

Trabajo Práctico N° 4

Ejercicio 1.

Construir un test de normalidad multivariada y aplicarlo sobre los datos correspondientes al primer ejercicio de la práctica 2. ¿Se puede concluir que el vector de medias de los datos es distinto del vector nulo? Recordemos del Ejercicio 1 de la Práctica 2 que el archivo “ine.dta” es una base de datos que contiene los gastos promedio, en euros, de los hogares españoles, por grandes rubros y comunidad autónoma, correspondientes a los relevamientos de la encuesta de presupuestos familiares del año 2005 realizada por el Instituto Nacional de Estadísticas de España (INE).

Test for multivariate normality

Mardia mSkewness =	84.03333	chi2(286) =	302.066	Prob>chi2 =	0.2459
Mardia mKurtosis =	130.2492	chi2(1) =	2.558	Prob>chi2 =	0.1097
Henze-Zirkler =	.9871703	chi2(1) =	3.025	Prob>chi2 =	0.0820
Doornik-Hansen		chi2(22) =	18.126	Prob>chi2 =	0.6985

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10% (excepto con el test Henze-Zirkler), estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

Hotelling T2 =	1894.51
Hotelling F(11,7) =	70.92
Prob > F =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias de los datos es distinto del vector nulo.

Ejercicio 2.

Generar una muestra de 100 observaciones de una población normal multivariada teniendo en cuenta los siguientes vectores de parámetros:

$$\mu = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,45 \\ 0,23 \\ 0,54 \\ 0,12 \\ 0,63 \\ 0,66 \\ 0,32 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 0,67 \\ 0,89 \\ 0,56 \\ 0,9 \\ 0,56 \\ 0,34 \\ 0,76 \\ 0,13 \end{pmatrix}.$$

(a) Efectuar un test para verificar la normalidad de la base de datos construida.

Test for multivariate normality

Mardia mSkewness =	8.975172	chi2(120) =	155.098	Prob>chi2 =	0.0171
Mardia mKurtosis =	81.19782	chi2(1) =	0.224	Prob>chi2 =	0.6359
Henze-Zirkler =	.9600012	chi2(1) =	0.093	Prob>chi2 =	0.7601
Doornik-Hansen		chi2(16) =	16.982	Prob>chi2 =	0.3867

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10% (excepto con el test de Mardia mSkewness), estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

(b) ¿Existe evidencia empírica suficiente que permita concluir que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo?

Test that all means are 0

Hotelling T2 =	2798.76
Hotelling F(8,92) =	325.11
Prob > F =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias no es igual al vector nulo.

(c) Efectuar un test para contrastar la hipótesis acerca de la igualdad de las medias de las variables que componen la matriz de datos.

Test that all means are the same

Hotelling T ² =	907.75
Hotelling F(7,93) =	121.82
Prob > F =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

(d) *Contrastar la esfericidad de la distribución de los datos.*

Test that covariance matrix is spherical

Adjusted LR chi ² (35) =	412.74
Prob > chi ² =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

(e) *¿Se verifica, estadísticamente, la diagonalidad de la matriz de varianzas y covarianzas en los datos?*

Test that covariance matrix is diagonal

Adjusted LR chi ² (28) =	21.96
Prob > chi ² =	0.7833

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.

Ejercicio 3.

Repetir el ejercicio anterior, considerando, en este caso, la siguiente estructura:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma_1), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \Sigma_2), X_3 \sim \mathcal{N}(\mu_3, \Sigma_3),$$

siendo:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 0,45 \\ 0,23 \\ 0,54 \\ 0,12 \\ 0,63 \\ 0,66 \\ 0,32 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0,67 \\ 0,89 \\ 0,56 \\ 0,9 \\ 0,56 \\ 0,34 \\ 0,76 \\ 0,13 \end{pmatrix}, \pi_1 = 40\%; \\ \mu_2 &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1,45 \\ 1,23 \\ 1,54 \\ 1,12 \\ 1,63 \\ 1,66 \\ 1,32 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1,67 \\ 1,89 \\ 1,56 \\ 1,9 \\ 1,56 \\ 1,34 \\ 1,76 \\ 1,13 \end{pmatrix}, \pi_2 = 50\%; \\ \mu_3 &= \begin{pmatrix} 4 \\ 2,45 \\ 2,23 \\ 2,54 \\ 2,12 \\ 2,63 \\ 2,66 \\ 2,32 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 2,67 \\ 2,89 \\ 2,56 \\ 2,9 \\ 2,56 \\ 2,34 \\ 2,76 \\ 2,13 \end{pmatrix}, \pi_3 = 10\%. \end{aligned}$$

(a) *Comentar lo observado en contraste con el ejercicio anterior.*

Test for multivariate normality

Mardia mSkewness =	28.42167	chi2(120) =	491.147	Prob>chi2 =	0.0000
Mardia mKurtosis =	119.1498	chi2(1) =	239.486	Prob>chi2 =	0.0000
Henze-Zirkler =	3.806584	chi2(1) =	2707.749	Prob>chi2 =	0.0000
Doornik-Hansen		chi2(16) =	75.323	Prob>chi2 =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 = 305.22
Hotelling F(8,92) = 35.46
Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 = 138.64
Hotelling F(7,93) = 18.60
Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

```
Adjusted LR chi2(35) = 169.53
Prob > chi2 = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

```
Adjusted LR chi2(28) = 93.63
Prob > chi2 = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.

(b) Efectuar similares contrastes, pero considerando cada partición de X por separado.

Partición 1:

Test for multivariate normality

```
Mardia mSkewness = 19.60508   chi2(120) = 142.825   Prob>chi2 = 0.0761
Mardia mKurtosis = 78.2123    chi2(1) = 0.200   Prob>chi2 = 0.6549
Henze-Zirkler    = .9268645   chi2(1) = 0.015   Prob>chi2 = 0.9039
Doornik-Hansen   chi2(16) = 11.505   Prob>chi2 = 0.7773
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10% (excepto con el test de Mardia mSkewness), estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 = 791.94
Hotelling F(8,32) = 81.22
Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 = 247.35
Hotelling F(7,33) = 29.90
Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

```
Adjusted LR chi2(35) = 156.40
Prob > chi2 = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

```
Adjusted LR chi2(28) = 30.87
Prob > chi2 = 0.3231
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.

Partición 2:

Test for multivariate normality

```
Mardia mSkewness = 13.51716 chi2(120) = 120.983 Prob>chi2 = 0.4577
Mardia mKurtosis = 75.87215 chi2(1) = 1.331 Prob>chi2 = 0.2486
Henze-Zirkler = .9684794 chi2(1) = 1.195 Prob>chi2 = 0.2744
Doornik-Hansen chi2(16) = 22.179 Prob>chi2 = 0.1375
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 = 715.13
Hotelling F(8,42) = 76.62
Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 =      96.28
Hotelling F(7,43) =    12.07
Prob > F =      0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

```
Adjusted LR chi2(35) =    68.67
Prob > chi2 =    0.0006
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

```
Adjusted LR chi2(28) =    34.75
Prob > chi2 =    0.1771
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.

Partición 3:

Test for multivariate normality

```
Mardia mSkewness = 51.66604   chi2(120) = 119.165   Prob>chi2 = 0.5044
Mardia mKurtosis = 65.33476   chi2(1) = 3.360   Prob>chi2 = 0.0668
Henze-Zirkler = .9390528     chi2(1) = 2.155   Prob>chi2 = 0.1421
Doornik-Hansen      chi2(16) = 27.724   Prob>chi2 = 0.0341
```

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 =    1555.29
Hotelling F(8,2) =    43.20
Prob > F =    0.0228
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 =    44.12
Hotelling F(7,3) =    2.10
Prob > F =    0.2911
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

```
Adjusted LR chi2(35) =      53.09
Prob > chi2 =      0.0256
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

```
Adjusted LR chi2(28) =      38.75
Prob > chi2 =      0.0850
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos es diagonal.

(c) Proponer soluciones al problema observado, incluso considerando la eventualidad de que existan valores atípicos en la muestra que conlleven al mismo. Aplicar la/s soluciones sugeridas y comentar, brevemente, el resultado encontrado.

Opción 1:

Test for multivariate normality

```
Mardia mSkewness = 32.44565   chi2(120) = 101.569   Prob>chi2 = 0.8875
Mardia mKurtosis = 66.93737   chi2(1) = 3.999   Prob>chi2 = 0.0455
Henze-Zirkler    = .9306905   chi2(1) = 0.793   Prob>chi2 = 0.3731
Doornik-Hansen   =             chi2(16) = 16.827   Prob>chi2 = 0.3969
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10% (excepto con el test Mardia mKurtosis), estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 =      235.39
Hotelling F(8,7) =      14.71
Prob > F =      0.0010
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 =      83.54
Hotelling F(7,8) =      6.82
Prob > F =      0.0074
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

```
Adjusted LR chi2(35) =      83.43
Prob > chi2 =      0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

```
Adjusted LR chi2(28) =      59.67
Prob > chi2 =      0.0004
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.

Opción 2:

Test for multivariate normality

```
Mardia mSkewness =  5.826589   chi2(120) = 100.688   Prob>chi2 =  0.8992
Mardia mKurtosis = 76.76692    chi2(1)  =  1.633   Prob>chi2 =  0.2013
Henze-Zirkler    =  .9373537   chi2(1)  =  0.350   Prob>chi2 =  0.5544
Doornik-Hansen   chi2(16) =  9.871   Prob>chi2 =  0.8733
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos no aportan evidencia suficiente para indicar que no tienen una distribución normal multivariada.

Test that all means are 0

```
Hotelling T2 =      311.47
Hotelling F(8,92) =      36.18
Prob > F =      0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que el vector de medias es, estadísticamente, distinto del vector nulo.

Test that all means are the same

```
Hotelling T2 =      83.53
Hotelling F(7,93) =      11.21
Prob > F =      0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que las medias de las variables que componen la matriz de datos no son iguales.

Test that covariance matrix is spherical

Adjusted LR chi2(35) =	215.27
Prob > chi2 =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los datos no son esféricos.

Test that covariance matrix is diagonal

Adjusted LR chi2(28) =	150.13
Prob > chi2 =	0.0000

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que la matriz de datos no es diagonal.