончательном виде

$$\begin{aligned} H_x &= 0; \\ H_y &= B e^{-\alpha z} e^{-i\gamma x}; \\ H_z &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Подставляя  $H_y$  из системы (22) в выражения (16) и (18), получим уравнения для составляющих вектора

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{i\alpha B}{\omega\varepsilon_a} e^{-\alpha z} e^{-i\gamma x}; \\ E_y &= 0; \\ E_z &= -\frac{\gamma B}{\omega\varepsilon_a} e^{-\alpha z} e^{-i\gamma x}. \end{aligned} \quad (23)$$

Найденные решения (22) и (23) описывают поле, которое может существовать в диэлектрической среде над импедансной поверхностью индуктивного характера.

Проанализируем полученное решение и сформулируем основные свойства электромагнитной волны, распространяющейся над импедансной поверхностью.

В выражениях (22) и (23) амплитудные множители имеют одинаковый вид. Они содержат экспоненциальный сомножитель  $e^{-\alpha z}$ , который соответствует тому, что по мере удаления точки наблюдения от импедансной поверхности (с ростом  $Z$ ) амплитуда волны убывает. Наибольшее значение она имеет у поверхности (рис. 9). Основная часть энергии поля сосредоточивается в узком слое, вблизи импедансной поверхности, т. е. как бы "прилипает" к ней. По этой причине рассмотренная волна получила название поверхностной.

Сравним постоянные распространения для поверхностной волны и для распространяющейся в свободном пространстве  $\beta$ . Из выражений (21) видно, что  $\gamma > \beta$ . Используя это неравенство, сравним фазовые скорости волн.

$$V_{\text{пов}} = \frac{\omega}{\gamma}, \quad V = \frac{\omega}{\beta}, \quad V_{\text{пов}} < V.$$

Фазовая скорость поверхностной волны оказывается меньше скорости волны в свободном пространстве.

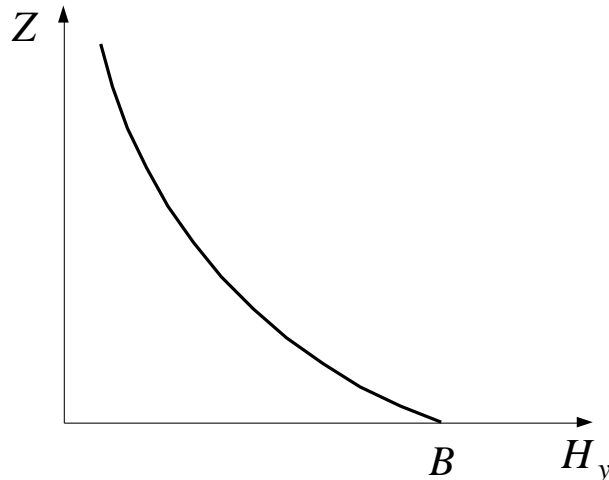


Рис. 9

Таким образом, импедансная поверхность индуктивного характера обладает замедляющими свойствами, а поэтому ее называют замедляющей структурой.

Что касается ориентации вектора  $\vec{E}$  поверхностной волны, то из уравнений (23) видно, что он имеет отличные от нуля составляющие  $E_x$ ,  $E_z$  и поэтому лежит в плоскости, параллельной  $XOZ$ , а параллельна оси  $X$ , т. е. параллельна направлению распространения. Это означает, что у поверхностной волны продольная составляющая вектора отлична от нуля, и сама волна относится к волнам типа  $E$ .

Поверхностные волны используются в диэлектрических антеннах, антеннах поверхностных волн, а также в замедляющих структурах облучателей антенн и других приборов СВЧ (магнетронов, ламп бегущей волны, ламп обратной волны и т. д.).

#### 4. Понятие о замедляющих системах

Развитие электровакуумных приборов сверхвысоких частот и некоторых типов антенн потребовало создания передающих линий, по которым распространяются "медленные" электромагнитные волны. Фазовая скорость волн должна быть приблизительно равна скорости электронов, ускоренных электрическим полем, чтобы обеспечить длительное их взаимодействие с СВЧ-полем. Это условие, которое часто называют условием синхронизма, или резонансом скоростей, лежит в основе работы усилителей и генераторов на лампах бегущей и обратной волн.

Известно, что скорость электронов не может превышать скорости света в свободном пространстве и, как правило, бывает значительно меньше  $C$ . Так, при использовании постоянных ускоряющих напряжений от 300 В до 30 кВ скорость электронов изменяется в пределах от  $0,0344C$  до  $0,329C$ .

Линии передачи, по которым распространяются волны с фазовой скоростью, меньшей скорости света в свободном пространстве, называются замедляющими системами.

Получение "медленных" электромагнитных волн в принципе возможно с помощью однородных волноводов при заполнении их диэлектриком с достаточно высокой диэлектрической проницаемостью. Это следует из анализа выражения

$$V_{\phi} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon \mu - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (1)$$

Однако если необходимо уменьшить  $V_{\phi}$ , например, в 20 раз, то требуемая относительная диэлектрическая проницаемость составит более 400. Реально достичь такой величины  $\epsilon$  с помощью твердых диэлектриков пока затруднительно и, кроме того, в такой среде невозможно обеспечить прохождение электронного потока. Из этого следует, что обычные металлические волноводы для этих целей непригодны. Поэтому для решения задачи необходимы специальные устройства.

Примером такого устройства служит коаксиальная линия, внутренний проводник которой свернут в спираль (рис. 1). Электромагнитная волна распространяется вдоль спирали, огибая виток за витком, а электронный поток движется вдоль ее оси.

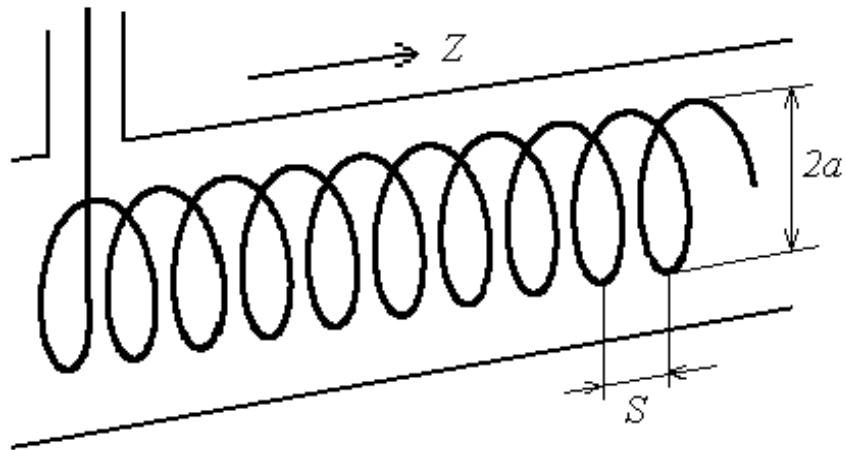


Рис. 1

Используя развертку одного витка (рис. 2), рассчитаем его длину

$$l = \sqrt{(2\pi a)^2 + S^2}.$$

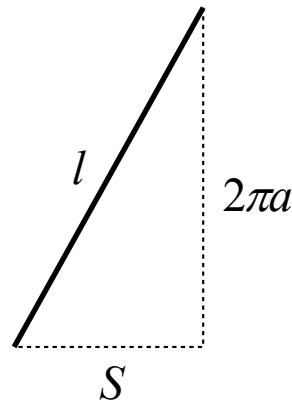


Рис. 2

Время прохождения волны вдоль одного витка вычислим, считая, что при вакуумном заполнении фазовая скорость в коаксиальном волноводе равна  $C$ .

$$\tau = \frac{l}{C} = \frac{\sqrt{(2\pi a)^2 + S^2}}{C}$$

Теперь найдем фазовую скорость распространения волны вдоль оси спирали, зная, что за время  $\tau$  она проходит путь  $S$

$$V_{\phi} = \frac{S}{\tau} = \frac{C}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi a}{S}\right)^2}}.$$

Проанализировав полученное выражение, приходим к выводу о том, что фазовая скорость волны меньше скорости света. Следовательно, спираль является замедляющей системой. Изменяя ее диаметр  $2a$  и шаг  $S$ , добиваются требуемой фазовой скорости. Например, при  $S=0,4$  мм и  $a=1,5$  мм

$V_{\phi}=0,042C$ , т.е. равенство скоростей волны и электронного потока достигается при ускоряющих напряжениях порядка 300-600 В.

Поле волны, распространяющейся вдоль спирали, имеет продольную составляющую вектора  $E$  (рис. 3), которая взаимодействует с электронами, пролетающими внутри спирали. Считается, что в системе распространяется волна типа  $E$ .

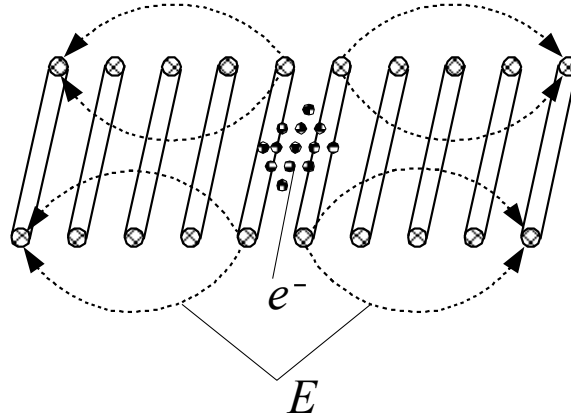


Рис. 3

Рассмотренная замедляющая система не всегда может быть применима при создании волноводных устройств. По этой причине необходимо выработать общие требования к линиям передачи СВЧ, при выполнении которых они становятся замедляющими системами. С этой целью анализируем уравнения поля в линии передачи СВЧ.

Любая составляющая электромагнитного поля в волноводе описывается скалярным волновым уравнением

$$\nabla^2 L + k^2 L = 0,$$

где  $L$  - любая составляющая поля.

Решение этого уравнения имеет вид

$$L = D \cos(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2)$$

Фазовая постоянная  $\beta$  связана с волновым числом  $k$  полученной ранее зависимостью:

$$\beta^2 = k^2 - (\xi^2 + \eta^2) \quad (3)$$

где не учитываются потери, т. е.  $\alpha=0$ .

Считая, что линия передачи наполнена вакуумом

( $\varepsilon=\mu=1$ ) и учитывая, что

$$\beta = \frac{\omega}{V_{\phi}}; \quad k = \frac{\omega}{C} \sqrt{\varepsilon \mu},$$

выражение (3) записывается в виде

$$\left( \frac{\omega}{V_{\phi}} \right)^2 = \left( \frac{\omega}{C} \right)^2 - (\xi^2 + \eta^2).$$

Последнее уравнение позволяет сделать выводы о возможности существования замедленных волн. В частности, для замедления волны ( $V_\phi < C$ ) необходимо обеспечить

$$\xi^2 + \eta^2 < 0.$$

Это возможно, если  $\xi$  и  $\eta$  одновременно или, по крайней мере, одна из них является мнимой, т.е.

$$\xi = i\xi_1; \quad \eta = i\eta_1.$$

Учитывая, что

$$\sin(ix) = i \operatorname{sh}(x); \quad \cos(ix) = \operatorname{ch}(x),$$

решение уравнения (2) примет вид

$$L = D \operatorname{ch}(\xi_1 x - \varphi) \operatorname{ch}(\eta_1 y - \psi) e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (4)$$

Из полученного выражения (4) видно, что эпюры распределения составляющих электрического и магнитного полей, по крайней мере, вдоль одной из осей  $X$  или  $Y$ , в поперечном сечении замедляющей системы должны быть представлены функциями гиперболического синуса (рис. 4,а) или косинуса (рис. 4,б), а **касательные составляющие** на стенках волноводов должны быть **не равны нулю**. В волноводах с бесконечной проводимостью стенок добиться этого невозможно. Следовательно, стенки замедляющей системы должны обладать конечным сопротивлением.

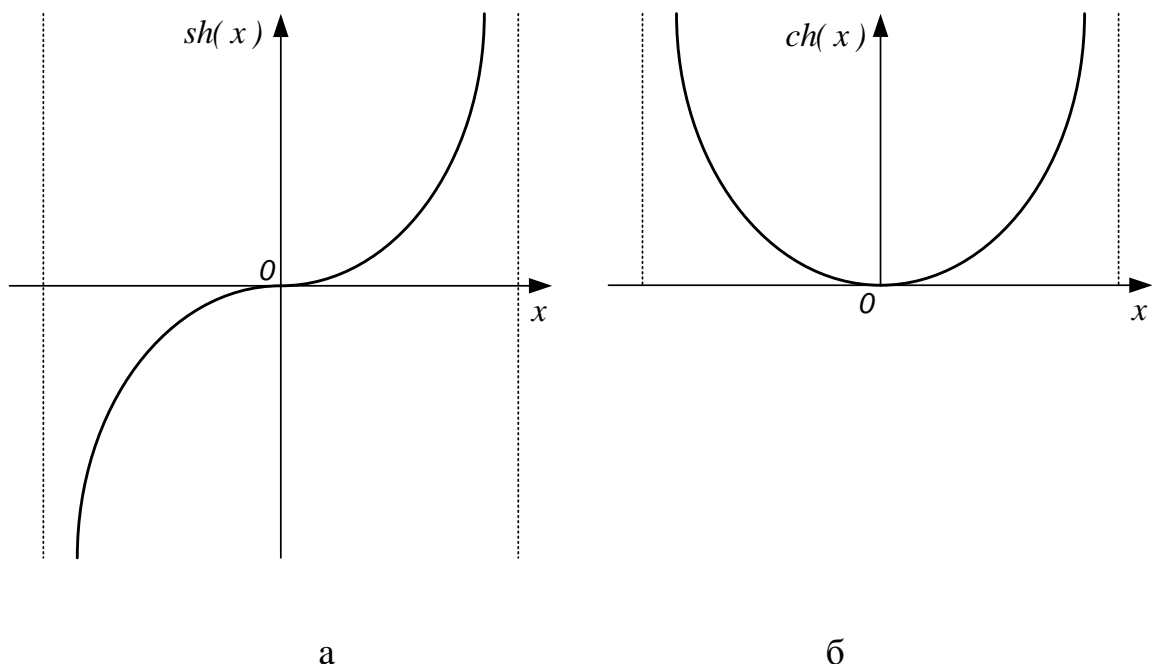


Рис. 4

Если сопротивление стенок будет активным, потери в такой линии передачи окажутся, велики, поэтому целесообразно, чтобы стенки имели реактивное сопротивление, т.е. были импедансными поверхностями.

Для создания реактивного поверхностного сопротивления стенок передающей линии существует два способа: покрытие гладкой металлической поверхности слоем диэлектрика (рис. 5);

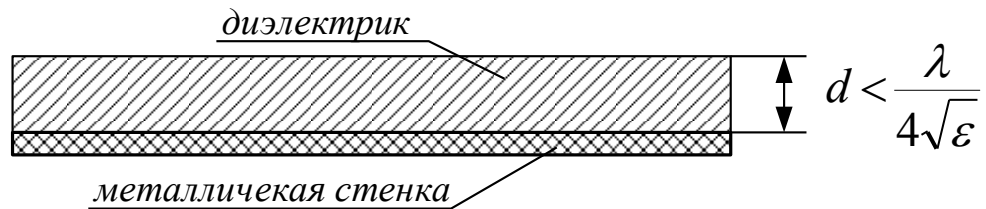


Рис. 5

создание прямоугольных проточек в проводящей металлической поверхности (рис. 6), в результате чего получается гребенчатая структура, имеющая индуктивный характер.

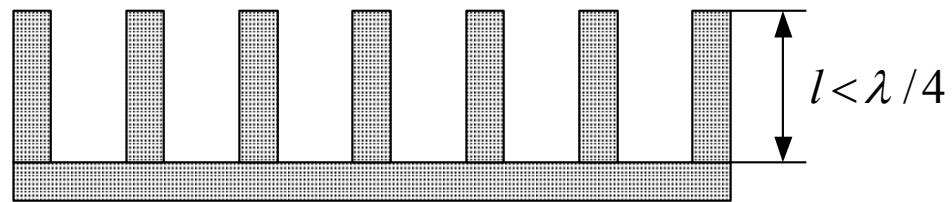


Рис. 6

Характерной особенностью замедляющих систем является экспоненциальное убывание напряженности поля по мере удаления от импедансной поверхности, следовательно, и электронный поток должен быть приближен к ней.

Основной характеристикой замедляющих систем является **коэффициент замедления**, который показывает, во сколько раз фазовая скорость в системе меньше скорости света в свободном пространстве:

$$k_{\text{зам}} = \frac{C}{V_{\Phi \text{ зам}}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{зам}}}, \quad (5)$$

где  $\lambda_{\text{зам}}$  - длина волны в замедляющей системе.

**Длина волны в замедляющей системе** определяется выражением

$$\lambda_{\text{зам}} = \frac{V_{\Phi \text{ зам}}}{f} = 2\pi \frac{V_{\Phi \text{ зам}}}{\omega}.$$

**Фазовая постоянная (продольное волновое число) замедленной волны**, как и для любых волн, равно

$$\beta_{\text{зам}} = \frac{\omega}{V_{\Phi \text{ зам}}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{зам}}}.$$

При  $k_{\text{зам}} \gg 1$  поперечные волновые числа  $\xi_1$  и  $\eta_1$ , определяющие спад поля в поперечном сечении замедляющей системы, оказываются связанными с коэффициентом замедления соотношением

$$\frac{2\pi}{\lambda} k_{\text{зам}} \cong \sqrt{\xi_1^2 + \eta_1^2}.$$



Если вариации поля в поперечном сечении линии по одной из осей координат, например по оси  $X$ , отсутствуют, то  $\xi_I=0$  и поперечная постоянная  $\eta_I$  по оси  $Y$  оказывается равной

$$\eta_I \cong \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}} k_{зам}.$$

При этом СВЧ поле в направлении оси  $Y$  в соответствии с (4) изменяется по закону

$$L \cong Dch\left(\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}} k_{зам} y - \psi\right) e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (6)$$

Таким образом, коэффициент замедления определяет не только величину фазовой скорости волны, но и степень прижатия поля к поверхности замедляющей системы.

#### **Выводы:**

- \* в прямоугольном, круглом и коаксиальном волноводах не могут распространяться «медленные» волны, если  $\sigma_{ст} \rightarrow \infty$ ;
- \* в волноводах могут распространяться «медленные» волны, если стенки волноводов имеют реактивное (импедансное) сопротивление;
- \* в коаксиальном волноводе с центральным спиральным проводником распространяется «замедленная» электромагнитная волна.

## **5. Виды замедляющих систем и их применение**

### **5.1. Спираль**

Исторически первым и наиболее распространенным типом замедляющей системы является простая одиночная или ленточная спираль, изображенная на рис. 7. Основным достоинством спиральной системы является ее широкополосность. Фазовая скорость замедленной волны почти в точности совпадает с групповой скоростью и остается практически неизменной в диапазоне частот порядка октавы и более.

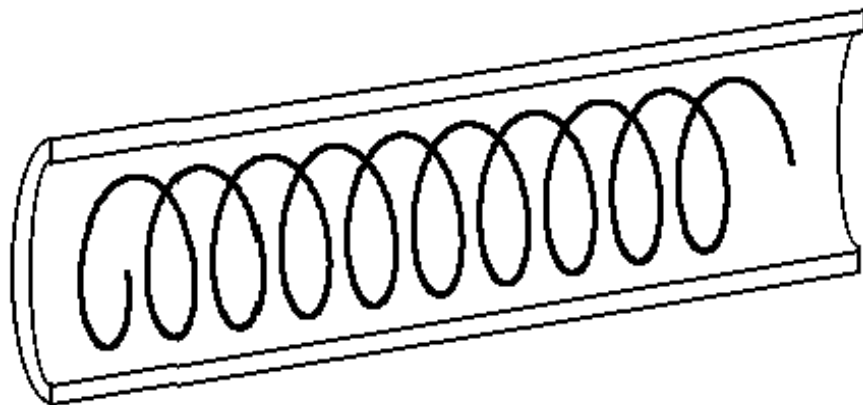


Рис. 7

Для крепления спирали и придания ей необходимой жесткости применяются диэлектрические стержни или сплошная диэлектрическая трубка (рис. 8). Присутствие диэлектрика, частично заполняющего пространство вблизи проводника спирали, приводит к некоторому увеличению замедления волны и снижению напряженности поля  $E_z$  на оси спирали.

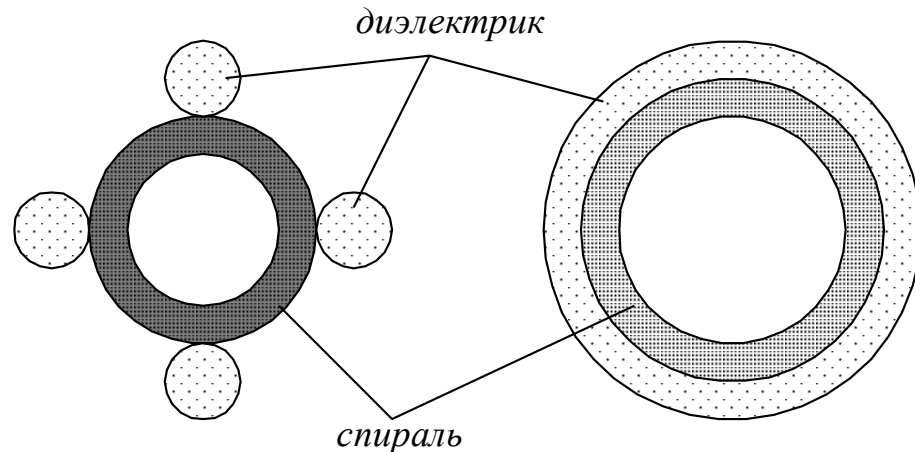


Рис. 8

Недостатками спиральной системы являются малая теплорассеивающая способность и непригодность для работы при низких коэффициентах замедления ( $k_{зам} < 5 \div 7$ ), а также трудность изготовления и применения в диапазоне наиболее коротких волн. Основной областью применения спиральных замедляющих систем являются широкополосные усилительные лампы бегущей волны малой и средней мощности.

## 5.2. Замедляющая система типа гребенка

Гребенка изображенная на рис. 9, состоит в простейшем случае из двух не соединенных между собой параллельных металлических пластин, расстояние между которыми равно  $b$ . В верхней пластине прорезаны щели шириной  $d$  и глубиной  $l$ , перпендикулярные оси  $z$ . Нижняя пластина, иногда называется *подошвой*, может быть сплошной.

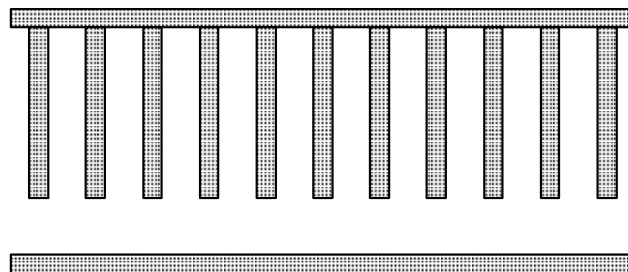


Рис. 9

Гребенка обладает более высокой рассеивающей способностью и жесткостью, чем спираль, но одновременно и более узкой полосой частот и удобна в технологическом отношении при использовании в режиме пространственных гармоник в миллиметровом или субмиллиметровом

диапазонах волн. При этом электронный поток должен следовать вдоль вершин гребенки или через отверстия во встречных штырях.

### 5.3. Замедляющая система типа встречные штыри

Рассмотрим периодическую штыревую замедляющую систему, изображенную в двух проекциях на рис. 10. В отличие от обычной гребенки концы металлических штырей соединены через один с двумя параллельными металлическими плоскостями.

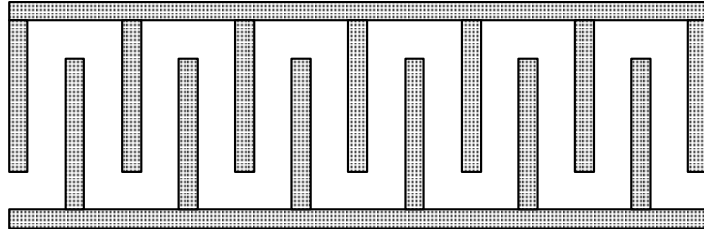


Рис. 10

Фазовый сдвиг поля  $\varphi$  на один период системы, т.е. через один зазор, при предположении о существовании волны типа ТЕМ в зазоре между стержнями оказывается равным

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(2l+L).$$

Фазовая постоянная нулевой пространственной гармоники  $\beta_0$  связана с величиной  $\varphi$  очевидным соотношением  $\varphi = \beta_0 L$ , откуда

$$\beta_0 = \frac{\varphi}{L} = \frac{2\pi(2l+L)}{\lambda L}.$$

Определим фазовую постоянную  $p$ -й пространственной гармоники:

$$\beta_p = \beta_0 + \frac{2\pi p}{L} = \frac{2\pi(2l+L)}{\lambda L} + \frac{2\pi p}{L}.$$

Поскольку  $\beta_p = \omega'(V_\phi)_p$ , получаем выражение фазовой скорости  $p$ -й пространственной гармоники в виде

$$(V_\phi)_p = C \frac{L}{2l+L+p\lambda}.$$

### 5.4. Прочие типы замедляющих систем

Большой интерес представляют периодические замедляющие системы типа диафрагмированного волновода. В системе, изображенной в двух проекциях на рис. 11, использован круглый волновод с металлическими диафрагмами, в центре которых расположено круглое отверстие связи. Эта замедляющая система может трактоваться как разновидность гребенки или как цепочка связанных цилиндрических резонаторов, возбужденных на виде колебаний  $E_{010}$ .

Достоинствами диафрагмированного волновода являются жесткость, высокая теплорассеивающая способность и достаточно высокое сопротивление связи при малых значениях коэффициента замедления. Благодаря этому эта система широко используется в современных линейных электронных ускорителях, где требуемый коэффициент замедления приближается к единице. Отверстия связи, имеющиеся в центре, служат одновременно для пропускания ускоряемого электронного потока.

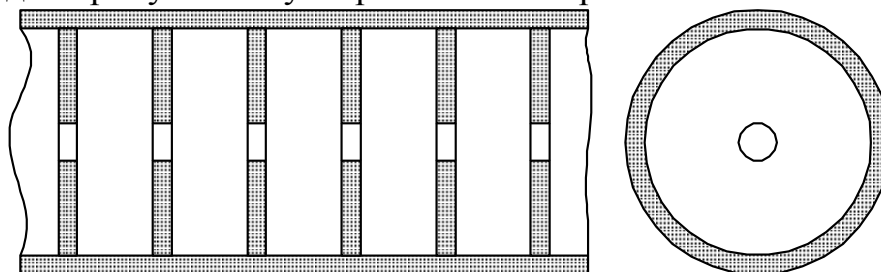


Рис. 11

Замедляющие системы могут быть **свернуты в замкнутое кольцо**, на рис. 12 приведен пример кольца из обычной щелевой гребенки. Гладкая поверхность при этом оказывается свернутой в металлический цилиндр, соосный наружному цилиндру, имеющему щели.

Устройство, изображенное на рис. 12, имеют сходство с волноводными резонаторами. Если в кольцевом резонаторе отсутствуют внутренние неоднородности, то в зависимости от способа возбуждения в нем может устанавливаться как чисто бегущая, так и стоячая волна. Условием резонанса в данном случае является целое число замедленных волн, укладываемых по окружности замедляющей системы. Кольцевая замедляющая система может рассматриваться также как сложный полый резонатор.

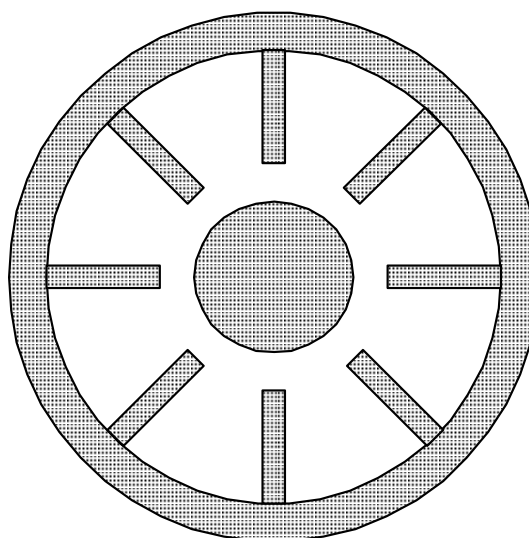


Рис. 12

Основной областью применения кольцевых замедляющих систем являются электронные приборы магнетронного типа. Гладкий внутренний

цилиндр может, играть роль катода или не эмитирующего отрицательного электрода.

**Выводы:**

- \* в непрерывной замедляющей системе типа спираль распространяются медленные волны малой мощности с широкой полосой частот;
- \* в периодических замедляющих системах (гребенка, встречные штыри, диафрагмированный волновод, магнетрон) распространяются медленные волны большой мощности с узкой полосой частот.