

## **Trabajo Práctico N° 1:** **Lógica y Conjuntos.**

### **Ejercicio 1.**

*Indicar cuáles de las siguientes frases son proposiciones:*

**(a)** *Un cuadro tiene 3 lados.*

Esta frase es una proposición.

**(b)**  $x > 2$ .

Esta frase no es una proposición.

**(c)** *Hoy tardé más de una hora en llegar.*

Esta frase es una proposición.

**(d)** *El mes de abril del 2019.*

Esta frase no es una proposición.

**Ejercicio 2.**

*Expresar las siguientes proposiciones en forma simbólica, negarlas y retraducir su negación al lenguaje coloquial:*

**(a)** *Juana no es simpática, pero sabe bailar.*

p: "Juana no es simpática".

q: "Juana sabe bailar".

Forma simbólica Proposición:  $p \wedge q$ .

Forma simbólica Negación Proposición:  $\neg (p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ .

Lenguaje coloquial Negación Proposición: "Juana es simpática o no sabe bailar".

**(b)** *Los alumnos estudian los fines de semana o se divierten.*

p: "Los alumnos estudian los fines de semana".

q: "Los alumnos se divierten".

Forma simbólica Proposición:  $p \vee q$ .

Forma simbólica Negación Proposición:  $\neg (p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ .

Lenguaje coloquial Negación Proposición: "Los alumnos no estudian los fines de semana y no se divierten".

**(c)** *Si los alumnos conocen a los simuladores, entonces, los desprecian.*

p: "Los alumnos conocen a los simuladores".

q: "Los alumnos desprecian a los simuladores".

Forma simbólica Proposición:  $p \rightarrow q$ .

Forma simbólica Negación Proposición:  $\neg (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg (\neg p \vee q) \leftrightarrow \neg \neg p \wedge \neg q \leftrightarrow p \wedge \neg q$ .

Lenguaje coloquial Negación Proposición: "Los alumnos conocen a los simuladores y no los desprecian".

**Ejercicio 3.**

Construir tablas de verdad de:

(a)  $\neg (p \wedge q)$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \wedge q</math></b> | <b><math>\neg (p \wedge q)</math></b> |
|----------|----------|--------------------------------|---------------------------------------|
| V        | V        | V                              | F                                     |
| V        | F        | F                              | V                                     |
| F        | V        | F                              | V                                     |
| F        | F        | F                              | V                                     |

(b)  $\neg (\neg p \wedge \neg r) \wedge q$ .

| <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg r</math></b> | <b><math>\neg p \wedge \neg r</math></b> | <b><math>\neg (\neg p \wedge \neg r)</math></b> | <b>q</b> | <b><math>\neg (\neg p \wedge \neg r) \wedge q</math></b> |
|----------------------------|----------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------|
| V                          | V                          | V                                        | F                                               | V        | F                                                        |
| V                          | F                          | F                                        | V                                               | V        | V                                                        |
| F                          | V                          | F                                        | V                                               | F        | F                                                        |
| F                          | F                          | F                                        | V                                               | F        | F                                                        |

(c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \rightarrow q</math></b> | <b>r</b> | <b><math>(p \rightarrow q) \rightarrow r</math></b> |
|----------|----------|-------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------|
| V        | V        | V                                   | V        | V                                                   |
| V        | F        | F                                   | V        | V                                                   |
| F        | V        | V                                   | F        | F                                                   |
| F        | F        | V                                   | F        | F                                                   |

(d)  $\neg (p \vee q)$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \vee q</math></b> | <b><math>\neg (p \vee q)</math></b> |
|----------|----------|------------------------------|-------------------------------------|
| V        | V        | V                            | F                                   |
| V        | F        | V                            | F                                   |
| F        | V        | V                            | F                                   |
| F        | F        | F                            | V                                   |

(e)  $\neg q \wedge \neg r$ .

| <b>q</b> | <b>r</b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>\neg r</math></b> | <b><math>\neg q \wedge \neg r</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|----------------------------|------------------------------------------|
| V        | V        | F                          | F                          | F                                        |
| V        | F        | F                          | V                          | F                                        |
| F        | V        | V                          | F                          | F                                        |
| F        | F        | V                          | V                          | V                                        |

(f)  $(\neg s \wedge p) \vee (s \wedge \neg p)$ .

| <b>s</b> | <b><math>\neg s</math></b> | <b>p</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg s \wedge p</math></b> | <b><math>s \wedge \neg p</math></b> | <b><math>(\neg s \wedge p) \vee (s \wedge \neg p)</math></b> |
|----------|----------------------------|----------|----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| V        | F                          | V        | F                          | F                                   | F                                   | F                                                            |
| V        | F                          | F        | V                          | F                                   | V                                   | V                                                            |
| F        | V                          | V        | F                          | V                                   | F                                   | V                                                            |
| F        | V                          | F        | V                          | F                                   | F                                   | F                                                            |

**Ejercicio 4.**

Se consideran las siguientes proposiciones  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ :

$p$ : "Tobi es el perro de mi amigo".

$q$ : "Tobi es un caniche".

$r$ : "Tobi es un caniche que ladra todo el tiempo".

$s$ : "Tobi es un perro muy divertido".

Escribir, con palabras del lenguaje coloquial, los resultados de las siguientes operaciones:

(a)  $p \wedge q$ .

"Tobi es el perro de mi amigo y es un caniche".

(b)  $\neg q \vee \neg r$ .

"Tobi no es un caniche o no es un caniche que ladra todo el tiempo".

(c)  $\neg r \wedge s$ .

"Tobi no es un caniche que ladra todo el tiempo y es un perro muy divertido".

(d)  $q \vee s$ .

"Tobi es un caniche o es un perro muy divertido".

**Ejercicio 5.**

*Simbolizar las siguientes proposiciones:*

**(a)** Si  $5 > 3$ , entonces,  $5 - 3 \geq 0$ .

p: " $5 > 3$ ".

q: " $5 - 3 \geq 0$ ".

$p \rightarrow q$ .

**(b)** Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son números racionales tales que  $2A + 3B - 5C = 0$ , entonces,  $A = B = C = 0$ .

p: " $A$ ,  $B$  y  $C$  son números racionales".

q: " $2A + 3B - 5C = 0$ ".

r: " $A = B = C = 0$ ".

$(p \wedge q) \rightarrow r$ .

**Ejercicio 6.**

**(a)** Pasar a la forma si ... entonces ... y simbolizar: “Es necesario ser argentino para ser presidente de la república”.

Proposición:

“Si soy presidente de la república, entonces, soy argentino”.

Simbolización:

p: “soy presidente de la república”.

q: “soy argentino”.

$p \rightarrow q$ .

**(b)** Expresar y simbolizar utilizando la palabra suficiente: “Si aprobó el examen, entonces, contestó bien el 40% de sus preguntas”.

Expresión:

“Es suficiente aprobar el examen para haber contestado bien el 40% de sus preguntas”.

Simbolización:

p: “aprobó el examen”.

q: “contestó bien el 40% de sus preguntas”.

$p \rightarrow q$ .

**(c)** Expresar y simbolizar utilizando la palabra necesario: “Pedro es argentino sólo si es americano”.

Expresión:

“Es necesario que Pedro sea americano para que sea argentino”.

Simbolización:

p: “Pedro es argentino”.

q: “Pedro es americano”.

$p \rightarrow q$ .

**Ejercicio 7.**

Establecer si las siguientes fórmulas constituyen tautologías, contradicciones o contingencias.

(a)  $(p \wedge q) \wedge (q \wedge p)$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \wedge q</math></b> | <b><math>q \wedge p</math></b> | <b><math>(p \wedge q) \wedge (q \wedge p)</math></b> |
|----------|----------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------------|
| V        | V        | V                              | V                              | V                                                    |
| V        | F        | F                              | F                              | F                                                    |
| F        | V        | F                              | F                              | F                                                    |
| F        | F        | F                              | F                              | F                                                    |

Esta fórmula constituye una contingencia, ya que los resultados de las diferentes líneas de la tabla de verdad son V y F.

(b)  $(p \vee q) \rightarrow p$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \vee q</math></b> | <b><math>(p \vee q) \rightarrow p</math></b> |
|----------|----------|------------------------------|----------------------------------------------|
| V        | V        | V                            | V                                            |
| V        | F        | V                            | V                                            |
| F        | V        | V                            | F                                            |
| F        | F        | F                            | V                                            |

Esta fórmula constituye una contingencia, ya que los resultados de las diferentes líneas de la tabla de verdad son V y F.

(c)  $(q \rightarrow p) \vee p$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>q \rightarrow p</math></b> | <b><math>(q \rightarrow p) \vee p</math></b> |
|----------|----------|-------------------------------------|----------------------------------------------|
| V        | V        | V                                   | V                                            |
| V        | F        | V                                   | V                                            |
| F        | V        | F                                   | F                                            |
| F        | F        | V                                   | V                                            |

Esta fórmula constituye una contingencia, ya que los resultados de las diferentes líneas de la tabla de verdad son V y F.



**Ejercicio 8.**

Encontrar proposiciones equivalentes usando las leyes de De Morgan y sustituciones adecuadas:

(a)  $p \wedge \neg q$ .

$$[p \wedge \neg q] \leftrightarrow [\neg (\neg p \vee q)].$$

| <b>p</b> | <b>Q</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>p \wedge \neg q</math></b> | <b><math>\neg (\neg p \vee q)</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|------------------------------------------|
| V        | V        | F                          | F                          | F                                   | F                                        |
| V        | F        | F                          | V                          | V                                   | V                                        |
| F        | V        | V                          | F                          | F                                   | F                                        |
| F        | F        | V                          | V                          | F                                   | F                                        |

(b)  $\neg (\neg p \wedge q)$ .

$$[\neg (\neg p \wedge q)] \leftrightarrow [p \vee \neg q].$$

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>\neg p \wedge q</math></b> | <b><math>\neg (\neg p \wedge q)</math></b> | <b><math>p \vee \neg q</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------|
| V        | V        | F                          | F                          | F                                   | V                                          | V                                 |
| V        | F        | F                          | V                          | F                                   | V                                          | V                                 |
| F        | V        | V                          | F                          | V                                   | F                                          | F                                 |
| F        | F        | V                          | V                          | F                                   | V                                          | V                                 |

(c)  $(p \wedge q) \vee q$ .

$$[(p \wedge q) \vee q] \leftrightarrow [\neg [\neg (p \wedge q) \wedge \neg q]] \leftrightarrow [\neg [(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q]].$$

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>p \wedge q</math></b> | <b><math>(p \wedge q) \vee q</math></b> | <b><math>\neg p \vee \neg q</math></b> | <b><math>(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q</math></b> | <b><math>\neg [(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q]</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| V        | V        | F                          | F                          | V                              | V                                       | F                                      | F                                                      | V                                                             |
| V        | F        | F                          | V                          | F                              | F                                       | V                                      | V                                                      | F                                                             |
| F        | V        | V                          | F                          | F                              | V                                       | V                                      | F                                                      | V                                                             |
| F        | F        | V                          | V                          | F                              | F                                       | V                                      | V                                                      | F                                                             |

(d)  $(p \wedge q) \wedge (q \wedge \neg p)$ .

$$[(p \wedge q) \wedge (q \wedge \neg p)] \leftrightarrow [\neg [\neg (p \wedge q) \vee \neg (q \wedge \neg p)]] \leftrightarrow [\neg [(\neg p \vee \neg q) \vee (\neg q \vee p)]].$$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge q$ | $q \wedge \neg p$ | $(p \wedge q) \wedge (q \wedge \neg p)$ | $\neg p \vee \neg q$ | $\neg q \vee p$ | $(\neg p \vee \neg q) \vee (\neg q \vee p)$ | $\neg [( \neg p \vee \neg q) \vee (\neg q \vee p)]$ |
|-----|-----|----------|----------|--------------|-------------------|-----------------------------------------|----------------------|-----------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| V   | V   | F        | F        | V            | F                 | F                                       | F                    | V               | V                                           | F                                                   |
| V   | F   | F        | V        | F            | F                 | F                                       | V                    | V               | V                                           | F                                                   |
| F   | V   | V        | F        | F            | V                 | F                                       | V                    | F               | V                                           | F                                                   |
| F   | F   | V        | V        | F            | F                 | F                                       | V                    | V               | V                                           | F                                                   |

**Ejercicio 9.**

Determinar, en cada caso, si la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas. Justificar la respuesta.

(a)  $(p \wedge q) \rightarrow r$ ,  $r$  es  $V$ .

| $r$ | $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow r$ |
|-----|-----|-----|--------------|------------------------------|
| V   | V   | V   | V            | V                            |
| V   | V   | F   | F            | V                            |
| V   | F   | V   | F            | V                            |
| V   | F   | F   | F            | V                            |

Por lo tanto, la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de la proposición.

(b)  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$ ,  $p$  es  $V$  y  $r$  es  $F$ .

| $p$ | $r$ | $q$ | $p \wedge q$ | $p \vee r$ | $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$ |
|-----|-----|-----|--------------|------------|---------------------------------------|
| V   | F   | V   | V            | V          | V                                     |
| V   | F   | F   | F            | V          | V                                     |

Por lo tanto, la información que se da es suficiente para conocer el valor de verdad de la proposición.

(c)  $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ ,  $q$  es  $V$ .

| $q$ | $p$ | $\neg q$ | $\neg p$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|---------------------------------------------------|
| V   | V   | F        | F        | V          | F                    | F                                                 |
| V   | F   | F        | V        | V          | V                    | V                                                 |

Por lo tanto, la información que se da no es suficiente para conocer el valor de verdad de la proposición.

**Ejercicio 10.**

*Expresar mediante cuantificadores, esquemas proposicionales, conectivos, además usar equivalencias lógicas para expresar, de manera condicional, las siguientes proposiciones:*

**(a)** *Todos los hombres son mortales.*

$U$ : {hombres}.

$p(x)$ : “ $x$  es hombre”.

$q(x)$ : “ $x$  es mortal”.

$\forall x \in U: (si\ p(x) \Rightarrow q(x)).$

**(b)** *Hay algún número que no es primo.*

$U$ : {conjunto de números naturales}.

$p(x)$ : “ $x$  es un número primo”.

$q(x)$ : “ $x$  es un número natural”.

$\exists x \in U: (si\ p(x) \Rightarrow q(x)).$

**Ejercicio 11.**

Sean los esquemas  $p(x): x + 4 = 3$  y  $q(x): x^2 - 1 = 0$ .

**(a)** ¿Existe un universo en el cual la proposición  $\forall x: (p(x) \wedge q(x))$  resulte verdadera? Justificar.

$$p(x): x + 4 = 3 \Rightarrow x = -1.$$

$$q(x): x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = [-1; 1].$$

$$U: \{-1\}.$$

**(b)** Hallar un universo  $U$  en el cual la proposición anterior sea falsa. Justificar.

$$U: \{\text{conjunto de números reales menos el } -1\}.$$

## **Ejercicio 12.**

*A partir de los enunciados, simbolizar y obtener conclusiones:*

- (a)** *Si Juan nació en Mendoza, entonces, es argentino.*  
*Juan nació en Mendoza.*

Simbolización:

p: “Juan nació en Mendoza”. VERDADERA.

q: “Juan es argentino”.

$p \rightarrow q$ . VERDADERA.

Conclusión:

q: “Juan es argentino”.

- (b)** *Si Juan nació en Mendoza, entonces, es argentino.*  
*Juan no es argentino.*

Simbolización:

p: “Juan nació en Mendoza”.

q: “Juan es argentino”. FALSA.

$p \rightarrow q$ . VERDADERA.

Conclusión:

$\neg p$ : “Juan no nació en Mendoza”.

**Ejercicio 13.**

*Si  $x$  es una variable, decir cuáles de las siguientes expresiones son esquemas:*

**(a)** *Juan y  $x$  fueron al teatro.*

Esta expresión es un esquema proposicional.

**(b)**  *$x$  es perro.*

Esta expresión es un esquema proposicional.

**(c)** *Distancia del punto  $P$  a  $x$  es igual a 2. (El punto  $P$  es conocido).*

Esta expresión es un esquema proposicional.

**(d)**  $x \geq 0 \wedge x \leq 3$ .

Esta expresión es un esquema proposicional.

**Ejercicio 14.**

*En cada caso, decir si se trata de esquemas, en tal caso transformarlo en una proposición. Usar constantes adecuadas. Dar un universo y aplicar cuantificadores. Hallar el valor de verdad de la proposición.*

**(a)**  $P(n): n + 1 > n.$

Es un esquema proposicional.

U: {conjunto de números reales}.

$\forall x \in U: (P(n)).$

El valor de verdad de la proposición es VERDADERO.

**(b)**  $Q(n): n^2 + 1.$

No es un esquema proposicional.

**(c)**  $R(n): n^2 - 3n + 2 = 0.$

Es un esquema proposicional.

U: {1, 2}.

$\forall x \in U: (R(n)).$

El valor de verdad de la proposición es VERDADERO.

**(d)**  $S(n): n \text{ es un número racional.}$

Es un esquema.

U: {conjunto de números racionales}.

$\forall x \in U: (S(n)).$

El valor de verdad de la proposición es VERDADERO.



**Ejercicio 15.**

Simbolizar utilizando esquemas, cuantificadores y conectivos lógicos y dar un universo.

(a) *Hay objetos rojos y, además, hay objetos verdes.*

U: {conjunto de objetos rojos; conjunto de objetos verdes}.

p (x): “x es rojo”.

q (x): “x es verde”.

$$\forall x \in U: (p(x) \vee q(x)).$$

(b) *Hay números pares o todos los números son múltiplos de 3.*

U: {conjunto de números naturales múltiplos de 2; conjunto de números naturales múltiplos de 3}.

p (x): “x es par”.

q (x): “x es múltiplo de 3”.

$$[\exists x \in U: (p(x))] \vee [\forall x \in U: (q(x))].$$

(c) *No todos los números son múltiplos de 5.*

U: {conjunto de números naturales}.

p (x): “x es múltiplo de 5”.

$$[\exists x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\forall x \in U: (p(x)))].$$

(d) *Todos los números no son múltiplos de 5.*

U: {conjunto de números naturales no múltiplos de 5}.

p (x): “x es múltiplo de 5”.

$$[\forall x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\exists x \in U: (p(x)))].$$

(e) *Algunos hombres son aburridos.*

U: {hombres}.

p (x): “x no es aburrido”.

$$[\exists x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\forall x \in U: (p(x)))]$$

**(f)** *Ninguna persona es perfecta.*

U: {personas}.

p (x): “x es perfecta”.

$$[\forall x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\exists x) \in U: (p(x))].$$

**(g)** *No todo número real es un número racional.*

U: {conjunto de números reales}.

p (x): “x es un número racional”.

$$[\exists x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\forall x) \in U: (p(x))].$$

**(h)** *Todos los números primos son impares excepto el 2.*

U: {conjunto de números primos menos el 2}.

p (x): “x no es un número impar”.

$$[\forall x \in U: (\neg p(x))] \Leftrightarrow [\neg (\exists x) \in U: (p(x))].$$

**Ejercicio 16.**

*Escribir por extensión los siguientes conjuntos:*

**(a)**  $A = \{x: x \text{ es una letra de la palabra } FACULTAD\}.$

$A = \{F, A, C, U, L, T, A, D\}.$

**(b)**  $B = \{x: x \text{ es una cifra del número } 3.502.332\}.$

$B = \{3, 5, 0, 2\}.$

**(c)**  $C = \{x: x \text{ es diptongo de la palabra } VOLUMEN\}.$

$C = \{\}.$

**Ejercicio 17.**

Dados los conjuntos  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 5\}$  y  $C = \{2, 4\}$ , calcular los conjuntos  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $C_B C$ ,  $B - A$ ,  $A \cap B \cap C$ ,  $A - (B - C)$ ,  $(A - B) - C$ ,  $B - C$ . Comparar los resultados y obtener conclusiones posibles.

(a)  $A \cap B$ .

$$A \cap B = \{1, 2\}.$$

(b)  $A \cup B$ .

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

(c)  $A - B$ .

$$A - B = \{3\}.$$

(d)  $C_B C$ .

$$C_B C = \{1, 5\}.$$

(e)  $B - A$ .

$$B - A = \{4, 5\}.$$

(f)  $A \cap B \cap C$ .

$$A \cap B \cap C = \{2\}.$$

(g)  $A - (B - C)$ .

$$A - (B - C) = \{2, 3\}.$$

(h)  $(A - B) - C$ .

$$(A - B) - C = \{3\}.$$

$$(i) B - C.$$

$$B - C = \{1, 5\}.$$

**Ejercicio 18.**

Considerando como conjunto Universo a aquel comprendido por todas las letras del alfabeto castellano y los siguientes conjuntos  $A = \{x: x \text{ es vocal}\}$ ,  $B = \{a, e, o\}$ ,  $C = \{i, u\}$ ,  $D = \{x: x \text{ es letra de la palabra murciélago}\}$  y  $E = \{x: x \text{ es consonante}\}$ , dar por extensión:

(a)  $A \cap B$ .

$$A \cap B = \{a, e, o\}.$$

(b)  $A \cup B$ .

$$A \cup B = \{a, e, i, o, u\}.$$

(c)  $A - B$ .

$$A - B = \{i, u\}.$$

(d)  $C \cup D$ .

$$C \cup D = \{m, u, r, c, i, e, l, a, g, o\}.$$

(e)  $E - A$ .

$$E - A = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}.$$

(f)  $E - D$ .

$$E - D = \{b, d, f, h, j, k, n, p, q, s, t, v, w, x, y, z\}.$$

**Ejercicio 19.**

Completar las proposiciones siguientes con los símbolos  $\in$  o  $\notin$ :

(a)

$$2 \notin \{1, 3, 5, 7\}.$$

(b)

$$5 \in \{2, 4, 5, 6\}.$$

(c)

$$0 \notin \emptyset.$$

(d)

$$1 \notin \{1, 2\} - \{1, 6\}.$$

(e)

$$\text{París} \notin \{x: x \text{ es el nombre de un país}\}.$$

(f)

$$2 \in \{1, 2\} - \{1, 6\}.$$

(g)

$$2 \notin \{1, 2\} \cap \{1, 6\}.$$

(h)

$$\text{Jujuy} \in \{x: x \text{ es provincia de Argentina}\}.$$

**(i)**

$$2 \in \{1, 2\} \cup \{1, 6\}.$$

**(j)**

$$a \notin \{\{a\}\}.$$

**(k)**

$$\{a\} \in \{\{a\}\}.$$



**Ejercicio 20.**

*¿Cómo se puede traducir las leyes de De Morgan con la notación de conjuntos?*

$$x \notin (A \cup B) \Leftrightarrow x \notin A \cap x \notin B.$$

$$(A \cup B)^c \Leftrightarrow A^c \cap B^c.$$

$$x \notin (A \cap B) \Leftrightarrow x \notin A \cup x \notin B.$$

$$(A \cap B)^c \Leftrightarrow A^c \cup B^c.$$

**Ejercicio 21.**

Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos no vacíos tales que  $A \subseteq B$ . Determinar, si es posible, el valor de verdad de los siguientes enunciados. Justificar la respuesta.

(a)  $\exists x: (x \in A \wedge x \notin B)$ .

El valor de verdad de este enunciado es FALSO, ya que, si  $x$  pertenece al conjunto  $A$ , entonces, también pertenece al conjunto  $B$ .

(b)  $\exists x: (x \in B \wedge x \notin A)$ .

El valor de verdad de este enunciado es VERDADERO, ya que puede existir  $x$  perteneciente al conjunto  $B$  que no pertenezca al conjunto  $A$ .

(c)  $\forall x: (x \notin B \rightarrow x \notin A)$ .

El valor de verdad de este enunciado es VERDADERO, ya que, si  $x$  no pertenece al conjunto  $B$ , entonces, tampoco pertenece al conjunto  $A$ .

(d)  $\forall x: (x \notin A \rightarrow x \notin B)$ .

El valor de verdad de este enunciado es FALSO, ya que, si  $x$  no pertenece al conjunto  $A$ , puede pertenecer al conjunto  $B$ .

**Ejercicio 22.**

Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  conjuntos tales que  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq C$ . Sabiendo que  $a \in A$ ,  $b \in B$ ,  $c \in C$ ,  $d \notin A$ ,  $e \notin B$  y  $f \notin C$ . ¿Cuáles de las siguientes informaciones son ciertas?

**(a)**  $a \in C$

Esta información es cierta.

**(b)**  $b \notin A$ .

Esta información no es cierta.

**(c)**  $b \in A$ .

Esta información no es cierta.

**(d)**  $c \notin A$ .

Esta información no es cierta.

**(e)**  $e \notin A$ .

Esta información es cierta.

**(f)**  $f \notin A$ .

Esta información es cierta.

**(g)**  $d \in B$ .

Esta información no es cierta.

**(h)**  $f \in C_u C$ .

Esta información es cierta.

**(i)**  $c \in C - B$ .

Esta información no es cierta.

**(j)**  $a \in C \cap B$ .

Esta información es cierta.

**(k)**  $b \in C_B A$ .

Esta información no es cierta.

**(l)**  $d \notin A \cap C$ .

Esta información es cierta.

**Ejercicio 23 (Adicional).**

*Indicar los valores de verdad de todas las proposiciones que intervienen para que la proposición  $p \rightarrow (q \vee r)$  resulte falsa.*

|                            |          |            |          |          |
|----------------------------|----------|------------|----------|----------|
| $p \rightarrow (q \vee r)$ | <b>p</b> | $q \vee r$ | <b>q</b> | <b>r</b> |
| F                          | V        | F          | F        | F        |

Los valores de verdad de p, q y r son verdadera, verdadera y falsa, respectivamente.

**Ejercicio 24 (Adicional).**

Marcar las afirmaciones correctas:

- *Una conjunción es verdadera sólo si las dos proposiciones que la componen lo son.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Una conjunción es falsa si las dos proposiciones componentes lo son.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Una disyunción es falsa sólo si todas las proposiciones que la componen lo son.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Una conjunción es falsa si algunas las proposiciones componentes lo son.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Una disyunción es verdadera sólo si lo son todas las proposiciones componentes.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES INCORRECTA.
- *Una disyunción es verdadera sólo si lo son algunas las proposiciones componentes.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES INCORRECTA.
- *Un condicional es falso si el antecedente es verdadero y el consecuente es verdadero.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES INCORRECTA.
- *Un condicional es verdadero si el antecedente es falso.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Un condicional es falso si el antecedente es verdadero.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES INCORRECTA.
- *Un bicondicional es verdadero si ambos componentes son verdaderos.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Un bicondicional es verdadero si ambos componentes tienen el mismo valor de verdad.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES CORRECTA.
- *Un bicondicional es falso si ambos componentes son falsos.*  
ESTA AFIRMACIÓN ES INCORRECTA.

**Ejercicio 25 (Adicional).**

La proposición  $\neg p \rightarrow (q \vee r)$  es falsa. ¿Qué sucede con las siguientes proposiciones?

| $\neg p \rightarrow (q \vee r)$ | $\neg p$ | $q \vee r$ | <b>p</b> | <b>q</b> | <b>r</b> |
|---------------------------------|----------|------------|----------|----------|----------|
| F                               | V        | F          | <b>F</b> | <b>F</b> | <b>F</b> |

(a)  $p \rightarrow q$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \rightarrow q</math></b> |
|----------|----------|-------------------------------------|
| F        | F        | <b>V</b>                            |

Esta proposición es VERDEDERA.

(b)  $(p \wedge \neg q) \vee \neg r$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b>r</b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>\neg r</math></b> | <b><math>p \wedge \neg q</math></b> | <b><math>(p \wedge \neg q) \vee \neg r</math></b> |
|----------|----------|----------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------|
| F        | F        | F        | V                          | V                          | F                                   | <b>V</b>                                          |

Esta proposición es VERDEDERA.

(c)  $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b>r</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg p \vee q</math></b> | <b><math>(\neg p \vee q) \rightarrow r</math></b> |
|----------|----------|----------|----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------------------|
| F        | F        | F        | V                          | V                                 | <b>F</b>                                          |

Esta proposición es FALSA.

(d)  $\neg q \rightarrow p$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>\neg q \rightarrow p</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|------------------------------------------|
| F        | F        | V                          | <b>F</b>                                 |

Esta proposición es FALSA.

**Ejercicio 26 (Adicional).**

Analizar si las siguientes proposiciones son equivalentes:  $\neg(p \wedge q)$  y  $\neg p \wedge \neg q$ .

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>\neg q</math></b> | <b><math>p \wedge q</math></b> | <b><math>\neg(p \wedge q)</math></b> | <b><math>\neg p \wedge \neg q</math></b> |
|----------|----------|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------|
| V        | V        | F                          | F                          | V                              | F                                    | F                                        |
| V        | F        | F                          | V                          | F                              | V                                    | F                                        |
| F        | V        | V                          | F                          | F                              | V                                    | F                                        |
| F        | F        | V                          | V                          | F                              | V                                    | V                                        |

Por lo tanto, estas proposiciones no son equivalentes.



**Ejercicio 27 (Adicional).**

*Para cada una de las siguientes proposiciones, dar el valor de verdad para un conjunto universal apropiado y simbolizar usando esquemas proposicionales y cuantificadores:*

**(a)** *Todos los números son amigos.*

U: {conjunto de números naturales}.

p (x): “x es amigo”.

$\forall x \in U: (p(x)).$

El valor de verdad de esta proposición es FALSO.

**(b)** *Algunos números son perfectos.*

U: {conjunto de números naturales}.

p (x): “x es perfecto”.

$\exists x \in U: (p(x)).$

El valor de verdad de esta proposición es VERDADERO.

**(c)** *Los números y los matemáticos son irracionales.*

$U_x$ : {conjunto de números irracionales}.

$U_y$ : {matemáticos}.

p (x): “x es irracional”.

q (y): “y es irracional”.

$\forall x \in U_x, \forall y \in U_y: (p(x) \wedge q(y)).$

El valor de verdad de esta proposición es FALSO.

**Ejercicio 28 (Adicional).**

(a) *Simbolizar la siguiente proposición, usando proposiciones simples y/o esquemas proposicionales, cuantificadores y dar un universo: “Hay ingresantes que cursan COC pero no cursan EPA”.*

U: {ingresantes}.

p (x): “x cursa COC”.

q (x): “x cursa EPA”.

$\exists x \in U: (p(x) \wedge \neg (q(x)))$ .

(b) *Negar la proposición anterior de forma simbólica y coloquial.*

Forma simbólica:

$[\neg [\exists x \in U: (p(x) \wedge \neg (q(x)))] \Leftrightarrow [\forall x \in U: \neg (p(x) \wedge \neg (q(x)))] \Leftrightarrow [\forall x \in U: (\neg (p(x)) \vee q(x))]$ .

Forma coloquial:

“Todos los ingresantes o no cursan COC o cursan EPA”.

**Ejercicio 29 (Adicional).**

Considerando como conjunto Universo a aquel comprendido por todas las letras del alfabeto castellano y los siguientes conjuntos  $A = \{x: x \text{ es vocal}\}$ ,  $B = \{a, e, o\}$ ,  $C = \{i, u\}$ ,  $D = \{x: x \text{ es letra de la palabra "murciélago"}\}$  y  $E = \{x: x \text{ es consonante}\}$ , indicar si las siguientes afirmaciones son correctas.

(a) La intersección entre  $B$  y  $C$  es vacía.

Esta afirmación es CORRECTA.

(b) La unión entre  $A$  y  $E$  es igual al Universo.

Esta afirmación es CORRECTA.

(c) El complemento de  $C$  respecto de  $A$  es igual a  $D$ .

Esta afirmación es INCORRECTA.