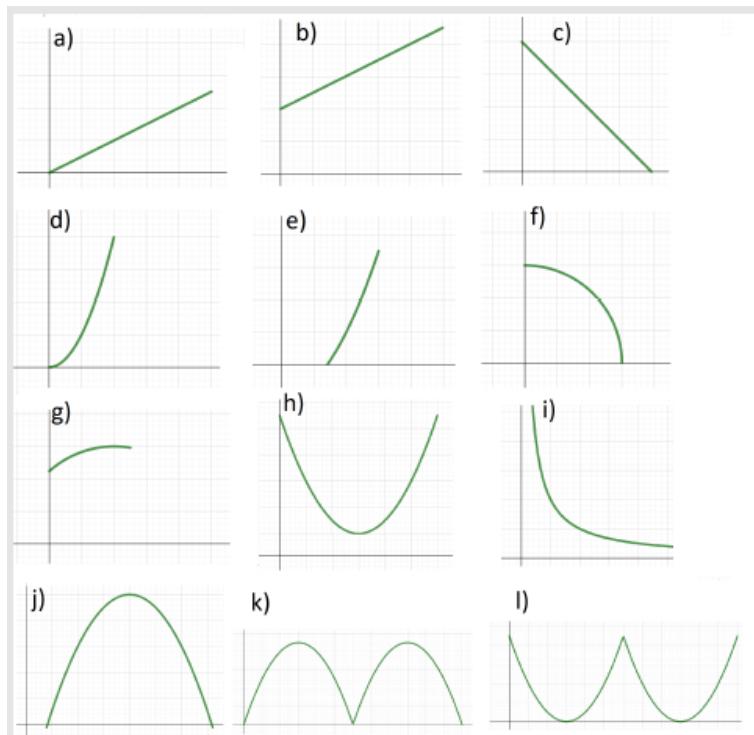


## Trabajo Práctico N° 1: Funciones.

### Ejercicio 1.

Tratar de relacionar cada situación con, al menos, un gráfico:



- Variación de la velocidad de una pelota cuando la picamos: (l).
- Dependencia de la duración de una carrera con la longitud del recorrido: (d).
- Dependencia del precio de una bolsa de papas con su peso: (a).
- Variación del diámetro de una piñata cuando el aire comienza a salir: (f).
- Variación de la velocidad que adquirimos cuando nos amacamos: (k).
- Sonido que se produce en una cancha de futbol al gritar todos juntos un gol: (e).
- Sonido que aumenta, paulatinamente, cuando un grupo de personas empieza a aplaudir de a 2, luego de a 4, 6, 8, y así hasta que todos aplauden juntos: (d).
- Si la entrada al teatro es muy cara, no irá tanta gente. Si es muy barata, pierden dinero los organizadores. Con lo cual, hay que proponer un precio intermedio: (j).
- Los precios aumentan mucho más lento que en los últimos 5 años: (g).
- Me gusta mucho el chocolate negro y bastante el blanco, pero detesto comer los dos juntos: (c).
- Cuantas más valijas pequeñas llevemos en el viaje, más podremos cargar en la camioneta: (b).

## Ejercicio 2.

Se sabe que el precio del pan es \$M por kg (se puede reemplazar M por el precio al que se consiga el pan).

(a) ¿Cuánto se deberá pagar si se compra 6 kg de pan? ¿Y si se compra 2 kg y 650 g?

$$f(x) = Mx.$$

$$f(6) = 6M.$$

$$f(2,65) = 2,65M.$$

Por lo tanto, si se compra 6 kg. de pan, se deberá pagar \$6M y, si se compra 2 kg. y 650 gr., se deberá pagar \$2,65M.

(b) ¿Se puede construir una expresión que sirva para calcular el costo de adquirir x kg de pan?

$$y = f(x)$$

$$y = Mx.$$

(c) ¿Cuál será el dominio de la función hallada en el inciso anterior?

$$Dom_f = \mathbb{R}.$$

### Ejercicio 3.

En cierta localidad, el costo de la energía eléctrica se calcula de la siguiente manera: un cargo fijo de \$950 más \$3,5 por cada kwh consumido.

(a) ¿Cuál será el monto de la boleta de luz si en determinado período se consumieron 640 kwh? ¿Y si no hubo consumo?

$$f(x) = 950 + 3,5x.$$

$$f(640) = 950 + 3,5 * 640$$

$$f(640) = 950 + 2240$$

$$f(640) = 3190.$$

$$f(0) = 950 + 3,5 * 0$$

$$f(0) = 950 + 0$$

$$f(0) = 950.$$

Por lo tanto, si en determinado período se consumieron 640 kwh, el monto de la boleta de luz será \$3.190 y, si no hubo consumo, \$950.

(b) Escribir una expresión para calcular el monto a pagar para un consumo de  $x$  kwh. Determinar el dominio de la función hallada.

$$y = f(x)$$

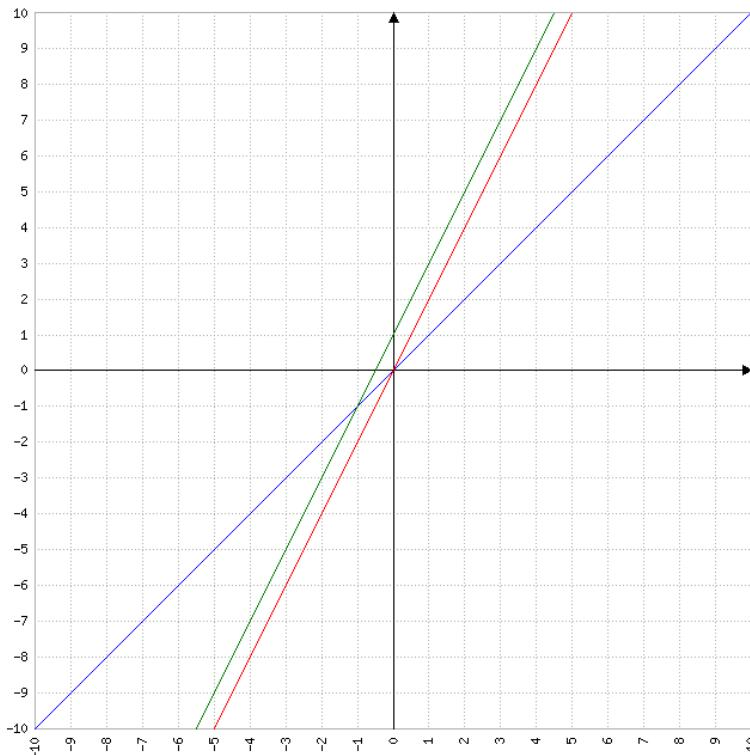
$$y = 950 + 3,5x.$$

$$Dom_f = \mathbb{R}.$$

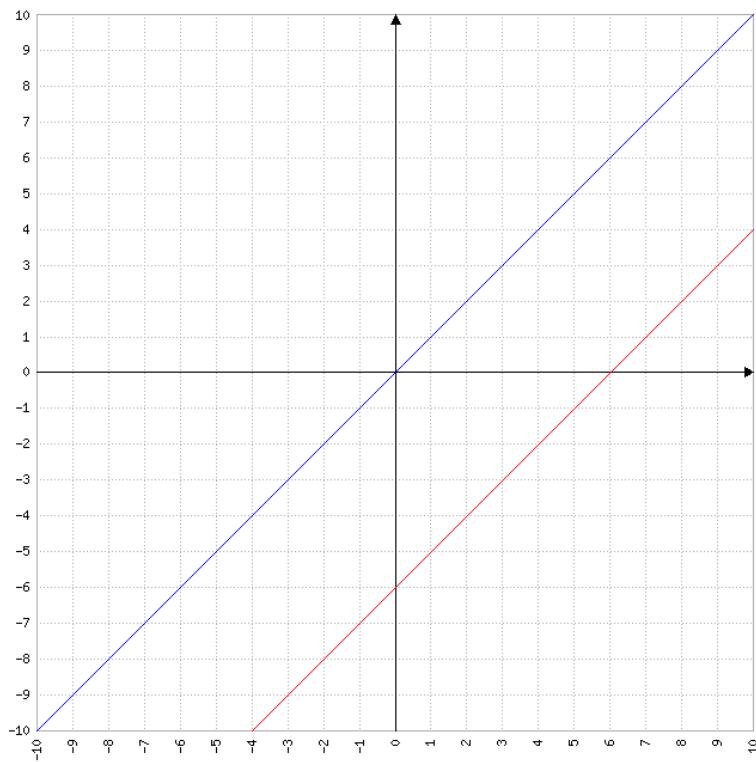
### Ejercicio 4.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = 2x + 1$ .



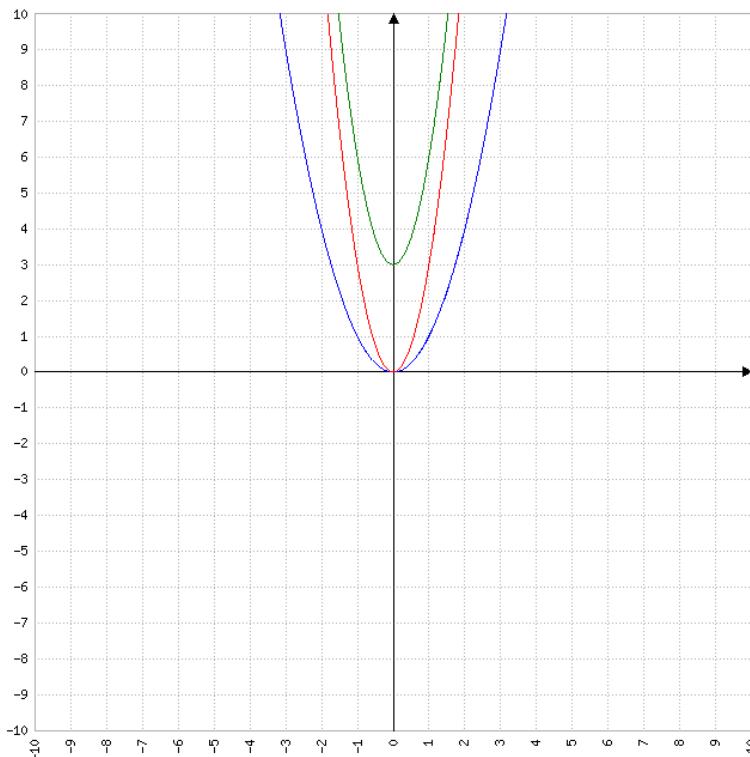
(b)  $b(x) = x - 6$ .



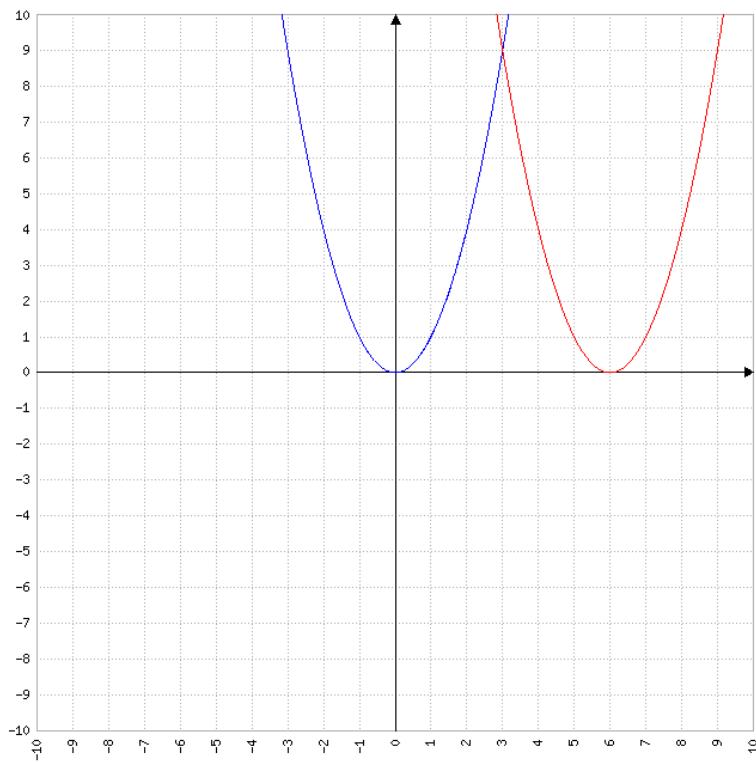
### Ejercicio 5.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = 3x^2 + 3$ .



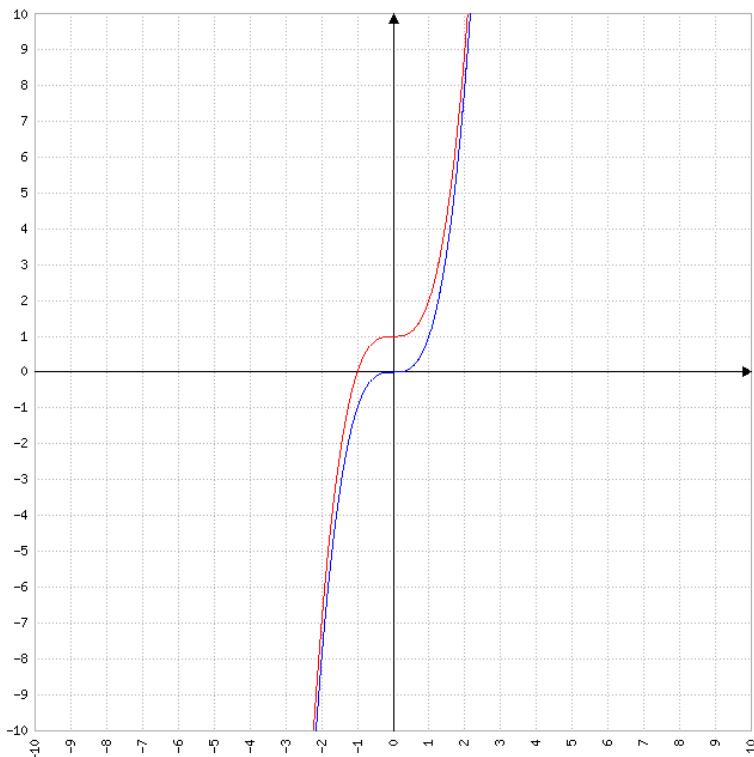
(b)  $b(x) = (x - 6)^2$ .



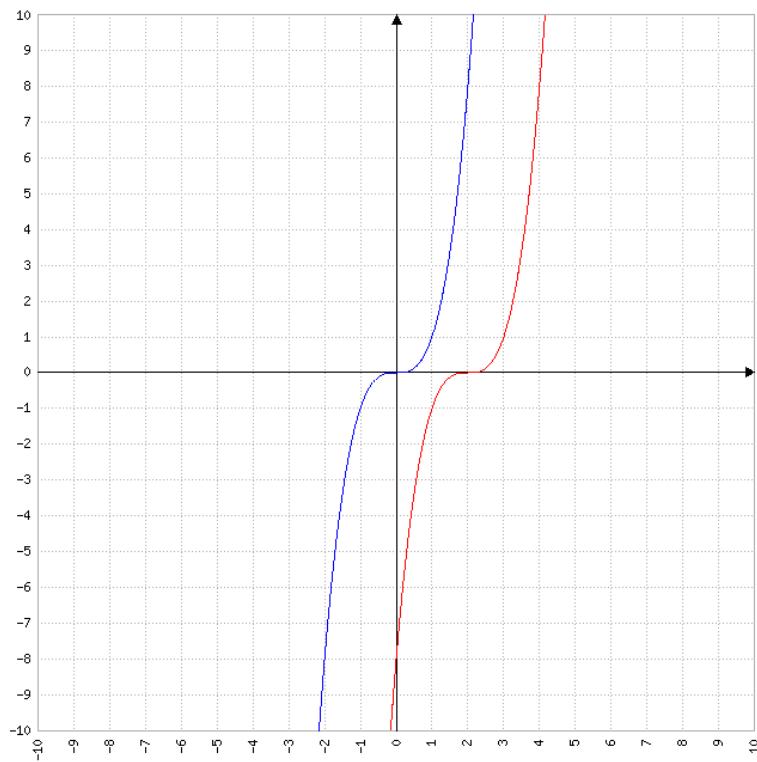
### Ejercicio 6.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = x^3 + I$ .



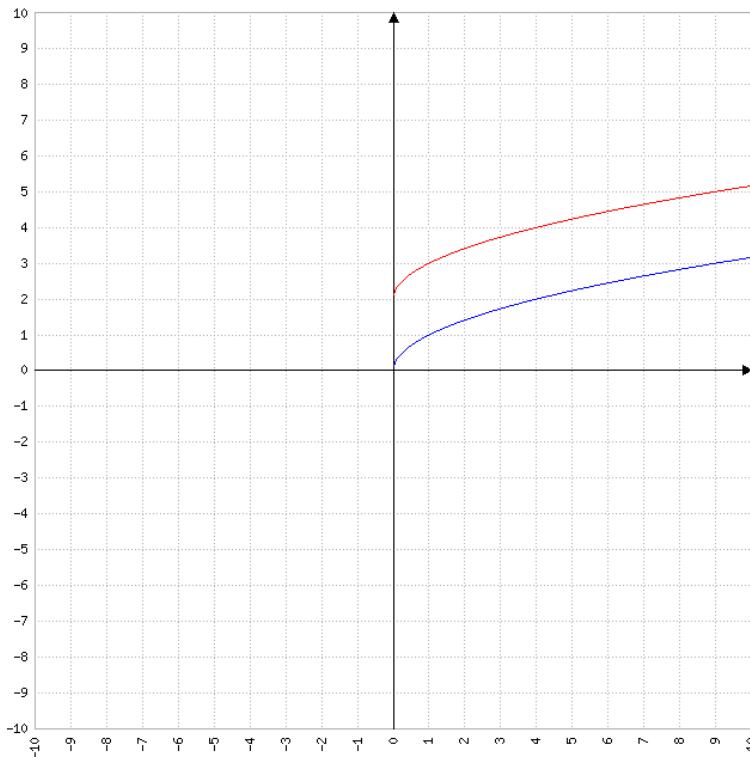
(b)  $b(x) = (x - 2)^3$ .



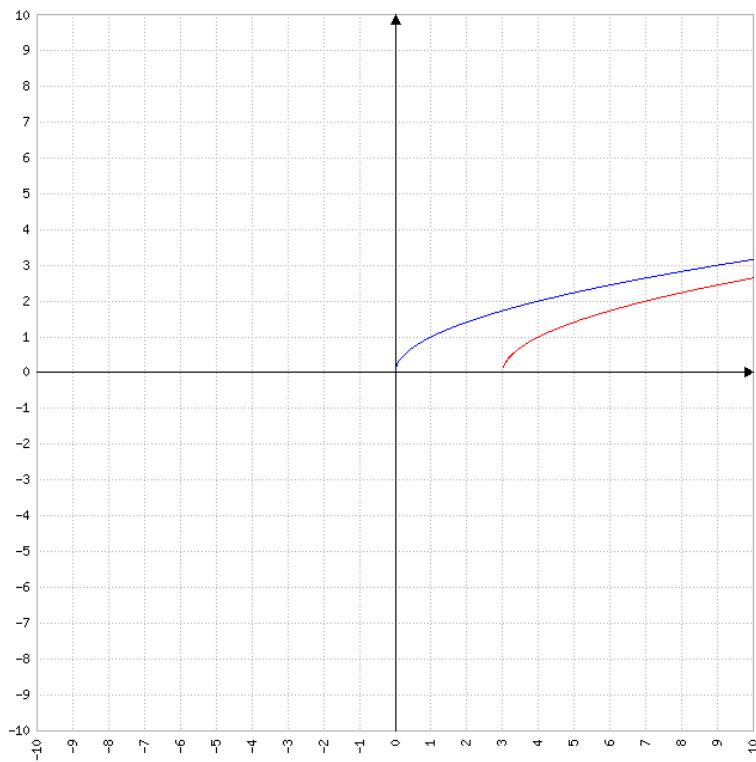
### Ejercicio 7.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = \sqrt{x} + 2$ .



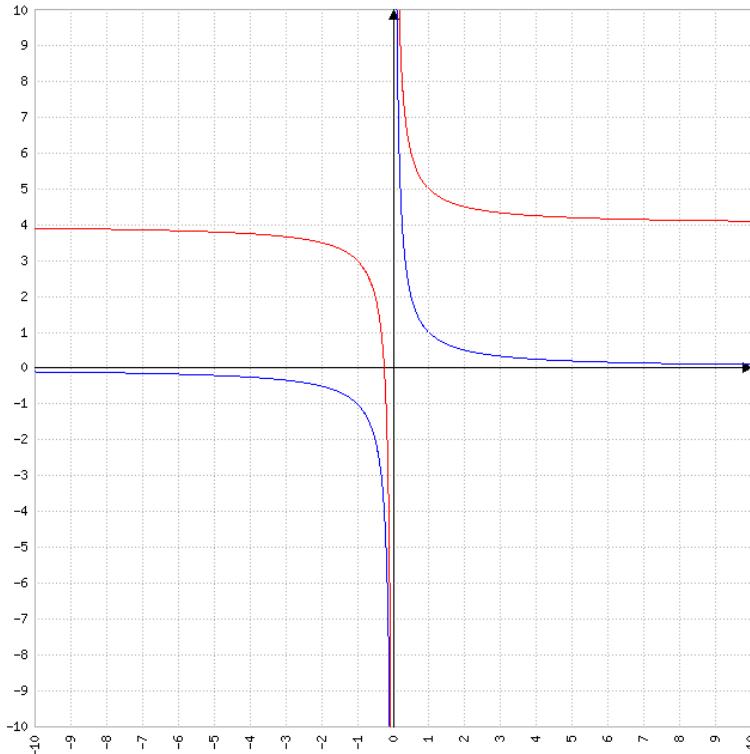
(a)  $b(x) = \sqrt{x - 3}$ .



### Ejercicio 8.

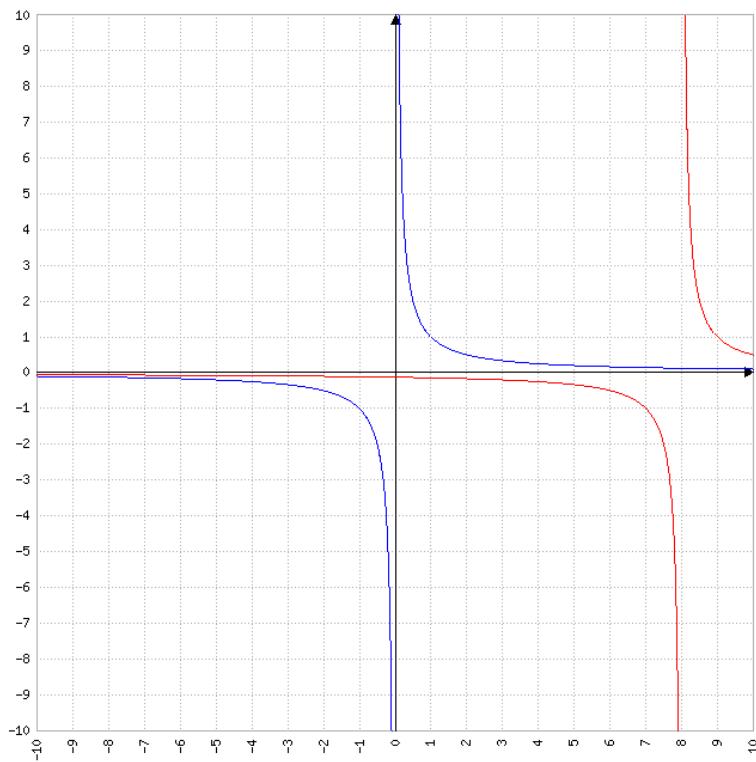
Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base y hallar el dominio de cada una de ellas:

(a)  $a(x) = \frac{1}{x} + 4$ .



$$Dom_a = \mathbb{R} - \{0\}.$$

(b)  $b(x) = \frac{1}{x-8}$ .



$$x - 8 = 0$$

$$x = 8.$$

$$Dom_b = \mathbb{R} - \{8\}.$$

### Ejercicio 9.

Hallar el dominio de la siguiente función:  $f(x) = \frac{x^3 + x - 3}{2x^2 - 10x + 12}$ .

$$2x^2 - 10x + 12 = 0$$

$$2(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4*1*6}}{2*1}$$

$$x_1, x_2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x_1, x_2 = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1, x_2 = \frac{5+1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

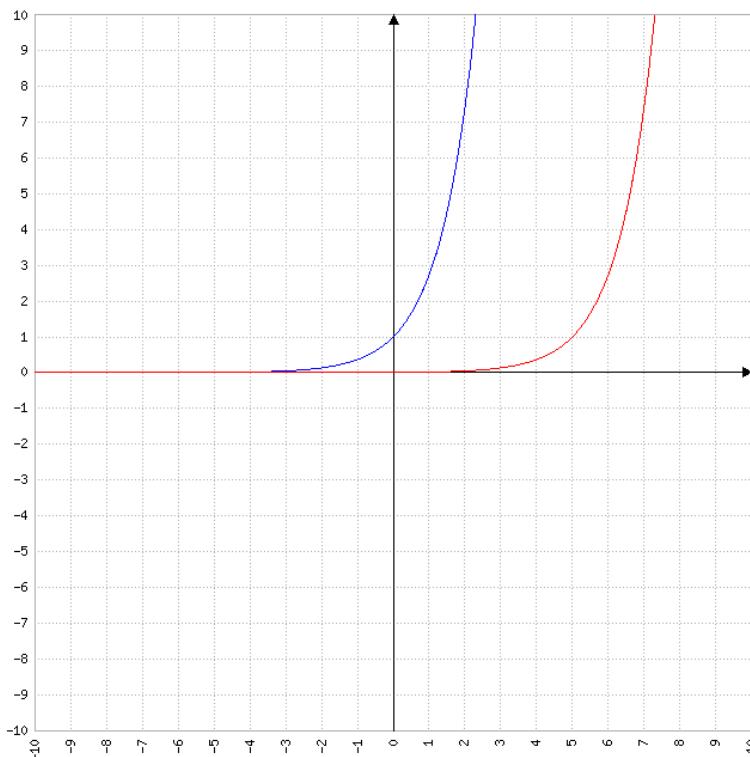
$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

$$Dom_f = \mathbb{R} - \{2, 3\}.$$

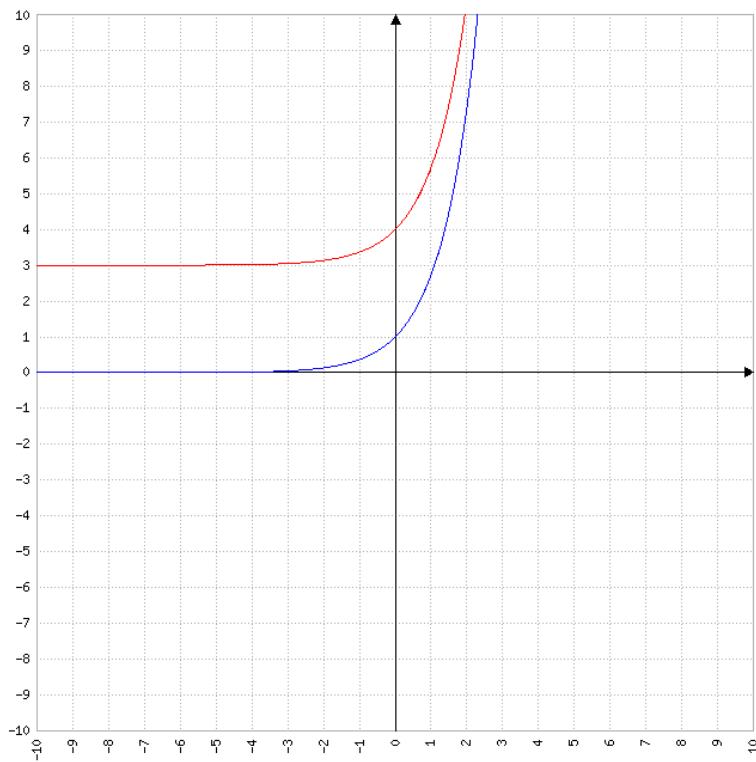
### Ejercicio 10.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = e^{x-5}$ .



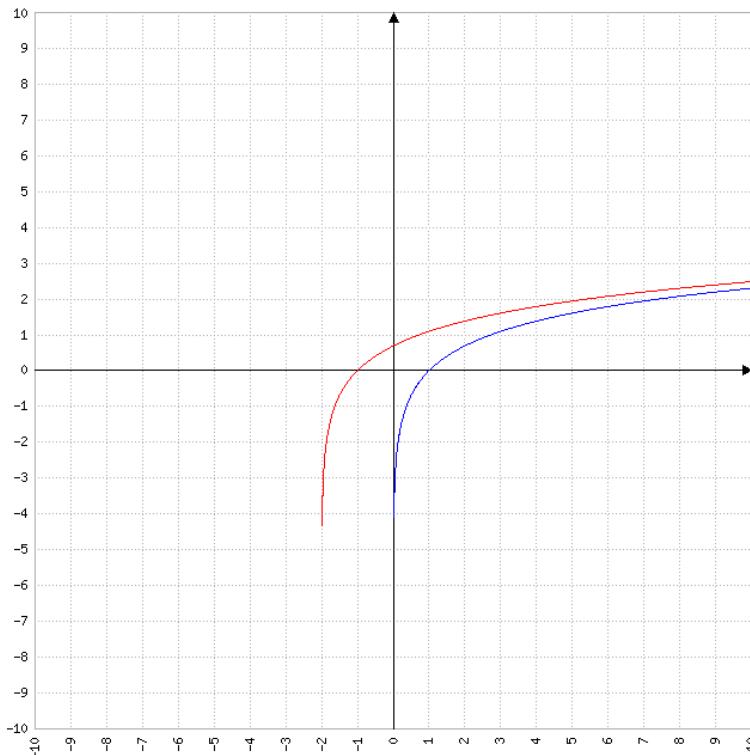
(b)  $b(x) = e^x + 3$ .



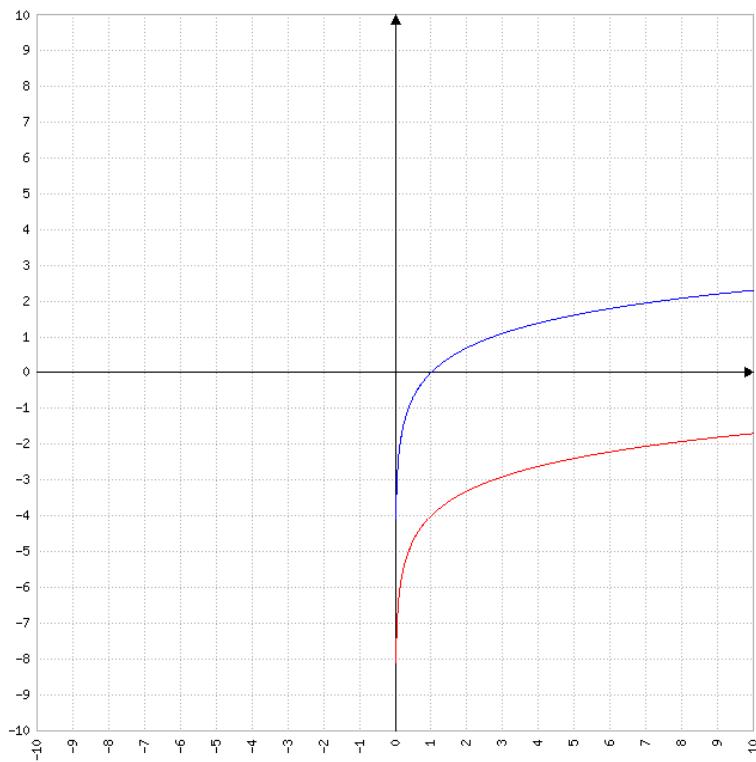
### Ejercicio 11.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = \ln(x + 2)$ .



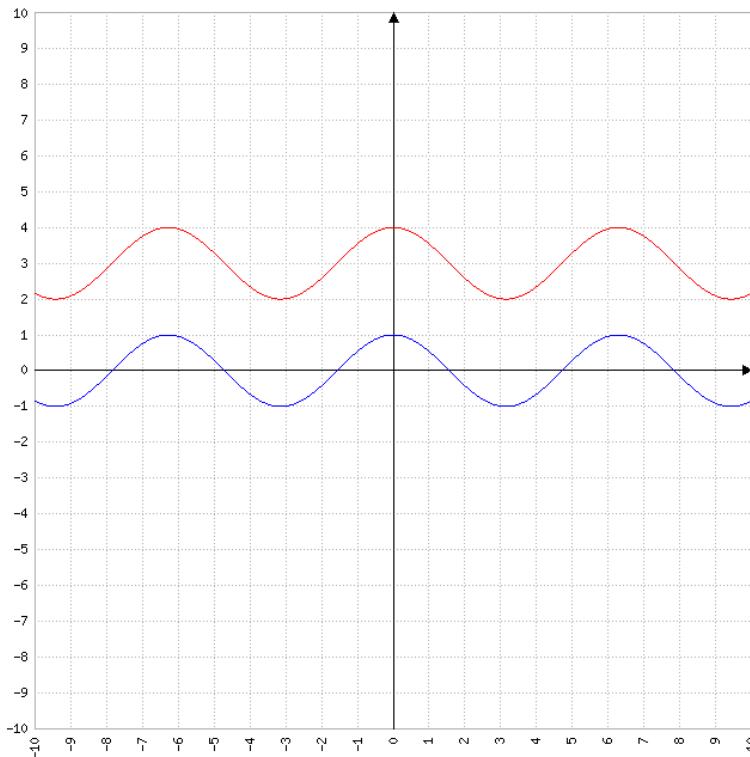
(b)  $b(x) = \ln x - 4$ .



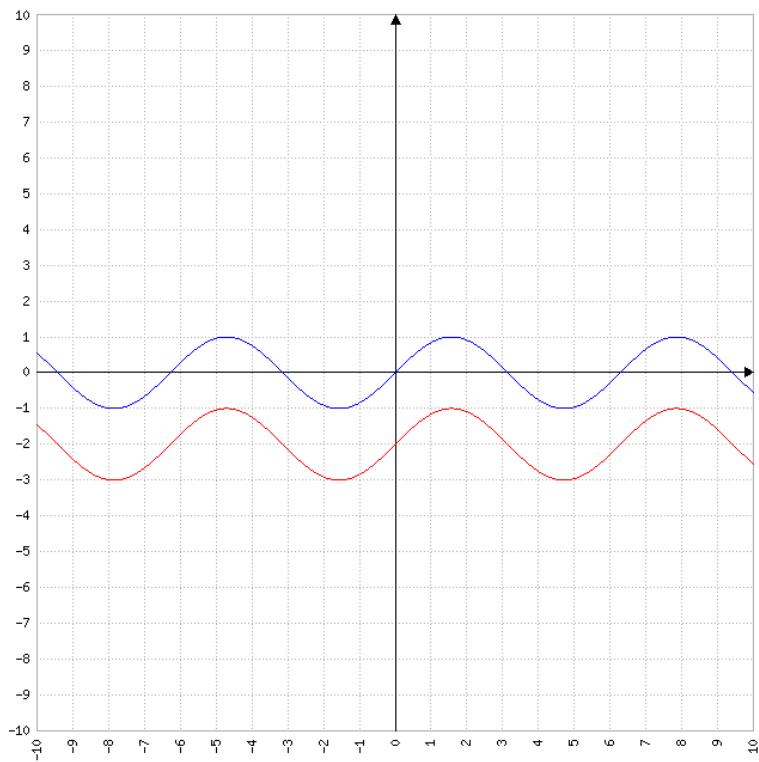
## Ejercicio 12.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a)  $a(x) = \cos x + 3$ .



(b)  $b(x) = \sin x - 2$ .



### Ejercicio 13.

Para el cálculo del monto de la factura de luz, se considera el consumo del usuario y se le cobra de acuerdo al esquema que se describe a continuación. Si el consumo está entre 0 y 150 kwh, se cobra un monto fijo de \$95,85, más un cargo variable de \$3,41 por cada kwh consumido. Si el consumo que se registra es mayor a 150 kwh y hasta 325 kwh, se cobra un monto fijo de \$265,22 más \$3,17 por cada kwh consumido. Si el usuario utilizó más de 325 kwh y hasta 400 kwh, se cobra un cargo fijo de \$322,26 más \$3,20 por cada kwh. Si el consumo es mayor a 400 kwh el cargo fijo es de \$422 y el cargo variable es de \$3,50 por kwh.

- (a) ¿Cuánto deberá pagar un usuario que ha consumido 270 kwh? Y si hubiera consumido 150 kwh? ¿Qué monto tendrá la factura de luz de otro usuario que gastó 450 kwh?

$$f(270) = 265,22 + 3,17 * 270$$

$$f(270) = 265,22 + 855,9$$

$$f(270) = 1121,12.$$

$$f(450) = 422 + 3,5 * 450$$

$$f(450) = 422 + 1575$$

$$f(450) = 1997.$$

Por lo tanto, un usuario que ha consumido 270 kwh deberá pagar \$1.121,12 y el monto que tendrá la factura de luz de otro usuario que gastó 450 kwh será \$1.997.

- (b) Construir las fórmulas que calculan el monto de la factura de luz para cada uno de los intervalos de consumo.

$$f(x) = 95,85 + 3,41x, \text{ si } 0 \leq x \leq 150.$$

$$g(x) = 265,22 + 3,17x, \text{ si } 150 < x \leq 325.$$

$$h(x) = 322,26 + 3,2x, \text{ si } 325 < x \leq 400.$$

$$i(x) = 422 + 3,5x, \text{ si } 400 < x.$$

- (c) ¿De qué manera se podrían expresar las fórmulas anteriores en una única función?

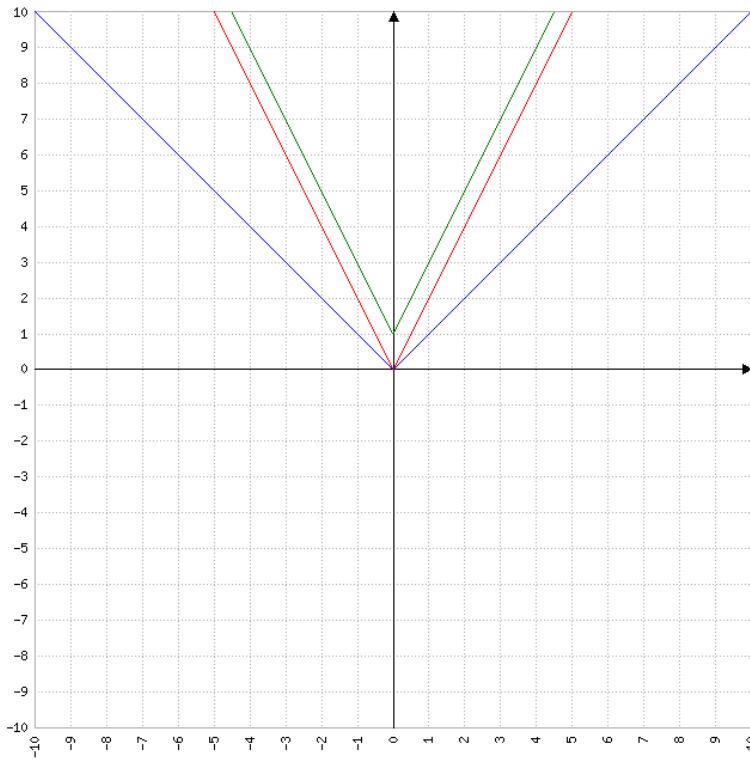
Las fórmulas anteriores se podrían expresar en única función de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} 95,85 + 3,41x, & 0 \leq x \leq 150 \\ 265,22 + 3,17x, & 150 < x \leq 325 \\ 322,26 + 3,2x, & 325 < x \leq 400 \\ 422 + 3,5x, & 400 < x \end{cases}$$

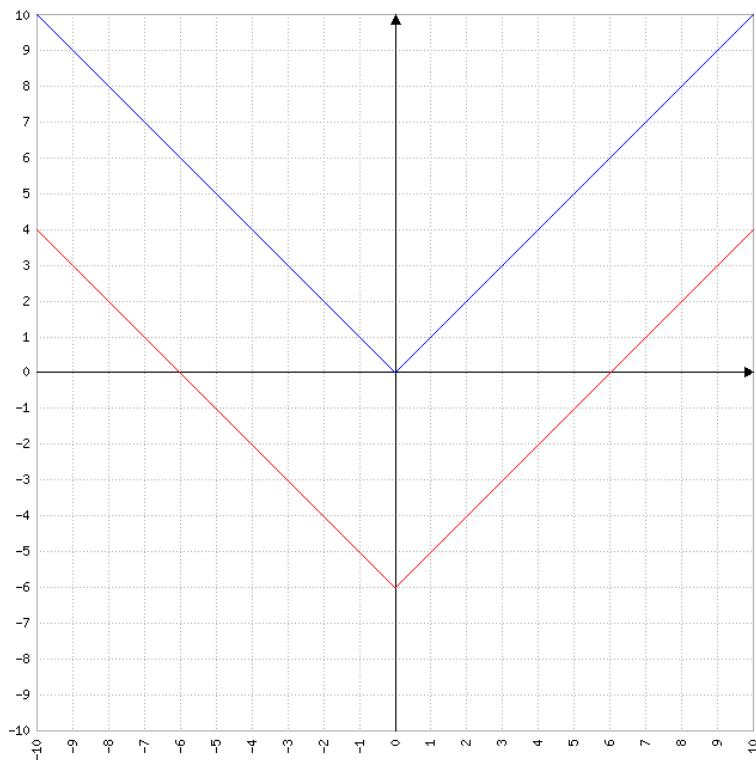
### Ejercicio 14.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base, la función valor absoluto:

(a)  $a(x) = |2x| + 1$ .



(b)  $b(x) = |x - 6|$ .



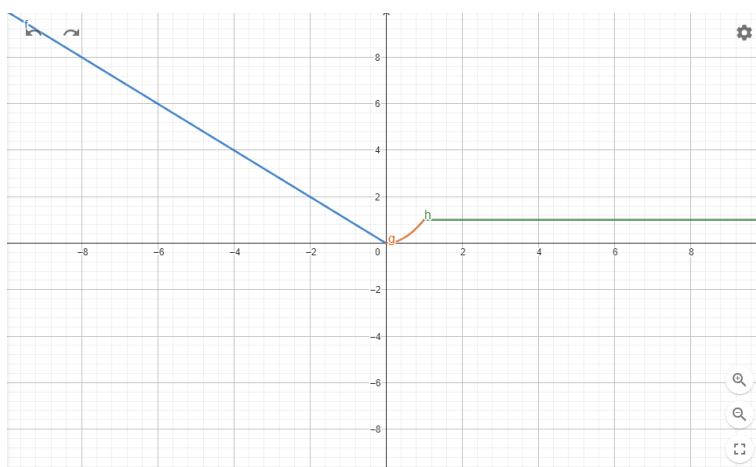
### Ejercicio 15.

Hallar el dominio de las siguientes funciones a trozos y graficar:

$$(a) f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2, & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$Dom_f = (-\infty, 0] \cup (0, 1] \cup (1, +\infty).$$

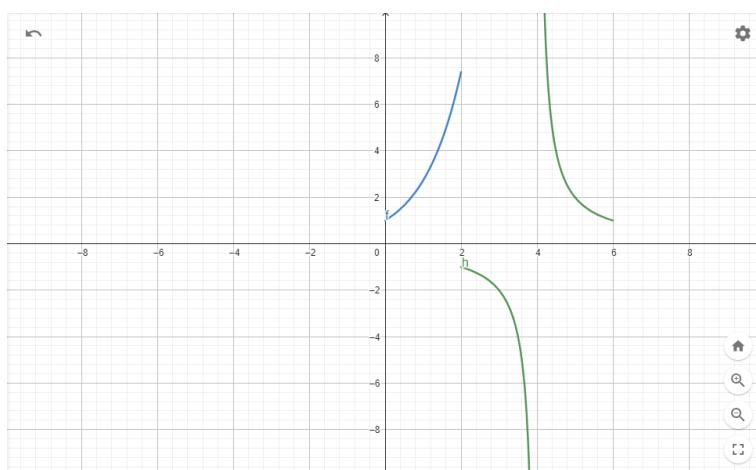
$$Dom_f = \mathbb{R}.$$



$$(b) g(x) = \begin{cases} e^x, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 5, & \text{si } x = 2 \\ \frac{2}{x-4}, & \text{si } 2 < x < 6 \end{cases}$$

$$Dom_f = [0, 2) \cup \{2\} \cup (2, 6).$$

$$Dom_f = [0, 6).$$



### Ejercicio 16.

Hallar el dominio para que las siguientes expresiones sean funciones:

(a)  $a(x) = x + 1$ .

$$Dom_a = \mathbb{R}.$$

(b)  $b(x) = x^2 + 1$ .

$$Dom_b = \mathbb{R}.$$

(c)  $c(x) = \frac{1}{x}$ .

$$x = 0.$$

$$Dom_c = \mathbb{R} - \{0\}.$$

(d)  $d(x) = \frac{2}{x+3}$ .

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3.$$

$$Dom_d = \mathbb{R} - \{-3\}.$$

(e)  $e(x) = \frac{3}{x^2 - 4}$ .

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$

$$|x| = 2$$

$$x = \pm 2.$$

$$Dom_e = \mathbb{R} - \{-2, 2\}.$$

(f)  $f(x) = \frac{5}{x^2 - 4x + 3}$ .

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4*1*3}}{2*1} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm 2}{2} \\x_1 &= \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3. \\x_2 &= \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1.\end{aligned}$$

$$Dom_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}.$$

$$(g) g(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}.$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4*1*3}}{2*1} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \\x_1, x_2 &= \frac{4 \pm 2}{2} \\x_1 &= \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3. \\x_2 &= \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1.\end{aligned}$$

$$Dom_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}.$$

$$(h) h(x) = |x + 1|.$$

$$Dom_h = \mathbb{R}.$$

$$(i) i(x) = 2^x.$$

$$Dom_i = \mathbb{R}.$$

$$(j) j(x) = 2^{x-5}.$$

$Dom_j = \mathbb{R}$ .

(k)  $k(x) = \ln(x)$ .

$x = 0$ .

$Dom_k = (0, +\infty)$ .

(l)  $l(x) = \ln(x + 4)$ .

$x + 4 > 0$

$x > -4$ .

$Dom_l = (-4, +\infty)$ .

### Ejercicio 17.

Sean  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = \sqrt{x-3}$ ,  $h(x) = \frac{1}{x}$ ,  $M(x) = \operatorname{sen}(x)$ ,  $W(x) = \frac{1}{x^2-1}$ . A partir de estas funciones, determinar:

(a) Dominio de cada una de las funciones.

$$\operatorname{Dom}_f = \mathbb{R}.$$

$$\operatorname{Dom}_g = [3, +\infty).$$

$$\operatorname{Dom}_h = \mathbb{R} - \{0\}.$$

$$\operatorname{Dom}_M = \mathbb{R}.$$

$$\operatorname{Dom}_W = \mathbb{R} - \{-1, 1\}.$$

(b) Expresión y dominio de:

(i)  $g + W$ .

$$g + W = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x^2-1}$$

$$g + W = \frac{(x^2-1)\sqrt{x-3}+1}{x^2-1}.$$

$$\operatorname{Dom}_{g+W} = \operatorname{Dom}_g \cap \operatorname{Dom}_W$$

$$\operatorname{Dom}_{g+W} = [3, +\infty) \cap \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$\operatorname{Dom}_{g+W} = [3, +\infty).$$

(ii)  $hM$ .

$$hM = \frac{1}{x} \operatorname{sen} x$$

$$hM = \frac{\operatorname{sen} x}{x}.$$

$$\operatorname{Dom}_{hM} = \operatorname{Dom}_h \cap \operatorname{Dom}_M$$

$$\operatorname{Dom}_{hM} = \mathbb{R} - \{0\} \cap \mathbb{R}$$

$$\operatorname{Dom}_{hM} = \mathbb{R} - \{0\}.$$

(iii)  $\frac{g}{f}$ .

$$\frac{g}{f} = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}.$$

$$Dom_{\frac{g}{f}} = Dom_g \cap Dom_f - \{x : f(x) = 0\}$$

$$Dom_{\frac{g}{f}} = [3, +\infty) \cap \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$Dom_{\frac{g}{f}} = [3, +\infty).$$

**(c)** Expresión y dominio de las siguientes funciones compuestas:

**(i)**  $f \circ g$ .

$$f \circ g = f(g(x))$$

$$f \circ g = \sqrt{x-3} + 1.$$

$$Dom_{f \circ g} = \{x \in Dom_g / g(x) \in Dom_f\}$$

$$Dom_{f \circ g} = \{x \in [3, +\infty) / \sqrt{x-3} \in \mathbb{R}\}$$

$$Dom_{f \circ g} = [3, +\infty).$$

**(ii)**  $h \circ f$ .

$$h \circ f = h(f(x))$$

$$h \circ f = \frac{1}{x+1}.$$

$$Dom_{h \circ f} = \{x \in Dom_f / f(x) \in Dom_h\}$$

$$Dom_{h \circ f} = \{x \in \mathbb{R} / (x+1) \in \mathbb{R} - \{0\}\}$$

$$Dom_{h \circ f} = \mathbb{R} - \{-1\}.$$

**(iii)**  $M \circ h$ .

$$M \circ h = M(h(x))$$

$$M \circ h = \operatorname{sen}(\frac{1}{x}).$$

$$Dom_{M \circ h} = \{x \in Dom_h / h(x) \in Dom_M\}$$

$$Dom_{M \circ h} = \{x \in \mathbb{R} - \{0\} / \frac{1}{x} \in \mathbb{R}\}$$

$$Dom_{M \circ h} = \mathbb{R} - \{0\}.$$

**(d)** Expresión de  $(h \circ M \circ f)$ .

$$h \circ M \circ f = h(M(f(x)))$$

$$h \circ M \circ f = \frac{1}{\sin(x+1)}.$$

### Ejercicio 18.

Identificar las funciones  $f$  y  $g$  de modo que las funciones dadas se puedan escribir como  $(f \circ g)$ .

(a)  $\operatorname{sen} x^3$ .

$$f(x) = \operatorname{sen} x.$$
$$g(x) = x^3.$$

$$(f \circ g)(x) = \operatorname{sen} x^3.$$

(b)  $\sqrt{x^4 + 1}$ .

$$f(x) = \sqrt{x}.$$
$$g(x) = x^4 + 1.$$

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{x^4 + 1}.$$

(c)  $\frac{1}{x^2+1}$ .

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$
$$g(x) = x^2 + 1.$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2+1}.$$

### Ejercicio 19.

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

$$(a) f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 2x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$Dom_f = (-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$$

$$Dom_f = \mathbb{R}.$$

$$(b) g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < 0 \\ \ln x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$Dom_g = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$Dom_g = \mathbb{R} - \{0\}.$$

### Ejercicio 20.

Dadas  $f(x) = 2 - x$  y  $g(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ x - 1, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ , hallar:

(a)  $f(g(0))$  y  $g(f(0))$ .

$$f(g(0)) = f(-0)$$

$$f(g(0)) = f(0)$$

$$f(g(0)) = 2 - 0$$

$$f(g(0)) = 2.$$

$$g(f(0)) = g(2)$$

$$g(f(0)) = 2 - 1$$

$$g(f(0)) = 1.$$

(b)  $f(f(2))$  y  $g(g(-1))$ .

$$f(f(2)) = f(2 - 2)$$

$$f(f(2)) = f(0)$$

$$f(f(2)) = 2 - 0$$

$$f(f(2)) = 2.$$

$$g(g(-1)) = g(-(-1))$$

$$g(g(-1)) = g(1)$$

$$g(g(-1)) = 1 - 1$$

$$g(g(-1)) = 0.$$

(c)  $f(g(\frac{1}{2}))$  y  $g(f(3))$ .

$$f(g(\frac{1}{2})) = f(\frac{1}{2} - 1)$$

$$f(g(\frac{1}{2})) = f(\frac{-1}{2})$$

$$f(g(\frac{1}{2})) = 2 - (\frac{-1}{2})$$

$$f(g(\frac{1}{2})) = 2 + \frac{1}{2}$$

$$f(g(\frac{1}{2})) = \frac{5}{2}.$$

$$g(f(3)) = g(2 - 3)$$

$$g(f(3)) = g(-1)$$

$$g(f(3)) = -(-1)$$

$$g(f(3)) = 1.$$