Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 2: Probabilidad Condicional - Independencia.

Ejercicio 1.

Se lanza un par de dados normales. Hallar la probabilidad de que la suma de sus números sea 10 o mayor si:

(a) *aparece un 5 en el primer dado.*

A= {(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4) (6, 5), (6, 6)}.
B= {(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)}.

P (A | B)= $\frac{2}{6}$
P (A | B)= $\frac{1}{3}$.

P (A | B)= $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
P (A | B)= $\frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}}$
P (A | B)= $\frac{1}{3}$.

(b) *aparece un 5 en uno de los dos dados por lo menos.*

A= {(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4) (6, 5), (6, 6)}.
C= {(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)}.

P (A | C)= $\frac{3}{11}$.

P (A | C)= $\frac{P(A \cap C)}{P(C)}$
P (A | C)= $\frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}}$
P (A | C)= $\frac{3}{11}$.

Ejercicio 2.

Se lanzan 3 monedas normales. Hallar la probabilidad de que sean todas caras si:

(a) *la primera de las monedas es cara.*

A= {(c, c, c)}.
B= {(c, c, c), (c, c, s), (c, s, c), (c, s, s)}.

P (A | B)= $\frac{1}{4}$.

P (A | B)= $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

P (A | B)= $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}}$

P (A | B)= $\frac{1}{4}$.

(b) *una de las monedas es cara.*

A= {(c, c, c)}.
C= {(c, c, c), (c, c, s), (c, s, c), (s, c, c), (c, s, s), (s, c, s), (s, s, c)}.

P (A | C)= $\frac{1}{7}$.

P (A | C)= $\frac{P(A \cap C)}{P(C)}$

P (A | C)= $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}}$

P (A | C)= $\frac{1}{7}$.

Ejercicio 3.

Se escogen dos dígitos al azar del 1 al 9. Si la suma es par, hallar la probabilidad de que ambos números sean impares.

A= {(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (5, 9), (7, 1), (7, 3), (7, 5), (7, 7), (7, 9), (9, 1), (9, 3), (9, 5), (9, 7), (9, 9)}.
B= {(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (4, 8), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (5, 9), (6, 2), (6, 4), (6, 6), (6, 8), (7, 1), (7, 3), (7, 5), (7, 7), (7, 9), (8, 2), (8, 4), (8, 6), (8, 8), (9, 1), (9, 3), (9, 5), (9, 7), (9, 9)}.

P (A | B)= $\frac{25}{41}$.

P (A | B)= $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

P (A | B)= $\frac{\frac{25}{81}}{\frac{41}{81}}$

P (A | B)= $\frac{25}{41}$.

Ejercicio 4.

Sean los eventos A y B con P (A)= $\frac{1}{2}$, *P (B)=* $\frac{1}{3}$ *y P (A ∩ B)=* $\frac{1}{4}$. *Hallar:*

(a) *P (A | B).*

P (A | B)= $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
P (A | B)= $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$
P (A | B)= $\frac{3}{4}$.

(b) *P (B | A).*

P (B | A)= $\frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
P (B | A)= $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}$
P (B | A)= $\frac{1}{2}$.

(c) *P (A ∪ B).*

P (A ∪ B)= P (A) + P (B) - P (A ∩ B)
P (A ∪ B)= $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
P (A ∪ B)= $\frac{7}{12}$.

(d) *P* $(A^C \mid B^C)$.

P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{P(A^C \cap B^C)}{P(B^C)}$
P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{P((A \cup B)^C)}{1-P(B)}$
P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{1-P(A \cup B)}{1-P(B)}$
P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{1-\frac{7}{12}}{1-\frac{1}{3}}$
P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}$
P $(A^C \mid B^C)$= $\frac{5}{8}$.

(e) *P* $(B^C \mid A^C)$.

P $(B^C \mid A^C)= \frac{P(B^C \cap A^C)}{P(A^C)}$

P $(B^C \mid A^C)= \frac{P((B \cup A)^C)}{1-P(A)}$

P $(B^C \mid A^C)= \frac{1-P(B \cup A)}{1-P(A)}$

P $(B^C \mid A^C)= \frac{1-\frac{7}{12}}{1-\frac{1}{2}}$

P $(B^C \mid A^C)= \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}}$

P $(B^C \mid A^C)= \frac{5}{6}$.

Ejercicio 5.

Una clase tiene 12 niños y 4 niñas. Si se escogen 3 estudiantes de la clase al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sean todos niños?

A_i: "el i-ésimo estudiante elegido es un niño", i= 1, 2, 3.

P $(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$= P (A_1) P $(A_2 \mid A_1)$ P $(A_3 \mid A_1 \cap A_2)$
P $(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$= $\frac{12}{16} \frac{11}{15} \frac{10}{14}$
P $(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$= $\frac{11}{28}$.

Ejercicio 6.

Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 blancas. Se saca una bola de la urna y se reemplaza por una del otro color. Se saca de la urna una segunda bola.

(a) *Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea roja.*

R_1: "la primera bola es roja".
R_2: "la segunda bola es roja".

P (R_2)= P $(R_2 \mid R_1)$ P (R_1) + P $(R_2 \mid R_1^C)$ P (R_1^C)
P (R_2)= $\frac{2}{10}\frac{3}{10}+\frac{4}{10}\frac{7}{10}$
P (R_2)= $\frac{3}{50}+\frac{7}{25}$
P (R_2)= $\frac{17}{50}$.

(b) *Si ambas bolas son del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?*

P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{P((R_1^C \cap R_2^C) \cap ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))}{P((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C))}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{P(R_1^C \cap R_2^C)}{P(R_1 \cap R_2)+P(R_1^C \cap R_2^C)}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{P(R_2^C|R_1^C)P(R_1^C)}{P(R_2|R_1)P(R_1)+P(R_2^C|R_1^C)P(R_1^C)}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{[1-P(R_2|R_1^C)]P(R_1^C)}{P(R_2|R_1)P(R_1)+[1-P(R_2|R_1^C)]P(R_1^C)}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{(1-\frac{4}{10})\frac{7}{10}}{\frac{2}{10}\frac{3}{10}+(1-\frac{4}{10})\frac{7}{10}}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{\frac{6}{10}\frac{7}{10}}{\frac{2}{10}\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\frac{7}{10}}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{\frac{21}{50}}{\frac{3}{50}+\frac{21}{50}}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{\frac{21}{50}}{\frac{24}{50}}$
P $((R_1^C \cap R_2^C) \mid ((R_1 \cap R_2) \cup (R_1^C \cap R_2^C)))$= $\frac{7}{8}$.

Por lo tanto, si ambas bolas son del mismo color, la probabilidad de que las dos sean blancas es $\frac{7}{8}$.

Ejercicio 7.

Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan en forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se lo necesite es 0,96.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se les necesite?*

A_i: "el i-ésimo carro de bombero está disponible", i= 1, 2.

P $(A_1^C \cap A_2^C)$= P $(A_1^C \mid A_2^C)$ P (A_2^C)
P $(A_1^C \cap A_2^C)$= P (A_1^C) P (A_2^C)
P $(A_1^C \cap A_2^C)$= [1 - P (A_1)] [1 - P (A_2)]
P $(A_1^C \cap A_2^C)$= (1 - 0,96) (1 - 0,96)
P $(A_1^C \cap A_2^C)$= 0,04 * 0,04
P $(A_1^C \cap A_2^C)$= 0,0016.

Por lo tanto, la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se les necesite es 0,0016.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?*

P $(A_1 \cup A_2)$= P $((A_1^C \cap A_2^C)^C)$
P $(A_1 \cup A_2)$= 1 - P $(A_1^C \cap A_2^C)$
P $(A_1 \cup A_2)$= 1 - 0,0016
P $(A_1 \cup A_2)$= 0,9984.

Por lo tanto, la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite es 0,9984.

Ejercicio 8.

Una caja contiene 2 caramelos de coco y 3 de chocolate. Una segunda caja contiene 3 caramelos de coco, 2 caramelos de chocolate y 1 de dulce de leche. Si se saca un caramelo al azar de cada caja, encontrar la probabilidad de que:

(a) *ambos caramelos sean de coco.*

CO_1: "el caramelo sacado de la primera caja es de coco".
CO_2: "el caramelo sacado de la segunda caja es de coco".

P $(CO_1 \cap CO_2)$= P $(CO_1 \mid CO_2)$ P (CO_2)
P $(CO_1 \cap CO_2)$= P (CO_1) P (CO_2)
P $(CO_1 \cap CO_2)$= $\frac{2}{5} \frac{3}{6}$
P $(CO_1 \cap CO_2)$= $\frac{1}{5}$.

(b) *ningún caramelo sea de coco.*

P $(CO_1^C \cap CO_2^C)$= P $(CO_1^C \mid CO_2^C)$ P (CO_2^C)
P $(CO_1^C \cap CO_2^C)$= P (CO_1^C) P (CO_2^C)
P $(CO_1^C \cap CO_2^C)$= $\frac{3}{5} \frac{3}{6}$
P $(CO_1^C \cap CO_2^C)$= $\frac{3}{10}$.

(c) *los dos caramelos sean diferentes.*

CHO_1: "el caramelo sacado de la primera caja es de chocolate".
CHO_2: "el caramelo sacado de la segunda caja es de chocolate".

P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= P $(CO_1 \cap CO_2^C)$ + P $(CHO_1 \cap CHO_2^C)$
P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= P $(CO_1 \mid CO_2^C)$ P (CO_2^C) + P $(CHO_1 \mid CHO_2^C)$ P (CHO_2^C)
P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= P (CO_1) P (CO_2^C) + P (CHO_1) P (CHO_2^C)
P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= $\frac{2}{5} \frac{3}{6} + \frac{3}{5} \frac{4}{6}$
P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$
P $((CO_1 \cap CO_2^C) \cup (CHO_1 \cap CHO_2^C))$= $\frac{3}{5}$.

Ejercicio 9.

En una prueba de opción múltiple, un estudiante contesta una pregunta que ofrece cuatro posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Suponer que la probabilidad de que el estudiante sepa la respuesta a la pregunta es 0,8 y que conteste al azar es 0,2.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente la pregunta?*

A: "el estudiante contesta correctamente la pregunta".
B: "el estudiante sabe la respuesta a la pregunta".

P (A)= P (A | B) P (B) + P (A | B^C) P (B^C)
P (A)= 1 * 0,8 + 0,25 * 0,2
P (A)= 0,8 + 0,05
P (A)= 0,85.

Por lo tanto, la probabilidad de que conteste correctamente la pregunta es 0,85.

(b) *Si contesta, correctamente, la pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que, realmente, sepa la respuesta correcta?*

P (B | A)= $\frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
P (B | A)= $\frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$
P (B | A)= $\frac{1*0,8}{0,85}$
P (B | A)= $\frac{0,8}{0,85}$
P (B | A)= $\frac{16}{17}$
P (B | A)$\cong$ 0,94.

Por lo tanto, si contesta correctamente la pregunta, la probabilidad de que, realmente, sepa la respuesta es 0,94.

Ejercicio 10.

Se lanza cinco veces un dado normal. Hallar la probabilidad de que:

(a) *en ninguna tirada salga el 1.*

A_i: "en la i-ésima lanzada sale el 1", i= 1, 2, 3, 4, 5.

P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$= P (A_1^C) P (A_2^C) P (A_3^C) P (A_4^C) P (A_5^C)
P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$= $\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}$
P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$= $(\frac{5}{6})^5$
P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$≅ 0,402.

(b) *salga el 1 una sola vez.*

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$=
P $(A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$ + P $(A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C)$ + P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C)$ + P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C)$ + P $(A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5)$

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$=
P (A_1) P (A_2^C) P (A_3^C) P (A_4^C) P (A_5^C) + P (A_1^C) P (A_2) P (A_3^C) P (A_4^C) P (A_5^C) + P (A_1^C) P (A_2^C) P (A_3) P (A_4^C) P (A_5^C) + P (A_1^C) P (A_2^C) P (A_3^C) P (A_4) P (A_5^C) + P (A_1^C) P (A_2^C) P (A_3^C) P (A_4^C) P (A_5)

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$=
$\frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4 + \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4 + \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4 + \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4 + \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4$

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$= $5\,\frac{1}{6}(\frac{5}{6})^4$

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$= $(\frac{5}{6})^5$

P $((A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3 \cap A_4^C \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4 \cap A_5^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5))$≅ 0,402.

(c) *salga el 1 al menos una vez.*

B: "salga el 1 al menos una vez".

P (B)= 1 - P ($A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C \cap A_4^C \cap A_5^C$)
P (B)= 1 - $\left(\frac{5}{6}\right)^5$
P (B)≅ 1 - 0,402
P (B)≅ 0,598.

Ejercicio 11.

(a) *Si P (A | B)= 0,4, P (B)= 0,8 y P (A)= 0,6, ¿puede decirse que los eventos A y B son independientes?*

P (A ∩ B)= P (A | B) P (B)
P (A ∩ B)= 0,4 * 0,8
P (A ∩ B)= 0,32.

P (A) P (B)= 0,6 * 0,8
P (A) P (B)= 0,48.

P (A ∩ B)≠ P (A) P (B).

Por lo tanto, no puede decirse que los eventos A y B son independientes.

(b) *Si P (A | B)= 0,3, P (B)= 0,8 y P (A)= 0,3, ¿puede decirse que los eventos* A^C *y B son independientes?*

P (A^C ∩ B)= P (A^C | B) P (B)
P (A^C ∩ B)= (1 - 0,3) * 0,8
P (A^C ∩ B)= 0,7 * 0,8
P (A^C ∩ B)= 0,56.

P (A^C) P (B)= (1 - P (A)) * P (B)
P (A^C) P (B)= (1 - 0,3) * 0,8
P (A^C) P (B)= 0,7 * 0,8
P (A^C) P (B)= 0,56.

P (A^C ∩ B)= P (A^C) P (B).

Por lo tanto, puede decirse que los eventos A^C y B son independientes.

Ejercicio 12.

En una cierta estación de servicio, el 40% de los clientes utilizan nafta normal sin plomo, 35% utilizan nafta extra sin plomo y el 25% utilizan nafta premium sin plomo. De los clientes que consumen nafta normal, sólo 30% llenan sus tanques, de los que consumen nafta extra, 60% llenan sus tanques, en tanto que de los que usan premium, 50% llenan sus tanques.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene su tanque?*

NN: "el cliente pide nafta normal sin plomo".
NE: "el cliente pide nafta extra sin plomo".
NP: "el cliente pide nafta premium sin plomo".
T: "el cliente llena el tanque".

P (NE ∩ T)= P (T | NE) P (NE)
P (NE ∩ T)= 0,6 * 0,35
P (NE ∩ T)= 0,6 * 0,35
P (NE ∩ T)= 0,21.

Por lo tanto, la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene el tanque es 0,21.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque?*

P (T)= P (T | NN) P (NN) + P (T | NE) P (NE) + P (T | NP) P (NP)
P (T)= 0,3 * 0,4 + 0,6 * 0,35 + 0,5 * 0,25
P (T)= 0,12 + 0,21 + 0,125
P (T)= 0,455.

Por lo tanto, la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque es 0,455.

(c) *Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad de que pida nafta normal?*

P (NN | T)= $\frac{P(NN \cap T)}{P(T)}$
P (NN | T)= $\frac{P(T|NN)P(NN)}{P(T|NN)P(NN)+P(T|NE)P(NE)+P(T|NP)P(NP)}$
P (NN | T)= $\frac{0,3*0,4}{0,455}$
P (NN | T)= $\frac{0,12}{0,455}$
P (NN | T)= $\frac{24}{91}$
P (NN | T)≅ 0,264.

Por lo tanto, si el siguiente cliente llena el tanque, la probabilidad de que pida nafta normal es 0,264.

(d) *¿Qué propiedades se utilizan para resolver los incisos (a), (b) y (c)?*

Las propiedades que se utilizan para resolver los incisos (a), (b) y (c) son el teorema de la multiplicación, el teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes.

Ejercicio 13.

El 10% de los chips informáticos vendidos en el mercado son producidos por una empresa "pirata". Para un chip "pirata", la probabilidad de que sea defectuosos es del 50%, mientras que, si el chip no es "pirata", la probabilidad de que sea defectuoso desciende al 5%.

(a) *Definir los sucesos convenientes, junto con sus probabilidades.*

P: "el chip informático es producido por una empresa pirata".
D: "el chip informático es defectuoso".

P (P)= 0,1.
P (P^C)= 0,9.

P (D | P)= 0,5.
P (D | P^C)= 0,05.

(b) *Determinar el porcentaje total de chips defectuosos que salen al mercado.*

P (D)= P (D | P) P (P) + P (D | P^C) P (P^C)
P (D)= 0,5 * 0,1 + 0,05 * 0,9
P (D)= 0,05 + 0,045
P (D)= 0,095.

Por lo tanto, el porcentaje total de chips defectuosos que salen al mercado es 9,45%.

(c) *Se compra un chip y resulta ser defectuoso. Calcular la probabilidad de que proceda de la empresa "pirata".*

P (P | D)= $\frac{P(P\cap D)}{P(D)}$
P (P | D)= $\frac{P(D|P)P(P)}{P(D|P)P(P)+P(D|P^C)P(P^C)}$
P (P | D)= $\frac{0,5*0,1}{0,095}$
P (P | D)= $\frac{0,05}{0,095}$
P (P | D)= $\frac{10}{19}$
P (P | D)$\cong$ 0,526.

Ejercicio 14.

Se utilizan dos líneas de producción para empaquetar azúcar en bolsas de 5 kg. La línea 1 produce el doble de bolsas que la línea 2. Uno por ciento de las bolsas de la línea 1 están defectuosas, ya que no cumplen con una especificación de calidad, mientras que 3% de las bolsas de la línea 2 están defectuosas. Se elige, aleatoriamente, una bolsa para inspeccionarla.

(a) *¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la línea 1?*

L_1: "la bolsa de azúcar proviene de la línea 1 de producción".
L_2: "la bolsa de azúcar proviene de la línea 2 de producción".

P (L_1) + P (L_2)= 1
P (L_1) + $\frac{1}{2}$ P (L_1)= 1
$\frac{3}{2}$ P (L_1)= 1
P (L_1)= $\frac{1}{\frac{3}{2}}$
P (L_1)= $\frac{2}{3}$.

Por lo tanto, la probabilidad de que provenga de la línea 1 es $\frac{2}{3}$.

(b) *¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuosa?*

D: "la bolsa de azúcar está defectuosa".

P (D)= P (D | L_1) P (L_1) + P (D | L_2) P (L_2)
P (D)= 0,01 $\frac{2}{3}$ + 0,03 $\frac{1}{3}$
P (D)= $\frac{1}{100}\frac{2}{3}+\frac{3}{100}\frac{1}{3}$
P (D)= $\frac{1}{150}+\frac{1}{100}$
P (D)= $\frac{1}{60}$.

Por lo tanto, la probabilidad de que esté defectuosa es $\frac{1}{60}$.

(c) *Si la bolsa está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?*

P (L_1 | D)= $\frac{P(L_1 \cap D)}{P(D)}$
P (L_1 | D)= $\frac{P(D|L_1)P(L_1)}{P(D|L_1)P(L_1)+P(D|L_2)P(L_2)}$

P (L_1 | D)= $\frac{\frac{1}{100}\frac{2}{3}}{\frac{1}{60}}$

P (L_1 | D)= $\frac{\frac{1}{150}}{\frac{1}{60}}$

P (L_1 | D)= $\frac{2}{5}$.

Por lo tanto, si la bolsa está defectuosa, la probabilidad de que venga de la línea 1 es $\frac{2}{5}$.

(d) *Si la bolsa no está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?*

P (L_1 | D^C)= $\frac{P(L_1 \cap D^C)}{P(D^C)}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{P(D^C|L_1)P(L_1)}{1-P(D)}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{[1-P(D|L_1)]P(L_1)}{1-[P(D|L_1)P(L_1)+P(D|L_2)P(L_2)]}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{(1-\frac{1}{100})\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{60}}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{\frac{99}{100}\frac{2}{3}}{\frac{59}{60}}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{\frac{33}{50}}{\frac{59}{60}}$

P (L_1 | D^C)= $\frac{198}{295}$.

Por lo tanto, si la bolsa no está defectuosa, la probabilidad de que venga de la línea 1 es $\frac{198}{295}$.