

Sprawozdanie 1

Lista 1

Zad 1

Sporządzić tablice liczości dla zmiennych *Temperature* oraz *Preference* biorąc pod uwagę wszystkie dane, jak również w podgrupach ze względu na zmienną *Water Softness*:

Detergent

```
Detergent.df <- data.frame(Detergent)
Detergent.df %>% group_by(Temperature) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Temperature      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 High           369
## 2 Low            639

Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Soft") %>%
  group_by(Temperature) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Temperature      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 High           104
## 2 Low            222

Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Medium") %>%
  group_by(Temperature) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Temperature      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 High           126
## 2 Low            218

Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Hard") %>%
  group_by(Temperature) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Temperature      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 High           139
## 2 Low            199
```

Preference

```
# Detergent.df %>% group_by(Preference) %>% summarise(n = sum(Freq))
Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Soft") %>%
  group_by(Preference) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Preference      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 Brand X       168
## 2 Brand M       158

Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Medium") %>%
  group_by(Preference) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Preference      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 Brand X       169
## 2 Brand M       175

Detergent.df %>% filter(Water_softness == "Hard") %>%
  group_by(Preference) %>% summarise(n = sum(Freq))

## # A tibble: 2 x 2
##   Preference      n
##   <fct>         <dbl>
## 1 Brand X       171
## 2 Brand M       167
```

Zad 2

Sporządzić tabelę wielodziedczą uwzględniającą zmienną *Temperature* i *Water Softness*:

```
ftable(Detergent, col.vars = "Temperature", row.vars = "Water_softness")

##              Temperature High Low
## Water_softness
## Soft              104 222
## Medium            126 218
## Hard              139 199

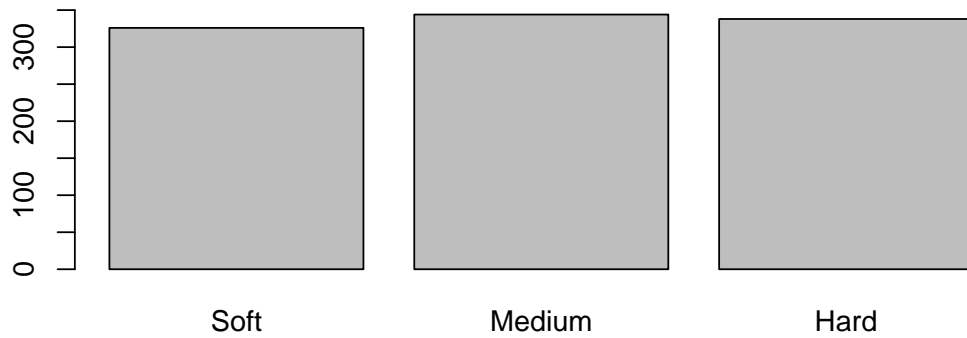
strutable(Temperature ~ Water_softness, Detergent) %>% addmargins()

##              Temperature
## Water_softness High Low Sum
##      Soft      104 222 326
##      Medium   126 218 344
##      Hard     139 199 338
##      Sum      369 639 1008
```

Zad 3

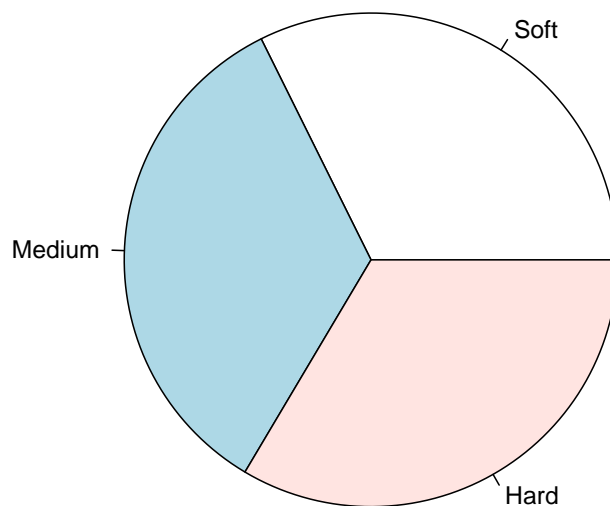
Sporządzić wykres kołowy i słupkowy dla zmiennej *Water Softness*:

```
par(mar = c(2, 2, 0.5, 1))  
A <- apply(Detergent, "Water_softness", sum)  
barplot(A,ylim=c(0,350))
```



Rysunek 1. Wykres słupkowy dla zmiennej *Water Softness*.

```
par(mar = c(0,0,0,0))  
pie(A)
```

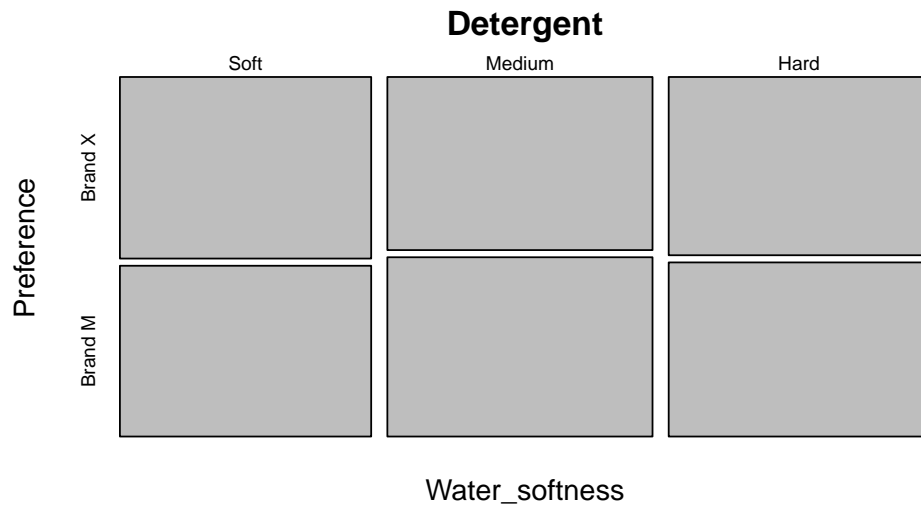


Rysunek 2. Wykresy kołowy dla zmiennej *Water Softness*.

Zad 4

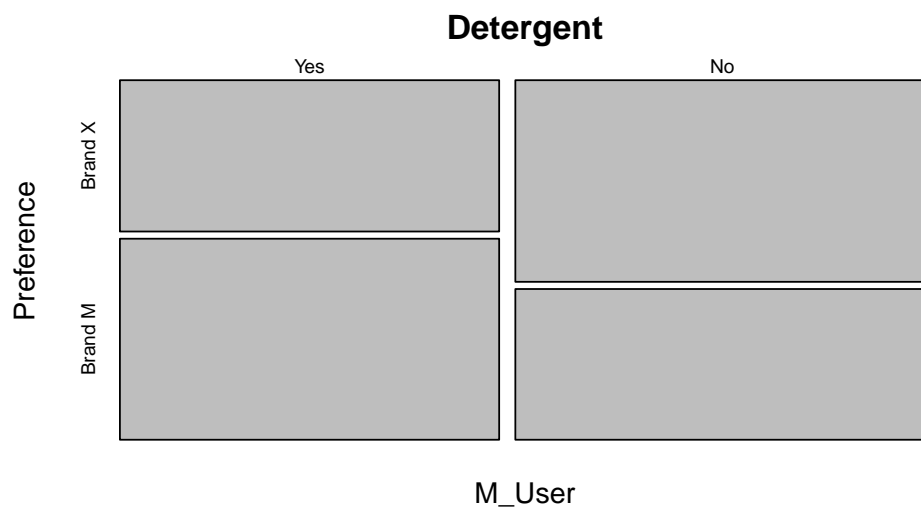
Sporządzić wykresy mozaikowe odpowiadające rozpatrywanym danym.

```
par(mar = c(2, 2, 2, 2))  
mosaicplot(~Water_softness+Preference, data = Detergent)
```



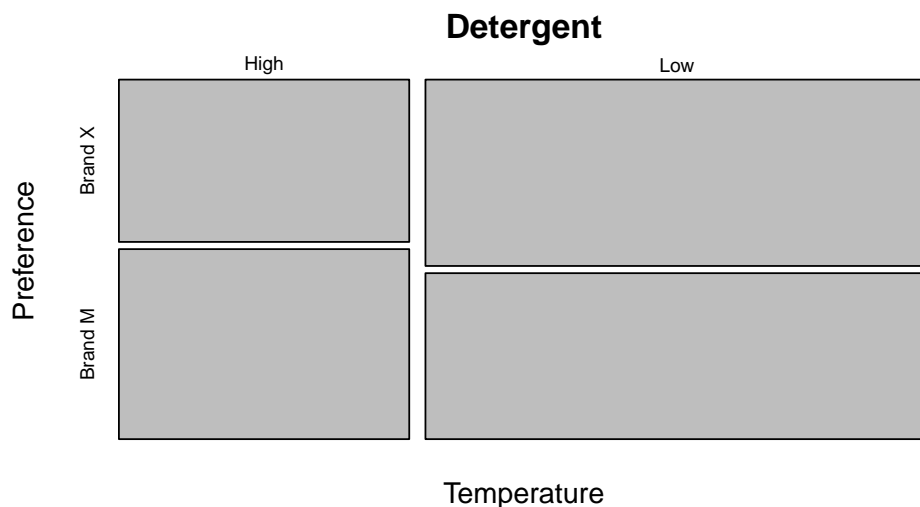
Rysunek 3. Wykres mozaikowy dla *Preference* i *Water softness*

```
par(mar = c(2, 2, 2, 2))  
mosaicplot(~M_User+Preference, data = Detergent)
```



Rysunek 4. Wykres mozaikowy dla *Preference* i *M User*.

```
par(mar = c(2, 2, 2, 2))
mosaicplot(~Temperature+Preference, data = Detergent)
```



Rysunek 5. Wykres mozaikowy dla *Preference* i *Temperature*.

Wykresy mozaikowe są bardzo proste w analizie. Wykres tworzy nam prostokąty, dzięki czemu łatwo zauważyć które kombinacje zmiennych są najliczniejsze. Wysokość takiego prostokąta odpowiada liczności zmiennej na osi OX, a szerokość odpowiada liczności zmiennej na osi OY.

Lista 2

Zad 1

Zapoznać się z funkcją *sample* (w pakiecie *stats*). Napisać fragment programu, którego celem jest wylosowanie próbki rozmiaru około 1/10 liczby przypadków danej bazy danych (pewnej hipotetycznej), ze zwracaniem oraz bez zwracania.

Będziemy korzystać z funkcji *sample*. Wylosujemy elementy z bazy danych o nazwie *mtcars*. Jest to zbiór informacji na temat specyfikacji różnych samochodów, poniżej widzimy pięć pierwszych wierszy:

```
head(mtcars,5)
```

##	mpg	cyl	disp	hp	drat	wt	qsec	vs	am	gear	carb
## Mazda RX4	21.0	6	160	110	3.90	2.620	16.46	0	1	4	4
## Mazda RX4 Wag	21.0	6	160	110	3.90	2.875	17.02	0	1	4	4
## Datsun 710	22.8	4	108	93	3.85	2.320	18.61	1	1	4	1
## Hornet 4 Drive	21.4	6	258	110	3.08	3.215	19.44	1	0	3	1
## Hornet Sportabout	18.7	8	360	175	3.15	3.440	17.02	0	0	3	2

Losowanie ze zwracaniem:

```
ind <- sample(x=nrow(mtcars),size=nrow(mtcars)/10,replace=TRUE)
```

Wylosowane indeksy:

```
ind
## [1]  8 32  4
```

Wylosowane elementy z bazy danych:

```
mtcars[ind,]
##           mpg cyl  disp  hp drat   wt  qsec vs am gear carb
## Merc 240D   24.4   4 146.7  62 3.69 3.190 20.00  1  0    4    2
## Volvo 142E  21.4   4 121.0 109 4.11 2.780 18.60  1  1    4    2
## Hornet 4 Drive 21.4   6 258.0 110 3.08 3.215 19.44  1  0    3    1
```

Losowanie bez zwracania:

```
ind <- sample(x=nrow(mtcars),size=nrow(mtcars)/10,replace=FALSE)
```

Wylosowane indeksy:

```
ind
## [1] 13 29 12
```

Wylosowane elementy z bazy danych:

```
mtcars[ind,]
##           mpg cyl  disp  hp drat   wt  qsec vs am gear carb
## Merc 450SL   17.3   8 275.8 180 3.07 3.73 17.6  0  0    3    3
## Ford Pantera L 15.8   8 351.0 264 4.22 3.17 14.5  0  1    5    4
## Merc 450SE   16.4   8 275.8 180 3.07 4.07 17.4  0  0    3    3
```

Zad 2

Zaproponować algorytm generowania liczb z rozkładu dwumianowego i udowodnić, że jest poprawny. Napisać program do generowania tych liczb zgodnie z zaproponowanym algorytmem. (W pakiecie R dostępna jest funkcja `rbinom`.)

Propozycja algorytmu:

1. Generujemy wektor zer o rozmiarze n .
2. Dla każdego elementu tego wektora losujemy u z rozkładu jednostajnego $U(0,1)$, jeśli $u \leq p$ to dodajemy 1 do tego elementu.
3. Krok 2 powtarzamy N razy.

Algorytm opisany za pomocą funkcji w R:

```
bin <- function(n,p,N){  
  X <- rep(0,N)  
  for (i in 1:N) {  
    r = sum(runif(n) < p)  
    X[i] = r  
  }  
  return(X)  
}
```

gdzie: n - rozmiar próby, p - prawdopodobieństwo sukcesu, N - ilość wywołań

Przykładowe użycie:

```
bin(10,0.4,5)  
## [1] 4 2 2 4 3
```

Sprawdzenie poprawności:

Dla zmiennej losowej $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ wiemy, że:

$$\mathbb{E}(X) = np,$$

$$\text{Var}(X) = np(1 - p),$$

Sprawdźmy zatem działanie naszej funkcji dla $n = 100$ i $p = 0.4$:

```
test <- bin(100,0.4,10000)  
mean(test)  
## [1] 39.9653  
var(test)  
## [1] 24.0527
```

Wartości teoretyczne średniej i wariancji dla takich parametrów powinny wynosić kolejno 40 i 24. Nasze wyniki są bardzo bliskie co wskazuje na poprawność metody.

Zad 3

Zaproponować algorytm generowania wektora z rozkładu wielomianowego i udowodnić, że jest poprawny. Napisać program do generowania tych wektorów zgodnie z zaproponowanym algorytmem. (W pakiecie R dostępna jest funkcja *rmultinom*.)

Propozycja algorytmu:

Chcemy generować zmienną losową z rozkładu wielomianowego o parametrach n i p , gdzie p jest wektorem wag prawdopodobieństw o długości k którego elementy sumują się do jedynki.

1. Generujemy wektor zer o długości k .
2. Generuj wektor prób o długości n , przy czym w każdej próbie mamy do czynienia z wylosowaniem jednego z k zdarzeń o poszczególnym prawdopodobieństwem.
3. Sumuj ilość występowania każdego zdarzenia i zapisz je do wektora.
4. Krok 1 i 3 powtarzamy N razy.

Algorytm opisany za pomocą funkcji w R:

```
multinom.rv <-function(n, p, N){  
  k <- length(p)  
  X <- matrix(0, nrow = k, ncol = N)  
  for (j in 1:N) {  
    ind <- sample(1:k, n, replace = TRUE, prob = p)  
    for (i in 1:n) {  
      X[ind[i],j] = 1 + X[ind[i],j]  
    }  
  }  
  return(X)  
}
```

Przykładowe użycie:

```
multinom.rv(10,c(0.2,0.3,0.5),5)  
##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]  
## [1,]    2    1    2    1    0  
## [2,]    4    3    2    2    3  
## [3,]    4    6    6    7    7
```

Sprawdzenie poprawności:

Niech zmienne losowe X_1, X_2, \dots, X_k oznaczają liczby zajść poszczególnych zdarzeń w n próbach, przy czym $X_1 + X_2 + \dots + X_k = n$. Dla zmiennej losowej $X \sim \mathcal{W}(n, \{p_1, p_2, \dots, p_k\})$ wiemy, że:

$$\mathbb{E}(X_i) = np_i.$$

$$\text{Var}(X_i) = np_i(1 - p_i).$$

Sprawdźmy zatem działanie naszej funkcji dla $n = 100$ i $p = \{0.2, 0.3, 0.5\}$:


```
test <- multinom.rv(100,c(0.2,0.3,0.5),10000)
rowMeans(test)
## [1] 19.9516 30.0532 49.9952
```

Widzimy zatem że symulowane wartości są bardzo bliskie wartości teoretycznych: 20, 30, 50.

```
rowVars(test)
## [1] 16.21688 21.32430 25.11109
```

Widzimy zatem że symulowane wartości są bardzo bliskie wartości teoretycznych: 16, 21, 25.

W obu powyższych przypadkach nasze wyniki są bardzo bliskie co wskazuje na poprawność metody.

Zad 4

Propozycja badania ankietowego

Celem badania będzie zebranie informacji na temat zorganizowanego wcześniej Webinaru wydziałowego. Będziemy chcieli dowiedzieć się jak wydarzenie zostało odebrane przez uczestników. Naszą grupą docelową stanowią oczywiście studenci, którzy brali udział w naszym Webinarze. Warunkiem przystąpienia do wydarzenia było wypełnienie formularza zgłoszeniowego, w którym studenci musieli podać adresy e-mail. Dzięki temu posiadamy adres e-mail każdego uczestnika, więc łatwo możemy wysłać im link do ankiety. Poniżej znajdują się fragment przykładowego kwestionariusza:

Część ankiety z pytaniami metryczkowymi:

Twoja płeć?

☐ Mężczyzna

☐ Kobieta

Na jakim kierunku studiujesz?

Tekst krótkiej odpowiedzi

Na którym semestrze jesteś?

☐ Semestr 2

☐ Semestr 4

☐ Semestr 6

☐ Semestr 8

☐ Semestr 10

Przykładowe pytania:

Pytanie:	Bardzo źle	Źle	Średnio	Dobrze	Bardzo dobrze
Czas trwania webinaru					
Przydatność wiedzy zdobytej podczas webinaru					
Przygotowanie merytoryczne prowadzących					
Obsługa techniczna wydarzenia					

Taką ankietę możemy stworzyć za pomocą darmowych narzędzi dostępnych w internecie, na przykład Formularze Google.

Lista 3

Zad 1

Przeprowadzić symulacje, których celem jest porównanie prawdopodobieństwa pokrycia i długości przedziałów ufności Cloppera-Pearsona, Walda i trzeciego dowolnego typu przedziału ufności zaimplementowanego w funkcji *binom.confint* pakietu *binom*. Uwzględnić poziom ufności 0.95, różne rozmiary próby i różne wartości prawdopodobieństwa p . Wyniki zamieścić w tabelach i na rysunkach. Sformułować wnioski, które umożliwią praktykowi wybór konkretnego przedziału ufności do wyznaczenia jego realizacji dla konkretnych danych.

W symulacji wykorzystamy przedziały ufności Cloppera-Pearsona, Walda i Asymptotyczne. Jako trzecią metodę wybraliśmy test asymptotyczny, ponieważ znacząco różni się od dwóch pozostałych. Wykorzystuje on Centralne Twierdzenie Graniczne, więc powinien bardzo dobrze działać dla próbki o dużym rozmiarze. Symulacje przeprowadzimy na podstawie realizacji zmiennej losowej: $X \sim \mathcal{B}(n, p)$. Wyznamy prawdopodobieństwa pokrycia oraz długości przedziałów ufności, a wykorzystamy do tego symulacje Monte Carlo.

Poniżej znajduje się kod z symulacją:

```
simulation <-function(n = 10, dp= 0.2, MCs = 1000){
  ps <- seq(0.01, 0.99, dp)
  N <- length(ps)
  data <- matrix(0,N,6)

  for (k in 1:N) {
    p <- ps[k]
    wilson_ok <- 0
    axact_ok <- 0
    asymp_ok <- 0
    wilson_l <- rep(0,MCs)
    axact_l <- rep(0,MCs)
    asymp_l <- rep(0,MCs)

    for (i in 1:MCs){
      x <- rbinom(1, n, p)
      wilson <- binom.wilson(x, n)
      exact <- binom.exact(x, n)
      asymp <- binom.asymp(x, n)
      wilson_l[i] <- wilson$upper - wilson$lower
      axact_l[i] <- exact$upper - exact$lower
    }
  }
}
```

```

    asymp_l[i] <- asymp$upper - asymp$lower

    if (wilson["lower"]<p && p < wilson["upper"]) {
      wilson_ok <- 1 + wilson_ok
    }
    if (exact["lower"]<p && p < exact["upper"]) {
      axact_ok <- 1 + axact_ok
    }
    if (asymp["lower"]<p && p < asymp["upper"]) {
      asymp_ok <- 1 + asymp_ok
    }
  }

  data[k,]<- c( wilson_ok/MCs, axact_ok/MCs, asymp_ok/MCs,
               mean(wilson_l), mean(axact_l), mean(asymp_l))
}
return(data)
}

```

Symulacje przeprowadzamy dla $n = 10$ z krokiem równym $dp = 0.01$. Wyniki zapisujemy w pliku csv, dzięki czemu nie musimy za każdym razem czekać na wyniki.

```

data <- symulation(n = 10, dp = 0.01)
write.csv(df_l, "data_n_10.csv")

```

Stwórzmy teraz ramki danych prawdopodobieństw pokrycia:

```

data <- read.csv("data_n_10.csv")
ps <- seq(0.01, 0.99, 0.01)
df1 <- data.frame(wilsonp = data[,1], axact = data[,2],
                  asymp = data[,3], p = ps)
head(df1)

##   wilsonp axact asymp    p
## 1   0.895 0.997 0.105 0.01
## 2   0.980 0.980 0.194 0.02
## 3   0.967 0.997 0.259 0.03
## 4   0.952 0.996 0.313 0.04
## 5   0.922 0.991 0.369 0.05
## 6   0.990 0.990 0.498 0.06

```

Stwórzmy teraz ramki danych średniej długości przedziałów:

```

df2 <- data.frame(wilsonp = data[,4], axact = data[,5],
                  asymp = data[,6], p = ps)
head(df2)

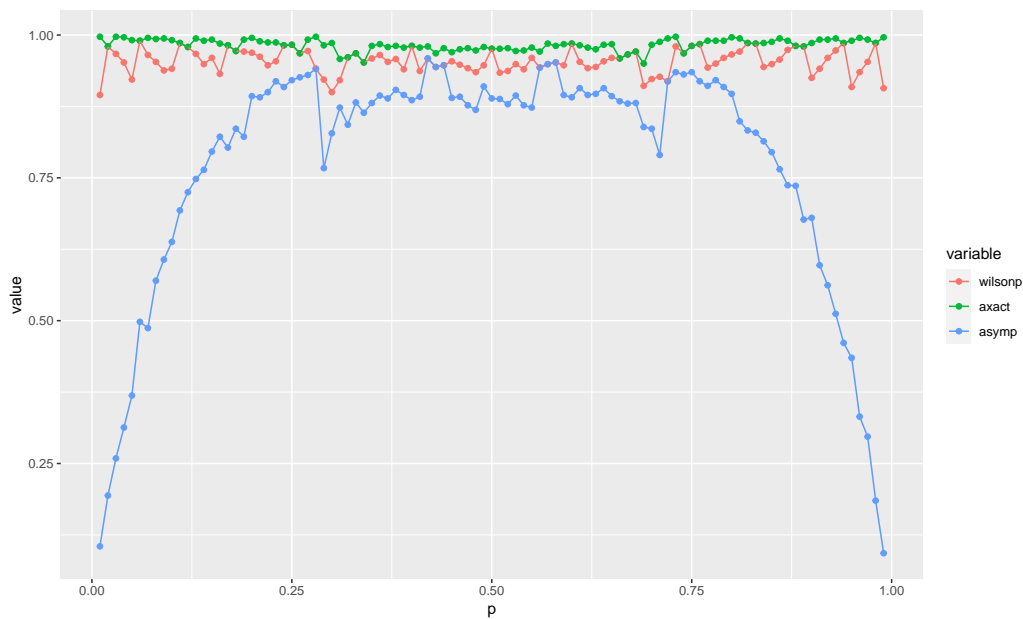
##   wilsonp    axact    asymp    p

```

```
## 1 0.2891513 0.3228313 0.03941896 0.01
## 2 0.3000085 0.3363140 0.07469554 0.02
## 3 0.3080306 0.3462822 0.10062344 0.03
## 4 0.3152131 0.3552272 0.12345860 0.04
## 5 0.3233879 0.3654924 0.14795246 0.05
## 6 0.3416031 0.3883001 0.20384545 0.06
```

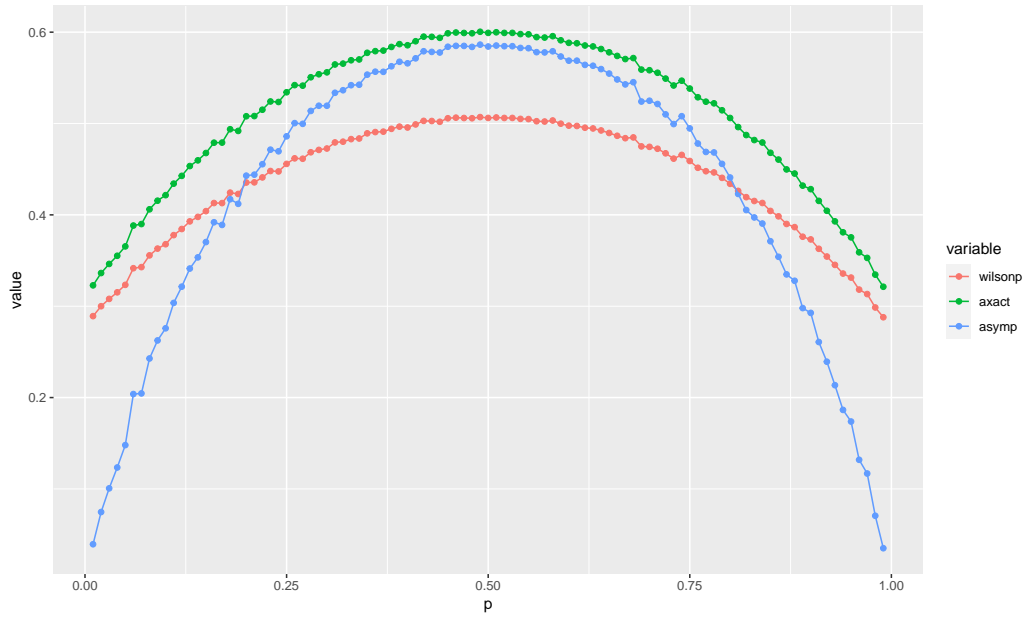
Sprawdzamy również wykresy:

```
df_p <- melt(df1,id.vars="p")
ggplot(df_p,aes(p, value,col=variable))+
  geom_point()+ geom_line()
```



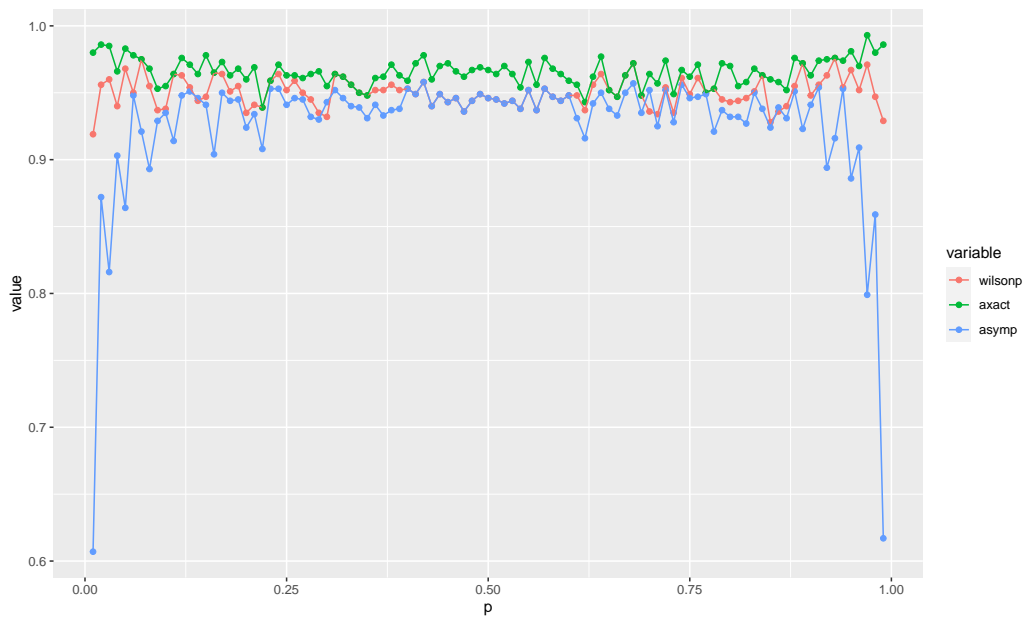
Rysunek 6. Wykres prawdopodobieństwa pokrycia dla poszczególnych metod i n równego 10.

```
df_l1 <- melt(df2,id.vars="p")
ggplot(df_l1,aes(p, value,col=variable))+
  geom_point()+ geom_line()
```

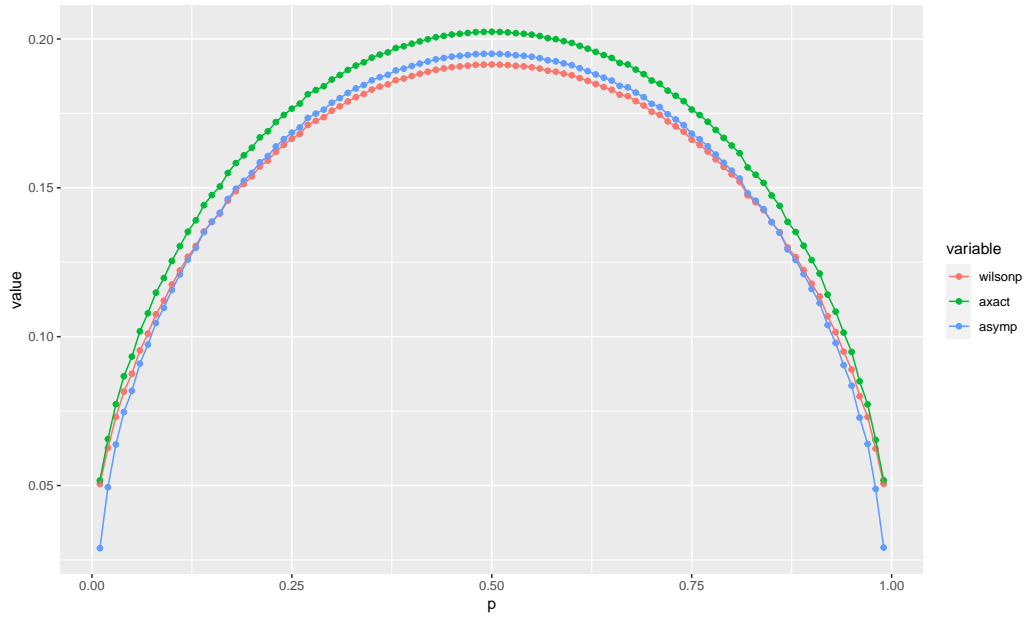


Rysunek 7. Wykres średniej długości przedziałów dla poszczególnych metod i n równego 10.

Zobaczmy również jak wyglądają powyższe wykresy, ale tym razem dla n równego 100:

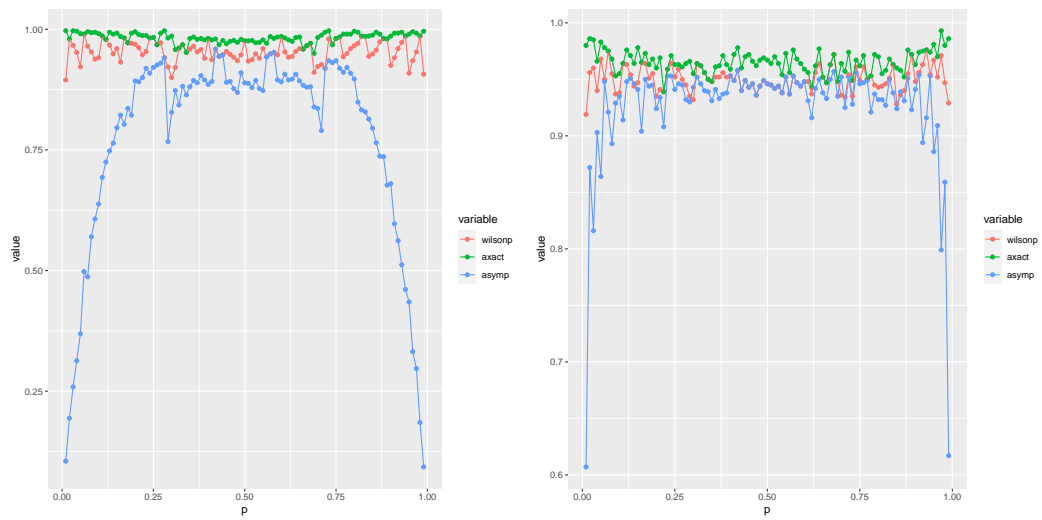


Rysunek 8. Wykres prawdopodobieństwa pokrycia dla poszczególnych metod i n równego 100.



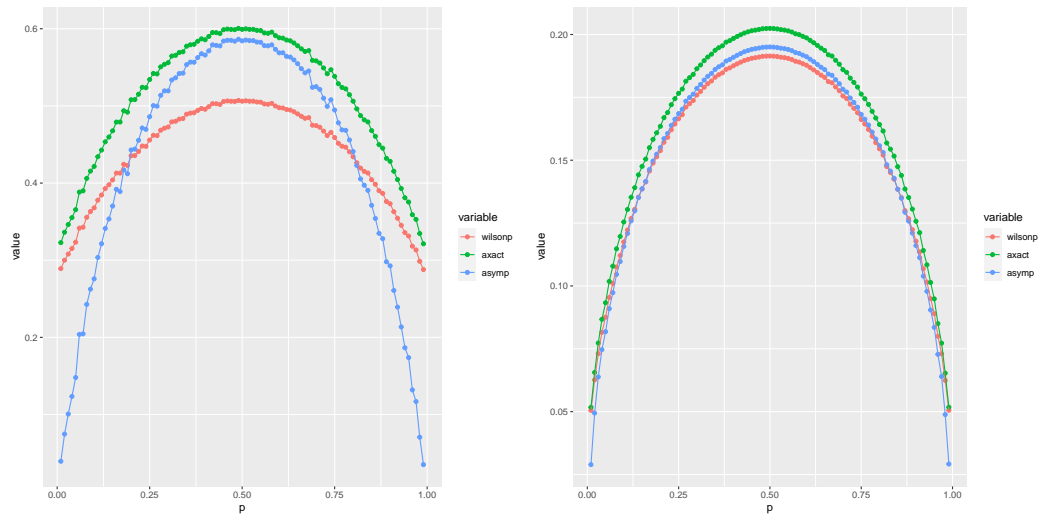
Rysunek 9. Wykres średniej długości przedziałów dla poszczególnych metod i n równego 100.

Porównanie Rysunku 6 z Rysunkiem 8:



Rysunek 10. Wykresy prawdopodobieństwa pokrycia dla poszczególnych metod i n równego odpowiednio 10 i 100.

Porównanie Rysunku 7 z Rysunkiem 9:



Rysunek 11. Wykresy średniej długości przedziałów dla poszczególnych metod i n równego 10 i 100.

Wnioski:

Jak możemy zobaczyć z powyższych wykresów, przedziały Cloppera-Pearsona mają największe prawdopodobieństwo pokrycia oraz największą średnią długość dla każdego p , świadczy to, że metoda Cloppera-Pearsona będzie najlepszym wyborem spośród testowanych metod. Zdecydowanie najgorszym okazał się test asymptotyczny, okazało się, że ta metoda wymaga jeszcze większych rozmiarów próbki.

Zad 2

Założmy, że 200 losowo wybranych klientów (w różnym wieku) kilku (losowo wybranych) aptek zapytano, jaki lek przeciwbólowy zwykle stosują. Zebrane dane zawarte są w tablicy 1. Na podstawie tych danych, wyznaczyć realizacje przedziałów ufności, na poziomie ufności 0.95.

Do wyboru najlepszych przedziałów ufności stosujemy funkcję *binom.confint*. Funkcja ta zwraca tabelkę z porównaniem 11 metod. Przedziały będziemy porównywać na podstawie ich długości, im węższy tym metoda jest lepsza. Długość takiego przedziału będzie opisana w tabelce w kolumnie *ls*.

a) Prawdopodobieństwo stosowania leku ibuprofen (bez względu na grupę wiekową)

```
conf <- binom.confint(50,200)
ls <- conf$"upper"- conf$"lower"
cbind(conf,ls)
```

##	method	x	n	mean	lower	upper	ls
## 1	agresti-coull	50	200	0.2500000	0.1948993	0.3145233	0.1196240
## 2	asymptotic	50	200	0.2500000	0.1899886	0.3100114	0.1200228
## 3	bayes	50	200	0.2512438	0.1923105	0.3115641	0.1192536
## 4	cloglog	50	200	0.2500000	0.1923621	0.3116476	0.1192856
## 5	exact	50	200	0.2500000	0.1916072	0.3159628	0.1243557
## 6	logit	50	200	0.2500000	0.1948697	0.3146322	0.1197625
## 7	probit	50	200	0.2500000	0.1939760	0.3136105	0.1196346
## 8	profile	50	200	0.2500000	0.1934176	0.3129498	0.1195322
## 9	lrt	50	200	0.2500000	0.1934316	0.3129489	0.1195173
## 10	prop.test	50	200	0.2500000	0.1928239	0.3169864	0.1241625
## 11	wilson	50	200	0.2500000	0.1950817	0.3143410	0.1192593

Dla tych danych najlepsza okazała się *metoda Bayes'a*.

```
cbind(conf,ls)[ls == min(ls),]
```

##	method	x	n	mean	lower	upper	ls
## 3	bayes	50	200	0.2512438	0.1923105	0.3115641	0.1192536

b) Prawdopodobieństwo stosowania leku ibuprofen przez klienta w wieku do 35 lat

```
conf <- binom.confint(0,90)
ls <- conf$"upper"- conf$"lower"
cbind(conf,ls)
```

##	method	x	n	mean	lower	upper	ls
## 1	agresti-coull	0	90	0.000000000	-0.008180285	0.04911591	0.05729620
## 2	asymptotic	0	90	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
## 3	bayes	0	90	0.005494505	0.000000000	0.02105727	0.02105727
## 4	cloglog	0	90	0.000000000	0.000000000	0.04015892	0.04015892
## 5	exact	0	90	0.000000000	0.000000000	0.04015892	0.04015892
## 6	logit	0	90	0.000000000	0.000000000	0.04015892	0.04015892
## 7	probit	0	90	0.000000000	0.000000000	0.04015892	0.04015892
## 8	profile	0	90	0.000000000	0.000000000	0.03652208	0.03652208
## 9	lrt	0	90	0.000000000	0.000000000	0.02111561	0.02111561
## 10	prop.test	0	90	0.000000000	0.000000000	0.05101162	0.05101162
## 11	wilson	0	90	0.000000000	0.000000000	0.04093563	0.04093563

Najlepszy w tym przypadku okazał się test asymptotyczny.

```
cbind(conf,ls)[ls == min(ls),]

##      method x  n mean lower upper ls
## 2 asymptotic 0 90    0    0    0  0
```

c) Prawdopodobieństwo stosowania leku apap (bez względu na grupę wiekową)

```
conf <- binom.confint(44,200)
ls <- conf$"upper"- conf$"lower"
cbind(conf,ls)
```

##	method	x	n	mean	lower	upper	ls
## 1	agresti-coull	44	200	0.220000	0.1679267	0.2826267	0.1147000
## 2	asymptotic	44	200	0.220000	0.1625894	0.2774106	0.1148211
## 3	bayes	44	200	0.221393	0.1651366	0.2792052	0.1140686
## 4	cloglog	44	200	0.220000	0.1654772	0.2795930	0.1141158
## 5	exact	44	200	0.220000	0.1646361	0.2838612	0.1192252
## 6	logit	44	200	0.220000	0.1679499	0.2827004	0.1147504
## 7	probit	44	200	0.220000	0.1670005	0.2815308	0.1145304
## 8	profile	44	200	0.220000	0.1663740	0.2807561	0.1143821
## 9	lrt	44	200	0.220000	0.1663832	0.2807552	0.1143720
## 10	prop.test	44	200	0.220000	0.1659406	0.2850661	0.1191255
## 11	wilson	44	200	0.220000	0.1681654	0.2823880	0.1142226

Po raz drugi test *Bayes'a* okazuje się najlepszy.

```
cbind(conf,ls)[ls == min(ls),]

##      method x  n mean lower upper ls
## 3 bayes 44 200 0.221393 0.1651366 0.2792052 0.1140686
```

d) Prawdopodobieństwo stosowania leku apap przez klienta w wieku do 35 lat

```
conf <- binom.confint(22,90)
ls <- conf$"upper"- conf$"lower"
cbind(conf,ls)

##           method  x  n      mean      lower      upper      ls
## 1  agresti-coull 22 90 0.2444444 0.1667306 0.3430809 0.1763503
## 2      asymptotic 22 90 0.2444444 0.1556573 0.3332316 0.1775743
## 3         bayes   22 90 0.2472527 0.1612799 0.3363365 0.1750565
## 4      cloglog   22 90 0.2444444 0.1615228 0.3366897 0.1751669
## 5         exact  22 90 0.2444444 0.1599693 0.3463767 0.1864074
## 6         logit  22 90 0.2444444 0.1667000 0.3435007 0.1768006
## 7         probit 22 90 0.2444444 0.1648158 0.3411605 0.1763447
## 8        profile 22 90 0.2444444 0.1636309 0.3396167 0.1759858
## 9          lrt   22 90 0.2444444 0.1636231 0.3396152 0.1759921
## 10      prop.test 22 90 0.2444444 0.1626454 0.3484391 0.1857937
## 11         wilson 22 90 0.2444444 0.1673278 0.3424837 0.1751559
```

W podpunkcie d) najlepszym testem jest po raz trzeci test *Bayes'a*.

```
cbind(conf,ls)[ls == min(ls),]

##  method  x  n      mean      lower      upper      ls
## 3  bayes  22 90 0.2472527 0.1612799 0.3363365 0.1750565
```

Wnioski:

Zauważamy, że im mamy większą liczbę sukcesów tym metody zwracają bardziej zbliżone wyniki. Największą rozbieżność mamy przy testowaniu dla liczby sukcesów równej 0, wtedy niektóre przedziały mają nawet długość 0, a inne około 0.02. Test *Bayes'a* okazał się najlepszy w 3 podpunktach, więc możemy uznać, że jest to najlepsza metoda, którą możemy wykorzystać konstruując przedziały ufności dla tych danych.