第一章填空题（**黄金分割法**）

1. 用黄金分割法求极小点，每迭代异步所得区间长度是前一步区间长度的<u>   0.618   </u>倍

2. 用黄金分割法求函数 $2x^2-5x+1$ 在[1,6]上的极小点，要使得最后区间的长度小于 1，必须至少迭代<u>   4   </u>步。

知识点：**黄金分割法每次缩小区间的比例是一致的,每次将区间长度缩小到原来的 0.618 倍**

3. 用黄金分割法求函数在区间[2,5]上的极小点，第一步所取得的两个点为<u> (3.146, 3.854)   </u>

知识点：$\boldsymbol{x_1=a+0.382(b-a),\ x_2=a+0.618(b-a),}$

$$x_1=2+0.382\times(5-2)=3.146$$
$$x_2=2+0.618\times(5-2)=3.854$$

4. 用黄金分割法求函数 x^2-3x+2 在[0,4]上的极小点，迭代一步后得到的区间为<u> [0, 2.472]   </u>。

知识点：若 $\boldsymbol{f(x_1)<f(x_2)}$,则 $\boldsymbol{x^*\in[a,x_2]}$；若 $\boldsymbol{f(x_1)\geq f(x_2)}$,则 $\boldsymbol{x^*\in[x_1,b]}$.

$$[0,4]\xrightarrow{1}x_1=0.382\times4=1.528;x_2=0.618\times4=2.472$$

根据函数图像得知：$\boldsymbol{f(x_1)<f(x_2)}$，保留 $\boldsymbol{[a,x_2]}$，即[0,2.472]

第二章填空题

1. 线性规划 $\begin{array}{l}\max 2x_1+x_2\\ s.t.-x_1+2x_2\geq1\\ \quad x_1+3x_2=5\\ \quad x_1\geq0\end{array}$ 的对偶规划为 $\underline{\begin{array}{l}\min\ y_1+5y_2\\ s.t.\quad -y_1+y_2\geq2\\ \qquad 2y_1+3y_2=1\\ \qquad y_1\leq0\end{array}}$

2. 在三维空间 R^3 中，集合 $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\}$ 的极点构成的集合为 $\{(x,y,0\,|\,x^2+y^2=1, x\ge 0, y\ge 0\}\cup\{(0,0,0)\}$

3．集合 $\{(x,y)\,|\,x^2+2y^2\le 4, x\ge 1, y\ge 1\}$ 的极点构成的集合为 $\{(x,y)\,|\,x^2+2y^2=4, x\ge 1, y\ge 1\}\cup(1,1)$

4. 在二维空间 R^2 中，集合 $\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, y\ge x\}$ 的极点构成的集合为 $\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=1, y\ge x\}$

5. 线性规划 $\begin{array}{l} \min 3x_1-2x_2 \\ s.t.\, x_1+x_2\le 10 \\ \quad 5x_1+4x_2\ge 11 \\ \quad x_2\ge 0 \end{array}$ 的可行域共有__3__个不同的极点。

方法：画出可行域，圆周上的点、多边形的顶点都是极点

6. 若 $f(x)=3x_1^2+x_2^2+ax_1x_2$ 为严格凸函数，则 a 取值范围是 $|a|<2\sqrt{3}$

定理 2.1.4　$f(x)$ 是 D 上凸函数充要条件 $G(x)$ 半正定

在 D 内 $G(x)$ 正定，则 $f(x)$ 在 D 内是严格凸函数

线性代数：G 正定 $\Leftrightarrow$ 各阶顺序主子式全大于 0

第三章填空题

1. 在最速下降法，Newton 法，FR 方法，DFP 方法，BFGS 方法中不具备二次终止性的算法为__　最速下降法　________。

2. 已知两个向量 $p_1=(-1,5)^T, p_2=(1,1)^T$ 关于矩阵 $\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 共轭，则 $a=$__9__。

分析： $p_2{}^{\mathrm{T}}Ap_2=0$

3. 在 R^3 中 2 维超平面 $H=\{(1,1,1)+k_1(1,0,2)^T+k_2(-1,2,0)^T\,|\,k_1,k_2\in R\}$ 上，函数 $f(x)=x_1^2+x_2^2+x_3^2$，极小点为 $(2/3,1/3,-1/3)^T$

分析：引理 3.4.2 严格凸函数 $f(x)$，R^n 中 x_1 与线性无关向量组 $p_1,p_2,\cdots,p_k$ 生成的 k 维超平面 $H_k=\{x_1+\sum_{i=1}^{k}k_i p_i \mid k_i\in R\}$，$x_{k+1}$ 上是 H_k 上极小点 $\Leftrightarrow g_{k+1}{}^T p_i=0, i=1,2,\cdots,k$

4. 函数 $f(x)=x_1^2+x_2^2$ 在 2 维超平面 $H=\{(1,1)+k_1(1,2)^T \mid k_1\in R\}$ 上的极小点为 $(1,1)+\beta(1,2)^T$，则 $\beta=$ <u>-3/5</u>。

5. 对问题 $\min x_1^3+x_2^2$，取初始点 $x^{(0)}=(2,1)^T$，用 Newton 法一步得到的下一迭代点 $x^{(1)}=(1,0)^T$。

Newton 法迭代公式：$x_{k+1}=x_k-G_k^{-1}g_k$

6. 用最速下降法求解问题 $\min x_1^2+2x_2^2$，以 $x^{(0)}=(1,1)^T$ 为初始点迭代一步后得到的点 $x^{(1)}=(\frac{4}{9},-\frac{1}{9})^T$

最速下降法迭代公式：$x_{k+1}=x_k-\dfrac{g_k^Tg_k}{g_k^TGg_k}g_k$

第 4 章习题填空题

1. 用外罚函数法求解问题 $\begin{array}{l}\min f(x)\\ s.t.\quad x_1-x_4=1\end{array}$，其增广目标函数为 $f(x)+\sigma(x_1-x_4-1)^2$。

外罚函数法：$P(x,\sigma)=f(x)+\sigma\tilde{P}(x)$，其中$\tilde{P}(x)=\sum_{i=1}^{l}|c_i(x)|^{\beta},\beta=2$ 等式约束

3. 用（对数）内罚函数法求解问题 $\begin{array}{l}\min x_1^4+x_2^4\\ s.t.\quad x_1+x_2^2\ge 1\end{array}$，其增广目标函数为 $x_1^4+x_2^4-r\ln(x_1-x_2^4-1)$

内罚函数法： $B(x,r)=f(x)+r\tilde{B}(x)$，其中$\tilde{B}(x)=\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{c_i(x)}$，或$\tilde{B}(x)=-\sum_{i=1}^{m}\ln c_i(x)$

不等式约束

3. 用乘子方法求解问题 $\begin{array}{ll}\min & f(x) \\ s.t. & x_1 - x_2^2 = 1\end{array}$，其增广 Lagrange 目标函数为 $\underline{f(x)-\lambda(x_1-x_2^2-1)+\sigma(x_1-x_2^2-1)^2}$。(注：系数可以是 $\frac{\sigma}{2}$)

乘子法： $\boldsymbol{M(x,\lambda,\sigma)=L(x,\lambda)+\sigma\tilde{P}(x)=f(x)-\lambda^T C(x)+\sigma\tilde{P}(x)}$ 等式约束

4. 对于优化问题 $\begin{array}{ll}\min & f(x_1,x_2) \\ s.t. & 4-(x_1^2+x_2^2)\ge 0 \\ & x_1 \ge 0 \\ & 1-x_1 \ge 0 \\ & x_2 \ge 0\end{array}$，该问题在点 $(1,\sqrt{3})^T$ 处的有效集为 $\underline{\{1,3\}}$，$p=(-1,b)^T$ 是该问题在点 $(1,\sqrt{3})^T$ 处的可行方向，则常数 b 的取值范围是 $\underline{b \le 1/\sqrt{3}}$，该问题可行域的极点集合为 $\underline{\{1,0\}\cup\{0,0\}\cup\{(x_1,x_2)\,|\,x_1^2+x_2^2=4, 0\le x_1\le 1\}}$。

5. 向量 $(1, \mathrm{r})^T$ 是问题 $\begin{array}{l}\min x_1-4x_2 \\ s.t.\, 3x_1\text{-}2x_2 \ge 6 \\ \quad 2x_1+6x_2 \le 12 \\ \quad x_2 \ge 0\end{array}$ 在点 $(2, 0)^T$ 的可行下降方向，则 r 的范围是 $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{2}\right]^T$。

可行方向：$\bar{p}^T \nabla c_i(\bar{x}) \ge 0, i \in I(\bar{x})$

下降方向：$\bar{p}^T \nabla f(\bar{x}) < 0$