

## **Trabajo Práctico N° 5:** **Combinatoria y Métodos de Conteo.**

### **Ejercicio 1.**

*Un hombre tiene ocho camisas, cuatro pantalones y cinco pares de zapatos. ¿Cuántas combinaciones de ropa puede hacer?*

$$R = 8 * 4 * 5$$

$$R = 160.$$

Por lo tanto, puede hacer 160 combinaciones de ropa.

## **Ejercicio 2.**

*¿Cuántas patentes de auto diferentes pueden construirse?*

$$R = 26^3 10^3$$

$$R = 17576000.$$

Por lo tanto, pueden construirse 17.576.000 patentes de auto diferentes.

**Ejercicio 3.**

(a) *¿Cuántas cadenas de ocho bits comienzan con 1100?*

$$R = 1^4 2^4$$

$$R = 1 * 16$$

$$R = 16.$$

Por lo tanto, 16 cadenas de ocho bits comienzan con 1100.

(b) *¿Cuántas cadenas de ocho bits tienen el segundo o el cuarto bit igual a 1?*

$$R = 2 * 1 * 2 * 1 * 2^4 + 2 * 1 * 2 * 1 * 2^4$$

$$R = 2 * 1 * 2 * 1 * 16 + 2 * 1 * 2 * 1 * 16$$

$$R = 64 + 64$$

$$R = 128.$$

Por lo tanto, 128 cadenas de ocho bits tienen el segundo o el cuarto bit igual a 1.

(c) *¿Cuántas cadenas de ocho bits tienen, exactamente, un 1?*

$$R = 8 * 1 * 1^7$$

$$R = 8 * 1 * 1$$

$$R = 8.$$

Por lo tanto, 8 cadenas de ocho bits tienen, exactamente, un 1.

(d) *¿Cuántas cadenas de ocho bits tienen, al menos, un 1?*

$$R = 2^8 - 1^8$$

$$R = 256 - 1$$

$$R = 255.$$

Por lo tanto, 255 cadenas de ocho bits tienen, al menos, un 1.

(e) *¿Cuántas cadenas de ocho bits tienen, exactamente, dos 1?*

$$R = 7 * 1^2 1^6 + 6 * 1^2 1^6 + 5 * 1^2 1^6 + 4 * 1^2 1^6 + 3 * 1^2 1^6 + 2 * 1^2 1^6 + 1 * 1^2 1^6$$

$$R = 7 * 1 * 1 + 6 * 1 * 1 + 5 * 1 * 1 + 4 * 1 * 1 + 3 * 1 * 1 + 2 * 1 * 1 + 1 * 1 * 1$$

$$R = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$R = 28.$$

Por lo tanto, 28 cadenas de ocho bits tienen, exactamente, dos 1.

(f) *¿Cuántas cadenas de ocho bits se leen igual en ambas direcciones?*

$$R = 1^4 2^4$$

$$R = 1 * 16$$

$$R = 16.$$

Por lo tanto, 16 cadenas de ocho bits se leen igual en ambas direcciones.

**Ejercicio 4.**

*Las letras A B C D E se utilizan para formar cadenas de longitud 3.*

**(a)** *¿Cuál es el número total de cadenas?*

$$R = 5^3$$

$$R = 125.$$

Por lo tanto, el número total de cadenas es 125.

**(b)** *¿Cuántas cadenas hay sin letras repetidas?*

$$R = 5 * 4 * 3$$

$$R = 60.$$

Por lo tanto, hay 60 cadenas sin letras repetidas.

**(c)** *¿Cuántas cadenas comienzan con A?*

$$R = 1 * 5^2$$

$$R = 1 * 25$$

$$R = 25.$$

Por lo tanto, 25 cadenas comienzan con A.

**(d)** *¿Cuántas cadenas comienzan con A y no tienen letras repetidas?*

$$R = 1 * 4 * 3$$

$$R = 12.$$

Por lo tanto, 12 cadenas comienzan con A y no tienen letras repetidas.

**(e)** *¿Cuántas cadenas comienzan con B o con D?*

$$R = 1 * 5^2 + 1 * 5^2$$

$$R = 1 * 25 + 1 * 25$$

$$R = 25 + 25$$

$$R = 50.$$

Por lo tanto, 50 cadenas comienzan con B o con D.

(f) *¿Cuántas cadenas comienzan con B o terminan con D?*

$$R = 1 * 5 * 4 + 4 * 5 * 1$$

$$R = 20 + 20$$

$$R = 40.$$

Por lo tanto, 40 cadenas comienzan con B o terminan con D.

**Ejercicio 5.**

(a) *¿Cuántos enteros entre el 0 y el 200 inclusive son divisibles por 5?*

$$R = 1 + \frac{200}{5}$$

$$R = 1 + 40$$

$$R = 41.$$

Por lo tanto, 41 enteros entre el 0 y el 200 inclusive son divisibles por 5.

(b) *¿Cuántos enteros de 3 cifras tienen dígitos distintos?*

$$R = 9 * 9 * 8$$

$$R = 648.$$

Por lo tanto, 648 enteros de 3 cifras tienen dígitos distintos.

(c) *¿Cuántos enteros de 3 cifras contienen el dígito 7?*

$$R = 1 * 10^2 + 9 * 1 * 10 + 9 * 10 * 1 - 10 - 10 - 9 + 1$$

$$R = 1 * 100 + 90 + 90 - 10 - 10 - 9 + 1$$

$$R = 100 + 90 + 90 - 10 - 10 - 9 + 1$$

$$R = 252.$$

$$R = 1 * 10^2 + 8 * 1 * 10 + 8 * 10 * 1 - 8$$

$$R = 1 * 100 + 80 + 80 - 8$$

$$R = 100 + 80 + 80 - 8$$

$$R = 252.$$

$$R = 1 * 10^2 + 8 * 1 * 10 + 8 * 9 * 1$$

$$R = 1 * 100 + 80 + 72$$

$$R = 100 + 80 + 72$$

$$R = 252.$$

Por lo tanto, 252 enteros de 3 cifras contienen el dígito 7.

(d) *¿Cuántos enteros de 3 cifras no contienen al dígito 0?*

$$R = 9^3$$

$$R = 729.$$

Por lo tanto, 729 enteros de 3 cifras no contienen al dígito 0.

**Ejercicio 6.**

Con referencia al ejemplo 2.2, ¿de cuántas maneras pueden ocuparse los cargos si Berta es presidente o Carlos tiene un puesto? (Recordar: se considera el “o inclusivo”, es decir, que pueden ocurrir las dos cosas).

$$R = 1 * 5 * 4 + 1 * 5 * 4 + 5 * 1 * 4 + 5 * 4 * 1 - 4 - 4$$

$$R = 20 + 20 + 20 + 20 - 4 - 4$$

$$R = 72.$$

$$R = 1 * 5 * 4 + 1 * 5 * 4 + 4 * 1 * 4 + 4 * 4 * 1$$

$$R = 20 + 20 + 16 + 16$$

$$R = 72.$$

Por lo tanto, si Berta es presidente o Carlos tiene un puesto, pueden ocuparse los cargos de 72 maneras.



**Ejercicio 7.**

*Dados los conjuntos  $A = \{a, b, c, d\}$  y  $B = \{x, y, z, w, t, r, h\}$ , ¿cuántas funciones inyectivas hay con dominio  $A$  y codominio  $B$ ?*

$$R = 7 * 6 * 5 * 4$$

$$R = 840.$$

Por lo tanto, hay 840 funciones inyectivas con dominio  $A$  y codominio  $B$ .

**Ejercicio 8.**

**(a)** *¿Cuántos códigos de cuatro letras se pueden formar con las letras P, D, Q, X sin repeticiones?*

$$R = 4!$$

$$R = 24.$$

Por lo tanto, se pueden formar 24 códigos de cuatro letras con las letras P, D, Q, X sin repeticiones.

**(b)** *¿Cuántos números diferentes pueden formarse utilizando todos los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 sin repetirlos?*

$$R = 5!$$

$$R = 120.$$

Por lo tanto, pueden formarse 120 números diferentes utilizando todos los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 sin repetirlos.

**(c)** *¿De cuántas maneras pueden estacionar 6 bicicletas en una hilera?*

$$R = 6!$$

$$R = 720.$$

Por lo tanto, se pueden estacionar de 720 maneras 6 bicicletas en una hilera.

**Ejercicio 9.**

**(a)** *¿Cuántas permutaciones de las letras ABCDEF contienen la subcadena DEF? (nos referimos a las permutaciones de las letras dadas que tienen a las letras D, E y F juntas y en ese orden).*

$$R = 4!$$

$$R = 24.$$

Por lo tanto, 24 permutaciones de las letras ABCDEF contienen la subcadena DEF.

**(b)** *¿Cuántas permutaciones de las letras ABCDEF contienen las letras D, E y F juntas en cualquier orden?*

$$R = 4! \cdot 3!$$

$$R = 24 \cdot 6$$

$$R = 144.$$

Por lo tanto, 144 permutaciones de las letras ABCDEF contienen las letras DEF juntas en cualquier orden.

### **Ejercicio 10.**

*¿De cuántas formas pueden sentarse seis personas en torno de una mesa circular?*

*Aclaración: Las formas de sentarse obtenidas mediante rotaciones se consideran idénticas.*

$$R = (6 - 1)!$$

$$R = 5!$$

$$R = 120.$$

Por lo tanto, pueden sentarse de 120 formas seis personas en torno de una mesa circular.

### **Ejercicio 11.**

*¿De cuántas maneras pueden ordenarse las letras de la palabra MESA? ¿Y las de la palabra SOL?*

$R = 4!$

$R = 24.$

$R = 3!$

$R = 6.$

Por lo tanto, las letras de la palabra MESA y las de la palabra SOL pueden ordenarse de 24 y 6 maneras, respectivamente.

**Ejercicio 12.**

*¿De cuántas maneras pueden izarse en un mástil 7 banderas entre las que hay 3 rojas, 2 verdes y 2 amarillas? (las del mismo color son idénticas).*

$$R = \frac{7!}{3!2!2!}$$

$$R = \frac{5040}{24}$$

$$R = \frac{6 \cdot 2 \cdot 2}{24}$$

$$R = \frac{5040}{24}$$

$$R = 210.$$

Por lo tanto, pueden izarse de 210 maneras en un mástil 7 banderas entre las que hay 3 rojas, 2 verdes y 2 amarillas.

**Ejercicio 13.**

*¿De cuántas maneras pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA?*

$$R = \frac{10!}{2!3!2!}$$

$$R = \frac{3628800}{3628800}$$

$$R = \frac{2 \cdot 6 \cdot 2}{3628800}$$

$$R = \frac{24}{3628800}$$

$$R = 151200.$$

Por lo tanto, las letras de la palabra MATEMATICA pueden ordenarse de 151.200 maneras.

**Ejercicio 14.**

*¿De cuántas maneras pueden ordenarse en un estante 5 libros iguales de matemática, 3 libros iguales de computación y 2 libros iguales de física?*

$$R = \frac{10!}{5!3!2!}$$
$$R = \frac{3628800}{362880}$$
$$R = \frac{120 \cdot 6 \cdot 2}{362880}$$
$$R = \frac{1440}{362880}$$
$$R = 2520.$$

Por lo tanto, en un estante, 5 libros iguales de matemática, 3 libros iguales de computación y 2 libros iguales de física pueden ordenarse de 2.520 maneras.



**Ejercicio 15.**

(a) *¿De cuántas maneras pueden ordenarse en un estante 5 libros distintos de matemática, 3 libros distintos de computación y 2 libros distintos de física?*

$$R = 10!$$

$$R = 3628800.$$

Por lo tanto, en un estante, 5 libros distintos de matemática, 3 libros distintos de computación y 2 libros distintos de física pueden ordenarse de 3.628.800 maneras.

(b) *¿De cuántas maneras puede hacerse si los de la misma materia deben estar juntos entre sí?*

$$R = 3! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 2!$$

$$R = 6 \cdot 120 \cdot 6 \cdot 2$$

$$R = 8640.$$

Por lo tanto, en un estante, 5 libros distintos de matemática, 3 libros distintos de computación y 2 libros distintos de física, si los de la misma materia deben estar juntos entre sí, pueden ordenarse de 8.640 maneras.

(c) *¿De cuántas maneras puede hacerse si sólo los de matemática deben estar juntos entre sí?*

$$R = 2! \cdot 5! \cdot 5!$$

$$R = 2 \cdot 120 \cdot 120$$

$$R = 28800.$$

Por lo tanto, en un estante, 5 libros distintos de matemática, 3 libros distintos de computación y 2 libros distintos de física, si sólo los de matemática deben estar juntos entre sí, pueden ordenarse de 28.800 maneras.

**Ejercicio 16.**

(a) *¿Cuántas permutaciones existen de 11 objetos distintos?*

$$P(11, 11) = \frac{11!}{(11-11)!}$$

$$P(11, 11) = \frac{39916800}{0!}$$

$$P(11, 11) = \frac{39916800}{1}$$

$$P(11, 11) = 39916800.$$

Por lo tanto, existen 39.916.800 permutaciones de 11 objetos distintos.

(b) *¿Cuántas 5-permutaciones existen de 11 objetos distintos?*

$$P(11, 5) = \frac{11!}{(11-5)!}$$

$$P(11, 5) = \frac{11*10*9*8*7*6!}{6!}$$

$$P(11, 5) = 11 * 10 * 9 * 8 * 7$$

$$P(11, 5) = 55440.$$

Por lo tanto, existen 55.440 5-permutaciones de 11 objetos distintos.

**Ejercicio 17.***Calcular:***(a)**  $P(10, 4)$ .

$$P(10, 4) = \frac{10!}{(10-4)!}$$

$$P(10, 4) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$$

$$P(10, 4) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$P(10, 4) = 5040.$$

**(b)**  $P(4, 4)$ .

$$P(4, 4) = \frac{4!}{(4-4)!}$$

$$P(4, 4) = \frac{24}{0!}$$

$$P(4, 4) = \frac{24}{1}$$

$$P(4, 4) = 24.$$

**(c)**  $P(n, n-1)$ .

$$P(n, n-1) = \frac{n!}{[n-(n-1)]!}$$

$$P(n, n-1) = \frac{n!}{(n-n+1)!}$$

$$P(n, n-1) = \frac{n!}{1!}$$

$$P(n, n-1) = \frac{n!}{1}$$

$$P(n, n-1) = n!.$$

**(d)**  $P(n, n-2)$ .

$$P(n, n-2) = \frac{n!}{[n-(n-2)]!}$$

$$P(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!}$$

$$P(n, n-2) = \frac{n!}{2!}$$

$$P(n, n-2) = \frac{n!}{2}.$$

**Ejercicio 18.**

Hallar el valor de  $n$  tal que:

$$(a) P(n, 5) = 7 P(n, 4).$$

$$P(n, 5) = 7 P(n, 4)$$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 7 \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!} = 7 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 7 n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} = 7$$

$$n-4 = 7$$

$$n = 7 + 4$$

$$n = 11.$$

$$(b) P(n, 5) = 9 P(n-1, 4).$$

$$P(n, 5) = 9 P(n-1, 4)$$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 9 \frac{(n-1)!}{[(n-1)-4]!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!} = 9 \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!}$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 9(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} = 9$$

$$n = 9.$$

**Ejercicio 19.**

**(a)** ¿Cuántos códigos de 7 letras diferentes pueden formarse con las letras del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ ?

$$P(7, 7) = \frac{7!}{(7-7)!}$$

$$P(7, 7) = \frac{5040}{0!}$$

$$P(7, 7) = \frac{5040}{1}$$

$$P(7, 7) = 5040.$$

Por lo tanto, pueden formarse 5.040 códigos de 7 letras diferentes con las letras del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ .

**(b)** ¿Cuántos de 5 letras diferentes?

$$P(7, 5) = \frac{7!}{(7-5)!}$$

$$P(7, 5) = \frac{5040}{2!}$$

$$P(7, 5) = \frac{5040}{2}$$

$$P(7, 5) = 2520.$$

Por lo tanto, pueden formarse 2.520 códigos de 5 letras diferentes con las letras del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ .

**(c)** ¿Cuántos de hasta tres letras diferentes?

$$R = P(7, 1) + P(7, 2) + P(7, 3)$$

$$R = \frac{7!}{(7-1)!} + \frac{7!}{(7-2)!} + \frac{7!}{(7-3)!}$$

$$R = \frac{7*6!}{6!} + \frac{7*6*5!}{5!} + \frac{7*6*5*4!}{4!}$$

$$R = 7 + 7 * 6 + 7 * 6 * 5$$

$$R = 7 + 42 + 210$$

$$R = 259.$$

**Ejercicio 20.**

Interpretar la fórmula  $C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  para el caso  $r = 0$ .

$$C(n, 0) = \frac{P(n, 0)}{0!}$$

$$C(n, 0) = \frac{n!}{(n-0)!0!}$$

$$C(n, 0) = \frac{n!}{n! \cdot 1}$$

$$C(n, 0) = 1.$$

Por lo tanto, para el caso  $r = 0$ , la fórmula  $C(n, r)$  se interpreta como que hay una única combinación posible al seleccionar cero elementos de un conjunto de  $n$  elementos, la cual es la combinación vacía.

**Ejercicio 21.***Calcular:*

**(a)**  $\binom{7}{4}$ .

$$C(7, 4) = \frac{7!}{(7-4)!4!}$$

$$C(7, 4) = \frac{7*6*5*4!}{3!4!}$$

$$C(7, 4) = \frac{7*6*5}{6}$$

$$C(7, 4) = 7 * 5$$

$$C(7, 4) = 35.$$

**(b)**  $\binom{10}{8}$ .

$$C(10, 8) = \frac{10!}{(10-8)!8!}$$

$$C(10, 8) = \frac{10*9*8!}{2!8!}$$

$$C(10, 8) = \frac{10*9}{2}$$

$$C(10, 8) = 5 * 9$$

$$C(10, 8) = 45.$$

**(c)**  $\binom{n}{1}$ .

$$C(n, 1) = \frac{n!}{(n-1)!1!}$$

$$C(n, 1) = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!*1}$$

$$C(n, 1) = \frac{n}{1}$$

$$C(n, 1) = n.$$

**(d)**  $\binom{n}{n-1}$ .

$$C(n, n-1) = \frac{n!}{[n-(n-1)]!(n-1)!}$$

$$C(n, n-1) = \frac{n(n-1)!}{(n-n+1)!(n-1)!}$$

$$C(n, n-1) = \frac{n!}{1!}$$

$$C(n, n-1) = \frac{n!}{1}$$

$$C(n, n-1) = n!.$$

(e)  $\binom{n}{n}$ .

$$C(n, n) = \frac{n!}{(n-n)!n!}$$

$$C(n, n) = \frac{1}{0! \cdot 1}$$

$$C(n, n) = \frac{1}{1 \cdot 1}$$

$$C(n, n) = \frac{1}{1}$$

$$C(n, n) = 1.$$



**Ejercicio 22.**

*Demostrar que  $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$  cualesquiera sean  $n$  y  $r \leq n$ .*

$$\begin{aligned} \binom{n}{r} &= \binom{n}{n-r} \\ C(n, r) &= C(n, n-r) \\ \frac{n!}{(n-r)!r!} &= \frac{n!}{[n-(n-r)]!(n-r)!} \\ \frac{n!}{(n-r)!r!} &= \frac{n!}{(n-n+r)!(n-r)!} \\ \frac{n!}{(n-r)!r!} &= \frac{n!}{n!(n-r)!} \\ \frac{n!}{(n-r)!r!} &= \frac{n!}{(n-r)!r!} \end{aligned}$$

**Ejercicio 23.***Hallar el valor de n:*

$$(a) \binom{n+1}{3} = 2 \binom{n}{2}.$$

$$\begin{aligned} \binom{n+1}{3} &= 2 \binom{n}{2} \\ C(n+1, 3) &= 2 C(n, 2) \\ \frac{(n+1)!}{[(n+1)-3]!3!} &= 2 \frac{n!}{(n-2)!2!} \\ \frac{(n+1)!}{(n+1-3)!3!} &= 2 \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!*2} \\ \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!*6} &= n(n-1) \\ \frac{(n+1)n(n-1)}{6} &= n(n-1) \\ \frac{(n+1)n(n-1)}{n(n-1)} &= 6 \\ n+1 &= 6 \\ n &= 6-1 \\ n &= 5. \end{aligned}$$

$$(b) \binom{n}{n-2} = 6.$$

$$\begin{aligned} \binom{n}{n-2} &= 6 \\ C(n, n-2) &= 6 \\ \frac{n!}{[n-(n-2)]!(n-2)!} &= 6 \\ \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-n+2)!(n-2)!} &= 6 \\ \frac{n(n-1)}{2} &= 6 \\ n(n-1) &= 6 * 2 \\ n^2 - n &= 12 \\ n^2 - n - 12 &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1, n_2 &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4*1*(-12)}}{2*1} \\ n_1, n_2 &= \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} \\ n_1, n_2 &= \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} \\ n_1, n_2 &= \frac{1 \pm 7}{2} \\ n_1 &= \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4. \\ n_2 &= \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3. \end{aligned}$$

$$(c) \binom{n}{3} = \binom{n-1}{1} \binom{n}{1}.$$

$$\binom{n}{3} = \binom{n-1}{1} \binom{n}{1}$$

$$C(n, 3) = C(n-1, 1) C(n, 1)$$

$$\frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{(n-1)!}{[(n-1)-1]!1!} \frac{n!}{(n-1)!1!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!*6} = \frac{(n-1-1)!*1}{(n-1-1)!*1} \frac{n(n-1)!}{(n-1)!*1}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{(n-1)(n-2)!}{(n-2)!*1} \frac{n}{1}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{n-1}{1} n$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = n(n-1)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{n(n-1)} = 6$$

$$n-2 = 6$$

$$n = 6 + 2$$

$$n = 8.$$

**Ejercicio 24.**

*¿Cuántas cadenas de ocho bits contienen, exactamente, cuatro unos?*

$$C(8, 4) = \frac{8!}{(8-4)!4!}$$

$$C(8, 4) = \frac{8*7*6*5*4!}{4!*24}$$

$$C(8, 4) = 2 * 7 * 5$$

$$C(8, 4) = 70.$$

Por lo tanto, 70 cadenas de ocho bits contienen, exactamente, cuatro unos.

**Ejercicio 25.**

*¿De cuantas formas puede elegirse un comité de dos mujeres y tres hombres de un grupo de cinco mujeres distintas y seis hombres distintos?*

$$R = C(5, 2) C(6, 3)$$

$$R = \frac{5!}{(5-2)!2!} \frac{6!}{(6-3)!3!}$$

$$R = \frac{5*4*3!}{3!*2} \frac{6*5*4*3!}{3!*6}$$

$$R = 5 * 2 * 2 * 5 * 2$$

$$R = 200.$$

Por lo tanto, un comité de dos mujeres y tres hombres de un grupo de cinco mujeres distintas y seis hombres distintos puede elegirse de 200 formas.

**Ejercicio 26.**

*¿Cuántos partidos de football se juegan en una liga de 9 equipos si cada uno de ellos debe jugar dos veces contra cada rival?*

$$C(9, 2) = \frac{9!}{(9-2)!2!}$$

$$C(9, 2) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 2}$$

$$C(9, 2) = 9 \cdot 4$$

$$C(9, 2) = 36.$$

Por lo tanto, en una liga de 9 equipos, si cada uno de ellos debe jugar dos veces contra cada rival, se juegan 36 partidos.

**Ejercicio 27.**

Una baraja de 52 cartas consta de 4 palos con 13 denominaciones cada uno de ellos y una mano de póquer consta de cinco de esas cartas (sin importar el orden).

(a) ¿Cuántas manos de póquer pueden elegirse?

$$C(52, 5) = \frac{52!}{(52-5)!5!}$$

$$C(52, 5) = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47!}{47! \cdot 120}$$

$$C(52, 5) = 52 \cdot 51 \cdot 10 \cdot 49 \cdot 2$$

$$C(52, 5) = 2598960.$$

Por lo tanto, pueden elegirse 2.598.960 manos de póquer.

(b) ¿Cuántas manos de póquer tienen todas las cartas del mismo palo?

$$C(13, 5) = \frac{13!}{(13-5)!5!}$$

$$C(13, 5) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 120}$$

$$C(13, 5) = 13 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3$$

$$C(13, 5) = 1287.$$

Por lo tanto, 1.287 manos de póquer tienen todas las cartas del mismo palo.

(c) ¿Cuántas manos de póquer tienen tres cartas de una denominación y otras dos de otra denominación?

$$R = C(13, 1) C(4, 3) C(12, 1) C(4, 2)$$

$$R = \frac{13!}{(13-1)!1!} \frac{4!}{(4-3)!3!} \frac{12!}{(12-1)!1!} \frac{4!}{(4-2)!2!}$$

$$R = \frac{13 \cdot 12!}{12! \cdot 1} \frac{4 \cdot 3!}{1! \cdot 3!} \frac{12 \cdot 11!}{11! \cdot 1} \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2}$$

$$R = 13 \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{12}{1} \cdot 2 \cdot 3$$

$$R = 13 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 3$$

$$R = 3744.$$

Por lo tanto, 3.744 manos de póquer tienen tres cartas de una denominación y otras dos de otra denominación.

**Ejercicio 28.**

*Demostrar que  $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$ .*

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$$

$$C(n, k+1) = C(n, k) \frac{n-k}{k+1}$$

$$\frac{n!}{[n-(k+1)]!(k+1)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} \frac{n-k}{k+1}$$

$$\frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} \frac{n-k}{k+1}$$

$$\frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} = \frac{n!}{(n-k)(n-k-1)!(k+1)!} (n-k)$$

$$\frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} = \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!}$$



**Ejercicio 29.**

*Si un examen de opción múltiple consta de 5 preguntas, cada una con 3 opciones de respuesta, ¿de cuántas maneras se puede responder?*

$$R = [C(3,1)]^5$$

$$R = \left[ \frac{3!}{(3-1)!1!} \right]^5$$

$$R = \left( \frac{3 \cdot 2!}{2! \cdot 1} \right)^5$$

$$R = 3^5$$

$$R = 243.$$

Por lo tanto, si un examen de opción múltiple consta de 5 preguntas, cada una con 3 opciones de respuesta, se puede responder de 243 maneras.

**Ejercicio 30.**

*¿Cuántas cadenas de 8 bits hay que comiencen con 101 o con 111?*

$$R = 2 [C(2,1)]^5$$

$$R = 2 \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^5$$

$$R = 2 \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^5$$

$$R = 2 * 2^5$$

$$R = 2^6$$

$$R = 64.$$

Por lo tanto, hay 64 cadenas de 8 bits que comiencen con 101 o con 111.

**Ejercicio 31.**

¿Cuántas cadenas de 8 bits hay que comiencen o terminen con 1?

$$R = 2 [C(2,1)]^7 - \frac{1}{2} \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7$$

$$R = 2 \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7 - \frac{1}{2} \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7$$

$$R = 2 \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^7 - \frac{1}{2} \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^7$$

$$R = 2 * 2^7 - \frac{1}{2} * 2^7$$

$$R = 2 * 128 - \frac{1}{2} * 128$$

$$R = 256 - 64$$

$$R = 192.$$

$$R = [C(2,1)]^7 + \frac{1}{2} \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7$$

$$R = \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7 + \frac{1}{2} \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^7$$

$$R = \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^7 + \frac{1}{2} \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^7$$

$$R = 2^7 + \frac{1}{2} * 2^7$$

$$R = 128 + \frac{1}{2} * 128$$

$$R = 128 + 64$$

$$R = 192.$$

$$R = [C(2,1)]^8 - [C(2,1)]^6$$

$$R = \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^8 - \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^6$$

$$R = \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^8 - \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^6$$

$$R = 2^8 - 2^6$$

$$R = 256 - 64$$

$$R = 192.$$

Por lo tanto, hay 192 cadenas de 8 bits que comiencen o terminen con 1.

**Ejercicio 32.**

*¿De cuántas maneras pueden ordenarse 5 libros de Matemática, 4 de Física y 6 de Informática, si los de la misma materia deben estar juntos entre sí?*

$$R = P(3, 3) P(5, 5) P(4, 4) P(6, 6)$$

$$R = \frac{3!}{(3-3)!} \frac{5!}{(5-5)!} \frac{4!}{(4-4)!} \frac{6!}{(6-6)!}$$

$$R = \frac{6}{0!} \frac{120}{0!} \frac{24}{0!} \frac{720}{0!}$$

$$R = \frac{6}{1} \frac{120}{1} \frac{24}{1} \frac{720}{1}$$

$$R = 6 * 120 * 24 * 720$$

$$R = 12441600.$$

Por lo tanto, 5 libros de Matemática, 4 de Física y 6 de Informática, si los de la misma materia deben estar juntos entre sí, pueden ordenarse de 12.441.600 maneras.

**Ejercicio 33.**

*En una fiesta con 20 invitados donde todos se saludan entre sí, ¿cuántos saludos hay?*

$$\begin{aligned}C(20, 2) &= \frac{20!}{(20-2)!2!} \\C(20, 2) &= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18! \cdot 2} \\C(20, 2) &= 10 \cdot 19 \\C(20, 2) &= 190.\end{aligned}$$

Por lo tanto, en una fiesta con 20 invitados, donde todos se saludan entre sí, hay 190 saludos.

**Ejercicio 34.**

De un grupo de 10 estudiantes de Informática, 5 de Física y 8 de Ingeniería, se quiere formar un grupo de 4 estudiantes.

(a) ¿De cuántas maneras puede hacerse si debe haber 2 de Informática, 1 de Física y 1 de Ingeniería?

$$\begin{aligned}
 R &= C(10, 2) C(5, 1) C(8, 1) \\
 R &= \frac{10!}{(10-2)!2!} \frac{5!}{(5-1)!1!} \frac{8!}{(8-1)!1!} \\
 R &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 2} \frac{5 \cdot 4!}{4! \cdot 1} \frac{8 \cdot 7!}{7! \cdot 1} \\
 R &= 5 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 8 \\
 R &= 1800.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, si, de un grupo de 10 estudiantes de Informática, 5 de Física y 8 de Ingeniería, debe haber 2 de Informática, 1 de Física y 1 de Ingeniería, puede hacerse de 1.800 maneras.

(b) ¿De cuántas maneras puede hacerse si debe haber, al menos, uno de Ingeniería?

$$\begin{aligned}
 R &= C(8, 1) C(15, 3) + C(8, 2) C(15, 2) + C(8, 3) C(15, 1) + C(8, 4) C(15, 0) \\
 R &= \frac{8!}{(8-1)!1!} \frac{15!}{(15-3)!3!} + \frac{8!}{(8-2)!2!} \frac{15!}{(15-2)!2!} + \frac{8!}{(8-3)!3!} \frac{15!}{(15-1)!1!} + \frac{8!}{(8-4)!4!} \frac{15!}{(15-0)!0!} \\
 R &= \frac{8 \cdot 7!}{7! \cdot 1} \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{12! \cdot 6} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 2} \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{13! \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 6} \frac{15 \cdot 14!}{14! \cdot 1} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 24} \frac{15!}{15! \cdot 1} \\
 R &= 8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 + 4 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 7 + 8 \cdot 7 \cdot 15 + 2 \cdot 7 \cdot 5 \\
 R &= 3640 + 2940 + 840 + 70 \\
 R &= 7490.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, si, de un grupo de 10 estudiantes de Informática, 5 de Física y 8 de Ingeniería, debe haber, al menos, uno de Ingeniería, puede hacerse de 7.490 maneras.

**Ejercicio 35.**

*¿Cuántos números impares de 4 cifras hay?*

$$R = C(9, 1) C(10, 1) C(10, 1) C(5, 1)$$

$$R = \frac{9!}{(9-1)!1!} \frac{10!}{(10-1)!1!} \frac{10!}{(10-1)!1!} \frac{5!}{(5-1)!1!}$$

$$R = \frac{9*8!}{8!*1} \frac{10*9!}{9!*1} \frac{10*9!}{9!*1} \frac{5*4!}{4!*1}$$

$$R = 9 * 10 * 10 * 5$$

$$R = 4500.$$

Por lo tanto, hay 4.500 números impares de 4 cifras.

**Ejercicio 36.**

*¿De cuántas maneras pueden ordenarse 3 libros de Ciencia Ficción, 5 de Novelas Policiales y 7 de Poesía, si los de Ciencia Ficción deben estar juntos entre sí?*

$$R = P(2, 2) P(3, 3) P(12, 12)$$

$$R = \frac{2!}{(2-2)!} \frac{3!}{(3-3)!} \frac{12!}{(12-12)!}$$

$$R = \frac{2}{0!} \frac{6}{0!} \frac{479001600}{0!}$$

$$R = \frac{2}{1} \frac{6}{1} \frac{479001600}{1}$$

$$R = 2 * 6 * 479001600$$

$$R = 5748019200.$$

Por lo tanto, 3 libros de Ciencia Ficción, 5 de Novelas Policiales y 7 de Poesía, si los de Ciencia Ficción deben estar juntos entre sí, pueden ordenarse de 5.748.019.200 maneras.



**Ejercicio 37.**

*Con 21 equipos de futbol, ¿cuántos partidos se juegan si deben jugar una vez todos contra todos?*

$$C(21, 2) = \frac{21!}{(21-2)!2!}$$

$$C(21, 2) = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19!}{19! \cdot 2}$$

$$C(21, 2) = 21 \cdot 10$$

$$C(21, 2) = 210.$$

Por lo tanto, con 21 equipos de fútbol, si deben jugar una vez todos contra todos, se juegan 210 partidos.

**Ejercicio 38.**

En un examen de opción múltiple con 5 preguntas y 3 opciones para cada una:

(a) ¿De cuántas maneras se puede sacar 0?

$$R = [C(2, 1)]^5$$

$$R = \left[ \frac{2!}{(2-1)!1!} \right]^5$$

$$R = \left( \frac{2*1!}{1!*1} \right)^5$$

$$R = 2^5$$

$$R = 32.$$

Por lo tanto, en un examen de opción múltiple con 5 preguntas y 3 opciones para cada una, se puede sacar 0 de 32 maneras.

(b) ¿De cuántas maneras se puede sacar 10?

$$R = [C(1, 1)]^5$$

$$R = \left[ \frac{1!}{(1-1)!1!} \right]^5$$

$$R = \left( \frac{1}{0!*1} \right)^5$$

$$R = \left( \frac{1}{1*1} \right)^5$$

$$R = \left( \frac{1}{1} \right)^5$$

$$R = 1^5$$

$$R = 1.$$

Por lo tanto, en un examen de opción múltiple con 5 preguntas y 3 opciones para cada una, se puede sacar 0 de 1 manera.

(c) Si se considera que cada pregunta vale 2 puntos, ¿de cuántas maneras se puede sacar 4?

$$R = C(5, 2)$$

$$R = \frac{5!}{(5-2)!2!}$$

$$R = \frac{5*4*3!}{3!*2}$$

$$R = 5 * 2$$

$$R = 10.$$

Por lo tanto, en un examen de opción múltiple con 5 preguntas y 3 opciones para cada una, si se considera que cada pregunta vale 2 puntos, se puede sacar 4 de 10 maneras.

(d) ¿De cuántas maneras se puede sacar 4 o más?

$$R = C(5, 2) + C(5, 3) + C(5, 4) + C(5, 5)$$

$$R = \frac{5!}{(5-2)!2!} + \frac{5!}{(5-3)!3!} + \frac{5!}{(5-4)!4!} + \frac{5!}{(5-5)!5!}$$

$$R = \frac{5*4*3!}{3!*2} + \frac{5*4*3!}{2!*3!} + \frac{5*4!}{1!*4!} + \frac{5!}{0!*5!}$$

$$R = 5 * 2 + \frac{5*4}{2} + \frac{5}{1} + \frac{1}{1}$$

$$R = 10 + 5 * 2 + 5 + 1$$

$$R = 10 + 10 + 5 + 1$$

$$R = 26.$$

Por lo tanto, en un examen de opción múltiple con 5 preguntas y 3 opciones para cada una, se puede sacar 4 o más de 26 maneras.

**Ejercicio 39.**

*¿De cuántas formas pueden ordenarse las letras de la palabra TELEFONO?*

$$R = \frac{P(8,8)}{P(2,2)P(2,2)}$$

$$R = \frac{\frac{8!}{(8-8)!}}{\frac{2!}{(2-2)!} \frac{2!}{(2-2)!}}$$

$$R = \frac{\frac{40320}{0!}}{\frac{2!}{0!} \frac{2!}{0!}}$$

$$R = \frac{40320}{2 \cdot 2}$$

$$R = \frac{40320}{2 \cdot 2}$$

$$R = \frac{40320}{4}$$

$$R = 10080.$$

Por lo tanto, las letras de la palabra TELEFONO pueden ordenarse de 10.080 formas.

**Ejercicio 40.**

*En el Quini 6 los apostadores deben elegir 6 números entre el 0 y el 45, ¿cuántos resultados puede haber?*

$$C(46, 6) = \frac{46!}{(46-6)!6!}$$

$$C(46, 6) = \frac{46*45*44*43*42*41*40!}{40!*720}$$

$$C(46, 6) = 23 * 3 * 11 * 43 * 7 * 41$$

$$C(46, 6) = 9366819.$$

Por lo tanto, en el Quini 6, donde se deben elegir 6 números entre el 0 y el 45, puede haber 9.366.819 resultados.