Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 1:
Espacios Muestrales y Eventos - Asignación de Probabilidades.

Ejercicio 1.

Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describir el espacio muestral S.

(a) *Por extensión.*

S= {$(1_x, 1_y)$, $(1_x, 2_y)$, $(1_x, 3_y)$, $(1_x, 4_y)$, $(1_x, 5_y)$, $(1_x, 6_y)$, $(2_x, 1_y)$, $(2_x, 2_y)$, $(2_x, 3_y)$, $(2_x, 4_y)$, $(2_x, 5_y)$, $(2_x, 6_y)$, $(3_x, 1_y)$, $(3_x, 2_y)$, $(3_x, 3_y)$, $(3_x, 4_y)$, $(3_x, 5_y)$, $(3_x, 6_y)$, $(4_x, 1_y)$, $(4_x, 2_y)$, $(4_x, 3_y)$, $(4_x, 4_y)$, $(4_x, 5_y)$, $(4_x, 6_y)$, $(5_x, 1_y)$, $(5_x, 2_y)$, $(5_x, 3_y)$, $(5_x, 4_y)$, $(5_x, 5_y)$, $(5_x, 6_y)$, $(6_x, 1_y)$, $(6_x, 2_y)$, $(6_x, 3_y)$, $(6_x, 4_y)$, $(6_x, 5_y)$, $(6_x, 6_y)$}.

(b) *Por comprensión.*

S= {(x, y): x= 1, 2, … , 6, y= 1, 2, … , 6)}.

Juan Menduiña

Ejercicio 2.

Un experimento consiste en lanzar un dado y, después, lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Usar la notación 4C, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y, después, la moneda salga cara, y 3CS para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y, después, por una ceca. Construir un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S.

Gráfico.

Juan Menduiña

Ejercicio 3.

Se seleccionan al azar cuatro estudiantes de una clase de química y se clasifican como femenino o masculino.

(a) *Listar los elementos del espacio muestral S_1 usando la letra F para femenino y la letra M para masculino.*

S_1= {(M, M, M, M), (F, M, M, M), (M, F, M, M), (M, M, F, M), (M, M, M, F), (M, M, F, F), (M, F, M, F), (M, F, F, M), (F, M, M, F), (F, M, F, M) (F, F, M, M), (M, F, F, F), (F, M, F, F), (F, F, M, F), (F, F, F, M), (F, F, F, F)}.

(b) *Definir un segundo espacio muestral S_2 donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.*

S_2= {0, 1, 2, 3, 4}.

Ejercicio 4.

Para el espacio muestral del Ejercicio 1, listar los elementos del evento:

(a) *A: "la suma de los números es mayor que 8".*

A= $\{(3_x, 6_y), (4_x, 5_y), (4_x, 6_y), (5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$.

(b) *B: "ocurre un dos en cualquiera de los dos dados".*

B= $\{(1_x, 2_y), (2_x, 1_y), (2_x, 2_y), (2_x, 3_y), (2_x, 4_y), (2_x, 5_y), (2_x, 6_y), (3_x, 2_y), (4_x, 2_y), (5_x, 2_y), (6_x, 2_y)\}$.

(c) *C: "sale un número mayor que cuatro en el dado verde".*

C= $\{(5_x, 1_y), (5_x, 2_y), (5_x, 3_y), (5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 1_y), (6_x, 2_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$.

(d) *A ∩ C.*

A ∩ C= $\{(5_x, 4_y), (5_x, 5_y), (5_x, 6_y), (6_x, 3_y), (6_x, 4_y), (6_x, 5_y), (6_x, 6_y)\}$.

(e) *A ∩ B.*

A ∩ B= $\emptyset$.

(f) *B ∩ C.*

B ∩ C= $\{(5_x, 2_y), (6_x, 2_y)\}$.

Ejercicio 5.

Para el espacio muestral del Ejercicio 2, listar los elementos del evento:

(a) *A: "en el dado sale un número menor que 3".*

A= {1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S}.

(b) *B: "ocurren dos cecas".*

B= {1SS, 3SS, 5SS}.

(c) A^C.

A^C= {3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S}

(d) $A^C \cap B$.

$A^C \cap$ B= {3SS, 5SS}.

(e) $A \cup B$.

A $\cup$ B= {1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3SS, 5SS}.

Juan Menduiña

Ejercicio 6.

Suponer que los dos dados del Ejercicio 1 son normales. Entonces, cada resultado del espacio muestral S tienen la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable). Encontrar las siguientes probabilidades:

(a) *P (A).*

P (A)= $\frac{10}{36}$
P (A)= $\frac{5}{18}$.

(b) *P (B).*

P (B)= $\frac{11}{36}$.

(c) *P (C).*

P (C)= $\frac{12}{36}$
P (C)= $\frac{1}{3}$.

(d) *P (A ∩ C).*

P (A ∩ C)= $\frac{7}{36}$.

Ejercicio 7.

Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que:

(a) *se seleccione el diccionario?*

A: "se selecciona 1 diccionario".

P (A)= $\frac{\binom{1}{1}\binom{8}{2}}{\binom{9}{3}}$
P (A)= $\frac{1*28}{84}$
P (A)= $\frac{1}{3}$.

La probabilidad de que se seleccione el diccionario es $\frac{1}{3}$.

(b) *se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?*

B: "se seleccionan 2 novelas y 1 libro de poemas".

P (B)= $\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{9}{3}}$
P (B)= $\frac{10*3}{84}$
P (B)= $\frac{5}{14}$.

La probabilidad de que se seleccionen 2 noveles y 1 libro de poemas es $\frac{5}{14}$.

Ejercicio 8.

Un dado octaedro (de ocho caras) tiene el número 1 pintado en dos de sus caras, el 2 en tres de sus caras, el 3 en dos de sus caras y el 4 en una cara. Se lanza el dado. Suponer que cada cara tiene la misma probabilidad de salir.

(a) *Determinar el espacio muestral de este experimento.*

S= {1, 2, 3, 4}.

(b) *Calcular la probabilidad de que salga número par.*

P (2 ∪ 4)= P (2) + P (4)
P (2 ∪ 4)= $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$
P (2 ∪ 4)= $\frac{1}{2}$.

(c) *Si el dado estuviera cargado de tal forma que la cara con el número 4 tuviera el doble de probabilidad de salir que cada una de las otras siete caras.*

(i) *¿Cambiaría esto el espacio muestral? Explicar.*

No, esto no cambiaría el espacio muestral.

(ii) *¿Cambiaría esto la probabilidad de que salga número par? Explicar.*

Sí, esto cambiaría la probabilidad de que salga número par, ya que, ahora, la probabilidad de salir de la cara con el número 4 es $\frac{2}{9}$, mientras que la del resto de las caras es $\frac{1}{9}$.

P (2 ∪ 4)= P (2) + P (4)
P (2 ∪ 4)= $\frac{3}{9}+\frac{2}{9}$
P (2 ∪ 4)= $\frac{5}{9}$.

Ejercicio 9.

Se lanza un dado normal 5 veces. Encontrar la probabilidad de obtener 4 números iguales.

A: “se obtienen 4 números iguales”.

P (A)= $\frac{6*5*5}{6^5}$
P (A)= $\frac{25}{6^4}$
P (A)= $\frac{25}{1296}$.

Ejercicio 10.

Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas de 1 a 50. Hallar la probabilidad de que el número de la carta sea:

(a) *Divisible por 5.*

A: "la carta es divisible por 5".

P (A)= $\frac{10}{50}$
P (A)= $\frac{1}{5}$.

(b) *Termine en 2.*

B: "la carta termina en 2".

P (B)= $\frac{5}{50}$
P (B)= $\frac{1}{10}$.

Ejercicio 11.

Tres parejas de casados han comprado boletos para el teatro y se sientan en una fila formada por sólo seis asientos. Si toman sus asientos de un modo, totalmente, aleatorio:

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer), se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda?*

A: "Pablo y María se sientan en los dos asientos de la extrema derecha".

P (A)= $\frac{2*4!}{6!}$
P (A)= $\frac{2*4!}{6*5*4!}$
P (A)= $\frac{1}{3*5}$
P (A)= $\frac{1}{15}$.

Por lo tanto, la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer) se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda es $\frac{1}{15}$.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro?*

B= "Pablo y María terminan sentados uno junto a otro".

P (B)= $\frac{2*5*4!}{6!}$
P (B)= $\frac{2*5*4!}{6*5*4!}$
P (B)= $\frac{1}{3}$.

Por lo tanto, la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro es $\frac{1}{3}$.

Ejercicio 12.

De acuerdo con un trabajo de investigación, la ubicación probable de las PC en una casa es:

- *Dormitorio de adultos: 0,03.*
- *Dormitorio de niños: 0,15.*
- *Otro dormitorio: 0,14.*
- *Oficina o estudio: 0,4.*
- *Otra habitación: 0,28.*

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio?*

A: "una PC está en un dormitorio".

P (A)= P (DA + DN + OD)
P (A)= P (DA) + P (DN) + P (OD)
P (A)= 0,03 + 0,15 + 0,14
P (A)= 0,32.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que una PC no esté en un dormitorio?*

P (A^C)= P (OE + OH)
P (A^C)= P (OE) + P (OH)
P (A^C)= 0,4 + 0,28
P (A^C)= 0,68.

Ejercicio 13.

El interés se enfoca en la vida de un componente electrónico. Suponer que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0,42. Suponer, además, que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0,04.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?*

A: "la vida del componente es menor o igual a 6000 horas".

P (A)= P ($t \leq 6000$)
P (A)= 1 - P ($t > 6000$)
P (A)= 1 - 0,42
P (A)= 0,58.

Por lo tanto, la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas es 0,58.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?*

B: "la vida del componente es mayor a 4000 horas".

P (B)= P ($t > 4000$)
P (B)= 1 - P ($t \leq 4000$)
P (B)= 1 - 0,04
P (B)= 0,96.

Por lo tanto, la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas es 0,96.

(c) *Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que el componente se deforma pero no falla. Suponer que P (A)= 0,2 y P (B)= 0,35.*

(i) *¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?*

P (A^C)= 1 - P (A)
P (A^C)= 1 - 0,2
P (A^C)= 0,8.

Por lo tanto, la probabilidad de que el componente no falle en la prueba es 0,8.

(ii) *¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba)?*

P $((A \cup B)^C)$= 1 - P (A ∪ B)
P $((A \cup B)^C)$= 1 - [P (A) + P (B) - P (A ∩ B)]
P $((A \cup B)^C)$= 1 - (0,2 + 0,35 - 0)
P $((A \cup B)^C)$= 1 - 0,55
P $((A \cup B)^C)$= 0,45.

Por lo tanto, la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba) es 0,45.

(iii) *¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba?*

P (A ∪ B)= P (A) + P (B) - P (A ∩ B)
P (A ∪ B)= 0,2 + 0,35 - 0
P (A ∪ B)= 0,55.

Por lo tanto, la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba es 0,55.

Ejercicio 14.

Sean A y B eventos con P (A ∪ B)= $\frac{3}{4}$*, P (*A^C*)=* $\frac{2}{3}$ *y P (A ∩ B)=* $\frac{1}{4}$*. Hallar P (A), P (B), P (A ∩* B^C*).*

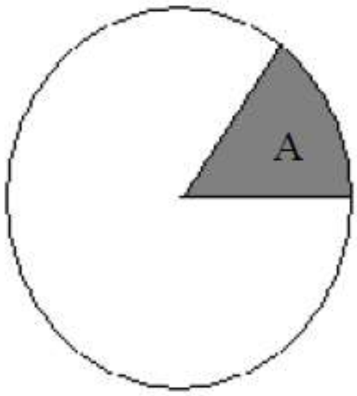
P (A)= 1 - P (A^C)
P (A)= 1 - $\frac{2}{3}$
P (A)= $\frac{1}{3}$.

P (B)= P (A ∪ B) - P (A) + P (A ∩ B)
P (B)= $\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{4}$
P (B)= $\frac{2}{3}$.

P (A ∩ B^C)= P (A) - P (A ∩ B)
P (A ∩ B^C)= $\frac{1}{3}$ - $\frac{1}{4}$
P (A ∩ B^C)= $\frac{1}{12}$.

Ejercicio 15.

Se escoge al azar un punto interior a un triángulo equilátero de lado 3. Hallar la probabilidad de que su distancia a un vértice sea mayor que 1. (Recordar que, si la circunferencia tiene radio r y el sector sombreado A tiene un ángulo de abertura α*, entonces, el área del sector sombreado es* $\frac{\pi r^2 \alpha}{360}$*).*



$A_{triángulo}= \frac{base*altura}{2}$

$A_{triángulo}= \frac{3*\frac{3}{2}\sqrt{3}}{2}$ (*)

$A_{triángulo}= \frac{\frac{9}{2}\sqrt{3}}{2}$

$A_{triángulo}= \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

(*) $3^2= altura^2 + 1{,}5^2$

$9= altura^2 + (\frac{3}{2})^2$

$9= altura^2 + \frac{9}{4}$

$altura^2= 9 - \frac{9}{4}$

$altura^2= \frac{27}{4}$

altura= $\sqrt{\frac{27}{4}}$

altura= $\sqrt{\frac{3*9}{4}}$

altura= $\frac{3}{2}\sqrt{3}$.

$A_{sector}= \frac{\pi * 1^2 \frac{\pi}{3}}{2\pi}$

$A_{sector}= \frac{\frac{\pi^2}{3} * 1}{2\pi}$

$A_{sector}= \frac{\frac{\pi^2}{3}}{2\pi}$

$A_{sector}= \frac{\pi}{6}$.

A: “la distancia de un punto interior de un triángulo equilátero de lado 3 a un vértice es mayor que 1”.

P (A)= $\frac{A_{triángulo}-3*A_{sector}}{A_{triángulo}}$
P (A)= 1 - $\frac{3*A_{sector}}{A_{triángulo}}$
P (A)= 1 - $\frac{3\frac{\pi}{6}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}}$
P (A)= 1 - $\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}}$
P (A)= 1 - $\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}$
P (A)≅ 1 - 0,403
P (A)≅ 0,597.

Por lo tanto, la probabilidad de que la distancia de un punto interior de un triángulo equilátero de lado 3 a un vértice sea mayor que 1 es 0,597.