Microeconomía

Ingreso MECAP

Oligopolio

Tomás Bustos
tomasmbustos@gmail.com

Verano 2023

Teoría de Juegos

- En muchas situaciones económicas y de la vida cotidiana, las acciones que toman ciertos individuos afectan a las de otros.
- La Teoría de Juegos se utiliza para modelar este tipo de situaciones. Un **juego** es cualquier situación en la cual dos o más actores tienen que tomar decisiones en un contexto de interacción estratégica. Se lo puede resumir en tres componentes básicos:
  - Jugadores: los actores que toman decisiones.
  - Estrategias: las opciones que tienen disponibles los actores.
  - Pagos: los resultados de la interacción estratégica.
- En el ejemplo mencionado anteriormente, las firmas son los jugadores, los distintos precios, las estrategias, y los beneficios, los pagos.

Teoría de Juegos

- Formalmente definimos al conjunto $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$ de n jugadores, que tienen cada uno a disposición un conjunto de m_i estrategias $S_i = \{s_1^i, s_2^i, \ldots, s_{m_i}^i\}$ para todo $i \in \mathcal{I}$.
- Cada combinación de las estrategias adoptadas por los n jugadores es un vector $s = (s^1, s^2, \ldots, s^n)$. A este vector lo denominamos **Perfil de estrategias**. Al conjunto de perfiles de estrategias lo denominamos $\mathcal{S}$.
- Cada perfil de estrategias tiene como resultado un pago para cada jugador. Formalmente, definimos la función $u_i : \mathcal{S} \to \mathbb{R}$ para cada $i \in \mathcal{I}$, que asigna a cada perfil $s \in \mathcal{S}$ un valor de $\mathbb{R}$.
- Para facilitar la notación, definimos para cada jugador $i \in \mathcal{I}$ a s_{-i} como el vector que incluye todas las estrategias exceptuando la del jugador i, y definimos a $\mathcal{S}_{-i}$ como el conjunto de dichos vectores.

Equilibrio de Nash

Definición

Dados un conjunto $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$ de n jugadores, un conjunto de perfiles de estrategias $\mathcal{S}$ y dadas las n funciones de pago de cada jugador, definimos un **Equilibrio de Nash** como el perfil de estrategias $s^* \in \mathcal{S}$ tal que, para todo $\tilde{s}_i \in \mathcal{S}_i$ y para todo $i \in \mathcal{I}$ vale que:

$$u_i \left(s_i^* \middle| s_{-i}^* \right) \geq u \left(\tilde{s}_i \middle| s_{-i}^* \right)$$

- Intuitivamente, en un equilibrio de Nash todos los jugadores están jugando de manera óptima dado lo que hacen los otros jugadores.
- Formalmente, decimos que cada jugador juega la **mejor respuesta** a lo que hacen los demás jugadores, es decir que ningún jugador tiene **incentivos al desvío**.

Función de Mejor Respuesta

Definición

Dados un conjunto $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$ de n jugadores, un conjunto de perfiles de estrategias $\mathcal{S}$ y dadas las n funciones de pago de cada jugador, definimos la función de mejor respuesta $f : \mathcal{S}_{-i} \to \mathcal{S}$ como la función que asigna, a cada vector de estrategias de los rivales $s_{-i} \in \mathcal{S}_{-i}$ la estrategia s_i^* que cumple con:

$$u_i \left(s_i^* | s_{-i} \right) \geq u \left(\tilde{s}_i | s_{-i} \right)$$

- Vemos que si todos los jugadores juegan su mutua mejor respuesta entonces se satisface la definición de equilibrio de Nash.

Modelo de Bertrand: Competencia en Precios

Supuestos:

- Dos firmas idénticas que producen bienes homogéneos.
- Función de demanda agregada de la forma: $D(p) = A - p$.
- Función de costos de la firma j: $C(q_j) = cq_j$ con $j = 1, 2$.
- Las firmas eligen simultáneamente el precio del producto.
- Los consumidores consumen el bien más barato. Ante la indiferencia compran con igual probabilidad en ambas firmas. Ello define la demanda individual de la firma $x_j(p_j, p_k)$ para $j \neq k$, $j, k = 1, 2$.
- Beneficios de las firmas: $\Pi(p_j, p_k) = p_j x_j(p_j, p_k) - cx_j(p_j, p_k)$ para $j \neq k$, $j, k = 1, 2$.

Modelo de Bertrand: Competencia en Precios

- Este modelo tiene un único equilibrio, en el cual ambas firmas fijan el mismo precio igual al costo marginal.
- Es decir, a pesar de no encontrarnos en competencia perfecta, vemos que el resultado final es que las firmas se comportan *como si* estuvieran en competencia perfecta.
- Sin embargo, este resultado depende de varios supuestos clave:
  - Los productos de las firmas son sustitutos perfectos (no hay diferenciación de producto).
  - Las firmas no tienen restricciones de capacidad (pueden aumentar la producción tanto como quieran).

Modelo de Cournot: Competencia en Cantidades

- Dos firmas idénticas que producen bienes homogéneos.
- Función de demanda agregada inversa de la forma: $P(Q) = A - Q$, donde $Q = q_1 + q_2$.
- Función de costos de la firma j: $C(q_j) = cq_j$ con $j = 1, 2$.
- Las firmas eligen simultáneamente las cantidades producidas, q_j con $j = 1, 2$.
- Beneficios de las firmas: $\Pi(q_j, q_k) = P(Q)\, q_j - cq_j$ para $j = 1, 2$.
- Cada firma $j = 1, 2$ resuelve entonces:

$$\max_{q_j} (A - Q)\, q_j - cq_j$$

Modelo de Cournot: Competencia en Cantidades

- Tomemos a la firma 1. Buscamos su función de mejor respuesta a partir de la condición de primer orden de su problema de maximización:

$$A - 2q_1 - q_2 - c = 0 \Rightarrow q_1^{BR}(q_2) = \frac{A - q_2 - c}{2}$$

- Como la firma 2 es idéntica a la firma 1, vale que su función de mejor respuesta es análoga:

$$q_2^{BR}(q_1) = \frac{A - q_1 - c}{2}$$

Modelo de Cournot: Competencia en Cantidades

- Las dos ecuaciones anteriores forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Alternativamente, podemos argumentar que por simetría, en equilibrio deberá ser cierto que $q_1^* = q_2^*$.
- De ambas formas llegamos a que: $q_1^* = q_2^* = \frac{A-c}{3}$, lo cual lleva a que $Q^* = \frac{2}{3}(A-c)$ y, en consecuencia, $P^* = \frac{A+2c}{3}$.
- Si resolvemos el mismo problema para el monopolio, llegaremos a que $Q_m^* = \frac{A-c}{2}$, lo cual implica que $P_m^* = \frac{A+c}{2}$.

Modelo de Cournot: Competencia en Cantidades

- Ello implica que la competencia de Cournot es más eficiente que el monpolio, pero menos eficiente que Competencia Perfecta.
- Notemos que aquí las firmas podrían ganar más colectivamente si ambas acordaran llevar la mitad de las cantidades de monopolio. Sin embargo, ambas firmas tienen incentivos a romper dicho acuerdo.
- Este problema desaparece cuando levantamos el supuesto de que el juego se juega una única vez.

Modelo de Stackelberg: Competencia Secuencial

- Dos firmas idénticas que producen bienes homogéneos.
- Función de demanda agregada inversa de la forma: $P(Q) = A - Q$, donde $Q = q_1 + q_2$.
- Función de costos de la firma j: $C(q_j) = cq_j$ con $j = 1, 2$.
- Las firmas eligen las cantidades producidas de manera secuencial: primero la firma 1 elige las cantidades q_1, y posteriormente la firma 2, habiendo observado q_1, elige q_2.
- Beneficios de las firmas: $\Pi(q_j, q_k) = P(Q)\, q_j - cq_j$ para $j = 1, 2$.

Modelo de Stackelberg: Competencia Secuencial

- Para resolver este modelo, utilizaremos el procedimiento de *inducción hacia atrás*.
- Notemos que la firma 2 juega viendo las cantidades producidas por la firma 1. Su problema es entonces análogo al de la firma de Cournot:

$$\max_{q_2} \left(A - q_1 - q_2\right) q_2 - cq_2$$

- Luego, la función de mejor respuesta de la firma 2 es:

$$q_2^{BR}\left(q_1\right) = \frac{A - q_1 - c}{2}$$

Modelo de Stackelberg: Competencia Secuencial

- Ahora bien, la firma 1 *sabe* que dadas las cantidades q_1 que elija producir, la firma 2 se comportará de acuerdo a su función de mejor respuesta, $q_2^{BR}(q_1)$.
- Luego, la firma 1 puede reemplazar a q_2 en su problema de maximización por $q_2^{BR}(q_1)$, pues en realidad q_2 queda totalmente definida por q_1.
- El problema de la firma 1 es entonces:

$$\max_{q_1} \left(A - q_1 - q_2^{BR}(q_1) \right) q_1 - cq_1$$

- La condición de primer orden de este problema es:

$$\frac{3}{2}A - 3q_1 - \frac{3}{2}c = 0 \Rightarrow q_1^* = \frac{A-c}{2} \Rightarrow q_2^* = \frac{A-c}{4}$$

Modelo de Stackelberg: Competencia Secuencial

- Respecto a Cournot, la firma *líder* (la que juega primero) está mejor, mientras que la firma *seguidora* está peor.
- Las cantidades agregadas de equilibrio son $Q^* = \frac{3}{4}(A - c)$, y el precio de equilibrio es $P^* = \frac{A-3c}{4}$.
- Podemos ver que el precio de Stackelberg es menor que el de Cournot, menor que el de Monopolio, pero mayor que el de Competencia Perfecta. Luego, Stackelberg es más eficiente que Cournot y Monopolio.