Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 3: Variables Aleatorias Discretas. Funciones de Distribución Binomial, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson.

Ejercicio 1.

Clasificar las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:

(a) *X: "el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata".*

Discreta.

(b) *Y: "el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita".*

Continua.

(c) *Z: "la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente".*

Continua.

(d) *W: "el número de huevos que una gallina pone mensualmente".*

Discreta.

(e) *N: "el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad".*

Discreta.

(f) *Q: "el peso del grano producido por acre".*

Continua.

Ejercicio 2.

Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea X: "número de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura".

(a) *Hallar la f.d.p. de X.*

X: "número de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura".

X ~ H (n= 6, M= 4, N= 10).

P (X= x)= $\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

P (X= x)= $\frac{\binom{4}{x}\binom{10-4}{6-x}}{\binom{10}{6}}$

P (X= x)= $\frac{\binom{4}{x}\binom{6}{6-x}}{\binom{10}{6}}$, donde x= 0, 1, 2, 3, 4.

(b) *Determinar P (X= 0), P (X= 2), P (X ≤ 2), P (X ≥ 2).*

P (X= 0)= $\frac{\binom{4}{0}\binom{6}{6-0}}{\binom{10}{6}}$

P (X= 0)= $\frac{\binom{4}{0}\binom{6}{6}}{\binom{10}{6}}$

P (X= 0)= $\frac{1*1}{210}$

P (X= 0)= $\frac{1}{210}$.

P (X= 2)= $\frac{\binom{4}{2}\binom{6}{6-2}}{\binom{10}{6}}$

P (X= 2)= $\frac{\binom{4}{2}\binom{6}{4}}{\binom{10}{6}}$

P (X= 2)= $\frac{6*15}{210}$

P (X= 2)= $\frac{3}{7}$.

P (X ≤ 2)= P (X= 0) + P (X= 1) + P (X= 2)

P (X ≤ 2)= $\frac{\binom{4}{0}\binom{6}{6-0}}{\binom{10}{6}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{6-1}}{\binom{10}{6}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{6-2}}{\binom{10}{6}}$

P (X ≤ 2)= $\frac{\binom{4}{0}\binom{6}{6}}{\binom{10}{6}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{5}}{\binom{10}{6}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{6}{4}}{\binom{10}{6}}$

P $(X \leq 2) = \frac{1*1}{210} + \frac{4*6}{210} + \frac{6*15}{210}$

P $(X \leq 2) = \frac{1}{210} + \frac{12}{105} + \frac{3}{7}$

P $(X \leq 2) = \frac{23}{42}$.

P $(X \geq 2) = 1 -$ P $(X \leq 2)$

P $(X \geq 2) = 1 - \frac{23}{42}$

P $(X \geq 2) = \frac{19}{42}$.

Ejercicio 3.

El espesor de un entablado de madera (en pulgadas) que algún cliente ordena es una v.a. X que tiene la siguiente f.d.a:

$$F(x)=\begin{cases} 0, x < \frac{1}{8} \\ 0{,}2, \frac{1}{8} \leq x < \frac{1}{4} \\ 0{,}9, \frac{1}{4} \leq x < \frac{3}{8} \\ 1, x \geq \frac{3}{8} \end{cases}.$$

Determinar las siguientes probabilidades:

(a) *$P(X \leq \frac{1}{8})$.*

$P(X \leq \frac{1}{8}) = F(\frac{1}{8})$
$P(X \leq \frac{1}{8}) = 0{,}2$.

(b) *$P(X \leq \frac{1}{4})$.*

$P(X \leq \frac{1}{4}) = F(\frac{1}{4})$
$P(X \leq \frac{1}{4}) = 0{,}9$.

(c) *$P(X \leq \frac{5}{16})$.*

$P(X \leq \frac{5}{16}) = F(\frac{5}{16})$
$P(X \leq \frac{5}{16}) = 0{,}9$.

(d) *Hallar la función de distribución de probabilidad de X.*

$$f(x)=\begin{cases} 0{,}2, x = \frac{1}{8} \\ 0{,}7, x = \frac{1}{4} \\ 0{,}1, x = \frac{3}{8} \\ 0, caso\ contrario \end{cases}.$$

Ejercicio 4.

La distribución de probabilidad de X: "número de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme" está dada por:

x	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***
f (x)	*0,41*	*0,37*	*0,16*	*0,05*	*0,01*

(a) *Hallar la función de distribución acumulada de X.*

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
F (x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

(b) *Determinar F (2) y F (3,1).*

F (2)= 0,94.

F (3,1)= F (3)
F (3,1)= 0,99.

Ejercicio 5.

Para las variables aleatorias de los Ejercicios 2 y 4, hallar E (X), E (X^2), V (X).

Ejercicio 2:

E (X)= $\frac{nM}{N}$
E (X)= $\frac{6*4}{10}$
E (X)= $\frac{12}{5}$
E (X)= 2,4.

E (X^2)= n $\frac{M}{N} \frac{N-M}{N} \frac{N-n}{N-1}$ + $(\frac{nM}{N})^2$
E (X^2)= 6 $\frac{4}{10} \frac{10-4}{10} \frac{10-6}{10-1}$ + $(\frac{6*4}{10})^2$
E (X^2)= 6 $\frac{4}{10} \frac{6}{10} \frac{4}{9}$ + $(\frac{12}{5})^2$
E (X^2)= $\frac{16}{25}$ + $\frac{144}{25}$
E (X^2)= $\frac{32}{5}$.

V (X)= n $\frac{M}{N} \frac{N-M}{N} \frac{N-n}{N-1}$
V (X)= 6 $\frac{4}{10} \frac{10-4}{10} \frac{10-6}{10-1}$
V (X)= 6 $\frac{4}{10} \frac{6}{10} \frac{4}{9}$
V (X)= $\frac{16}{25}$.

Ejercicio 4:

E (X)= $\sum_{i=0}^{4} x_i \, f \, (x_i)$
E (X)= 0 * 0,41 + 1 * 0,37 + 2 * 0,16 + 3 * 0,05 + 4 * 0,01
E (X)= 0,37 + 0,32 + 0,15 + 0,04
E (X)= 0,88.

E (X^2)= $\sum_{i=0}^{4} x_i^2 \, f \, (x_i)$
E (X^2)= 0^2 * 0,41 + 1^2 * 0,37 + 2^2 * 0,16 + 3^2 * 0,05 + 4^2 * 0,01
E (X^2)= 0 * 0,41 + 1 * 0,37 + 4 * 0,16 + 9 * 0,05 + 16 * 0,01
E (X^2)= 0,37 + 0,64 + 0,45 + 0,16
E (X^2)= 1,62.

V (X)= E (X^2) - $[E\ (X)]^2$
V (X)= 1,62 - $0,88^2$
V (X)= 1,62 - 0,7744
V (X)= 0,8456.

Ejercicio 6.

Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de 10 galones. Sea X: "número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente". Suponer que X tiene la f.d.p.:

x	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
p (x)	*0,4*	*0,2*	*0,2*	*0,1*	*0,1*

(a) *Hallar E (X), V (X) y desviación estándar de X.*

E (X)= $\sum_{i=1}^{5} x_i * f\ (x_i)$
E (X)= 1 * 0,4 + 2 * 0,2 + 3 * 0,2 + 4 * 0,1 + 5 * 0,1
E (X)= 0,4 + 0,4 + 0,6 + 0,4 + 0,5
E (X)= 2,3.

V (X)= E (X^2) - $[E\ (X)]^2$
V (X)= $\sum_{i=1}^{5} x_i^2 * f\ (x_i)$ - $2{,}3^2$
V (X)= 1^2 * 0,4 + 2^2 * 0,2 + 3^2 * 0,2 + 4^2 * 0,1 + 5^2 * 0,1 - 5,29
V (X)= 1 * 0,4 + 4 * 0,2 + 9 * 0,2 + 16 * 0,1 + 25 * 0,1 - 5,29
V (X)= 0,4 + 0,8 + 1,8 + 1,6 + 2,5 - 5,29
V (X)= 0,4 + 0,8 + 1,8 + 1,6 + 2,5 - 5,29
V (X)= 7,1 - 5,29
V (X)= 1,81.

DE (X)= $\sqrt{V(X)}$
DE (X)= $\sqrt{1{,}81}$
DE (X)= 1,3454.

(b) *Sea Y: "número de galones ordenados".*

(i) *Hallar la f.d.p. de Y.*

Y= 10X.

y	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**
p (y)	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

(ii) *Hallar E (Y), V (Y) y la desviación estándar de Y.*

E (Y)= E (10X)
E (Y)= 10 E (X)
E (Y)= 10 * 2,3
E (Y)= 23.

V (Y)= V (10X)
V (Y)= 10^2 V (X)
V (Y)= 100 * 1,81
V (Y)= 181.

DE (Y)= $\sqrt{V(Y)}$
DE (Y)= $\sqrt{181}$
DE (Y)= 13,454.

Ejercicio 7.

En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0,75. Suponer que las llamadas son independientes.

(a) *Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que, exactamente, 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?*

X: "número de llamadas contestadas en menos de 30 segundos".

X ~ B (n= 10, p= 0,75).

P (X= 9)= $\binom{n}{9} p^9 \ (1-p)^{n-9}$
P (X= 9)= $\binom{10}{9} \ 0{,}75^9 \ (1-0{,}75)^{10-9}$
P (X= 9)= $\frac{10!}{(10-9)!9!}$ * 0,075 * $0{,}25^1$
P (X= 9)= $\frac{10*9!}{1!9!}$ * 0,075 * 0,25
P (X= 9)= $\frac{10}{1}$ * 0,075 * 0,25
P (X= 9)= 10 * 0,075 * 0,25
P (X= 9)= 0,1877.

Por lo tanto, si una persona llama 10 veces, la probabilidad de que, exactamente, 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos es 0,1877.

(b) *Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que, al menos, 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?*

X ~ B (n= 20, p= 0,75).

P (X ≥ 16)= 1 - P (X ≤ 16)
P (X ≥ 16)= 1 - $\sum_{k=0}^{16} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
P (X ≥ 16)= 1 - $\sum_{k=0}^{16} \binom{20}{k} 0{,}75^k (1-0{,}75)^{20-k}$
P (X ≥ 16)= 1 - $\sum_{k=0}^{16} \binom{20}{k} 0{,}75^k 0{,}25^{20-k}$
P (X ≥ 16)= 1 - 0,775
P (X ≥ 16)= 0,225.

Por lo tanto, si una persona llama 20 veces, la probabilidad de que, al menos, 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos es 0,225.

(c) *Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?*

E (X)= np
E (X)= 20 * 0,75
E (X)= 7,5.

Por lo tanto, si una persona llama 20 veces, el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos es 7,5.

Ejercicio 8.

Un amigo que trabaja en una gran ciudad tiene dos automóviles, uno pequeño y uno grande. Tres cuartas partes del tiempo utiliza el automóvil pequeño para ir trabajar y la cuarta parte restante usa el automóvil grande. Si utiliza el automóvil pequeño, por lo general, no tiene problemas para estacionarse y, por lo tanto, llega a su trabajo a tiempo con una probabilidad de 0,9. Si utiliza el automóvil grande, llega a tiempo su trabajo con una probabilidad de 0,6.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo?*

X: "un amigo llega a su trabajo a tiempo en el automóvil pequeño".
Y: "un amigo llega a su trabajo a tiempo en el automóvil grande".

X ~ B (n= 1, p= 0,9).
Y ~ B (n= 1, p= 0,6).

Z: "un amigo llega a su trabajo a tiempo".

Z= 0,75X + 0,25Y.

E (Z)= E (0,75X + 0,25Y)
E (Z)= E (0,75X) + E (0,25Y)
E (Z)= 0,75 E (X) + 0,25 E (Y)
E (Z)= 0,75 * 0,9 + 0,25 * 0,6
E (Z)= 0,675 + 0,15
E (Z)= 0,825.

Z ~ B (n= 1, p= 0,825).

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo en 6 de 10 mañanas, suponiendo que hay independencia entre un día y otro?*

P (Z= 6)= $\binom{n}{6} p^6 \ (1-p)^{n-6}$
P (Z= 6)= $\binom{10}{6} 0{,}825^6 \ (1-0{,}825)^{10-6}$
P (Z= 6)= $\frac{10!}{(10-6)!6!}$ * $0{,}315 * 0{,}175^4$
P (Z= 6)= $\frac{10*9*8*7*6!}{4!6!}$ * 0,315 * 0,0009
P (Z= 6)= $\frac{10*9*8*7}{24}$ * 0,315 * 0,0009
P (Z= 6)= 5 * 3 * 2 * 7 * 0,315 * 0,0009
P (Z= 6)= 0,0621.

Por lo tanto, la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo en 6 de 10 mañanas, suponiendo que hay independencia entre un día y otro, es 0,0621.

Ejercicio 9.

De un lote de 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar. Sea X: "el número de artículos defectuosos entre los elegidos".

(a) *Obtener la función de distribución de probabilidad de X si los artículos se eligen con sustitución.*

X: "número de artículos defectuosos".

X ~ B (n= 4, p= $\frac{M}{N}$= 0,2).

P (X= x)= $\binom{n}{x} p^x \, (1-p)^{n-x}$
P (X= x)= $\binom{4}{x} \, 0{,}2^x \, (1-0{,}2)^{n-4}$
P (X= x)= $\binom{4}{x} \, 0{,}2^x \, 0{,}8^{n-4}$, donde x= 0, 1, 2, 3, 4.

(b) *¿Cuál es la E (X) y la V (X)?*

E (X)= np
E (X)= 4 * 0,2
E (X)= 0,8.

V (X)= np (1 - p)
V (X)= 4 * 0,2 * (1 - 0,2)
V (X)= 4 * 0,2 * 0,8
V (X)= 0,64.

Por lo tanto, la E (X) y la V (X) son 0,8 y 0,64, respectivamente.

Ejercicio 10.

Con los datos del Ejercicio 7, sea Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos".

(a) *¿Cuál es la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos?*

Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos".

Y ~ G (p= 0,75).

P (Y= 4)= p $(1-p)^{4-1}$
P (Y= 4)= 0,75 $(1-0{,}75)^{4-1}$
P (Y= 4)= 0,75 * $0{,}25^3$
P (Y= 4)= 0,75 * 0,015625
P (Y= 4)= 0,0117.

Por lo tanto, la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos es 0,0117.

(b) *¿Cuál es el número promedio de llamadas que hay que hacer hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos?*

E (Y)= $\frac{1}{p}$
E (Y)= $\frac{1}{0{,}75}$
E (Y)= 1,$\hat{3}$.

Por lo tanto, el número promedio de llamadas que hay que hace hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos es 1,$\hat{3}$.

Ejercicio 11.

La probabilidad de que una computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es 0,1. Determinar la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día, después de la instalación del sistema operativo, asumiendo independencia entre los días. Determinar la media y la varianza del número de días hasta que el sistema operativo se descompone.

X: “número de días hasta que el sistema operativo se descompone por primera vez”.

X ~ G (p= 0,1).

P (X= 10)= 0,1 $(1-0{,}1)^{12-1}$
P (X= 10)= 0,1 * $0{,}9^{11}$
P (X= 10)= 0,1 * 0,3138
P (X= 10)= 0,03138.

E (X)= $\frac{1}{p}$
E (X)= $\frac{1}{0{,}1}$
E (X)= $1{,}\hat{1}$.

V (X)= $\frac{1-p}{p^2}$
V (X)= $\frac{1-0{,}1}{0{,}1^2}$
V (X)= $\frac{0{,}9}{0{,}01}$
V (X)= 90.

Ejercicio 12.

El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa c= 4 por hora.

(a) *Calcular la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs.*

X: "número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos por hora (t= 1)".

X ~ P (ct= 4t).

P (X= 10)= $\frac{e^{-ct}(ct)^{10}}{10!}$
P (X= 10)= $\frac{e^{-4*1}(4*1)^{10}}{10!}$
P (X= 10)= $\frac{e^{-4}4^{10}}{10!}$
P (X= 10)= 0,0053.

Por lo tanto, la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs. es 0,0053.

(b) *Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período?*

P (X= 0)= $\frac{e^{-ct}(ct)^{0}}{0!}$
P (X= 0)= $\frac{e^{-4*0,5}(4*0,5)^{0}}{0!}$
P (X= 0)= $\frac{e^{-2}2^{0}}{1}$
P (X= 0)= $e^{-2} * 1$
P (X= 0)= e^{-2}
P (X= 0)= 0,1353.

Por lo tanto, si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 minutos, la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período es 0,1353.

Ejercicio 13.

El número de visitas realizadas en un día entre semana en una determinada página web se decide modelizar por una variable de Poisson de media 8.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas? ¿Y entre 7 y 10 visitas (ambos incluídos)?*

X: "número de visitas realizadas entre semana en una determinada página web en un día (t= 1)".

X ~ P (λt= 8t).

P (X > 4)= 1 - P (X ≤ 4)
P (X > 4)= 1 - [P (X= 0) + P (X= 1) + P (X= 2) + P (X= 3) + P (X= 4)]
P (X > 4)= 1 - ($\frac{e^{-\lambda}\lambda^0}{0!} + \frac{e^{-\lambda}\lambda^1}{1!} + \frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2!} + \frac{e^{-\lambda}\lambda^3}{3!} + \frac{e^{-\lambda}\lambda^4}{4!}$)
P (X > 4)= 1 - ($\frac{e^{-8}8^0}{0!} + \frac{e^{-8}8^1}{1!} + \frac{e^{-8}8^2}{2!} + \frac{e^{-8}8^3}{3!} + \frac{e^{-8}8^4}{4!}$)
P (X > 4)= 1 - ($\frac{e^{-8}*1}{1} + \frac{e^{-8}*8}{1} + \frac{e^{-8}*64}{2} + \frac{e^{-8}*512}{6} + \frac{e^{-8}*4096}{24}$)
P (X > 4)= 1 - (e^{-8} + 8e^{-8} + 32e^{-8} + $\frac{256}{3}$ e^{-8} + $\frac{512}{3}$ e^{-8})
P (X > 4)= 1 - (1 + 8 + 32 + $\frac{256}{3}$ + $\frac{512}{3}$) e^{-8}
P (X > 4)= 1 - $\frac{891}{3}$ e^{-8}
P (X > 4)= 1 - 0,0996
P (X > 4)= 0,9004.

P (7 ≤ X ≤ 10)= P (X ≤ 10) - P (X < 7)
P (7 ≤ X ≤ 10)= P (X ≤ 10) - P (X ≤ 6)
P (7 ≤ X ≤ 10)= 0,8159 - 0,3134
P (7 ≤ X ≤ 10)= 0,5025.

Por lo tanto, la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas es 0,9004 y, entre 7 y 10 visitas (ambos incluídos), es 0,5025.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que, al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas? (Sugerencia: Considerar X: "número de días en la semana laboral con más de 4 visitas".).*

Y: "número de días en la semana laboral con más de 4 visitas".

Y ~ B (n= 5, p= 0,9004).

P (Y= 3)= $\binom{5}{3}$ $0,9004^3$ $(1 - 0,9004)^{5-3}$
P (Y= 3)= $\frac{5!}{(5-3)!3!}$ $*$ 0,723 $*$ $0,0996^2$

P (Y= 3)= $\frac{5*4*3!}{2!3!}$ * 0,723 * 0,0099
P (Y= 3)= $\frac{5*4}{2}$ * 0,723 * 0,0099
P (Y= 3)= 5 * 2 * 0,723 * 0,0099
P (Y= 3)= 0,0724.

Por lo tanto, la probabilidad de que, al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas es 0,0724.

Ejercicio 14.

En un lote de 10 microcircuitos, 3 están defectuosos. Se elige, aleatoriamente, cuatro microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".

(a) *Determinar P (X= 2).*

X: "número de circuitos probados defectuosos".

X ~ H (n= 4, M= 3, N= 10).

P (X= x)= $\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, donde x= 1, 2, 3.

P (X= 2)= $\frac{\binom{M}{2}\binom{N-M}{n-2}}{\binom{N}{n}}$

P (X= 2)= $\frac{\binom{3}{2}\binom{10-3}{4-2}}{\binom{10}{4}}$

P (X= 2)= $\frac{\binom{3}{2}\binom{7}{2}}{\binom{10}{4}}$

P (X= 2)= $\frac{3*21}{210}$

P (X= 2)= $\frac{63}{210}$

P (X= 2)= $\frac{3}{10}$

P (X= 2)= 0,3.

(b) *Determinar E (X) y V (X).*

E (X)= $\frac{nM}{N}$

E (X)= $\frac{4*3}{10}$

E (X)= $\frac{2*3}{5}$

E (X)= $\frac{6}{5}$.

V (X)= $\frac{nM}{N}\frac{N-M}{N}\frac{N-n}{N-1}$

V (X)= $\frac{4*3}{10}\frac{10-3}{10}\frac{10-4}{10-1}$

V (X)= $\frac{2*3}{5}\frac{7}{10}\frac{6}{9}$

V (X)= $\frac{6}{5}\frac{7}{10}\frac{6}{9}$

V (X)= $\frac{14}{25}$.

Ejercicio 15.

En referencia al ejercicio anterior, suponer que el lote tiene 1000 microcircuitos, 300 defectuosos. Se elige, aleatoriamente, 4 microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".

(a) *Determinar P (X= 2).*

X: "número de circuitos probados defectuosos".

X ~ H (n= 4, M= 300, N= 1000).

P (X= x)= $\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, donde x= 1, 2, … , 300.

P (X= 2)= $\frac{\binom{M}{2}\binom{N-M}{n-2}}{\binom{N}{n}}$
P (X= 2)= $\frac{\binom{300}{2}\binom{1000-300}{4-2}}{\binom{1000}{4}}$
P (X= 2)= $\frac{\binom{300}{2}\binom{700}{2}}{\binom{1000}{4}}$
P (X= 2)= $\frac{44850*244650}{41417124750}$
P (X= 2)= $\frac{10972552500}{41417124750}$
P (X= 2)= $\frac{4876690}{18407611}$
P (X= 2)= 0,2649.

(b) *Considerar que hay independencia entre las extracciones, volver a calcular P (X= 2) usando distribución binomial, ¿qué se observa?*

X: "número de circuitos probados defectuosos".

X ~ B (n= 4, p= $\frac{M}{N}$= 0,3).

P (X= 2)= $\binom{n}{2}\, p^2\, (1-p)^{4-2}$
P (X= 2)= $\binom{4}{2}\, 0{,}3^2\, (1-0{,}3)^{4-2}$
P (X= 2)= $\frac{4!}{(4-2)!2!}$ * 0,09 * $0{,}7^2$
P (X= 2)= $\frac{4*3*2!}{2!2!}$ * 0,09 * 0,49
P (X= 2)= $\frac{4*3}{2}$ * 0,09 * 0,49
P (X= 2)= 2 * 3 * 0,09 * 0,49
P (X= 2)= 0,2646.

Por lo tanto, se observa que, cuando N se hace grande, para una fracción fija de defectuosos p= $\frac{M}{N}$, la función de probabilidad hipergeométrica converge a la función de probabilidad binomial.