Aleksander Jakóbczyk i Kacper Pasterniak

Sprawozdanie 2

Lista 5,6 i 7

Zad 1

binom.test jest to funkcja przeprowadzająca test dokładności dla prostej hipotezy zerowej H_0 o prawdopodobieństwu sukcesu w próbie Bernoulliego.

Użycie:

binom.test(x, n, p = 0.5, alternative = c("two.sided", "less", "greater"),
conf.level = 0.95)

gdzie:
- x jest liczbą sukcesów,
- n to liczba prób,
- p to prawdopodobieństwo sukcesu,
- alternative oznacza hipotezę alternatywną H_1,
- conf.level - poziom ufności.

prop.test jest to funkcja sprawdzająca czy prawdopodobieństwa sukcesu w kilku próbkach są takie same, oraz czy są równe pewnym wartością.

Użycie:

prop.test(x, n, p = NULL, alternative = c("two.sided", "less", "greater"),
conf.level = 0.95, correct = TRUE)

gdzie:
- x jest wektorem z liczbą sukcesów w każdej grupie,
- n to wektor z liczbą prób w każdej grupie,
- p to wektor z prawdopodobieństwami sukcesu w każdej grupie,
- alternative oznacza hipotezę alternatywną H_1,
- conf.level - poziom ufności,
- correct - definiujemy, czy funkcja powinna zastosować poprawkę na ciągłość.

W powyższych testach pojawia się argument *alternative*, oznacza on jaką postać hipotezy alternatywnej H_1 chcemy rozważać:
→ alternative="two.sided", wtedy: $H_1 : \theta_1 \neq \theta_2$,
→ alternative="greater", wtedy: $H_1 : \theta_1 > \theta_2$,
→ alternative="less", wtedy: $H_1 : \theta_1 < \theta_2$,

Zad 2

Załóżmy, że 200 losowo wybranych klientów (w różnym wieku) kilku (losowo wybranych) aptek zapytano, jaki lek przeciwbólowy zwykle stosują. Zebrane dane zawarte są w tablicy 1.

	Wiek ankietowanych			
Lek	do lat 35	od 36 do 55	powyżej 55	Suma
Lbuprom	35	0	0	35
Aap	22	22	0	44
Paracetamol	15	15	15	45
Ibuprofen	0	40	10	50
Panadol	18	3	5	26
Suma	90	80	30	200

Tabela 1. Dane do zad 2. i 3.

a)

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Apap jest mniejsze bądź równe 1/4:

```
binom.test(44, 200, p=1/4, alternative = "g")$p.value

## [1] 0.8562401

prop.test(44, 200, p=1/4, alternative = "g", correct = T)$p.value

## [1] 0.8154462

prop.test(44, 200, p=1/4, alternative = "g", correct = F)$p.value

## [1] 0.8364066
```

Każda z powyższych p-wartości jest większa niż 0,05, zatem w żadnym z powyższych testów nie możemy odrzucić hipotezy, że prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Apap jest mniejsze bądź równe 1/4.

b)

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Apap jest równe 1/2:

```
binom.test(44, 200,p = 0.5, alternative = "t")$p.value

## [1] 6.837911e-16

prop.test(44, 200, p = 0.5, alternative = "t", correct = T)$p.value

## [1] 4.197514e-15

prop.test(44, 200, p = 0.5, alternative = "t", correct = F)$p.value

## [1] 2.382836e-15
```

Widzimy zatem, że p-wartości w każdym teście są mniejsze niż 0,05, zatem odrzucamy hipotezę, że prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Apap jest równe 1/2.

c)

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Ibuprom jest większe bądź równe 1/5:

```
binom.test(50, 200,p=1/5, alternative = "l")$p.value

## [1] 0.9655032

        prop.test(50, 200, p=1/5, alternative = "l", correct = T)$p.value

## [1] 0.9534609

prop.test(50, 200, p=1/5, alternative = "l", correct = F)$p.value

## [1] 0.9614501
```

Każda z powyższych p-wartości jest większa niż 0,05, zatem w zadanym z powyższych testów nie możemy odrzucić hipotezy, że prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba z badanej populacji w przypadku bólu zażywa Ibuprom jest większe bądź równe 1/5.

d)

Powtórzyć punkt (a), (b) i (c), ale dla osoby z badanej populacji do lat 35:

```
binom.test(22, 90, p=1/4, alternative = "g")$p.value

## [1] 0.5885826

prop.test(22, 90, p=1/4, alternative = "g", correct = T)$p.value

## [1] 0.5

prop.test(22, 90, p=1/4, alternative = "g", correct = F)$p.value

## [1] 0.5484381
```

Tak samo jak w podpunkcie **a)** nie odrzucamy badanej hipotezy.

```
binom.test(22, 90,p = 0.5, alternative = "t")$p.value

## [1] 1.249258e-06

prop.test(22, 90, p = 0.5, alternative = "t", correct = T)$p.value

## [1] 2.101436e-06

prop.test(22, 90, p = 0.5, alternative = "t", correct = F)$p.value

## [1] 1.241945e-06
```

Tak samo jak w podpunkcie **b)** odrzucamy badaną hipotezę.

```r
binom.test(0, 90,p=1/5, alternative = "l")$p.value
## [1] 1.897138e-09
prop.test(0, 90, p=1/5, alternative = "l", correct = T)$p.value
## [1] 1.997379e-06
prop.test(0, 90, p=1/5, alternative = "l", correct = F)$p.value
## [1] 1.050718e-06
```

W tym przypadku widzimy że p-wartości w każdym z wykonanych testów jest bliska 0, więc odrzucamy badaną hipotezę.

Zad 3

Na podstawie danych w tablicy 1, korzystając z testu Fishera, na poziomie istotności $\alpha = 0.05$, zweryfikować hipotezę, że prawdopodobieństwo, że osoba do lat 35 zażywa Panadol jest równe prawdopodobieństwu, że osoba od 36 lat do 55 lat zażywa Panadol.

Czy na podstawie uzyskanego wyniku można (na zadanym poziomie istotności) odrzucić hipotezę o niezależności wyboru leku Panadol w leczeniu bólu od wieku, przy uwzględnieniu tylko dwóch grup wiekowych - do lat 35 i od 36 do 55 lat?

fisher.test jest to funkcja przeprowadzająca test dokładności dla hipotezy zerowej H_0 o niezależności kolumn i wierszy w tabeli dwudzielczej.

Użycie:

fisher.test(x, alternative = "two.sided", conf.level = 0.95, simulate.p.value = FALSE)

gdzie:

- x jest dwuwymiarową macierzą,
- alternative oznacza hipotezę alternatywną H_1,
- conf.level - poziom ufności,
- simulate.p.value ustawienie tego paramtru na True sprawi, że metoda sama wysymuluje p-wartości za pomocą metody Monte Carlo,
- funkcja posiada również inne argumenty, takie jak np. *workspace,hybrid,percent* itp., jednakże nie używamy ich więc objaśnianie jest zbędne.

	Wiek ankietowanych	
Lek	do lat 35	od 36 do 55
Panadol	18	3
Inny	72	77

Tabela 2. Tabela do zadania 3.

```r
fisher.test(data2)$p.value
## [1] 0.001788538
```

Jak widzmy p-wartość jest mniejsza niż 0.05, zatem odrzucamy hipotezę o niezależności rozkładów. Zatem badane rozkłady warunkowe nie są jednorodne.

Zad 4

Korzystając z funkcji chisq.test w pakiecie R, na poziomie istotności 0.05, zweryfikować hipotezę o niezależności stopnia zadowolenia z pracy i wynagrodzenia na podstawie danych w tablicy 2. Zwrócić uwagę na stosowaną w tej funkcji poprawkę.

	Zadowolenia				
Wynagrodzenie	b. niezadow.	niezadow.	zadow.	b. zadow.	Suma
do 6000	20	24	80	82	206
6000-15000	22	38	104	125	289
15000-25000	13	28	81	113	235
powyzej 25000	7	18	54	92	171
Suma	62	108	5	26	901

Tabela 3. Dane do zadania 4.

```r
chisq.test(data3[1:4,1:4],correct = F)$p.value
## [1] 0.2139542
```

Jak możemy zobaczyć p-wartość jest większa niż 0.05, zatem nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy o niezależności rozkładów warunkowych.

Zad 5

Napisać deklarację funkcji, która dla danych w tablicy dwudzielczej oblicza wartość poziomu krytycznego (p-value) w asymptotycznym teście niezależności opartym na ilorazie wiarogodności. Korzystając z napisanej funkcji, obliczyć tę wartość dla danych z zadania 4.

Wyliczenie p-wartości dla testu opartego na ilorazie wiarogodności oparte jest na statyscyce:

$$G^2 = -2\log(\lambda), \quad \lambda = \prod_{i,j}\left(\frac{n_{i+}n_{+j}}{nn_{ij}}\right)^{n_{ij}}$$

Powyższa statystyka przy założeniu hipotezy o niezależności, dąży przy $n \to \infty$ do rozkładu χ^2 z $(R-1)(C-1)$ stopniami swobody, gdzie R i C są odpowiednią liczbą wierszy i kolumn testowanej tabeli.

```
p <- function(dane) {
y_xo <- rowSums(dane)
y_ox <- colSums(dane)

n <- sum(dane)
r <-nrow(dane)
c <- ncol(dane)
x <- 1
for (i in 1:r) {
for (j in 1:c) {
y_ij <- dane[i,j]
x <- ( ( y_xo[i]*y_ox[j] ) / (y_ij*n) )^y_ij * x
}
}
g_2 <- -2 * log(x)
return( 1-pchisq(g_2, (c-1)*(r-1)) )
}
p(data3[1:4,1:4])[[1]]
```

```
## [1] 0.2112391
```

Jak możemy zobaczyć p-wartość jest większa niż 0.05, zatem nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy o niezależności rozkładów warunkowych.

Lista 8 i 9

Zad 1

Na podstawie danych z przykładu 1 na wykładzie 7, obliczyć wartości odpowiednich miar współzmienności zmiennych Segregacja (odpowiedź na pytanie dotyczace segregacji śmieci) i Wiek oraz Segregacja i Miejsce zamieszkania. W przypadku zmiennej Wiek, wartości miar obliczyć przy "wyjściowych" kategoriach wiekowych, jak również przy połączonych kategoriach wiekowych (jak w przykładzie). Podać interpretację tych wartości. Następnie przeprowadzić analizę korespondencji, tzn. obliczyć wartości odpowiednich macierzy, współrzędnych punktów oraz utworzyć odpowiednie wykresy.

Współczynnik τ Goodmana

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{R}\sum_{j=1}^{C} p_{i,j}^2/p_{i+} - \sum_{j=1}^{C} p_{+j}^2}{1 - \sum_{j=1}^{C} p_{+j}^2}$$

Powyższa miara okleśla stopień redukcji zmienności zmiennej W_2, przy znajomości zmiennej W_1. Przyjmuje on wartości z zakresu $[0, 1]$. Gdy $\tau = 0$, to wtedy i tylko wtedy zmienne W_1 i W_2 są niezależne. $\tau = 1$, wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $i \in \{1, ..., R\}$ istnieje $j \in \{1, ..., C\}$ takie, że $p_{j|i} = 1$.

```
tau <- function(data) {
        p <- data/sum(data)
        pi. <- rowSums(p)
        p.i <- colSums(p)
        R <- nrow(data)
        C <- ncol(data)

        d1 <- 0
        for (i in 1:R) {
        for (j in 1:C) {
        d1 <- p[i, j]^2/pi.[i] + d1
        }
        }
        d2 <- sum(p.i^2)
        return( ( d1 - d2 )/(1 - d2) )
}
```

Tabela z przykładu 1 wykład 7, opis kategori:
A. Segreguję śmieci, ponieważ jest to korzystne dla środowiska,
B. Segreguję śmieci, ponieważ taki jet wymóg ustawowy,
C. Segreguję śmieci, ponieważ wsszyscy tak robią,
D. Nie segreguję śmieci.

	Kategoria			
Wiek	A	B	C	D
18-25	888	369	50	457
26-35	263	95	10	99
36-45	208	29	2	44
46-59	78	9	0	19
60+	1	0	0	4

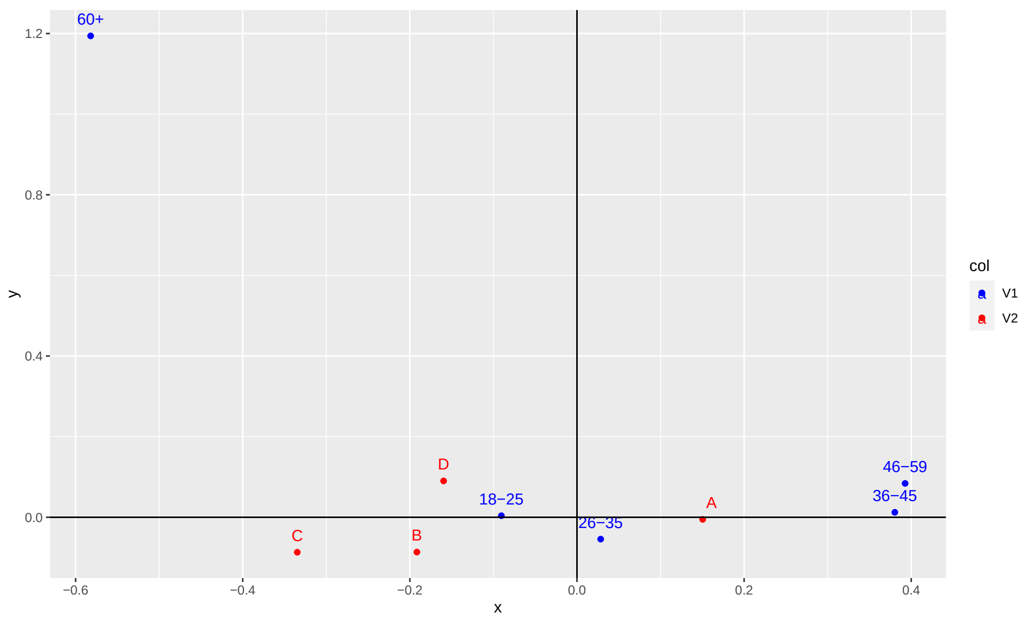
Tabela 4. Dane do listy 8 i 9, zadanie 1.

```
## tau = 0.01712163
```

Jak możemy zobaczyć otrzymana wartość współczynnika τ jest bliska zeru,świadczy to o bardzo małej współzmienności badanych zmiennych losowych.

```
analiza <- function(data) {
  p <- data/sum(data)
  r <- rowSums(p)
  c <- colSums(p)
  R <- nrow(data)
  C <- ncol(data)
  P<- matrix(p,R,C)
  D_r <- diag(r)
  D_c <- diag(c)
  A <- sqrt( inv(D_r) ) %*% ( P - r %*% t(c) ) %*% sqrt( inv(D_c) )
  s <- svd(A)
  U <- s$u
  D <- diag(s$d)
  V <- s$v
  F <- sqrt( inv(D_r) ) %*% U %*% D
  G <- sqrt( inv(D_c) ) %*% V %*% D
  F_df <- data.frame(
    x = c(F[,1],G[,1]),
    y = c(F[,2],G[,2]),
    name = c(rownames(p),colnames(p)),
    col = c(rep("V1",R),rep("V2",C))
  )
  return(F_df)
}
df1 <-analiza(data4)
```

```r
ggplot(df1, aes(x, y, label = name ,colour = col) ) +
       geom_point() + geom_text(vjust = -1) +
       scale_color_manual(values=c("#0000ff","#ff0000"))+
       geom_hline(yintercept=0) + geom_vline(xintercept = 0)
```



Rysunek 1. Analiza korespondecji dla tabeli za Przykładu 1 Wykład 7.

Zad 2

Załóżmy, że 200 klientów (w różnym wieku) kilku aptek zapytano, jaki lek przeciwbólowy zwykle stosują. Zebrane dane zawarte są w tablicy 2. Na podstawie tych danych, obliczyć odpowiednie miary współzmienności oraz przeprowadzić analizę korespondencji, tzn. obliczyć wartości odpowiednich macierzy, współrzędnych punktów oraz utworzyć odpowiednie wykresy.

	Wiek ankietowanych		
Lek	do lat 35	od 36 do 55	powyżej 55
Lbuprom	25	0	0
Aap	22	22	0
Paracetamol	15	15	15
Ibuprofen	0	40	10
Panadol	18	3	5

Tabela 5. Dane do listy 8 i 9, zadanie 2.

```
## tau = 0.3194712
```

```
wspolczynniki <- function(dane,metoda){
  X <- chisq.test(dane)$statistic[[1]]
  R <- nrow(dane)
  C <- ncol(dane)
  n <- R*C
  if (metoda =="Cramer"){
    sqrt(X/(n*min(R-1,C-1)))
  }else if (metoda == 't-czuprow'){
    (X/(n*((R-1)*(C-1))**0.5))**0.5
  }else if (metoda=='phi'){
    (X/n)**0.5
  }else if (metoda=='pearson'){
   (X/(X+n))**0.5
  }
}
cat(CramerV(data5),wspolczynniki(data5,'Cramer'))
```

```
## Warning in chisq.test(dane): Chi-squared approximation may be
incorrect

## 0.5186428 1.845863
```

```
cat(TschuprowT(data5),wspolczynniki(data5,'t-czuprow'))
```

```
## Warning in chisq.test(dane): Chi-squared approximation may be
incorrect

## 0.4361249 1.55218
```

```
cat(Phi(data5),wspolczynniki(data5,'phi'))
```

```
## Warning in chisq.test(dane): Chi-squared approximation may be
incorrect

## 0.7334717 2.610445
```

```
cat(ContCoef(data5),wspolczynniki(data5,'pearson'))
```

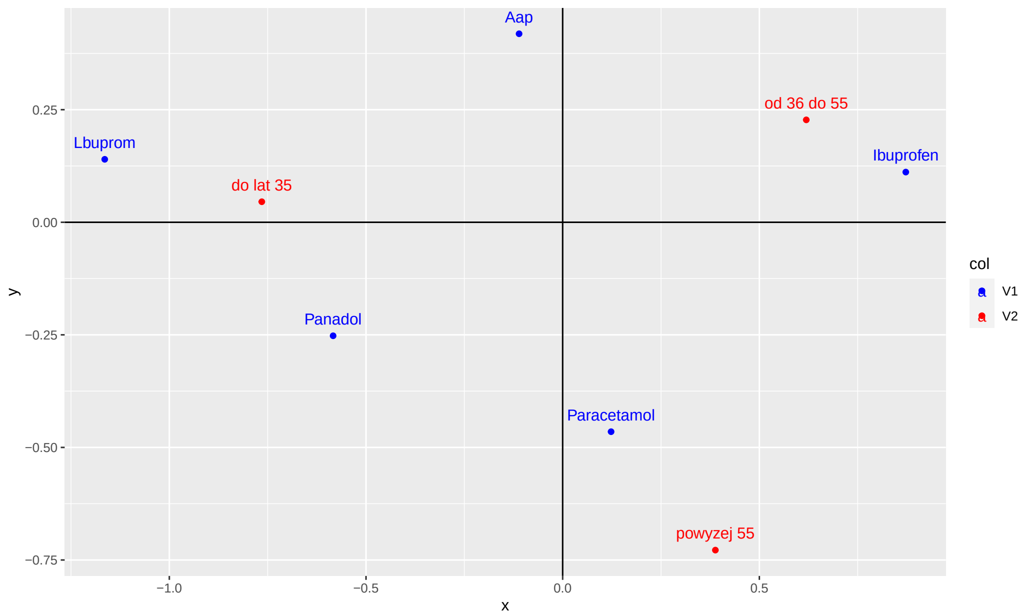
```
## Warning in chisq.test(dane): Chi-squared approximation may be
incorrect

## 0.5914362 0.9338263
```

Tabela w tym zadaniu jest rozmiaru 2x2, więc powinniśmy rozpatrzyć tylko współczynnik τ.Jak możemy zobaczyć otrzymana wartość tego współczynnika wskazuję na to, że zmienna *Lek* ma wpływ na redukcję zmienności zmiennej *Wiek*.

```
df2 <-analiza(data5)
ggplot(df2, aes(x, y, label = name ,colour = col) ) +
        geom_point() + geom_text(vjust = -1) +
```

```
      scale_color_manual(values=c("#0000ff","#ff0000"))+
      geom_hline(yintercept=0) + geom_vline(xintercept = 0)
```



Rysunek 2. Analiza korespondecji dla Tabeli 1.

Na wykresie widzimy, że silne powiązanie występuje między zmiennymi "Ibuprom" oraz "do lat 35", zmienna "Paracetamol" także jest silnie powiązana, ale ze zmienną "powyżej 55lat". Natomiast lek "Ibuprofen" wykazuje najsilniejszą korespodencję z grupą wiekową "36-55lat".

Zad 3

Na podstawie danych zawartych w tablicy 1, obliczyć (odpowiednią) miarę współzmienności zmiennych Wynagrodzenie i Stopień zadowolenia z pracy (dane te są trochę inne niż te rozpatrywane na poprzednij liście). Następnie, przeprowadzić analizę korespondencji, tzn. obliczyć wartości odpowiednich macierzy, współrzędnych punktów oraz utworzyć odpowiednie wykresy.

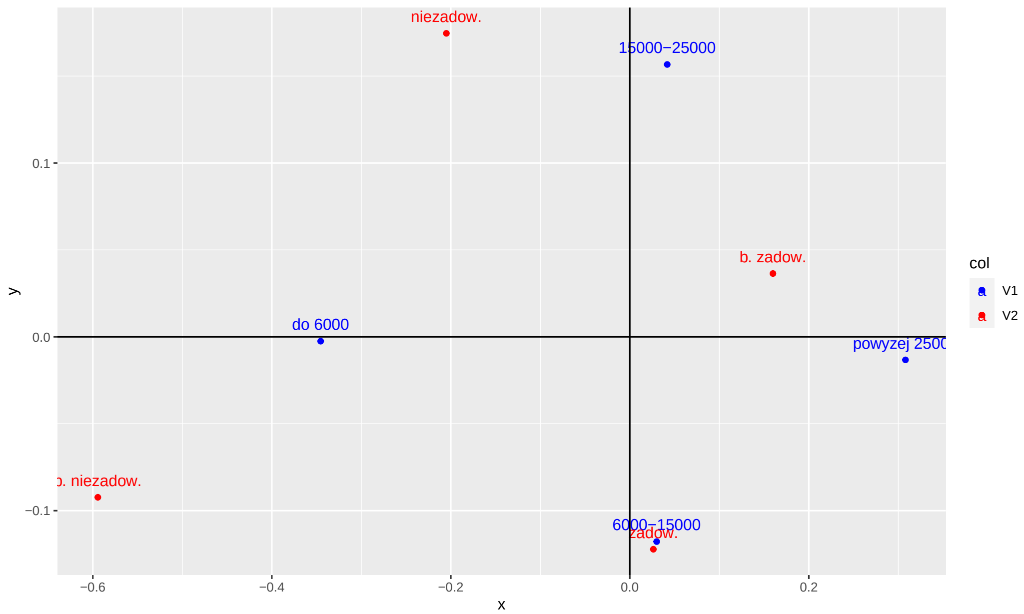
	Stopień zadowolenia z pracy			
Wynagrodzenie	b. niezadow.	niezadow.	zadow.	b. zadow.
do 6000	32	44	60	70
6000-15000	22	38	104	125
15000-25000	13	48	61	113
powyzej 25000	3	18	54	96

Tabela 6. Dane do listy 8 i 9, zadanie 3.

```
## tau = 0.01671182
```

Ze względu na to jak wygląda tabela, najlepszym współczynnikiem do zbadania jej współzmienności bedzie współczynnik $\hat{\gamma}$.

```
df3 <-analiza(data6)
ggplot(df3, aes(x, y, label = name ,colour = col) ) +
        geom_point() + geom_text(vjust = -1) +
        scale_color_manual(values=c("#0000ff","#ff0000"))+
        geom_hline(yintercept=0) + geom_vline(xintercept = 0)
```



Rysunek 3. Analiza korespondecji dla Tabeli 2.

Wartość $\hat{\gamma}$ wskazuję, że między zmiennymi "Wynagrodzenie" oraz "Stopień zadowolenia z pracy" istnieje współzmienność. Z powyższego wykresu korespodencji możemy wywnioskować, że najsłabiej rozróżnialnymi zmiennymi są kategorie "b.zadow" oraz "zadow" i "6000-15000", wskazuję na to mała odległość od punktu *(0,0)* na wykresie. Najdalej, od wcześniej wspomnianego puntku, leży natomiast odpowiedź "b.niezadow", co wskazuje, że to ta kategoria jest najbardziej rozróżnialna. Silne powiązanie występuje między odpowiedziami "b.niezadow" i "<6000".