Тема 2. Электромагнитные волны в направляющих системах

Лекция 13. Энергетические характеристики волноводов

1. Предельная и допустимая рабочая мощность, и их зависимость от режимов работы волновода. Способы повышения электрической прочности волноводов

К основным энергетическим характеристикам волновода относятся: предельная и допустимая рабочая мощность, коэффициент затухания, затухание и коэффициент полезного действия. Рассмотрим каждую из них.

Мощность, передаваемая по волноводу, определяется амплитудами напряженностей электрического и магнитного полей. Согласно теореме Умова-Пойнтинга:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S} \left[\vec{E} \times \vec{H}^{*} \right]_{\mathcal{Z}} ds, \tag{1}$$

где \vec{H}^* - комплексно сопряженная амплитуда напряженности магнитного поля.

Применим это выражение к волноводу прямоугольного сечения, для чего векторы \vec{E} и \vec{H} нужно разложить по ортам прямоугольной системы координат и подставить в уравнение (1). При этом нужно учесть, что в переносе энергии по волноводу участвуют только поперечные составляющие поля. В результате получим

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{0}^{ab} \left(E_x H_y^* - E_y H_x^* \right) dx dy.$$
 (2)

В качестве примера найдем мощность, передаваемую волной по прямоугольному волноводу. Для этого вначале подставим E_x , E_y , H_x и H_y из системы уравнений для составляющих поля волны типа H_{10} в выражение (2) и получим

$$E_{y} = -D\omega \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right),$$

$$H_{x} = D\frac{\beta}{\mu_{a}} \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

$$H_{y} = E_{x} = 0$$

Подставив эти уравнения в формулу (2), получим

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{00}^{ab} D^2 \frac{\omega \beta}{\mu_a} \frac{\pi^2}{a^2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{a}x\right) dx dy = D^2 \frac{\pi^2}{4} \frac{b}{a} \frac{\omega \beta}{\mu_a}.$$
 (3)

Из этого выражения найдем постоянную интегрирования D, характеризующую амплитуду электромагнитного поля

$$D = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{b} \frac{\mu_a}{\omega \beta} P}.$$
 (4)

Используя найденную константу, теперь можно получить окончательные выражения для нахождения всех составляющих напряженностей поля в прямоугольном волноводе, в том числе и для волны типа H_{10} . Например,

$$E_{y} = -D\frac{\omega\pi}{a}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) = -E_{m}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right),\tag{5}$$

где

$$E_m = D \frac{\omega \pi}{a} = 2 \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{\beta} \frac{P}{ab}}$$
.

В случае вакуумного заполнения волновода амплитуда напряженности электрического поля вычисляется по формуле

$$E_{m} = 2\sqrt{\frac{P}{ab}} \frac{\sqrt[4]{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}}{\sqrt[4]{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^{2}}}.$$
 (6)

Третий сомножитель формулы - корень квадратный из волнового сопротивления волновода $\sqrt{Z_{c H}}$. С учетом этого выражение (6) приобретает вид

$$E_m = 2\sqrt{\frac{PZ_{cH}}{ab}}.$$

Решив его относительно Р, найдем мощность, передаваемую по волноводу:

$$P = \frac{1}{4} \frac{E_m^2}{Z_{CH}} ab. \tag{7}$$

Из полученного выражения видно, что мощность, передаваемая по волноводу, пропорциональна квадрату напряженности электрического поля и размерам поперечного сечения.

Поскольку размеры a и b рассчитываются, исходя из необходимости существования в волноводе только волны основного типа, мощность определяется, в основном, квадратом напряженности электрического поля.

В свою очередь, напряженность *E* нельзя увеличивать бесконечно, поскольку при достижении некоторого предельного значения наступит электрический пробой волновода. Он происходит в области наибольшей напряженности электрического поля. Пробой, при давлении близком к атмосферному, имеет вид искрового разряда и обычно сопровождается сильным звуковым хлопком и выделением тепловой энергии, что приводит к плавлению волновода. В случае понижения давления пробой сходен с тлеющим разрядом.

Предельной называется наибольшая мощность, которая передается по волноводу без электрического пробоя.

Предельная напряженность электрического поля E_{nped} , при котором в сухом воздухе наступает пробой, составляет в диапазоне сантиметровых волн 30 кВ/см. Тогда

$$P_{npe\partial} = \frac{1}{4} \frac{E_{npe\partial}^2}{Z_{CH}} ab. \tag{8}$$

Для воздушного наполнения

$$Z_{cH} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2}}.$$
 (9)

Если в выражение (9) подставить формулу (8) и числовые значения E_{nped} и Z_0 получим

$$(P_{npeo})_{H_{10}} = \frac{E_{npeo}^2}{4Z_0} ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2} = 597ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2}. \quad (10)$$

В этом выражении числовой коэффициент выбран таким образом, что P_{nped} получается в киловаттах, если размеры a и b подставить в сантиметрах.

Точно также получаются выражения для определения различных типов волн в различных волноводах. Для круглого волновода:

$$(P_{npeo})_{H_{11}} = 1790 R^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2};$$
 (11)

$$(P_{npeo})_{H_{01}} = 1805 R^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}}\right)^2} .$$
 (12)

Для коаксиального волновода:

$$\left(P_{npeo}\right)_{TEM} = 1870 d^2 \ln\left(\frac{D}{d}\right).$$
(13)

Полученные формулы не учитывают возможных неоднородностей, приводящих к локальному повышению $\boldsymbol{E_m}$ и облегчающих наступление пробоя.

При возникновении стоячей волны P_{nped} оказывается меньше расчетной, так как в результате интерференции падающей и отраженной волн величина E_m практически удваивается, что снижает электрическую прочность волновода.

Поскольку на практике наиболее распространенным режимом является режим смешанных волн, допустимая рабочая мощность, передаваемая по волноводу, принимается с необходимым запасом и составляет 20-30% от рассчитанной предельной мощности.

Выясним, как зависит передаваемая по волноводу мощность от режима его работы? Для этого рассмотрим режим смешанных волн, когда присутствуют падающая и отраженная волны.

$$P = P_{na\partial} - P_{omp} = \left(\frac{E_{m \, na\partial}^2}{4Z_{cH}} - \frac{E_{m \, omp}^2}{4Z_{cH}}\right) ab = \left(E_{m \, na\partial}^2 - E_{m \, omp}^2\right) \frac{ab}{4Z_{cH}}. \quad (14)$$

Выражение в скобках представим в виде

$$\left(E_{m \, na\partial}^2 - E_{m \, omp}^2\right) = \left(E_{m \, na\partial} + E_{m \, omp}\right) \left(E_{m \, na\partial} - E_{m \, omp}\right) = E_{\text{макс}} E_{\text{мин}}.$$

и подставим в уравнение (14)

$$P = \frac{E_{\text{макс}} E_{\text{мин}}}{4Z_{ch}} ab.$$

Умножив числитель и знаменатель на $E_{\textit{макс}}$, и учитывая, что

$$K_c = \frac{E_{\text{макс}}}{E_{\text{мин}}},$$

получим

$$P = \frac{E_{\text{макс}}^2}{4Z_c K_c} ab. \tag{15}$$

Из уравнения (15) следует, что в режиме бегущей волны ($K_c=1$) передаваемая мощность принимает максимальное значение.

При стоячей волне передача мощности не происходит $K_c = \infty$, P = 0.

Для прямоугольного волновода МЭК-100 с размерами сечения 22,86x10,16 мм при длине волны $\lambda=3,2$ см предельная мощность составляет

$$(P_{npeo})_{H_{10}} = 987 \text{ kBt}.$$

В современных РЛС передаваемые мощности составляют несколько мегаватт, поэтому возникает необходимость повышения электрической прочности волноводов.

Рассмотрим некоторые из них.

- 1. Из формулы (15) следует, что с увеличением размеров поперечного сечения волновода предельная мощность увеличивается, однако возникают высшие типы волн. Поэтому данный способ на практике не применяется.
- 2. Введение в волновод диэлектриков, у которых E_{nped} выше, чем у воздуха, позволяет существенно повысить электрическую прочность. Но это, в свою очередь, приводит к ряду негативных явлений:
 - а) сильному нагреву диэлектрика за счет диэлектрических потерь;
- б) возникновению опасности пробоя при наличии зазоров между металлом и диэлектриком;
- в) трудности согласования температурных коэффициентов расширения диэлектрика и металла.

Исходя из этого, твердые диэлектрики для наполнения волноводов применяют в исключительных случаях.

Использование жидких диэлектриков имеет ряд достоинств, заключающихся в идеальном заполнении и хорошем охлаждении волновода. Однако при этом имеются и недостатки, связанные с устранением течей в местах соединений волноводов и наличием пороговых напряженностей, при которых резко возрастают потери.

Применение газообразных диэлектриков, например, эле газа (SF_6 - шести фтористой серы) позволяет увеличивать E_{nped} в три раза, а P_{nped} - приблизительно на порядок.

Этот способ достаточно часто используется в современных радиолокационных станциях. Единственный недостаток его заключается в необходимости всегда иметь запас газа.

Наполнение волноводной системы сжатым воздухом позволяет повысить $P_{npe\theta}$. В частности, если увеличить давление до трех атмосфер, предельная мощность возрастет в пять раз, при повышении давления в четыре раза - $P_{npe\theta}$ увеличивается в восемь раз.

Достоинство последнего способа заключается в простоте, поскольку избыточное давление можно создать с помощью компрессора, входящего в состав аппаратуры РЛС.

К недостаткам следует отнести необходимость увеличения механической прочности стенок волновода.

Выводы:

- 1.) Предельная мощность, передаваемая по волноводу, возрастает при увеличении размеров волновода и уменьшается с увеличением длины волны.
- 2.) Применение газообразных диэлектриков позволяет увеличивать E_{nped} в три раза, а P_{nped} приблизительно на порядок.

2. Учет потерь энергии в стенках волновода

При передаче энергии по волноводу имеют место потери мощности за счет конечного сопротивления металла, из которого он изготовлен. Потерями в диэлектрике (в воздухе) можно пренебречь ввиду их малости.

Теоретически строго определить потери в волноводах трудно в связи с необходимостью учета новых граничных условий. По этой причине обычно пользуются приближенным методом оценки потерь, сущность которого состоит в следующем:

- 1) отыскивается решение краевой задачи (получаются уравнения поля и находятся величины токов в стенках) без учета потерь;
- 2) делается предположение, что потери не изменяют структуру поля и величин токов в стенках волноводов;
- 3) используя токи, найденные в предположении об отсутствии потерь, вычисляются джоулевы потери при конечной проводимости стенок.

Учитывая высокую проводимость стенок реальных волноводов (медь, серебро, алюминий), структуру поля приближенно считают такой же, как и в случае идеально проводящих стенок. Реально в волноводах появляется весьма малая касательная составляющая \vec{E} вектора и нормальная составляющая вектора \vec{H} на поверхности стенок.

За счет протекания токов в стенках волновода тепловые потери будут иметь место. Но на расстоянии длины волны в волноводе они будут незначительными по сравнению с передаваемой мощностью, поэтому можно считать, что структура поля практически остается неизменной в сравнении с идеальным волноводом.

Доказательство сходимости результатов при сделанных предположениях впервые проведено С.М.Рытовым в 1940 году.

При наличии потерь $\gamma = \beta - i\alpha$ напряженность электрического поля в волноводе изменяется по закону:

$$\vec{E} = \vec{E}e^{-\alpha z}e^{i(\omega t - \beta z)}.$$
(16)

Найдем коэффициент затухания α , руководствуясь следующими соображениями. При длине волновода, равной одному метру, напряженность поля уменьшается в e^{α} раз, а мощность, пропорциональная квадрату напряженности, уменьшается в $e^{2\alpha}$ раз. Следовательно, мощность, поглощаемая в стенках на единице длины волновода, равна

$$P_{nom1} = P(1 - e^{-2\alpha}),$$

где P_{nom1} - мощность потерь в волноводе единичной длины;

 ${\it P}$ - мощность, поступающая на вход волновода.

Отсюда

$$e^{-2\alpha} = 1 - \frac{P_{nom1}}{P}.$$

Обычно потери в волноводе невелики и можно допустить, что

$$\frac{P_{nom1}}{P}\langle\langle 1.$$

Раскладывая $e^{2\alpha}$ в ряд по малому параметру и используя два первых члена разложения, получим

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{P_{nom1}}{P}.$$
 (17)

Таким образом, вычислив P_{nom1} , рассеиваемую в стенках волновода при длине 1 метр, и P по известной формуле:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{s} \left[\vec{E} \times \vec{H}^{*} \right] ds, \tag{18}$$

можно определить α .

Рассмотрим участок стенки волновода (рис. 1). Найдем **активное сопротивление слоя** единичной длины шириной dl и толщиной δ (δ -глубина проникновения токов в металл).

$$R_{S} = \frac{1}{\sigma_{cm}} \frac{1}{\delta \ dl},\tag{19}$$

где R_s - активное сопротивление слоя;

 σ_{cm} - удельная проводимость стенок.

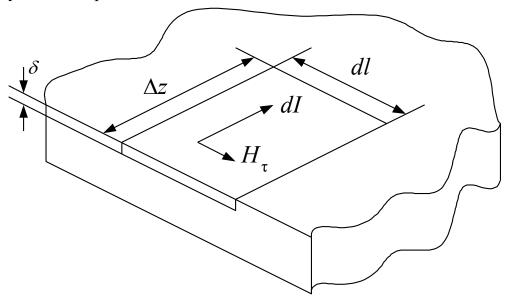


Рис. 1

Найдем мощность потерь в рассматриваемом элементе стенки при амплитуде тока dI.

$$dP_{nom1} = \frac{1}{2} \frac{(dI)^2}{\sigma_{cm} \delta dl},$$

$$dP_{nom1} = \frac{1}{2} dI^2 R_s.$$
(20)

Величина dI связана с плотностью поверхностного тока соотношением

$$dI = |j_{noe}| dl$$
.

Переходя от dI к плотности поверхностного тока и интегрируя выражение (19) по периметру волновода при длине, равной I m, получим

$$P_{nom1} = \oint \frac{1}{2} \frac{\left[\left| j_{noe} \right| dl \right]^2}{\sigma_{cm} \delta dl} = \frac{1}{2} R_{noe} \oint \left| j_{noe} \right|^2 dl,$$

где

$$R_{s} = \frac{1}{\sigma_{cm}\delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{cm}\mu_{0}}{2\sigma_{cm}}}.$$

Это выражение получено с учетом уравнения поверхностного эффекта:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_{cm} \mu_0 \sigma_{cm}}}.$$

Плотность поверхностного тока численно равна касательной составляющей напряженности магнитного поля $\vec{H}_{ au}$ у поверхности стенки волновода:

$$|j_{noe}| = |\vec{H}_{\tau}|.$$

С учетом этого равенства получим

$$P_{nom1} = \frac{1}{2} R_{noe} \oint \left| H_{\tau} \right|^2 dl. \tag{21}$$

Величина H_{τ} определяется из уравнений составляющих поля рассматриваемого типа волны.

Полученные выражения (21) и (18) подставим в уравнение (17). В результате получим формулу для вычисления коэффициента затухания в волноводе

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} R_{nos} \oint \left| \vec{H}_{\tau} \right|^{2} dl}{\frac{1}{2} \text{Re} \iint_{S} \left[\vec{E} \times \vec{H}^{*} \right] ds}.$$
 (22)

Выводы:

- 1.) Коэффициент затухания зависит от частоты СВЧ колебаний, от удельной проводимости стенки волновода, от структуры поверхностных токов, от неровности стенок.
- 2.) Коэффициент затухания не зависит от мощности.

3. Единицы измерения потерь энергии в волноводах. Потери в волноводах прямоугольного и круглого сечений

При инженерных расчетах не всегда удобно пользоваться коэффициентом затухания, поэтому применяют другой параметр - затухание. Пусть в волноводе распространяется волна, характеризуемая величинами $E_{\epsilon x}$, $P_{\epsilon x}$ на входе, и $E_{\epsilon b i x}$, $P_{\epsilon b i x}$ на выходе. Они связаны между собой соотношениями:

$$\left| E_{\text{ess}} \right| = \left| E_{\text{ex}} \right| e^{-\alpha z}; \tag{23}$$

$$P_{\text{Bblx}} = P_{\text{ex}} e^{-2\alpha z}. \tag{24}$$

Исходя из этих выражений, определим затухание следующим образом:

$$L = \lg \frac{P_{ex}}{P_{ebix}} [E].$$

При потерях в 1 бел (Б) мощность на выходе линии по сравнению с входом уменьшится в 10 раз. Эта единица измерения крупная, поэтому вводят другую, в 10 раз меньшую - децибел (дБ).

$$L=10 \lg \frac{P_{ex}}{P_{eblx}} = 20 \lg \frac{|E_{ex}|}{|E_{eblx}|} = 10 \lg e^{2\alpha z} \left[\partial E \right]. \tag{25}$$

Затухание связано с **коэффициентом затухания** приближенной зависимостью:

$$L=8.68\alpha z \left[\partial B\right],\tag{26}$$

где z - длина линии.

В последнем выражении коэффициент затухания α должен выражаться в $\partial E/M$, в то время как в уравнении (22) в 1/M.

Необходимо помнить следующие соотношения:

 $3 \partial E$ соответствует изменению в 2 раза,

 $6 \ \partial E$ " в 4 раза, 10 ∂E " в 10 раз, 20 ∂E " в 100 раз и т. д.

С помощью выражения (25) можно получить формулы для расчета коэффициентов затухания в различных волноводах. Для этого необходимо в указанное выражение подставить уравнения для составляющих поля соответствующего типа волны.

Например, для прямоугольного волновода, в котором распространяется волна основного типа, коэффициент затухания рассчитывается с помощью выражения

$$\left|\alpha\right|_{H_{10}} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\mu_{cm}\varepsilon\varepsilon_{0}}{2\sigma_{cm}\mu}}}{b\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}}} \left[1-2\frac{b}{a}\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}\right].$$

На практике волноводы изготавливают из неферромагнитного материала (μ =1). В этом случае ε = μ =1, а ($\lambda_{\kappa p}$) $_{H10}$ =2a. Уравнение для расчета (α) $_{H10}$ примет вид

$$\left|\alpha\right|_{H_{10}} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_0}{2\sigma_{cm}}}}{b\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \left[1-2\frac{b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right]; \tag{27}$$

для типа H_{mn} в прямоугольном волноводе (n≥1)

$$\alpha_{\rm M} = \frac{2R_{\rm S}}{Z_0 b \sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{2\lambda_{\rm KP}})^2}} \left\{ \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(\frac{\lambda_0}{2\lambda_{\rm KP}}\right)^2 + (1 - (\frac{\lambda_0}{2\lambda_{\rm KP}})^2) \frac{\frac{b}{a} (\frac{b}{a} n^2 + m^2)}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2} \right\},$$

для волн типа E_{mn} в прямоугольном волноводе

$$\alpha_{\rm M} = \frac{2R_{\rm S}\left(\left(\frac{b}{a}\right)^3n^2 + m^2\right)}{Z_0b\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{2\lambda_{\rm KP}}\right)^2\left(\frac{b^2n^2}{a^2} + m^2\right)}}, \label{eq:amu}$$

Для круглых волноводов из немагнитного металла, в которых распространяются волны H_{II} и H_{0I} , в случае $\varepsilon = \mu = 1$:

$$\left|\alpha\right|_{H_{11}} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_0}{2\sigma_{cm}}}}{R\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2}} \left[0.42 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2\right]; \tag{28}$$

$$\left|\alpha\right|_{H_{01}} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_{0}}{2\sigma_{cm}}}}{R\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}}} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2},\tag{29}$$

где σ_{cm} - удельная объемная проводимость материала стенок.

Расчетные формулы получены в предположении, что волновод имеет воздушное заполнение. Если волновод заполнен диэлектриком, то в эти формулы вместо λ_0 следует подставлять значение длины волны в диэлектрике λ_0 / $\sqrt{\varepsilon}$.

Для расчета коэффициента ослабления за счет потерь в диэлектрике вместо ε следует подставить комплексную проницаемость диэлектрика $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon (1 - i \operatorname{tg} \delta_3)$

В результате получим
$$\alpha_{\text{Д}} = Im \left[\sqrt{\beta^2 \varepsilon \left(1 \, - \, j \, \text{tg} \, \delta_{\text{9}} \right) - g^2} \right].$$

При условии $\operatorname{tg} \delta_{\mathfrak{I}} \ll 1$ формула может быть упрощена:

$$lpha_{
m II}pprox rac{eta^2arepsilon \, {
m tg}\, \delta_{
m 3}}{2h},$$
 $lpha_{
m II}pprox rac{2h}{\piarepsilon \, {
m tg}\, \delta_{
m 3}},$
 $\lambda_0\sqrt{1-rac{1}{arepsilon}(rac{\lambda_0}{\lambda_{
m kp}})^2},$
 $lpha_{
m II}=2\pi/\lambda_{
m II}$

где $\beta=2\pi/\lambda_0;$ $g=2\pi/\dot{\lambda_{\rm kp}}$ — поперечное волновое число, продольное волновое число $h=\sqrt{\beta^2\varepsilon-g^2}.$

Величина коэффициента затухания, вычисленная с использованием формул (27 - 29), составляет для медных волноводов в диапазоне дециметровых волн $0,005 - 0,015 \ \partial E/M$, в сантиметровом диапазоне - $0,015 - 0,6 \ \partial E/M$, в миллиметровом диапазоне волн $-0,6-10 \ \partial E/M$.

Из этого сравнения следует, что наименьшими потерями обладают волноводы в дециметровом диапазоне, но при этом размеры поперечного сечения и их масса весьма велики.

Для сравнения, коэффициент затухания в коаксиальном волноводе РК-75 с полиэтиленовым наполнением в дециметровом диапазоне составляет 0,8 дБ/м.

Проведенное сравнение позволяет сделать вывод о том, что полый волновод обладает меньшими потерями, чем коаксиальный, но последний имеет меньшие габариты.

Затухание существенно зависит от неровности стенок. Поэтому они обрабатываются по 8-10 классу чистоты поверхности.

Изученные волноводные линии передачи СВЧ-энергии являются основными элементами высокочастотной части РЛС. На их основе создаются различные устройства, с помощью которых над сигналами производятся алгебраические и логические операции.

Волноводы и устройства, созданные на их основе, обладают существенным недостатком - они имеют большие габариты и массу. Для построения малогабаритной аппаратуры в настоящее время стали применяться полосковые волноводы.

Выводы:

- 1.) Наименьшими потерями обладают волноводы в дециметровом диапазоне, но при этом размеры поперечного сечения и их масса весьма велики.
- 2.) Затухание существенно зависит от неровности стенок. Поэтому они обрабатываются по 8-10 классу чистоты поверхности.