Tarea N°2 Física Computacional II - 2S-2019

Prof. C. Paredes

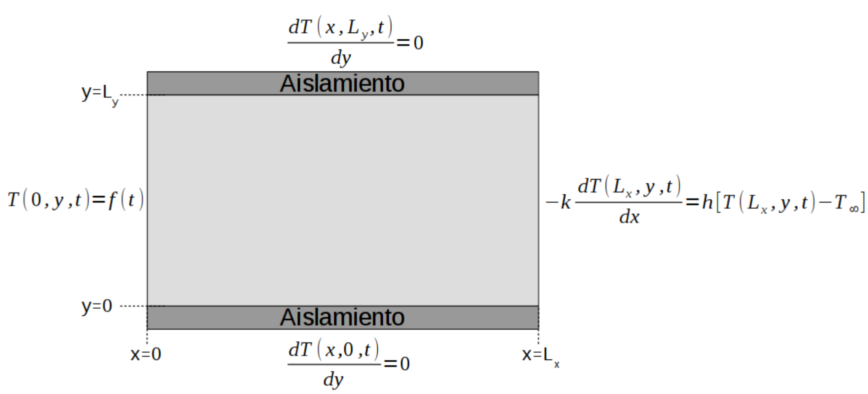
September 28, 2019

1 Problema 1 - 10 puntos

Considere la lámina metálica de 3 m x 1 m que se muestra en la figura. La evolución temporal del campo de temperatura en esta lámina se puede estudiar por medio de la ecuación de calor bidimensional:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + S(x, y)$$

Donde $\alpha = \frac{k}{\rho c}$, k la conductividad térmica, ρ la densidad y c el calor específico a presión constante de la lámina metálica.



En el centro de la lámina existe una fuente de calor que tiene la siguiente forma:

$$S(x, y) = 20 \exp\left[-\left(\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_X^2} + \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_Y^2}\right)\right] \text{ W}/m^3$$

Donde $\sigma_X = \sigma_Y = 0.2$ m y (x_0 , y_0) corresponde a las coordenadas del centro de la lámina.

Los parámetros a considerar son:

- $T_\infty = 28$ °C
- $h = 5$ W/m^2°C
- $k = 401$ W/m°C
- $\alpha = 113 \times 10^{-6}$ m^2/s

La condición de borde izquierdo viene dada por:

$$f(t) = 30C + 5sen(t), \text{t en segundos}$$

Estudie la evolución temporal del campo de temperatura para un lapso de tiempo de 30 minutos. Considere que en t=0 la lamina se encuentra a temperatura ambiente (28 °C). Genere una animación y obtenga el campo de temperatura en t=30 minutos.

2 Problema 2 - 10 puntos

La presión del aire $p(x,t)$ en el tubo de un organo es gobernada por la ecuación:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

Donde L es la longitud del tubo y ω es una constante física. Si el tubo esta cerrado en $x = L$, las condiciones de borde son:

$$p(0,t) = p_0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial p}{\partial x}(L,t) = 0$$

Si el tubo esta abierto en $x = L$ las condiciones de borde son:

$$p(0,t) = p_0 \quad \text{y} \quad p(L,t) = p_0$$

Para los parámetros $\omega = 1$ y $L = 1$, las condiciones iniciales en ambos casos son:

$$p(x,0) = p_0 cos(2\pi x), \quad y \quad \frac{\partial p}{\partial t}(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Considere $p_0 = 0.9$ y determine el perfil $p(x,5)$ para ambos casos. **(10 puntos)**.

3 Problema 3 - 10 puntos

Considere una onda cuadrada que se mueve a velocidad constante a=1. La ecuación y condiciones modelan su evolución temporal son:

$$u_t(x,t) + au_x(x,t) = 0$$

$$u(0,t) = 0$$

$$u(x,0) = 1, \text{ para } 0 \leq x \leq 2 \text{ (0 para otro x)}$$

Estudie la evolución temporal de esta onda hasta que alcance la posición x=100 utilizando los siguientes métodos:

- FTBS
- FTCS
- BTCS
- Método de Lax

Compare los perfiles de ondas obtenidos en las posiciones x=25,50,75 y 100.

4 Problema 4 - 10 puntos

Considere la ecuación de Schrodinger unidimensional dependiente del tiempo.

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi$$

La condición inicial viene dada por el siguiente paquete gaussiano centrado en $x=x_0$ y momentum q.

$$\psi(x,0) = exp(iqx)exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Para $x_0=100$, q=5,$\sigma = 15$,m=$\hbar$=1 simule la evolución temporal de $|\psi(x)|^2$ entre x=0 y x=500 considerando el siguiente potencial:

$$V(x) = \begin{cases} 2 & 300 \leq x \leq 350 \\ 0 & otro \end{cases}$$

Obtenga gráficas de $|\psi(x)|^2$ antes, durante y después de entrar en contacto con el potencial.

Referencias:

Capítulo 11, B. Stickler (2da. edición)

Capítulo 19, Numerical Recipes in C (2da. edición).