Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 2: Conjuntos Numéricos.

Ejercicio 1.

(a) *Sea A= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Hallar los elementos primos de A. Justificar.*

Los elementos primos de A son {2, 3, 5, 7}, ya que cada uno tiene, únicamente, tres divisores distintos: la unidad, él mismo y el opuesto.

(b) *Si un número es primo, ¿qué se puede decir de su opuesto?*

Si un número es primo, su opuesto también lo es.

(c) *Hallar la descomposición en primos de los números 340 y 195.*

340 2
170 2
85 5
17 17
1

340= 2^2 * 5 * 17.

195 3
65 5
13 13
1

195= 3 * 5 * 13.

Juan Menduiña

Ejercicio 2.

Ordenar de menor a mayor $\frac{-12}{6}$*, 3,* $\frac{2}{5}$*, -1,* $\frac{-3}{2}$*,* $\frac{3}{2}$*,* $\frac{5}{7}$*,* $\frac{6}{4}$*.*

$\frac{-12}{6}$, $\frac{-3}{2}$, -1, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{2}$= $\frac{6}{4}$, 3.

Juan Menduiña

Ejercicio 3.

Sea -4 < m < 2.

(a) *Hallar m ∈ ℤ tal que cumpla lo anterior.*

m ∈ {-3, -2, -1, 0, 1}.

(b) *Ídem si m ∈ ℚ.*

m ∈ (-4, 2).

Juan Menduiña

Ejercicio 4.

Probar que entre dos números racionales distintos hay otro racional. Importante: Esta propiedad muestra que siempre habrá un número racional entre dos, por muy próximos que estén. Por lo tanto, se dice que el conjunto de los racionales es denso.

Sean a, b $\in \mathbb{Q}$, con a $<$ b. Entonces:

$a < b$
$a + a < a + b$ sumando "a" a ambos lados de la desigualdad
$2a < a + b$
$a < \frac{a+b}{2}$.

$a < b$
$a + b < b + b$ sumando "b" a ambos lados de la desigualdad
$a + b < 2b$
$\frac{a+b}{2} < b$.

Como se puede ver, se tiene que $a < b$ implica que $a < \frac{a+b}{2} < b$ y, dado que $\frac{a+b}{2} \in \mathbb{Q}$, queda demostrado que entre dos números racionales distintos hay otro racional.

Ejercicio 5.

Dados $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R} \wedge c \in \mathbb{R}$. *Probar:*

(a) $(a > b) \longrightarrow (a + c > b + c)$.

$a > b$
$a + c > b + c$. sumando "c" a ambos lados de la desigualdad

(b) $(a > b \wedge c > 0) \longrightarrow (ac > bc)$.

$a > b$
$ac > bc$. multiplicando "c" a ambos lados de la desigualdad

(c) $(a > b \wedge c < 0) \longrightarrow (ac < bc)$.

$ac > bc$
$ac < bc$. multiplicando "c" a ambos lados de la desigualdad

Juan Menduiña

Ejercicio 6.

Probar que, para todo $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b > 0$, $(a > b) \leftrightarrow (aa > bb)$.

(a > b) ↔ ($a^2 > b^2$) elevando al cuadrado a ambos lados de la desigualdad
(a > b) ↔ (aa > bb).

Juan Menduiña

Ejercicio 7.

Analizar la validez de la siguiente afirmación: "Si $ab= 0 \longrightarrow a= 0 \vee b= 0$*". ¿Vale la recíproca?*

Esta afirmación es válida. La recíproca (si $a= 0 \vee b= 0 \longrightarrow ab= 0$) también es válida.

Juan Menduiña

Ejercicio 8.

En los siguientes cálculos, se han cometido errores al aplicar propiedades. Indicar dichos errores y corregirlos.

(a) $(b^2b^{-3}b^5)^2= (b^4)^2= b^{16}$, *se supone* $b\neq 0$.

$(b^2b^{-3}b^5)^2= (b^4)^2$
$(b^2b^{-3}b^5)^2= b^8$.

(b) $\frac{(a^2)^4}{(a^{-3})^2}= \frac{a^6}{a^{-6}}= 1$, *se supone* $a\neq 0$.

$\frac{(a^2)^4}{(a^{-3})^2}= \frac{a^8}{a^{-6}}$
$\frac{(a^2)^4}{(a^{-3})^2}= a^8a^6$
$\frac{(a^2)^4}{(a^{-3})^2}= a^{14}$.

(c) $\frac{7^4(7^2)^6}{(7^9)^2}= \frac{7^47^{12}}{7^{18}}= 7^{-2}= 49$.

$\frac{7^4(7^2)^6}{(7^9)^2}= \frac{7^47^{12}}{7^{18}}$
$\frac{7^4(7^2)^6}{(7^9)^2}= \frac{7^{16}}{7^{18}}$
$\frac{7^4(7^2)^6}{(7^9)^2}= 7^{-2}$
$\frac{7^4(7^2)^6}{(7^9)^2}= \frac{1}{49}$.

(d) $(7-14)^0 + 5^0= 1$.

$(-7)^0 + 5^0= 1 + 1$
$(-7)^0 + 5^0= 2$.

Ejercicio 9.

Aplicando las propiedades de la potencia, probar que:

(a) $\frac{(10*2^{n+1})^3}{(2^{n+1})^3}$= *1000.*

$\frac{(10*2^{n+1})^3}{(2^{n+1})^3}= \frac{10^3(2^{n+1})^3}{(2^{n+1})^3}$
$\frac{(10*2^{n+1})^3}{(2^{n+1})^3}= 10^3$
$\frac{(10*2^{n+1})^3}{(2^{n+1})^3}= 1000.$

(b) 2^{2-m} *(2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})= 32.*

$2^{2-m}\ (2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})= 2^{2-m} * 2 * 2^{m+1} + 2^{2-m}2^{m+2}$
$2^{2-m}\ (2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})= 2^4 + 2^4$
$2^{2-m}\ (2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})= 16 + 16$
$2^{2-m}\ (2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})= 32.$

Ejercicio 10.

Calcular:

(a) $\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}$.

$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{\frac{-1}{2}(\frac{-5}{6})^2}{\frac{\frac{-2}{3}}{(\frac{-8}{5})^2}}$$
$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{\frac{-1}{2}*\frac{25}{36}}{\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{64}{25}}}$$
$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{\frac{-25}{72}}{\frac{-50}{192}}$$
$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{\frac{-1}{6}}{\frac{-2}{16}}$$
$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{\frac{-1}{6}}{\frac{-1}{8}}$$
$$\frac{(1-\frac{3}{2})(\frac{2}{3}-\frac{3}{2})^2}{\frac{\frac{1}{3}-1}{(\frac{2}{5}-2)^2}}= \frac{4}{3}.$$

(b) $[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11$.

$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= [(\frac{-1}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11$$
$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= (\frac{-1}{2})^{-8}\,\frac{1}{16} + 11$$
$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= \frac{2^8}{(-1)^8}\,\frac{1}{16} + 11$$
$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= \frac{256}{1}\,\frac{1}{16} + 11$$
$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= 16 + 11$$
$$[(1-\frac{3}{2})^2]^{-4}\,\frac{1}{16} + 11= 27.$$

(c) $\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}} - \sqrt{\frac{25}{16}}$.

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= $\frac{\frac{27}{100}}{(\frac{16}{9})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}$

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= $\frac{27}{100}$ $(\frac{16}{9})^{\frac{1}{2}}$ - $\frac{5}{4}$

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= $\frac{27}{100}$ $\frac{4}{3}$ - $\frac{5}{4}$

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= $\frac{9}{25}$ - $\frac{5}{4}$

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= $\frac{-89}{100}$

$\frac{0,27}{(\frac{16}{25-16})^{\frac{-1}{2}}}$ - $\sqrt{\frac{25}{16}}$= -0,89.

(d) $\frac{\sqrt{7}7^5\sqrt{7^3}}{(7^2)^3}$.

$\frac{\sqrt{7}7^5\sqrt{7^3}}{(7^2)^3}$= $\frac{7^{\frac{1}{2}}7^5 7^{\frac{3}{2}}}{7^6}$

$\frac{\sqrt{7}7^5\sqrt{7^3}}{(7^2)^3}$= $\frac{7^7}{7^6}$

$\frac{\sqrt{7}7^5\sqrt{7^3}}{(7^2)^3}$= 7^1

$\frac{\sqrt{7}7^5\sqrt{7^3}}{(7^2)^3}$= 7.

Ejercicio 11.

Responder si es V o F y justificar:

(a) $\frac{1}{4} < a < 25 \longrightarrow (\frac{1}{4})^2 < a^2 < 25^2$.

Es VERDADERO, ya que las bases son positivas.

(b) $-3 < -a < \frac{-1}{3} \longrightarrow (-3)^2 < (-a)^2 < (\frac{-1}{3})^2$.

Es FALSO, ya que las bases son negativas y se invierten las desigualdades.

Ejercicio 12.

Calcular:

(a) $\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$.

$\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$= $5^{\frac{1}{2}}5^{\frac{1}{2}}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{2*2}$
$\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$= 5 - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{2}$
$\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$= 5 - $2^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$= 5 - 2
$\sqrt{5}\,\sqrt{5}$ - $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}$= 3.

(b) $(1+\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{20}$.

$(1+\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{20}$= 1^2 + 2 * 1 $\sqrt{5}$ + $(\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{4*5}$
$(1+\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{20}$= 1 + 2 $\sqrt{5}$ + 5 - $\sqrt{4}\,\sqrt{5}$
$(1+\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{20}$= 1 + 2 $\sqrt{5}$ + 5 - 2 $\sqrt{5}$
$(1+\sqrt{5})^2$ - $\sqrt{20}$= 6.

(c) $\sqrt[4]{48}$ - $\sqrt[4]{3}$ *(1 +* $\sqrt[4]{81}$*)*.

$\sqrt[4]{48}$ - $\sqrt[4]{3}$ (1 + $\sqrt[4]{81}$)= $\sqrt[4]{16*3}$ - $\sqrt[4]{3}$ (1 + 3)
$\sqrt[4]{48}$ - $\sqrt[4]{3}$ (1 + $\sqrt[4]{81}$)= $\sqrt[4]{16}\,\sqrt[4]{3}$ - $\sqrt[4]{3}$ * 4
$\sqrt[4]{48}$ - $\sqrt[4]{3}$ (1 + $\sqrt[4]{81}$)= 2 $\sqrt[4]{3}$ - 4 $\sqrt[4]{3}$
$\sqrt[4]{48}$ - $\sqrt[4]{3}$ (1 + $\sqrt[4]{81}$)= -2 $\sqrt[4]{3}$.

Ejercicio 13.

¿Son correctas las igualdades?

(a) $\sqrt{50}= 5\sqrt{2}$.

$\sqrt{50}= \sqrt{2 * 25}$
$\sqrt{50}= \sqrt{2}\sqrt{5}$.

Por lo tanto, la igualdad es correcta.

(b) $\sqrt{12}= 3\sqrt{2}$.

$\sqrt{12}= \sqrt{2 * 6}$
$\sqrt{12}= \sqrt{2}\sqrt{6}$.

Por lo tanto, la igualdad es incorrecta.

(c) $\sqrt[5]{64}= 2\sqrt[5]{-2}$.

$\sqrt[5]{64}= \sqrt[5]{2 * 32}$
$\sqrt[5]{64}= \sqrt[5]{2}\sqrt[5]{32}$
$\sqrt[5]{64}= 2\sqrt[5]{2}$.

Por lo tanto, la igualdad es incorrecta.

Ejercicio 14.

Responder V o F y justificar:

(a) $(ab)^2 = a^2 b^2$.

VERDADERO, ya que la potencia es distributiva respecto al producto.

(b) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$.

FALSO, ya que la potencia es distributiva respecto a la resta y habría que aplicar trinomio cuadrado perfecto.

(c) $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2}$, *con* $b \neq 0$.

VERDADERO, ya que la potencia es distributiva respecto al cociente.

(d) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

VERDADERO, ya que se aplica trinomio cuadrado perfecto.

(e) $(a + b) (a - b) = a^2 - b^2$.

VERDADERO, ya que se aplica, correctamente, la propiedad distributiva.

Ejercicio 15.

Para los siguientes incisos, se va a suponer que están definidas las raíces, es decir, se pueden realizar las operaciones en los reales. Responder V o F. Justificar

(a) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

FALSO, ya que la raíz no es distributiva respecto a la suma.

(b) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$.

VERDADERO, ya que la raíz es distributiva respecto al producto.

Ejercicio 16 (Adicional).

(a) *Si cada pizza viene cortada en 8 porciones, ¿qué es más, 4 pizzas o 37 porciones?*

4 pizzas= 32 porciones.

Por lo tanto, 37 porciones es mayor a 4 pizzas.

(b) *21 amigos se juntan a comer pizza. Compran 8 pizzas (que vienen cortadas en 8 porciones cada una). ¿Alcanza para que coman 3 porciones cada uno?*

8 pizzas= 64 porciones.
21 amigos = 63 porciones.

Por lo tanto, si compran 8 pizzas, alcanza para que los 21 amigos coman 3 porciones cada uno.

Ejercicio 17 (Adicional).

Demostrar que el número 2520 es el número más pequeño que puede ser dividido, en forma exacta, por los números del 1 al 10.

Fact (1)= 1
Fact (2) ∪ Fact (4) ∪ Fact (8)= Fact (8)= 2^3.
Fact (3) ∪ Fact (6) ∪ Fact (9)= Fact (9)= 3^2.
Fact (5)= 5
Fact (7)= 7.
Fact (10)= 2 * 5.

Fact (1) ∪ Fact (2) ∪ Fact (3) ∪ Fact (4) ∪ Fact (5) ∪ Fact (6) ∪ Fact (7) ∪ Fact (8) ∪ Fact (9) ∪ Fact (10)= 1 * 2^3 * 3^2 * 5 * 7= 2520.

Por lo tanto, queda demostrado que el número 2520 es el número más pequeño que puede ser dividido, en forma exacta, por los números del 1 al 10.

Ejercicio 18 (Adicional).

Hallar el error en el siguiente cálculo:

$4 + \frac{18}{3} = \frac{12}{3} + 6$, pues $\frac{12+18}{3} = \frac{12+18}{3}$, por la definición de suma en $\mathbb{Q}$. Entonces, $4 - \frac{12}{3} = 6 - \frac{18}{3}$ y, luego, $2\ (2 - \frac{6}{3}) = 3\ (2 - \frac{6}{3})$. Así, resulta $2 = 3$.

El error proviene de que $2\ (2 - \frac{6}{3}) = 3\ (2 - \frac{6}{3})$ no implica que $2 = 3$.

Ejercicio 19 (Adicional).

En una heladería de Barracas, venden potes de un sexto de kilo, además de los potes comunes de un cuarto de kilo. Extrañamente, tienen como política no poner más de un gusto en un mismo pote, por lo tanto, hay que llevar tantos potes como gustos uno quiera. Un grupo de amigos lleva 7 potes de un sexto y 3 potes de un cuarto. En total, ¿están llevando 2 kilos, más, o menos?

Helado comprado (kg)= $7\,\frac{1}{6} + 3\,\frac{1}{4}$
Helado comprado (kg)= $\frac{7}{6} + \frac{3}{4}$
Helado comprado (kg)= $\frac{23}{12}$
Helado comprado (kg)= $1{,}91\widehat{6}$.

Por lo tanto, si un grupo de amigos lleva 7 potes de un sexto y 3 potes de un cuarto, en total, están llevando menos de 2 kilos.

Ejercicio 20 (Adicional).

Analizar si son válidas las siguientes igualdades:

(a) 2^{2-m} *(2* $*$ 2^{m+1} *+* 2^{m+2}*)= 32.*

2^{2-m} $(2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})$= $2^{2-m} * 2 * 2^{m+1} + 2^{2-m}\ 2^{m+2}$
2^{2-m} $(2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})$= $2^4 + 2^4$
2^{2-m} $(2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})$= 16 + 16
2^{2-m} $(2 * 2^{m+1} + 2^{m+2})$= 32.

Por lo tanto, esta igualdad es válida.

(b) $\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}}$ - *(*2^m *+ 2* $*$ 2^{m-1}*)= 0.*

$\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - (2^m + 2 * 2^{m-1})= \frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - 2^m - 2 * 2^{m-1}$
$\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - (2^m + 2 * 2^{m-1})= \frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - 2^m\ \ 2^m$
$\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - (2^m + 2 * 2^{m-1})= \frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - 2 * 2^m$
$\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - (2^m + 2 * 2^{m-1})= \frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - 2^{m+1}$
$\frac{2^{m-1}}{2^{3-m}} - (2^m + 2 * 2^{m-1})= \frac{2^{m-1} - 2^{3+1}}{2^{3-m}}$.

Por lo tanto, esta igualdad no es válida.

(c) 3^{-4-m} *(*$3^2 3^{m+1}$ *+* 3^{m+3} *+ 3* $*$ 3^{m+2}*)= 0.*

3^{-4-m} $(3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2})$= $3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2}$
3^{-4-m} $(3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2})$= $3^{m+3} + 3^{m+3} + 3^{m+3}$
3^{-4-m} $(3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2})$= $3^3\ (3^m + 3^m + 3^m)$
3^{-4-m} $(3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2})$= 3^3
3^{-4-m} $(3^2 3^{m+1} + 3^{m+3} + 3 * 3^{m+2})$= 9.

Por lo tanto, esta igualdad no es válida.

(d) $(2k + 3k)^2 = 13k^2$.

$(2k + 3k)^2 = 4k^2 + 12k^2 + 9k^2$
$(2k + 3k)^2 = 25k^2$.

Por lo tanto, esta igualdad no es válida.

(e) $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Por lo tanto, esta igualdad no es válida.

Ejercicio 21 (Adicional).

Escribir fracciones equivalentes a las dadas, racionalizando los denominadores:

(a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}-\sqrt{3}-1}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}.$$

(b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{5}}}$.

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3}+\sqrt{5}}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3}+\sqrt{5}}\frac{\sqrt[4]{3}-\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3}-\sqrt{5}}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5}{\sqrt{3}-\sqrt[4]{3}\sqrt{5}+\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5}{\sqrt{3}-5}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5}{\sqrt{3}-5}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5}{\sqrt{3}-5}\frac{\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+5}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3}\sqrt{3}+5\sqrt{5}\sqrt[4]{3}-5\sqrt{3}-25}{3+5\sqrt{3}-5\sqrt{3}-25}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt[4]{3^3}+\sqrt{5^3}\sqrt[4]{3}-5\sqrt{3}-25}{-22}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt{5}}=\frac{-\sqrt{5}\sqrt[4]{3^3}-\sqrt{5^3}\sqrt[4]{3}+5\sqrt{3}+25}{22}.$$

(c) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}=\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}\frac{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-\sqrt{7}\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{7}-3}$$

$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$.