Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 1:
Geometría.

Ejercicio 1.

Representar en el plano los siguientes puntos y decir a qué cuadrante pertenecen: P (2, -1), Q (3, $\frac{1}{2}$), R (-2, -4), S (0, -2), T (-3, 0).

Gráfico.

P pertenece al 4to. cuadrante.
Q pertenece al 1er. cuadrante.
R pertenece al 3er. cuadrante.
S no pertenece a ningún cuadrante.
T no pertenece a ningún cuadrante.

Ejercicio 2.

Representar en el plano los puntos abscisa negativa y ordenada mayor que 2.

Gráfico.

Ejercicio 3.

Representar en el plano los siguientes conjuntos:

(a) $A= \{(x, y): (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge 1 \leq x < 2 \wedge y \geq 0\}$.

Gráfico.

(b) $B= \{(x, y): (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge xy < 0\}$.

Gráfico.

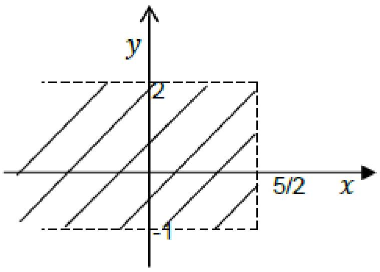
(c) $C= \{(x, y): (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge x= y\}$.

Gráfico.

Ejercicio 4.

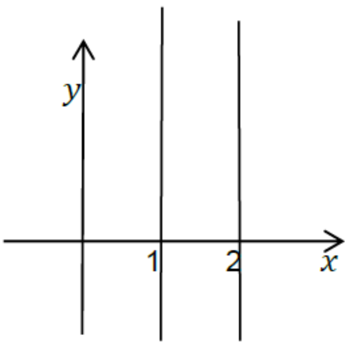
Definir, mediante condiciones, los siguientes subconjuntos del plano:

(a)



A= $\{(x, y): (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge x < \frac{5}{2} \wedge -1 < y < 2\}$.

(b)



B= $\{(x, y): (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge (x = 1 \vee x = 2)\}$.

Ejercicio 5.

Calcular la distancia entre P_1 (3, 2) y P_2 (-1, 4).

d (P_1, P_2)= $\sqrt{(-1-3)^2+(4-2)^2}$
d (P_1, P_2)= $\sqrt{(-4)^2+2^2}$
d (P_1, P_2)= $\sqrt{16+4}$
d (P_1, P_2)= $\sqrt{20}$
d (P_1, P_2)= $\sqrt{4*5}$
d (P_1, P_2)= $\sqrt{4}\,\sqrt{5}$
d (P_1, P_2)= 2 $\sqrt{5}$.

Ejercicio 6.

Representar y hallar el perímetro del triángulo de vértices A (-1,2), B (4,5) y C (5,0).

Gráfico.

Perímetro= d (A, B) + d (B, C) + d (C, A)
Perímetro= $\sqrt{(4+1)^2+(5-2)^2} + \sqrt{(5-4)^2+(0-5)^2} + \sqrt{(-1-5)^2+(2-0)^2}$
Perímetro= $\sqrt{5^2+3^2} + \sqrt{1^2+(-5)^2} + \sqrt{(-6)^2+2^2}$
Perímetro= $\sqrt{25+9} + \sqrt{1+25} + \sqrt{36+4}$
Perímetro= $\sqrt{34} + \sqrt{26} + \sqrt{40}$
Perímetro= $\sqrt{2*17} + \sqrt{2*13} + \sqrt{2*20}$
Perímetro= $\sqrt{2}\,\sqrt{17} + \sqrt{2}\,\sqrt{13} + \sqrt{2}\,\sqrt{20}$
Perímetro= $\sqrt{2}\,(\sqrt{17} + \sqrt{13} + \sqrt{20})$.

Ejercicio 7.

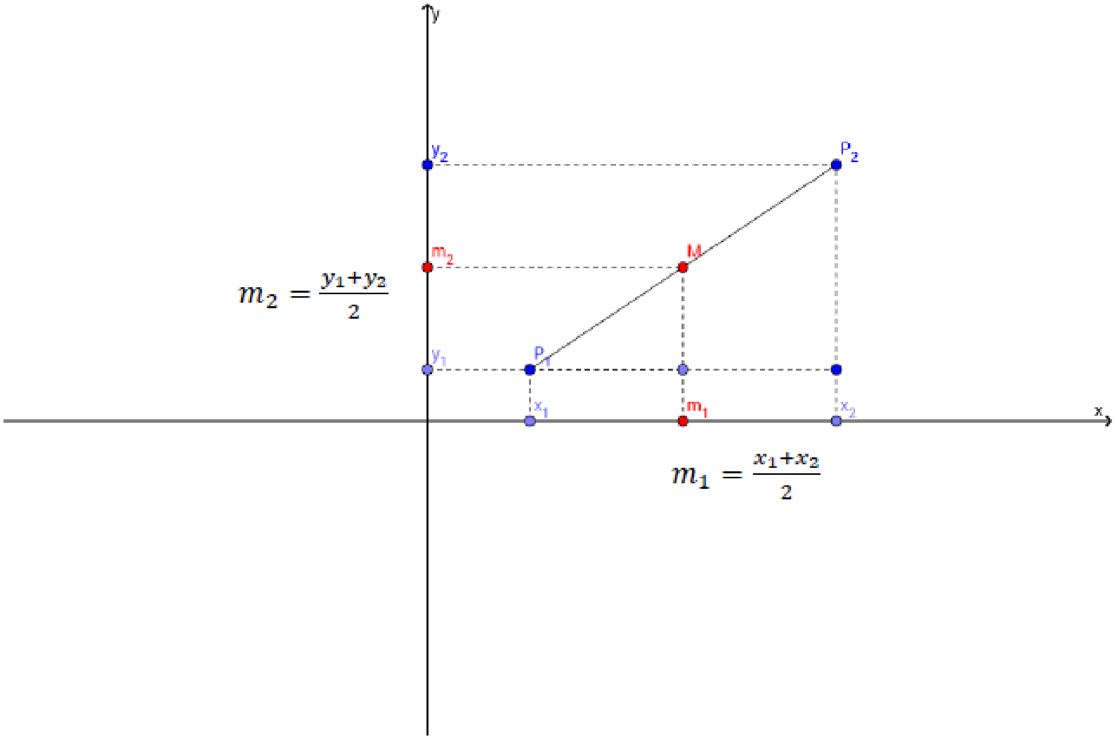
Determinar un punto sobre el eje y que equidiste de (2,5) y (3,3).

d ((0, y), (2, 5))= d ((0, y), (3, 3))
$\sqrt{(2-0)^2+(5-y)^2}= \sqrt{(3-0)^2+(3-y)^2}$
$\sqrt{2^2+(5-y)^2}= \sqrt{3^2+(3-y)^2}$
$\sqrt{4+(5-y)^2}= \sqrt{9+(3-y)^2}$
$4 + (5-y)^2= 9 + (3-y)^2$
$4 + 25 - 10y + y^2= 9 + 9 - 6y + y^2$
$29 - 10y= 18 - 6y$
$-6y + 10y= 29 - 18$
$4y= 11$
$y= \frac{11}{4}$.

Por lo tanto, el punto sobre el eje y que equidista de (2, 5) y (3, 3) es $(0, \frac{11}{4})$.

Ejercicio 8.

El punto medio entre dos puntos P_1 (x_1, y_1) y P_2 (x_2, y_2) está dado por el punto M ($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$) como se muestra en el gráfico:



Determinar las coordenadas del punto medio entre A (-3, 8) y B (5, -4).

M ($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$)= M ($\frac{-3+5}{2}$, $\frac{8-4}{2}$)
M ($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$)= M ($\frac{2}{2}$, $\frac{4}{2}$)
M ($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$)= M (1, 2).

Ejercicio 9.

Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos dados:

(a) *(2, 5) y (4, 3).*

$$\begin{cases} 5 = 2m + b \Leftrightarrow b = 5 - 2m \\ 3 = 4m + b \Leftrightarrow b = 3 - 4m \end{cases}.$$

5 - 2m= 3 - 4m
-2m + 4m= 3 - 5
2m= -2
m= $\frac{-2}{2}$
m= -1.

b= 5 - 2 (-1)= 5 + 2= 7.
b= 3 - 4 (-1)= 3 + 4= 7.

y= -x + 7. Ecuación explícita de la recta.

(b) *(-1, 3) y (-2, -3).*

$$\begin{cases} 3 = -m + b \Leftrightarrow b = 3 + m \\ -3 = -2m + b \Leftrightarrow b = -3 + 2m \end{cases}.$$

3 + m= -3 + 2m
2m - m= 3 + 3
m= 6.

b= 3 + 6= 9.
b= -3 + 2 * 6= 9.

y= 6x + 9. Ecuación explícita de la recta.

(c) *($\frac{1}{2}$, 0) y ($\frac{-1}{2}$, -2).*

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2}m + b \Leftrightarrow b = \frac{-1}{2}m \\ -2 = \frac{-1}{2}m + b \Leftrightarrow b = -2 + \frac{1}{2}m \end{cases}.$$

$\frac{-1}{2}$ m= -2 + $\frac{1}{2}$ m
$\frac{1}{2}$ m + $\frac{1}{2}$ m= 2
m= 2.

b= $\frac{-1}{2}$ * 2= -1.
b= -2 + $\frac{1}{2}$ * 2= -2 + 1= -1.

y= 2x - 1. Ecuación explícita de la recta.

Ejercicio 10.

Determinar el valor de k para el cual los puntos (-1,2), (3, 1) y (2, -k+1) están alineados.

$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$\frac{y-2}{x-(-1)}=\frac{2-1}{3-(-1)}$

$\frac{y-2}{x+1}=\frac{1}{3+1}$

$\frac{y-2}{x+1}=\frac{1}{4}$

y - 2= $\frac{1}{4}$ (x + 1)

y - 2= $\frac{1}{4}$ x + $\frac{1}{4}$

y= $\frac{1}{4}$ x + $\frac{1}{4}$ + 2

y= $\frac{1}{4}$ x + $\frac{9}{4}$.

-k + 1= $\frac{1}{4}$ * 2 + $\frac{9}{4}$

-k + 1= $\frac{1}{2}$ + $\frac{9}{4}$

k= 1 - $\frac{1}{2}$ - $\frac{9}{4}$

k= $\frac{-7}{4}$.

Por lo tanto, el valor de k para el cual los puntos (-1,2), (3, 1) y (2, -k+1) están alineados es $\frac{-7}{4}$.

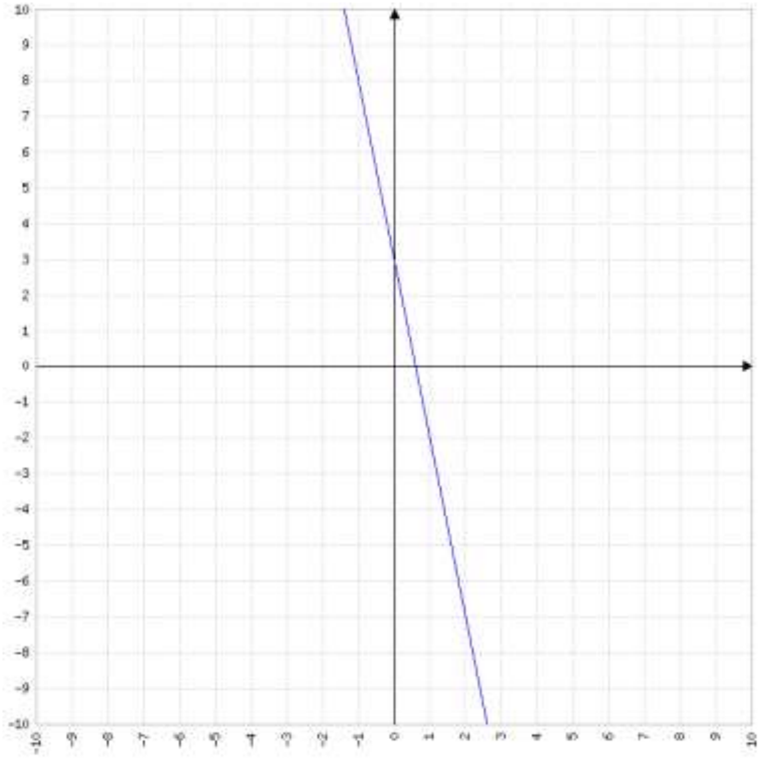
Ejercicio 11.

Hallar la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes rectas y representarlas gráficamente.

(a) *L: 5x + y - 3= 0.*

y= -5x + 3.

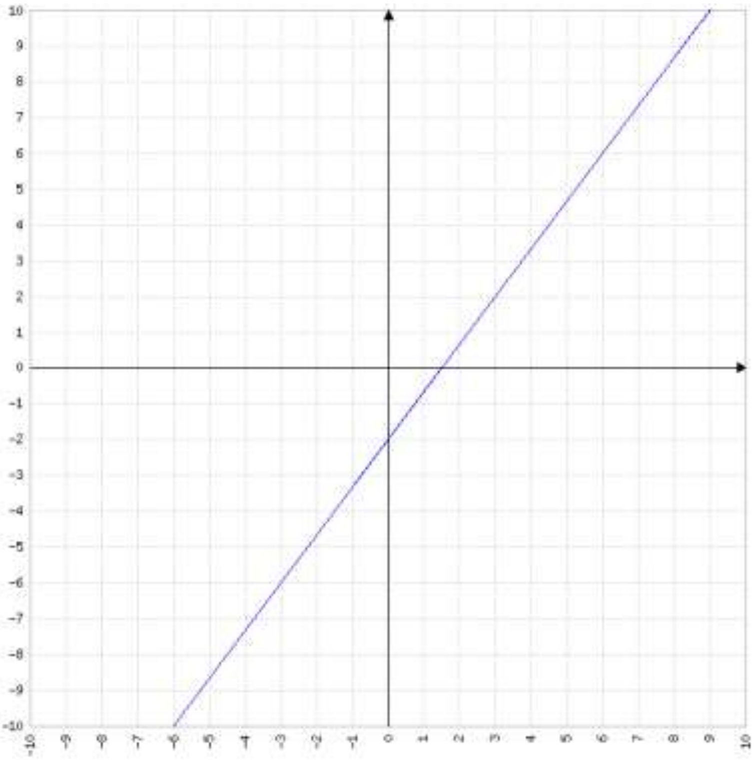
m= -5. Pendiente.
b= 3. Ordenada al origen.



(b) *S: 4x - 3y= 6.*

3y= 4x - 6
y= $\frac{4x-6}{3}$
y= $\frac{4}{3}$ x - 2.

m= $\frac{4}{3}$. Pendiente.
b= -2. Ordenada al origen.



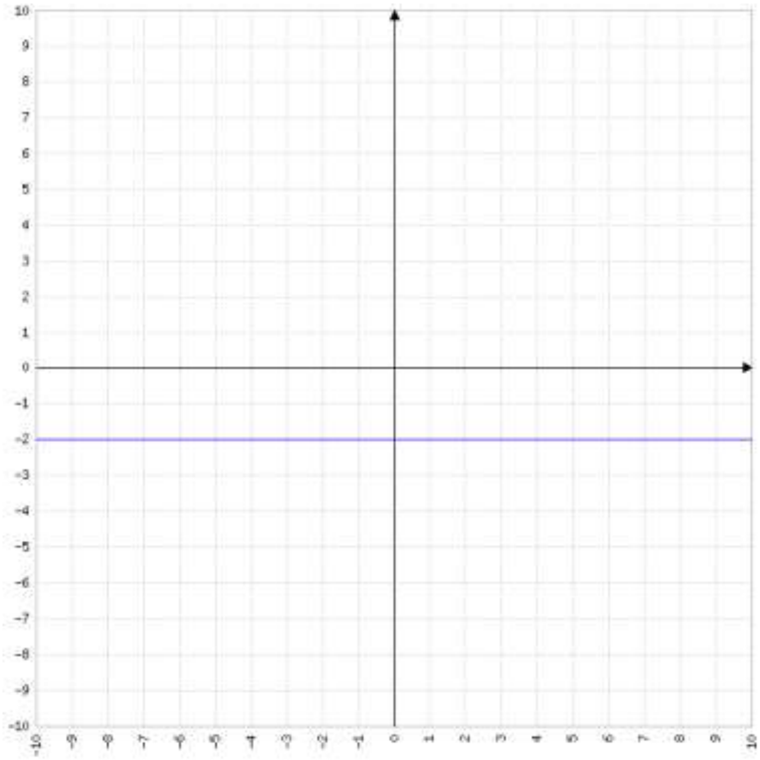
(c) *M: 3x - 6= 0.*

3x= 6
x= $\frac{6}{3}$
x= 2.

(d) *H: y + 2= 0.*

y= -2.

m= 0.	Pendiente.
b= -2.	Ordenada al origen.


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Ejercicio 12.

Escribir la ecuación explícita de la recta que:

(a) *tiene pendiente –2 y pasa por el origen de coordenadas.*

$y= -2x.$ Ecuación explícita de la recta.

(b) *tiene pendiente –2 y pasa por (-2, -3).*

$-3= -2 (-2) + b$
$-3= 4 + b$
$b= -3 - 4$
$b= -7.$

$y= -2x - 7.$ Ecuación explícita de la recta.

Ejercicio 13.

(a) *Hallar la ecuación explícita de la recta L que tiene pendiente* $\frac{3}{5}$ *y pasa por P (12, 5).*

$5= \frac{3}{5} * 12 + b$
$5= 9 + b$
$b= 5 - 9$
$b= -4.$

$y= \frac{3}{5} x - 4.$ Ecuación explícita de la recta L.

(b) *Hallar una paralela a L que pase por Q (3, 12).*

$12= \frac{3}{5} * 3 + b$
$12= \frac{9}{5} + b$
$b= 12 - \frac{9}{5}$
$b= \frac{51}{5}.$

$y= \frac{3}{5} x + \frac{51}{5}.$ Ecuación explícita de recta paralela a L.

(c) *Hallar una perpendicular a L que pase por T (3, 6).*

$6= \frac{-5}{3} * 3 + b$
$6= -5 + b$
$b= 6 + 5$
$b= 11.$

$y= \frac{-5}{3} x + 11.$ Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

Ejercicio 14.

(a) *Hallar la ecuación explícita de la recta L que tiene pendiente* $\frac{-5}{12}$ *y pasa por P (9, 6).*

$6= \frac{-5}{12} * 9 + b$
$6= \frac{-15}{4} + b$
$b= 6 + \frac{15}{4}$
$b= \frac{39}{4}$.

$y= \frac{-5}{12} x + \frac{39}{4}$. Ecuación explícita de la recta L.

(b) *Hallar una paralela a L que pase por Q (-5, 1).*

$1= \frac{-5}{12} (-5) + b$
$1= \frac{25}{12} + b$
$b= 1 - \frac{25}{12}$
$b= \frac{-13}{12}$.

$y= \frac{-5}{12} x - \frac{13}{12}$. Ecuación explícita de recta paralela a L.

(c) *Hallar una perpendicular a L que pase por T (-8, 4).*

$4= \frac{12}{5} (-8) + b$
$4= \frac{-96}{5} + b$
$b= 4 - \frac{96}{5}$
$b= \frac{-76}{5}$.

$y= \frac{12}{5} x - \frac{76}{5}$. Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

Juan Menduiña

Ejercicio 15.

(a) *Hallar la ecuación explícita de la recta L que pasa por los puntos P (-1, 5) y Q (5, 9).*

$\frac{y-5}{x-(-1)}=\frac{5-9}{-1-5}$

$\frac{y-5}{x+1}=\frac{-4}{-6}$

$\frac{y-5}{x+1}=\frac{2}{3}$

y - 5= $\frac{2}{3}$ (x + 1)

y - 5= $\frac{2}{3}$ x + $\frac{2}{3}$

y= $\frac{2}{3}$ x + $\frac{2}{3}$ + 5

y= $\frac{2}{3}$ x + $\frac{17}{3}$. Ecuación explícita de la recta L.

(b) *Hallar una perpendicular a L que pase por S (-8, 5).*

5= $\frac{-3}{2}$ (-8) + b

5= 12 + b

b= 5 - 12

b= -7.

y= $\frac{-3}{2}$ x - 7. Ecuación explícita de recta perpendicular a L.

(c) *Hallar una paralela a L que pase por Q (-9, 15).*

15= $\frac{2}{3}$ (-9) + b

15= -6 + b

b= 15 + 6

b= 21.

y= $\frac{2}{3}$ x + 21. Ecuación explícita de recta paralela a L.

Ejercicio 16.

(a) *Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por P (-1, $\frac{1}{3}$) y es paralela a la recta de ecuación -x + 2y - 1= 0.*

$-x + 2y - 1= 0$
$2y= x + 1$
$y= \frac{x+1}{2}$
$y= \frac{1}{2} x + \frac{1}{2}$.

$\frac{1}{3}= \frac{1}{2} (-1) + b$
$\frac{1}{3}= \frac{-1}{2} + b$
$b= \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$
$b= \frac{5}{6}$.

$y= \frac{1}{2} x + \frac{5}{6}$. Ecuación explícita de la recta.

(b) *Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por P (2, $\frac{-1}{2}$) y es perpendicular a la recta de ecuación 3x - 2y + 1= 0.*

$3x - 2y + 1= 0$
$2y= 3x + 1$
$y= \frac{3x+1}{2}$
$y= \frac{3}{2} x + \frac{1}{2}$.

$\frac{-1}{2}= \frac{-2}{3} * 2 + b$
$\frac{-1}{2}= \frac{-4}{3} + b$
$b= \frac{-1}{2} + \frac{4}{3}$
$b= \frac{5}{6}$.

$y= \frac{-2}{3} + \frac{5}{6}$. Ecuación explícita de la recta.

Ejercicio 17.

Hallar las pendientes de las siguientes rectas y expresarlas por sus ecuaciones explícitas. Para cada una de ellas, hallar una recta paralela y una perpendicular que pasen por el origen:

(a) *L: 3x - 2y + 6= 0.*

$3x - 2y + 6= 0$
$2y= 3x + 6$
$y= \frac{3x+6}{2}$
$y= \frac{3}{2} x + 3$. Ecuación explícita de la recta con pendiente m= $\frac{3}{2}$.

$y= \frac{3}{2} x$. Ecuación explícita de recta paralela.

$y= \frac{-2}{3} x$. Ecuación explícita de recta perpendicular.

(b) *S: 2x + y= 6.*

$2x + y= 6$
$y= -2x + 6$. Ecuación explícita de la recta con pendiente m= -2.

$y= -2x$. Ecuación explícita de recta paralela que pasa por el origen.

$y= \frac{-1}{2} x$. Ecuación explícita de recta perpendicular que pasa por el origen.

(c) *T= 6y - x - 2= 0.*

$6y - x - 2= 0$
$6y= x + 2$
$y= \frac{x+2}{6}$
$y= \frac{1}{6} x + \frac{1}{3}$. Ecuación explícita de la recta con pendiente m= $\frac{1}{6}$.

$y= \frac{1}{6} x$. Ecuación explícita de recta paralela que pasa por el origen.

$y= -6x$. Ecuación explícita de recta perpendicular que pasa por el origen.

Ejercicio 18.

Decidir si los siguientes pares de rectas son transversales, paralelas o coincidentes y determinar, cuando corresponda, las coordenadas del punto en el que se cortan.

(a) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ -6x + 3y = -6 \end{cases}$.

y= 2x + 3.

3y= 6x - 6
y= $\frac{6x-6}{3}$
y= 2x - 2.

Por lo tanto, estas rectas son paralelas, ya que tienen la misma pendiente (m= 2).

(b) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

y= -2x - 1.

y= x - 2.

-2x - 1= x - 2
x + 2x= -1 + 2
3x= 1
x= $\frac{1}{3}$.

y= -2 $\frac{1}{3}$ - 1= $\frac{-2}{3}$ - 1= $\frac{-5}{3}$.
y= $\frac{1}{3}$ - 2= $\frac{-5}{3}$.

Por lo tanto, estas rectas son transversales, ya que se cortan en un punto pero sin formar un ángulo recto de 90°, y las coordenadas del punto en el que se cortan son ($\frac{1}{3}$, $\frac{-5}{3}$).

(c) $\begin{cases} 4x - 8y = -12 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$.

8y= 4x + 12
y= $\frac{4x+12}{8}$
y= $\frac{1}{2}$ x + $\frac{3}{2}$.

2y= x + 3

Juan Menduiña

y= $\frac{x+3}{2}$

y= $\frac{1}{2}$ x + $\frac{3}{2}$.

Por lo tanto, estas rectas son paralelas, ya que tienen la misma pendiente (m= $\frac{1}{2}$).

Ejercicio 19.

(a) *Escribir la ecuación estándar de la circunferencia de centro C (-3, 4) y radio* $3^{\frac{1}{2}}$. *Graficar.*

$[x-(-3)]^2 + (y-4)^2 = (3^{\frac{1}{2}})^2$
$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 3$. Ecuación estándar de la circunferencia.

Gráfico.

(b) *Escribir la ecuación estándar de la circunferencia de centro C (-2, 5) y que pasa por el punto de coordenadas (1, 2). Graficar.*

$[x-(-2)]^2 + (y-5)^2 = r^2$
$(x+2)^2 + (y-5)^2 = r^2$.

$r^2 = (1+2)^2 + (2-5)^2$
$r^2 = 3^2 + (-3)^2$
$r^2 = 9 + 9$
$r^2 = 18$.

$(x+2)^2 + (y-5)^2 = 18$. Ecuación estándar de la circunferencia.

Gráfico.

Ejercicio 20.

Hallar las ecuaciones estándar de las siguientes circunferencias con centro P y que pasa por Q, y con centro Q que pasa por P:

(a) *P (2, 5) y Q (4, 3).*

Con centro P y que pasa por Q:

$(x-2)^2 + (y-5)^2 = r^2$.

$r^2 = (4-2)^2 + (3-5)^2$
$r^2 = 2^2 + (-2)^2$
$r^2 = 4 + 4$
$r^2 = 8$.

$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 8$. Ecuación estándar de la circunferencia.

Con centro Q y que pasa por P:

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = r^2$.

$r^2 = (2-4)^2 + (5-3)^2$
$r^2 = (-2)^2 + 2^2$
$r^2 = 4 + 4$
$r^2 = 8$.

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 8$. Ecuación estándar de la circunferencia.

(b) *P (-1, 3) y Q (-2, -3).*

Con centro P y que pasa por Q:

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = r^2$.

$r^2 = (-2+1)^2 + (-3-3)^2$
$r^2 = (-1)^2 + (-6)^2$
$r^2 = 1 + 36$
$r^2 = 37$.

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 37$. Ecuación estándar de la circunferencia.

Con centro Q y que pasa por P:

$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$.

$r^2 = (-1+2)^2 + (3+3)^2$

r^2= 1^2 + 6^2
r^2= 1 + 36
r^2= 37.

$(x+2)^2$ + $(y+3)^2$= 37. Ecuación estándar de la circunferencia.

(c) *P* ($\frac{1}{2}$*, 0) y Q* ($\frac{-1}{2}$*, -2).*

<u>Con centro P y que pasa por Q:</u>

$(x-\frac{1}{2})^2$ + y^2= r^2.

r^2= $(\frac{-1}{2}-\frac{1}{2})^2$ + $(-2)^2$
r^2= $(-1)^2$ + 4
r^2= 1 + 4
r^2= 5.

$(x-\frac{1}{2})^2$ + y^2= 5. Ecuación estándar de la circunferencia.

<u>Con centro Q y que pasa por P:</u>

$(x+\frac{1}{2})^2$ + $(y+2)^2$= r^2.

r^2= $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2$ + $(0+2)^2$
r^2= 1^2 + 2^2
r^2= 1 + 4
r^2= 5.

$(x+\frac{1}{2})^2$ + $(y+2)^2$= 5. Ecuación estándar de la circunferencia.

Ejercicio 21.

Analizar si las siguientes ecuaciones corresponden o no a una circunferencia, indicando, en caso afirmativo, los elementos de la misma y graficar:

(a) $2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 8= 0$.

$2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 8= 0$
$2 (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4)= 0$
$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4= \frac{0}{2}$
$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4= 0$
$x^2 + y^2 + 2x - 4y= 4$
$(x+1)^2 + (y-2)^2= 4 + 1^2 + (-2)^2$
$(x+1)^2 + (y-2)^2= 4 + 1 + 4$
$(x+1)^2 + (y-2)^2= 9$.

Centro: C (-1, 2).
Radio: r= 3.

Gráfico.

(b) $x^2 + y^2 - 2x= 1$.

$x^2 + y^2 - 2x= 1$
$(x-1)^2 + y^2= 1 + (-1)^2$
$(x-1)^2 + y^2= 1 + 1$
$(x-1)^2 + y^2= 2$.

Centro: C (1, 0).
Radio: r= $\sqrt{2}$.

Gráfico.

(c) $3x^2 + 3y^2 + 9x - 3y + 21= 0$.

$3x^2 + 3y^2 + 9x - 3y + 21= 0$
$3 (x^2 + y^2 + 3x - y + 7)= 0$
$x^2 + y^2 + 3x - y + 7= \frac{0}{3}$
$x^2 + y^2 + 3x - y + 7= 0$
$x^2 + y^2 + 3x - y= -7$
$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-1)^2= -7 + (\frac{3}{2})^2 + (-1)^2$
$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-1)^2= -7 + \frac{9}{2} + 1$

$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-1)^2 = \frac{-3}{2}$.

Por lo tanto, esta ecuación no corresponde a una circunferencia.

(d) $x^2 + y^2 + 3x - 5y - \frac{1}{2} = 0$.

$x^2 + y^2 + 3x - 5y - \frac{1}{2} = 0$
$x^2 + y^2 + 3x - 5y = \frac{1}{2}$
$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = \frac{1}{2} + (\frac{3}{2})^2 + (\frac{-5}{2})^2$
$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{4} + \frac{25}{4}$
$(x+\frac{3}{2})^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = 9$.

Centro: C $(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2})$.
Radio: r= 3.

Gráfico.

Ejercicio 22.

Llevar la ecuación 6x^2 + 6y^2 - 12x + 12y - 6= 0 a la forma estándar e indicar sus elementos. Graficar.

6 (x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1)= 0
x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1= $\frac{0}{6}$
x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1= 0
x^2 + y^2 - 2x + 2y= 1
$(x-1)^2$ + $(y+1)^2$= 1 + $(-1)^2$ + 1^2
$(x-1)^2$ + $(y+1)^2$= 1 + 1 + 1
$(x-1)^2$ + $(y+1)^2$= 3.   Ecuación estándar de la circunferencia.

Centro: C (1, -1).
Radio: r= $\sqrt{3}$.

Gráfico.

Ejercicio 23.

(a) *Hallar la intersección de la circunferencia del ejercicio anterior con el eje x.*

$(0-1)^2 + (y+1)^2 = 3$
$(-1)^2 + (y+1)^2 = 3$
$1 + (y+1)^2 = 3$
$(y+1)^2 = 3 - 1$
$(y+1)^2 = 2$
$\sqrt{(y+1)^2} = \sqrt{2}$
$|y+1| = \sqrt{2}$
$y + 1 = \pm \sqrt{2}$
$y = -1 \pm \sqrt{2}$.

Por lo tanto, la circunferencia del ejercicio anterior intersecciona con el eje x en los puntos $(0, -1 + \sqrt{2})$ y $(0, -1 - \sqrt{2})$.

(b) *Hallar la intersección de dicha circunferencia con el eje y.*

$(x-1)^2 + (0+1)^2 = 3$
$(x-1)^2 + 1^2 = 3$
$(x-1)^2 + 1 = 3$
$(x-1)^2 = 3 - 1$
$(x-1)^2 = 2$
$\sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{2}$
$|x-1| = \sqrt{2}$
$x - 1 = \pm \sqrt{2}$
$x = 1 \pm \sqrt{2}$.

Por lo tanto, dicha circunferencia intersecciona con el eje y en los puntos $(1 + \sqrt{2}, 0)$ y $(1 - \sqrt{2}, 0)$.

(c) *Hallar la intersección de dicha circunferencia con la recta de ecuación y= x - 1.*

$(x-1)^2 + (x-1+1)^2 = 3$
$x^2 - 2x + 1 + x^2 = 3$
$2x^2 - 2x + 1 = 3$
$2x^2 - 2x + 1 - 3 = 0$
$2x^2 - 2x - 2 = 0$
$2(x^2 - x - 1) = 0$
$x^2 - x - 1 = \frac{0}{2}$
$x^2 - x - 1 = 0$.

$x_1, x_2 = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4*1(-1)}}{2*1}$

$x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$

$x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$y_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

$y_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Por lo tanto, dicha circunferencia intersecciona con el eje y en los puntos $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2})$ y $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2})$.

Ejercicio 24.

Escribir la ecuación canónica de las parábolas:

(a) *con foco en (0, 6) y directriz y + 6= 0.*

$(x-0)^2$= 4 * 6 (y - 0)
x^2= 24y. Ecuación estándar de la parábola.

(b) *con vértice en el origen y foco en (-4, 0).*

$(y-0)^2$= 4 (-4) (x - 0)
y^2= -16x. Ecuación estándar de la parábola.

(c) *con vértice en (3, 2) y foco en (5, 2).*

$(y-2)^2$= 4 * 2 (x - 3)
$(y-2)^2$= 8 (x - 3). Ecuación estándar de la parábola.

(d) *con vértice en (0, 0) y que contiene a los puntos (2, -3) y (-2, -3).*

$(x-0)^2$= 4c (y - 0)
x^2= 4cy.

2^2= 4c (-3)
4= -12c
c= $\frac{4}{-12}$
c= $\frac{-1}{3}$.

$(-2)^2$= 4c (-3)
4= -12c
c= $\frac{4}{-12}$
c= $\frac{-1}{3}$.

x^2= 4 $(\frac{-1}{3})$ y
x^2= $\frac{-4}{3}$ y. Ecuación estándar de la parábola.

Ejercicio 25.

Graficar y dar los elementos de las parábolas definidas por las siguientes ecuaciones:

(a) $3y^2 = 8x$.

Vértice: V (0, 0).
Foco: F ($\frac{2}{3}$, 0).
Directriz: x= $\frac{-2}{3}$.

Gráfico.

(b) $y^2 = -12x$.

Vértice: V (0, 0).
Foco: F (-3, 0).
Directriz: x= 3.

Gráfico.

(c) $x^2 = 4 (y + 1)$.

Vértice: V (0, -1).
Foco: F (0, 0).
Directriz: y= -2.

Gráfico.

(d) $(y - 3)^2 = -20 (x + 2)$.

Vértice: V (-2, 3).
Foco: F (-7, 3).
Directriz: x= 3.

Gráfico.

Ejercicio 26.

Encontrar la ecuación estándar y los elementos de las parábolas:

(a) *$2x^2$ + 12x + 8y + 10= 0.*

$2x^2$ + 12x + 8y + 10= 0
2 (x^2 + 6x + 4y + 5)= 0
x^2 + 6x + 4y + 5= $\frac{0}{2}$
x^2 + 6x + 4y + 5= 0
x^2 + 6x= -4y - 5
$(x+3)^2$= -4y - 5 + 3^2
$(x+3)^2$= -4y - 5 + 9
$(x+3)^2$= -4y + 4
$(x+3)^2$= -4 (y - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-3, 1).
Foco: F (-3, 2).
Directriz: y= 0.

(b) *$3y^2$ + 18y - 24x= 93.*

$3y^2$ + 18y - 24x= 93
3 (y^2 + 6y - 8x)= 93
y^2 + 6y - 8x= $\frac{93}{3}$
y^2 + 6y - 8x= 31
y^2 + 6y= 8x + 31
$(y+3)^2$= 8x + 31 + 3^2
$(y+3)^2$= 8x + 31 + 9
$(y+3)^2$= 8x + 40
$(y+3)^2$= 8 (x + 5). Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-5, -3).
Foco: F (-3, -3).
Directriz: x= -7.

(c) *y= x^2 + 6x + 10.*

y= x^2 + 6x + 10
x^2 + 6x= y - 10
$(x+3)^2$= y - 10. Ecuación estándar de la parábola.

Vértice: V (-3, 10).

Foco: F (-3, $\frac{41}{4}$).

Directriz: y= $\frac{39}{4}$.

Ejercicio 27.

(a) *Hallar la ecuación estándar de la parábola con vértice V (1,3), eje focal paralelo al eje x y que pasa por el punto P (6, 13). Graficar y dar los restantes elementos.*

$(y-3)^2$= 4c (x - 1).

$(13-3)^2$= 4c (6 - 1)
10^2= 4c * 5
100= 20c
c= $\frac{100}{20}$
c= 5.

$(y-3)^2$= 4 * 5 (x - 1)
$(y-3)^2$= 20 (x - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Foco: F (6, 3).
Directriz: x= -4.

Gráfico.

(b) *Hallar una ecuación de una recta vertical que corte a la parábola. Dar el punto de corte.*

x= 6.

$(y-3)^2$= 20 (6 - 1)
$(y-3)^2$= 20 * 5
$(y-3)^2$= 100
$\sqrt{(y-3)^2}$= $\sqrt{100}$
$|y-3|$= 10
y - 3= $\pm$10
y= 3 $\pm$ 10
y_1= 3 + 10= 13.
y_2= 3 - 10= -7.

Por lo tanto, los puntos de corte son (6, 13) y (6, -7).

(c) *Hallar la ecuación estándar de la parábola con vértice V (-5,1), eje focal paralelo al eje y y que pasa por el punto P (1, 0). Graficar y dar los restantes elementos.*

$(x+5)^2$= 4c (y - 1).

$(1+5)^2$= 4c (0 - 1)

6^2= 4c (-1)
36= -4c
c= $\frac{36}{-4}$
c= -9.

$(x+5)^2$= 4 (-9) (y - 1)
$(x+5)^2$= -36 (y - 1). Ecuación estándar de la parábola.

Foco: F (-5, -8).
Directriz: y= 10.

Gráfico.

(d) *Hallar una ecuación de una recta horizontal que corte a la parábola. Dar el punto de corte.*

y= -8.

$(x+5)^2$= -36 (-8 - 1)
$(x+5)^2$= -36 (-9)
$(x+5)^2$= 324
$\sqrt{(x+5)^2}$= $\sqrt{324}$
$|x+5|$= 18
x + 5= $\pm$18
x= -5 $\pm$ 18
x_1= -5 + 18= 13.
x_2= -5 - 18= -23.

Por lo tanto, los puntos de corte son (13, -8) y (-23, -8).

Ejercicio 28.

(a) *Hallar las ecuaciones estándar de las parábolas con vértice V (3, 2) y foco F (7, 2), y otra con vértice V (7, 2) y foco F (3, 2).*

$(y-2)^2$= 16 (x - 3). Ecuación estándar de la parábola con V (3, 2) y F (7, 2).
$(y-2)^2$= -16 (x - 7). Ecuación estándar de la parábola con V (7, 2) y F (3, 2).

(b) *Hallar las ecuaciones estándar de las parábolas con vértice V (-3, 3) y foco F (-3, -1), y otra con vértice V (-3, -1) y foco F (-3, 3).*

$(x+3)^2$= -16 (y - 3). Ecuación estándar de la parábola con V (-3, 3) y F (-3, -1).
$(x+3)^2$= 16 (y + 1). Ecuación estándar de la parábola con V (-3, -1) y F (-3, 3).