AARHUS UNIVERSITET

Transient respons

Øvelse 4

Emma Spanner 201907955
Mads Emil Nielsen 201908775
Peter Gehlert Theilgaard 201907648

Hold 2

9. december 2019

IKLT-MMLS 1. semester
Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Indhold

1 Indledning

Formålet med denne øvelse er at vise:

- Hvordan beregnes og måles steprespons signaler i et kredsløb.
- Hvordan påvirker et kredsløbs komponenter det beregnede og målte steprespons.

I øvelsen betragtes 1. og 2. ordens lavpasfiltre. Resultaterne fra øvelsen præsenteres i form af en målejournal og godkendes af underviserne ved det den afsluttede måling.

2 Analyse

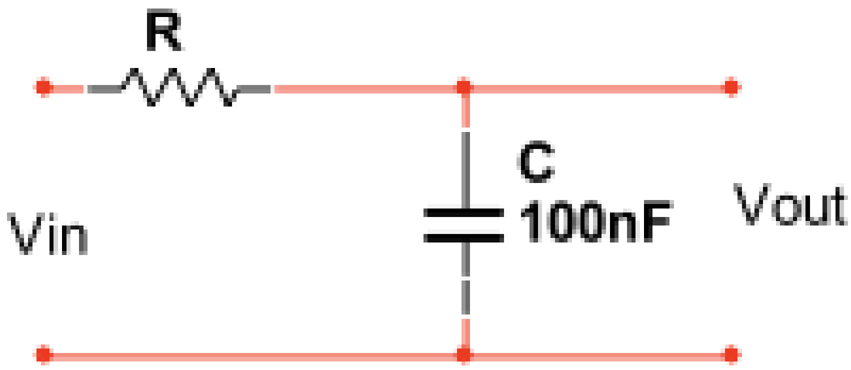
Øvelsen er opdelt i to dele, 1. og 2. ordens lavpasfilter.

2.1 Analyse af 1. ordens lavpasfilter

Figur 1 viser et 1. ordens lavpasfilter med en modstand og en kondensator. V_{in} er stepinput med spænding 0 – 5 V. Steppet sker til tiden t=0 sek.

$$V_{in}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ V_0 & \text{if } t > 0 \end{cases} \tag{1}$$

Ligning: 1 Indgangs spændingen er en funktion af t



Figur 1: Første ordens lavpasfilter

Strøm-spænding sammenhængen for en modstand og en kondensator er:
Modstand:

$$V_R = R \cdot i \tag{2}$$

Ligning 2: Spændingen over en modstand

Kondensator:

$$i = C \cdot \frac{d(V_C)}{dt} \tag{3}$$

Ligning 3: Strømen gennem en kondensator

Output spænding:

$$V_{Out}(t) = V_C(t) \tag{4}$$

Ligning 4: Spændingen over $V_C(t)$ er den samme som i punktet $V_{Out}(t)$

Følgende 8 delopgaver er givet:

1. Vis ved Kirchhoffs love : KVL

Vis ved Kirchhoffs love at følgende differentialligning gælder for kredsløbet i Figur 1 :

$$V_{in}(t) = R \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + V_{out}(t) \tag{5}$$

Efter en kredsløbsanalyse ses det at:

$$V_{in} = V_R + V_C \tag{6}$$

Ved brug af Ligning 1 og Ligning 4 kan ligningen omskrives til

$$V_0 = V_R + V_{Out} \tag{7}$$

Ved at kombinere Ligning 2 og Ligning 3, kan der findes et nyt udtryk fra V_R som er afhængig af tiden t

$$V_R = R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_C \tag{8}$$

Dernæst kan den indsættes i Ligning 7 hvilket medføre

$$V_0 = R \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + V_{out}(t) \tag{9}$$

2. Løs differentialligningen med hensyn til Vout

Løs differentialligningen med hensyn til Vout for $0 \leq t < \infty$
Ligning 5 kan omskrives så konstanten foran $\frac{d(V_{out}(t))}{dt}$ ved at gange igennem med $\frac{1}{R \cdot C}$, det medføre

$$\frac{d(V_{out}(t))}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_{out}(t) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_0 \tag{10}$$

Ved hjælp af en løsnings protokol Ligning 10 nu løses:

$$P(t) = \frac{1}{R \cdot C} \tag{11}$$

$$Q(t) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_0 \tag{12}$$

$$\mu(t) = e^{\int P(t)dt} \rightarrow e^{(\frac{t}{R \cdot C})} \tag{13}$$

Ligning 13: Hjælpefunktion

$$F(t) = \int \mu(t) \cdot Q(t)dt \rightarrow V_0 + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \tag{14}$$

Ligning 14: Stamfunktion

$$V_{Out}(t) = \frac{1}{\mu(t)} \cdot (F(t) + k) \xrightarrow{simplify} V_{Out}(t) = V_0 + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \tag{15}$$

Ligning 15: Fuldstændig løsning

$$k = V_{Out}(0) \xrightarrow{solve,k} -V_0 \tag{16}$$

Ligning 16: Betingelse

$$V_{Out}(t) = V_0 - V_0 \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \tag{17}$$

Ligning 17: Specifikke Løsning

3. Beregn tidskonstanten

Beregn tidkonstanten τ for lavpasfilteret med hhv. $R = 10\ k\Omega$, $R = 100\ k\Omega$ og $C = 100nF$. Tidskonstanten er et udtryk for at V_{Out} er opnået 63% af V_{in}.

$$\tau = R \cdot C \tag{18}$$

Ligning 18: Generel tidskonstant

Tidskonstant τ_{10}:
Ved brug af Ligning 18 kan τ_{10} beregnes:

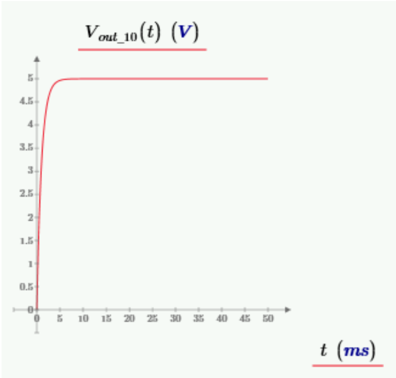
$$\tau_{10} = R_{10} \cdot C$$
$$\tau_{10} = 10k\Omega \cdot 100nF$$

$$\tau_{10} = 1ms \tag{19}$$

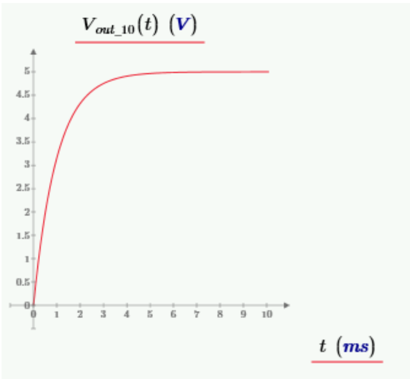
Tidskonstant τ_{100}:
Ved brug af Ligning 18 kan τ_{100} beregnes:

$$\tau_{100} = R_{100} \cdot C$$
$$\tau_{100} = 100k\Omega \cdot 100nF$$

$$\tau_{100} = 10ms \tag{20}$$



Figur 2: $10k\Omega$ - 0-50ms



Figur 3: $10k\Omega$ - 0-10ms

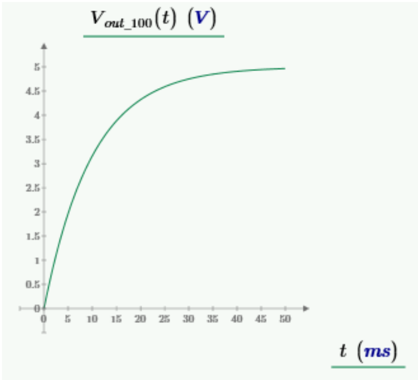
4. Beregn kurveform

Beregn kurveform for Vout med hhv. $R = 10\ k\Omega$ og $R = 100\ k\Omega$, og vis disse grafisk for $0 \leq t \leq 50ms$
Bestemt er: $V_0 = 5V$ og $t = 0s, 0.1ms..50ms$
Kurveformen er givet ved Ligning 17, da dette er den specifikke løsning.
Derefer kan man nu indsætte parametrene i ligningen og derved får man 2 nye ligninger der begge afhænger af tiden t:
$V_{Out_{10}}(t)$:

$$V_{Out_{10}}(t) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{t}{10k\Omega \cdot 100nF}} \tag{21}$$

$V_{Out_{100}}(t)$:

$$V_{Out_{100}}(t) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{t}{100k\Omega \cdot 100nF}} \tag{22}$$



Figur 4: $10k\Omega$ - 0-50ms

5. Beregn Vout max

Beregn den maksimale værdi af Vout i de to tilfælde. Når V_{Max} skal beregnes vil den være højste i det signalet stepper ned. Det vil sige ved t = 50ms

$V_{OutMax_{10}}$:

$$V_{OutMax_{10}}(50ms) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{50ms}{10k\Omega \cdot 100nF}}$$
$$V_{OutMax_{10}}(50ms) = 5V \tag{23}$$

$V_{OutMax_{100}}$:

$$V_{OutMax_{100}}(50ms) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{50ms}{100k\Omega \cdot 100nF}}$$
$$V_{OutMax_{100}}(50ms) = 4.996V \tag{24}$$

6. Bestem stigetiden tr

Bestem stigetiden tr (10-90%). Stigetiden er den tid det tager V_{out} at komme fra 10% til 90% af V_{in}.

Ved $10k\Omega$**:**

$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot \tau_{10}$$
$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot 1.0ms$$
$$t_{10} = 0.105ms \tag{25}$$

$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot \tau_{10}$$
$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot 1.0ms$$
$$t_{90} = 2.303ms \tag{26}$$

$$tr_{10} = t_{90} - t_{10}$$
$$tr_{10} = 2.303ms - 0.105ms$$
$$tr_{10} = 2.167ms \tag{27}$$

Ved $100k\Omega$**:**

$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot \tau_{100}$$
$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot 1.0ms$$
$$t_{10} = 1.054ms \tag{28}$$
$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot \tau_{100}$$
$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot 1.0ms$$
$$t_{90} = 23.026ms \tag{29}$$
$$tr_{100} = t_{90} - t_{10}$$
$$tr_{100} = 23.026ms - 1.054ms$$
$$tr_{100} = 21.972ms \tag{30}$$

7. Forklar

Forklar hvordan tidskonstanten og stigetiden kan findes ud fra grafen for Vout, og opstil en ligning til bestemmelse af C , når tidskonstanten τ og modstanden R er kendte.
$V_0 = 5V \ t = 0ms, 0.1ms..50ms$
Den gennerelle formel for V_{Out} er følgende:

$$V_{Out}(t) = V_0 - V_0 \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \tag{31}$$

Ligning 31: Specifikke Løsning

$$0.1 \cdot V_0 = 0.5V \ 0.9 \cdot V_0 = 4.5V$$

Tidskonstanten findes ved at finde tiden til 63% af den stationære spænding. Da den stationære spænding er aflæst til 5V, vil Tau være 3.15V.
$10k\Omega$
Her ses, at tidskonstanten, tau, er aflæst til 1.027ms, til 63% af den stationære spænnding. Desuden kan tiden til 10% af den stationære spænding aflæses til 0.116 ms og 90% af den stationære spænding aflæses til 2.316 ms, hvorefter forskellen udregnes.

$$t_{90} - t_{10} = 2.316ms - 0.116ms = 2.2ms$$

$100k\Omega$
Her ses, at tidskonstanten, tau, er aflæst til 10.028ms, til 63% af den stationære spænnding. Desuden kan tiden til 10% af den stationære spænding aflæses til 1.207 ms og 90% af den stationære spænding aflæses til 23.411 ms, hvorefter forskellen udregnes.

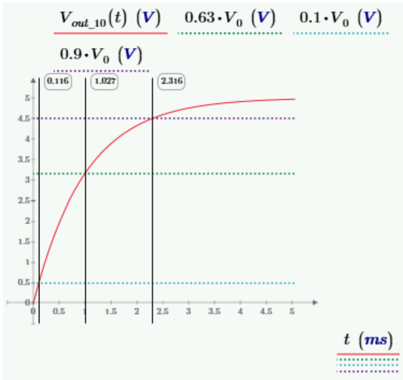
$$t_{90} - t_{10} = 23.442ms - 1.207ms = 22.204ms$$

Bestem C Hvis tidskonstanten ta og modstanden R er kendt, kan man bestemme C:

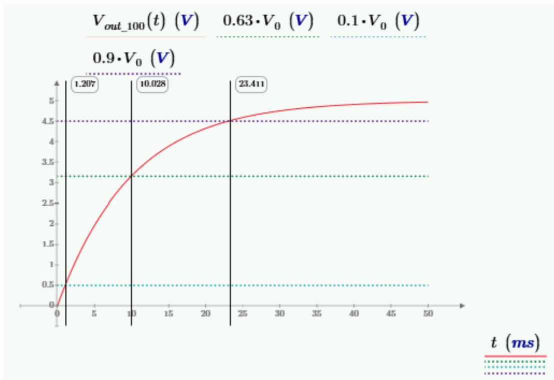
$$\tau_C = R \cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau_C}{R}$$
$$\mathbf{10\ k}\Omega \ C_{10} = \frac{1ms}{10k\Omega} = 100nF$$
$$\mathbf{100\ k}\Omega \ C_{100} = \frac{1ms}{100k\Omega} = 100nF$$

8. Indfør resultatur i Tabel 1

Resultaterne indføres i Tabel 1.



Figur 5: 10kΩ



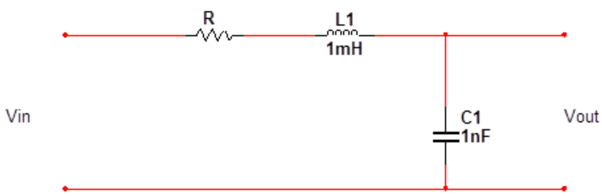
Figur 6: 100kΩ

2.2 Analyse af 2. orden lavpasfilter

Figur 7 viser et 2. ordens lavpasfilter med en medstand, en spole og en kondensator. V_{in} er stepinput med spænding 0 - 5 V. Steppet sker til tiden t = 0 sek.

$$V_{in}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ V_0 & \text{if } t > 0 \end{cases} \tag{32}$$

Ligning: 32 Indgangs spændingen er en funktion af t



Figur 7: Anden ordens lavpasfilter

Strøm-spænding sammenhængen for en modstand, en spole og en kondensator er:

Modstand:

$$V_R = R \cdot i \tag{33}$$

Ligning 33: Spændingen over en modstand

Spole:

$$V_L = L \cdot \frac{d(i)}{dt} \tag{34}$$

Ligning 34: Spændingen over en Spole

Kondensator:

$$i = C \cdot \frac{d(V_C)}{dt} \tag{35}$$

Ligning 35: Strømmen gennem en kondensator

Output spænding:

$$V_{Out}(t) = V_C(t) \tag{36}$$

Ligning 36: Spændingen over $V_C(t)$ er den samme som i punktet $V_{Out}(t)$

Følgende 7 delopgaver er givet:

1. Vis ved Kirchhoffs love : KVL

Vis ved Kirchhoffs love at følgende differentialligning gælder for kredsløbet i Figur 7 :

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2}{dt} \cdot V_{out}\,(t) + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_{out}\,(t) + V_{out}\,(t) = V_{in}\,(t) \tag{37}$$

Efter en kredsløbsanalyse ses det at:

$$V_{in} = V_R + V_L + V_C \tag{38}$$

Ved brug af Ligning 36 kan ligningen omskrives til

$$V_{in} = V_R + V_L + V_{Out} \tag{39}$$

Ved at kombinere Ligning 33 og Ligning 35, samt Ligning 34 og Ligning 35 kan der findes et nyt udtryk fra V_R og V_L som er afhængig af tiden t

$$V_R = R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_C \tag{40}$$

$$V_L = L \cdot \frac{d}{dt} \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_C \tag{41}$$

Dernæst kan den indsættes i Ligning 39 hvilket medføre

$$V_{in} = R \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + L \cdot \frac{d}{dt} \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + V_{out}(t) \tag{42}$$

Ligning 42 kan omskrives til:

$$V_{in} = R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_{out} + V_{out} + L \cdot C \; \frac{d^2}{dt^2} \; V_{out} \tag{43}$$

Ved at bytte rundt på rækkefølgen af Ligning 43, kan den opstilles så den ligner Ligning 37

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot V_{out}(t) + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_{out}(t) + V_{out}(t) = V_{in}(t) \tag{44}$$

2. Løs differentialligningen med hensyn til Vout

Løs differentialligningen med hensyn til V_{out} for $0 \leq t < \infty$ med hhv. R = 10kΩ og R = 1kΩ

Vi har brugt brug af løsningsprotokolen for en 2. orden DL.
DL 2. orden for 10kω
1. Vores ligning 44 står allerede på den rigtige form, så ud fra denne ligning kan vi finde vores konstanter a, b, c og vores funktion f(t)

a = L · C   b = R · C   c = 1   f(t) = $V_{in}(t)$

2. Find den homogene løsning:

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot V_{out}(t) + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} V_{out}(t) + V_{out} = 0 \tag{45}$$

2.1 opskriv karakterligningen:

$$L \cdot C \cdot k^2 + R \cdot C \cdot k + c = 0 \tag{46}$$

2.2 Løs karakterligningen

R=10kΩ   L = 1 mH   C = 1 nF

$$k_1 = \frac{-R \cdot C + \sqrt{(R \cdot C)^2 - 4 \cdot L \cdot C \cdot 1}}{2 \cdot L \cdot C} \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{25 \cdot k^{\Omega} \cdot nF^2 - nF \cdot mH} - 10 \cdot k \cdot nF}{2 \cdot nF \cdot mH}$$
$$k_1 = \left(-1.01 \cdot 10^5\right) \ \frac{1}{s} \tag{47}$$

$$k_2 = \frac{-R \cdot C - \sqrt{(R \cdot C)^2 - 4 \cdot L \cdot C \cdot 1}}{2 \cdot L \cdot C} \rightarrow -\frac{10 \cdot k \cdot nF + 2 \cdot \sqrt{25 \cdot k^{\Omega} \cdot nF^2 - nF \cdot mH}}{2 \cdot nF \cdot mH}$$
$$k_2 = \left(-9.899 \cdot 10^6\right) \ \frac{1}{s} \tag{48}$$

2.3 Homogen løsning $V_{out}10h(x)$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0 \tag{49}$$

$$D = (R \cdot C)^2 - 4 \cdot L \cdot C = \left(9.6 \cdot 10^{-11}\right) \ s^2 \tag{50}$$

Diskriminanten er altså større end 0, derfor skal den homogene løsning stå på formen

$$y_h(x) = A \cdot e^{k_1 \cdot t} + B \cdot e^{k_2 \cdot t} \tag{51}$$

Herefter indsættes værdierne for k_1 og k_2

$$V_{out\_10\_h}(t) = A \cdot e^{k_1 \cdot t} + B \cdot e^{k_2 \cdot t} \to B \cdot e^{-\dfrac{9.899 \cdot 10^6 \cdot t}{s}} + A \cdot e^{-\dfrac{101000 \cdot t}{s}} \tag{52}$$

3. Find partikulær løsning

$$V_{out\_10}(t) = V_{in}(t) = V_0 = 5\ V \tag{53}$$

3.1 gæt en løsning

Kvalificeret bud

$$V_{out\_10\_p}(t) = \alpha \quad V'_{out\_10\_p}(t) = 0 \quad V''_{out\_10\_p}(t) = 0$$

VS: $L \cdot C \cdot 0 + R \cdot C \cdot 0 + \alpha <=> \alpha$

HS: $V_0 = 5$ V

VS=HS

$$\alpha = 5V <=> V_{out\_10\_p} = 5V \tag{54}$$

4. Fuldstændig løsning ($y(x) = y_h(x) + y_p(x)$)

$$V_{out\_10\_h}(t) = B \cdot e^{-\dfrac{9.899 \cdot 10^6 \cdot t}{s}} + A \cdot e^{-\dfrac{101000 \cdot t}{s}} \tag{55}$$

$$V_{out\_10\_p}(t) = 5\ V \tag{56}$$

$$V_{out\_10}(t) = V_{out\_10\_h}(t) + V_{out\_10\_p}(t) \to 5 \cdot V + B \cdot e^{-\dfrac{9.899 \cdot 10^6 \cdot t}{s}} + A \cdot e^{-\dfrac{101000 \cdot t}{s}} \tag{57}$$

5. Specifik løsning (bestem betingelser)
Grundet spolen vil spændingen og strømmen ikke stige med det samme, når der er input. Derfor vil strømmen og spændingen være 0 til tiden 0.

1.

$$V_{out\_10}(0) = 0 \tag{58}$$

$$V_{out\_10}(0) = 0 \to A + B + 5 \cdot V = 0 \tag{59}$$

2.

$$dV_{out\_10}(t) = \frac{d}{dt} V_{out} 10(t) \tag{60}$$

$$dV_{out\_10}(0) = 0 \to -\frac{9.899 \cdot 10^6 \cdot B}{s} - \frac{101000 \cdot A}{s} = 0 \tag{61}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B + 5 \cdot V = 0 \\ -\frac{9.899 \cdot 10^{6} \cdot B}{s} - \frac{101000 \cdot A}{s} = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,A,B,float,3} \begin{bmatrix} -5.05 \cdot V & 0.0515 \cdot V \end{bmatrix} \quad (62)$$

A = -5.05 V B = 0.052 V

6. Tjek

$$V_{out\_10}(t) = 5 \cdot V + 0.052 \cdot V \cdot e^{-\frac{9.899 \cdot 10^{6} \cdot t}{s}} - 5.05 \cdot V \cdot e^{-\frac{101000 \cdot t}{s}} \quad (63)$$

DL 2. orden for 1kΩ

1. Vores ligning 44 står allerede på den rigtige form, så ud fra denne ligning kan vi finde vores konstanter a, b, c og vores funktion f(t)

a = L · C b = R · C c = 1 f(t) = $V_{in}(t)$

2. Find den homogene løsning:

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot V_{out}(t) + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} V_{out}(t) + V_{out} = 0 \quad (64)$$

2.1 opskriv karakterligningen:

$$L \cdot C \cdot k^2 + R \cdot C \cdot k + c = 0 \quad (65)$$

2.2 Løs karakterligningen

R=1kΩ L = 1 mH C = 1 nF

$$k_1 = \frac{-R \cdot C + \sqrt{(R \cdot C)^2 - 4 \cdot L \cdot C \cdot 1}}{2 \cdot L \cdot C} \to simplify \frac{\frac{\sqrt{k\Omega \cdot nF^2 - 4 \cdot nF \cdot mH}}{2} - \frac{k\Omega \cdot nF}{2}}{nF \cdot mH} \quad (66)$$

$$k_1 = \left(-\left(5 \cdot 10^5\right) + 8.66 \cdot j\right) \frac{1}{s} \quad (67)$$

$$k_2 = \frac{-R \cdot C - \sqrt{(R \cdot C)^2 - 4 \cdot L \cdot C \cdot 1}}{2 \cdot L \cdot C} \to simplify - \frac{k \cdot \Omega + \sqrt{k\Omega \cdot nF^2 - 4 \cdot nF \cdot mH}}{2 \cdot nF \cdot mH} \quad (68)$$

$$k_2 = \left(-\left(5 \cdot 10^5\right) - 8.66 \cdot j\right) \frac{1}{s} \quad (69)$$

2.3 Homogen løsning $V_{out}10h(x)$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0 \quad (70)$$

$$D = (1\ k \cdot 1\ nF)^2 - 4 \cdot 1\ mH \cdot 1\ nF \cdot 1 = -3 \cdot 10^{-12}\ s^2 \tag{71}$$

$$R_{cr} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 2\ k\Omega \tag{72}$$

Da k_2 er den kompleks konjugerede af k_1, samt den kritiske værdi er større end modstanden R = 1 kΩ.
Skal løsningen stå på følgende form:

$$y_h(x) = e^{\alpha x} \cdot (A \cdot cos(\beta x) + B \cdot sin(\beta x)) \tag{73}$$

$$\alpha = -5 \cdot 10^5\ \frac{1}{s} \qquad \beta = 8.66 \cdot 10^5\ \frac{1}{s}$$

Herefter indsættes værdierne for α og β

$$V_{out\_1\_h}(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot (A \cdot cos(\beta \cdot t) + B \cdot \sin(\beta \cdot t)) \rightarrow \tag{74}$$
$$e^{-\frac{500000 \cdot t}{s}} \cdot \left(A \cdot cos\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) + B \cdot \sin\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right)\right)$$

3. Find partikulær løsning

$$V_{out\_10}(t) = V_{in}(t) = V_0 = 5\ V \tag{75}$$

3.1 gæt en løsning

Kvalificeret bud

$$V_{out\_1\_p}(t) = \alpha \qquad V'_{out\_1\_p}(t) = 0 \qquad V''_{out\_1\_p}(t) = 0$$

VS: $L \cdot C \cdot 0 + R \cdot C \cdot 0 + \alpha <=> \alpha$

HS: $V_0 = 5$ V

VS=HS α=5 V <=> $V_{out\_1\_h} = 5$ V

4. Fuldstændig løsning ($y(x) = y_h(x) + y_p(x)$)

$$V_{out\_1\_h}(t) = e^{\frac{-500000 \cdot t}{s}} \cdot (A \cdot cos(866000 \cdot t) + B \cdot \sin(866000 \cdot t)) \tag{76}$$

$$V_{out\_1\_p}(t) = 5\ V \tag{77}$$

$$V_{out\_1}(t) = V_{out\_1\_h}(t) + V_{out\_1\_p}(t) \rightarrow 5 \cdot V + e^{-\frac{500000 \cdot t}{s}} \cdot \left(A \cdot cos\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) + B \cdot \sin\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right)\right) \tag{78}$$

5. Specifik løsning (bestem betingelser)

1. Kondensatoren kan ikke oplades øjeblikkelig, så til tiden 0 er spændingen = 0:

$$V_{out\_1}(0) = 0 \rightarrow A + 5 \cdot V = 0 \tag{79}$$

$$V_{out\_10}(0) = 0 \rightarrow A + B + 5 \cdot V = 0 \tag{80}$$

2. En spole kan ikke acceptere øjeblikkelige strømændringer, derfor vil strømmen være 0 til tiden 0:
i(0) = 0 <=> $dV_{out}1(0) = 0$

$$dV_{out\_1}(t) = \frac{d}{dt}V_{out}1(t) \tag{81}$$

$$dV_{out\_1}(0) = 0 \rightarrow \frac{866000 \cdot B}{s} - \frac{500000 \cdot A}{s} = 0 \tag{82}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + 5 \cdot V = 0 \\ 866000 \cdot B - 500000 \cdot A = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, A, B} \begin{bmatrix} -5 \cdot V & -2.8868360277136 \cdot V \end{bmatrix} \tag{83}$$

A = -5 V B = -2.887 V

6. Tjek

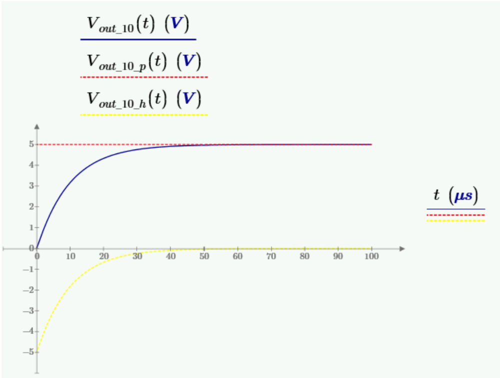
$$V_{out\_1}(t) = 5 \cdot V + e^{-\frac{500000 \cdot t}{s}} \cdot \left(-5\ V \cdot cos\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) - 2.89 \cdot V \cdot \sin\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right)\right) \tag{84}$$

Omskrives ved hjælp af kompleks symbolsk metode:

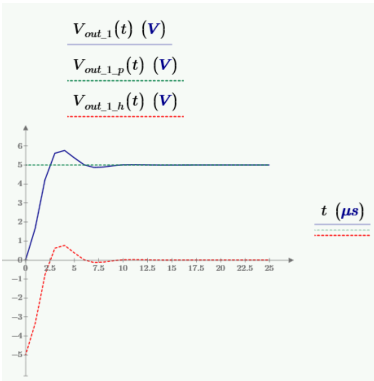
$$V_{out\_1}(t) = -5\ V \cdot cos\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) - 2.89 \cdot V \cdot \sin\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) = \tag{85}$$
$$-5\ V \cdot cos\left(\frac{866000 \cdot t}{s}\right) - 2.89 \cdot V \cdot \sin\left(\frac{866000 \cdot t}{s} - \frac{\pi}{2}\right)$$

3. Beregn kurveform 2.orden

Beregn kurveform for Vout med $R = 10\ k\Omega$ og vis denne grafisk for $0\mu s \leq t \leq 100\mu s$
Vi Ved at vores specifikke løsning (ligning 63) er en sammensætning af vores homogene ligning(ligning 52, samt vores partikulær løsning (ligning **??**), dette kan ses på grafen.
Vi definerer det tidsrum grafen vises i til 0 μs til 100 μs
Beregn kurveform for Vout med $R = 1\ k\Omega$ og vis denne grafisk for $0\mu s \leq t \leq 25\mu s$
Vi Ved at vores specifikke løsning (ligning 84) er en sammensætning af vores homogene ligning(ligning 74, samt vores partikulær løsning (ligning **??**, dette kan ses på grafen.
Vi definerer det tidsrum grafen vises i til 0 μ s til 25 μ s



Figur 8: grafisk afbildning af $V_{out}10$



Figur 9: grafisk afbildning af $V_{out}1$

5. Bestem den maksimale værdi af Vout i de to tilfælde.

For at finde den maksimale værdi af V_{out} for de 2 grafer, kan det ved 1 kΩ måles ud fra grafen, mens det ved 10 kΩ både kan beregnes og måles.
V_{max} for 1 kΩ = 5.766, som det også kan ses på nedstående graf.
Ved 10 kΩ, kan dette beregnes ved at sætte tiden t til 100 procent i dette tilfælde vil det sige 100 μs

$$V_{max\_10} = V_{out\_10}(100\mu s) = 5V \tag{86}$$

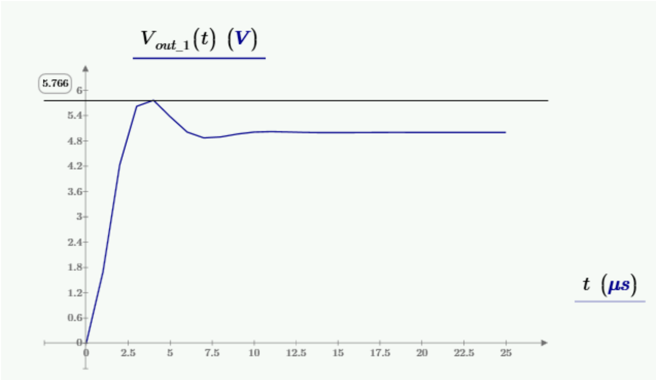
Dette kan også ses på nedenstående graf:

6. Bestem stigetiden tr

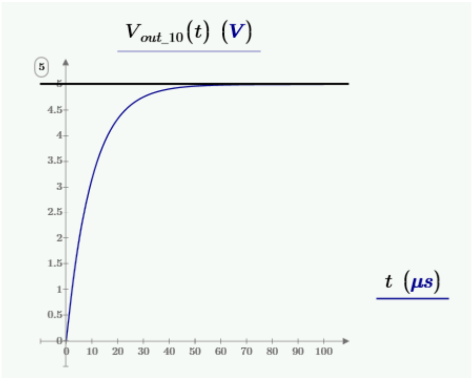
Bestem stigetiden tr (10-90). Stigetiden er den tid det tager V_{out} at komme fra 10% til 90% af den statiske værdi.
Den statiske værdi defineres som $V_{stat} = 5V$
Ved 10kΩ:

$$t_{10} = V_{stat\_10} \cdot 0.1 = 0.5\ V \tag{87}$$

$$t_{90} = V_{stat\_10} \cdot 0.9 = 4.5\ V \tag{88}$$



Figur 10: $V_{max} 1k\Omega$



Figur 11: V_{max} 10 kΩ

Nu hvor begge værdier til 10% og 90% af den statiske værdi er kendte, kan der indsættes cursorer på grafen og derved beregne stigetiden
Her aflæses:

10% af V_{stat} er 1.561 μs,	90% af V_{stat} er 22.466 μs

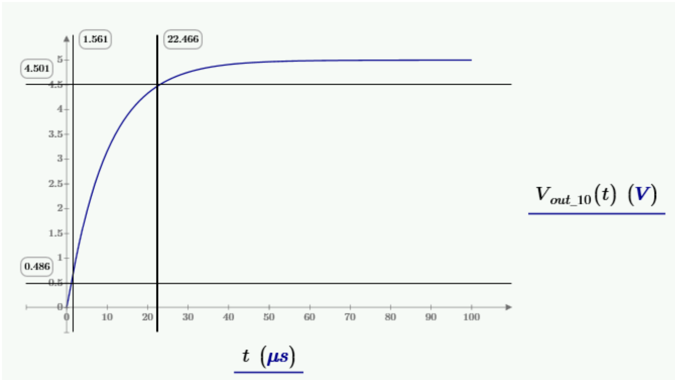
$$t_{r\_10} = t_{90} - t_{10} = 20.905\ \mu s \tag{89}$$

Stigetiden for 10 kΩ er altså 20,905 μs
Ved 1kΩ vil t_{10} (Ligning 87 og t_{90} (Ligning 88 være det samme, da de begge har den samme stationære værdi.
Nu hvor begge værdier til 10% og 90% af den statiske værdi er kendte, kan der indsættes cursorer på grafen og derved beregne stigetiden
Her aflæses:

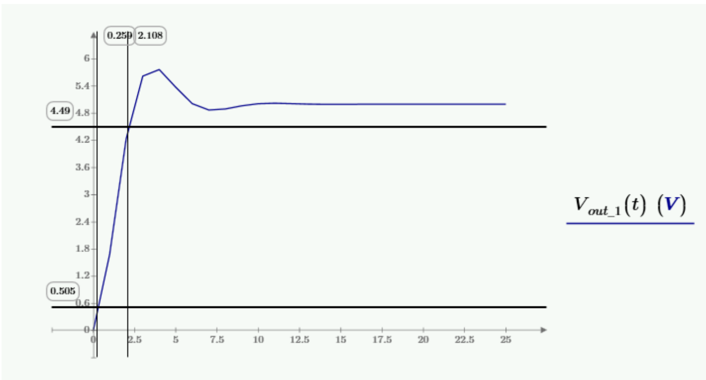
10% af V_{stat} er 0.259 μs,	90% af V_{stat} er 2.108 μs

$$t_{r\_1} = t_{90} - t_{10} = 1.849\ \mu s \tag{90}$$

Stigetiden for 1 kΩ er altså 1.849 μs



Figur 12: stigetiden t_r for 10kΩ



Figur 13: stigetiden t_r for 1kΩ

3 Simulering

3.1 Simulering af 1. ordens lavpasfilter

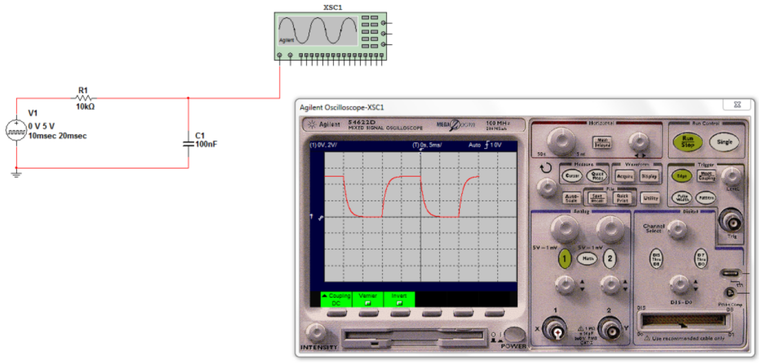
Resultaterne fra analysen simuleres med diagrammerne vist i Figur 14 og 15
I de to tilfælde bestemmes tau(τ), stigetiden og den maksimale spænding, disse resultater indføres i tabel 1.
Figur 14 viser simuleringen af 1. ordens lavpasfilter og Figur 15 viser simulering af 2. ordens lavpasfilter.

3.1.1 Simulering af 10 kΩ

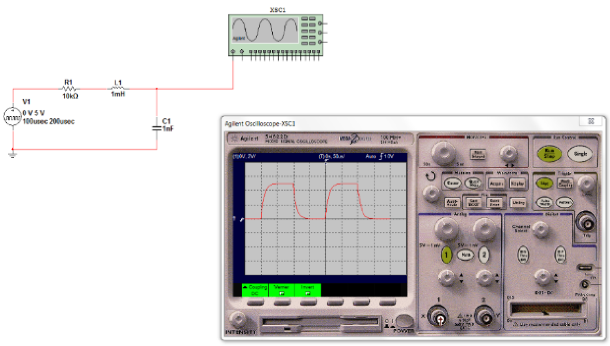
Tidskonstanten(τ) bestemmes ved at beregne:

$$V_{max} \cdot 0.63 = V_\tau$$

Herefter måles tidsforskellen fra t_0 V til V_τ
V_{max} er ud fra figur 16 målt til 4.97 V
$4.97\ V \cdot 0.63 = 3.131V$
Tidsforskellen fra t_0 V til V_τ måles via figur 16 til 1.01 ms (τ = 1.01 ms)



Figur 14: Simulering af 1. ordens lavpasfilter



Figur 15: Simulering af 2.ordens lavpasfilter

Stigetiden bestemmes ved formlen:

$$t_{90} - t_{10} = stigetid$$

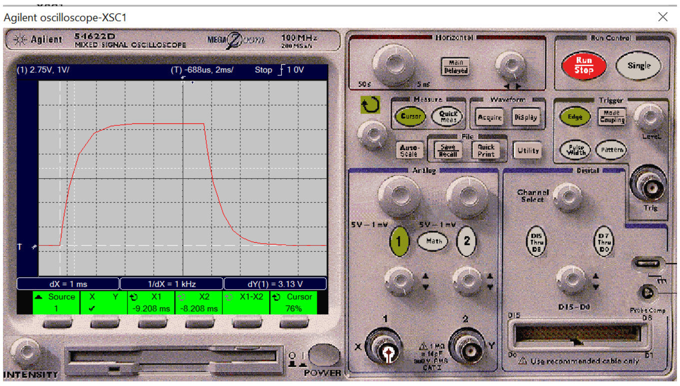
Ud fra målinger af figur 17 er stigetiden blevet beregnet til

$$t_{10} = 4.97V \cdot 0.1 = 0.497V$$
$$t_{90} = 4.97V \cdot 0.9 = 4.473V$$

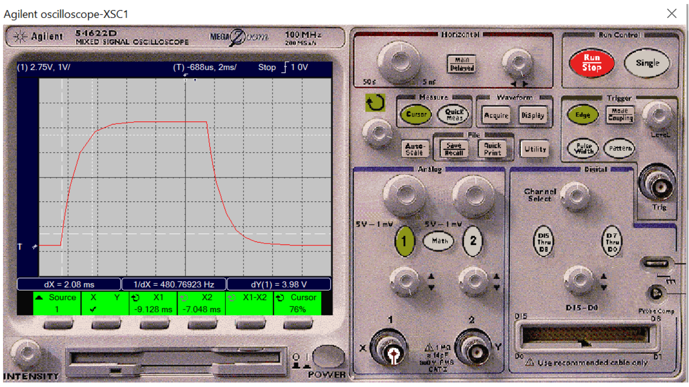
Tidsforskellen mellem t_{90} og t_{10} måles via figur 17 til 2.08 ms
Maksimal spænding bestemmes ved formlen:

$$V_{max} - V_{min} = \text{Maksimal spænding}$$

Afstanden mellem V_{max} og V_{min} måles via figur 18 til 4.97 V



Figur 16: måling af τ



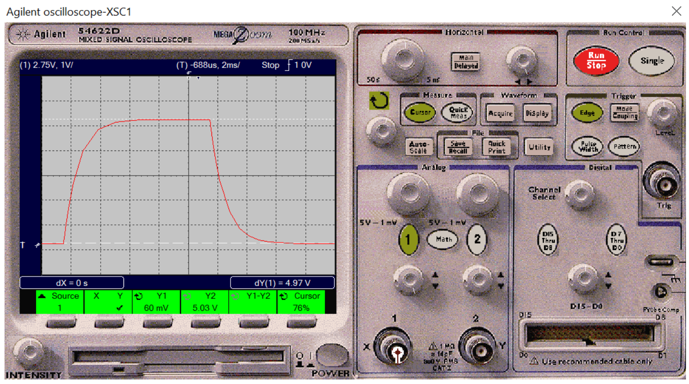
Figur 17: stigetid

3.1.2 Simulering af 100 kΩ

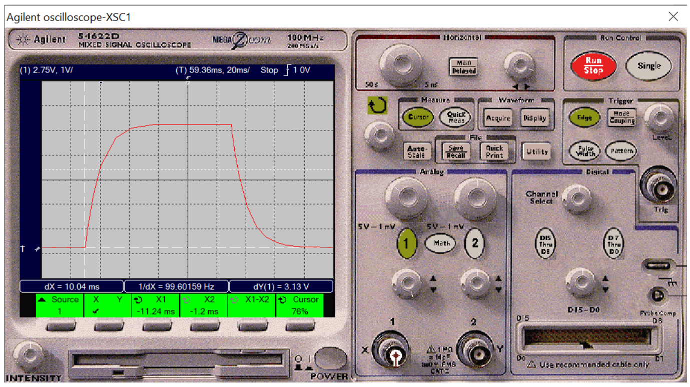
Tidskonstanten(τ) bestemmes ved at beregne:

$$V_{max} \cdot 0.63 = V_{\tau}$$

Herefter måles tidsforskellen fra t_0 V til V_{τ}
V_{max} er ud fra figur **??** målt til 4.96 V
$4.96\ V \cdot 0.63 = 3.125V$
Tidsforskellen fra t_0 V til V_{τ} måles via figur 19 til 10.04 ms (τ = 10.04 ms)



Figur 18: Maksimal spænding



Figur 19: måling af τ

Stigetiden bestemmes ved formlen:

$$t_{90} - t_{10} = stigetid$$

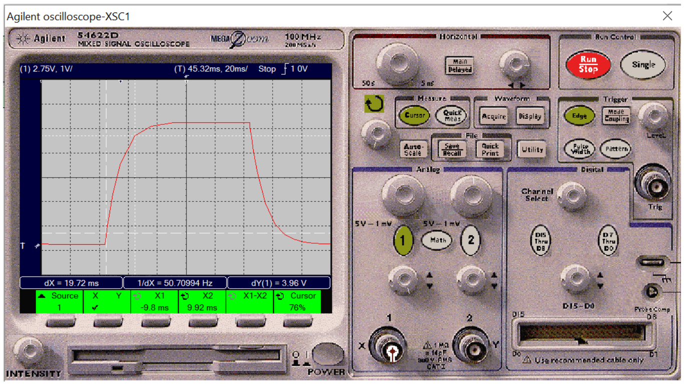
Ud fra målinger af figur 20 er stigetiden blevet beregnet til

$$u_{10} = 4.96V \cdot 0.1 = 0.496V$$
$$t_{90} = 4.96V \cdot 0.9 = 4.464V$$

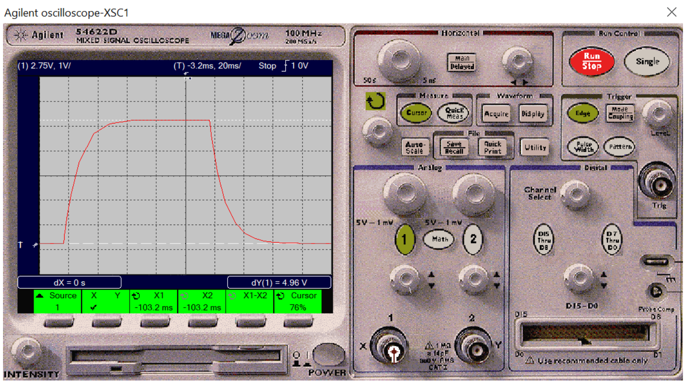
Tidsforskellen mellem t_{90} og t_{10} måles via figur20 til 19.72 ms
Maksimal spænding bestemmes ved formlen:

$$V_{max} - V_{min} = \text{Maksimal spænding}$$

Afstanden mellem V_{max} og V_{min} måles via figur 21 til 4.96 V



Figur 20: stigetid



Figur 21: Maksimal spænding

3.2 Simulering af 2. ordens lavpasfilter

3.2.1 Simulering af 1 kΩ

τ_5 er via figur 22 afmålt til 4.966 V, altså det tidspunkt,
hvor vores kurve er vokset med 5 τ
Stigetiden bestemmes ved formlen:

$$t_{90} - t_{10} = stigetid$$

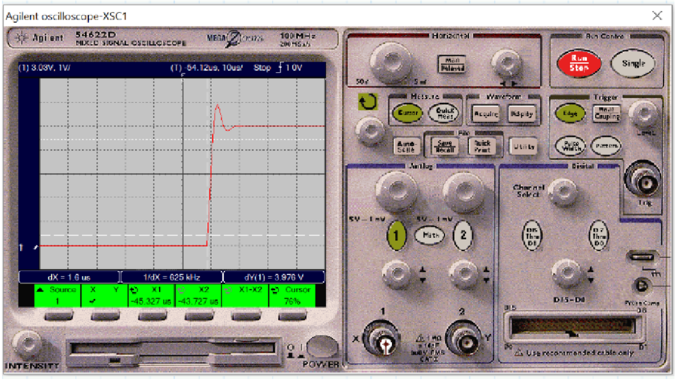
Ud fra målinger af figur 22 er stigetiden blevet beregnet til

$$t_{90} = 4.966V \cdot 0.9 = 4.473V$$
$$t_{10} = 4.966V \cdot 0.1 = 0.497V$$

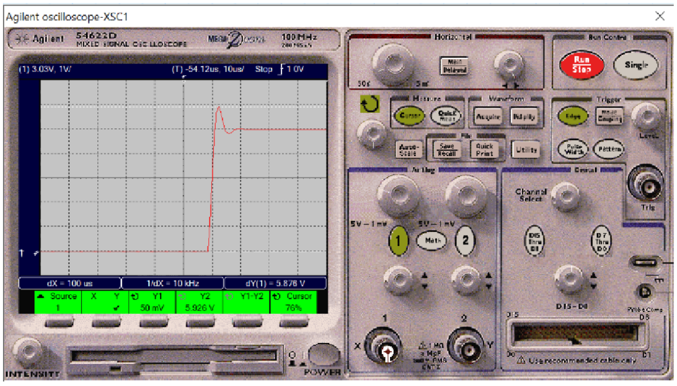
Tidsforskellen mellem t_{90} og t_{10} måles via figur 22 til 1.6 μs
Maksimal spænding bestemmes ved formlen:

$$V_{max} - V_{min} = \text{Maksimal spænding}$$

Afstanden mellem V_{max} og V_{min} måles via figur 23 til 5.876 V



Figur 22: Stigetid



Figur 23: Maksimal spænding

3.2.2 Simulering af 10 kΩ

τ_5 er via figur24 afmålt til 4.956 V, altså det tidspunkt,
hvor vores kurve er vokset med 5 τ
Stigetiden bestemmes ved formlen:

$$t_{90} - t_{10} = stigetid$$

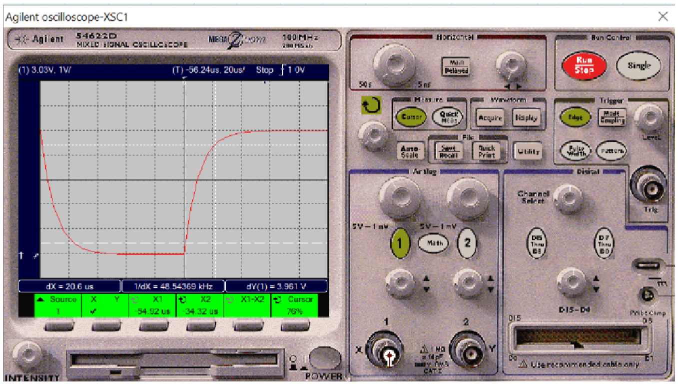
Ud fra målinger af figur 24 er stigetiden blevet beregnet til

$$t_{90} = 4.956V \cdot 0.9 = 4.46V$$
$$t_{10} = 4.956V \cdot 0.1 = 0.496V$$

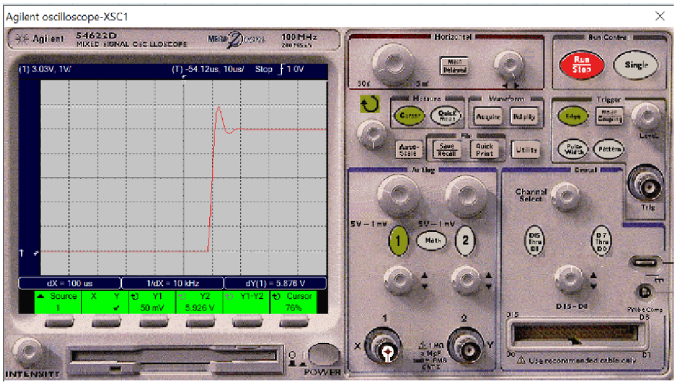
Tidsforskellen mellem t_{90} og t_{10} måles via figur 24 til 20.6 μs
Maksimal spænding bestemmes ved formlen:

$$V_{max} - V_{min} = \text{Maksimal spænding}$$

Afstanden mellem V_{max} og V_{min} måles via figur 25 til 4.941 V



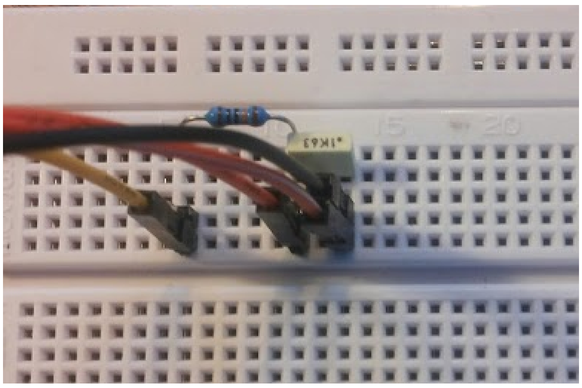
Figur 24: Stigetid



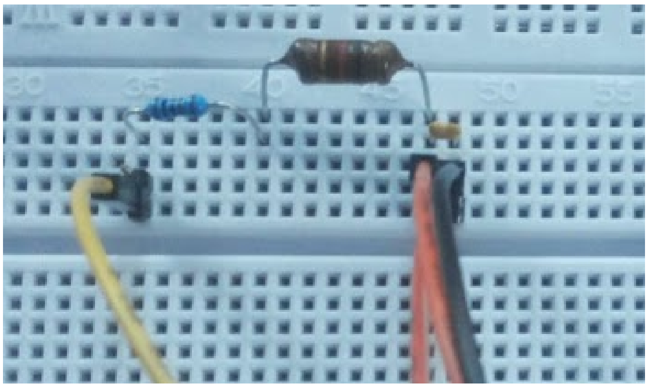
Figur 25: Maksimal spænding

4 Realisering

Kredsløbene fra analysen og simuleringen opbygges og måles i laboratoriet med oscilloskop. Figurerne 26 og 27 nedenfor viser de fysiske måleopstillinger.



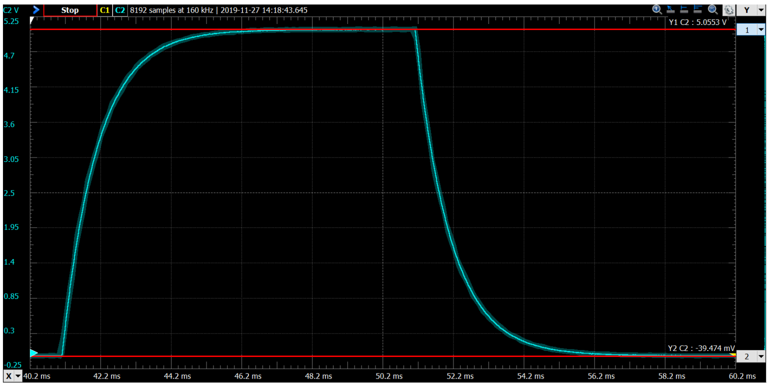
Figur 26: Lavpasfilter R: 100 kΩ, C = 100nF



Figur 27: Lavpasfilter R=1kΩ, =1mH, C=1nF

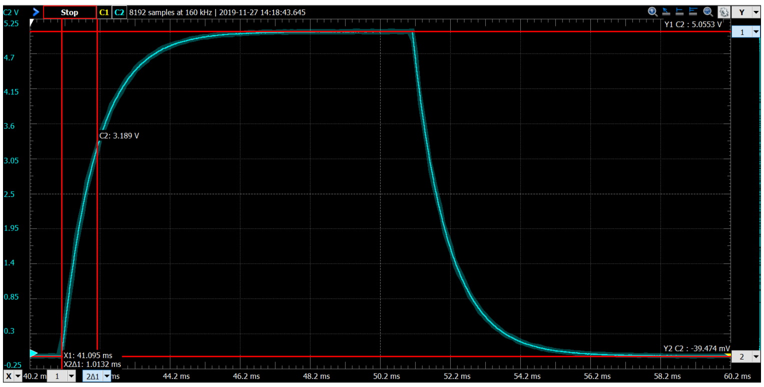
4.1 Realisering af 1. ordens lavpasfilter

4.1.1 10kΩ



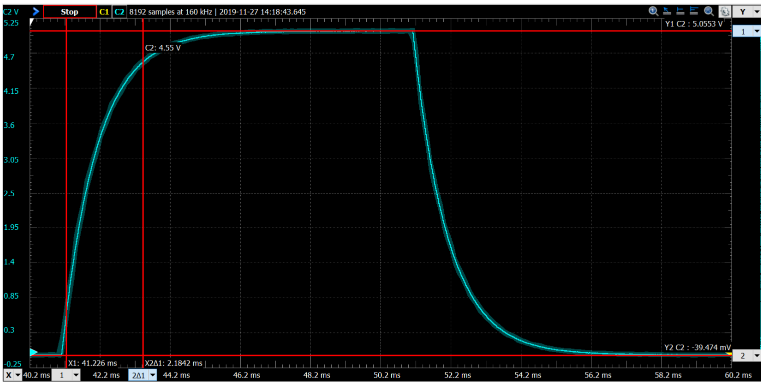
Figur 28: Måling af V_{max} på 10kΩ 1. ordens lavpasfilter

Oscilloskopet indstilles til en amplitude på 2.5V, offset på 2.5V og en frekvens på 50 Hz. V_{max} måles til 5.06V



Figur 29: Måling af tidskonstant på 10kΩ 1. ordens lavpasfilter

Tidskonstanten måles til 63% af den stationære spænding, hvilket udregnes til $5.06V \cdot 0.63 = 3.188V$. Tidskonstanten τ måles her til 1.01 ms



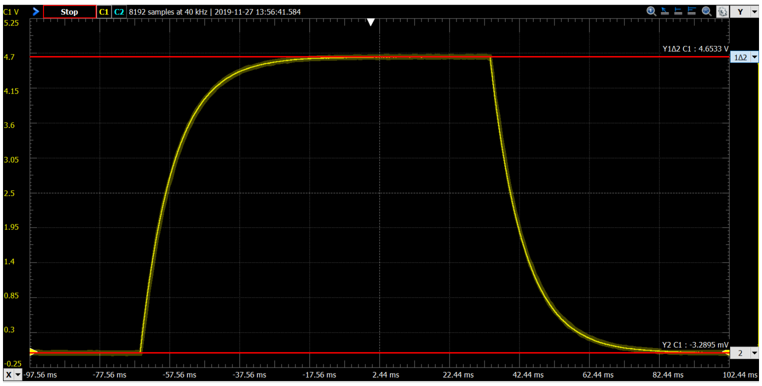
Figur 30: Måling af stigetid på 10kΩ 1. ordens lavpasfilter

Stigetiden måles ved at måles tiden til 10% og 90% af den stationære spænding.

$$t_{10} = 5.06V \cdot 0.1 = 0.506V$$
$$t_{90} = 5.05V \cdot 0.9 = 4.554V$$

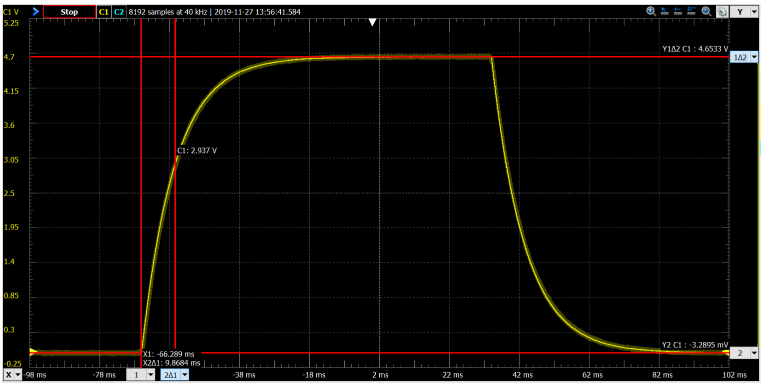
Stigetiden t_r måles til $2.18ms$

4.1.2 100kΩ



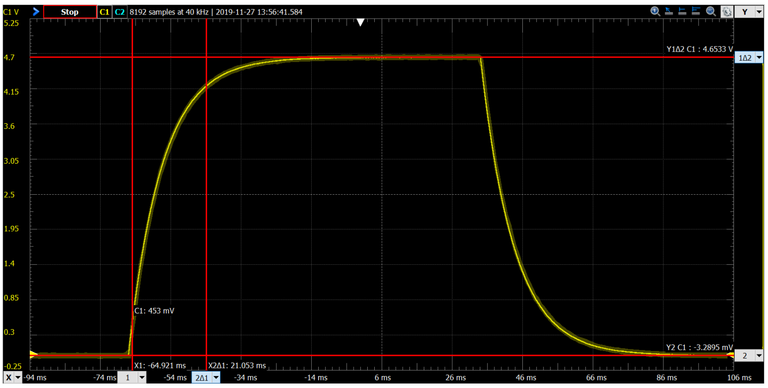
Figur 31: Måling V_{max} på 1. ordens lavpasfilter med 100kΩ

Oscilloskopet indstilles til en amplitude på 2.5V, et offset på 2.5 V og en frekvens på 5 Hz V_{max} måles på lavpasfilteret med en 100kΩ modstand til 4.65 V.



Figur 32: Måling af tidskonstant på 100kΩ 1. ordens lavpasfilter

Tidskonstanten måles til 63% af den aflæste maximale spænding, som svarer til den stationære spænding, hvilket er $4.65V \cdot 0.63 = 2.93V$. Tiden til 2.93 V, stigetiden, aflæses til 9.87 ms

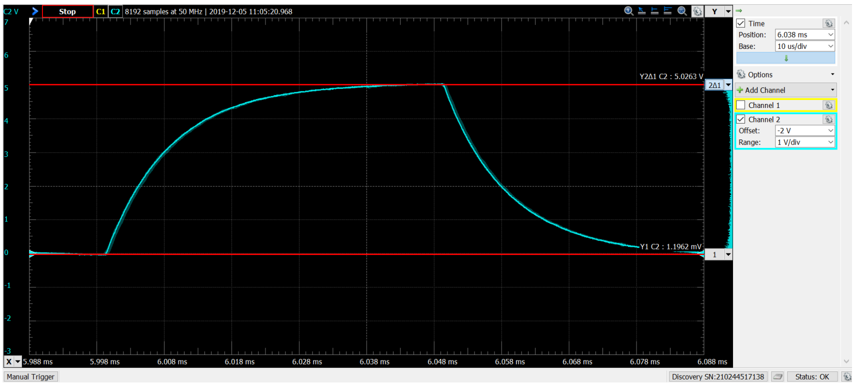


Figur 33: Måling at stigetid på 100kΩ 1. ordens lavpasfilter

Stigetiden måles ved at måles tiden til 10% og 90% af den stationære spænding, som svarer til den aflæste maksimale spænding.
$t_{10} = 4.65V \cdot 0.1 = 0.465V$ $t_{90} = 4.65V \cdot 0.9 = 4.185V$ Stigetiden t_r måles til 21.05 ms

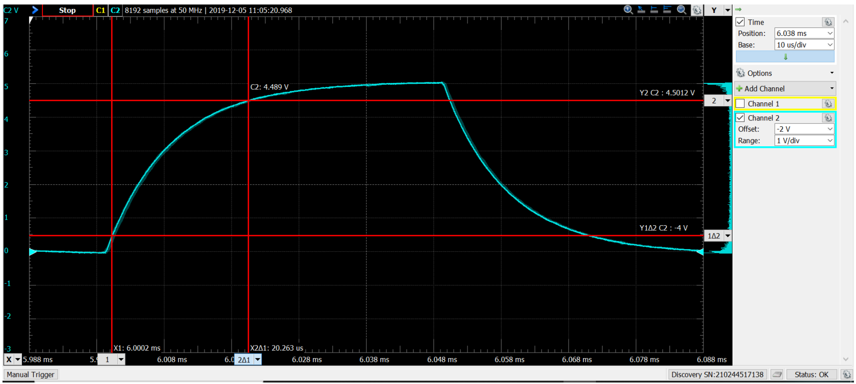
4.2 Realisering af 2. ordens lavpasfilter

4.2.1 10kΩ



Figur 34: Måling af maksimal spænding på 10kΩ 2. ordens lavpasfilter

Oscilloskopet indstilles på amplitude 2.5V, offset på 2.5 og en frekvens på 10kHz.
Den maksimale spænding på 10kΩ 2. ordens lavpasfilteret aflæses på grafen til 5.03 V.



Figur 35: Måling af stigetid på 10kΩ 2. ordens lavpasfilter

Stigetiden måles ved at aflæse tiden til 10% og 90% af den stationære spænding, som her måles til 5.05 V.

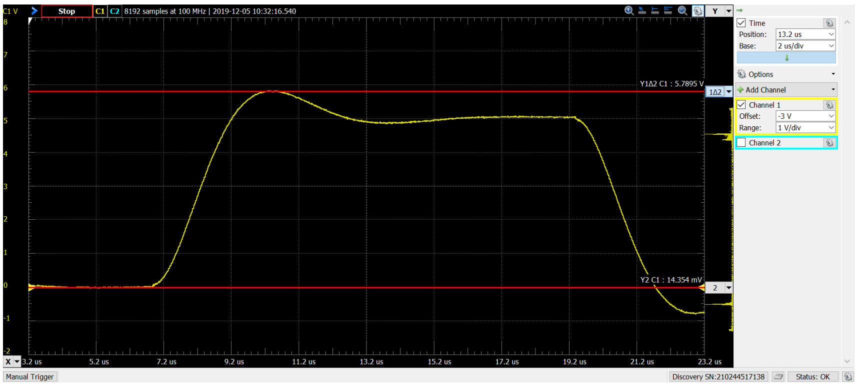
$$t_{10} = 5.02V \cdot 0.1 = 0.502V$$
$$t_{90} = 5.02V \cdot 0.9 = 4.518V$$

Stigetiden $t_r, \Delta t$ aflæses direkte på oscilloskopet til $20.3\mu s$

4.2.2 1kΩ

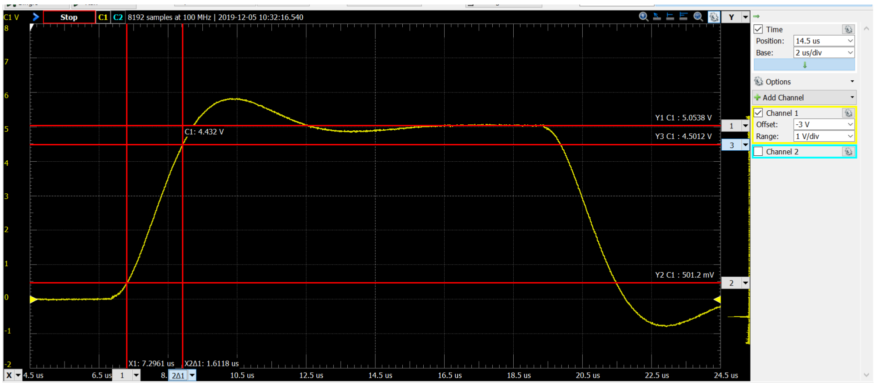
Oscilloskopet indstilles på amplitude 2.5V, offset på 2.5 og en frekvens på 40kHz.
Den maksimale spænding på 1kΩ 2. ordens lavpas filter aflæses på grafen til 5.79 V.

Oversvinget skyldes, rent matematisk, at modstanden R er mindre end den kritiske værdi, og derfor vil stigetiden være lille. Når den stationære spænding er nået vil spolen dog



Figur 36: Måling af maksimal spænding på 1kΩ 2. ordens lavpasfilter

ikke kunne ændre strømmen øjeblikkeligt, og det vil derfor tage lidt tid, før kredsløbet stabiliserer sig, og spændingen bliver stationær.



Figur 37: Måling af stigetid på 1kΩ 2. ordens lavpasfilter

Stigetiden måles ved at aflæse tiden til 10% og 90% af den stationære spænding, som her måles til 5.05 V.

$$t_{10} = 5.05V \cdot 0.1 = 0.505V$$
$$t_{90} = 5.05V \cdot 0.9 = 4.553V$$

Stigetiden $t_r, \Delta t$ aflæses direkte på oscilloskopet til $1.6118\mu s$

Tabel 1: Multirow table.

Analyse				**Simulering**				**Måling**			
R kΩ	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]	R [kΩ]	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]	R [kΩ]	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]
1. ordens lavpas filter											
10	1.0 (19)	2.197 (27)	5 (23)	10	1	2.08	4.97	10	1.01	2.18	5.06
100	10 (20)	21.972 (30)	4.966 (24)	100	10.04	19.72	4.96	100	9.87	21.053	4.65
2. ordens lavpas filter											
1		1.849 μs	5.766	1		1.6 μs	5.786	1		1.618 μs	5.79
10		20.905 μs	5.0	10		20.6 μs	4.94	10		20.263 μs	5.03