Microeconomía

Ingreso MECAP

Equilibrio General

Economía de intercambio puro

Tomás Bustos
tomasmbustos@gmail.com

Verano 2023

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Introducción

- En esta sección vamos a estudiar los mercados en **equilibrio general**
- La oferta y demanda interactúan todos los mercados para determinar los precios de todos los bienes
- Vamos a tratar un caso particular en el que la oferta está fija y dada por dotaciones (no hay producción)
- Las únicas decisiones que se toman son las de compra/venta de las dotaciones de consumo (**economía de intercambio puro**).
- Estudiaremos mercados perfectamente competitivos: los individuos toman los precios como dados al momento de tomar sus decisiones.

Equilibrio General

Definimos las características de la economía:

- 2 individuos $(h = A, B)$ y 2 bienes $(i = 1, 2)$.
- Cada individuo está caracterizado por su relación de preferencias $\succsim_h$, definida en $\mathbb{R}^2_+$ y representada por la función de utilidad $u_h(X^h)$. Suponemos que las preferencias son monótonas y convexas.
- Las variables endógenas que queremos encontrar resolviendo el modelo son los precios (p_1, p_2) y la canasta de consumo $X^h = (x_1^h, x_2^h)$ para cada individuo $h = A, B$.
- Cada individuo está dotado de una cantidad inicial de ambos bienes $\Omega^h = (\omega_1^h, \omega_2^h)$ exógena.
- Llamamos $\omega_i = \omega_i^A + \omega_i^B$ a la dotación total de bien i en el mercado.

Caja de Edgeworth

Para analizar el intercambio de dos bienes entre dos agentes utilizaremos una herramienta gráfica: la caja de Edgeworth

- Llamaremos **asignación** a un par de canastas de consumo. En nuestro caso, (X^A, X^B) se define como una asignación.

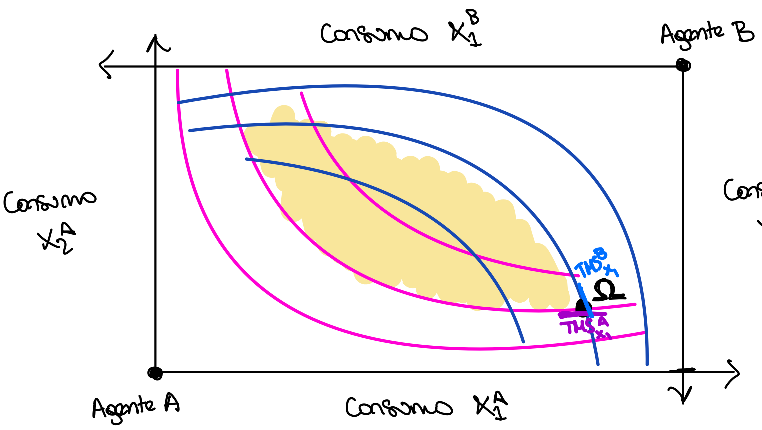
Asignación factible

Una asignación (X^A, X^B) es factible si el total de lo que se consume entre todos los individuos no supera el total disponible de la economía (suma de las dotaciones para todos los individuos) para cada bien:

$$x_i^A + x_i^B \leq \omega_i^A + \omega_i^B, \; \forall i = 1, 2$$

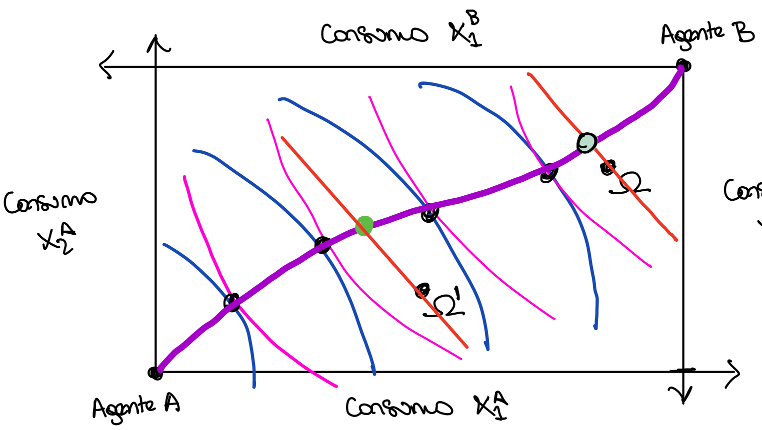
Caja de Edgeworth

- Vamos a representar todas las asignaciones factibles en una “caja”. La esquina inferior izquierda será el origen para el agente 1 y la superior derecha para el agente 2.
- El ancho de la caja medirá la cantidad total de bien 1 en la economía, mientras que la altura mide la cantidad de bien 2.
- Una asignación factible interesante es $X^A = (\omega_1^A, \omega_2^A)$ y $X^B = (\omega_1^B, \omega_2^B)$, que es la cantidad que cada individuo lleva al mercado y se podría consumir si no hay intercambio.
- Noten que podemos marcar la asignación del agente A y por factibilidad, el remanente será la asignación del agente B
- Las curvas de indiferencia se grafican saliendo del eje de cada individuo.

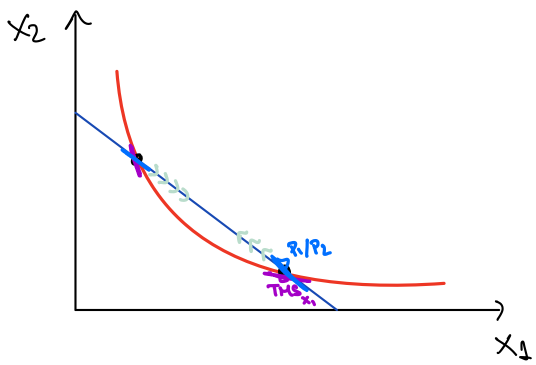


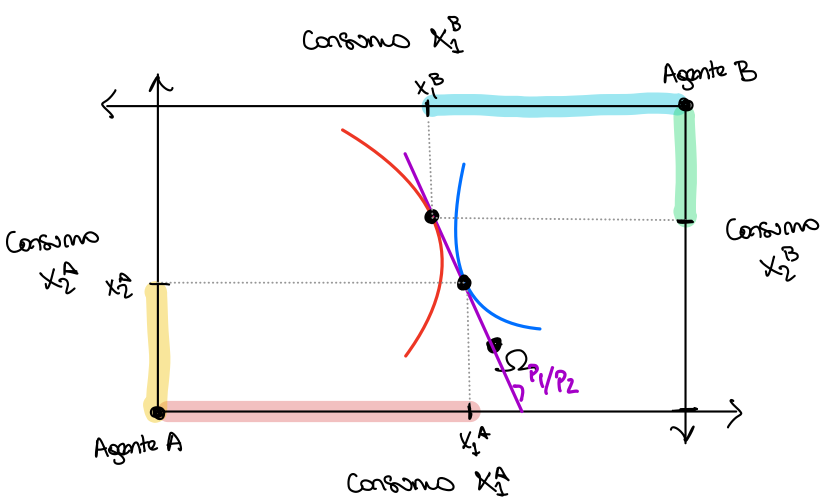
$\mathbf{X} = (X^A, X^B)$

$\boldsymbol{\Omega} = (\Omega^A, \Omega^B)$

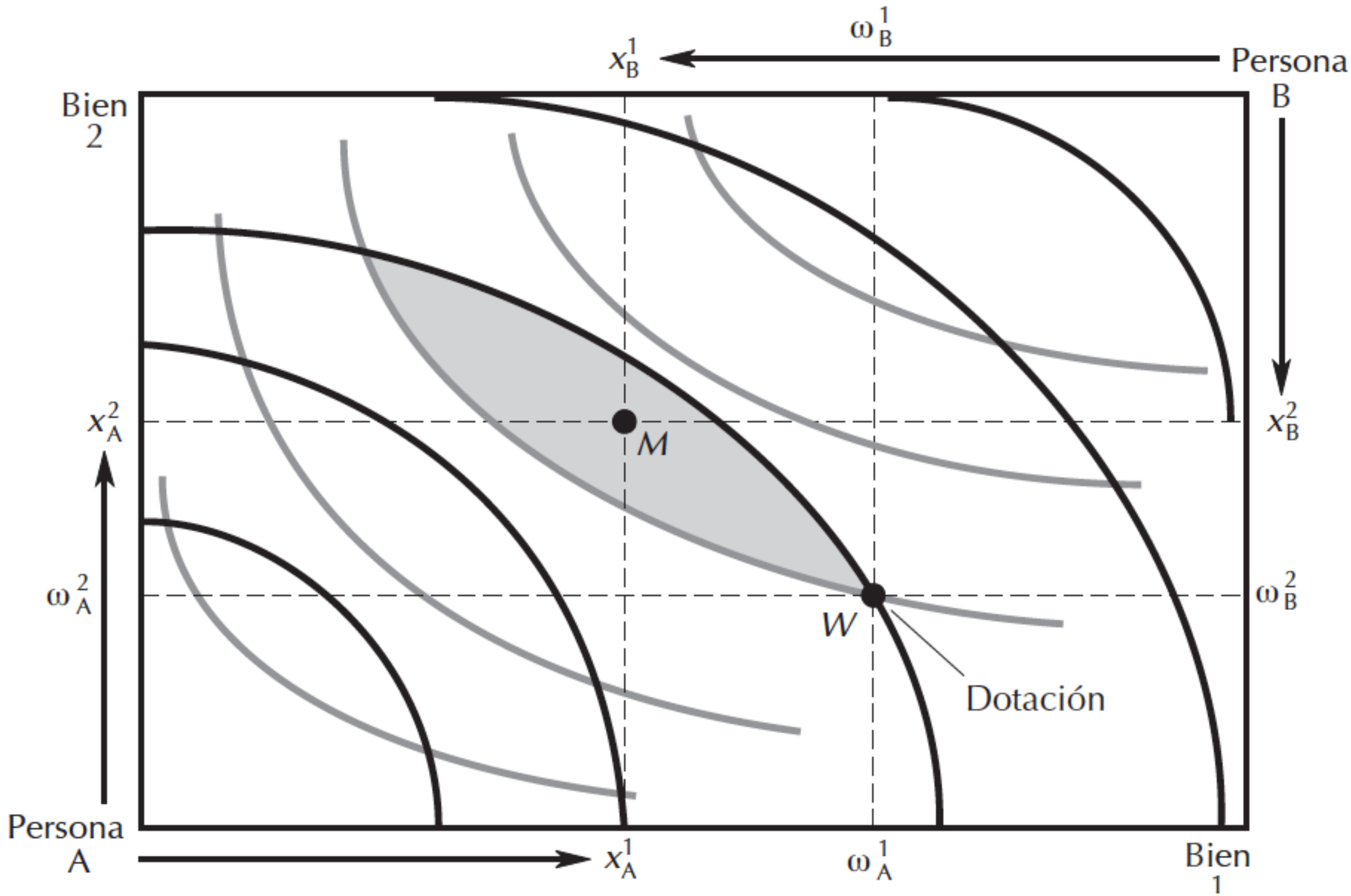


Curva de contrato.





Caja de Edgeworth



Caja de Edgeworth

- En la caja de Edgeworth anterior, W representa la dotación de ambos individuos. La utilidad que alcanza cada agente con esa canasta viene dada por las curvas de indiferencia que pasan por ese punto.
- Analicemos el punto M. Es factible, pues está dentro de la caja, y ambos individuos alcanzarían una utilidad mayor en ese punto.
- La región sombreada la llamaremos "**región mutuamente ventajosa**". Es el conjunto de asignaciones que se pueden alcanzar intercambiando y que deja a ambos individuos mejor.
- Podemos repetir el mismo análisis en el punto M...
- El comercio continúa hasta que no existe ningún intercambio más que sea mejor para ambas partes. ¿Cuál es esa posición?

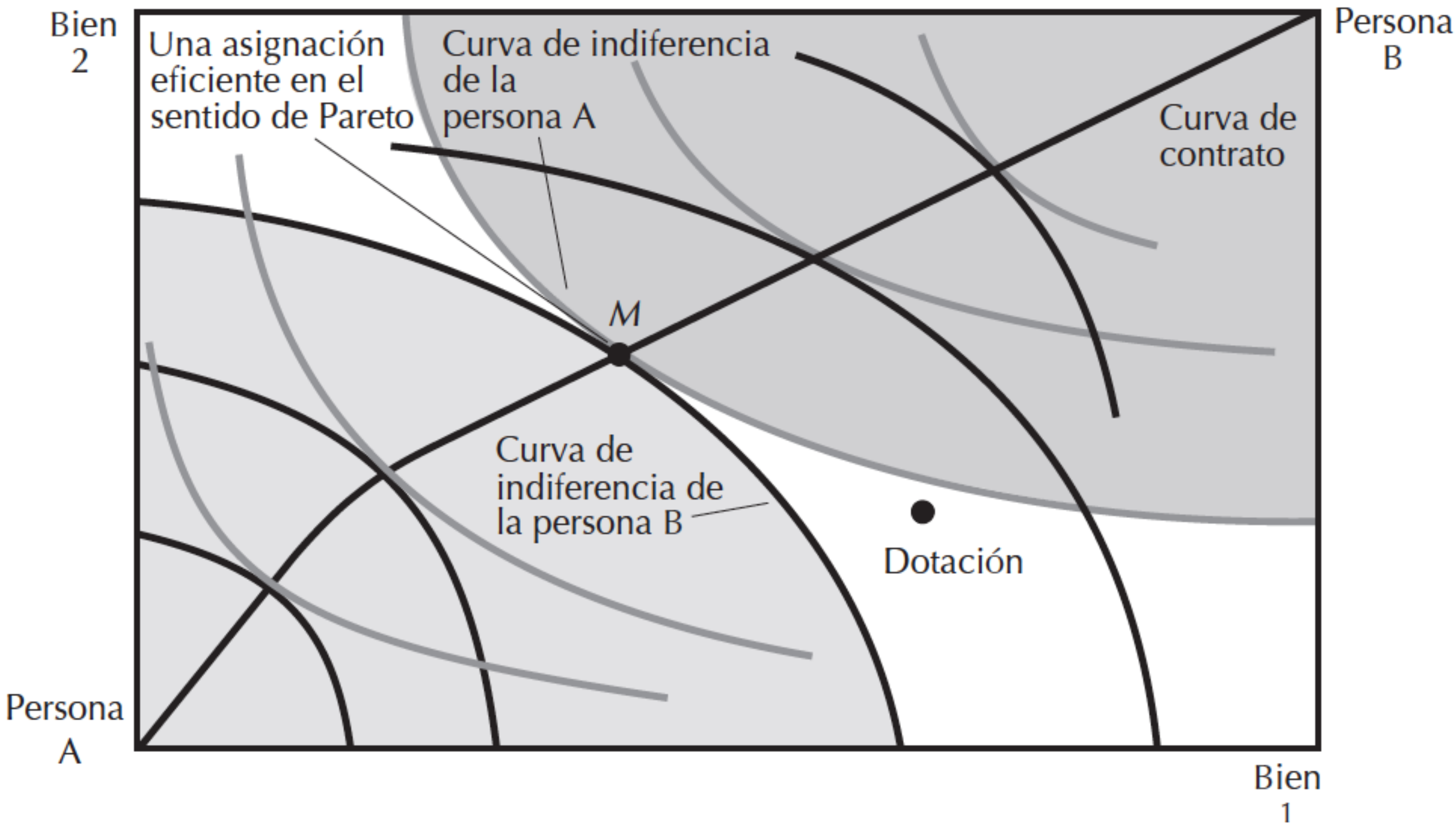
Eficiencia en sentido de Pareto

Asignación eficiente (Pareto)

Una asignación es **eficiente en el sentido de Pareto** si no hay manera de mejorar el bienestar de un individuo sin empeorar el bienestar de otro.

- Si una asignación resultante del comercio es eficiente en sentido de Pareto, entonces todas las ganancias del comercio habrán sido agotadas y no habrá intercambios mutuamente ventajosos que queden sin hacer.
- La idea es que cada individuo se encuentra en la máxima curva de indiferencia que puede alcanzarse, dada la curva de indiferencia del otro individuo.
- En particular, si las preferencias son estrictamente monótonas y convexas, esto se alcanza en los puntos de tangencia entre las curvas de indiferencia.
- La línea que conecta estos puntos la llamamos **curva de contrato**.

Curva de Contrato



Intercambio de Mercado

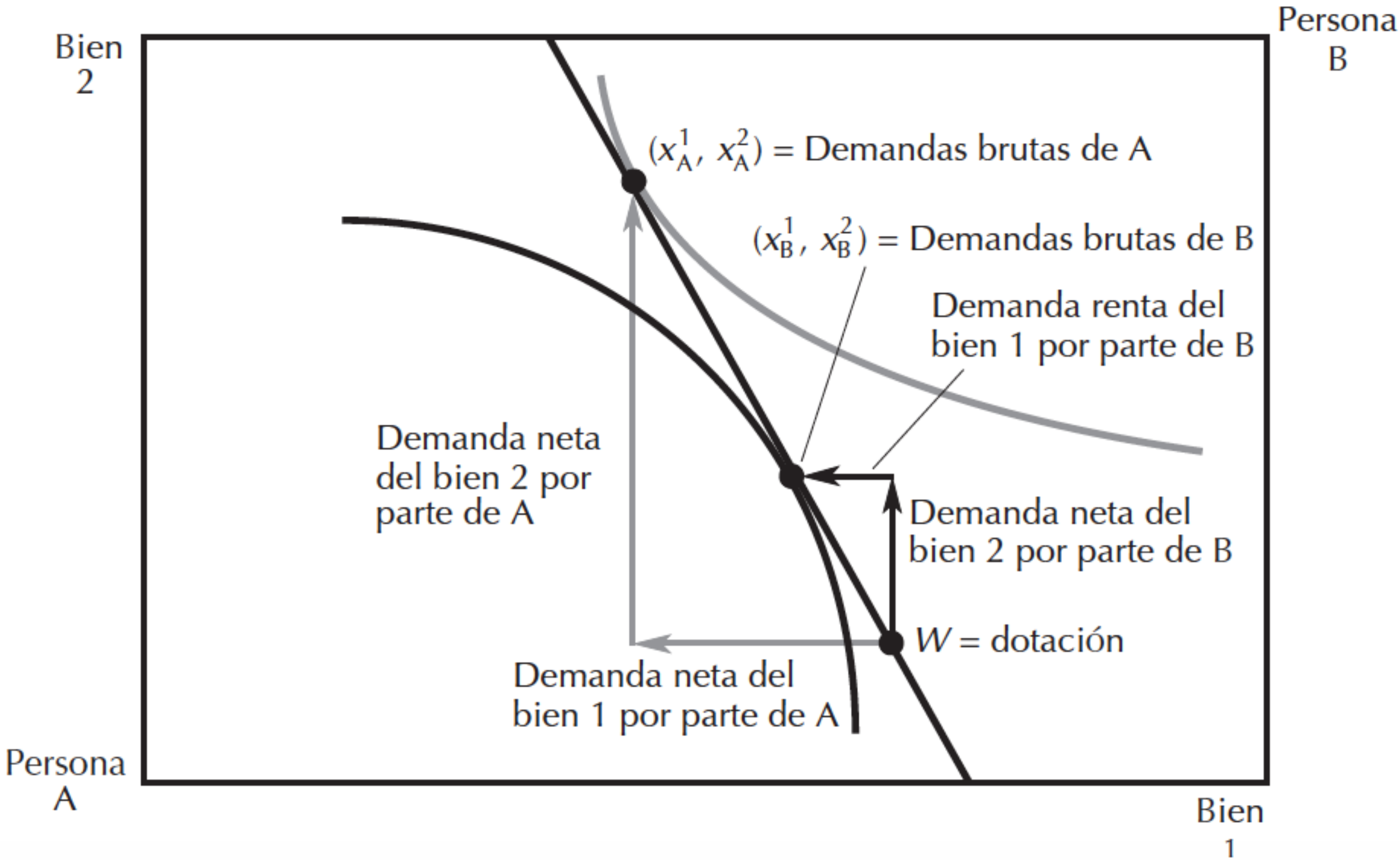
Formalicemos el intercambio entre los agentes:

- Dados $(\mathbf{p}, \omega^h)$, el consumidor h elige la canasta X^h que hace máxima su utilidad.
- Definimos las **demandas netas** (o exceso de demanda) como la diferencia entre lo que el individuo quiere consumir y su dotación:

$$e_{i,j} = x_{i,j}^M - \omega_i^j$$

- Las **demandas brutas** son las demandas marshallianas.
- **Problema:** para un vector de precios (p_1, p_2) arbitrario, no hay garantía de que la suma de las cantidades que los dos agentes quieren consumir de un bien sea igual a la cantidad de ese bien disponible en la economía.

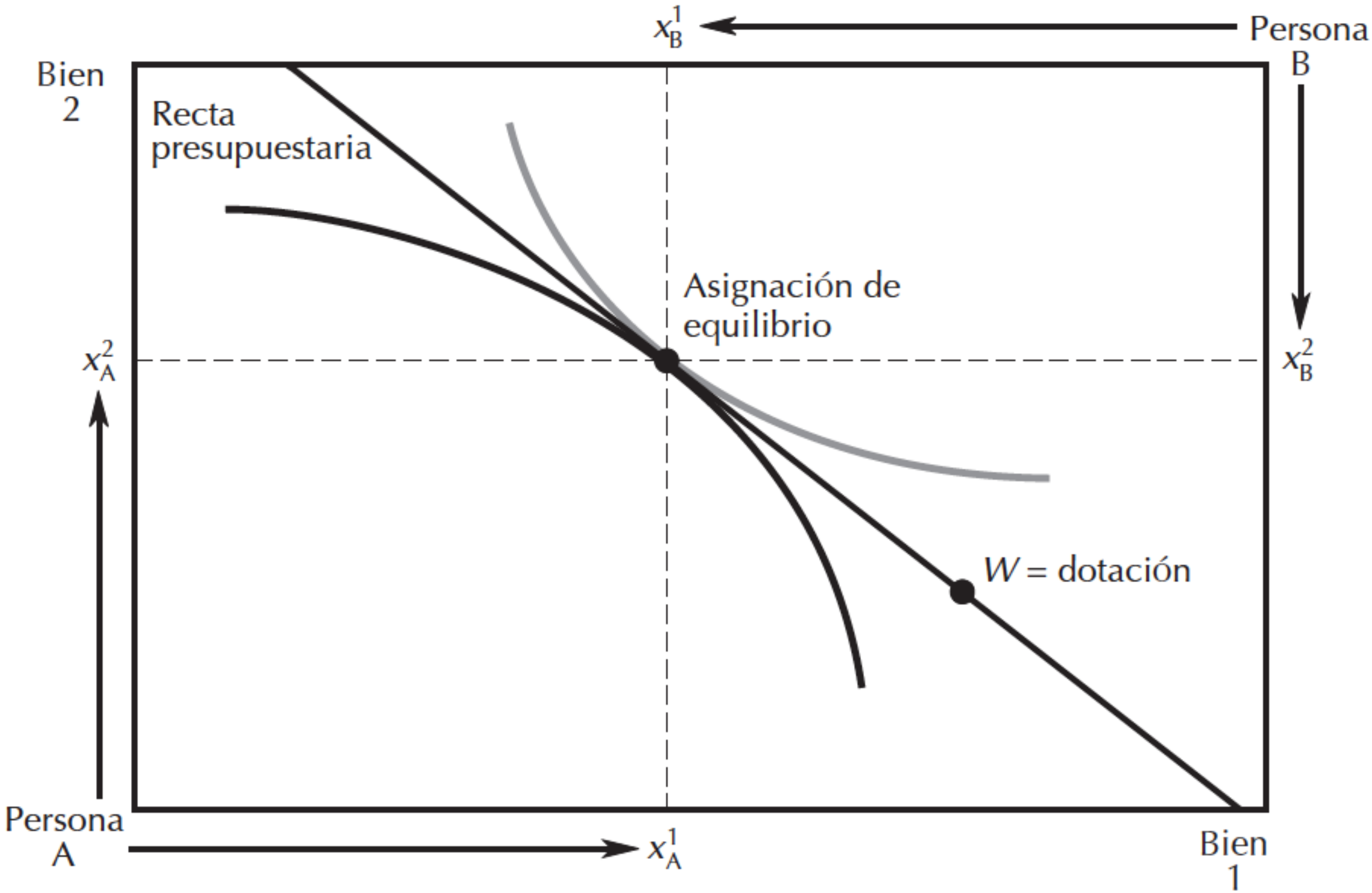
Equilibrio walrasiano (idea)



Equilibrio walrasiano (idea)

- En este caso, diremos que el mercado no está en equilibrio, si hay un exceso de demanda del bien subirá el precio y si hay un exceso de oferta, bajará.
- Este proceso continuará hasta que la oferta se iguale a la demanda y los mercados se "vacíen". Cuando esto suceda diremos que el mercado está en **equilibrio**.

Equilibrio walrasiano (idea)



Equilibrio

Equilibrio walrasiano

Un equilibrio general walrasiano o competitivo de la economía de intercambio puro es una asignación $\underbrace{(x_A^*, x_B^*)}$ y un vector de precios $\underbrace{\mathbf{p}^*}$ tales que:

1. x_h^* es la solucion del problema del consumidor h dados los precios $\mathbf{p}^*$. Es decir, $x_h^* = x_h^M(\mathbf{p}^*, m^*)$, $\forall h$.
2. $\boxed{\mathbf{p}^*}$ es tal que todos los mercados se vacian. Es decir, $\forall i$:

$$x_{i,A}^* + x_{i,B}^* = \omega_i^A + \omega_i^B \qquad , \; i = 1, 2$$

Resolución Algebraica del Equilibrio

El procedimiento para resolver algebráicamente un problema de equilibrio general puede resumirse en los siguientes pasos:

- Encontrar las demandas marshallianas de ambos individuos.
- Igualar oferta y demanda del mercado de un bien para encontrar el vector de precios.
- Reemplazar el vector de precios de equilibrio en las demandas de los individuos para encontrar las cantidades demandadas en equilibrio.

Resolución Algebraica del Equilibrio

- Como los precios son variables endógenas en el problema de equilibrio general, también la riqueza de los individuos es una variable endógena.

- Sin embargo, para calcular las demandas marshalianas, tomamos el ingreso como si fuera exógeno (pues para nuestro agente los precios son variables exógenas, y su ingreso es justamente el precio de mercado de su dotación) y resolvemos el problema del consumidor para un ingeso exógeno dado, es decir:

$$\max_{\{x_{1,h}, x_{2,h}\}} U(x_{1,h}, x_{2,h}) \quad s.a. \quad p_1 x_{1,h} + p_2 x_{2,h} = m_h$$

- Dado que tenemos dos bienes y dos individuos, vamos a obtener 4 demandas marshalianas: $(x_1^A(\mathbf{p}, m_A), x_2^A(\mathbf{p}, m_A))$ y $(x_1^B(\mathbf{p}, m_B), x_2^B(\mathbf{p}, m_B))$.

Resolución Algebraica del Equilibrio

- Una vez encontradas dichas demandas marshalianas, es útil notar que los ingresos de los individuos dependen de los precios de la siguiente manera:

$$m_A = p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A$$
$$m_B = p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B$$

  Es decir, el ingreso de cada individuo es la cantidad de dinero que obtendría si fuera al mercado y vendiera su dotación.

- El siguiente paso es reemplazar estas expresiones en la demandas marshalianas encontradas, obteniendo demandas que dependen únicamente de los precios: $(x_1^A(p_1, p_2), x_2^A(p_1, p_2))$ y $(x_1^B(p_1, p_2), x_2^B(p_1, p_2))$

Resolución Algebraica del Equilibrio

Antes de entrar en el análisis de equilibrio propiamente dicho, vamos a presentar un resultado que nos va a ser muy útil:

Ley de Walras (Corolario)

Si las restricciones de presupuesto de los individuos se cumplen con igualdad, la suma del valor monetario de los excesos de demanda en todos los mercados es nula: $\forall p \geq 0$,

$$\sum_i p_i \sum_h (x^M_{i,h}(\mathbf{p}, m_h) - \omega^h_i) = 0.$$

- Noten que el resultado anterior es valido para cualquier vector de precios, sea o no de equilibrio.

Ley Walras:

$$P_1 \cdot X_1^h + P_2 \cdot X_2^h = P_1 \cdot \omega_1^h + P_2 \cdot \omega_2^h, \quad h \in \{A, B\}$$

$$P_1 \cdot (X_1^A + X_1^B) + P_2 (X_2^A + X_2^B) = P_1 \cdot \omega_1 + P_2 \cdot \omega_2$$

Resolución Algebraica del Equilibrio

$$p_1(\underbrace{x_1^A + x_1^B - w_1}_{=0}) + p_2(\underbrace{x_2^A + x_2^B - w_2}_{=0}) = 0$$

En una economía con n mercados, si $n-1$ mercados están en equilibrio, el n-ésimo también lo está.

- Esto significa que en una economia con n mercados, sólo podemos encontrar $n-1$ precios de equilibrio (de las n condiciones de equilibrio, solo $n-1$ son linealmente independientes).

$$x^M(\mathbf{p}, m) = x^M(t \cdot \mathbf{p}, t \cdot m)$$

- Esto sucede porque las funciones de demanda son homogéneas de grado 0. Esto significa que si todos los precios aumentan en la misma proporción (los precios relativos no cambian), las decisiones de consumo de los individuos no cambian. Es decir, si $\mathbf{p}^*$ es un vector de precios de equilibrio, entonces $\forall \alpha > 0,\ \alpha\mathbf{p}^*$ también es un vector de precios de equilibrio.

$$\mathbf{p}^* \quad t \cdot \mathbf{p}^* \qquad \mathbf{p}^* = (p_1^*, p_2^*) = \left(1, \frac{p_2^*}{p_1^*}\right) \qquad \frac{1}{p_1^*} \cdot \mathbf{p}^* = \left(\frac{p_1^*}{p_1^*}, \frac{p_2^*}{p_1^*}\right)$$

- Entonces, podemos fijar el precio de un bien arbitrario en cualquier valor. Si ese valor arbitrario es 1 entonces decimos que el bien correspondiente es un bien numerario y significa que todos los demás precios pueden expresarse en términos del bien numerario.

Resolución Algebraica del Equilibrio

- Volviendo a la resolución algebraica del equilibrio, sabemos que se va a cumplir:

$$x_{1,A}^{M}(p_1^*, p_2^*) + x_{1,B}^{M}(p_1^*, p_2^*) = \omega_1$$

$$x_{2,A}^{M}(p_1^*, p_2^*) + x_{2,B}^{M}(p_1^*, p_2^*) = \omega_2$$

- Por Ley de Walras, sabemos que si un mercado está en equilibrio, entonces el otro también lo estará. Además, podemos fijar el precio de un bien en 1. En particular, $p_1 = 1$.

- Entonces, nos queda una ecuación con una incógnita:

$$x_{1,A}^{M}(p_2^*) + x_{1,B}^{M}(p_2^*) = \omega_1$$

- De aquí podemos despejar p_2^* y sustituir en las funciones de demanda marshallianas para encontrar las asignaciones de equilibrio.

Equilibrio y Eficiencia

- Luego de haber encontrado la asignación de equilibrio, nos podemos preguntar si ya se han agotado todos los beneficios posibles del intercambio. La respuesta es sí.

Primer Teorema Fundamental del Bienestar

Toda asignación resultante en un equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto.

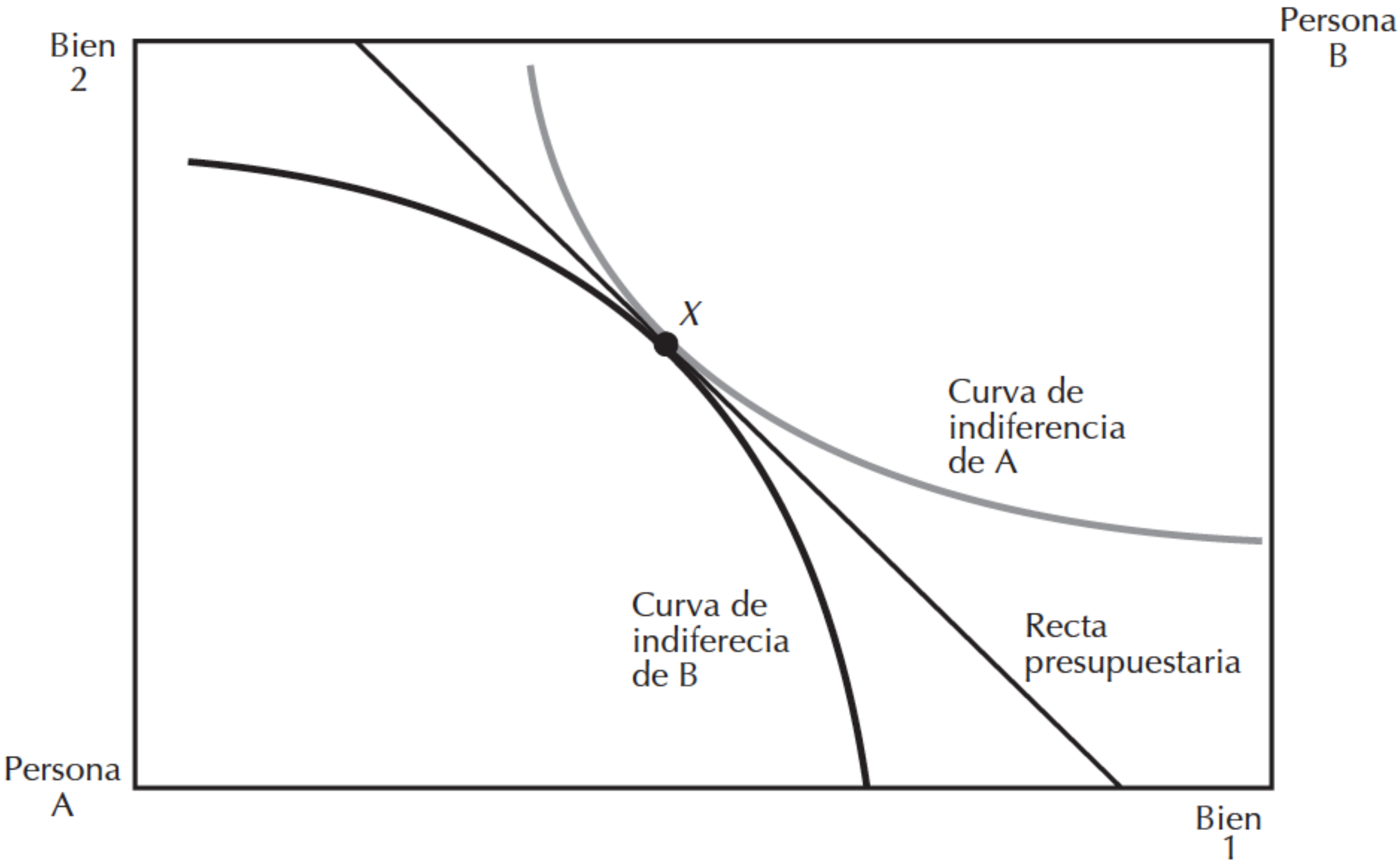
- El resultado es realmente poderoso, pues establece que bajo nuestros supuestos, el libre comercio entre los agentes agota las posibilidades de transacciones que generen mejoras mutuas.

Equilibrio y Eficiencia

¿Vale la vuelta? ¿Cualquie asignación Pareto eficiente puede implementarse como un equilibrio de mercado? Sí, bajo ciertas condiciones.

- Tomemos una asignación que sea Pareto óptima. En ella, las curvas de indiferencia de los agentes son tangentes.
- Si graficamos una línea recta cuya pendiente sea la de las curvas en ese punto, habremos encontrado la recta de presupuesto (y por lo tanto el ratio de precios) que genera a dicha asignación como el equilibrio competitivo.
- Lo único que tendríamos que hacer es reasignar las dotaciones, de manera que efectivamente la recta encontrada sea la recta presupuestaria.

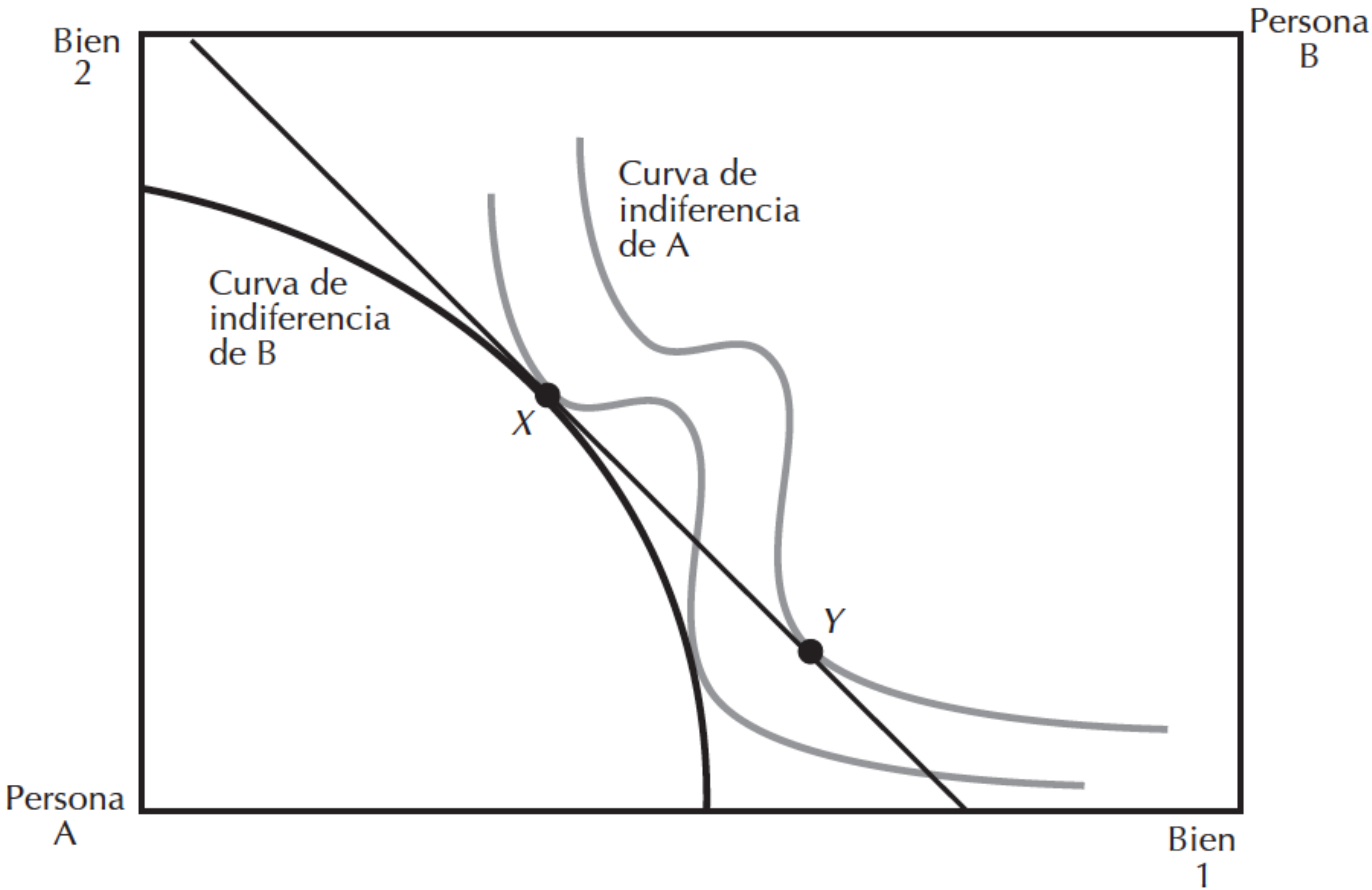
Equilibrio y Eficiencia



Equilibrio y Eficiencia

- Por lo tanto, si se realizan reasignaciones apropiadas de dotaciones, el resultado luego de las transacciones será el punto Pareto óptimo deseado.
- Sin embargo, si las preferencias no satisfacen convexidad, este resultado puede no ser posible.

Equilibrio y Eficiencia



Equilibrio y Eficiencia

- Notar que la asignación X es Pareto óptima, pero no puede ser descentralizada pues dados los precios el agente A elegiría Y.
- El problema es que sus preferencias no son convexas.

Segundo Teorema Fundamental del Bienestar

Si las preferencias de los agentes son convexas, todo punto Pareto óptimo puede ser descentralizado como equilibrio competitivo si se reasignan apropiadamente las dotaciones.

COMPETITIVO → EFICIENTE

EFICIENTE → COMPETITIVO
(con transferencias)
(si las pref. son convexas)

1) Agente A: DEMANDAS MARSHALLIANAS

$$\max_{(x_1^A, x_2^A)} \quad u^A = x_1^{\alpha}\, x_2^{1-\alpha} \qquad \downarrow \alpha$$

$$\text{s.a.:} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = \underbrace{p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A}_{m'}$$

Sabemos la solución a este problema:

$$x_1^M(p, m') = \alpha \frac{m'}{p_1}, \qquad x_2^M(p, m') = (1-\alpha) \cdot \frac{m'}{p_2}$$

$$= \alpha \cdot \left(\omega_1^A + \frac{p_2}{p_1} \omega_2^A\right) \qquad = (1-\alpha) \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \omega_1^A + \omega_2^A\right)$$

2) Agente B: DEMANDAS MARSHALLIANAS

$$\max_{(x_1^A, x_2^A)} \quad u^A = x_1^{\gamma}\, x_2^{1-\gamma}$$

$$x_1^M = \gamma \cdot \frac{m}{p_1} \qquad m \to p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A$$

$$\text{s.a.:} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = \underbrace{p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B}_{m'}$$

$$x_1^M(p, m') = \gamma \cdot \left(\omega_1^B + \frac{p_2}{p_1} \omega_2^B\right) \qquad x_2^M(p, m') = (1-\gamma) \left(\frac{p_1}{p_2} \omega_1^B + \omega_2^B\right)$$

3) Condición de vaciamiento

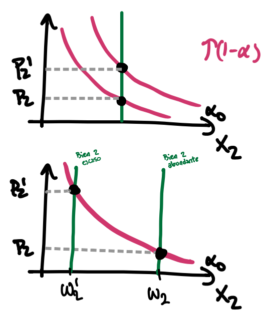
$p_1 = 1$ por conveniencia y ley de Walras.

$$x_1^M(p, m') + x_1^M(p, m') = \omega_1^A + \omega_1^B$$

$$\alpha \cdot \left(\omega_1^A + p_2 \omega_2^A\right) + \gamma \cdot \left(\omega_1^B + p_2 \omega_2^B\right) = \omega_1^A + \omega_1^B$$

$$p_2 \left(\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B\right) = (1-\alpha) \omega_1^A + (1-\gamma) \omega_1^B$$

$$p_1^* = 1 \qquad \boxed{p_2^* = \frac{(1-\alpha)\omega_1^A + (1-\gamma)\omega_1^B}{\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B}}$$



4) Asignación de equilibrio.

$$x_1^A(p, m') = \alpha \left(\omega_1^A + \frac{(1-\alpha)\omega_1^A + (1-\gamma)\omega_1^B}{\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B} \cdot \omega_2^A\right) \qquad x_2^A(p, m') = (1-\alpha)\left(\omega_1^A \frac{\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B}{(1-\alpha)\omega_1^A + (1-\gamma)\omega_1^B} + \omega_2^A\right)$$

$$x_1^B(p, m') = \gamma \cdot \left(\omega_1^B + \frac{(1-\alpha)\omega_1^A + (1-\gamma)\omega_1^B}{\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B} \cdot \omega_2^B\right) \qquad x_2^A(p, m') = (1-\gamma)\left(\omega_1^B \frac{\alpha \omega_2^A + \gamma \omega_2^B}{(1-\alpha)\omega_1^A + (1-\gamma)\omega_1^B} + \omega_2^B\right)$$