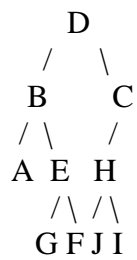


Ejercitación Teórica N° 1: Árboles Binarios, de Expresión y Generales.

Ejercicio 1.

Dado un árbol binario T cuyo recorrido postorden es $A G F E B J I H C D$ y su recorrido inorden es $A B G E F D J H I C$. ¿Cuántos son los descendientes del nodo “C”?

- (a) 2. (b) 1. (c) 3. (d) Ninguna de las anteriores.



Ejercicio 2.

Definir árbol binario completo y árbol binario lleno. Ejemplificar. ¿Es verdad que todo árbol binario completo es lleno? ¿Y viceversa?

Árbol binario lleno: Dado un árbol binario T de altura h , se dice que T es lleno si cada nodo interno tiene grado 2 y todas las hojas están en el mismo nivel.

Árbol binario completo: Dado un árbol binario T de altura h , se dice que T es completo si es lleno de altura $h-1$ y el nivel h se completa de izquierda a derecha.

No, no es verdad que todo árbol binario completo es lleno, pero sí es cierto que todo árbol binario lleno es completo.

Ejercicio 3.

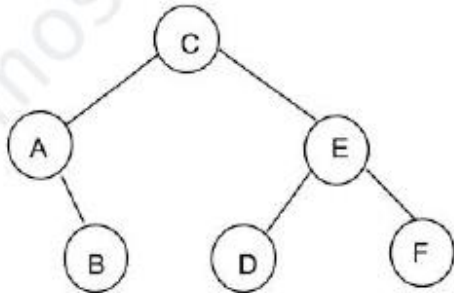
Suponer que, para un árbol binario T con N nodos ($N > 1$), el último nodo en postorden es el mismo que el último nodo en inorden, ¿qué se puede concluir?

- (a) *El subárbol izquierdo de T es vacío.*
- (b) *El subárbol derecho de T es vacío.*
- (c) *Ningún nodo en el árbol tiene dos hijos.*
- (d) *Hay a lo sumo 3 nodos en el árbol.*

Ejercicio 4.

Se han estudiado los distintos recorridos de un árbol binario. Abajo se muestra un código que combina dos de ellos. ¿Cuál es el resultado si se llama con la raíz del árbol de la figura?

```
public void traverse(ArbolBinario<T> a) {  
    if (!a.esVacio()) {  
        System.out.print(a.getDato());  
        if (a.tieneHijoIzquierdo())  
            traverse(a.getHijoIzquierdo());  
        if (a.tieneHijoDerecho())  
            traverse(a.getHijoDerecho());  
        System.out.print(a.getDato());  
    }  
}
```



El resultado, si se llama con la raíz del árbol de la figura, es C A B B A E D D F F E C.

Ejercicio 5.

*Evaluar la siguiente expresión postfija y determinar cuál es el resultado: 6 5 * 7 3 - 4 8 + * +.*

- (a) 78. (b) 66. (c) 34. (d) 44.

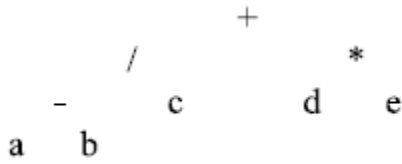
$$(6 * 5) + (7 - 3) * (4 + 8) = 30 + 4 * 12$$

$$(6 * 5) + (7 - 3) * (4 + 8) = 30 + 48$$

$$(6 * 5) + (7 - 3) * (4 + 8) = 78.$$

Ejercicio 6.

Elegir la expresión algebraica almacenada en el siguiente árbol:



- (a) $((a - b / c) + d * e)$.
- (b) $((a - b) / (c + d)) + d * e$.
- (c) $((a - b / c) + (d * e))$.
- (d) $((a - b) / c) + (d * e)$.

Ejercicio 7.

¿Cuál es el número mínimo de nodos de un árbol binario completo de altura 4?

- (a) 10. (b) 15. (c) 12. (d) 31. (e) 16.

$h = 4$.

$$2^h = 2^4$$

$$2^h = 16.$$

Ejercicio 8.

Construir el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión postfija: 6 5 * 7 3 - 4 8 * + +.



Ejercicio 9.

Construir el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión infija: $(A + (B * C)) * (D - E)$.

```
      *
     / \
    +   -
   /\  /\
  A * D E
   /\
  B C
```

Ejercicio 10.

Construir el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión prefija: $++ a e / * - b c d f$. ¿Cuál es la profundidad del nodo d ?

- (a) 1. (b) 2. (c) 3. (d) 4.

```
      +
     / \
    +   /
   /\  /\
  a e * f
      /\
     - d
      /\
     b c
```

Ejercicio 11.

Obtener la expresión prefija de la siguiente expresión postfija: $A B C * D - E F / G / - *$.

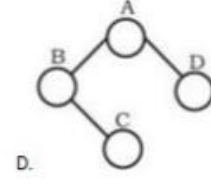
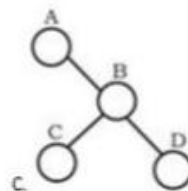
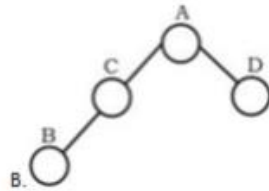
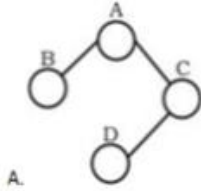
```

      *
    / \
   A  -
    / \
   -  /
  / \ / \
 * D / G
 / \ / \
B C E F
    
```

Expresión prefija: $* A - - * B C D // E F G$.

Ejercicio 12.

¿Cuál de los siguientes árboles binarios tiene un recorrido inorden BCAD y preorden ABCD?

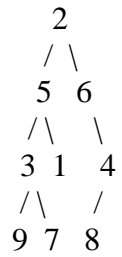


- (a) inorden BADC - preorden ABCD.
- (b) inorden BCAD - preorden ACBD.
- (c) inorden ACBD - preorden ABCD.
- (d) inorden BCAD - preorden ABCD.

De estos árboles binarios, el que tiene un recorrido inorden BCAD y preorden ABCD es el (d).

Ejercicio 13.

Reconstruir el árbol binario T cuyo recorrido preorden es 2 5 3 9 7 1 6 4 8 y su recorrido inorden es 9 3 7 5 1 2 6 8 4.



Ejercicio 14.

En un árbol binario lleno, si hay L hojas, entonces, el número total de nodos N es:

(a) $N = 2L$.

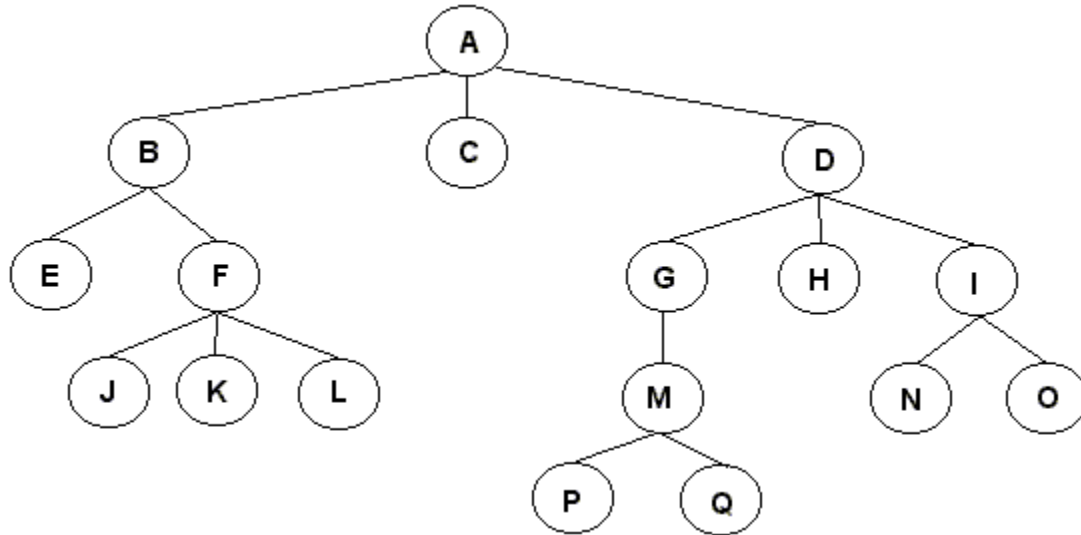
(b) $N = L + 1$.

(c) $N = L - 1$.

(d) $N = 2L - 1$.

Ejercicio 15.

La siguiente figura muestra un árbol general:



(a) Completar los blancos de las sentencias con la terminología vista en clase.

- (i) *A es la raíz del árbol.*
- (ii) *A es padre de B, C y D.*
- (iii) *E y F son hermanos, puesto que ambos son hijos de B.*
- (iv) *E, J, K, L, C, P, Q, H, N y O son las hojas del árbol.*
- (v) *El camino desde A a J es único, lo conforman los nodos A, B, F, J y es de largo 3.*
- (vi) *M es ancestro de P y, por lo tanto, M es descendiente de D.*
- (vii) *L no es descendiente de C, puesto que no existe **un camino** desde C a L.*
- (viii) *La profundidad/nivel de C es 1, de F es 2 y de P y Q es 4.*
- (ix) *La altura de C es 0, de F, M e I es 1 y de D es 3.*
- (x) *La altura del árbol es 4 (largo del camino entre la **raíz** y la **hoja más lejana**).*

(b) Aplicar los recorridos en profundidad (preorden, inorden, postorden) y por niveles.

Preorden: ABEFJKLCDGMPQHINO.

Inorden: EBJFKLACPMQGDHNO.

Postorden: EJKLFBCPQMGHNOIDA.

Por niveles: ABCDEFGHIJKLMNOPQ.

Ejercicio 16.

¿Cuál es el número mínimo y máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k ?

El número mínimo y máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k es $\frac{k^h + k - 2}{k - 1}$ y $\frac{k^{h+1} - 1}{k - 1}$, respectivamente.

Ejercicio 17.

El recorrido inorden en un árbol general visita:

- (a) *Primero la mitad de los subárboles hijos, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos.*
- (b) *Primero la raíz y luego los subárboles hijos.*
- (c) *Primero los subárboles hijos y luego la raíz.*
- (d) *Primero el subárbol hijo más izquierdo, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos.*

Ejercicio 18.

En un árbol general, la profundidad de un nodo n_l es:

- (a)** *La longitud del único camino que existe entre la raíz y el nodo n_l .*
- (b)** *La longitud del camino más largo que existe entre el nodo n_l y una hoja.*
- (c)** *La cantidad de nodos hijos del nodo n_l .*
- (d)** *Ninguna de las otras opciones.*

Ejercicio 19.

Un árbol general lleno de grado 4 tiene 21 nodos.

(a) *¿Cuál es la altura del árbol?*

La altura del árbol es 2.

(b) *Desarrollar el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.*

$k = 4$.

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = 21$$

$$\frac{4^{h+1}-1}{4-1} = 21$$

$$\frac{4^{h+1}-1}{3} = 21$$

$$4^{h+1} - 1 = 21 * 3$$

$$4^{h+1} - 1 = 63$$

$$4^{h+1} = 63 + 1$$

$$4^{h+1} = 64$$

$$\log_4 4^{h+1} = \log_4 64$$

$$(h+1) \log_4 4 = 3$$

$$(h+1) * 1 = 3$$

$$h+1 = 3$$

$$h = 3 - 1$$

$$h = 2.$$

Ejercicio 20.

¿Cuál es la cantidad mínima de nodos en un árbol general completo de grado 3 y altura 4?

- (a) 40. **(b) 41.** (c) 121. (d) 122.

k= 3; h= 4.

$$\begin{aligned}\frac{k^h+k-2}{k-1} &= \frac{3^4+3-2}{3-1} \\ \frac{k^h+k-2}{k-1} &= \frac{81+3-2}{2} \\ \frac{k^h+k-2}{k-1} &= \frac{82}{2} \\ \frac{k^h+k-2}{k-1} &= 41.\end{aligned}$$

Ejercicio 21.

Un árbol general lleno de grado 5 tiene 125 hojas.

(a) ¿Cuál es la cantidad de nodos internos del árbol?

La cantidad de nodos internos del árbol es 31.

(b) Desarrollar el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.

$k = 5$.

$$k^h = 125$$

$$5^h = 125$$

$$\log_5 5^h = \log_5 125$$

$$h \log_5 5 = 3$$

$$h * 1 = 3$$

$$h = 3.$$

$$\text{Nodos internos} = \frac{k^{h+1} - 1}{k - 1} - k^h$$

$$\text{Nodos internos} = \frac{5^{3+1} - 1}{5 - 1} - 5^3$$

$$\text{Nodos internos} = \frac{5^4 - 1}{4} - 125$$

$$\text{Nodos internos} = \frac{625 - 1}{4} - 125$$

$$\text{Nodos internos} = \frac{624}{4} - 125$$

$$\text{Nodos internos} = 156 - 125$$

$$\text{Nodos internos} = 31.$$

Ejercicio 22.

¿Cuál es la cantidad de nodos en un árbol general completo de grado 4 y altura 3?

(a) entre 16 y 21. (b) entre 22 y 85. (c) entre 22 y 64. (d) entre 16 y 64.

$k=4$; $h=3$.

$$\frac{k^{h+k-2}}{k-1} = \frac{4^{3+4-2}}{4-1}$$

$$\frac{k^{h+k-2}}{k-1} = \frac{64+4-2}{3}$$

$$\frac{k^{h+k-2}}{k-1} = \frac{66}{3}$$

$$\frac{k^{h+k-2}}{k-1} = 22.$$

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = \frac{4^{3+1}-1}{4-1}$$

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = \frac{4^4-1}{3}$$

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = \frac{256-1}{3}$$

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = \frac{255}{3}$$

$$\frac{k^{h+1}-1}{k-1} = 85.$$