

## 2022 年高三年终考

1. 计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 - 12x}{2x^3 + 3x^2 - 2}$ 。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 - 12x}{2x^3 + 3x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x} - \frac{12}{x^2}}{2 + \frac{3}{x} - \frac{2}{x^3}} = \frac{1 - 0 - 0}{2 + 0 - 0} = \frac{1}{2}$$

■

2. 计算  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2^x} = 0$$

■

3. 已知方程式  $y = \frac{12}{x^2}$ , 当  $x = 2$  时, 求  $\frac{dy}{dx}$  的值。

$$y = \frac{12}{x^2} = 12x^{-2}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12 \cdot (-2)x^{-3} = -24x^{-3}$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } \frac{dy}{dx} = -24(2^{-3}) = -24 \cdot \frac{1}{8} = -3$$

■

4. 求  $y = 2x(2x^2 - 3) + 2$  的导数。

$$y = 2x(2x^2 - 3) + 2$$

$$= 4x^3 - 6x + 2$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 - 6$$

■

5. 已知  $y = (2 - 3x^2)^4$ , 当  $x = 1$  时, 求  $\frac{dy}{dx}$  之值

$$\frac{dy}{dx} = 4(2 - 3x^2)^3 \cdot (-6x) = -24x(2 - 3x^2)^3$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } \frac{dy}{dx} = -24 \cdot (-1)^3 = 24$$

■

6. 求  $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$  的值域, 其中  $-2 < x < 2$

$$\text{先求函数的极值: } f(x) = 2x^2 - 4x - 3$$

$$f'(x) = 4x - 4$$

$$4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 2 - 4 - 3 = -5$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 和 } x = 2 \text{ 时, } f(-2) = 8 + 8 - 3 = 13$$

$$f(2) = 8 - 8 - 3 = -3$$

因此,  $f(x)$  的值域为  $[-5, 13)$  ■

7. 若  $\log 2 = a, \log 3 = b$  及  $\log 7 = c$ , 则  $\log_3 56$

$$\log_3 56 = \log_3(2^3 \cdot 7)$$

$$= 3 \log_3 2 + \log_3 7$$

$$= \frac{3 \log 2}{\log 3} + \frac{\log 7}{\log 3} = \frac{3a + c}{b}$$
 ■

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$ , 求  $f(f(f(-1)))$  的值

$$\text{先求 } f(-1), f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$\text{再求 } f(f(-1)) = f(2), f(2) = 2$$

$$\text{再求 } f(f(f(-1))) = f(2), f(2) = 2$$
 ■

9. 函数  $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$  的定义域是

$$\log_2(x-2) \neq 0 \Rightarrow x-2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3$$

$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

因此, 函数  $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$  的定义域是  $x \in (2, 3) \cup (3, +\infty)$  ■

10. 解  $4^{\log x} = 2^{\log x+1}$ 。

$$4^{\log x} = 2^{\log x+1}$$

$$2^{2 \log x} = 2^{\log x+1}$$

$$2 \log x = \log x + 1$$

$$\log x = 1$$

$$x = 10$$
 ■

### 必答题

1. (a) 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+9}-3}$ 。
- (b) 已知  $y = 4\sqrt{x} + \frac{5}{x^3}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。
2. (a) 设  $g(x) = \frac{2x-3}{5-x}$ , 求  $g'(x)$  及  $g'(3)$ 。
- (b) 求  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 3}$
3. 已知曲线  $x^2 + xy + y^2 = 4$ , 求:
  - (a)  $\frac{dy}{dx}$ ;
  - (b) 此曲线在点  $A(2, -2)$  的切线斜率。
4. 晨晨的银行户口有 RM80,000, 年利率 2.5%, 以每半年结算一次的复利计算, 三年后晨晨的户口增加了多少钱?