ЛЕКЦИЯ №3 «ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН»

При распространении плоской электромагнитной волны в пространстве, представляющем собой области с различным значением параметров $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{a}}$, $\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{a}}$, $\boldsymbol{\sigma}$ и границами раздела в виде плоскостей, возникают отраженные и преломленные волны.

Комплексные амплитуды этих волн связаны с комплексной амплитудой падающей волны *коэффициентами отражения*

$$\dot{R}_E = \dot{E}_{\text{отр}}/\dot{E}_{\text{пад}},\ \ \dot{R}_H = \dot{H}_{\text{отр}}/\dot{H}_{\text{пад}}$$

коэффициентами преломления (прохождения)

$$\dot{T}_E = \dot{E}_{\text{пр}}/\dot{E}_{\text{пад}},\ \ \dot{T}_H = \dot{H}_{\text{пр}}/\dot{H}_{\text{пад}}$$

Эти коэффициенты в каждом конкретном случае могут быть найдены на основании граничных условий на плоскостях, разделяющих среды с различными значениями электродинамических параметров.

Могут быть также введены коэффициенты отражения и преломления для среднего значения плотности потока мощности:

$$R_{\Pi} = \Pi_{\text{отр}}/\Pi_{\text{пад}},\ \ T_{\Pi} = \Pi_{\text{пр}}/\Pi_{\text{пад}}$$

Если вектор Пойнтинга падающей волны перпендикулярен границе раздела, то

$$\dot{R}_E = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \qquad (6.1)$$

$$\dot{T}_E = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \qquad (6.2)$$

где Z_{c1} — характеристическое сопротивление среды, в которой существует падающая волна.

Выражение (6.1) аналогично формуле для коэффициента отражения по напряжению в линии передачи с волновым сопротивлением Z_{c1}, нагруженной на сопротивление Z_{c2}. Эта аналогия полезна при определении коэффициентов R и T для многослойных сред. В конкретных расчетах можно использовать круговую диаграмму полных сопротивлений [12]. При наклонном падении плоской электромагнитной волны на границу раздела задача о нахождении коэффициентов отражения и преломления имеет простое решение только для сред без потерь. Поэтому приведенные соотношения можно применять только тогда, когда потери в реальных средах малы, т. е. если $tg\delta_{э} \ll 1$.

При наклонном падении направления распространения волн по отношению к границе раздела задаются углами, измеряемыми относительно нормали к этой границе. Плоскость, содержащая вектор Пойнтинга падающей волны и нормаль к границе раздела, называют *плоскостью падения.*

Из граничных условий следует, что углы падения φ, отражения φ_0 и преломления φ_n связаны законом зеркального отражения

$$\varphi = \varphi_0$$

и законом Снелля

$$\mathrm{n}_1 \sin\varphi = \mathrm{n}_2 \sin\varphi_n. \tag{6.3}$$

где индекс 1 относится к среде, содержащей падающую волну. С учетом выражения для коэффициента фазы β (6.3) можно представить в виде

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_n} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}.$$

Коэффициенты отражения R и преломления T для заданного значения угла падения зависят от ориентации векторов электромагнитного поля по отношению к плоскости падения. Если вектор E лежит в этой плоскости, то

$$R_E{}^{||} = \frac{Z_{c2}\cos\varphi_n - Z_{c1}\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\varphi_n + Z_{c1}\cos\varphi}, \tag{6.4}$$

$$T_E{}^{||} = \frac{2Z_{c2}\cos\varphi_n}{Z_{c2}\cos\varphi_n + Z_{c1}\cos\varphi}, \tag{6.5}$$

Если вектор E перпендикулярен плоскости падения, то коэффициенты отражения и преломления выражаются соотношениями

$$R_E{}^{\perp} = \frac{Z_{c2}\cos\varphi - Z_{c1}\cos\varphi_n}{Z_{c2}\cos\varphi + Z_{c1}\cos\varphi_n}, \tag{6.6}$$

$$T_E{}^{\perp} = \frac{2Z_{c2}\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\varphi + Z_{c1}\cos\varphi_n}, \tag{6.7}$$

Выражения (6.4)— (6.7) при стремлении φ к нулю переходят в (6.1) и (6.2) независимо от ориентации вектора E по отношению к плоскости падения. Это связано с тем, что при $\varphi = 0$ понятие плоскости падения теряет смысл. Для диэлектрических сред, у которых $\mu = 1$, коэффициенты R и T удобно представить в более компактной форме:

$$R_E{}^{\perp} = -\frac{\sin(\varphi-\varphi_n)}{\sin(\varphi+\varphi_n)}, \tag{6.8}$$

$$R_E{}^{||} = -\frac{\mathrm{tg}(\varphi-\varphi_n)}{\mathrm{tg}(\varphi+\varphi_n)}, \tag{6.9}$$

$$T_E{}^{\perp} = \frac{2\sin\varphi_n \cos\varphi}{\sin(\varphi+\varphi_n)}, \qquad (6.10)$$

$$T_E{}^{||} = \frac{2\sin\varphi_n \cos\varphi}{\sin(\varphi+\varphi_n)\cos(\varphi-\varphi_n)}, \qquad (6.11)$$

Во всех приведенных ранее формулах при необходимости можно исключить угол преломления φ_n используя закон (6.3).

Из формулы (6.9) следует, что при $\varphi + \varphi_n = \pi/2$ коэффициент отражения для плоских электромагнитных волн, вектор E которых лежит в плоскости паления, равен нулю, и отраженная волна на границе раздела двух немагнитных сред не возникает. Угол падения, при котором наблюдается такое явление, называют *углом Брюстера.* Значение угла Брюстера для немагнитных сред находят из соотношения

$$\mathrm{tg}\varphi_{\text{Б}} = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}, \qquad (6.12)$$

Согласно равенству (6.3) при $\varepsilon_2\mu_2 < \varepsilon_1\mu_1$ угол преломления больше угла падения, поэтому если

$$\varphi = \arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}.$$

то преломленная волна будет скользить вдоль границы раздела и в соответствии с выражениями (6.4), (6.6) коэффициенты отражения по модулю становятся равными единице. С дальнейшим увеличением угла падения модуль коэффициентов отражения остается равным единице; будет изменяться только фаза коэффициентов $R_E{}^{||}$, $R_E{}^{\perp}$. Такое явление называют *полным внутренним отражением.* Исключая из выражений (6.4), (6.6) угол преломления, можно найти, что при $\varphi \geq \varphi_{n0} = \arcsin\sqrt{\varepsilon_2\mu_2/\varepsilon_1\mu_1}$ коэффициенты отражения равны:

$$\dot{R}_E{}^{||} = -\exp\left\{2j\,\mathrm{arctg}\left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{\sqrt{\sin^2\varphi-(\varepsilon_2\mu_2/\varepsilon_1\mu_1)}}{\cos\varphi}\right]\right\}, \qquad (6.13)$$

$$\dot{R}_E{}^{\perp} = \exp\left\{2j\,\mathrm{arctg}\left[\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\sqrt{\sin^2\varphi-(\varepsilon_2\mu_2/\varepsilon_1\mu_1)}}{\cos\varphi}\right]\right\}, \qquad (6.14)$$

Коэффициенты преломления $T_E{}^{||}$ и $T_E{}^{\perp}$ при полном внутреннем отражении не равны нулю. Поле во второй среде представляет собой неоднородную плоскую волну и с учетом закона (6.3) ее можно представить в виде

$$\dot{E}_{\text{пр}} = \dot{T}\dot{E}_{\text{пад}}\exp\{\beta_1\left[z\sqrt{\sin^2\varphi-(\varepsilon_2\mu_2/\varepsilon_1\mu_1)} - jx\ \sin\varphi\right]\}, \qquad (6.15)$$

где $\dot{T}$ – коэффициент преломления, равный

$$\dot{T}_E^{\perp} = \frac{2\cos\varphi}{\frac{\mu_2}{\mu_1} - j\sqrt{\sin^2\varphi - \frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}} \frac{\mu_2}{\mu_1}, \qquad (6.16)$$

если вектор Е перпендикулярен плоскости падения, и

$$\dot{T}_E^{||} = \frac{2\cos\varphi}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - j\sqrt{\sin^2\varphi - \frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}} \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}, \qquad (6.17)$$

если вектор Е параллелен плоскости падения.

Если плоская электромагнитная волна падает под произвольным углом на границу раздела двух сред с потерями, то отраженную и преломленную волны следует считать неоднородными, поскольку плоскость равных амплитуд должна совпадать с границей раздела. Для реальных металлов угол между фазовым фронтом и плоскостью равных амплитуд мал, поэтому можно полагать, что угол преломления равен нулю. Это позволяет ввести приближенное граничное условие для реальных металлов *(граничное, условие Леонтовича)*

$$\dot{E}_\tau = Z_{\text{см}n}\left[\dot{H} 1_n\right] \text{ или } \left|\dot{E}_\tau\right| = \left|Z_{\text{см}}\dot{H}_\tau\right|, \qquad (6.18)$$

где 1_n — единичный вектор нормали к поверхности металла, направленный внутрь; $Z_{\text{см}} = \sqrt{j\mu_a\omega/\sigma}$ — характеристическое сопротивление металла; $\dot{H}_\tau$ — касательная к поверхности металла составляющая вектора напряженности магнитного поля.

В выражении (6.18) касательную составляющую вектора напряженности магнитного поля можно приближенно положить равной $\dot{H}_\tau$, вычисленной для идеального металла. Ошибка при этом будет незначительной, так как модуль коэффициента отражения близок к единице.