Universidad Torcuato Di Tella

Series de Tiempo

Practica 2 - Cointegracion

Primer Trimestre 2019

Marcos Lissauer

Problem 1

Asuma que el siguiente VAR(p) n variado para el proceso $\{y_t\}_{t=-\infty}^{+\infty}$

$$y_t = c + \mathbf{\Phi}_1 y_{t-1} + ... + \mathbf{\Phi}_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

y asuma que el proceso contiene exactamente una raiz unitaria. Encuentre la representación VMA(∞) y la VECM.

Solucion

Dado que se asume que el VAR(p) es I(1). Sabemos que el proceso de $\{\Delta y_t\}_{t=-\infty}^{+\infty}$ será $I\,(0)$. Luego, por el teorema de Wold, sabemos que el proceso de las diferencias puede ser escrito como una función lineal de los valores presentas y pasados de un proceso White Noise. Es decir, si $E\,(\Delta y_t) = \delta$ entonces

$$\Delta y_t - \delta = \mathbf{\Psi}_\infty\,(L)\,\varepsilon_t$$

Para obtener la representacion VECM, empezamos con la parametrizacion de ADF

$$\Delta y_t = c - \Phi_p(1)\, y_{t-1} - \sum_{i=1}^{p-1} \left[\sum_{j=1}^{p} \Phi_j \right] \Delta y_{y-i} + \varepsilon_t$$

Recuerde que$-\Phi_p(1)$ es una matriz singular que puede descomponerse en el producto de una matriz que mida la velocidad de ajuste (B) y la traspuesta de la matriz de cointegración, A (está probado en las *Lecture Notes*). Luego,

$$\Delta y_t = c - BA^T y_{t-1} - \sum_{i=1}^{p-1} \left[\sum_{j=1}^{p} \Phi_j \right] \Delta y_{y-i} + \varepsilon_t$$

Problem 2

Considere el siguiente ejemplo

$$\begin{aligned} y_t + \beta x_t &= u_{1t} \\ y_t + \alpha x_t &= u_{2t} \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} u_{1t} &= 0.2 u_{1t-1} + 0.8 u_{1t-2} + \varepsilon_{1t} \\ u_{2t} &= \rho u_{2t-1} + 0.5 u_{2t-2} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

1. ¿Cuál es el orden de integración de y_t y x_t?

2. Bajo que condiciones son y_t y x_t cointegradas?

3. Encuentre la representación MA y ECM (asumiendo que las variables cointegran)

Solución

1. Empecemos notando que $u_{1t} \sim I(1)$.

$$u_{1t} = 0.2u_{1t-1} + 0.8u_{1t-2} + \varepsilon_{1t}$$
$$\left(1 - 0.2L - 0.8L^2\right) u_{1t} = \varepsilon_{1t}$$

El polinomio en este caso es

$$P(z) = \left(1 - 0.2L - 0.8L^2\right)$$

Notemos que $z = 1$ y $z = -1.25$ son raices del polinomio, pues

$$P(1) = 1 - 0.2 - 0.8 = 0$$

Por ahora u_{2t} lo asumimos $I(0)$. Luego, a y_t y x_t lo podemos escribir como una combinación lineal de un proceso $I(0)$ y un $I(1)$

$$\begin{aligned} y_t + \beta x_t &= u_{1t} \\ y_t + \alpha x_t &= u_{2t} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha - \beta} \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

siempre y cuando $\alpha \neq \beta$. Ahora bien la combinación lineal de un proceso $I(0)$ con la de un proceso $I(1)$ es $I(1)$. Por lo tanto y_t y x_t con $I(1)$.

2. Queremos saber si las variables y_t y x_t cointegran. Para ello notemos que

$$y_t + \alpha x_t = u_{2t}$$

$$u_{2t} = \rho u_{2t-1} + 0.5 u_{2t-2} + \varepsilon_{2t}$$

Entonces para que las variables cointegren tiene que pasar que $u_{2t} \sim I(0)$. Tenemos que buscar condiciones para las cuales u_{2t} sea estacionario. Para ello empecemos escribiendo a u_{2t} en términos del polinomio autoregresivo.

$$\left(1 - \rho L - 0.5 L^2\right) u_{2t} = \varepsilon_{2t}$$

Queremos que las raices del polinomio caigan por fuera del circulo unitario es decir que

$$\left| \frac{\rho \pm \sqrt{\rho^2 + 2}}{-1} \right| > 1$$

O

$$-0.5 < \rho < 0.5$$

Si asumimos que esa condición se cumple, luego

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} \right\}_{t=-\infty}^{+\infty} \sim I(0)$$

y el vector de cointegración es $\begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$.

3. Asumiendo que $-0.5 < \rho < 0.5$, tenemos que encontrar la representación VMA y ECM.

VMA

Sabemos que

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha - \beta} \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

Luego

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha - \beta} \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{1t} \\ \Delta u_{2t} \end{bmatrix}$$

Ahora

$$(1 - L)(1 + 0.8L)\, u_{1t} = \varepsilon_{1t}$$

Luego

$$\begin{aligned} (1 + 0.8L)\, \Delta u_{1t} &= \varepsilon_{1t} \\ \Delta u_{1t} &= (1 + 0.8L)^{-1} \varepsilon_{1t} \end{aligned}$$

Por otra parte

$$\left(1 - \rho L - 0.5L^2\right) u_{2t} = \varepsilon_{2t}$$

$$u_{2t} = \left(1 - \rho L - 0.5L^2\right)^{-1} \varepsilon_{2t}$$

Luego,

$$\Delta u_{2t} = (1 - L)\left(1 - \rho L - 0.5L^2\right)^{-1} \varepsilon_{2t}$$

Tenemos así que nuestro VMA(∞) es

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} &= \frac{1}{\alpha - \beta} \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ & \qquad \begin{bmatrix} (1 + 0.8L)^{-1} \varepsilon_{1t} \\ (1 - L)\left(1 - \rho L - 0.5L^2\right)^{-1} \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

<u>ECM</u>

Denotemos a

$$u_t = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

Luego,

$$u_t = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} u_{t-1} + \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} u_{t-2} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

y

$$u_t = \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix}$$

Entonces,

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} u_{t-1} + \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} u_{t-2} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} = \quad & \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi}_1 \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \mathbf{\Phi}_2 \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} + \nu_t
$$

donde

$$
\begin{aligned}
\mathbf{\Phi}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \\
\mathbf{\Phi}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \\
\nu_t &= \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

De manera que y_t y x_t siguen un VAR(2) bivariado con una unit root. El polinomio asociado es

$$\Psi(x) = I_2 - \Phi_1 x - \Phi_2 x^2$$

Este puede re-escribirse de la siguiente forma

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} - \Phi_1 x - \Phi_2 x^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \left\{ I_2 - \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x^2 \right\} \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

Luego para recuperar el VECM procedemos de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} &= -\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \Phi_1 \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \Phi_2 \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} \\ &\quad + \Phi_2 \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} - \Phi_2 \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \nu_t \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \underbrace{-(I_2 - \Phi_1 - \Phi_2)}_{=-\Psi(1)} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \Phi_2 \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \nu_t$$

$$\left[\begin{array}{c}\Delta y_t\\ \Delta x_t\end{array}\right] = -\Psi(1)\left[\begin{array}{c}y_{t-1}\\ x_{t-1}\end{array}\right] + \Phi_2\left[\begin{array}{c}\Delta y_{t-1}\\ \Delta x_{t-1}\end{array}\right] + \nu_t$$

donde la matriz $-\Psi(1)$ puede descomponerse en el producto entre el vector de cointegración y vector de velocidad de ajuste.

$$-\Psi(1) = -\left[\begin{array}{cc}1 & \beta\\ 1 & \alpha\end{array}\right]^{-1}\left\{I_2 - \left[\begin{array}{cc}1 & 0\\ 0 & p+0.5\end{array}\right]\right\}\left[\begin{array}{cc}1 & \beta\\ 1 & \alpha\end{array}\right]$$

$$= -\left[\begin{array}{cc}1 & \beta\\ 1 & \alpha\end{array}\right]^{-1}\left[\begin{array}{cc}0 & 0\\ 0 & 0.5-p\end{array}\right]\left[\begin{array}{cc}1 & \beta\\ 1 & \alpha\end{array}\right]$$

$$= \frac{1}{\alpha-\beta}\left[\begin{array}{c}-\beta(\rho-0.5)\\ \rho-0.5\end{array}\right]\left[\begin{array}{cc}1 & \alpha\end{array}\right]$$

De esta manera nuestro VECM queda

$$\begin{aligned}\left[\begin{array}{c}\Delta y_t\\ \Delta x_t\end{array}\right] &= \frac{1}{\alpha-\beta}\left[\begin{array}{c}-\beta(\rho-0.5)\\ \rho-0.5\end{array}\right]\left[\begin{array}{cc}1 & \alpha\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}y_{t-1}\\ x_{t-1}\end{array}\right]\\ &\quad +\Phi_2\left[\begin{array}{c}\Delta y_{t-1}\\ \Delta x_{t-1}\end{array}\right] + \nu_t\end{aligned}$$

Problem 3

Abra el archivo Shiller.wf1.

1. Chequee si las variables precios y dividendos son integradas.

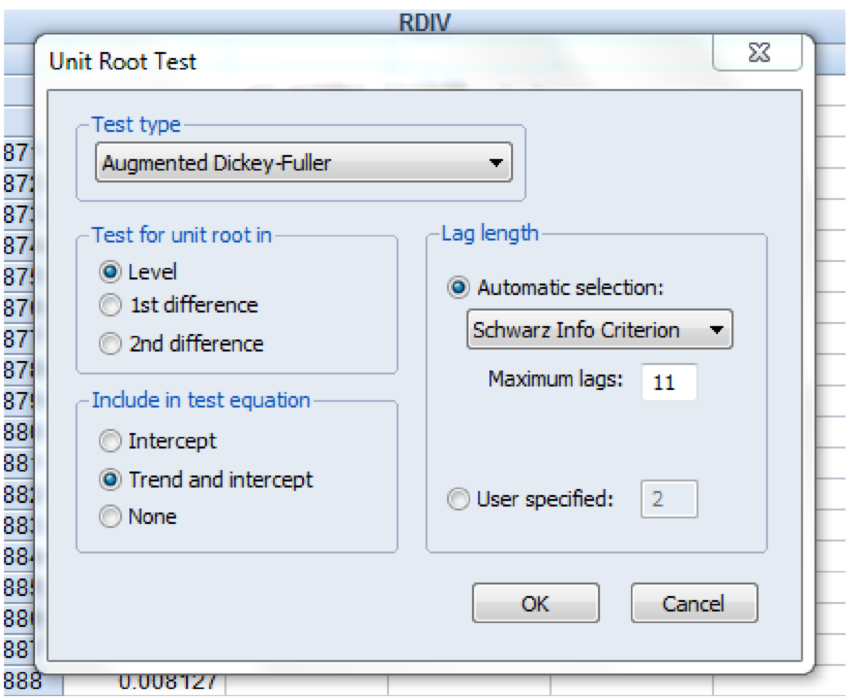
2. Regrese los real stock prices contra los real dividends y una constante. Chequee el orden de integración de los residuos. Según el modelo teórico ¿como debería ser?

Solucion

Para este ejercicio usamos como muestra los datos de 1871-1945. Para chequear que la variable precios y dividendos son integradas vamos a ejecutar un test de raiz unitaria para cada una de estas variables.

Para llevar a cabo este test tenemos que abrir la serie, ir a *View/Unit Root Test*.

Comenzamos con la serie de dividendos, seleccionamos para ella el ADF con tendencia y constante, y utilizamos el criterio de Schwarz para seleccionar el numero de lags relevantes.



El resultado de esa especificación es el siguiente

Null Hypothesis: RDIV has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.119018	0.1096
Test critical values:	1% level	-4.086877	
	5% level	-3.471693	
	10% level	-3.162948	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RDIV)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:02
Sample (adjusted): 1872 1945
Included observations: 74 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RDIV(-1)	-0.253034	0.081126	-3.119018	0.0026
C	0.001999	0.000689	2.900474	0.0050
@TREND(1871)	2.55E-05	1.37E-05	1.857603	0.0674

R-squared	0.123673	Mean dependent var	8.46E-05
Adjusted R-squared	0.098988	S.D. dependent var	0.001853
S.E. of regression	0.001759	Akaike info criterion	-9.808601
Sum squared resid	0.000220	Schwarz criterion	-9.715193
Log likelihood	365.9182	Hannan-Quinn criter.	-9.771340
F-statistic	5.009985	Durbin-Watson stat	1.704169
Prob(F-statistic)	0.009218		

El test no rechaza la hipotesis nula de que dividendos tenga una raiz unitaria. Sin embargo la tendencia no es significativa por lo que sería recomendable correr nuevamente el test sin ella.

Null Hypothesis: RDIV has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.520524	0.1148
Test critical values:	1% level	-3.521579	
	5% level	-2.901217	
	10% level	-2.587981	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RDIV)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:07
Sample (adjusted): 1872 1945
Included observations: 74 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RDIV(-1)	-0.145074	0.057557	-2.520524	0.0139
C	0.001730	0.000685	2.525109	0.0138

R-squared	0.081082	Mean dependent var	8.46E-05
Adjusted R-squared	0.068319	S.D. dependent var	0.001853
S.E. of regression	0.001789	Akaike info criterion	-9.788171
Sum squared resid	0.000230	Schwarz criterion	-9.725899
Log likelihood	364.1623	Hannan-Quinn criter.	-9.763330
F-statistic	6.353040	Durbin-Watson stat	1.803407
Prob(F-statistic)	0.013935		

Vemos que descartando la tendencia seguimos no rechazando. Por lo tanto rdiv$\sim I\left(1\right)$.

Realizamos lo mismo pero con el precios de los stocks. Comenzamos especificanfo constante y tendencia

Null Hypothesis: RSP has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.912559	0.1647
Test critical values:	1% level	-4.086877	
	5% level	-3.471693	
	10% level	-3.162948	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RSP)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:11
Sample (adjusted): 1872 1945
Included observations: 74 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RSP(-1)	-0.214348	0.073594	-2.912559	0.0048
C	0.036744	0.014853	2.473802	0.0158
@TREND(1871)	0.000350	0.000289	1.208597	0.2308

R-squared	0.108988	Mean dependent var	0.001997
Adjusted R-squared	0.083889	S.D. dependent var	0.046615
S.E. of regression	0.044617	Akaike info criterion	-3.341689
Sum squared resid	0.141341	Schwarz criterion	-3.248281
Log likelihood	126.6425	Hannan-Quinn criter.	-3.304427
F-statistic	4.342329	Durbin-Watson stat	1.711044
Prob(F-statistic)	0.016629		

Descartando la tendencia

Null Hypothesis: RSP has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.679183	0.0825
Test critical values:	1% level	-3.521579	
	5% level	-2.901217	
	10% level	-2.587981	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RSP)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:13
Sample (adjusted): 1872 1945
Included observations: 74 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RSP(-1)	-0.165935	0.061935	-2.679183	0.0091
C	0.039052	0.014777	2.642718	0.0101

R-squared	0.090657	Mean dependent var	0.001997
Adjusted R-squared	0.078027	S.D. dependent var	0.046615
S.E. of regression	0.044760	Akaike info criterion	-3.348352
Sum squared resid	0.144249	Schwarz criterion	-3.286080
Log likelihood	125.8890	Hannan-Quinn criter.	-3.323510
F-statistic	7.178022	Durbin-Watson stat	1.756453
Prob(F-statistic)	0.009139		

Vemos que precios es también un proceso integrado de orden uno.

En la teórica vimos que precios y dividendos cointegran, por lo que si estimamos una regresión de precios a dividendos deberíamos encontrarnos con que los residuos son $I(0)$. Para chequear esto estimamos la siguiente ecuacion

$$rsp = c + \beta r \,\mathsf{div} + u_i$$

Para ello vamos a *Quick/Estimate Equation* y especificamos la siguiente ecuacion

$$rsp \ c \ r\,\text{div}$$

En método de estimación utilizmaos OLS.

Dependent Variable: RSP
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:22
Sample: 1871 1945
Included observations: 75

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.012535	0.014506	-0.864143	0.3903
RDIV	20.80421	1.218307	17.07633	0.0000

R-squared	0.799781	Mean dependent var	0.223645
Adjusted R-squared	0.797038	S.D. dependent var	0.084062
S.E. of regression	0.037871	Akaike info criterion	-3.682968
Sum squared resid	0.104696	Schwarz criterion	-3.621169
Log likelihood	140.1113	Hannan-Quinn criter.	-3.658292
F-statistic	291.6011	Durbin-Watson stat	0.727003
Prob(F-statistic)	0.000000		

Para poder efectuar el test de raiz unitaria sobre los residuos, necesitamos generarnos la serie de los residuos. La forma de hacerlo es: una vez estimada la ecuacion vamos *Genr* y ahi tipeamos "nombre_de_la_variable"=resid.

Eso nos genera una serie con los residuos de la ultima estimacion.

Por último efectuamos el test de raiz unitaria

Null Hypothesis: RESIDUOS has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-4.029832	0.0001
Test critical values:	1% level	-2.596586	
	5% level	-1.945260	
	10% level	-1.613912	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESIDUOS)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 16:38
Sample (adjusted): 1872 1945
Included observations: 74 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUOS(-1)	-0.363842	0.090287	-4.029832	0.0001

R-squared	0.181932	Mean dependent var	0.000237
Adjusted R-squared	0.181932	S.D. dependent var	0.032289
S.E. of regression	0.029205	Akaike info criterion	-4.215541
Sum squared resid	0.062263	Schwarz criterion	-4.184405
Log likelihood	156.9750	Hannan-Quinn criter.	-4.203120
Durbin-Watson stat	1.820560		

Rechamos la hipótesis nula, es decir, que $\widehat{u}_t \sim I\,(0)$.

Problem 4

Para este ejercicio va a necesitar el archivo bond.wf1. El mismo contiene tasas de interés de 3,6 y 12 meses.

1. Encuentre el orden de integración de estas series.

2. Chequee si las variables cointegran.

3. Estime un ECM para estas variables.

Solucion

Primero vamos a empezar por chequear que cada una de las tasas de interés poseen una raiz unitaria. Para ello haremos un ADF para cada una de ellas.

Empezamos con r3

Null Hypothesis: R3 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=13)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.441812	0.1322
Test critical values:	1% level	-3.476472	
	5% level	-2.881685	
	10% level	-2.577591	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(R3)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 20:35
Sample (adjusted): 5 147
Included observations: 143 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R3(-1)	-0.096052	0.039336	-2.441812	0.0159
D(R3(-1))	-0.125051	0.085594	-1.460974	0.1463
D(R3(-2))	-0.205069	0.082687	-2.480058	0.0143
D(R3(-3))	0.234407	0.082536	2.840051	0.0052
C	0.631056	0.268351	2.351607	0.0201

R-squared	0.196513	Mean dependent var	0.015664
Adjusted R-squared	0.173223	S.D. dependent var	1.249541
S.E. of regression	1.136173	Akaike info criterion	3.127547
Sum squared resid	178.1427	Schwarz criterion	3.231143
Log likelihood	-218.6196	Hannan-Quinn criter.	3.169644
F-statistic	8.437831	Durbin-Watson stat	1.998974
Prob(F-statistic)	0.000004		

Para r6

Null Hypothesis: R6 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=13)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.345686	0.1593
Test critical values:	1% level	-3.476472	
	5% level	-2.881685	
	10% level	-2.577591	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(R6)
Method: Least Squares
Date: 04/25/16 Time: 20:36
Sample (adjusted): 5 147
Included observations: 143 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R6(-1)	-0.089630	0.038211	-2.345686	0.0204
D(R6(-1))	-0.138039	0.085920	-1.606605	0.1104
D(R6(-2))	-0.187253	0.083790	-2.234796	0.0270
D(R6(-3))	0.196331	0.083212	2.359399	0.0197
C	0.603450	0.265094	2.276360	0.0244

R-squared	0.165350	Mean dependent var	0.015944
Adjusted R-squared	0.141157	S.D. dependent var	1.163283
S.E. of regression	1.078058	Akaike info criterion	3.022539
Sum squared resid	160.3849	Schwarz criterion	3.126135
Log likelihood	-211.1115	Hannan-Quinn criter.	3.064635
F-statistic	6.834698	Durbin-Watson stat	2.025045
Prob(F-statistic)	0.000048		

Por último para r12

Esto quiere decir que para cada uno de los procesos que estoy mirando no puedo rechazar la hipotesis de que hay una raiz unitaria por lo que puedo considerar a las series como integradas de orden uno.

Para poder saber si hay relaciones de cointegración lo que primero tenemos que hacer es estimar el orden del

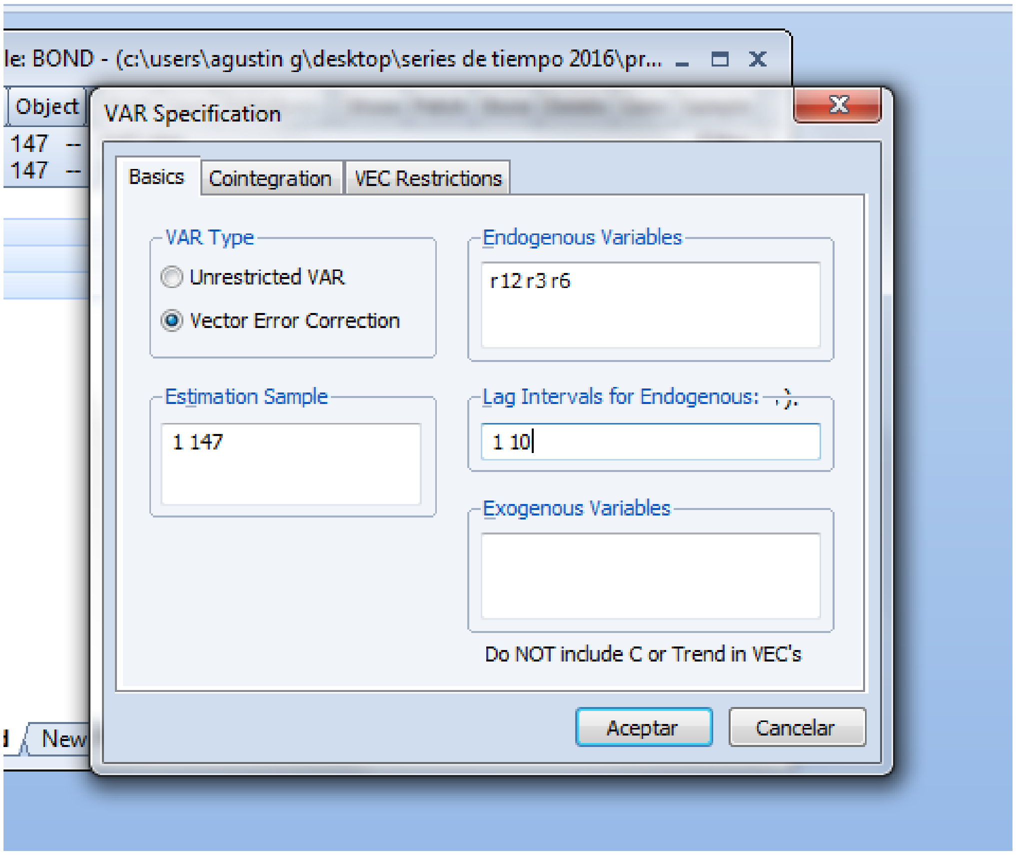
Null Hypothesis: R12 has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=13)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.426472	0.5278
Test critical values:	1% level	-2.581120	
	5% level	-1.943058	
	10% level	-1.615241	

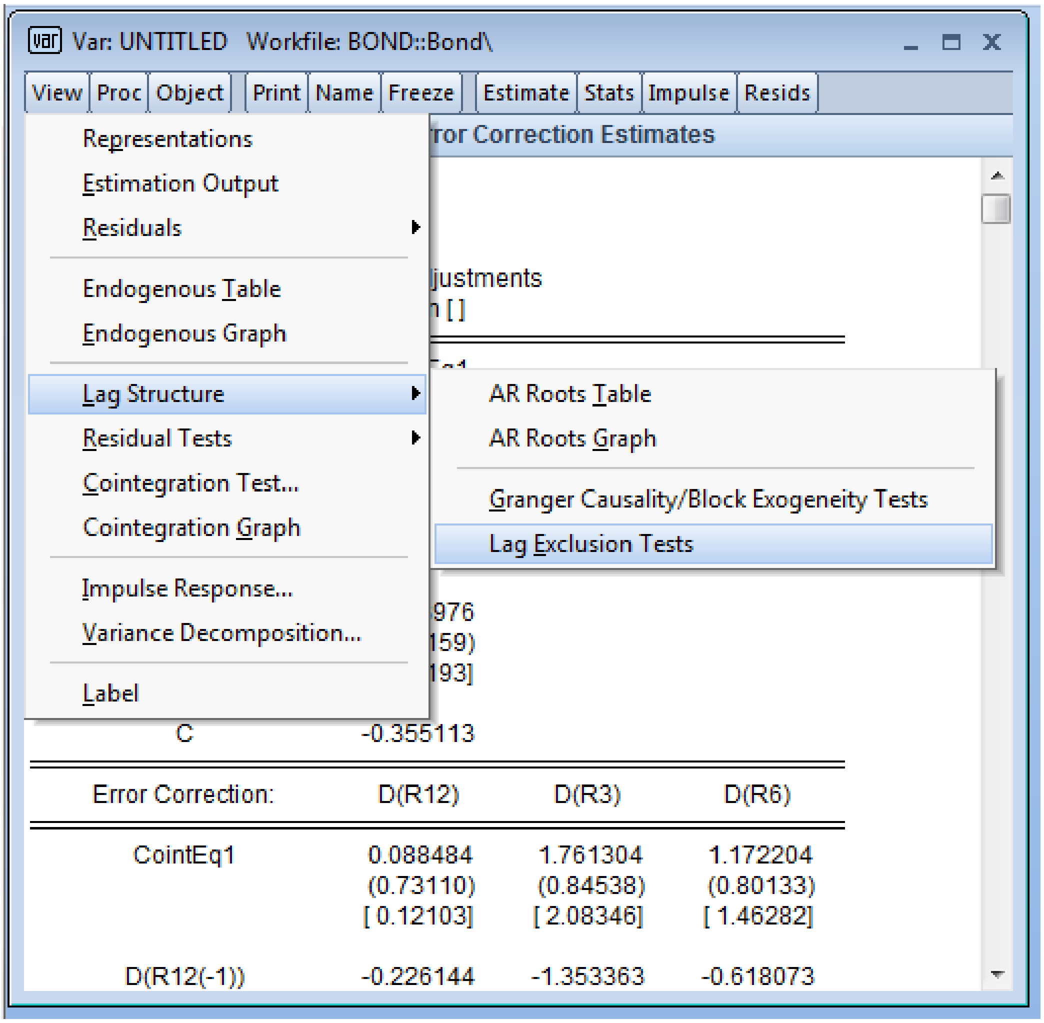
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

VECM. Testear por cointegración es válido si elegimos el orden del VECM correctamente.

Empezamos estimando entonces un VECM con 10 lags y luego ejecutaremos un Lag Exclusion Test para saber si los lags que agregamos son relevantes. Para estimar el VECM seleccionamos las series, hacemos click derecho y elegimo Open ...as Var. Debería aparecernos la siguiente ventana



En ella seleccionaremos el tipo de VAR = Vector error correction, y el intervalo de lags= 1 10. Por ahora la salida de la estimación no la vamos a mirar, nos interesa saber si los lags especificados son relevantes. Para ello nos vamos a VIEW, Lag Structure, Lag Exclusion test



La salida de ese test es

Chi-squared test statistics for lag exclusion:
Numbers in [ ] are p-values

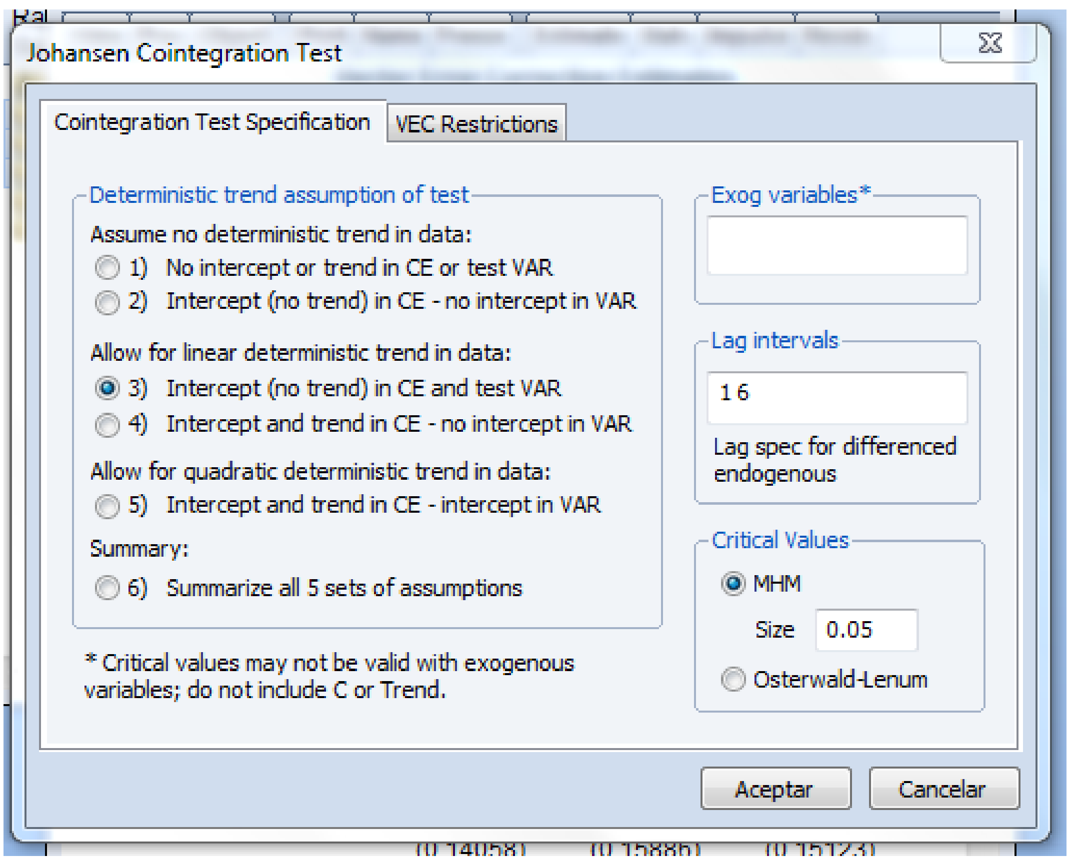
	D(R12)	D(R3)	D(R6)	Joint
DLag 1	5.228047 [0.155840]	4.027568 [0.258503]	3.809998 [0.282725]	66.58284 [7.09e-11]
DLag 2	4.438485 [0.217843]	3.935394 [0.268526]	3.205391 [0.361029]	53.60256 [2.25e-08]
DLag 3	4.478301 [0.214234]	9.481486 [0.023529]	6.004482 [0.111392]	47.45363 [3.23e-07]
DLag 4	1.433764 [0.697640]	3.956877 [0.266158]	3.208914 [0.360523]	43.24106 [1.95e-06]
DLag 5	1.278669 [0.734204]	6.841420 [0.077128]	3.761369 [0.288412]	33.14068 [0.000126]
DLag 6	3.804870 [0.283320]	7.938343 [0.047303]	6.722677 [0.081282]	22.96413 [0.006277]
DLag 7	9.233018 [0.026348]	9.900365 [0.019432]	9.241346 [0.026248]	15.32003 [0.082512]
DLag 8	2.456654 [0.483176]	3.424187 [0.330729]	2.872925 [0.411635]	13.92218 [0.125121]
DLag 9	3.550255 [0.314302]	1.253868 [0.740116]	1.930593 [0.586937]	30.44608 [0.000368]
DLag 10	0.044309 [0.997552]	0.522612 [0.913896]	0.263010 [0.966828]	4.576284 [0.869572]
df	3	3	3	9

Vemos que los lag 7 a 10 no son relevantes por que no podemos rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes correspondientes a cada uno de esos lags son conjuntamente iguales a cero. Luego estaremos estimando un VECM con 6 lags. Esto quiere decir que estaremos trabajando con el siguiente modelo

$$\Delta z_t = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + ... + \Gamma_6 \Delta z_{t-6} + \Pi z_{t-1} + u_t$$

donde $\Pi = \alpha\beta^T$, α representa la velocidad de ajuste y β el vector de cointegración. Para saber si existe alguna relacion de cointegración debemos mirar al rango de la matriz Π.

Como ya sabemos el orden del VEC podemos testear por cointegracion. Para ello en la ventana de estimación nos vamos a *Views/Cointegration Test.* La siguiente ventana debería aparecerles



Vamos especificar la opción 2 la cual admite una constante en la ecuación de cointegracion pero no en la del VAR. El motivo de esta eleccion la sacamos de los test de raiz unitaria que llevamos a cabo antes, en los tres casos la tendencia no era significativa por lo que cada seria no tiene tendencia esto nos lleva a optar por la opcion dos. Un resumen de cuando utilizar cada opcion se puede encontrar en el Help de Eviews en "Johansen Cointegration Test":

"In practice, cases 1 and 5 are rarely used. You should use case 1 only if you know that all series have zero mean. Case 5 may provide a good fit in-sample but will produce implausible forecasts out-of-sample. As a rough guide, use case 2 if none of the series appear to have a trend. For trending series, use case 3 if you believe all trends are stochastic; if you believe some of the series are trend stationary, use case 4. "

El resultado del test es el siguiente

Date: 04/26/16 Time: 00:14
Sample (adjusted): 8 147
Included observations: 140 after adjustments
Trend assumption: No deterministic trend (restricted constant)
Series: R12 R3 R6
Lags interval (in first differences): 1 to 6

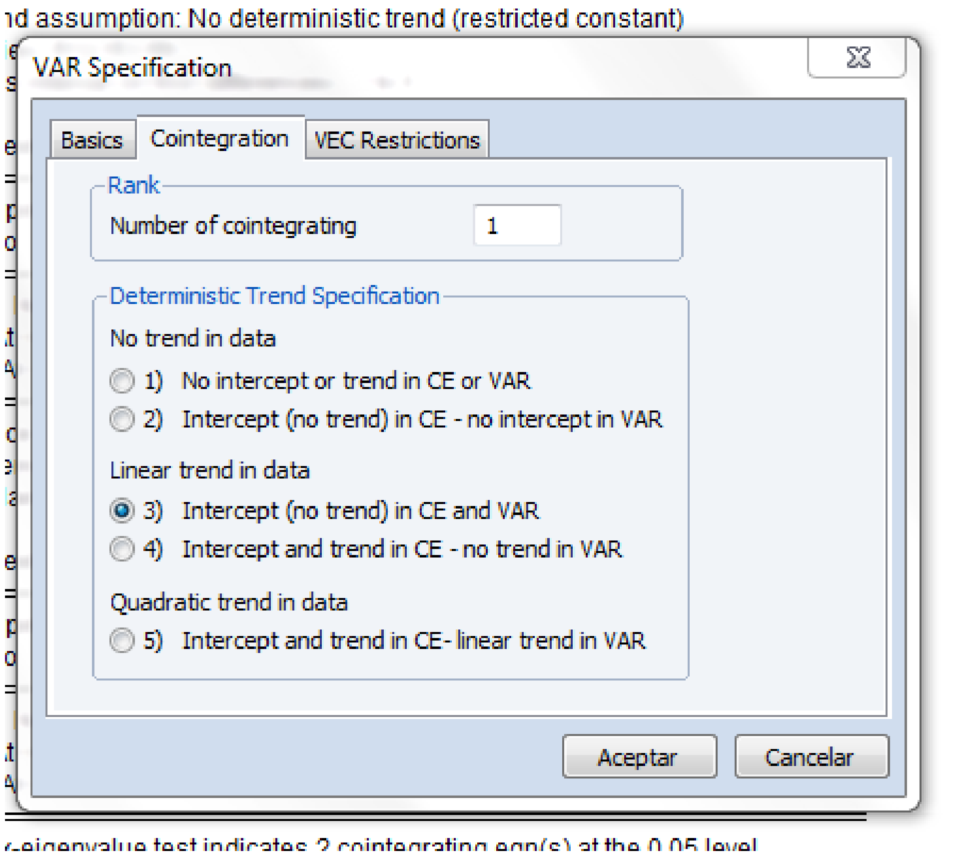
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.219619	63.64275	35.19275	0.0000
At most 1 *	0.137917	28.92648	20.26184	0.0025
At most 2	0.056552	8.150002	9.164546	0.0777

Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

De acuerdo al test de la traza tenemos dos relaciones de cointegracion.

Ahora que sabemos el numero de relaciones de cointegracion podemos estimar el ECM. Tenemos que imponer la restriccion de que hay dos relaciones de cointegracion. Para ello abrimos una vez mas la ventana de estimación y hacemos Click en la pestaña de Cointegration, alli podremos especificar el número de relaciones de cointegracion, tenemos que especificar ademas la misma estructura con la cual efectuamos el test, es decir la opcion 2.



Por motivos de espacio mostramos unicamente la parte superior de la salida

Vector Error Correction Estimates
Date: 04/26/16 Time: 00:43
Sample (adjusted): 8 147
Included observations: 140 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:	CointEq1	CointEq2	
R12(-1)	1.000000	0.000000	
R3(-1)	0.000000	1.000000	
R6(-1)	-0.956161	-1.002830	
	(0.01542)	(0.00934)	
	[-62.0049]	[-107.337]	
C	-0.340484	0.163003	
	(0.10692)	(0.06478)	
	[-3.18454]	[2.51636]	
Error Correction:	**D(R12)**	**D(R3)**	**D(R6)**
CointEq1	-1.243508	-0.496276	-0.523777
	(0.78577)	(0.89581)	(0.85335)
	[-1.58254]	[-0.55400]	[-0.61379]
CointEq2	-3.113383	-3.807924	-3.163743
	(1.23854)	(1.41199)	(1.34506)
	[-2.51375]	[-2.69685]	[-2.35211]
D(R12(-1))	0.996090	0.789088	1.012962
	(0.75029)	(0.85537)	(0.81482)
	[1.32760]	[0.92251]	[1.24317]
D(R12(-2))	1.766822	1.463512	1.702819
	(0.73224)	(0.83479)	(0.79522)
	[2.41289]	[1.75315]	[2.14132]

1 Problem 5

Para este ejercicio va a necesitar el archivo termduffie.wf1.

1. Estime un VECM para las tasas de interés. Recuerde que para ello primero tiene que encontrar el número de lags.

2. ¿Las variables cointegran?

3. ¿Cuántas relaciones de cointegración hay?

4. El modelo teórico nos da una relación especifica sobre los vectores de cointegración. La misma establece que la relación debería ser 1 -1. Testee esta restricción.

Solucion

Para este ejercicios vamos a trabajar con las series "r...a", continuando con el ejemplo de la clase teorica. Comenzamos por identificar el número de Lags relevantes, para ello seleccionamos las 6 series y las abrimos como un VAR. Empezamos estimando un VEC con 10 lags y ejecutamos el Lag Exclusion Test. (**Nota: usted debería chequear primero que las series sean integradas, para este ejercicio no lo vamos a hacer pero usted puede comprobar que cada una de ellas no es I**(0)).

Chi-squared test statistics for lag exclusion: Numbers in [ ] are p-values						
	R3MA	R6MA	R1YA	R2YA	R5YA	R10YA
Lag 1	64.00393 [6.89e-12]	62.45794 [1.42e-11]	57.13729 [1.71e-10]	54.30013 [6.42e-10]	65.99102 [2.71e-12]	79.11062 [5.44e-15]
Lag 2	8.946245 [0.176624]	11.42525 [0.076090]	11.77296 [0.067230]	12.01054 [0.061734]	10.22014 [0.115682]	11.24946 [0.080966]
Lag 3	18.69776 [0.004706]	16.90938 [0.009622]	11.28300 [0.080014]	9.014207 [0.172781]	7.696464 [0.261195]	9.822252 [0.132340]
Lag 4	3.885916 [0.692112]	5.257941 [0.511181]	6.041774 [0.418527]	6.215694 [0.399467]	8.435618 [0.207893]	10.20461 [0.116296]
Lag 5	4.156686 [0.655482]	5.482907 [0.483525]	6.634837 [0.355940]	7.399603 [0.285467]	8.103827 [0.230595]	12.14399 [0.058833]
Lag 6	18.09288 [0.006004]	20.15291 [0.002601]	20.25891 [0.002490]	16.70163 [0.010445]	18.02657 [0.006166]	23.18204 [0.000738]
Lag 7	5.278274 [0.508649]	4.501988 [0.609074]	5.523708 [0.478596]	8.084983 [0.231943]	11.03180 [0.087399]	15.89329 [0.014338]
Lag 8	5.280784 [0.508337]	5.896397 [0.434895]	5.518384 [0.479238]	5.609144 [0.468365]	7.190217 [0.303614]	13.01338 [0.042824]
Lag 9	5.007703 [0.542826]	4.953960 [0.549732]	4.102553 [0.662800]	3.272642 [0.773931]	1.756899 [0.940645]	3.124047 [0.793124]
Lag 10	2.406067 [0.878829]	2.409364 [0.878470]	2.595193 [0.857666]	3.114871 [0.794297]	2.969622 [0.812650]	3.511683 [0.742415]
df	6	6	6	6	6	6

vemos que el lag noveno y décimo no son relevantes. Por lo que estimaremos un VEC con 8 lags.

Sabiendo el número de rezagos relevantes podemos aplicar el test de Johansen para ver si las series cointegran. Como ninguna de las series posee tendencia vamos a utilizar la opción tres como vieron en clase: Intercept (no trend) in CE and test VAR.

Date: 04/26/16 Time: 11:31
Sample (adjusted): 10 188
Included observations: 179 after adjustments
Trend assumption: Linear deterministic trend
Series: R3M R6M R1Y R2Y R5Y R10Y
Lags interval (in first differences): 1 to 8

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.237963	143.2147	95.75366	0.0000
At most 1 *	0.175347	94.56962	69.81889	0.0002
At most 2 *	0.136545	60.05978	47.85613	0.0024
At most 3 *	0.087818	33.78011	29.79707	0.0165
At most 4 *	0.078580	17.32724	15.49471	0.0262
At most 5	0.014849	2.677963	3.841466	0.1017

Trace test indicates 5 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

El test de la traza nos indica que hay 5 relaciones de cointegración.

Esto quiere decir que debemos estimar un VECM con 8 lags y 5 relaciones de cointegracion. (por motivos de espacio solo muestro la estimacion de las relaciones de cointegracion)

Vector Error Correction Estimates
Date: 04/26/16 Time: 11:32
Sample (adjusted): 10 188
Included observations: 179 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:	CointEq1	CointEq2	CointEq3	CointEq4	CointEq5
R3M(-1)	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R6M(-1)	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R1Y(-1)	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000
R2Y(-1)	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
R5Y(-1)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000
R10Y(-1)	-0.961288	-0.969473	-0.979182	-0.986517	-0.988529
	(0.05123)	(0.05036)	(0.04642)	(0.03800)	(0.01822)
	[-18.7627]	[-19.2504]	[-21.0926]	[-25.9617]	[-54.2612]
C	0.002244	0.001794	0.001438	0.000997	0.000280

Lo último que queremos hacer es testear algunas restricciones sobre estas relaciones de Cointegración, de acuerdo a la teoria economica la relacion deberia ser 1 -1 entre la de corto y largo plazo. Nosotros para ellos vamos a testear que la suma de los coeficientes en la relacion de cointegración suma cero.

Para ello una vez estimado el VECM volvemos a *View/Cointegration Test/VEC Restrictions* alli habilitaremos el cuadro "Impose Restrictions" y escribiremos nuestra restricción. Los coeficientes de la relación de cointegración estan dados por los valores B(r,k) donde r corresponde a la ecuación de Cointegración y k a la variable que acompaña. Entonces nuestra restriccion sería

$$
\begin{aligned}
B(1,1)+B(1,2)+B(1,3)+B(1,4)+B(1,5)+B(1,6) &= \\
B(2,1)+B(2,2)+B(2,3)+B(2,4)+B(2,5)+B(2,6) &= \\
B(3,1)+B(3,2)+B(3,3)+B(3,4)+B(3,5)+B(3,6) &= \\
B(4,1)+B(4,2)+B(4,3)+B(4,4)+B(4,5)+B(4,6) &= \\
B(5,1)+B(5,2)+B(5,3)+B(5,4)+B(5,5)+B(5,6) &=
\end{aligned}
$$

Tenemos luego que no rechazamos la hipotesis de las restricciones se cumplan. Es decir que la relación de la term structure se cumple en promedio.

Restrictions:

B(1,1)+B(1,2)+B(1,3)+B(1,4)+B(1,5)+B(1,6)=0,
B(2,1)+B(2,2)+B(2,3)+B(2,4)+B(2,5)+B(2,6)=0,
B(3,1)+B(3,2)+B(3,3)+B(3,4)+B(3,5)+B(3,6)=0,
B(4,1)+B(4,2)+B(4,3)+B(4,4)+B(4,5)+B(4,6)=0,
B(5,1)+B(5,2)+B(5,3)+B(5,4)+B(5,5)+B(5,6)=0,

Tests of cointegration restrictions:

Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likehood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
5	6988.683	8.032613	5	0.154447