Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 4: Variables Aleatorias Continuas. Funciones de Distribución de Probabilidad Uniforme, Exponencial, Normal.

Ejercicio 1.

El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente utiliza su estéreo en un período de un año es una v.a. continua X con f.d.p. dada por:

$f(x)= \begin{cases} x, 0 < x < 1 \\ 2 - x, 1 \leq x < 2 \\ 0, caso\ contrario \end{cases}$.

Encontrar la probabilidad de que en un período de un año el adolescente utilice su estéreo:

(a) *menos de 120 horas.*

P (X < 1,2)= $\int_0^1 x\, dx + \int_1^{1,2} 2 - x\, dx$
P (X < 1,2)= $\frac{x^2}{2} |_0^1 + \int_1^{1,2} 2\, dx + \int_1^{1,2} -x\, dx$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} (1^2 - 0^2) + 2 \int_1^{1,2} dx - \int_1^{1,2} x\, dx$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} (1 - 0) + 2x |_1^{1,2} - \frac{x^2}{2} |_1^{1,2}$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} * 1 + 2 (1,2 - 1) - \frac{1}{2} (1,2^2 - 1^2)$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} + 2 * 0,2 - \frac{1}{2} (1,44 - 1)$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} + 0,4 - \frac{1}{2} * 0,44$
P (X < 1,2)= $\frac{1}{2} + 0,4 - 0,22$
P (X < 1,2)= 0,68.

(b) *entre 50 y 100 horas.*

P (0,5 < X < 1)= $\int_{0,5}^1 x\, dx$
P (0,5 < X < 1)= $\frac{x^2}{2} |_{0,5}^1$
P (0,5 < X < 1)= $\frac{1}{2} (1^2 - 0,5^2)$
P (0,5 < X < 1)= $\frac{1}{2} (1 - 0,25)$
P (0,5 < X < 1)= $\frac{1}{2} * 0,75$
P (0,5 < X < 1)= 0,375.

Ejercicio 2.

Suponer que la distancia X entre un blanco puntual y un disparo dirigido al punto, en un juego de tiro al blanco accionado por monedas, es una v.a. continua con f.d.p. dada por:

f (x)= $\begin{cases} 0{,}75(1-x^2), -1 < x < 1 \\ 0, caso\ contrario \end{cases}$.

(a) *Calcular P (X > 0).*

P (X > 0)= $\int_0^1 0{,}75(1-x^2)\, dx$
P (X > 0)= 0,75 $\int_0^1 1-x^2\, dx$
P (X > 0)= 0,75 ($\int_0^1 dx$ + $\int_0^1 -x^2\, dx$)
P (X > 0)= 0,75 (x $|_0^1$ - $\int_0^1 x^2\, dx$)
P (X > 0)= 0,75 [(1 - 0) - $\frac{x^3}{3}$ $|_0^1$]
P (X > 0)= 0,75 [1 - $\frac{1}{3}$ (1^3 - 0^3)]
P (X > 0)= 0,75 [1 - $\frac{1}{3}$ (1 - 0)]
P (X > 0)= 0,75 (1 - $\frac{1}{3}$ * 1)
P (X > 0)= 0,75 (1 - $\frac{1}{3}$)
P (X > 0)= 0,75 $\frac{2}{3}$
P (X > 0)= 0,5.

(b) *Calcular P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5).*

P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= $\int_{-0{,}5}^{0{,}5} 0{,}75(1-x^2)\, dx$
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 $\int_{-0{,}5}^{0{,}5} 1-x^2\, dx$
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 ($\int_{-0{,}5}^{0{,}5} dx$ + $\int_{-0{,}5}^{0{,}5} -x^2\, dx$)
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 (x $|_{-0{,}5}^{0{,}5}$ - $\int_{-0{,}5}^{0{,}5} x^2\, dx$)
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 {[0,5 - (-0,5)] - $\frac{x^3}{3}$ $|_{-0{,}5}^{0{,}5}$}
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 {(0,5 + 0,5) - $\frac{1}{3}$ [$0{,}5^3$ - $(-0{,}5)^3$]}
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 {1 - $\frac{1}{3}$ [0,16785 - (-0,16785)]}
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 [1 - $\frac{1}{3}$ (0,16785 + 0,16785)]
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 (1 - $\frac{1}{3}$ * 0,3357)
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 (1 - 0,1119)
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,75 * 0,8881
P (-0,5 ≤ X ≤ 0,5)= 0,666075.

(c) *Calcular P (X < -0,25 o X > 0,25).*

P (X < -0,25 o X > 0,25)= P (X < -0,25) + P (X > 0,25)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= $\int_{-1}^{-0,25} 0,75(1-x^2)\, dx$ + $\int_{0,25}^{1} 0,75(1-x^2)\, dx$
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 $\int_{-1}^{-0,25} 1-x^2\, dx$ + 0,75 $\int_{0,25}^{1} 1-x^2\, dx$
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 ($\int_{-1}^{-0,25} 1-x^2\, dx$ + $\int_{0,25}^{1} 1-x^2\, dx$)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 ($\int_{-1}^{-0,25} dx$ + $\int_{-1}^{-0,25} -x^2\, dx$ + $\int_{0,25}^{1} dx$ + $\int_{0,25}^{1} -x^2\, dx$)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 (x $|_{-1}^{-0,25}$ - $\int_{-1}^{-0,25} x^2\, dx$ + x $|_{0,25}^{1}$ - $\int_{0,25}^{1} x^2\, dx$)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 [(-0,25 - (-1)) - $\frac{x^3}{3}$ $|_{-1}^{-0,25}$ + (1 - 0,25) - $\frac{x^3}{3}$ $|_{0,25}^{1}$]
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 {(-0,25 + 1) - $\frac{1}{3}$ [$(-0,25)^3$ - $(-1)^3$] + 0,75 - $\frac{1}{3}$ (1^3 - $0,25^3$)}
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 {0,75 - $\frac{1}{3}$ [-0,15625 - (-1)] + 0,75 - $\frac{1}{3}$ (1 - 0,015625)}
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 [0,75 - $\frac{1}{3}$ (-0,015625 + 1) + 0,75 - $\frac{1}{3}$ * 0,984375]
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 (0,75 - $\frac{1}{3}$ * 0,984375 + 0,75 - $\frac{1}{3}$ * 0,984375)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 (1,5 - $\frac{2}{3}$ * 0,984375)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 (1,5 - 0,65625)
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,75 * 0,84375
P (X < -0,25 o X > 0,25)= 0,6328125.

(d) *Hallar la f.d.a. de X.*

F (x)= P (X ≤ x)
F (x)= $\int_{-\infty}^{x} 0,75(1-t^2)\, dt$
F (x)= $\int_{-1}^{x} 0,75(1-t^2)\, dt$
F (x)= 0,75 ($\int_{-1}^{x} dt$ + $\int_{-1}^{x} -t^2\, dt$)
F (x)= 0,75 (t $|_{-1}^{x}$ - $\int_{-1}^{x} t^2\, dt$)
F (x)= 0,75 {[x - (-1)] - $\frac{t^3}{3}$ $|_{-1}^{x}$}
F (x)= 0,75 {(x + 1) - $\frac{1}{3}$ [x^3 - (-1)]}
F (x)= 0,75 [(x + 1) - $\frac{1}{3}$ (x^3 + 1)]
F (x)= 0,75 (x + 1 - $\frac{1}{3}$ x^3 - $\frac{1}{3}$)
F (x)= 0,75 ($\frac{-1}{3}$ x^3 + x + $\frac{2}{3}$)
F (x)= $\frac{-1}{4}$ x^3 + $\frac{3}{4}$ x + $\frac{1}{2}$.

F (x)= $\begin{cases} 0, x \leq -1 \\ \frac{-1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}, -1 < x < 1. \\ 1, x \geq 1 \end{cases}$

Ejercicio 3.

Considerar la función de densidad:

f (x)= $\begin{cases} k\sqrt{x}, 0 < x < 1 \\ 0, caso\ contrario \end{cases}$.

(a) *Evaluar k.*

P (-∞ < X < +∞)= 1
$\int_{-\infty}^{+\infty} k\sqrt{x}\ dx$= 1
$\int_{0}^{1} k\sqrt{x}\ dx$= 1
k $\int_{0}^{x} \sqrt{x}\ dx$= 1
k $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\ |_{0}^{1}$= 1
$\frac{2}{3}$ k ($1^{\frac{3}{2}}$ - $0^{\frac{3}{2}}$)= 1
$\frac{2}{3}$ k (1 - 0)= 1
$\frac{2}{3}$ k * 1= 1
$\frac{2}{3}$ k= 1
k= $\frac{1}{\frac{2}{3}}$
k= $\frac{3}{2}$.

f (x)= $\begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}, 0 < x < 1 \\ 0, caso\ contrario \end{cases}$.

(b) *Encontrar F (x).*

F (x)= P (X ≤ x)
F (x)= $\int_{-\infty}^{x} \frac{3}{2}\sqrt{t}\ dt$
F (x)= $\int_{0}^{x} \frac{3}{2}\sqrt{t}\ dt$
F (x)= $\frac{3}{2} \int_{0}^{x} \sqrt{t}\ dt$
F (x)= $\frac{3}{2}\ \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\ |_{0}^{x}$
F (x)= $x^{\frac{3}{2}}$ - $0^{\frac{3}{2}}$
F (x)= $x^{\frac{3}{2}}$ - 0
F (x)= $x^{\frac{3}{2}}$.

F (x)= $\begin{cases} 0, x \leq 0 \\ x^{\frac{3}{2}}, 0 < x < 1 \\ 1, x \geq 1 \end{cases}$.

(c) *Evaluar P (0,3 < X < 0,6) utilizando F (x).*

P (0,3 < X < 0,6)= F (0,6) - F (0,3)
P (0,3 < X < 0,6)= $0{,}6^{\frac{3}{2}}$ - $0{,}3^{\frac{3}{2}}$
P (0,3 < X < 0,6)= 0,4648 - 0,1643
P (0,3 < X < 0,6)= 0,3005.

Ejercicio 4.

Para las variables aleatorias de los ejercicios anteriores, hallar su esperanza y desviación estándar.

Ejercicio 1:

E (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} x\ f\ (x)\ dx$
E (X)= $\int_0^1 xx\ dx$ + $\int_1^2 x(2-x)\ dx$
E (X)= $\int_0^1 x^2\ dx$ + $\int_1^2 2x - x^2\ dx$
E (X)= $\frac{x^3}{3}\ |_0^1$ + $\int_1^2 2x\ dx$ + $\int_1^2 -x^2\ dx$
E (X)= $\frac{1}{3}$ $(1^3$ - $0^3)$ + 2 $\int_1^2 x\ dx$ - $\int_1^2 x^2\ dx$
E (X)= $\frac{1}{3}$ (1 - 0) + 2 $\frac{x^2}{2}\ |_1^2$ - $\frac{x^3}{3}\ |_1^2$
E (X)= $\frac{1}{3} * 1$ + $(2^2$ - $1^2)$ - $\frac{1}{3}$ $(2^3$ - $1^3)$
E (X)= $\frac{1}{3}$ + (4 - 1) - $\frac{1}{3}$ (8 - 1)
E (X)= $\frac{1}{3}$ + 3 - $\frac{1}{3} * 7$
E (X)= $\frac{1}{3}$ + 3 - $\frac{7}{3}$
E (X)= 1.

V (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty}[x-E(x)]^2\ f\ (x)\ dx$
V (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty}(x-1)^2\ f\ (x)\ dx$
V (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty}(x^2-2x+1)\ f\ (x)\ dx$
V (X)= $\int_0^1 (x^2-2x+1)x\ dx$ + $\int_1^2 (x^2-2x+1)(2-x)\ dx$
V (X)= $\int_0^1 x^3-2x^2+x\ dx$ + $\int_1^2 2x^2-4x+2-x^3+2x^2-x\ dx$
V (X)= $\int_0^1 x^3\ dx$ + $\int_0^1 -2x^2\ dx$ + $\int_0^1 x\ dx$ + $\int_1^2 -x^3+4x^2-5x+2\ dx$
V (X)= $\frac{x^4}{4}\ |_0^1$ - 2 $\int_0^1 x^2\ dx$ + $\frac{x^2}{2}\ |_0^1$ - $\int_1^2 x^3\ dx$ + $\int_1^2 4x^2\ dx$ + $\int_1^2 -5x\ dx$ + $\int_1^2 2\ dx$
V (X)= $\frac{1}{4}$ $(1^4$ - $0^4)$ - 2 $\frac{x^3}{3}\ |_0^1$ + $\frac{1}{2}$ $(1^2$ - $0^2)$ - $\frac{x^4}{4}\ |_1^2$ + 4 $\int_1^2 x^2\ dx$ - 5 $\int_1^2 x\ dx$ + 2 $\int_1^2 dx$
V (X)= $\frac{1}{4}$ (1 - 0) - $\frac{2}{3}$ $(1^3$ - $0^3)$ + $\frac{1}{2}$ (1 - 0) - $\frac{1}{4}$ $(2^4$ - $1^4)$ + 4 $\frac{x^3}{3}\ |_1^2$ - 5 $\frac{x^2}{2}\ |_1^2$+ 2x $|_1^2$
V (X)= $\frac{1}{4} * 1$ - $\frac{2}{3}$ (1 - 0) + $\frac{1}{2} * 1$ - $\frac{1}{4}$ (16 - 1) + $\frac{4}{3}$ $(2^3$ - $1^3)$ - $\frac{5}{2}$ $(2^2$ - $1^2)$ + 2 (2 - 1)
V (X)= $\frac{1}{4}$ - $\frac{2}{3} * 1$ + $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{4} * 15$ + $\frac{4}{3}$ (8 - 1) - $\frac{5}{2}$ (4 - 1) + 2 * 1
V (X)= $\frac{1}{4}$ - $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{2}$ - $\frac{15}{4}$ + $\frac{4}{3} * 7$ - $\frac{5}{2} * 3$ + 2
V (X)= $\frac{1}{4}$ - $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{2}$ - $\frac{15}{4}$ + $\frac{28}{3}$ - $\frac{15}{2}$ + 2
V (X)= $\frac{3-8+6-45+112-90+24}{12}$
V (X)= $\frac{1}{6}$
V (X)= $0{,}1\hat{6}$.

DE (X)= $\sqrt{V(X)}$

DE (X)= $\sqrt{\frac{1}{6}}$

DE (X)= $\frac{1}{\sqrt{6}}$

DE (X)≅ 2,4495.

<u>Ejercicio 2:</u>

E (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} x\ f\ (x)\ dx$

E (X)= $\int_{-1}^{1} x 0{,}75(1-x^2)\ dx$

E (X)= 0,75 $\int_{-1}^{1} x(1-x^2)\ dx$

E (X)= 0,75 $\int_{-1}^{1} x - x^3\ dx$

E (X)= 0,75 ($\int_{-1}^{1} x\ dx$ + $\int_{-1}^{1} -x^3\ dx$)

E (X)= 0,75 ($\frac{x^2}{2}$ $|_{-1}^{1}$ - $\int_{-1}^{1} x^3\ dx$)

E (X)= 0,75 {$\frac{1}{2}$ [1^2 - $(-1)^2$] - $\frac{x^4}{4}$ $|_{-1}^{1}$}

E (X)= 0,75 {$\frac{1}{2}$ (1 - 1) - $\frac{1}{4}$ [1^4 - $(-1)^4$]}

E (X)= 0,75 [$\frac{1}{2}$ (1 - 1) - $\frac{1}{4}$ (1 - 1)]

E (X)= 0,75 ($\frac{1}{2}$ * 0 - $\frac{1}{4}$ * 0)

E (X)= 0,75 (0 - 0)

E (X)= 0,75 * 0

E (X)= 0.

V (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2\ f\ (x)\ dx$

V (X)= $\int_{-1}^{1} (x-0)^2 0{,}75(1-x^2)\ dx$

V (X)= 0,75 $\int_{-1}^{1} x^2(1-x^2)\ dx$

V (X)= 0,75 $\int_{-1}^{1} x^2 - x^4\ dx$

V (X)= 0,75 ($\int_{-1}^{1} x^2\ dx$ + $\int_{-1}^{1} -x^4\ dx$)

V (X)= 0,75 ($\frac{x^3}{3}$ $|_{-1}^{1}$ - $\int_{-1}^{1} x^4\ dx$)

V (X)= 0,75 {$\frac{1}{3}$ [1^3 - $(-1)^3$] - $\frac{x^5}{5}$ $|_{-1}^{1}$}

V (X)= 0,75 {$\frac{1}{3}$ [1 - (-1)] - $\frac{1}{5}$ [1^5 - $(-1)^5$]}

V (X)= 0,75 {$\frac{1}{3}$ (1 + 1) - $\frac{1}{5}$ [1 - (-1)]}

V (X)= 0,75 [$\frac{1}{3}$ * 2 - $\frac{1}{5}$ (1 + 1)]

V (X)= 0,75 ($\frac{2}{3}$ - $\frac{1}{5}$ * 2)

V (X)= 0,75 ($\frac{2}{3}$ - $\frac{2}{5}$)

V (X)= 0,75 $\frac{4}{15}$

V (X)= $\frac{1}{5}$

V (X)= 0,2.

DE (X)= $\sqrt{V(X)}$

DE (X)= $\sqrt{\frac{1}{5}}$
DE (X)= $\frac{1}{\sqrt{5}}$
DE (X)≅ 2,2361.

Ejercicio 3:

E (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} x\ f\ (x)\ dx$
E (X)= $\int_{0}^{1} x\,\frac{3}{2}\sqrt{x}\ dx$
E (X)= $\frac{3}{2}\int_{0}^{1} x^{\frac{3}{2}}\ dx$
E (X)= $\frac{3}{2}\,\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\ |_{0}^{1}$
E (X)= $\frac{3}{5}$ ($1^{\frac{5}{2}}$ - $0^{\frac{5}{2}}$)
E (X)= $\frac{3}{5}$ (1 - 0)
E (X)= $\frac{3}{5}$ * 1
E (X)= $\frac{3}{5}$
E (X)= 0,6.

V (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty}[x - E(x)]^2\ f\ (x)\ dx$
V (X)= $\int_{0}^{1}(x - \frac{3}{5})^2\,\frac{3}{2}\sqrt{x}\ dx$
V (X)= $\frac{3}{2}\int_{0}^{1}(x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25})\sqrt{x}\ dx$
V (X)= $\frac{3}{2}\int_{0}^{1} x^{\frac{5}{2}} - \frac{6}{5}x^{\frac{3}{2}} + \frac{9}{25}\sqrt{x}\ dx$
V (X)= $\frac{3}{2}$ ($\int_{0}^{1} x^{\frac{5}{2}}\ dx$ + $\int_{0}^{1}\frac{-6}{5}x^{\frac{3}{2}}\ dx$ + $\int_{0}^{1}\frac{9}{25}\sqrt{x}\ dx$)
V (X)= $\frac{3}{2}$ ($\frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}}\ |_{0}^{1}$ - $\frac{6}{5}\int_{0}^{1} x^{\frac{3}{2}}\ dx$ + $\frac{9}{25}\int_{0}^{1}\sqrt{x}\ dx$)
V (X)= $\frac{3}{2}$ [$\frac{2}{7}$ ($1^{\frac{7}{2}}$ - $0^{\frac{7}{2}}$) - $\frac{6}{5}\,\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\ |_{0}^{1}$ + $\frac{9}{25}\,\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\ |_{0}^{1}$]
V (X)= $\frac{3}{2}$ [$\frac{2}{7}$ (1 - 0) - $\frac{12}{25}$ ($1^{\frac{5}{2}}$ - $0^{\frac{5}{2}}$) + $\frac{18}{75}$ ($1^{\frac{3}{2}}$ - $0^{\frac{3}{2}}$)]
V (X)= $\frac{3}{2}$ [$\frac{2}{7}$ * 1 - $\frac{12}{25}$ (1 - 0) + $\frac{18}{75}$ (1 - 0)]
V (X)= $\frac{3}{2}$ ($\frac{2}{7}$ - $\frac{12}{25}$ * 1 + $\frac{18}{75}$ * 1)
V (X)= $\frac{3}{2}$ ($\frac{2}{7}$ - $\frac{12}{25}$ + $\frac{18}{75}$)
V (X)= $\frac{3}{2}\,\frac{600}{13125}$
V (X)= $\frac{12}{175}$
V (X)≅ 0,0686.

DE (X)= $\sqrt{V(X)}$
DE (X)= $\sqrt{\frac{12}{175}}$
DE (X)= 0,2619.

Ejercicio 5.

Para la v.a. del Ejercicio 1, sea la v.a. Y el número de kilowatts-hora que el adolescente gasta al año, se tiene que Y= $60X^2 + 39X$*. Calcular la esperanza de Y. Explicar qué propiedad se utiliza.*

E (Y)= E [Y (X)]
E (Y)= $\int_{-\infty}^{+\infty} y\ (x)\ f\ (x)\ dx$
E (Y)= $\int_0^1 (60x^2 + 39x)x\ dx$ + $\int_1^2 (60x^2 + 39x)(2 - x)dx$
E (Y)= $\int_0^1 60x^3 + 39x^2\ dx$ + $\int_1^2 120x^2 + 78x - 60x^3 - 39x^2\ dx$
E (Y)= $\int_0^1 60x^3\ dx$ + $\int_0^1 39x^2\ dx$ + $\int_1^2 -60x^3 + 81x^2 + 78x\ dx$
E (Y)= 60 $\int_0^1 x^3\ dx$ + 39 $\int_0^1 x^2\ dx$ + $\int_1^2 -60x^3\ dx$ + $\int_1^2 81x^2\ dx$ + $\int_1^2 78x\ dx$
E (Y)= 60 $\frac{x^4}{4}\ |_0^1$ + 39 $\frac{x^3}{3}\ |_0^1$ - 60 $\int_1^2 x^3\ dx$ + 81 $\int_1^2 x^2\ dx$ + 78 $\int_1^2 x\ dx$
E (Y)= 15 (1^4 - 0^4) + 13 (1^3 - 0^3) - 60 $\frac{x^4}{4}\ |_1^2$ + 81 $\frac{x^3}{3}\ |_1^2$ + 78 $\frac{x^2}{2}\ |_1^2$
E (Y)= 15 (1 - 0) + 13 (1 - 0) - 15 (2^4 - 1^4) + 27 (2^3 - 1^3) + 39 (2^2 - 1^2)
E (Y)= 15 * 1 + 13 * 1 - 15 (16 - 1) + 27 (8 - 1) + 39 (4 - 1)
E (Y)= 15 + 13 - 15 * 15 + 27 * 7 + 39 * 3
E (Y)= 15 + 13 - 225 + 189 + 117
E (Y)= 109.

La propiedad que se utiliza es:

"Si X es una v.a. continua con f.d.p. f (x) y h (X) es cualquier función de X, entonces, E [(h (X)]= $\int_{-\infty}^{+\infty} h\ (x)\ f\ (x)\ dx$."

Ejercicio 6.

Una barra de 12 pulgadas, que está sujeta por ambos extremos, debe someterse a un creciente cantidad de esfuerzo hasta que se rompa. Sea X: "distancia desde el extremo izquierdo en el que ocurre la rotura" y suponer que la f.d.p. de X es:

f (x)= $\begin{cases} \frac{1}{24}x(1-\frac{x}{12}), 0 < x < 12 \\ 0, caso\ contraio \end{cases}$.

Calcular:

(a) *La f.d.a. de X.*

F (x)= P (X ≤ x)
F (x)= $\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{24}t(1-\frac{t}{12})\ dt$
F (x)= $\int_{0}^{x} \frac{1}{24}t(1-\frac{t}{12})\ dt$
F (x)= $\int_{0}^{x} \frac{1}{24}t - \frac{1}{288}t^2\ dt$
F (x)= $\int_{0}^{x} \frac{1}{24}t\ dt$ + $\int_{0}^{x} \frac{-1}{288}t^2\ dt$
F (x)= $\frac{1}{24}\int_{0}^{x} t\ dt$ - $\frac{1}{288}\int_{0}^{x} t^2\ dt$
F (x)= $\frac{1}{24}\frac{t^2}{2}|_0^x$ - $\frac{1}{288}\frac{t^3}{3}|_0^x$
F (x)= $\frac{1}{48}$ (x^2 - 0^2) - $\frac{1}{864}$ (x^3 - 0^3)
F (x)= $\frac{1}{48}$ (x^2 - 0) - $\frac{1}{864}$ (x^3 - 0)
F (x)= $\frac{1}{48}x^2$ - $\frac{1}{864}x^3$
F (x)= $\frac{-1}{864}x^3$ + $\frac{1}{48}x^2$.

F (x)= $\begin{cases} 0, x \leq 0 \\ \frac{-1}{864}x^3 + \frac{1}{48}x^2, 0 < x < 12. \\ 1, x \geq 12 \end{cases}$

(b) *P (X ≤ 4), P (X > 6), P (4 < X < 6).*

P (X ≤ 4)= F (4)
P (X ≤ 4)= $\frac{-1}{864}$ * 4^3 + $\frac{1}{48}$ * 4^2
P (X ≤ 4)= $\frac{-1}{864}$ * 64 + $\frac{1}{48}$ * 16
P (X ≤ 4)= $\frac{-2}{27}$ + $\frac{1}{3}$
P (X ≤ 4)= $\frac{7}{27}$
P (X ≤ 4)= $0,\widehat{259}$.

(c) *E (X).*

E (X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} x\, f\,(x)\; dx$
E (X)= $\int_{0}^{12} x\, \frac{1}{24} x(1-\frac{x}{12})\; dx$
E (X)= $\int_{0}^{12} \frac{1}{24} x^2 (1-\frac{x}{12})\; dx$
E (X)= $\int_{0}^{12} \frac{1}{24} x^2 - \frac{1}{288} x^3\; dx$
E (X)= $\int_{0}^{12} \frac{1}{24} x^2\; dx$ + $\int_{0}^{12} \frac{-1}{288} x^3\; dx$
E (X)= $\frac{1}{24} \int_{0}^{12} x^2\; dx$ - $\frac{1}{288} \int_{0}^{12} x^3\; dx$
E (X)= $\frac{1}{24} \frac{x^3}{3} |_0^{12}$ - $\frac{1}{288} \frac{x^4}{4} |_0^{12}$
E (X)= $\frac{1}{72}$ (12^3 - 0^3) - $\frac{1}{1152}$ (12^4 - 0^4)
E (X)= $\frac{1}{72}$ (1728 - 0) - $\frac{1}{1152}$ (20736 - 0)
E (X)= $\frac{1}{72}$ * 1728 - $\frac{1}{1152}$ * 20736
E (X)= 24 - 18
E (X)= 6.

(d) *La probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de 2 pulgadas del punto esperado de ruptura.*

P (X > E (X) + 2)= P (X > 6 + 2)
P (X > E (X) + 2)= P (X > 8)
P (X > E (X) + 2)= 1 - P (X $\leq$ 8)
P (X > E (X) + 2)= 1 - F (8)
P (X > E (X) + 2)= 1 - ($\frac{-1}{864}$ * 8^3 + $\frac{1}{48}$ * 8^2)
P (X > E (X) + 2)= 1 - ($\frac{-1}{864}$ * 512 + $\frac{1}{48}$ * 64)
P (X > E (X) + 2)= 1 - ($\frac{-16}{27}$ + $\frac{4}{3}$)
P (X > E (X) + 2)= 1 - $\frac{20}{27}$
P (X > E (X) + 2)= 1 - 0,$\widehat{740}$
P (X > E (X) + 2)= 0,$\widehat{259}$.

Ejercicio 7.

La cantidad de café diaria, en litros, que sirve una máquina que se localiza en el vestíbulo de un aeropuerto es una v.a. X con distribución uniforme continua en (7, 10). Encontrar la probabilidad de que, en un día dado, la cantidad de café que sirve esta máquina sea:

(a) *a lo sumo, 8,8 litros.*

X: "cantidad de café diaria (en litros) que sirve una máquina que se localiza en el vestíbulo de un aeropuerto".

X ~ U (a= 7, b= 10).

$$F(x)=\begin{cases} 0, x < 7 \\ \frac{x-7}{10-7} = \frac{x-7}{3}, 7 \leq x \leq 10 \\ 1, x > 10 \end{cases}$$

P (X ≤ 8,8)= F (8,8)
P (X ≤ 8,8)= $\frac{8,8-7}{3}$
P (X ≤ 8,8)= $\frac{1,8}{3}$
P (X ≤ 8,8)= 0,6.

(b) *más de 7,4 litros, pero menos de 9,5 litros.*

P (7,4 < X < 9,5)= P (X < 9,5) - P (X ≤ 7,4)
P (7,4 < X < 9,5)= F (9,5) - F (7,4)
P (7,4 < X < 9,5)= $\frac{9,5-7}{3}$ - $\frac{7,4-7}{3}$
P (7,4 < X < 9,5)= $\frac{2,5}{3}$ - $\frac{0,4}{3}$
P (7,4 < X < 9,5)= $0,8\hat{3}$ - $0,1\hat{3}$
P (7,4 < X < 9,5)= 0,7.

(c) *al menos, 8,5 litros.*

P (X ≥ 8,5)= 1 - P (X < 8,5)
P (X ≥ 8,5)= 1 - F (8,5)
P (X ≥ 8,5)= 1 - $\frac{7,4-7}{3}$
P (X ≥ 8,5)= 1 - $\frac{0,4}{3}$
P (X ≥ 8,5)= 1 - $0,1\hat{3}$
P (X ≥ 8,5)= $0,8\hat{6}$.

(d) *Hallar E (X) y V (X).*

E (X)= $\frac{a+b}{2}$
E (X)= $\frac{7+10}{2}$
E (X)= $\frac{17}{2}$
E (X)= 8,5.

V (X)= $\frac{(b-a)^2}{12}$
V (X)= $\frac{(10-7)^2}{12}$
V (X)= $\frac{3^2}{12}$
V (X)= $\frac{9}{12}$
V (X)= $\frac{3}{4}$
V (X)= 0,75.

Ejercicio 8.

La variable Z tiene distribución normal estándar.

(a) *Calcular las siguientes probabilidades:*

(i) *$P(Z \leq 2,24)$.*

$P(Z \leq 2,24)= F(2,24)$
$P(Z \leq 2,24)= 0,9875$.

(ii) *$P(Z > 1,36)$.*

$P(Z > 1,36)= 1 - P(Z \leq 1,36)$
$P(Z > 1,36)= 1 - F(1,36)$
$P(Z > 1,36)= 1 - 0,9131$
$P(Z > 1,36)= 0,0869$.

(iii) *$P(0 < Z < 1,5)$.*

$P(0 < Z < 1,5)= P(Z < 1,5) - P(Z \leq 0)$
$P(0 < Z < 1,5)= F(1,5) - F(0)$
$P(0 < Z < 1,5)= 0,9332 - 0,5$
$P(0 < Z < 1,5)= 0,4332$.

(iv) *$P(0,3 < Z < 1,56)$.*

$P(0,3 < Z < 1,56)= P(Z < 1,56) - P(Z \leq 0,3)$
$P(0,3 < Z < 1,56)= F(1,56) - F(0,3)$
$P(0,3 < Z < 1,56)= 0,9406 - 0,6179$
$P(0,3 < Z < 1,56)= 0,3227$.

(v) *$P(-0,51 < Z < 1,54)$.*

$P(-0,51 < Z < 1,54)= P(Z < 1,54) - P(Z \leq -0,51)$
$P(-0,51 < Z < 1,54)= F(1,54) - F(-0,51)$
$P(-0,51 < Z < 1,54)= 0,9382 - 0,305$
$P(-0,51 < Z < 1,54)= 0,6332$.

(b) *Hallar los valores de z que verifiquen:*

(i) *P (Z > z)= 0,5.*

P (Z > z)= 0,5
1 - P (Z ≤ z)= 0,5
P (Z ≤ z)= 1 - 0,5
P (Z ≤ z)= 0,5
F (z)= 0,5
z= 0.

(ii) *P (Z < z)= 0,8485.*

P (Z < z)= 0,8485
F (z)= 0,8485
z= 1,03.

(iii) *P (Z < z)= 0,0054.*

P (Z < z)= 0,0054
F (z)= 0,0054
z= -2,55.

(iv) *P (-z < Z < z)= 0,9.*

P (-z < Z < z)= 0,9
P (Z < z) - P (Z ≤ -z)= 0,9
F (z) - F (-z)= 0,9
F (z) - [1 - F (z)]= 0,9
F (z) - 1 + F (z)= 0,9
2 F (z) - 1= 0,9
2 F (z)= 0,9 + 1
2 F (z)= 1,9
F (z)= $\frac{1,9}{2}$
F (z)= 0,95
z= 1,645.

Ejercicio 9.

Si X es una variable aleatoria con distribución normal con parámetros μ= 10 y σ^2 = 36, calcular:

(a) *P (X > 6,4).*

P (X > 6,4)= 1 - P (X ≤ 6,4)
P (X > 6,4)= 1 - P ($\frac{X-\mu}{\sqrt{\sigma^2}} \leq \frac{6,4-10}{\sqrt{36}}$)
P (X > 6,4)= 1 - P (Z ≤ $\frac{-3,6}{6}$)
P (X > 6,4)= 1 - P (Z ≤ -0,6)
P (X > 6,4)= 1 - F (-0,6)
P (X > 6,4)= 1 - 0,2743
P (X > 6,4)= 0,7257.

(b) *P (4,2 < X < 16).*

P (4,2 < X < 16)= P (X < 16) - P (X ≤ 4,2)
P (4,2 < X < 16)= P ($\frac{X-\mu}{\sqrt{\sigma^2}} < \frac{16-10}{\sqrt{36}}$) - P ($\frac{X-\mu}{\sqrt{\sigma^2}} \leq \frac{4,2-10}{\sqrt{36}}$)
P (4,2 < X < 16)= P (Z < $\frac{6}{6}$) - P (Z ≤ $\frac{-5,8}{6}$)
P (4,2 < X < 16)= P (Z < 1) - P (Z ≤ 0,9$\hat{6}$)
P (4,2 < X < 16)= F (1) - F (-0,97)
P (4,2 < X < 16)= 0,8413 - 0,166
P (4,2 < X < 16)= 0,6753.

(c) *P (X ≤ 8,14).*

P (X ≤ 8,14)= P ($\frac{X-\mu}{\sqrt{\sigma^2}} \leq \frac{8,14-10}{\sqrt{36}}$)
P (X ≤ 8,14)= P (Z ≤ $\frac{-1,86}{6}$)
P (X ≤ 8,14)= P (Z ≤ -0,31)
P (X ≤ 8,14)= F (-0,31)
P (X ≤ 8,14)= 0,3783.

Ejercicio 10.

En la elaboración de un determinado medicamento en forma de comprimido interviene 1 producto químico cuya cantidad sigue, aproximadamente, una distribución normal con media 3 grs. y desviación estándar 0,05 grs.

(a) *Calcular la probabilidad de que un comprimido pese más de 3,025 grs.*

P (X > 3,025)= 1 - P (X ≤ 3,025)
P (X > 3,025)= 1 - P ($\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{3,025-3}{0,05}$)
P (X > 3,025)= 1 - P (Z ≤ $\frac{0,025}{0,05}$)
P (X > 3,025)= 1 - P (Z ≤ 0,5)
P (X > 3,025)= 1 - F (0,5)
P (X > 3,025)= 1 - 0,6915
P (X > 3,025)= 0,3085.

(b) *Un comprimido se considera defectuoso cuando su peso difiere de la media en más de 0,075 grs. Calcular la proporción de comprimidos defectuosos que se fabrican.*

P ($|X| > \mu$ + 0,075)= P ($|X| >$ 3 + 0,075)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= P ($|X| >$ 3,075)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - P ($|X| \leq$ 3,075)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - P (-3,075 ≤ X ≤ 3,075)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - [P (X ≤ 3,075) - P (X < -3,075)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - {P (X ≤ 3,075) - [1 - P (X < 3,075)]}
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - [P (X ≤ 3,075) - 1 + P (X < 3,075)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - [2 P (X ≤ 3,075) - 1]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 1 - 2 P (X ≤ 3,075) + 1
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 - 2 P (X ≤ 3,075)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 [1 - P (X ≤ 3,075)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 [1 - P ($\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{3,075-3}{0,05}$)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 [1 - P (Z ≤ $\frac{0,075}{0,05}$)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 [1 - P (Z ≤ 1,5)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 [1 - F (1,5)]
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 (1 - 0,9332)
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 2 * 0,0668
P ($|X| > \mu$ + 0,075)= 0,1336.

(c) *Estos comprimidos se envasan en cajas de 10 unidades. Si un envase contiene 2 o más comprimidos defectuosos, se elimina del mercado. Determinar el porcentaje de cajas que se retiran del mercado. (Sugerencia: Considerar X: "número de comprimidos defectuosos en una caja").*

X: "número de comprimidos defectuosos".

X ~ B (n= 10, p= 0,1336).

P (X $\geq$ 2)= 1 - P (X $<$ 2)
P (X $\geq$ 2)= 1 - [P (X= 0) + P (X= 1)]
P (X $\geq$ 2)= 1 - [$\binom{10}{0}$ $0{,}1336^0$ $(1 - 0{,}1336)^{10-0}$ + $\binom{10}{1}$ $0{,}1336^1$ $(1 - 0{,}1336)^{10-1}$]
P (X $\geq$ 2)= 1 - [$\frac{10!}{(10-0)!0!}$ * 1 * $0{,}8664^{10}$ + $\frac{10!}{(10-1)!1!}$ * 0,1336 * $0{,}8664^9$]
P (X $\geq$ 2)= 1 - ($\frac{10!}{10!*1}$ * 1 * 0,2383 + $\frac{10*9!}{9!*1}$ * 0,1336 * 0,2751)
P (X $\geq$ 2)= 1 - (1 * 1 * 0,2383 + 10 * 0,1336 * 0,2751)
P (X $\geq$ 2)= 1 - (0,2383 + 0,3675)
P (X $\geq$ 2)= 1 - (0,2383 + 0,3675)
P (X $\geq$ 2)= 1 - 0,6058
P (X $\geq$ 2)= 0,3942.

Ejercicio 11.

Un estudio de cierto sistema de computadoras revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?*

X: "tiempo de respuesta (en segundos) de cierto sistema de computadoras".

X ~ Exp (λ= $\frac{1}{3}$).

P (X $>$ 5)= 1 - P (X $\leq$ 5)
P (X $>$ 5)= 1 - F (5)
P (X $>$ 5)= 1 - (1 - $e^{-5\lambda}$)
P (X $>$ 5)= 1 - (1 - $e^{-5\frac{1}{3}}$)
P (X $>$ 5)= 1 - (1 - $e^{\frac{-5}{3}}$)
P (X $>$ 5)= 1 - 1 + $e^{\frac{-5}{3}}$
P (X $>$ 5)= $e^{\frac{-5}{3}}$
P (X $>$ 5)= 0,1889.

Por lo tanto, la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos es 0,1889.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?*

P (X $>$ 10)= 1 - P (X $\leq$ 10)
P (X $>$ 10)= 1 - F (10)
P (X $>$ 10)= 1 - (1 - $e^{-10\lambda}$)
P (X $>$ 10)= 1 - (1 - $e^{-10\frac{1}{3}}$)
P (X $>$ 10)= 1 - (1 - $e^{\frac{-10}{3}}$)
P (X $>$ 10)= 1 - 1 + $e^{\frac{-10}{3}}$
P (X $>$ 10)= $e^{\frac{-10}{3}}$
P (X $>$ 10)= 0,0357.

Por lo tanto, la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos es 0,0357.

Ejercicio 12.

El número de visitas a un sitio web sigue un proceso de Poisson con una razón de 3 por minuto.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de un minuto sin recibir una visita?*

X: "número de visitas a un sitio web por minuto (t= 1)".
Y: "tiempo (en minutos) que transcurre sin recibir una visita".

X ~ P (λt= 3t).
Y ~ Exp (λ= 3).

P (Y > 1)= 1 - P (Y ≤ 1)
P (Y > 1)= 1 - F (1)
P (Y > 1)= 1 - (1 - $e^{-1\lambda}$)
P (Y > 1)= 1 - (1 - e^{-1*3})
P (Y > 1)= 1 - (1 - e^{-3})
P (Y > 1)= 1 - 1 + e^{-3}
P (Y > 1)= e^{-3}
P (Y > 1)= 0,0498.

Por lo tanto, la probabilidad de que transcurra más de un minuto sin recibir una visita es 0,0498.

(b) *Si transcurren dos minutos sin una visita, ¿cuál es la probabilidad que se dé una visita en el siguiente minuto?*

P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{P(2<Y<3)}{P(Y>2)}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{P(Y<3)-P(Y\leq 2)}{1-P(Y\leq 2)}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{F(3)-F(2)}{1-F(2)}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{(1-e^{-3\lambda})-(1-e^{-2\lambda})}{1-(1-e^{-2\lambda})}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{(1-e^{-3*3})-(1-e^{-2*3})}{1-(1-e^{-2*3})}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{(1-e^{-9})-(1-e^{-6})}{1-(1-e^{-6})}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{1-e^{-9}-1+e^{-6}}{1-1+e^{-6}}$
P (Y < 3 | Y > 2)= $\frac{e^{-6}-e^{-9}}{e^{-6}}$
P (Y < 3 | Y > 2)= 1 - e^{-3}
P (Y < 3 | Y > 2)= 1 - 0,0498
P (Y < 3 | Y > 2)= 0,9502.

Por lo tanto, si transcurren dos minutos sin una visita, la probabilidad de que se dé una visita en el siguiente minuto es 0,9502.

Ejercicio 13.

El tiempo en horas empleado, diariamente, en transporte por los trabajadores de una gran ciudad es una v.a. continua con densidad exponencial con media 0,25.

(a) *Calcular la probabilidad de que un trabajador emplee más de media hora en transporte.*

X: "tiempo (en horas) empleado, diariamente, en transporte por los trabajadores de una gran ciudad".

X ~ Exp ($\lambda = \frac{1}{0,25} = 4$).

P (X > 0,5)= 1 - P (X ≤ 0,5)
P (X > 0,5)= 1 - F (0,5)
P (X > 0,5)= 1 - (1 - $e^{-0,5\lambda}$)
P (X > 0,5)= 1 - (1 - $e^{-0,5*4}$)
P (X > 0,5)= 1 - (1 - e^{-2})
P (X > 0,5)= 1 - 1 + e^{-2}
P (X > 0,5)= e^{-2}
P (X > 0,5)= 0,1353.

(b) *Si los trabajadores emplean, al menos, una hora, ¿cuál es la probabilidad de que no superen la hora y media?*

P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{P(1 \leq X < 1,5)}{P(X \geq 1)}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{P(X<1,5) - P(X<1)}{1 - P(X<1)}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{F(1,5) - F(1)}{1 - F(1)}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{(1-e^{-1,5\lambda}) - (1-e^{-1\lambda})}{1-(1-e^{-1\lambda})}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{(1-e^{-1,5*4}) - (1-e^{-1*4})}{1-(1-e^{-1*4})}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{(1-e^{-6}) - (1-e^{-4})}{1-(1-e^{-4})}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{1-e^{-6}-1+e^{-4}}{1-1+e^{-4}}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= $\frac{e^{-4}-e^{-6}}{e^{-4}}$
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= 1 - e^{-2}
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= 1 - 0,1353
P (X < 1,5 | X ≥ 1)= 0,8647.

Por lo tanto, si los trabajadores emplean, al menos, una hora, la probabilidad de que superen la hora y media es 0,8647.

(c) *Hallar el tiempo mínimo que emplea el 50% de los trabajadores que más tiempo pierden en transporte.*

F (x)= 0,5
1 - $e^{-\lambda x}$= 0,5
1 - e^{-4x}= 0,5
e^{-4x}= 1 - 0,5
e^{-4x}= 0,5
ln e^{-4x}= ln 0,5
-4x ln e= -0,6931
-4x * 1= -0,6931
-4x= -0,6931
x= $\frac{-0,6931}{-4}$
x= 0,1733.

Ejercicio 14.

Cierto tipo de componente puede ser comprado nuevo o viejo. El 50% de los componentes nuevos duran más de 5 años, pero sólo 30% de los usados duran más de 5 años. ¿Sería posible que las duraciones de los componentes se distribuyan exponencialmente? Explicar.

Para determinar si sería posible que las duraciones de los componentes se distribuyan exponencialmente, se puede analizar si se cumplen las propiedades de la distribución exponencial en relación con los datos proporcionados. La distribución exponencial tiene la propiedad de la falta de memoria, lo que significa que la probabilidad de que un componente dure cierto tiempo no depende de cuánto tiempo ya haya durado. Esto implica que la probabilidad de que un componente sobreviva más allá de cierto tiempo es constante a lo largo del tiempo.

En este caso, la falta de memoria implicaría que la probabilidad de que un componente sobreviva más allá de 5 años debería ser la misma, independientemente de si éste es nuevo o usado. Sin embargo, según los datos proporcionados, el 50% de los componentes nuevos duran más de 5 años, mientras que sólo el 30% de los componentes usados lo hacen. Esto sugiere que las duraciones de los componentes no cumplen con la propiedad de falta de memoria necesaria para que se distribuyan exponencialmente.

Por lo tanto, no es posible que las duraciones de los componentes se distribuyan exponencialmente.