## 第三章计算题

一、用 Newton 方法求解问题 $\min \quad x_1^4+x_2^2-2x_1-x_2$，初始点 $x^{(0)}=(1,1)^T$. 求 $x^{(1)}$.

二、用 FR 方法求解问题 $\min \quad x_1^2+\frac{5}{2}x_2^2-3x_1x_2+2x_1-x_2$，初始点 $x^{(0)}=(1,1)^T$.

三、用 PRP 方法求解问题 $\min \quad x_1^2+2x_2^2-2x_1x_2-2x_1$，初始点 $x^{(0)}=(1,1)^T$.

四、用 DFP 方法求解问题 $\min \quad x_1^2+2x_2^2$，初始点 $x^{(0)}=(1/2,1/4)^T$. $H_0=I$. DFP 矩阵修正公式为 $H_{k+1}=H_k-\frac{H_ky_ky_k^TH_k}{y_k^TH_ky_k}+\frac{s_ks_k^T}{y_k^Ts_k}$.

## 第三章证明题

一、设 $G$ 为 $n$ 阶正定对称矩阵，$u_1,u_2,\cdots,u_n\in R^n$ 线性无关。$p_k$ 按如下方式生成：$p_1=u_1$，$p_{k+1}=u_{k+1}-\sum_{i=1}^{k}\frac{u_{k+1}^TGp_i}{p_i^TGp_i}p_i(k=1,2,\cdots,n-1)$，证明 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 关于 $G$ 共轭。

二、设 $A$ 为 $n$ 阶对称正定矩阵，非零向量 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 关于矩阵 $A$ 共轭，证明 $A^{-1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{p_kp_k^T}{p_k^TAp_k}$。

三、用 PRP 共轭梯度法求解无约束优化问题 $\min \ f(x)$, 若一维搜索是精确的，且在求解过程中，每一步的梯度都是非零向量，证明 PRP 方法产生的搜索方向都是下降方向。

四、 设 $A$ 为 $n$ 阶对称正定矩阵，非零向量 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 关于矩阵 $A$ 共轭，$x\in R^n$. 证明 $x=\sum_{k=1}^{n}\frac{p_k^TAx}{p_k^TAp_k}p_k$。

## 第四章计算题

一、用外罚函数法求解 $\begin{array}{l}\min\ x_1^2+3x_2^2\\ s.t.\ x_1+2x_2-1=0\end{array}$。

二、用内罚函数法（对数罚函数）求解 $\begin{array}{l}\min\ x_1^2+5x_2^2\\ s.t.\ x_1+x_2-3\ge 0\end{array}$。

三、用乘子法求解问题 $\begin{array}{l}\min\ x_1^2+2x_2^2\\ s.t.\ 2x_1+x_2-4=0\end{array}$。

四、求解二次规划（不使用代入法）

$$\begin{aligned}&\min\ 3x_1^2+2x_1x_2+x_1x_3+2.5x_2^2+2x_2x_3+2x_3^2-8x_1-3x_2-3x_3\\&s.t.\ x_1+x_3=3\\&\quad\ x_2+x_3=0\end{aligned}$$

。

五、已知 $x^*=(1,3)^T$ 是求下面问题的 KT 点，确定常数 $p$ 的取值范围。

$$\begin{aligned}&\min\ px_1^2+x_2^2\\&s.t.\ c_1(x)=x_1+x_2-4=0\\&\quad\ c_2(x)=-3x_1+x_2\geq 0\end{aligned}$$

六、求下面问题的可行域内的 KT 点。$\begin{aligned}&\min\ (x_1-1)^2+(x_2-2)^2\\&s.t.\ c_1(x)=x_1-2\geq 0\\&\quad\ c_2(x)=x_1+x_2=0\end{aligned}$ 。

## 第四章证明题

一、 $f:R^n\to R$ 为可微凸函数，证明 $x^*$ 为优化问题 $\begin{aligned}\min\quad & f(x)\\ s.t.\quad & x\geq 0\end{aligned}$ 的最优解的充要条件是

$x^*\geq 0,\nabla f(x^*)\geq 0,(\nabla f(x^*))^T x^*=0$ 。