AARHUS UNIVERSITET

Transient respons

Øvelse 4

Emma Spanner 201907955
Mads Emil Nielsen 201908775
Peter Gehlert Theilgaard 201907648

Hold 2

9. december 2019

IKLT-MMLS 1. semester
Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Indhold

1 Indledning

Formålet med denne øvelse er at vise:

- Hvordan beregnes og måles steprespons signaler i et kredsløb.
- Hvordan påvirker et kredsløbs komponenter det beregnede og målte steprespons.

I øvelsen betragtes 1. og 2. ordens lavpasfiltre. Resultaterne fra øvelsen præsenteres i form af en målejournal og godkendes af underviserne ved det den afsluttede måling.

2 Analyse

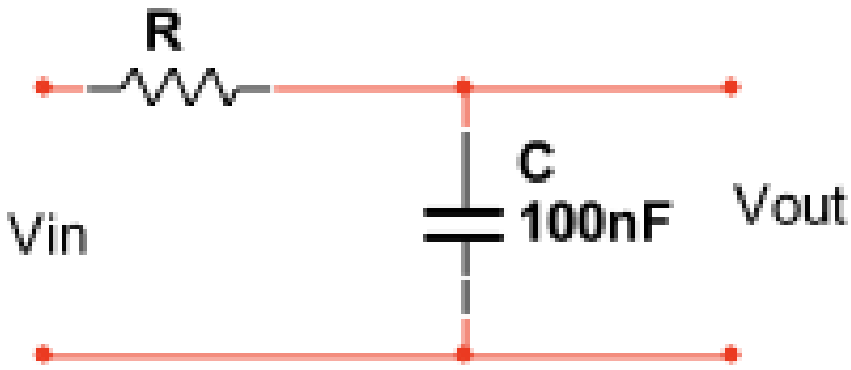
Øvelsen er opdelt i to dele, 1. og 2. ordens lavpasfilter.

2.1 Analyse af 1. ordens lavpasfilter

Figur 1 viser et 1. ordens lavpasfilter med en modstand og en kondensator. V_{in} er stepinput med spænding 0 – 5 V. Steppet sker til tiden t=0 sek.

$$V_{in}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ V_0 & \text{if } t > 0 \end{cases} \tag{1}$$

Ligning: 1 Indgangs spændingen er en funktion af t



Figur 1: Første ordens lavpasfilter

Strøm-spænding sammenhængen for en modstand og en kondensator er:
Modstand:

$$V_R = R \cdot i \tag{2}$$

Ligning 2: Spændingen over en modstand

Kondensator:

$$i = C \cdot \frac{d(V_C)}{dt} \tag{3}$$

Ligning 3: Strømen gennem en kondensator

Output spænding:

$$V_{Out}(t) = V_C(t) \tag{4}$$

Ligning 4: Spændingen over $V_C(t)$ er den samme som i punktet $V_{Out}(t)$

Følgende 8 delopgaver er givet:

1. Vis ved Kirchhoffs love : KVL

Vis ved Kirchhoffs love at følgende differentialligning gælder for kredsløbet i Figur 1 :

$$V_{in}(t) = R \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + V_{out}(t) \tag{5}$$

Efter en kredsløbsanalyse ses det at:

$$V_{in} = V_R + V_C \tag{6}$$

Ved brug af Ligning 1 og Ligning 4 kan ligningen omskrives til

$$V_0 = V_R + V_{Out} \tag{7}$$

Ved at kombinere Ligning 2 og Ligning 3, kan der findes et nyt udtryk fra V_R som er afhængig af tiden t

$$V_R = R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \cdot V_C \tag{8}$$

Dernæst kan den indsættes i Ligning 7 hvilket medføre

$$V_0 = R \cdot C \cdot \frac{d(V_{out}(t))}{dt} + V_{out}(t) \tag{9}$$

2. Løs differentialligningen med hensyn til Vout

Løs differentialligningen med hensyn til Vout for $0 \leq t < \infty$
Ligning 5 kan omskrives så konstanten foran $\frac{d(V_{out}(t))}{dt}$ ved at gange igennem med $\frac{1}{R \cdot C}$, det medføre

$$\frac{d(V_{out}(t))}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_{out}(t) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_0 \tag{10}$$

Ved hjælp af en løsnings protokol Ligning 10 nu løses:

$$P(t) = \frac{1}{R \cdot C} \tag{11}$$

$$Q(t) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_0 \tag{12}$$

$$\mu(t) = e^{\int P(t)dt} \rightarrow e^{(\frac{t}{R \cdot C})} \tag{13}$$

Ligning 13: Hjælpefunktion

$$F(t) = \int \mu(t) \cdot Q(t)dt \rightarrow V_0 + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \tag{14}$$

Ligning 14: Stamfunktion

$$V_{Out}(t) = \frac{1}{\mu(t)} \cdot (F(t) + k) \xrightarrow{simplify} V_{Out}(t) = V_0 + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \tag{15}$$

Ligning 15: Fuldstændig løsning

$$k = V_{Out}(0) \xrightarrow{solve,k} -V_0 \tag{16}$$

Ligning 16: Betingelse

$$V_{Out}(t) = V_0 - V_0 \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \tag{17}$$

Ligning 17: Specifikke Løsning

3. Beregn tidskonstanten

Beregn tidkonstanten τ for lavpasfilteret med hhv. $R = 10\ k\Omega$, $R = 100\ k\Omega$ og $C = 100nF$. Tidskonstanten er et udtryk for at V_{Out} er opnået 63% af V_{in}.

$$\tau = R \cdot C \tag{18}$$

Ligning 18: Generel tidskonstant

Tidskonstant τ_{10}:
Ved brug af Ligning 18 kan τ_{10} beregnes:

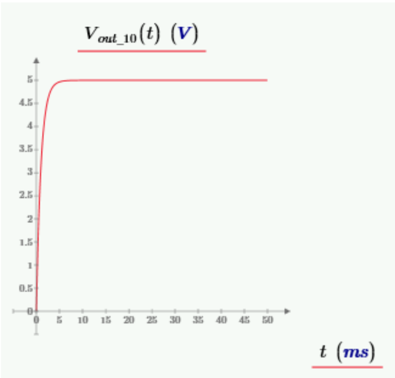
$$\tau_{10} = R_{10} \cdot C$$
$$\tau_{10} = 10k\Omega \cdot 100nF$$

$$\tau_{10} = 1ms \tag{19}$$

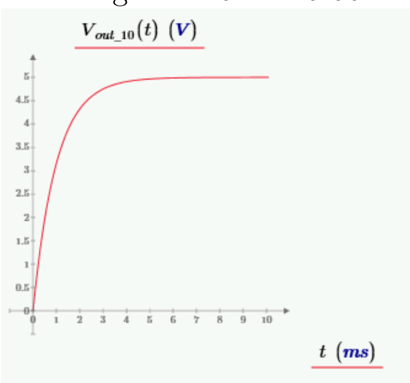
Tidskonstant τ_{100}:
Ved brug af Ligning 18 kan τ_{100} beregnes:

$$\tau_{100} = R_{100} \cdot C$$
$$\tau_{100} = 100k\Omega \cdot 100nF$$

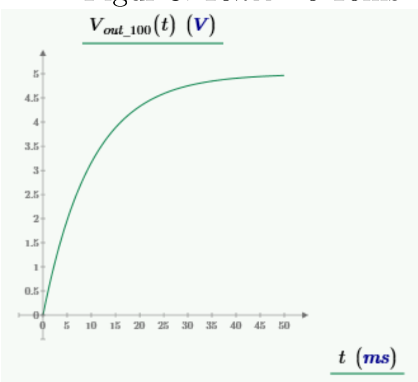
$$\tau_{100} = 10ms \tag{20}$$



Figur 2: $10k\Omega$ - 0-50ms



Figur 3: $10k\Omega$ - 0-10ms



Figur 4: $10k\Omega$ - 0-50ms

4. Beregn kurveform

Beregn kurveform for Vout med hhv. $R = 10\ k\Omega$ og $R = 100\ k\Omega$, og vis disse grafisk for $0 \leq t \leq 50ms$
Bestemt er: $V_0 = 5V$ og $t = 0s, 0.1ms..50ms$
Kurveformen er givet ved Ligning 17, da dette er den specifikke løsning.
Derefer kan man nu indsætte parametrene i ligningen og derved får man 2 nye ligninger der begge afhænger af tiden t:
$V_{Out_{10}}(t)$:

$$V_{Out_{10}}(t) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{t}{10k\Omega \cdot 100nF}} \tag{21}$$

$V_{Out_{100}}(t)$:

$$V_{Out_{100}}(t) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{t}{100k\Omega \cdot 100nF}} \tag{22}$$

5. Beregn Vout max

Beregn den maksimale værdi af Vout i de to tilfælde. Når V_{Max} skal beregnes vil den være højste i det signalet stepper ned. Det vil sige ved t = 50ms
V_{OutMax_10}:

$$V_{OutMax_{10}}(50ms) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{50ms}{10k\Omega \cdot 100nF}}$$

$$V_{OutMax_{10}}(50ms) = 5V \tag{23}$$

V_{OutMax_100}:

$$V_{OutMax_{100}}(50ms) = 5V - 5V \cdot e^{-\frac{50ms}{100k\Omega \cdot 100nF}}$$

$$V_{OutMax_{100}}(50ms) = 4.996V \tag{24}$$

6. Bestem stigetiden tr

Bestem stigetiden tr (10-90%). Stigetiden er den tid det tager V_{out} at komme fra 10% til 90% af V_{in}.
Ved $10k\Omega$:
!!!!!MANGLER BEGRUNDELSE FOR AT BRUGE LOGEITMEN!!!!

$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot \tau_{10}$$
$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot 1.0ms$$

$$t_{10} = 0.105ms \tag{25}$$

$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot \tau_{10}$$
$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot 1.0ms$$

$$t_{90} = 2.303ms \tag{26}$$

$$tr_{10} = t_{90} - t_{10}$$
$$tr_{10} = 2.303ms - 0.105ms$$
$$tr_{10} = 2.167ms \tag{27}$$

Ved $100k\Omega$**:**
!!!!!MANGLER BEGRUNDELSE FOR AT BRUGE LOGEITMEN!!!!

$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot \tau_{100}$$
$$t_{10} = -ln(0.9) \cdot 1.0ms$$
$$t_{10} = 1.054ms \tag{28}$$

$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot \tau_{100}$$
$$t_{90} = -ln(0.1) \cdot 1.0ms$$
$$t_{90} = 23.026ms \tag{29}$$

$$tr_{100} = t_{90} - t_{10}$$
$$tr_{100} = 23.026ms - 1.054ms$$
$$tr_{100} = 21.972ms \tag{30}$$

7. Forklar

Forklar hvordan tidskonstanten og stigetiden kan findes ud fra grafen for Vout, og opstil en ligning til bestemmelse af C, når tidskonstanten og modstanden R er kendte.

8. Indfør resultatur i Tabel 1

Resultaterne indføres i Tabel 1.
Et eller andet bullshit

Tabel 1: Multirow table.

Analyse				**Simulering**				**Måling**			
R kΩ	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]	R [kΩ]	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]	R [kΩ]	τ [msek]	t_r [msek]	V_{Max} [V]
1. ordens lavpas filter											
10	1.0 (19)	2.197 (27)	5 (23)	10	1	2.08	4.97	10	1.01	2.18	5.06
100	10 (20)	21.972 (30)	4.966 (24)	100	10.04	19.72	4.96	100	9.87	21.053	4.65
2. ordens lavpas filter											
1		x1	x2	1		x3	x4	1		x5	x6
10		x7	x8	10		x9	x10	10		x11	x12

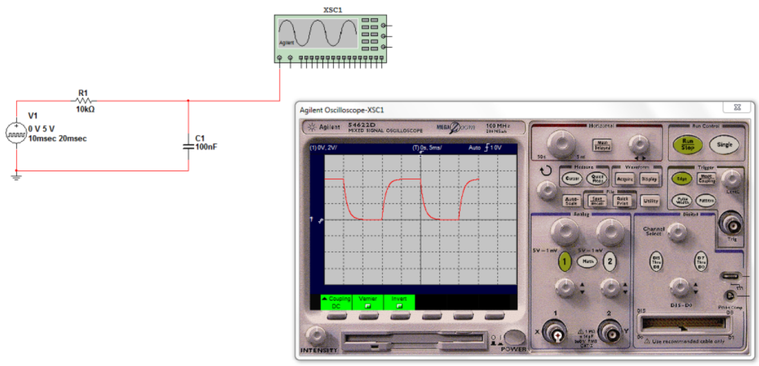
3 Simulering

Resultaterne fra analysen simuleres med diagrammerne vist i Figur og Figur .

3.1 Simulering af 1. ordens lavpasfilter

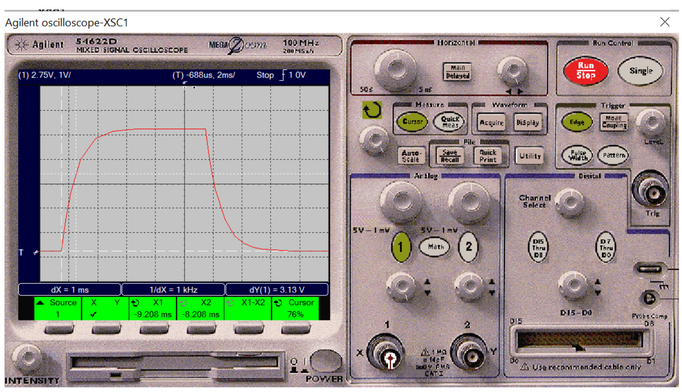
3.1.1 Simulering af 10 kΩ

Figur 5 viser simuleringen af 1. ordens lavpasfilter. På oscilloskopet vises kurveformen for V_{out} og heraf bestemmes tidskonstan for R = 10 kΩ og R = 100kΩ. I de to tilfælde bestemmes den maksimale værdi af V_{out} Resultaterne indføres i tabel 1.



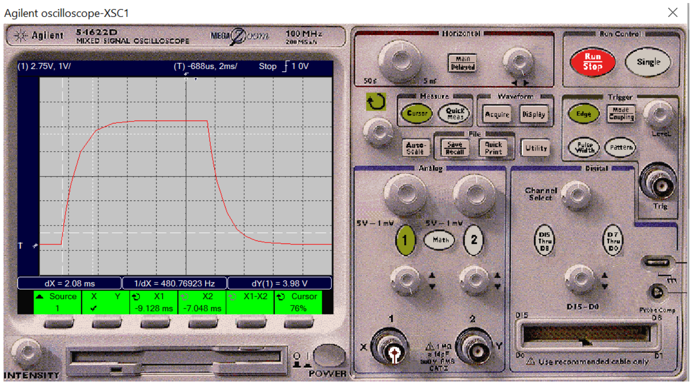
Figur 5: Simulering af 1. ordens lavpasfilter

tidskonstanten(τ) bestemmes ved at først at beregne
$V_max \cdot 0.63 = V_\tau$
Herefter måles tidsforskellen fra t_0V til V_τ
V_max er ud fra figur 6 målt til 4.97 V $4.97V \cdot 0.63 = 3.131V$
tidsforskellen fra t_0V til V_τ måles til 1.01 ms



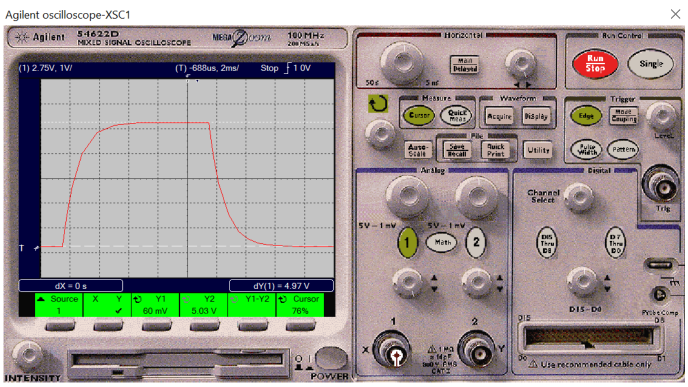
Figur 6: måling af τ

stigetiden(τ) bestemmes ved formlen: $\tau_{90} - \tau_{10} = \delta_{stigetid}$
Ud fra målinger af figur 7 er stigetiden blevet beregnet til
$\tau_{10} = 4.97V \cdot 0.1 = 0.497V$ $\tau_{90} = 4.97V \cdot 0.9 = 4.473V$
Herefter måles afstanden mellem τ_{10} til $\tau 90$ som via figur 7 bliver målt til 2.08 ms



Figur 7: stigetid

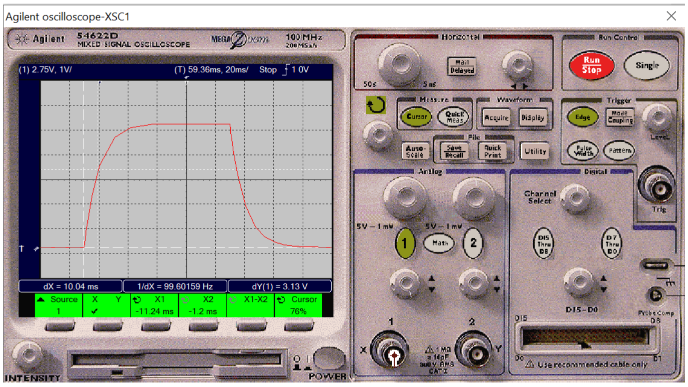
Maksimal spænding bliver målt med formlen $V_{max} - V_{min}$
Afstanden mellem V_{max} og V_{min} som via figur 8 måles til 4.97 V



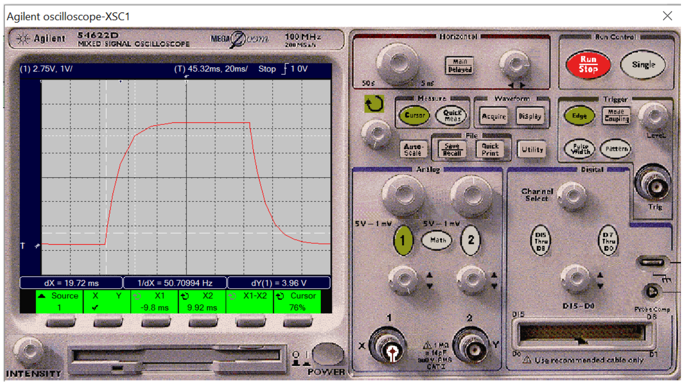
Figur 8: Maksimal spænding

3.1.2 Simulering af 100 kΩ

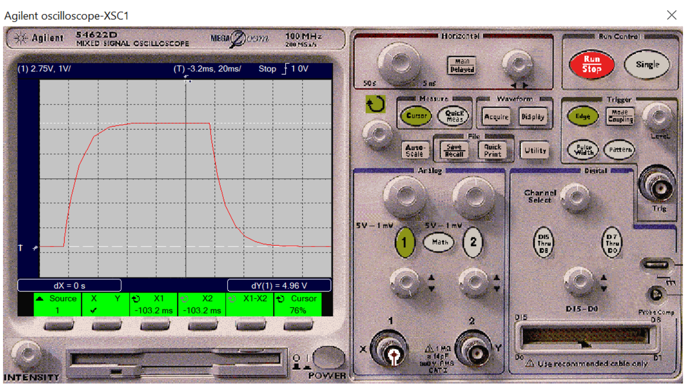
tidskonstanten(τ) bestemmes ved at først at beregne
$V_max \cdot 0.63 = V_\tau$
Herefter måles tidsforskellen fra t_0V til V_τ
V_max er ud fra figur 9 målt til 4.96 V $4.96V \cdot 0.63 = 3.125V$
tidsforskellen fra t_0V til V_τ måles til 10.04 ms
stigetiden(τ) bestemmes ved formlen: $\tau_{90} - \tau_{10} = \delta_{stigetid}$
Ud fra målinger af figur 10 er stigetiden blevet beregnet til
$\tau_{10} = 4.96V \cdot 0.1 = 0.496V$ $\tau_{90} = 4.96V \cdot 0.9 = 4.464V$
Herefter måles afstanden mellem $\tau_{10} til \tau 90$ som via figur 10 bliver målt til 19.72 ms
Maksimal spænding bliver målt med formlen $V_{max} - V_{min}$
Afstanden mellem V_{max} og V_{min} som via figur 11 måles til 4.96 V



Figur 9: måling af τ



Figur 10: stigetid



Figur 11: Maksimal spænding