

ЛЕКЦИЯ №5 «ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СТРУКТУРЫ»

Поверхностными называют волны, распространяющиеся вдоль так называемых замедляющих структур (линий передачи поверхностных волн). Фазовая скорость этих волн меньше скорости света. Существует большое число разнообразных видов линий передачи поверхностных волн; наибольшее распространение получили диэлектрическая пластина, Н-образная металлодиэлектрическая линия передачи, диэлектрический стержень, гребенчатая структура, диафрагмированный волновод и спираль.

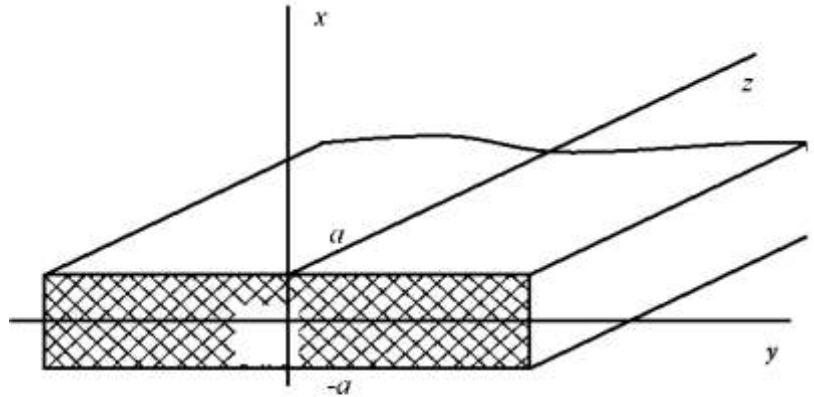


Рис. 8.1

Диэлектрическая пластина

Бесконечная диэлектрическая пластина (рис. 8.1) является простейшей замедляющей структурой. Вдоль нее могут распространяться волны типов Е и Н.

Поле волны типа Е описывается уравнением Гельмгольца. Имеются следующие выражения для составляющих векторов поля:

вне пластины ($|x| > a$):

$$\begin{aligned}\dot{H}_{y1} &= j\omega\varepsilon_a p C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{x1} &= jhp C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{z1} &= p^2 C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{x1} &= \dot{H}_{z1} = \dot{E}_{y1} = 0.\end{aligned}\tag{8.1}$$

где p — поперечное волновое число в воздухе, причем

$$p^2 = h^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0\tag{8.2}$$

внутри пластины ($|x| < a$):

$$\begin{aligned}\dot{H}_{y2} &= j\omega\varepsilon_a g (A \sin gx - B \cos gx) e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{x2} &= jhg (A \sin gx - B \cos gx) e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{z2} &= g^2 (A \sin gx - B \cos gx) e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{x2} &= \dot{H}_{z2} = \dot{E}_{y2} = 0.\end{aligned}\tag{8.3}$$

где g — поперечное волновое число в диэлектрике:

$$g^2 = \omega^2 \varepsilon_a \mu_0 - h^2 \quad (8.4)$$

(ε_a — диэлектрическая проницаемость пластины).

На границах раздела воздуха и диэлектрика $x = a$ и $x = -a$ тангенциальные составляющие поля должны удовлетворять граничным условиям:

$$\dot{E}_{z1} = \dot{E}_{z2}, \quad \dot{H}_{y1} = \dot{H}_{y2}. \quad (8.5)$$

Все типы волн диэлектрической пластины можно разбить на две группы: *четные волны* E_1, E_3, E_5, \dots , для которых $\mathbf{A} = 0, \mathbf{B} \neq 0$ и поперечные составляющие поля описываются четными функциями координаты x ; *нечетные волны* E_2, E_4, E_6, \dots , для которых $\mathbf{A} \neq 0, \mathbf{B} = 0$ и поперечные составляющие поля описываются нечетными функциями координаты x .

Подставляя выражения (8.1) и (8.3) в граничные условия (8.5), получим характеристические уравнения:

для четных волн

$$pa = \frac{1}{\varepsilon} ga \operatorname{tg} ga, \quad (8.6)$$

для нечетных волн

$$pa = -\frac{1}{\varepsilon} ga \operatorname{ctg} ga, \quad (8.7)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость пластины. Кроме того, волновые числа p и g удовлетворяют соотношению

$$(pa)^2 + (ga)^2 = (\beta a)^2 (\varepsilon - 1) \quad (8.8)$$

Анализ волн типа Н производят аналогично. Решая уравнение Гельмгольца для составляющей \mathbf{H}_z , получим выражения для составляющих векторов поля:

вне пластины

$$\begin{aligned} \dot{E}_{y1} &= -j\omega\mu_0 p C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{x1} &= jhp C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{z1} &= p^2 C e^{-px} e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{x1} &= \dot{E}_{z1} = \dot{H}_{y1} = 0. \end{aligned} \quad (8.9)$$

внутри пластины

$$\begin{aligned} \dot{E}_{y2} &= j\omega\mu_a g (-A \sin gx + B \cos gx) e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{x2} &= jhg (A \sin gx - B \cos gx) e^{-jhz}, \\ \dot{H}_{z2} &= g^2 (A \cos gx + B \sin gx) e^{-jhz}, \\ \dot{E}_{x2} &= \dot{E}_{z2} = \dot{H}_{y2} = 0. \end{aligned} \quad (8.10)$$

Подстановка выражений (8.9) и (8.10) в граничные условия (8.5) дает характеристические уравнения

$$pa = ga \operatorname{tg} ga \text{ — для четных волн } (H_1, H_3, \dots); \quad (8.11)$$

$$pa = -ga \operatorname{ctg} ga \text{ — для нечетных волн } (H_2, H_4, \dots). \quad (8.12)$$

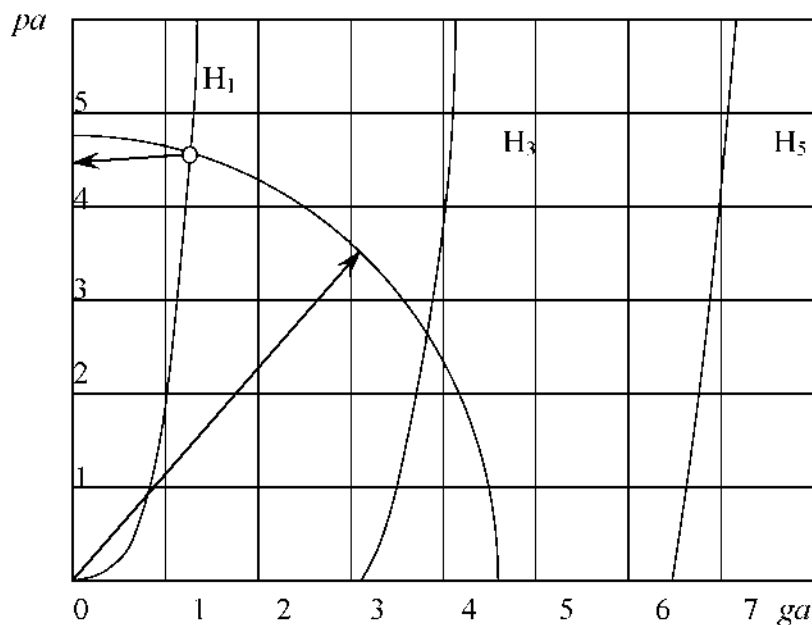


Рис. 8.2

Характеристические уравнения часто решают графически. Искомые значения pa и ga , например, для четных волн типа H находят как координаты точки пересечения кривой, определяемой уравнением (8.11), с окружностью, описываемой уравнением (8.8) (рис. 8.2). Характеристические уравнения решают и численными методами. В Приложении II приведена программа решения характеристического уравнения (8.6) методом половинного деления.

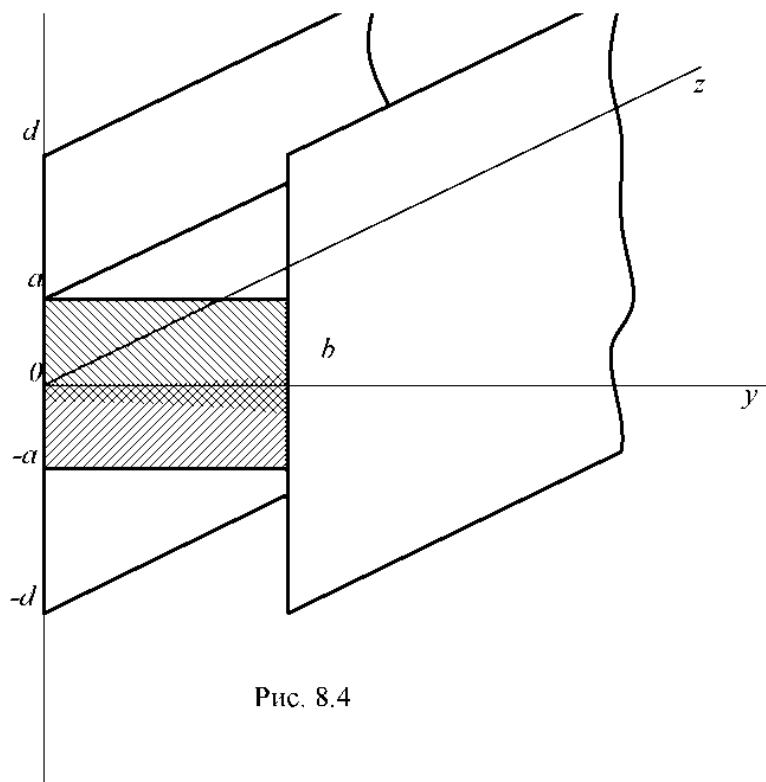


Рис. 8.4

После того как найдено решение характеристического уравнения, с помощью выражений (8.2) или (8.4) можно определить продольное волновое число h , а затем фазовую скорость и длину волны в линии.

Модификациями рассматриваемой замедляющей структуры являются:

диэлектрическая пластина на металлической подложке;

Н-образная металлодиэлектрическая линия передачи (рис. 8.4).

Поле в диэлектрической пластине на металлической подложке должно удовлетворять граничным условиям на поверхности металла. Из волн типа Е в такой структуре могут существовать только четные волны, а из волн типа Н — только нечетные.

Н-образная металлодиэлектрическая линия передачи (см. рис. 8.4) представляет собой диэлектрическую пластину, ограниченную с двух сторон металлическими плоскостями. Здесь поле должно удовлетворять граничным условиям на поверхности металлических пластин:

$$E_x = \left|_{y=0}^{y=b} = 0, \quad E_z = \left|_{y=0}^{y=b} = 0. \quad (8.13)$$

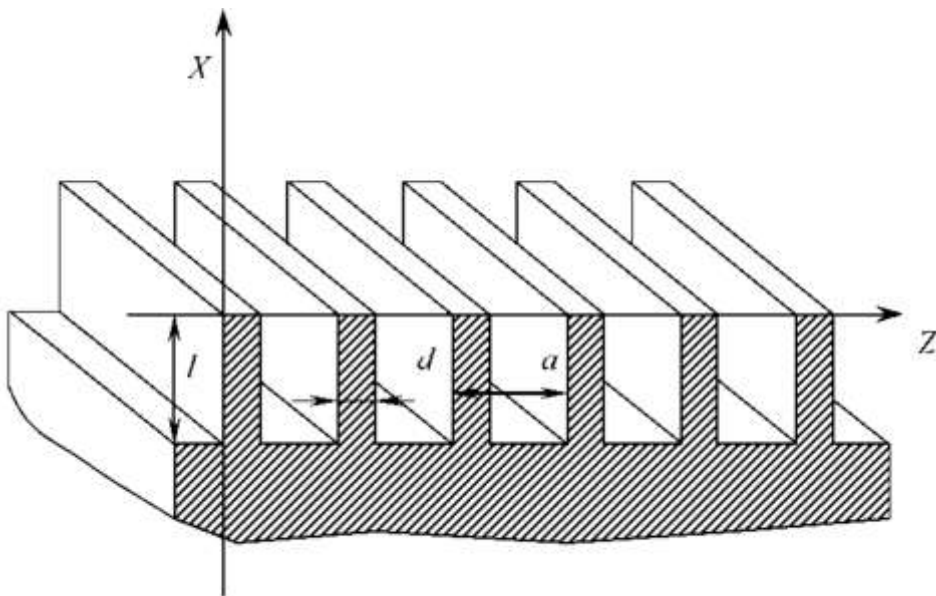


Рис. 8.5

Основной волной Н-образной линии передачи является волна магнитного типа H_{10} , вектор E которой имеет единственную составляющую, причем все составляющие векторов поля не зависят от координаты y . Эта волна полностью аналогична основной волне магнитного типа диэлектрической

пластины; в частности, она имеет такую же фазовую скорость, как и волна типа H_1 диэлектрической пластины.

Все остальные типы волн Н-образной линии передачи имеют одну или несколько вариаций вдоль оси y . Характеристические уравнения для этих типов волн оказываются более сложными.

Гребенчатая структура

Гребенчатая замедляющая структура, или гребенка, представлена на рис. 8.5. Рассмотрим распространение поверхностных электромагнитных волн вдоль такой структуры в направлении координаты z .

Строгий анализ волн в гребенке достаточно сложен; ограничимся приближенным решением, предполагая, что шаг a гребенки мал по сравнению с длиной волны, а толщина

зуба d значительно меньше величины шага.

Поле поверхностной волны над гребенкой имеет экспоненциально убывающий характер:

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= jhpAe^{-px}e^{-jhz}, \\ \dot{H}_y &= j\omega\varepsilon_0pAe^{-px}e^{-jhz}, \\ \dot{E}_z &= p^2Ae^{-px}e^{-jhz}, \\ \dot{H}_x &= \dot{H}_z = \dot{E}_y = 0.\end{aligned}\quad (8.14)$$

Пазы гребенки можно рассматривать как закороченные на концах отрезки плоского волновода длиной l . Поле в пазах имеет две составляющие:

$$\begin{aligned}\dot{E}_z &= B \sin \beta(x - l), \\ \dot{H}_y &= j \frac{B}{Z_0} \cos \beta(x - l).\end{aligned}\quad (8.15)$$

При выводе характеристического уравнения обычно пользуются понятием *поверхностного импеданса*:

$$Z = \dot{E}_z / \dot{H}_y.$$

Приравнявая импедансы поля над гребенкой и поля в пазах в плоскости $x = 0$, получим характеристическое уравнение вида

$$p = \beta \operatorname{tg} \beta l. \quad (8.16)$$

Для существования поверхностной волны необходимо, чтобы выполнялось условие $p > 0$. Это возможно, например, при $\beta l < \pi/2$ или $l < \lambda_0/4$.

На основании уравнения (8.16) можно найти выражение для коэффициента замедления

$$v_{\phi}/c = \cos \beta l.$$

Металлическая спираль

Спираль представляет собой проводник, навитый на круглый цилиндр радиусом a с постоянным

шагом d (рис. 8.6). Если диаметр провода мал по сравнению с диаметром спирали, то ее можно приближенно рассматривать как анизотропный цилиндр, проводимость которого бесконечна в направлении витков спирали и равна нулю в перпендикулярном направлении. Для симметричных волн, когда поле не зависит от угла ϕ , продольные составляющие E_z и H_z изменяются пропорционально цилиндрическим функциям $I_0(pr)$ внутри спирали и $K_0(pr)$

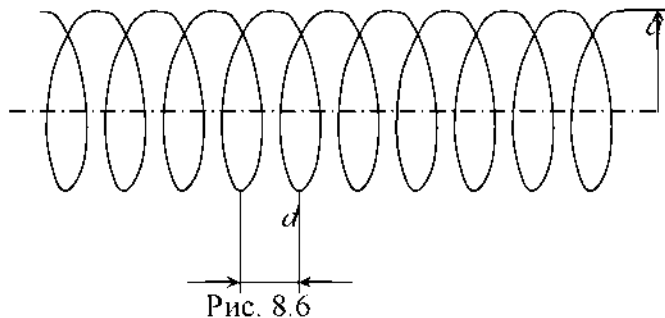


Рис. 8.6

вне спирали. Поперечные составляющие поля описываются производными $I'_o(pr)$ и $K'_o(pr)$.

При подстановке составляющих векторов поля в граничные условия получается характеристическое уравнение

$$p = \frac{\beta}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{K_1(pa)I_1(pa)}{K_0(pa)I_0(pa)}}, \quad (8.17)$$

где $\operatorname{tg} \alpha = d/2\pi a$ — тангенс угла наклона витков спирали.

При $pa \gg 1$, что соответствует малым углам намотки спирали, подкоренное выражение в (8.17) близко к единице и характеристическое уравнение значительно упрощается:

$$p \approx \beta \operatorname{ctg} \alpha. \quad (8.18)$$

Таким образом,

$$v_\phi / c \approx \sin \alpha. \quad (8.19)$$

Чтобы найти более точное решение характеристического уравнения (8.17), значение p , вычисленное по формуле (8.18), следует подставить в правую часть уравнения (8.17). Полученное при этом уточненное значение p можно снова подставить в уравнение (8.17) и т. д. до тех пор, пока результаты не будут различаться на достаточно малую величину.