Maestría en Econometría - UTDT
Examen Final - Microeconometría I

PRIMERA PARTE: Logit, Probit, Tobit y Heckman.

Hacer los ejercicios 1 a 8 del capítulo 11 del libro "The Practice of Econometrics" de Ernst R. Berndt.

Ejercicio 1: Inspecting Mroz's 1975 Panel Study of Income Dinamycs Data.

El propósito de este ejercicio es ayudarlo a familiarizarse con las características destacadas de la serie de datos en el archivo de datos MROZ. Mientras explora este conjunto de datos, calculará medias aritméticas, desviaciones estándar y valores mínimos y valores máximos para las variables en toda la muestra y para los datos ordenados en varios subgrupos. También construirá y guardará dos variables que se utilizarán en los ejercicios posteriores de este capítulo.

(a) *Para comprobar si los datos son los mismos que los empleados por Mroz [1987, Tabla III, pág. 769], calcular e imprimir las medias aritméticas y desviaciones estándar de cada una de las 19 variables en los datos del archivo MROZ, utilizando la muestra completa de 753 observaciones. Los resultados que usted obtener de dicho cálculo debe ser igual (para cada variable nombrada, seguido de paréntesis que encierra primero la media y, luego, la desviación estándar): LFP (0.56839, 0.49563), WHRS (740.57636, 871.31422), KL6 (0.23772, 0.52396), K618 (1.35325, 1.31987), WA (42.53785, 8.07257), WE (12.28685, 2.28025), WW (2.37457, 3.24183), RPWG (1.84973, 2.41989), HHRS (2267.27092, 595.56665), HA (45.12085, 8.05879), HE (12.49137, 3.02080), HW (7.48218, 4.23056), FAMINC (23080.59495, 12190.20203), MTR (0.67886, 0.08350), WMED (9.25100, 3.36747), WFED (8.80876, 3.57229), UN (8.62351, 3,11493), CIT (0,64276, 0,47950) y AX (10,63081, 8,06913). ¿Tus resultados coinciden con los de Mroz? (Debido a las diferentes condiciones de redondeo convenciones, el programa de software de su computadora puede generar valores ligeramente diferentes. Pero las medias y las desviaciones estándar deberían ser muy cercanas a las reportadas aquí.) También calcule los valores mínimo y máximo para cada una de estas variables; esta es una práctica, particularmente, útil, ya que, al hacer esto, a menudo, se pueden detectar errores en la codificación de datos. ¿Alguno sus valores mínimo-máximo son "sospechosos"? ¿Por qué o por qué no?*

En la tabla 1, se presentan estadísticas descriptivas (media, desviación estándar, mínimo y máximo) de las 19 variables de la base de datos *MROZ*. Por un lado, se puede observar que todas ellas coinciden con los de Mroz (1987). Por otra parte, se observa que ninguno de los valores mínimo-máximo son "sospechosos", ya que todos se encuentran en valores razonables.

Tabla 1. *Estadísticas descriptivas de todas las variables.*

Variable	Obs.	Media	Desvío estándar	Mínimo	Máximo
lfp	753	0,568	0,496	0	1
whrs	753	740,576	871,314	0	4.950
kl6	753	0,238	0,524	0	3
k618	753	1,353	1,320	0	8
wa	753	42,538	8,073	30	60
we	753	12,287	2,280	5	17
ww	753	2,375	3,242	0	25
rpwg	753	1,850	2,420	0	9,98
hhrs	753	2.267,271	595,567	175	5.010
ha	753	45,121	8,059	30	60
he	753	12,491	3,021	3	17
hw	753	7,482	4,231	0,412	40,509
faminc	753	23.080,59	12.190,2	1500	96.000
mtr	753	0,679	0,083	0,442	0,942
wmed	753	9,251	3,367	0	17
wfed	753	8,809	3,572	0	17
un	753	8,624	3,115	3	14
cit	753	0,643	0,48	0	1
ax	753	10,631	8,069	0	45

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *Ahora, compare la muestra de mujeres trabajadoras (las primeras 428 observaciones en el archivo de datos de MROZ) con las que no trabajaban por un salario en 1975 (las 325 observaciones finales). Calcule las medias aritméticas y las desviaciones estándar para cada una de las 19 variables en estas dos submuestras, luego imprímalas y compárelas. Mroz señala que las medias aritméticas en las muestras activas y no activas son bastante similares para variables como WA, WE, K618, HA, HE y HHRS. ¿Consideras que éste también es el caso? Sin embargo, las medias en las muestras que trabajan y no trabajan tienden a diferir más para variables como KL6 y HW. ¿En qué se diferencian y qué podría implicar esto con respecto a los salarios de reserva de las mujeres en estas dos muestras? ¿Por qué? En la medida en que la experiencia previa de las mujeres en el mercado laboral (AX) refleje sus preferencias o gustos por el trabajo en el mercado, se podría esperar que las medias de AX difieran entre las muestras que trabajan y las que no trabajan. ¿Es éste el caso? Interpreta esta diferencia. ¿Existen otras diferencias en las medias de las variables de las dos submuestras que podrían afectar la participación en la fuerza laboral o las horas trabajadas? Si es así, coméntelos.*

En las tablas 2 y 3, se presentan estadísticas descriptivas (media, desviación estándar, mínimo y máximo) de las 19 variables de la base de datos *MROZ* para la muestra de las mujeres que trabajaron y la de las que no trabajaron, respectivamente. Por un lado, se puede observar que, efectivamente, las medias aritméticas en las muestras activas y no activas son bastante similares para las variables *wa*, *we*, *k618*, *ha*, *he* y *hhrs*. Sin embargo, las medias de las variables *kl6* y *hw* difieren entre las dos muestras, siendo menor para ambas variables en el caso de la muestra de las mujeres que no trabajaron. Dicho en otras palabras, las mujeres que no participan en el mercado laboral tienen, en promedio, más niños menores de 6 años en el hogar y el promedio de las ganancias medias por hora del

esposo es mayor, por lo cual se puede pensar que los salarios de reserva de estas mujeres son mayores a los de las mujeres que trabajaron porque el costo de oportunidad de las primeras es mayor. Por otra parte, las medias de la variable *ax* difieren entre las dos muestras, siendo menor en el caso de la muestra de las mujeres que no trabajaron, reflejando, eventualmente, sus menores preferencias por el trabajo en el mercado laboral.

Tabla 2. *Estadísticas descriptivas de todas las variables (observaciones con lfp= 1).*

Variable	Obs.	Media	Desvío estándar	Mínimo	Máximo
lfp	428	1	0	1	1
whrs	428	1.302,93	776,274	12	4.950
kl6	428	0,140	0,392	0	2
k618	428	1,350	1,316	0	8
wa	428	41,972	7,721	30	60
we	428	12,659	2,285	5	17
ww	428	4,178	3,310	0,128	25
rpwg	428	3,186	2,440	0	9,980
hhrs	428	2.233,465	582,909	175	5.010
ha	428	44,610	7,950	30	60
he	428	12,612	3,0315	4	17
hw	428	7,226	3,571	0,513	26,578
faminc	428	24.130,42	11.671,26	2.400	91.044
mtr	428	0,668	0,077	0,442	0,942
wmed	428	9,516	3,308	0	17
wfed	428	8,988	3,523	0	17
un	428	8,546	3,033	3	14
cit	428	0,640	0,481	0	1
ax	428	13,037	8,056	0	38

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 3. *Estadísticas descriptivas de todas las variables (observaciones con lfp= 0).*

Variable	Obs.	Media	Desvío estándar	Mínimo	Máximo
lfp	325	0	0	0	0
whrs	325	0	0	0	0
kl6	325	0,366	0,637	0	3
k618	325	1,357	1,327	0	7
wa	325	43,283	8,468	30	60
we	325	11,797	2,182	5	17
ww	325	0	0	0	0
rpwg	325	0,09	0,532	0	4,8
hhrs	325	2.311,791	609,882	640	4.640
ha	325	45,794	8,163	30	60
he	325	12,332	2,999	3	17
hw	325	7,819	4,953	0,412	40,509
faminc	325	21.698,05	12.728,15	1.500	96.000
mtr	325	0,693	0,09	0,442	0,942
wmed	325	8,902	3,418	0	17
wfed	325	8,572	3,628	0	17
un	325	8,726	3,221	3	14
cit	325	0,646	0,479	0	1
ax	325	7,462	6,919	0	45

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(c) *En el modelo de oferta de trabajo estimado por Mroz, se supone que, al tomar sus decisiones sobre la oferta de trabajo, la esposa toma como dados todos los ingresos no laborales del hogar más los ingresos laborales de su marido. Mroz a esta suma la llama ingreso de propiedad de la esposa y la calcula como ingreso familiar total menos el ingreso laboral obtenido por la esposa. Para la muestra completa de 753 observaciones, calcule esta variable de ingreso de propiedad (llamada, por ejemplo, PRIN) como PRIN= FAMINC - (WHRS * WW). También calcule e imprima su media y desviación estándar; estos deberían ser iguales a 20.129 y 11.635, respectivamente. Guarde PRIN para utilizarla en ejercicios posteriores de este capítulo.*

En la tabla 4, se presentan estadísticas descriptivas de la variable *prin* construida.

Tabla 4. *Estadísticas descriptivas de la variable prin.*

Variable	Obs.	Media	Desvío estándar	Mínimo	Máximo
prin	753	20.128,96	11.634,8	-29,057	96.000

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(d) *Una de las variables que, a menudo, se emplea en los análisis empíricos de la participación en la fuerza laboral es la tasa salarial. Sin embargo, como se enfatizó anteriormente en este capítulo, la tasa salarial, generalmente, no se observa para las mujeres que no están trabajando. Algunos analistas han intentado abordar este problema (aunque de manera insatisfactoria; consultar la Sección 11.3.B.1) estimando una*

ecuación de determinación de salarios utilizando datos sobre los trabajadores únicamente y, luego, utilizando las estimaciones de los parámetros resultantes y las características de la muestra no trabajadora para construir salarios ajustados o previstos para cada uno de los no trabajadores.

*Restringir su muestra a trabajadores (las primeras 428 observaciones), tome el logaritmo natural de la variable de tasa salarial de la esposa WW y calcule esta variable transformada logarítmicamente LWW. Calcular e imprimir la media y desviación estándar de LWW para esta muestra. Luego, para toda la muestra de 753 observaciones, construya el cuadrado de la variable experiencia de la esposa y llamarla AX2, es decir, generar AX2= AX * AX (y, para más adelante, el cuadrado de la edad de la esposa, WA2= WA * WA). A continuación, siguiendo la literatura sobre capital humano sobre la determinación de salarios que se resume en el capítulo 5 de este libro y utilizando sólo las 428 observaciones del trabajo muestra, estime por MCO una ecuación típica de determinación de salarios, en la cual LWW se regresa en un término constante, WA, WE, CIT, AX y AX2. ¿Tiene sentido esta ecuación? ¿Por qué o por qué no? Luego, usa las estimaciones de parámetros de esta ecuación y los valores de las variables WA, WE, CIT, AX y AX2 para las 325 mujeres de la muestra que no trabajan para generar el salario logarítmico previsto o ajustado para los no trabajadores. Llama a esta variable log-salario ajustada para los que no son trabajadores FLWW. Calcular la media aritmética y la desviación estándar de la variable FLWW para los no trabajadores, y compárelos con los de LWW de la muestra de trabajo. ¿La diferencia en las medias es sustancial? ¿Cómo interpreta este resultado? Finalmente, para toda la muestra de 753 observaciones y para su uso en ejercicios posteriores en los puntos de este capítulo, genere una variable llamada LWW1 para la cual las primeras 428 observaciones (la muestra de trabajo) LWW1= LWW y para las cuales las últimas 325 observaciones (la muestra que no trabaja) LWW1= FLWW, desde arriba. Tenga en cuenta que su variable LWW1 construida debe incluir ya sea el salario real o el previsto para cada individuo de la muestra. Para asegurarse de haber calculado correctamente la serie de datos LWWI, calcular e imprimir su media y desviación estándar; ellos deberían iguales a 1,10432 y 0,58268, respectivamente. Guarde la serie de datos LWWI para utilizar en ejercicios posteriores de este capítulo.*

En la tabla 5, se presenta la estimación por MCO de una ecuación de salarios, en la cual *lww* se regresa en un término constante, *wa*, *we*, *cit*, *ax* y *ax2*. En la tabla 6, se presentan estadísticas descriptivas de las variables *flww* (sólo para la muestra de las mujeres que no trabajaron) y *lww* (sólo para la muestra de las mujeres que trabajaron). Se puede observar que la diferencia en las medias es importante, siendo alrededor de 22% mayor para el caso de las mujeres que trabajaron.

Tabla 5. *Estimación por MCO de ecuación de salarios.*

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       428
-------------+----------------------------------   F(5, 422)       =     15.85
       Model |  35.3048763         5  7.06097526   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  188.022565       422  .445551101   R-squared       =    0.1581
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.1481
       Total |  223.327441       427  .523015084   Root MSE        =     .6675

------------------------------------------------------------------------------
         lww | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          wa |  -.0001945   .0048945    -0.04   0.968    -.0098152    .0094263
          we |    .105676   .0143701     7.35   0.000     .0774302    .1339218
         cit |   .0545581   .0686923     0.79   0.428    -.0804637    .1895799
          ax |   .0410581   .0132119     3.11   0.002     .0150888    .0670275
         ax2 |  -.0007945   .0004006    -1.98   0.048    -.0015819   -7.14e-06
       _cons |  -.5231308   .2782635    -1.88   0.061    -1.070086    .0238243
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 6. *Estadísticas descriptivas (variables flww y lww).*

Variable	Obs.	Media	Desvío estándar	Mínimo	Máximo
flww	325	0,975	0,292	-0,006	1,758
lww	428	1,19	0,723	-2,054	3,219

Fuente: Elaboración propia.

<u>Ejercicio 2:</u> Estimating the Hours Worked Equation Using Procedure I.

El propósito de este ejercicio es presentarle un procedimiento común, pero lamentablemente inapropiado, para estimar la ecuación de horas trabajadas. Específicamente, en este ejercicio, se implementa el Procedimiento I, en el que se estima mediante MCO una ecuación de horas trabajadas utilizando la muestra completa de 753 observaciones y salarios previstos para los no trabajadores y se fijan las horas trabajadas para los no trabajadores en cero. Esta ecuación, a menudo, se denomina ecuación de regresión normal truncada. También se calculan las respuestas implícitas a los cambios en la tasa de consumo y en el ingreso de la propiedad, tanto en nivel como en forma de elasticidad.

(a) *Inspeccione la variable WHRS (horas trabajadas de la esposa) y verifique que, siempre que la variable LFP (participación en la fuerza laboral) sea igual a cero, el valor de WHRS también sea cero. Luego, utilizando el procedimiento de estimación MCO y el conjunto completo de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ, haga una regresión WHRS en un término constante y en las variables KL6, K618, WA, WE, LWWI (construido en la parte (d) del Ejercicio 1) y PRIN (construido en la parte (c) del Ejercicio 1). ¿Los signos de los parámetros estimados concuerdan con su intuición? ¿Por qué o por qué no? ¿Cuál es el valor de R^2? ¿Por qué este valor podría ser tan bajo cuando se emplea el Procedimiento I?*

En la tabla 7, se presenta la estimación por MCO (no condicional, al no restringir la muestra a las mujeres que trabajaron) de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *lww1* y *prin*. Por un lado, se puede observar que los signos de todos los parámetros estimados concuerdan con lo intuido, ya que es esperable que la presencia de niños en el hogar, la edad y el ingreso de propiedad disminuyan la cantidad de horas trabajadas, mientras que la educación y el salario la aumenten.

Por otra parte, se observa que el R^2 es igual a 0,1225, el cual puede ser relativamente bajo porque, cuando se emplea el Procedimiento I, las horas trabajadas de las mujeres que no trabajaron se fijan en cero, lo cual puede llevar a una pérdida de información y a una reducción en la variabilidad explicada por el modelo, lo que resulta en un R^2 más bajo en comparación con otros métodos de estimación que no imponen esta fijación.

Tabla 7. *Estimación por MCO (no condicional) de ecuación de horas trabajadas.*

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       753
-------------+----------------------------------   F(6, 746)       =     17.35
       Model |  69918508.6         6  11653084.8   Prob > F        =    0.0000
    Residual |   500991215       746  671569.994   R-squared       =    0.1225
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.1154
       Total |   570909724       752  759188.463   Root MSE        =    819.49

------------------------------------------------------------------------------
        whrs | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -497.7525   63.93751    -7.78   0.000    -623.2714   -372.2337
        k618 |  -79.16349   24.97937    -3.17   0.002    -128.2017   -30.12527
          wa |  -20.31185   4.535243    -4.48   0.000     -29.2152   -11.40849
          we |   43.65517   15.42005     2.83   0.005     13.38332    73.92703
        lww1 |   111.0774   57.20935     1.94   0.053    -1.233081    223.3879
        prin |  -.0104968   .0027022    -3.88   0.000    -.0158016    -.005192
       _cons |   1383.091   287.1968     4.82   0.000     819.2806    1946.901
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *Utilizando las estimaciones de parámetros MCO anteriores y las fórmulas de elasticidad debajo de la ecuación (11.48), evaluadas en los mismos puntos que se indican al final de la tabla 11.2, calcula la elasticidad de las horas trabajadas con respecto a los salarios y con respecto al ingreso de la propiedad. ¿La elasticidad salarial es compensada o no compensada? ¿Por qué? Luego, siguiendo los procedimientos de Mroz, que también se analizan en la ecuación (11.48), calcule la respuesta implícita de las horas trabajadas ante un cambio de 1 dólar en el salario, evaluada en el mismo punto. ¿Cómo se compara esta estimación con las presentadas en la tabla 11.2? Finalmente, calcule la respuesta implícita de las horas trabajadas ante un aumento de $1.000 en el ingreso de la propiedad. Comente cómo se compara esta estimación con las presentadas en la Tabla 11.2.*

Por un lado, la elasticidad de las horas trabajadas con respecto a los salarios y con respecto al ingreso de la propiedad, evaluadas en los puntos mencionados, son 0,074 y -0,007, respectivamente. Por otro lado, la respuesta implícita de las horas trabajadas ante un cambio de 1 dólar en el salario, evaluada en el mismo punto anterior, es 24,684. Por último, la respuesta implícita de las horas trabajadas ante un aumento de $1.000 en el ingreso de la propiedad es -10,497. Estas dos últimas estimaciones son relativamente pequeñas en valor absoluto respecto a las presentadas en la tabla 11.2 mencionada.

(c) *Aunque este Procedimiento I es simple y fácil de implementar, tiene varios defectos graves. ¿Cuáles son las principales deficiencias?*

Las principales deficiencias de este Procedimiento I son:

- Sesgo de selección: Al excluir a los no trabajadores de la muestra y fijar sus horas trabajadas en cero, se introduce un sesgo de selección en la estimación. Esto se debe a que los no trabajadores pueden tener características diferentes a los

trabajadores y, al ignorarlos, se pierde información importante sobre los determinantes de las horas trabajadas.

- Endogeneidad: Existe la posibilidad de que la participación en la fuerza laboral (LFP) esté, endógenamente, relacionada con las horas trabajadas y otras variables explicativas en el modelo. Al no abordar, adecuadamente, la endogeneidad, los coeficientes estimados pueden estar sesgados y ser inconsistentes.
- Pérdida de eficiencia: Fijar las horas trabajadas de los no trabajadores en cero reduce la variabilidad en los datos y puede llevar a una pérdida de eficiencia en la estimación de los parámetros del modelo. Esto significa que los estimadores MCO pueden no ser los más eficientes en presencia de este tipo de truncamiento en los datos.
- No considera la elección discreta: Al fijar las horas trabajadas de los no trabajadores en cero, se está asumiendo implícitamente que esta decisión es exógena y que los individuos no tienen preferencias sobre trabajar o no trabajar. Sin embargo, en la realidad, la elección de participar en la fuerza laboral y la cantidad de horas trabajadas son decisiones discretas que pueden depender de factores individuales y contextuales.

<u>Ejercicio 3:</u> Comparing OLS, Probit and Logit Estimates of the Labor Force Participation Decision.

El objetivo de este ejercicio es ayudarle a adquirir experiencia con técnicas simples de estimación de variables dependientes limitadas, calculando y, luego, comparando estimaciones MCO, Probit y Logit de una ecuación típica de participación en la fuerza laboral. La comparación numérica de estos diversos estimadores se basa, en gran medida, en el trabajo de Takeshi Amemiya [1981], quien ha derivado relaciones entre ellos.

(a) *Los libros de texto de econometría, típicamente, señalan que, si la variable dependiente en una ecuación es una variable ficticia dicotómica y si se estima una ecuación mediante MCO en la que esta variable dependiente está relacionada, linealmente, con un término de intercepción, varios regresores y un término de error estocástico, entonces, la ecuación resultante (a menudo, llamada modelo de probabilidad lineal) adolece de, al menos, dos defectos: (1) los valores ajustados no están confinados al intervalo 0-1, por lo que su interpretación como probabilidades es inapropiado; y (2) los residuos de dicha ecuación son heterocedásticos. Tenga en cuenta que, en nuestro contexto, la LFP es una variable dependiente dicotómica.*

Utilizando los procedimientos de estimación MCO y el archivo de datos MROZ para las 753 observaciones, estime los parámetros de un modelo de probabilidad lineal en el que LFP se relaciona, linealmente, con un término de intersección, la variable LWW1 construida en la parte (d) del Ejercicio 1, KL6, K618, WA, WE, UN, CIT, el ingreso de propiedad de la esposa PRIN (construido en la parte (c) del Ejercicio 1) y un término de error estocástico. ¿Tienen sentido los signos de estos parámetros estimados por MCO? ¿Por qué o por qué no? Comente sobre la conveniencia de utilizar los errores estándar estimados por MCO para realizar pruebas de significación estadística. Luego, recupere e imprima los valores ajustados de este modelo de probabilidad lineal estimado. ¿Para cuántas observaciones los valores ajustados son negativos? ¿Para cuantos son mayores que 1? ¿Por qué esto complica la interpretación de este modelo? ¿Qué es R^2 en este modelo? ¿Tiene alguna interpretación útil? ¿Por qué o por qué no?

En la tabla 8, se presenta la estimación por MCO de una ecuación de participación en la fuerza laboral, en la cual *lfp* se regresa en un término constante, *lww1*, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *un*, *cit* y *prin*. Por un lado, se puede observar que los signos de todos los parámetros estimados por MCO tienen sentido, ya que es esperable que la presencia de niños en el hogar, la edad, la tasa de desempleo del país y el ingreso de propiedad disminuyan la participación en la fuerza laboral, mientras que el salario y la educación la aumenten; el único signo que, eventualmente, se esperaría distinto es el de la *dummy* indicativa de vivir en una gran ciudad, el cual se esperaría sea positivo.

Por otra parte, no es conveniente utilizar los errores estándar estimados por MCO para realizar pruebas de significación estadística, ya que los errores del modelo son heterocedásticos y, en presencia de heterocedasticidad, estos errores estándar estimados pueden estar sesgados y conducir a pruebas de significación incorrectas.

Por último, los valores ajustados son negativos para 7 observaciones y son mayores que 1 para 9 observaciones, lo cual complica la interpretación de este modelo porque no es posible hablar de probabilidades negativos ni mayores a 1.

Tabla 8. *Estimación por MCO de ecuación de participación en la fuerza laboral.*

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       753
-------------+----------------------------------   F(8, 744)       =     17.28
       Model |  28.9458948         8  3.61823684   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  155.781861       744  .209384222   R-squared       =    0.1567
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.1476
       Total |  184.727756       752  .245648611   Root MSE        =    .45759

------------------------------------------------------------------------------
         lfp | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        lww1 |   .0932754   .0319824     2.92   0.004     .0304888    .1560619
         kl6 |  -.2906401   .0357228    -8.14   0.000    -.3607696   -.2205106
        k618 |  -.0083879   .0139698    -0.60   0.548    -.0358129     .019037
          wa |  -.0116091   .0025492    -4.55   0.000    -.0166136   -.0066046
          we |   .0420989   .0086508     4.87   0.000      .025116    .0590817
          un |   -.003487   .0054787    -0.64   0.525    -.0142426    .0072686
         cit |   -.004477   .0367137    -0.12   0.903    -.0765518    .0675978
        prin |  -6.77e-06   1.54e-06    -4.40   0.000    -9.79e-06   -3.75e-06
       _cons |   .6922918    .162686     4.26   0.000     .3729135     1.01167
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *Un posible procedimiento de estimación más apropiado cuando la variable dependiente es dicotómica se basa en el supuesto de que la distribución acumulativa de las perturbaciones estocásticas es la logística; el estimador de máxima verosimilitud resultante suele denominarse logit.*

Con LFP como variable dependiente y con un término constante, LWWI (del inciso (d) del Ejercicio 1), KL6, K618, WA, WE, UN, CIT y PRIN (del inciso (c) del Ejercicio 1) como variables explicativas, utilice la muestra completa de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ y estime los parámetros basándose en un procedimiento logit de máxima verosimilitud. ¿Tienen sentido los signos de estos parámetros logit estimados? ¿Por qué o por qué no? ¿Cuál de los parámetros logit estimados es significativamente diferente de cero? Interpretar. ¿El algoritmo computacional logit no lineal de su programa de computadora alcanza la convergencia rápidamente, después de sólo unas pocas iteraciones (digamos, menos de cinco)? Algunos programas informáticos proporcionan resultados de "bondad de ajuste" para el modelo logit estimado, como una medida pseudo-R^2 o una medida que indica qué porcentaje de las predicciones son "correctas". Consulte los resultados y el manual de su computadora para conocer la interpretación de dichas medidas de bondad de ajuste. Finalmente, compare sus estimaciones logit con las estimaciones de MCO o del modelo de probabilidad lineal del inciso (a). En particular, siguiendo a Takeshi Amemiya [1981], cada una de las estimaciones de los parámetros de pendiente MCO debería ser aproximadamente igual a 0,25 veces la estimación del parámetro de pendiente logit correspondiente. ¿Qué tan bien le va al trabajo de aproximación de Amemiya en esta muestra? Además, Amemiya muestra que cada uno de los términos del intercepto de MCO y de intersección de la variable ficticia de MCO debe ser, aproximadamente, igual a 0,25 veces la estimación del parámetro logit correspondiente, más 0,5. ¿Se corresponden bien sus términos

intercepto MCO y logit y la intersección de la variable ficticia con la aproximación de Amemiya?

En la tabla 9, se presenta la estimación Logit de una ecuación de participación en la fuerza laboral, en la cual *lfp* se regresa en un término constante, *lww1*, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *un*, *cit* y *prin*. Por un lado, se puede observar que los signos de estos parámetros logit estimados tienen sentido, al igual que sucedía en la estimación por MCO; la diferencia se encuentra en que, ahora, el signo de la *dummy* indicativa de vivir en una gran ciudad es positivo. Por otro lado, los parámetros de *lww1*, *kl6*, *wa*, *we* y *prin* son los parámetros logit estimados que son significativamente diferentes de cero. Por último, el algoritmo computacional logit no lineal que usa Stata (por *default*, el algoritmo de Newton-Raphson) alcanza la convergencia rápidamente, después de sólo 4 iteraciones.

Tabla 9. *Estimación Logit de ecuación de participación en la fuerza laboral.*

```
Logistic regression                                     Number of obs =    753
                                                        LR chi2(8)    = 130.80
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log likelihood = -449.47564                             Pseudo R2     = 0.1270

------------------------------------------------------------------------------
         lfp | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        lww1 |   .4644233   .1572362     2.95   0.003     .1562461    .7726006
         kl6 |  -1.469201   .1985189    -7.40   0.000    -1.858291   -1.080112
        k618 |  -.0512143   .0684263    -0.75   0.454    -.1853275    .0828989
          wa |  -.0582569   .0129069    -4.51   0.000     -.083554   -.0329599
          we |   .2119735   .0441121     4.81   0.000     .1255153    .2984317
          un |  -.0185696   .0264618    -0.70   0.483    -.0704337    .0332945
         cit |   .0127482   .1781669     0.07   0.943    -.3364525     .361949
        prin |  -.0000353   8.11e-06    -4.36   0.000    -.0000512   -.0000194
       _cons |   .9510144   .8042517     1.18   0.237    -.6252899    2.527319
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Además, como se muestra en la tabla 10, luego de estimar, es posible clasificar a las estimaciones y obtener la sensibilidad y la especificidad del modelo, como así también el porcentaje de observaciones correctamente clasificadas (67,73%, en este caso). Finalmente, se puede observar que la aproximación de Amemiya (1981) se corresponde, relativamente, bien para esta muestra (ver cálculos en *do-file*).

Tabla 10. *Clasificación post estimación Logit.*

```
Logistic model for lfp

              -------- True --------
Classified |         D            ~D  |      Total
-----------+--------------------------+-----------
     +     |       346           161  |        507
     -     |        82           164  |        246
-----------+--------------------------+-----------
   Total   |       428           325  |        753

Classified + if predicted Pr(D) >= .5
True D defined as lfp != 0
--------------------------------------------------
Sensitivity                     Pr( +| D)   80.84%
Specificity                     Pr( -|~D)   50.46%
Positive predictive value       Pr( D| +)   68.24%
Negative predictive value       Pr(~D| -)   66.67%
--------------------------------------------------
False + rate for true ~D        Pr( +|~D)   49.54%
False - rate for true D         Pr( -| D)   19.16%
False + rate for classified +   Pr(~D| +)   31.76%
False - rate for classified -   Pr( D| -)   33.33%
--------------------------------------------------
Correctly classified                        67.73%
--------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 11. *Estimación por MCO versus Estimación Logit.*

```
--------------------------------------------
                     (1)             (2)
                     OLS           Logit
--------------------------------------------
main
lww1              0.0933***        0.464***
                 (0.0320)         (0.157)

kl6                -0.291***       -1.469***
                 (0.0357)         (0.199)

k618              -0.00839         -0.0512
                 (0.0140)        (0.0684)

wa                -0.0116***      -0.0583***
                (0.00255)        (0.0129)

we                 0.0421***        0.212***
                (0.00865)        (0.0441)

un                -0.00349         -0.0186
                (0.00548)        (0.0265)

cit               -0.00448          0.0127
                 (0.0367)         (0.178)

prin          -0.00000677***   -0.0000353***
              (0.00000154)     (0.00000811)

_cons               0.692***        0.951
                  (0.163)         (0.804)
--------------------------------------------
N                     753             753
R-sq                0.157
pseudo R-sq                         0.127
--------------------------------------------
Standard errors in parentheses
* p<0.10, ** p<0.05, *** p<0.01
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(c) *Otro procedimiento de estimación común que se utiliza en la estimación de modelos de variables dependientes dicotómicas se basa en el supuesto de que la distribución acumulativa de las perturbaciones es normal; esto suele denominarse modelo probit. Las funciones de probabilidad basadas en el modelo probit se analizan en la Sección 11.3.B.1 de este capítulo. Con LFP como variable dependiente y con un término constante, LWWI (del inciso (d) del Ejercicio 1), KL6, K618, WA, WE, UN, CIT y PRIN (del inciso (c) del Ejercicio 1) como variables explicativas, utilice la muestra completa de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ y estime los parámetros basándose en un procedimiento probit de máxima verosimilitud. ¿Tienen sentido los signos de estos parámetros probit estimados? ¿Por qué? ¿Cuál de los parámetros probit estimados es significativamente diferente de cero? ¿Por qué? ¿El algoritmo computacional probit de su programa de computadora alcanza la convergencia rápidamente, después de sólo unas pocas iteraciones? ¿Es la convergencia más o menos rápida que con el modelo logit? Como en el inciso (b), interprete cualquier medida de bondad de ajuste que proporcione su programa de software.*

En la tabla 12, se presenta la estimación Probit de una ecuación de participación en la fuerza laboral, en la cual *lfp* se regresa en un término constante, *lww1*, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *un*, *cit* y *prin*. Por un lado, se puede observar que los signos de estos parámetros logit estimados tienen sentido (al igual que sucedía en la estimación Logit). Por otro lado, los parámetros de *lww1*, *kl6*, *wa*, *we* y *prin* son los parámetros probit estimados que son significativamente diferentes de cero (al igual que sucedía en la estimación Logit). Por último, el algoritmo computacional logit no lineal que usa Stata (por *default*, el algoritmo de Newton-Raphson) alcanza la convergencia rápidamente, después de sólo 4 iteraciones (al igual que sucedía en la estimación Logit).

Tabla 12. *Estimación Probit de ecuación de participación en la fuerza laboral.*

```
Probit regression                                       Number of obs =    753
                                                        LR chi2(8)    = 130.95
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log likelihood = -449.39696                             Pseudo R2     = 0.1272

------------------------------------------------------------------------------
         lfp | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        lww1 |   .2820424    .092771     3.04   0.002     .1002145    .4638703
         kl6 |  -.8808229   .1146558    -7.68   0.000    -1.105544   -.6561017
        k618 |  -.0297267   .0407748    -0.73   0.466    -.1096439    .0501904
          wa |  -.0349665   .0076782    -4.55   0.000    -.0500155   -.0199175
          we |   .1277126   .0259654     4.92   0.000     .0768214    .1786039
          un |  -.0110548   .0159776    -0.69   0.489    -.0423704    .0202607
         cit |   .0100105   .1076264     0.09   0.926    -.2009333    .2209543
        prin |  -.0000212   4.71e-06    -4.51   0.000    -.0000304    -.000012
       _cons |   .5678982   .4820863     1.18   0.239    -.3769737     1.51277
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Además, como se muestra en la tabla 13, luego de estimar, es posible clasificar a las estimaciones y obtener la sensibilidad y la especificidad del modelo, como así también el porcentaje de observaciones correctamente clasificadas (67,6%, en este caso, menor que en la estimación Logit).

Tabla 13. *Clasificación post estimación Probit.*

```
Probit model for lfp

              -------- True --------
Classified |         D            ~D  |      Total
-----------+--------------------------+-----------
     +     |       349           165  |        514
     -     |        79           160  |        239
-----------+--------------------------+-----------
   Total   |       428           325  |        753

Classified + if predicted Pr(D) >= .5
True D defined as lfp != 0
--------------------------------------------------
Sensitivity                     Pr( +| D)   81.54%
Specificity                     Pr( -|~D)   49.23%
Positive predictive value       Pr( D| +)   67.90%
Negative predictive value       Pr(~D| -)   66.95%
--------------------------------------------------
False + rate for true ~D        Pr( +|~D)   50.77%
False - rate for true D         Pr( -| D)   18.46%
False + rate for classified +   Pr(~D| +)   32.10%
False - rate for classified -   Pr( D| -)   33.05%
--------------------------------------------------
Correctly classified                        67.60%
--------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(d) *Debido a que la distribución normal acumulativa y la distribución logística están muy cerca entre sí, en la mayoría de los casos los modelos estimados logit y probit serán bastante similares. ¿Son similares las probabilidades log-likelihoods maximizadas de la muestra en sus modelos logit y probit estimados? ¿Cuál es mayor? ¿Qué pasa con los signos y la significancia estadística de los parámetros estimados? ¿Son similares? El efecto estimado de un cambio en un regresor sobre la probabilidad de participar en la fuerza laboral,* $\frac{\partial P}{\partial X}$*, es igual a P * (1 - P) *$ $\hat{\beta}_{Li}$ *en el modelo logit y f (P) *$ $\hat{\beta}_{Pi}$ *en el modelo probit, donde P es la probabilidad de LFP,* $\hat{\beta}_{Li}$ *y* $\hat{\beta}_{Pi}$ *son los coeficientes logit y probit estimados, respectivamente, en la i-ésima variable explicativa, y f (P) es la función normal acumulativa correspondiente a P. Evalúe estas derivadas estimadas para los modelos logit y probit, utilizando el LFPR muestral de* $\frac{425}{753}$*= 0,568 como estimación de P y observando que f (P)= f (0,568)= 0,393. En esta media muestral, ¿son similares los efectos estimados para los modelos logit y probit? ¿Qué sucede si evalúa estos efectos en la cola de la distribución, como en P= 0,9 donde f (P)= 0,175?*

Por un lado, las probabilidades *log-likelihoods* maximizadas de la muestra en los modelos Logit y Probit son 0,568 y 0,571, respectivamente, por lo que es mayor en el caso del Probit. Por otro lado, los signos y la significancia estadística de los parámetros estimados entre ambos modelos son similares (ver tabla 14). Por último, en la media muestral, los efectos estimados para los modelos Logit y Probit son similares, no así si se evalúa estos efectos en la cola de la distribución, en donde los efectos estimados son, en valor absoluto, mayores para el modelo Probit (ver cálculos en *do-file*).

Tabla 14. *Estimación Logit versus Estimación Probit.*

	(1) Logit	(2) Probit
lfp		
lww1	0.464***	0.282***
	(0.157)	(0.0928)
kl6	-1.469***	-0.881***
	(0.199)	(0.115)
k618	-0.0512	-0.0297
	(0.0684)	(0.0408)
wa	-0.0583***	-0.0350***
	(0.0129)	(0.00768)
we	0.212***	0.128***
	(0.0441)	(0.0260)
un	-0.0186	-0.0111
	(0.0265)	(0.0160)
cit	0.0127	0.0100
	(0.178)	(0.108)
prin	-0.0000353***	-0.0000212***
	(0.00000811)	(0.00000471)
_cons	0.951	0.568
	(0.804)	(0.482)
N	753	753
pseudo R-sq	0.127	0.127

Standard errors in parentheses
* p<0.10, ** p<0.05, *** p<0.01

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(e) *Dado que la distribución logística tiene una variación de* $\frac{\pi^3}{3}$*, mientras que la variación del modelo probit generalmente se normaliza a la unidad, una forma de comparar las estimaciones logit y probit es multiplicar cada una de las estimaciones logit por* $\frac{\sqrt{3}}{\pi} = \frac{1{,}73205}{3{,}14159} \cong 0{,}5513$ *y, luego, comparar estos parámetros logit transformados con las estimaciones probit reales. Amemiya [1981] sostiene, sin embargo, que surge una mejor aproximación si se multiplican las estimaciones de los parámetros logit por 0,625 y, luego, se comparan estos parámetros logit transformados con las estimaciones probit. ¿Cuál de estas dos aproximaciones transforma mejor sus estimaciones logit en estimaciones probit comparables? ¿Por qué?*

De las dos aproximaciones mencionadas, la de Amemiya (1981) transforma mejor las estimaciones Logit en estimaciones Probit comparables (ver cálculos en *do-file*), ya que la distancia entre ambas estimaciones es menor considerando esta aproximación.

(f) *En este ejercicio, hemos comparado modelos de probabilidad lineal MCO, estimaciones logit y probit de una ecuación de participación en la fuerza laboral y nos hemos centrado en las relaciones numéricas entre los parámetros estimados. Sin*

embargo, como se señaló en la Sección 11.3.B.1, existen serios problemas estadísticos con cada uno de los procedimientos MCO, logit y probit particulares que se emplearon en este ejercicio. ¿Cuáles son estos problemas?

Los problemas estadísticos asociados con los procedimientos MCO, Logit y Probit particulares que se emplearon en este ejercicio pueden incluir:

- Supuestos no cumplidos: Los modelos MCO, Logit y Probit tienen supuestos diferentes. MCO asume errores con distribución normal, mientras que Logit y Probit asumen errores con distribución logística y normal, respectivamente. Si estos supuestos no se cumplen, las estimaciones pueden estar sesgadas y las pruebas de hipótesis basadas en los errores estándar pueden no ser válidas.
- Endogeneidad: Ocurre cuando una variable explicativa está correlacionada con el término de error. En los modelos MCO, esto puede llevar a estimaciones sesgadas e inconsistentes; en los modelos Logit y Probit, puede afectar la interpretación de los coeficientes.
- Heterocedasticidad: Ocurre cuando variabilidad de los errores no es constante a lo largo de los valores de las variables explicativas. En los modelos MCO, esto puede conducir a estimaciones ineficientes y errores estándar sesgados; en los modelos Logit y Probit, puede afectar la precisión de las estimaciones y las pruebas de hipótesis.
- Autocorrelación: Ocurre cuando hay correlación entre los errores en diferentes observaciones. En los modelos MCO, esto puede resultar en estimaciones ineficientes y errores estándar sesgados; en los modelos logit y probit, puede afectar la precisión de las estimaciones y conducir a pruebas de hipótesis incorrectas.

En resumen, los modelos MCO, Logit y Probit pueden enfrentar una variedad de problemas estadísticos que pueden afectar la validez de las estimaciones y la interpretación de los resultados.

<u>Ejercicio 4:</u> Relating the Tobit and Conditional OLS Estimates.

El propósito de este ejercicio es involucrarlo en la estimación e interpretación de un modelo de oferta laboral basado en el Procedimiento Tobit III y enriquecer su comprensión de cómo este modelo Tobit se relaciona con el marco de MCO condicional del Procedimiento II. También tendrá la oportunidad de implementar, empíricamente, los resultados analíticos de Goldberger [1981], Greene [1981] y McDonald y Moffitt [1980], que se analizaron en la Sección 11.3.B.1.

(a) *Primero, estime un modelo MCO condicional de oferta laboral (Procedimiento II). En particular, restringiendo su muestra a las mujeres que trabajaron por un salario en 1975 (las primeras 428 observaciones en el archivo de datos MROZ), ejecute una regresión de WHRS en un término constante, KL6, K618, WA, WE, PRIN y LWW1 (consulte la parte (d) del Ejercicio 1 para una discusión sobre LWW1 y PRIN). Compare sus resultados con los obtenidos por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.49). Sus estimaciones de error estándar pueden diferir de las reportadas por Mroz, ya que sus estimaciones se ajustan por heterocedasticidad utilizando el procedimiento de estimación robusta de Halbert White [1980]. Si el programa de su computadora lo permite, calcule también los errores estándar robustos de White; sus resultados deberían ser muy parecidos a los informados por Mroz.*

En la tabla 15, se presenta la estimación por MCO (condicional, al restringir la muestra a las mujeres que trabajaron) de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *prin* y *lww*. Se puede observar que los resultados son muy parecidos a los informados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.49).

Tabla 15. *Estimación por MCO (condicional) de ecuación de horas trabajadas.*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(6, 421)         =       3.93
                                                Prob > F          =     0.0008
                                                R-squared         =     0.0670
                                                Root MSE          =     755.16

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -342.5048   131.7733    -2.60   0.010    -601.5205   -83.48919
        k618 |  -115.0205   29.50866    -3.90   0.000    -173.0232   -57.01786
          wa |  -7.729976   5.849662    -1.32   0.187    -19.22816    3.768206
          we |  -14.44486   18.21292    -0.79   0.428    -50.24445    21.35473
        prin |  -.0042458   .0032235    -1.32   0.189    -.0105821    .0020904
        lww1 |  -17.40781   81.37728    -0.21   0.831    -177.3642    142.5486
       _cons |   2114.697   350.3186     6.04   0.000     1426.106    2803.289
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *En la Sección 11.3.B.1, se señaló que estas estimaciones MCO condicionales son estimaciones sesgadas de los parámetros de la ecuación (11.33). ¿Por qué son sesgadas? Siguiendo a Goldberger y Greene, calcule estimaciones consistentes de cada uno de los parámetros de la oferta laboral utilizando el ajuste de la LFP. En particular, calcule la*

proporción muestral de observaciones para las cuales WHRS es positivo; en el archivo de datos MROZ, esto es $\frac{428}{753}$*= 0,568. Luego, divida cada una de las estimaciones de los parámetros MCO condicionales de la parte (a) por esta proporción. Según Goldberger y Greene, estas estimaciones MCO condicionales transformadas son estimaciones consistentes de los parámetros la oferta de trabajo en la ecuación (11.33). ¿Estas estimaciones transformadas son consistentes? ¿Qué puedes decir sobre la significación estadística de estos parámetros transformados? ¿Por qué?*

Las estimaciones MCO condicionales estimadas son estimaciones sesgadas (hacia abajo) de los parámetros de la ecuación (11.33) porque la variable dependiente sólo se corresponde con las horas trabajadas de las mujeres que trabajaron. Siendo así y siguiendo a Goldberger y Greene, se calculan estimaciones consistentes de cada uno de los parámetros de la oferta laboral utilizando el ajuste de la *lfp* (ver cálculos en *do-file*). Cabe notar que no se puede decir mucho sobre la significación estadística de estos parámetros transformados porque no se pueden realizar pruebas de significación con este procedimiento, ya que los errores estándar estimados basados en MCO son inconsistentes.

(c) *Ahora, obtenga estimaciones consistentes utilizando el método de estimación Tobit (Procedimiento III). En particular, utilizando el procedimiento Tobit de máxima verosimilitud (la función de verosimilitud muestral correspondiente a la ecuación (11.33) es la ecuación (11.32) con* J_i*, ahora, igual a* $X_i\beta + u_{Hi}$*) y la misma forma funcional que en el inciso (a), calcule las estimaciones de los parámetros Tobit y los errores estándar asintóticos. ¿Cómo se comparan estas estimaciones con las aproximaciones de Goldberger y Greene del inciso (b)? ¿Qué puede decir sobre la significancia estadística de estos parámetros Tobit?*

En la tabla 16, se presenta la estimación Tobit de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *prin* y *lww1*. Se puede observar que todos los parámetros son estadísticamente significativos.

Tabla 16. *Estimación Tobit de ecuación de horas trabajadas.*

```
Tobit regression                                      Number of obs     =        753
                                                                        Uncensored =        428
Limits: Lower =    0                                  Left-censored =        325
        Upper = +inf                                  Right-censored =          0

                                                      LR chi2(6)        =     127.54
                                                      Prob > chi2       =     0.0000
Log likelihood = -3891.1202                           Pseudo R2         =     0.0161

------------------------------------------------------------------------------
        whrs | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -1045.188   125.0131    -8.36   0.000    -1290.606   -799.7688
        k618 |  -100.3541   42.28567    -2.37   0.018     -183.367   -17.34117
          wa |   -36.5092   7.640147    -4.78   0.000    -51.50792   -21.51049
          we |   104.9165   25.74198     4.08   0.000     54.38121    155.4517
        prin |  -.0222349   .0048942    -4.54   0.000    -.0318429    -.012627
        lww1 |   199.3924   88.75162     2.25   0.025     25.16015    373.6247
       _cons |   1172.019   477.9667     2.45   0.014     233.7009    2110.336
-------------+----------------------------------------------------------------
  var(e.whrs)|    1584438   118914.7                      1367375     1835959
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(d) *Como se analizó en la Sección 11.3.B.1, McDonald y Momt han demostrado (ver ecuación (11.35)) que el efecto total del cambio en un regresor sobre las horas esperadas trabajadas en el modelo Tobit se puede descomponer en dos partes: cambio en las horas trabajadas para quienes ya trabajan ponderado por la probabilidad de trabajar más el cambio en la probabilidad de trabajar ponderado por el valor esperado de las horas trabajadas para quienes trabajan. Utilizando la proporción muestral de quienes trabajan (*$\frac{428}{753}$*= 0,568) como estimación de F (z), las estimaciones del parámetro Tobit del inciso (c) y los datos evaluados con medias muestrales, calcule A como se describe en la ecuación (11.35). Nota: Para F (z)= 0,568, z= 0,175 y f (z)= 0,393. Del cambio total en las horas trabajadas debido a un cambio de 1% en el salario, ¿qué cantidad resulta de los cambios en las horas trabajadas de aquellos que ya están trabajando? ¿qué cantidad proviene de los nuevos ingresantes a la fuerza laboral? ¿Cuál es la proporción del efecto total sobre las horas trabajadas de un cambio en cualquiera de las variables que se deriva de aquellas mujeres que ya están trabajando?*

Por un lado, del cambio total en las horas trabajadas debido a un cambio de 1% en el salario, la cantidad que resulta de los cambios en las horas trabajadas de aquellos que ya están trabajando es 45,632 y la cantidad que proviene de los nuevos ingresantes a la fuerza laboral es 31,255. Por otro lado, la proporción del efecto total sobre las horas trabajadas de un cambio en cualquiera de las variables que se deriva de aquellas mujeres que ya están trabajando es 0,403.

(e) *La función de probabilidad (11.32) para el modelo Tobit indica que se puede considerar que el Tobit combina un modelo Probit de participación en la fuerza laboral con un modelo de regresión estándar de horas trabajadas para quienes trabajan (ver Sección 11.3.B.1). Por lo tanto, se podría concluir que, si la muestra se limitara a quienes trabajan, las estimaciones Tobit serían, numéricamente, equivalentes a las estimaciones*

MCO. ¿Sería correcta tal conclusión? ¿Por qué o por qué no? Verifique su intuición numéricamente, utilizando datos en el archivo de datos MROZ, estimando un modelo Tobit, restringiendo la muestra a las primeras 428 observaciones (las trabajadoras) y comparando estas estimaciones Tobit con las estimaciones de MCO del inciso (a).

En la tabla 17, se presenta la estimación Tobit de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *prin* y *lww*, restringiendo la muestra a las mujeres que trabajaron. Se puede observar que estas estimaciones de los parámetros son, numéricamente, equivalentes a las estimaciones de los parámetros por MCO.

Tabla 17. *Estimación Tobit de ecuación de horas trabajadas (observaciones con lpf= 1).*

```
Tobit regression                                  Number of obs     =        428
                                                         Uncensored =        428
Limits: Lower =    0                                 Left-censored =          0
        Upper = +inf                                Right-censored =          0

                                                  LR chi2(6)        =      29.66
                                                  Prob > chi2       =     0.0000
Log likelihood = -3440.103                        Pseudo R2         =     0.0043

------------------------------------------------------------------------------
        whrs | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -342.5048   99.18476    -3.45   0.001    -537.4625   -147.5471
        k618 |  -115.0205   30.57611    -3.76   0.000    -175.1209   -54.92008
          wa |  -7.729976   5.484046    -1.41   0.159    -18.50942    3.049472
          we |  -14.44486   17.82039    -0.81   0.418    -49.47264    20.58292
        prin |  -.0042458   .0036258    -1.17   0.242    -.0113727    .0028811
         lww |  -17.40781   53.77026    -0.32   0.746    -123.0987     88.2831
       _cons |   2114.697   337.3377     6.27   0.000     1451.626    2777.769
-------------+----------------------------------------------------------------
  var(e.whrs)|   560940.7   38345.12                      490413.8    641610.2
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(f) *En este ejercicio, hemos relacionado, numéricamente, las estimaciones Tobit y MCO condicionales en un modelo de oferta laboral. Sin embargo, como se señaló en la Sección 11.3.B.1, existen serios problemas estadísticos con los procedimientos Tobit y OLS condicional que se emplearon en este ejercicio. ¿Cuáles son estos problemas?*

Los problemas estadísticos asociados con los procedimientos Tobit y MCO condicional que se emplearon en este ejercicio pueden incluir:

- Violación de la normalidad: Tanto el modelo Tobit como el MCO condicional asumen que los errores tienen una distribución normal. Si esta suposición no se cumple, las estimaciones pueden estar sesgadas y las pruebas de hipótesis basadas en los errores estándar pueden no ser válidas.
- Heterocedasticidad: Puede afectar la eficiencia de los estimadores en ambos modelos, Tobit y MCO condicional, lo cual puede conducir a estimaciones ineficientes y errores estándar sesgados.

- Autocorrelación: Puede surgir en ambos modelos, Tobit y MCO condicional, lo cual puede resultar en estimaciones ineficientes y errores estándar sesgados, lo que afecta la precisión de las pruebas de hipótesis.
- Sesgo de selección: El modelo Tobit y el MCO condicional asumen que todas las observaciones tienen la misma probabilidad de ser censuradas o truncadas. Sin embargo, en la práctica, esto puede no ser cierto y puede haber un sesgo de selección si las observaciones censuradas o truncadas tienen características diferentes de las observaciones no censuradas o truncadas.

En resumen, tanto el modelo Tobit como el MCO condicional pueden enfrentar una variedad de problemas estadísticos que pueden afectar la validez de las estimaciones y la interpretación de los resultados.

<u>Ejercicio 5:</u> Identifying Parameters in a Reduced Form Estimation.

El propósito de este ejercicio es explorar cuestiones de identificación de los parámetros estructurales cuando el método de forma reducida del Procedimiento IV se implementa empíricamente. En esencia, este procedimiento implica, primero, estimar una ecuación de salario ecuación usando sólo una muestra de trabajadores, luego usando la muestra completa de observaciones con las horas de los no trabajadores fijadas en cero para estimar una ecuación de horas trabajadas de forma reducida derivada de una relación de salario de reserva y, finalmente, identificando los parámetros estructurales de la ecuación del salario de reserva utilizando la forma reducida y las estimaciones de los parámetros de la ecuación salarial. Como veremos, la ecuación del salario de reserva está subeidentificada, apenas identificada o sobreidentificada dependiendo de si cero, uno o más regresores en la ecuación del salario están excluídos de la ecuación del salario de reserva.

(a) *Obtenga, del Ejercicio 1, parte (d), las estimaciones de los parámetros de la ecuación de determinación de salarios de MCO en la que se hizo la regresión de LWW1 sobre una constante, WA, WE, AX, WA2 y CIT y la muestra se limitó a aquellos que trabajaron (los primeros 428 observaciones). Esto corresponde a la ecuación, con i subíndices eliminados por simplicidad:*

$$lww = g_0 + g_1 wa + g_2 wa2 + g_3 we + g_4 cit + g_5 ax + e_w, \qquad (11.61)$$

donde las g son estimaciones de parámetros MCO y e_w es el residuo MCO.

En la tabla 18, se presenta la estimación por MCO (condicional, al restringir la muestra a las mujeres que trabajaron) de una ecuación de salarios, en la cual *lww1* se regresa en un término constante, *wa*, *wa2*, *we*, *cit* y *ax*.

Tabla 18. *Estimación por MCO (condicional) de ecuación de salarios.*

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       428
-------------+----------------------------------   F(5, 422)       =     15.36
       Model |  34.3816151         5  6.87632302   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  188.945826       422  .447738924   R-squared       =    0.1540
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.1439
       Total |  223.327441       427  .523015084   Root MSE        =    .66913

------------------------------------------------------------------------------
        lww1 | Coefficient  Std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          wa |   .0605336   .0461306     1.31   0.190    -.0301408     .151208
         wa2 |  -.0007322   .0005379    -1.36   0.174    -.0017894    .0003251
          we |   .1074434   .0143904     7.47   0.000     .0791577    .1357291
         cit |   .0615677   .0687288     0.90   0.371    -.0735258    .1966612
          ax |   .0171097    .004619     3.70   0.000     .0080306    .0261889
       _cons |  -1.639786   .9901658    -1.66   0.098    -3.586057    .3064851
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *A continuación, especifique tres ecuaciones de salario de reserva estructural alternativas y, luego, utilizando una transformación de la relación de proporcionalidad de Heckman (11.42), escriba sus correspondientes representaciones en forma reducida.*

Específicamente, tres posibles representaciones estructurales para el logaritmo de la ecuación del salario de reserva (LWR), análoga a la ecuación (11.41), son:

Apenas identificada:
$lwr = a_0 + a_1 wa + a_2 wa2 + a_3 we + a_4 cit + a_5 kl6 + a_6 k618 + a_7 prin + a_8 un + \epsilon$ *(11.62)*

Sobreidentificada:
$lwr = b_0 + b_1 wa + b_2 wa2 + b_3 we + b_4 kl6 + b_5 k618 + b_6 prin + b_7 un + \epsilon$ *(11.63)*

Subidentificada:
$lwr = c_0 + c_1 wa + c_2 wa2 + c_3 we + c_4 cit + c_5 ax + c_6 kl6 + c_7 k618 + c_8 prin + c_9 un + \epsilon$ *(11.64)*

donde PRIN es la variable de ingreso de la propiedad construida en el inciso (c) del Ejercicio 1 y ϵ es una perturbación aleatoria. Nótese que, en las Ecs. (11.62), (11.63) y (11.64), hay una (AX), dos (AX y CIT) y cero variables, respectivamente, incluidas en la ecuación LWW (11.61) pero excluídas de la ecuación LWR. Para cada una de estas tres ecuaciones de salario de reserva, emplee, primero, una transformación logarítmica de la relación de proporcionalidad de Heckman (11.42):

$whrs_i = d\ (lww_i - lwr_i)$ *si* $lww_i > lwr_i$ *(11.65a)*
$whrs_i = 0$ *si* $lww_i \leq lwr_i$ *(11.65b)*

Luego, sustituir, en las Ecs. (11.65), para LWW, la ecuación de determinación de salario estimado por MCO (11.61) y, para LWR, una de las especificaciones de LWR en las Ecs. (11.62)-(11.64). Una vez hecho esto, debería haber obtenido tres ecuaciones alternativas en forma reducida para las horas trabajadas, cada una en términos de los parámetros estructurales subyacentes, las variables exógenas y las perturbaciones.

A continuación, se especifican tres ecuaciones de salario de reserva estructural alternativas:

$lwr1 = a_0 + a_1 wa + a_2 wa2 + a_3 we + a_4 cit + a_5 kl6 + a_6 k618 + a_7 prin + a_8 un + \epsilon$ (1)

$lwr2 = b_0 + b_1 wa + b_2 wa2 + b_3 we + b_4 kl6 + b_5 k618 + b_6 prin + b_7 un + \epsilon$ (2)

$lwr3 = c_0 + c_1 wa + c_2 wa2 + c_3 we + c_4 cit + c_5 ax + c_6 kl6 + c_7 k618 + c_8 prin + c_9 un + \epsilon$ (3)

Utilizando la transformación de la relación de proporcionalidad de Heckman, sus correspondientes representaciones en forma reducida son:

$whrs1 = d\ (g_0 - a_0) + d\ (g_1 - a_1)\ wa + d\ (g_2 - a_2)\ wa2 + d\ (g_3 - a_3)\ we + d\ (g_4 - a_4)\ cit + dg_5 ax - da_5 kl6 - da_6 k618 - da_7 prin - da_8 un + (e_w - \epsilon)$ (4)

$whrs2 = d\ (g_0 - b_0) + d\ (g_1 - b_1)\ wa + d\ (g_2 - b_2)\ wa2 + d\ (g_3 - b_3)\ we + dg_4 cit + dg_5 ax - db_4 kl6 - db_5 k618 - db_6 prin - db_7 un + (e_w - \epsilon)$ (5)

$whrs3 = d\ (g_0 - c_0) + d\ (g_1 - c_1)\ wa + d\ (g_2 - c_2)\ wa2 + d\ (g_3 - c_3)\ we + d\ (g_4 - c_4)\ cit + d\ (g_5 - c_5)\ ax - dc_6 kl6 - dc_7 k618 - dc_8 prin - dc_9 un + (e_w - \epsilon)$ (6)

(c) *Utilizando la muestra completa de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ y estableciendo las horas de los no trabajadores en cero, estime por MCO la forma reducida de la ecuación correspondiente a la ecuación apenas identificada (11.62) derivado en la parte (b), utilizando las estimaciones g de la ecuación (11.61) para resolver para los parámetros a en la ecuación (11.62). Este procedimiento, a menudo, se llama mínimos cuadrados indirectos. ¿Estas estimaciones estructurales de los parámetros a tienen sentido? ¿Por qué o por qué no? ¿Qué pasa con su estimación de d? A continuación, emplee un procedimiento de estimación más directo. Específicamente, usando su ecuación en forma reducida correspondiente a la ecuación (11.62), construir variables regresoras transformadas como el producto de los regresores originales en la ecuación (11.61) y sus coeficientes g estimados y, luego, estimar por MCO la ecuación resultante con estas variables transformadas como regresores. Verifica que obtienes las mismas estimaciones estructurales de los parámetros a y d como lo hizo con el procedimiento de mínimos cuadrados indirectos. ¿Las estimaciones del error estándar de este procedimiento directo son apropiadas para hacer inferencias? ¿Por qué o por qué no?*

No se verifica que se obtienen las mismas estimaciones estructurales de los parámetros *a* y *d* mediante el procedimiento de mínimos cuadrados indirectos y el procedimiento más directo (ver cálculos en *do-file*).

(d) *Para comprender las complicaciones que surgen cuando se sobreidentifica la ecuación del salario de reserva, primero, demuestre que, en la ecuación de forma reducida correspondiente a la ecuación (11.63) derivada en el inciso (b), se debe imponer una restricción de parámetro para que se obtenga una estimación única de d. Utilizando la muestra completa de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ y estableciendo las horas de los no trabajadores en cero, imponga esta restricción de parámetro, estime mediante MCO restringido la ecuación de forma reducida y sobreidentificada y resuelva los parámetros b en la ecuación (11.63) y para d. ¿Tienen sentido estas estimaciones estructurales de los parámetros b y d? ¿Por qué o por qué no? Derive, interprete y, luego, implemente, empíricamente, una prueba para el modelo sobreidentificado (11.63) como un caso especial del modelo apenas identificado (11.62).*

En la ecuación de forma reducida correspondiente a la ecuación (11.63) derivada en el inciso (b), se debe imponer una restricción de parámetros para que se obtenga una estimación única de *d*. Esto se debe a que se tiene que coeficiente de *cit* es igual a dg_4 y que el coeficiente de *ax* es igual dg_5.

(e) *Demuestre que, si estimara mediante MCO la ecuación en forma reducida correspondiente a la ecuación de salario de reserva subidentificada (11.64) derivada en el inciso (b), no hay manera de obtener estimaciones únicas de los parámetros estructurales c y d. No obstante, si estimaste esta ecuación en forma reducida mediante MCO, ¿cuál sería el R^2 en relación con el de la estimación en forma reducida apenas identificada del inciso (c)? ¿Por qué ocurre esto?*

Si se estimara mediante MCO la ecuación en forma reducida correspondiente a la ecuación de salario de reserva subidentificada (11.64), no hay manera de obtener estimaciones únicas de los parámetros estructurales *c* y *d*, ya que, en este caso, no es posible obtener una estimación única de *d* haciendo uso de las estimaciones *g*.

(f) *Existe un grave inconveniente con la estimación del Procedimiento IV que ha realizado en este ejercicio. ¿Cuál es este problema?*

El inconveniente principal con la estimación del Procedimiento IV que se ha realizado en este ejercicio es cuando la ecuación del salario de reserva está subidentificada. La subidentificación ocurre cuando hay más parámetros desconocidos que restricciones en el modelo, lo que significa que no es posible estimar todos los parámetros estructurales de manera única.

En el contexto específico del Procedimiento IV descrito, la ecuación del salario de reserva se deriva de una relación entre el salario y las horas trabajadas, asumiendo que las horas no trabajadas tienen un valor de salario de reserva de cero. Sin embargo, esta suposición puede no ser válida en todos los casos, lo que conduce a la subidentificación de los parámetros estructurales.

La subidentificación puede provocar estimaciones sesgadas o inconsistentes de los parámetros del modelo, lo que hace que las conclusiones basadas en estas estimaciones sean poco confiables. Para abordar este problema, se necesitarían estrategias alternativas, como la inclusión de variables instrumentales adicionales o el uso de diferentes especificaciones de modelos que permitan una identificación adecuada de los parámetros.

<u>Ejercicio 6:</u> Implementing the Heckit Generalized Tobit Estimator.

El propósito del Ejercicio 6 es que usted implemente e interprete el Procedimiento VIII de múltiples etapas de Heckit. Esto se logra replicando los resultados reportados por Mroz [1987]. También comparará el procedimiento de selectividad de muestras de Heckit con un método basado en OLS debido a Olsen [1980].

(a) *En la primera etapa del procedimiento de Heckit, se estima una ecuación probit de LFP y se recupera de esta ecuación estimada la inversa del ratio de Mills λ. Mroz, primero, genera una serie de transformaciones polinómicas de las variables de edad, educación y experiencia de la esposa para usarlas como variables explicativas en la ecuación LFP. Para la muestra completa de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ, siguiendo a Mroz, genere AX2= AX * AX, WA2= WA * WA, WE2= WE * WE, WA3= WA2 * WA, WE3= WE2 * WE, WAWE= WA * WE, WA2WE= WA2 * WE y WAWE2= WA * WE2. Con esta muestra, estime por máxima verosimilitud un modelo probit en el que la LFP es la variable dependiente y las variables explicativas incluyen un término constante, KL6, K618, WA, WE, WA2, WE2, WAWE, WA3, WE3, WA2WE, WAWE2, WFED, WMED, UN, CIT y PRIN (esta última variable se calculó en la parte (c) del Ejercicio 1). A partir de este modelo probit estimado, calcule la inversa del ratio de Mills para cada observación, guarde esta variable y llámela INVR1. (Algunos programas de computadora ofrecen este cálculo como un comando opcional; para otros, debe calcularse mediante fuerza bruta, usando la ecuación (11.37) y valores de la distribución normal). Ahora, rehaga la estimación probit, esta vez sumando las variables de experiencia AX y AX2 y llame a los valores de la inversa del ratio de Mills correspondientes INVR2. Comente la significancia estadística de los parámetros estimados en estas dos ecuaciones probit. Tenga en cuenta que la variable salario LWW1 está excluída como variable explicativa en este modelo probit. Dado que la teoría económica sugiere que la LFP se ve afectada por la tasa salarial, ¿por qué se excluye esta variable LWW1? Sin embargo, ¿en qué sentido podría incluirse indirectamente?*

En las tablas 19 y 20, se presentan las estimaciones Probit de una ecuación de participación en la fuerza laboral, en la cual *lfp* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *wa2*, *we2*, *wawe*, *wa3*, *we3*, *wa2we*, *wawe2*, *wfed*, *wmed*, *un*, *cit* y *prin* (*ax* y *ax2*, en la tabla 20). Se puede observar que, en la primera estimación, sólo son estadísticamente significativas las variables *kl6* y *prin*, mientras que, en la segunda estimación, también lo son *ax* y *ax2*.

Dado que la teoría económica sugiere que la *lpf* se ve afectada por la tasa salarial, la variable *lww1* se excluye porque el propósito de la primera etapa del procedimiento Heckit es modelar la participación en la fuerza laboral sin tener en cuenta el salario. Este enfoque se utiliza para evitar problemas de endogeneidad y sesgo de selección en la estimación del modelo. Sin embargo, indirectamente, el salario puede influir en la participación en la fuerza laboral a través de su efecto en otras variables incluidas en el modelo, como el nivel educativo (*we*, *we2*, *we3*) o la experiencia laboral (*ax*, *ax2*). Si el salario afecta estas variables explicativas, su impacto en la participación en la fuerza laboral puede ser capturado, indirectamente, a través de ellas. Es importante considerar la validez de esta suposición y realizar pruebas de especificación adecuadas para evaluar si la inclusión indirecta del salario a través de otras variables es apropiada en el modelo.

Tabla 19. *Estimación Probit de ecuación de participación en la fuerza laboral (sin variables de experiencia).*

```
Probit regression                                     Number of obs =    753
                                                      LR chi2(16)   = 128.79
                                                      Prob > chi2   = 0.0000
Log likelihood = -450.47746                           Pseudo R2     = 0.1251

------------------------------------------------------------------------------
         lfp | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         k16 |  -.8579509   .1188431    -7.22   0.000    -1.090879   -.6250226
        k618 |  -.0603097   .0439087    -1.37   0.170    -.1463692    .0257497
          wa |   .7521026     .76984     0.98   0.329    -.7567562    2.260961
          we |    1.09907   1.922726     0.57   0.568    -2.669404    4.867544
         wa2 |  -.0151855   .0145537    -1.04   0.297    -.0437101    .0133392
         we2 |  -.0636591   .1056755    -0.60   0.547    -.2707794    .1434611
        wawe |  -.0154558   .0446633    -0.35   0.729    -.1029943    .0720827
         wa3 |    .000107   .0001011     1.06   0.290    -.0000911    .0003051
         we3 |   .0012697   .0023487     0.54   0.589    -.0033336     .005873
       wa2we |  -2.10e-06   .0003764    -0.01   0.996    -.0007399    .0007357
       wawe2 |   .0006687   .0008759     0.76   0.445    -.0010481    .0023855
        wfed |  -.0125127    .017534    -0.71   0.475    -.0468787    .0218532
        wmed |   .0026455    .018479     0.14   0.886    -.0335726    .0388636
          un |  -.0102966   .0161046    -0.64   0.523     -.041861    .0212678
         cit |   .0414417     .10854     0.38   0.703    -.1712928    .2541763
        prin |   -.000022   4.77e-06    -4.62   0.000    -.0000313   -.0000127
       _cons |  -14.06639   15.98708    -0.88   0.379     -45.4005    17.26772
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 20. *Estimación Probit de ecuación de participación en la fuerza laboral (con variables de experiencia).*

```
Probit regression                                     Number of obs =    753
                                                      LR chi2(18)   = 233.29
                                                      Prob > chi2   = 0.0000
Log likelihood = -398.23069                           Pseudo R2     = 0.2265

------------------------------------------------------------------------------
         lfp | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         k16 |  -.8504688   .1233302    -6.90   0.000    -1.092192    -.608746
        k618 |   .0236102   .0474965     0.50   0.619    -.0694813    .1167017
          wa |   .4938567   .8053263     0.61   0.540    -1.084554    2.072267
          we |   .9622103   2.002132     0.48   0.631    -2.961897    4.886317
         wa2 |  -.0115551   .0154034    -0.75   0.453    -.0417453     .018635
         we2 |  -.0723266    .111544    -0.65   0.517    -.2909488    .1462956
        wawe |  -.0055927    .046395    -0.12   0.904    -.0965252    .0853398
         wa3 |   .0000949    .000108     0.88   0.379    -.0001167    .0003066
         we3 |   .0015105   .0024888     0.61   0.544    -.0033676    .0063885
       wa2we |    -.00012   .0003973    -0.30   0.763    -.0008988    .0006587
       wawe2 |    .000672   .0009136     0.74   0.462    -.0011187    .0024626
        wfed |  -.0042132   .0184251    -0.23   0.819    -.0403257    .0318993
        wmed |   .0103231   .0193464     0.53   0.594    -.0275951    .0482413
          un |  -.0149435    .017083    -0.87   0.382    -.0484256    .0185386
         cit |   .0231706   .1152617     0.20   0.841    -.2027382    .2490795
        prin |  -.0000129   5.03e-06    -2.57   0.010    -.0000228   -3.08e-06
          ax |   .1241355   .0193738     6.41   0.000     .0861635    .1621075
         ax2 |  -.0019205   .0006282    -3.06   0.002    -.0031518   -.0006892
       _cons |  -10.12486   16.53431    -0.61   0.540    -42.53151    22.28179
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(b) *Luego, restringiendo su muestra a aquellos que trabajan por un salario (las primeras 428 observaciones en MROZ), estime mediante MCO una ecuación de determinación de salario que permita la selectividad de la muestra y compare los resultados con una ecuación que no tenga en cuenta la selectividad de la muestra. En particular, siguiendo a Mroz, sea LWW una función lineal de un término constante, KL6, K618, WA, WE, WA2, WE2, WAWE, WA3, WE3, WA2WE, WAWE2, WMED, WFED, UN, CIT y PRIN. Llame a este conjunto de variables explicativas "Conjunto A". Estime esta ecuación mediante MCO (si su software lo permite, emplee el procedimiento de error estándar robusto de White [1980]) y comente los signos y la significancia estadística de los parámetros estimados. Rehaga esta estimación de MCO, agregando al Conjunto A las variables de experiencia AX y AX2. Interpretar cualquier cambio en los resultados. Luego, con las mismas 428 observaciones, estime mediante MCO dos ecuaciones de determinación de salarios que permitan la selectividad de la muestra: primero, una ecuación de determinación de salarios LWW con las variables del Conjunto A y la variable de la inversa del ratio de Mills INVR1 (del inciso (a)) incluidas como regresores y, segundo, una ecuación de determinación de salarios LWW con las variables del Conjunto A incluidas, pero con las medidas de experiencia AX, AX2 y la variable INVR2 correspondiente también incluidas. Comente sobre la sensibilidad de los parámetros estimados a la inclusión de las variables de experiencia y al ajuste de selectividad de la muestra. ¿Es significativa la selectividad de la muestra? (Se puede utilizar la teoría de la distribución de muestras grandes y el método de error estándar robusto de White [1980] para realizar inferencias estadísticas).*

En las tablas 21 y 22, se presentan las estimaciones por MCO de una ecuación de salarios, en la cual *lww* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *wa2*, *we2*, *wawe*, *wa3*, *we3*, *wa2we*, *wawe2*, *wfed*, *wmed*, *un*, *cit* y *prin* (*ax* y *ax2*, en la tabla 22), restringiendo la muestra a las mujeres que trabajaron. En las tablas 23 y 24, se presentan las mismas estimaciones pero incorporando las variables de la inversa del ratio de Mills *invr1* e *invr2*, respectivamente. Se puede observar que, en ambas estimaciones, la selectividad de la muestra no es estadísticamente significativa.

Tabla 21. *Estimación por MCO de ecuación de salarios (sin variables de experiencia y sin ajuste de selectividad).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(16, 411)        =       8.53
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.1772
                                                Root MSE          =     .66863

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -.1266363   .1119148    -1.13   0.258    -.3466331    .0933605
        k618 |  -.0464093   .0302085    -1.54   0.125    -.1057917     .012973
          wa |   .1113025   .4408207     0.25   0.801     -.755242    .9778469
          we |  -.8514843   1.147582    -0.74   0.459    -3.107346    1.404378
         wa2 |  -.0060282   .0093899    -0.64   0.521    -.0244865    .0124301
         we2 |   .0119921   .0675097     0.18   0.859    -.1207153    .1446994
        wawe |   .0301834   .0240799     1.25   0.211    -.0171519    .0775186
         wa3 |   .0000348   .0000707     0.49   0.623    -.0001042    .0001738
         we3 |   .0017814   .0015375     1.16   0.247    -.0012409    .0048038
       wa2we |   .0000746   .0002031     0.37   0.714    -.0003247    .0004738
       wawe2 |  -.0015388   .0005256    -2.93   0.004    -.0025719   -.0005057
        wfed |  -.0168407    .011106    -1.52   0.130    -.0386724    .0049909
        wmed |  -.0090201   .0124633    -0.72   0.470      -.03352    .0154797
          un |  -.0015374   .0095299    -0.16   0.872    -.0202708     .017196
         cit |   .0789842   .0680702     1.16   0.247    -.0548249    .2127933
        prin |   1.86e-06   2.88e-06     0.65   0.518    -3.79e-06    7.52e-06
       _cons |   2.668241   8.681064     0.31   0.759    -14.39658    19.73307
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 22. *Estimación por MCO de ecuación de salarios (con variables de experiencia y sin ajuste de selectividad).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(18, 409)        =       8.10
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.2100
                                                Root MSE          =     .65679

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -.1055143   .1061322    -0.99   0.321    -.3141469    .1031183
        k618 |  -.0171133   .0314647    -0.54   0.587     -.078966    .0447395
          wa |    .021614    .428565     0.05   0.960     -.820851     .864079
          we |  -.9660166   1.109505    -0.87   0.384    -3.147061    1.215028
         wa2 |  -.0047736   .0092678    -0.52   0.607    -.0229921    .0134449
         we2 |   .0141661   .0666777     0.21   0.832    -.1169076    .1452399
        wawe |   .0332155   .0228326     1.45   0.147    -.0116684    .0780994
         wa3 |   .0000274   .0000702     0.39   0.696    -.0001106    .0001655
         we3 |   .0018592   .0015278     1.22   0.224    -.0011441    .0048625
       wa2we |   .0000709   .0001932     0.37   0.714    -.0003089    .0004506
       wawe2 |  -.0016391   .0005077    -3.23   0.001    -.0026371    -.000641
        wfed |  -.0129667   .0108686    -1.19   0.234    -.0343321    .0083986
        wmed |  -.0104555   .0121778    -0.86   0.391    -.0343944    .0134834
          un |   -.002731   .0093985    -0.29   0.772    -.0212064    .0157445
         cit |   .0698902   .0682422     1.02   0.306    -.0642589    .2040394
        prin |   4.61e-06   2.92e-06     1.58   0.116    -1.14e-06    .0000104
          ax |   .0398315   .0163393     2.44   0.015     .0077121    .0719509
         ax2 |  -.0007028   .0004542    -1.55   0.123    -.0015957    .0001901
       _cons |   4.379425   8.295024     0.53   0.598    -11.92678    20.68563
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 23. *Estimación por MCO de ecuación de salarios (sin variables de experiencia y con ajuste de selectividad).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(17, 410)        =       8.52
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.1787
                                                Root MSE          =     .66886

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |   .3671854   .5145311     0.71   0.476    -.6442628    1.378634
        k618 |  -.0125544    .045542    -0.28   0.783    -.1020794    .0769705
          wa |   -.306002   .6007274    -0.51   0.611    -1.486892     .874888
          we |   -1.52232    1.36434    -1.12   0.265    -4.204294    1.159654
         wa2 |   .0025341   .0124389     0.20   0.839     -.021918    .0269861
         we2 |   .0547208   .0819805     0.67   0.505    -.1064338    .2158753
        wawe |   .0380183   .0256188     1.48   0.139    -.0123423    .0883789
         wa3 |  -.0000279   .0000922    -0.30   0.762    -.0002091    .0001534
         we3 |   .0008792   .0018235     0.48   0.630    -.0027055    .0044638
       wa2we |   .0000991   .0002036     0.49   0.627    -.0003011    .0004993
       wawe2 |  -.0019567   .0006902    -2.83   0.005    -.0033135   -.0005998
        wfed |  -.0094517   .0125412    -0.75   0.451    -.0341047    .0152013
        wmed |  -.0096553    .012468    -0.77   0.439    -.0341645     .014854
          un |   .0043358   .0113179     0.38   0.702    -.0179125    .0265841
         cit |   .0537633   .0692056     0.78   0.438    -.0822787    .1898054
        prin |   .0000146   .0000126     1.16   0.246    -.0000101    .0000394
       invr1 |   .8599341   .8561958     1.00   0.316    -.8231473    2.543015
       _cons |   9.916658   11.44322     0.87   0.387    -12.57804    32.41135
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 24. *Estimación por MCO de ecuación de salarios (con variables de experiencia y con ajuste de selectividad).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(19, 408)        =       8.53
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.2112
                                                Root MSE          =      .6571

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |   .1576996   .5160366     0.31   0.760    -.8567227    1.172122
        k618 |  -.0245922   .0341721    -0.72   0.472    -.0917676    .0425831
          wa |  -.1272606   .4629312    -0.27   0.784    -1.037289    .7827674
          we |  -1.271284   1.245965    -1.02   0.308    -3.720596    1.178028
         wa2 |  -.0011548   .0100698    -0.11   0.909      -.02095    .0186404
         we2 |   .0391827   .0794751     0.49   0.622     -.117049    .1954145
        wawe |   .0341165   .0229362     1.49   0.138    -.0109714    .0792044
         wa3 |  -3.37e-06   .0000784    -0.04   0.966    -.0001575    .0001507
         we3 |   .0013101   .0017714     0.74   0.460    -.0021721    .0047923
       wa2we |   .0001192    .000208     0.57   0.567    -.0002898    .0005281
       wawe2 |  -.0018528   .0006669    -2.78   0.006    -.0031638   -.0005417
        wfed |  -.0116572   .0112614    -1.04   0.301    -.0337948    .0104804
        wmed |   -.013424   .0130021    -1.03   0.302    -.0389835    .0121356
          un |   .0021935   .0137871     0.16   0.874    -.0249092    .0292962
         cit |   .0636221    .068735     0.93   0.355    -.0714968    .1987411
        prin |   8.52e-06   7.59e-06     1.12   0.262    -6.40e-06    .0000234
          ax |   .0019818   .0744025     0.03   0.979    -.1442783    .1482418
         ax2 |  -.0001309   .0012035    -0.11   0.913    -.0024968     .002235
       invr2 |   .4435288   .8038702     0.55   0.581    -1.136716    2.023773
       _cons |   7.073821   9.126592     0.78   0.439    -10.86719    25.01483
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(c) *Finalmente, restringiendo su muestra a aquellos que trabajan por un salario (las primeras 428 observaciones en MROZ), use los valores ajustados de la ecuación de determinación de salarios en la parte (b) como instrumentos en una estimación de mínimos cuadrados en dos etapas ajustada por selectividad de la muestra de la ecuación de horas trabajadas. Específicamente, siguiendo a Mroz, para una comparación de caso base, primero, emplee la estimación de la variable instrumental (IV) (con el procedimiento de error estándar robusto de White, si está disponible en su software) de una ecuación de horas trabajadas en la que WHRS es la variable dependiente y las variables explicativas incluyen un término constante, KL6, K618, WA, WE, LWW y PRIN; Llame a este conjunto de variables explicativas "Conjunto B". En esta estimación IV o 2SLS, trate LWW como una variable endógena y utilice las variables del Conjunto A definidas en la parte (b) para formar instrumentos. ¿Cómo se comparan sus resultados con los reportados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.51)? (Nota: Las estimaciones del error estándar de Mroz emplean el procedimiento de error estándar robusto de White. Si su software no permite esto, sus estimaciones del error estándar MCO diferirán, ligeramente, de las de la ecuación (11.51)). A continuación, permita la selectividad de la muestra, pero excluya las variables de experiencia. Específicamente, usando las mismas variables del Conjunto A más la variable de la inversa del ratio de Mills INVR1 para formar el instrumento para LWW, estime por IV o 2SLS una ecuación de horas trabajadas con las variables del Conjunto B como regresores (usando métodos de error estándar robustos si es posible), pero con INVR1 agregado como regresor. ¿Cómo se comparan sus resultados con los reportados por Mroz, dados en la ecuación (11.53)? ¿Es significativa la selectividad de la muestra? ¿Por qué o por qué no? (Nota: Las estimaciones del error estándar de Mroz se basan en una fórmula derivada de su Apéndice; sus estimaciones diferirán, ligeramente, de las del procedimiento de error estándar robusto de White). Luego, estime un modelo mediante 2SLS en el que se incluyen las variables de experiencia AX y AX2 junto con las variables del Conjunto A en la ecuación de determinación de salarios de la primera etapa, pero en la que no se tiene en cuenta la selectividad de la muestra y sólo las variables del Conjunto B son regresoras. Compare sus resultados con los de Mroz, reproducidos en la ecuación (11.50). Finalmente, incluya las variables de experiencia AX y AX2, las variables del Conjunto A y la inversa del ratio de Mills INVR2 como variables para formar el instrumento para LWW y, luego, estime mediante 2SLS la ecuación de horas trabajadas incluyendo como regresores las variables del Conjunto B y el INVR2. Sus resultados deben concordar, estrechamente, con los informados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.52). ¿Es importante la selectividad de la muestra cuando las variables de experiencia se tratan como exógenas? ¿Por qué o por qué no?*

En la tabla 25, se presenta la estimación por MC2E de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *lww* (instrumentada mediante *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *wa2*, *we2*, *wawe*, *wa3*, *we3*, *wa2we*, *wawe2*, *wfed*, *wmed*, *un*, *cit* y *prin*) y *prin*, restringiendo la muestra a las mujeres que trabajaron. Se puede observar que los resultados son muy parecidos a los reportados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.51). En la tabla 26, se presenta la misma estimación anterior, pero incorporando la variable de la inversa del ratio de Mills *invr1*, tanto en la primera como en la segunda etapa de la estimación. Se puede observar que los resultados NO se parecen a los reportados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.53), y que la selectividad de la muestra no es estadísticamente significativa.

Tabla 25. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (sin ajuste de selectividad y sin variables de experiencia en la primera etapa).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(6, 421)         =       3.89
                                                Prob > F          =     0.0008
                                                R-squared         =     0.0668
                                                Root MSE          =     755.22

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -337.1825   132.6914    -2.54   0.011    -598.0026   -76.36234
        k618 |  -112.2935   30.55218    -3.68   0.000    -172.3474   -52.23972
          wa |  -7.853428   5.836681    -1.35   0.179    -19.32609    3.619238
          we |  -21.03373   30.50365    -0.69   0.491    -80.99215    38.92469
        prin |   -.004448   .0033124    -1.34   0.180     -.010959    .0020629
    lww_hat1 |   45.73968    222.167     0.21   0.837    -390.9551    482.4345
       _cons |   2127.531   355.3102     5.99   0.000     1429.128    2825.934
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 26. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (con ajuste de selectividad y sin variables de experiencia en la primera etapa).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(7, 420)         =       3.59
                                                Prob > F          =     0.0009
                                                R-squared         =     0.0672
                                                Root MSE          =     755.94

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -248.8672   274.8461    -0.91   0.366    -789.1125    291.3781
        k618 |  -109.3943   31.59931    -3.46   0.001    -171.5068   -47.28181
          wa |  -4.466792   10.34004    -0.43   0.666    -24.79146    15.85788
          we |  -37.51752   48.13674    -0.78   0.436    -132.1365    57.10142
        prin |  -.0022882   .0063867    -0.36   0.720     -.014842    .0102657
    lww_hat3 |   26.56777   228.2598     0.12   0.907    -422.1062    475.2418
       invr1 |   149.9619   366.4688     0.41   0.683    -570.3796    870.3034
       _cons |   1996.001   494.3158     4.04   0.000      1024.36    2967.642
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

En la tabla 27, se presenta la misma estimación que en la tabla 25, pero incorporando las variables de experiencia (*ax* y *ax2*) en la primera etapa de la estimación. Se puede observar que los resultados son muy parecidos a los reportados por Mroz, reproducidos en la ecuación (11.50). En la tabla 28, se presenta la misma estimación anterior, pero incorporando la variable de la inversa del ratio de Mills *invr2*, tanto en la primera como en la segunda etapa de la estimación. Se puede observar que los resultados NO se parecen a los reportados por Mroz, reportados en la ecuación (11.52) y que la selectividad de la muestra es estadísticamente significativa, por lo que pasa a ser importante cuando las variables de experiencia se tratan como exógenas.

Tabla 27. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (sin ajuste de selectividad y con variables de experiencia en la primera etapa).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(6, 421)         =       7.45
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.0976
                                                Root MSE          =     742.65

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -284.3733   132.6096    -2.14   0.033    -545.0326   -23.71387
        k618 |  -85.23599   30.13556    -2.83   0.005    -144.4709   -26.00109
          wa |  -9.078339   5.708645    -1.59   0.113    -20.29934    2.142658
          we |  -86.40976   25.99426    -3.32   0.001    -137.5045   -35.31505
        prin |  -.0064547   .0032506    -1.99   0.048    -.0128441   -.0000653
    lww_hat2 |   672.3016    180.645     3.72   0.000     317.2231     1027.38
       _cons |   2254.871   347.0666     6.50   0.000     1572.672     2937.07
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 28. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (con ajuste de selectividad y con variables de experiencia en la primera etapa).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(7, 420)         =       8.93
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.1296
                                                Root MSE          =     730.24

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |   40.71379   163.0809     0.25   0.803    -279.8426    361.2702
        k618 |   -92.2295   30.60343    -3.01   0.003    -152.3845   -32.07453
          wa |   3.509587   6.458685     0.54   0.587    -9.185788    16.20496
          we |    -87.186   25.53279    -3.41   0.001     -137.374   -36.99802
        prin |   .0038183   .0041052     0.93   0.353     -.004251    .0118877
    lww_hat4 |   50.50553   210.3807     0.24   0.810    -363.0247    464.0358
       invr2 |   555.0556   143.8739     3.86   0.000      272.253    837.8582
       _cons |   1552.281   398.2029     3.90   0.000     769.5618        2335
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(d) *Interprete sus hallazgos en la parte (c), comentando, en particular, la importancia de permitir la selectividad de la muestra y cómo esta sensibilidad se ve afectada por el supuesto de exogeneidad de las variables de experiencia. Mroz concluye que, con sus especificaciones preferidas, el efecto salario no compensado para su muestra es pequeño, al igual que el efecto ingreso estimado. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué o por qué no? (Es posible que desee comparar los resultados de aquí con los de otros estudios, presentados en la Tabla 11.2.).*

La selectividad de la muestra se refiere al sesgo que puede surgir cuando la muestra observada no es representativa de la población objetivo debido a ciertos criterios

de selección (por ejemplo, solo mujeres que trabajan por salario). Los resultados muestran que:

- Sin variables de experiencia: La corrección por selectividad (*invr1*) no es significativa, sugiriendo que, en este caso, la selectividad de la muestra no afecta de manera importante las estimaciones del modelo.
- Con variables de experiencia: La corrección por selectividad (*invr2*) es significativa, sugiriendo que, en este caso, la selectividad de la muestra afecta en la determinación de las horas trabajadas cuando se consideran las variables de experiencia como exógenas. Esto resalta la importancia de ajustar por selectividad en modelos que incluyen estas variables, ya que su omisión puede llevar a estimaciones sesgadas.

Mroz concluye que, con sus especificaciones preferidas, el efecto salario no compensado para su muestra es pequeño, al igual que el efecto ingreso estimado. En nuestro caso, por un lado, los coeficientes asociados a las variables *lww_hat* son pequeños y, en la mayoría de los casos, no significativos y, por otro lado, los coeficientes de *prin* también son pequeños y, en la mayoría de los casos, no significativos. Por lo tanto, estoy de acuerdo con la conclusión de Mroz.

(e) *Ahora, compare el procedimiento de la inversa del ratio de Mills de Heckit con el método del modelo de probabilidad lineal basado en MCO propuesto por Olsen [1980]. En particular, utilizando un modelo con o sin las variables de experiencia AX y AX2, siga el procedimiento de Olsen descrito en la Sección 11.3.B.1 debajo de la ecuación (11.37) y utilizar como regresor en las ecuaciones de determinación de la tasa salarial y de horas trabajadas, en lugar de la inversa del ratio de Mills, la probabilidad ajustada menos 1 de un modelo de probabilidad lineal estimado por MCO. Compare estos resultados con los obtenidos con el procedimiento de Heckit. ¿Difieren sustancialmente?*

En las tablas 29 y 30, se presentan las estimaciones por MCO (Olsen, 1980) de una ecuación de salarios, en la cual *lww* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *wa2*, *we2*, *wawe*, *wa3*, *we3*, *wa2we*, *wawe2*, *wfed*, *wmed*, *un*, *cit* y *prin* (*ax* y *ax2*, en la tabla 30) y, además, incorporando las variables de la probabilidad ajustada menos 1 *lfp_ols1* y *lfp_ols2*, respectivamente, restringiendo la muestra a las mujeres que trabajaron. Se puede observar que los resultados no difieren sustancialmente con los obtenidos con el procedimiento de Heckit.

Tabla 29. *Estimación por MCO de ecuación de salarios mediante método Olsen (1980) (sin variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(16, 411)        =       8.53
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.1772
                                                Root MSE          =     .66863

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -.1266363   .1119148    -1.13   0.258    -.3466331    .0933605
        k618 |  -.0464093   .0302085    -1.54   0.125    -.1057917     .012973
          wa |   .1113025   .4408207     0.25   0.801     -.755242    .9778469
          we |  -.8514843   1.147582    -0.74   0.459    -3.107346    1.404378
         wa2 |  -.0060282   .0093899    -0.64   0.521    -.0244865    .0124301
         we2 |   .0119921   .0675097     0.18   0.859    -.1207153    .1446994
        wawe |   .0301834   .0240799     1.25   0.211    -.0171519    .0775186
         wa3 |   .0000348   .0000707     0.49   0.623    -.0001042    .0001738
         we3 |   .0017814   .0015375     1.16   0.247    -.0012409    .0048038
       wa2we |   .0000746   .0002031     0.37   0.714    -.0003247    .0004738
       wawe2 |  -.0015388   .0005256    -2.93   0.004    -.0025719   -.0005057
        wfed |  -.0168407    .011106    -1.52   0.130    -.0386724    .0049909
        wmed |  -.0090201   .0124633    -0.72   0.470      -.03352    .0154797
          un |  -.0015374   .0095299    -0.16   0.872    -.0202708     .017196
         cit |   .0789842   .0680702     1.16   0.247    -.0548249    .2127933
        prin |   1.86e-06   2.88e-06     0.65   0.518    -3.79e-06    7.52e-06
    lfp_ols1 |          0  (omitted)
       _cons |   2.668241   8.681064     0.31   0.759    -14.39658    19.73307
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 30. *Estimación por MCO de ecuación de salarios mediante método Olsen (1980) (con variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(18, 409)        =       8.10
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.2100
                                                Root MSE          =     .65679

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
         lww | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -.1055143   .1061322    -0.99   0.321    -.3141469    .1031183
        k618 |  -.0171133   .0314647    -0.54   0.587     -.078966    .0447395
          wa |    .021614    .428565     0.05   0.960     -.820851     .864079
          we |  -.9660166   1.109505    -0.87   0.384    -3.147061    1.215028
         wa2 |  -.0047736   .0092678    -0.52   0.607    -.0229921    .0134449
         we2 |   .0141661   .0666777     0.21   0.832    -.1169076    .1452399
        wawe |   .0332155   .0228326     1.45   0.147    -.0116684    .0780994
         wa3 |   .0000274   .0000702     0.39   0.696    -.0001106    .0001655
         we3 |   .0018592   .0015278     1.22   0.224    -.0011441    .0048625
       wa2we |   .0000709   .0001932     0.37   0.714    -.0003089    .0004506
       wawe2 |  -.0016391   .0005077    -3.23   0.001    -.0026371    -.000641
        wfed |  -.0129667   .0108686    -1.19   0.234    -.0343321    .0083986
        wmed |  -.0104555   .0121778    -0.86   0.391    -.0343944    .0134834
          un |   -.002731   .0093985    -0.29   0.772    -.0212064    .0157445
         cit |   .0698902   .0682422     1.02   0.306    -.0642589    .2040394
        prin |   4.61e-06   2.92e-06     1.58   0.116    -1.14e-06    .0000104
          ax |   .0398315   .0163393     2.44   0.015     .0077121    .0719509
         ax2 |  -.0007028   .0004542    -1.55   0.123    -.0015957    .0001901
    lfp_ols2 |          0  (omitted)
       _cons |   4.379425   8.295024     0.53   0.598    -11.92678    20.68563
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

En las tablas 31 y 32, se presentan la estimaciones por MCO (Olsen, 1980) de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *lww* y *prin* (*ax* y *ax2*, en la tabla 32) y, además, incorporando las variables de la probabilidad ajustada menos 1 *lfp_ols1* y *lfp_ols2*, respectivamente, restringiendo la muestra a las mujeres que trabajaron. Se puede observar que los resultados no difieren sustancialmente con los obtenidos con el procedimiento de Heckit.

Tabla 31. *Estimación por MCO de ecuación de horas trabajadas mediante método Olsen (1980) (sin variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(7, 420)         =       3.94
                                                Prob > F          =     0.0003
                                                R-squared         =     0.0693
                                                Root MSE          =     755.13

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |  -69.06906   312.0502    -0.22   0.825    -682.4437    544.3056
        k618 |  -103.0086   32.26865    -3.19   0.002    -166.4368   -39.58048
          wa |   2.480754   11.53572     0.22   0.830    -20.19417    25.15568
          we |  -66.99559   53.58872    -1.25   0.212    -172.3311     38.3399
        prin |   .0017307     .00668     0.26   0.796    -.0113998    .0148612
    lww_hat5 |   5.772107   220.8881     0.03   0.979    -428.4119    439.9561
    lfp_ols1 |   902.7641   847.5784     1.07   0.287      -763.26    2568.788
       _cons |   2485.489   473.3136     5.25   0.000     1555.131    3415.848
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Tabla 32. *Estimación por MCO de ecuación de horas trabajadas mediante método Olsen (1980) (con variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        428
                                                F(7, 420)         =       9.29
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.1360
                                                Root MSE          =     727.57

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         kl6 |   38.56339   159.7224     0.24   0.809    -275.3914    352.5182
        k618 |  -90.36106   30.69175    -2.94   0.003    -150.6896   -30.03248
          wa |   3.143651   6.363656     0.49   0.622    -9.364932    15.65223
          we |  -83.95151   25.90671    -3.24   0.001    -134.8745   -33.02854
        prin |   .0035319   .0039723     0.89   0.374    -.0042761      .01134
    lww_hat6 |   88.95557   209.3017     0.43   0.671    -322.4538     500.365
    lfp_ols2 |   1260.458   314.9426     4.00   0.000     641.3978    1879.518
       _cons |   2574.491   346.5177     7.43   0.000     1893.366    3255.616
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

(f) *¿En qué sentido el procedimiento de estimación de este ejercicio es un estimador Tobit generalizado?*

El procedimiento de estimación de este ejercicio se asemeja a un estimador Tobit generalizado en el sentido de que combina un modelo Probit con una corrección por sesgo de selección. Aunque el enfoque estándar de Tobit se utiliza, típicamente, para manejar datos censurados en el contexto de variables dependientes continuas, el enfoque generalizado de Tobit se puede aplicar a problemas de selección en cualquier tipo de modelo, incluídos los modelos Probit para variables binarias.

El procedimiento Heckit, que se menciona en el ejercicio, es una extensión del estimador Tobit que se utiliza, específicamente, en el contexto de modelos de selección muestral. En este procedimiento, se estima un modelo Probit en la primera etapa para modelar la probabilidad de selección (por ejemplo, la participación en la fuerza laboral) y, luego, se utiliza la inversa del ratio de Mills calculado a partir de esta ecuación para corregir el sesgo de selección en la segunda etapa del modelo.

De manera similar al Tobit estándar, donde se corrige el sesgo de selección generado por la censura en la variable dependiente, el procedimiento Heckit corrige el sesgo de selección causado por la omisión de ciertos individuos en la muestra debido a la no observación de ciertas características.

En resumen, el procedimiento de estimación de este ejercicio es un estimador Tobit generalizado en el sentido de que aborda el problema de selección muestral al combinar un modelo Probit con una corrección por sesgo de selección en la segunda etapa del modelo.

<u>Ejercicio 7:</u> Incorporating Income Taxes Into a Model of Labor Supply.

El propósito de este ejercicio es permitirle evaluar los impactos de la incorporación de impuestos sobre el ingreso en sus estimaciones de la capacidad de respuesta de la oferta laboral a los salarios y los ingresos. Esto implicará crear variables de ingreso virtual y tasa salarial después de impuestos que sean consistentes con una especificación de restricción presupuestaria linealizada (LBC), estimando usando el procedimiento Tobit generalizado de Heckit y comparando los resultados con los reportados por Mroz [1987].

(a) *Nuestra primera tarea es crear varias variables relacionadas con los impuestos. Para toda la muestra de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ, primero, cree y guarde una variable de ingreso de propiedad virtual definida como VPRIN= (1 - MTR) * PRIN, donde PRIN se creó en la parte (c) del Ejercicio 1 y MTR es el margen variable de tasa impositiva proporcionada en el archivo de datos MROZ. A continuación, genere y guarde LTAX= LOG (1 - MTR) y el logaritmo de una variable salarial después de impuestos como LTWW= LTAX + LWW1, donde LWWI es la variable salarial creada en el Ejercicio 1.*

(Ver cálculos en *do-file*).

(b) *Para implementar el procedimiento de múltiples etapas de Heckit que permite la selectividad de la muestra, inicialmente, debemos estimar una ecuación probit LFP para toda la muestra de 753 observaciones y calcular, a partir de esta estimación, la inversa del ratio de Mills de Heckman. Siguiendo a Mroz, primero, genere las transformaciones polinómicas de las variables edad, educación y experiencia de la esposa, que se utilizarán como variables explicativas en la ecuación de LFP. En particular, para toda la muestra de 753 observaciones en el archivo de datos MROZ, genere y guarde WA2= WA * WA, WE2= WE * WE, WA3= WA2 * WA, WE3= WE2 * WE, WAWE= WA * WE, WA2WE= WA2 * WE y WAWE2= WA * WE2. Con esta muestra, estime por máxima verosimilitud un modelo probit en el que la LFP es la variable dependiente y las variables explicativas incluyen un término constante, KL6, K618, WA, WE, WA2, WE2, WAWE, WA3, WE3, WA2WE, WAWE2, WFED, WMED, UN, CIT y PRIN (esta última variable se calculó en la parte (c) del Ejercicio 1). A partir de este modelo probit estimado, calcule la inversa del ratio de Mills para cada observación, guarde esta variable y llámela INVR. (Algunos programas de computadora ofrecen este cálculo como un comando opcional; para otros, debe calcularse mediante fuerza bruta usando la ecuación (11.37) y valores de la distribución normal).*

(Ver cálculos en *do-file*).

(c) *Ahora, estime un modelo con impuestos incluídos, similar al presentado en la ecuación (11.55), por 2SLS. En concreto, utilizando como variables exógenas un término constante, KL6, K618, WA, WE, WA2, WE2, WAWE, WA3, WE3, WA2WE, WAWE2, WMED, WFED, UN, CIT, PRIN y la variable inversa del ratio de Mills INVR del inciso (b), forme un instrumento para el logaritmo de la variable de tasa salarial después de impuestos LTWW (creada en el inciso (a)). Con estos instrumentos para LTWW, estime*

mediante 2SLS un modelo en el que WHRS sea una función lineal de un término constante, LTWW, LTAX, KL6, K618, WA, WE, PRIN, VPRIN, INVR y un término de perturbación aleatoria. Si su software lo permite, obtenga las estimaciones robustas del error estándar de White. Comente el signo y la magnitud de los coeficientes estimados de salario, ingreso de la propiedad e impuestos. Usando la información proporcionada debajo de la ecuación (11.55) y su matriz de varianza-covarianza estimada de los coeficientes estimados, formule y pruebe la hipótesis de que las mujeres toman en cuenta, de manera óptima, los impuestos sobre el ingreso al tomar decisiones sobre la oferta laboral. Luego, formule y pruebe la hipótesis de que las mujeres ignoran por completo los impuestos sobre el ingreso cuando toman decisiones sobre la oferta laboral. Interprete los resultados de su prueba. ¿Concuerdan sus conclusiones con las de Mroz y Rosen [1976]? ¿Por qué o por qué no?

En la tabla 33, se presenta la estimación por MC2E de una ecuación de horas trabajadas, en la cual *whrs* se regresa en un término constante, *ltww* (instrumentada mediante *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *wa2*, *we2*, *wawe*, *wa3*, *we3*, *wa2we*, *wawe2*, *wfed*, *wmed*, *un*, *cit* y *prin*), *ltax*, *kl6*, *k618*, *wa*, *we*, *prin*, *vprin* e *invr* (inversa del ratio de Mills). Se puede observar que la variable *ltww* no es estadísticamente significativa, mientras que las variables *ltax*, *prin* y *vprin* sí lo son.

Tabla 33. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (sin variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        753
                                                F(9, 743)         =      19.56
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.2751
                                                Root MSE          =     746.32

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
        whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   ltww_hat1 |  -84.97777      289.7    -0.29   0.769    -653.7059    483.7503
        ltax |   1375.743   214.4775     6.41   0.000     954.6887    1796.797
         kl6 |  -98.85902   129.4066    -0.76   0.445    -352.9051     155.187
        k618 |   15.41402   34.40144     0.45   0.654    -52.12157    82.94961
          wa |  -.7300246    6.28139    -0.12   0.908    -13.06141    11.60136
          we |  -26.84565   41.38082    -0.65   0.517    -108.0829    54.39161
        prin |  -.0880061    .022341    -3.94   0.000     -.131865   -.0441472
       vprin |   .1143824   .0300593     3.81   0.000     .0553711    .1733938
        invr |   518.5601   251.0986     2.07   0.039      25.6129    1011.507
       _cons |   3155.132   836.0154     3.77   0.000     1513.898    4796.365
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

Al probar la hipótesis nula de que las mujeres toman en cuenta, de manera óptima, los impuestos sobre el ingreso al tomar decisiones sobre la oferta laboral, se encuentra que ésta se rechaza (ver test en *do-file*). También, al probar la hipótesis nula de que las mujeres ignoran por completo los impuestos sobre el ingreso cuando toman decisiones sobre la oferta laboral, se encuentra que ésta se rechaza (ver test en *do-file*). Estos resultados concuerdan con las conclusiones de Rosen, pero no así con las de Mroz, que encuentra que ninguna de estas dos hipótesis nula puede rechazarse.

(d) *Experimente con otras dos especificaciones plausibles cualesquiera para las ecuaciones probit, determinación de salarios y/o horas trabajadas con impuestos incluidos, y comente sobre la sensibilidad de sus resultados a los cambios en las especificaciones. ¿Parecen sólidos los resultados de Mroz sobre la falta de importancia de los impuestos sobre el ingreso?*

En la tabla 34, se presenta la misma estimación anterior, pero incorporando las variables de experiencia (*ax* y *ax2*), tanto en la primera como en la segunda etapa de la estimación. Se puede observar que los resultados no varían mucho ante el cambio de especificación.

Sí, parecen sólidos los resultados de Mroz sobre la falta de importancia de los impuestos sobre el ingreso.

Tabla 34. *Estimación por MC2E de ecuación de horas trabajadas (con variables de experiencia).*

```
Linear regression                               Number of obs     =        753
                                                F(11, 741)        =      32.64
                                                Prob > F          =     0.0000
                                                R-squared         =     0.3661
                                                Root MSE          =     698.87

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
       whrs | Coefficient  std. err.      t    P>|t|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   ltww_hat2 |  -134.8892   258.2309    -0.52   0.602    -641.8405    372.0622
        ltax |   1159.754   197.8351     5.86   0.000     771.3694    1548.138
         kl6 |  -114.8352   98.13238    -1.17   0.242    -307.4858    77.81541
        k618 |   15.88057   30.18826     0.53   0.599    -43.38414    75.14527
          wa |  -7.524676    6.36223    -1.18   0.237    -20.01482    4.965467
          we |  -21.45393   31.13736    -0.69   0.491    -82.58187    39.67402
        prin |  -.0649567   .0193054    -3.36   0.001    -.1028566   -.0270569
       vprin |   .0853239    .026976     3.16   0.002     .0323653    .1382825
          ax |   29.64786   16.11428     1.84   0.066     -1.98721    61.28293
         ax2 |  -.3491333   .3805019    -0.92   0.359    -1.096123    .3978567
    invr_new |   450.7461   202.7755     2.22   0.027     52.66327     848.829
       _cons |   2661.194   763.8603     3.48   0.001     1161.606    4160.782
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia en base a Mroz (1987).

<u>Ejercicio 8:</u> Specifying and Estimating an Extended Tobit Model.

En este ejercicio, especificará y estimará un modelo Tobit extendido de ecuaciones simultáneas en el que se estiman los parámetros de la tasa salarial, el salario de reserva (e, implícitamente, las horas de trabajo) y las ecuaciones de participación en la fuerza laboral estimadas, simultáneamente, mediante el uso del método de máxima verosimilitud de información completa (FIML), con restricciones de parámetros de ecuaciones cruzadas impuestas. Como se señaló en la Sección 11.3.B.1, Killingsworth [1983] ha llamado a este Procedimiento VI.

(a) *Comenzamos especificando la ecuación salarial para los trabajadores únicamente, donde se especifica que LWW es una función lineal de un término constante, WA, WA2, WE, CIT, AX y un término de perturbación aleatoria ϵ_{Wi}, como en las ecuaciones (11.38) y (11.61). A continuación, especificamos la forma funcional de la ecuación del salario de reserva derivada de la función de tasa marginal de sustitución. En particular, supongamos que el logaritmo de la ecuación del salario de reserva sea LWR y que tenga la forma funcional como en la ecuación sobreidentificada (11.63), pero denotemos el término de perturbación en la ecuación (11.63) por ϵ_{Ri}, como en la ecuación (11.41). Finalmente, siguiendo a Heckman [1974b], especifique que las horas trabajadas, WHRS, son una proporción d de la diferencia entre LWW y LWR si $LWW_i > LWR_i$, y es cero si $LWW_i \leq LWR_i$, de manera análoga a las Ecs. (11.65a) y (11.65b). Finalmente, sustituya, analíticamente, en las ecuaciones de horas trabajadas (11.65a) y (11.65b), sus especificaciones por las ecuaciones LWW y LWR, y observe que, en la ecuación (11.65a), el término de perturbación, ahora denotado $d_{\epsilon_{Di}}$, es igual a $d_{\epsilon_{Di}} \equiv d\ (\epsilon_{Wi} - \epsilon_{Ri})$, que es similar a la ecuación (11.45a) pero con d reemplazando a b.*

Se tienen las siguientes ecuaciones:

$lww_i = g_0 + g_1 wa_i + g_2 wa2_i + g_3 we_i + g_4 cit_i + g_5 ax_i + \epsilon_{Wi}$ (11.61)
$lwr_i = b_0 + b_1 wa_i + b_2 wa2_i + b_3 we_i + b_4 k618_i + b_6 prin_i + b_7 un_i + \epsilon_{Ri}$ (11.63)
$whrs_i = \mathrm{d}\ (lww_i - lwr_i)$ si $lww_i > lwr_i$ (11.65a)
$whrs_i = 0$ si $lww_i \leq lwr_i$ (11.65b)

Reemplazando (11.61) y (11.63) en (11.65a), se tiene:

$whrs_i = \mathrm{d}\ [(g_0 + g_1 wa_i + g_2 wa2_i + g_3 we_i + g_4 cit_i + g_5 ax_i + \epsilon_{Wi}) - (b_0 + b_1 wa_i + b_2 wa2_i + b_3 we_i + b_4 k618_i + b_6 prin_i + b_7 un_i + \epsilon_{Ri})]$
$whrs_i = \mathrm{d}\ (g_0 + g_1 wa_i + g_2 wa2_i + g_3 we_i + g_4 cit_i + g_5 ax_i + \epsilon_{Wi} - b_0 - b_1 wa_i - b_2 wa2_i - b_3 we_i - b_4 k618_i - b_6 prin_i - b_7 un_i - \epsilon_{Ri})$
$whrs_i = \mathrm{d}\ [(g_0 - b_0) + (g_1 - b_1)\ wa_i + (g_2 - b_2)\ wa2_i + (g_3 - b_3)\ we_i + g_4 cit_i + g_5 ax_i - b_4 k618_i - b_6 prin_i - b_7 un_i + (\epsilon_{Wi} - \epsilon_{Ri})]$
$whrs_i = \mathrm{d}\ (g_0 - b_0) + \mathrm{d}\ (g_1 - b_1)\ wa_i + \mathrm{d}\ (g_2 - b_2)\ wa2_i + \mathrm{d}\ (g_3 - b_3)\ we_i + \mathrm{d}\ g_4 cit_i + \mathrm{d} g_5 ax_i - \mathrm{d} b_4 k618_i - \mathrm{d} b_6 prin_i - \mathrm{d} b_7 un_i + \mathrm{d}\ (\epsilon_{Wi} - \epsilon_{Ri})$.

$whrs_i = \mathrm{d}\ (g_0 - b_0) + \mathrm{d}\ (g_1 - b_1)\ wa_i + \mathrm{d}\ (g_2 - b_2)\ wa2_i + \mathrm{d}\ (g_3 - b_3)\ we_i + \mathrm{d} g_4 cit_i + \mathrm{d} g_5 ax_i - \mathrm{d} b_4 k618_i - \mathrm{d} b_6 prin_i - \mathrm{d} b_7 un_i + d_{\epsilon_{Di}}$ si $lww_i > lwr_i$.
$whrs_i = 0$ si $lww_i \leq lwr_i$.

(b) *Ahora, supongamos que ϵ_{Wi} y ϵ_{Ri} tienen distribución normal conjunta con varianzas σ_W^2 y σ_R^2 y covarianza σ_{WR}. Esto implica que, en la ecuación de horas trabajadas que construyó en el inciso (a), el término de perturbación ϵ_{Di} se distribuye normalmente con varianza $\sigma_D^2 = \sigma_W^2 + \sigma_R^2 - 2\sigma_{WR}$ y se distribuye normalmente conjuntamente con ϵ_{Wi}, con covarianza $\sigma_{DW} = \sigma_W^2 - \sigma_{WR}$. Dados estos supuestos distributivos, escriba la función de verosimilitud para toda la muestra de 753 observaciones, análoga a la ecuación (11.47), donde d, ahora, reemplaza a b y los otros términos son como se definen en la ecuación (11.47).*

(c) *Utilizando el software de computadora apropiado y las 753 observaciones del archivo de datos MROZ, así como la función de verosimilitud construida en el inciso (b), estime por máxima verosimilitud los parámetros que aparecen en el modelo Tobit extendido que consiste en las ecuaciones de salario y horas trabajadas. Mroz informa que, cuando estimó un modelo similar a éste, obtuvo un gran coeficiente positivo y estadísticamente significativo en LWW, pero un coeficiente negativo y marginalmente significativo en PRIN. ¿Son sus resultados, cualitativamente, similares a los de Mroz?*

(d) *Finalmente, siguiendo a Mroz, especifique un modelo alternativo en el que la variable de experiencia AX se excluya de la ecuación de determinación de la tasa salarial. Como en los incisos (a) y (b), escriba la función de verosimilitud correspondiente y, luego, estime los parámetros utilizando el método FIML. Compare sus resultados con los obtenidos en el inciso (c). Mroz descubrió que, cuando se omitía la variable experiencia AX de la ecuación de determinación de salarios, el coeficiente FIML estimado sobre LWW en la ecuación de horas trabajadas era positivo pero mucho menor que cuando se incluía AX (y estadísticamente insignificantemente diferente de cero). Sin embargo, el coeficiente estimado eficiente en PRIN fue negativo y estadísticamente significativo, pero menor en valor absoluto que cuando la variable AX se incluyó en la ecuación (11.61). ¿Sus resultados coinciden con los de Mroz? ¿Por qué o por qué no?*

(e) *El modelo especificado y estimado en este ejercicio se basa, implícitamente, en un supuesto importante sobre la continuidad de la relación de horas trabajadas. ¿Cuál es este supuesto y bajo qué consideraciones prácticas podría violarse? ¿Qué procedimientos de estimación están disponibles que no requieren este fuerte supuesto?*

El supuesto importante sobre la continuidad de la relación de horas trabajadas implica que la variable horas trabajadas tiene un rango continuo de valores, es decir,

puede tomar cualquier valor dentro de un cierto intervalo. Este supuesto es fundamental para modelos como el Tobit, que asumen que la variable dependiente (en este caso, las horas trabajadas) está censurada en la parte inferior (es decir, hay una cantidad mínima de horas que un individuo puede trabajar), pero puede tomar valores continuos por encima de este límite.

Sin embargo, en la práctica, este supuesto podría violarse si hay discontinuidades en la relación de horas trabajadas. Por ejemplo, podría haber una restricción legal o contractual que impida a los trabajadores trabajar menos de un cierto número de horas, lo que crearía una discontinuidad en la relación de horas trabajadas en el límite inferior. También podría haber restricciones prácticas, como la disponibilidad de horas de trabajo por parte del empleador, que podrían hacer que la relación de horas trabajadas no sea continua.

Cuando este supuesto se viola, las estimaciones basadas en el modelo Tobit pueden estar sesgadas o ser inconsistentes. En tales casos, sería más apropiado utilizar otros métodos de estimación que no requieran el supuesto de continuidad de la relación de horas trabajadas. Algunos de estos métodos incluyen:

- Modelos de regresión truncada: En lugar de asumir que la variable dependiente está censurada en la parte inferior y es continua por encima de ese límite, los modelos de regresión truncada permiten que la variable dependiente esté truncada en ambas direcciones, es decir, puede tener valores observados sólo dentro de ciertos intervalos.
- Modelos de selección muestral: Estos modelos abordan, directamente, el problema de la selección muestral, que surge cuando la muestra observada no es representativa de la población de interés debido a la censura o al truncamiento de la variable dependiente.
- Modelos de conteo: Si las horas trabajadas se registran como conteos discretos (por ejemplo, el número de horas trabajadas en un período de tiempo determinado), los modelos de conteo como el modelo de Poisson o el modelo de conteo inflado con ceros podrían ser más apropiados.

SEGUNDA PARTE: Análisis de Supervivencia.

La base de datos utilizada para los ejercicios sale de un ensayo controlado aleatorizado (RCT) de tratamientos para perros diagnosticados con linfosarcoma en varias clínicas veterinarias.

El estudio involucró 7 clínicas y 300 perros que, aleatoriamente, fueron asignados a tratamientos de radioterapia, quimoterapia, ambos o ninguno. En este ensayo clínico, se incluyeron perros con edades hasta 15 años.

La variable de interés es el tiempo medido en días (meses) desde el diagnóstico hasta la muerte debido a la linfosarcoma. Se considera que los perros que murieron de otras causas o no volvieron a las entrevistas de seguimiento son eventos censurados.

Las variables del dataset están descriptas en la próxima tabla. La base de datos para trabajar es: linfosarcoma.dta.

Variable	Descripción	Rango
id	No. de identificación de cada perro	$1-300$
clinic	No. de identificación de cada clínica	$1-7$
age	Edad del perro al momento del diagnóstico	$1{,}4-14{,}4$
rad	Radiación	0 =no, 1 = yes
chemo	Quimioterapia	0 =no, 1 =yes
died	muerte debido a linfosarcoma	0 = censored, 1 = died
days	tiempo (en días) desde el diagnóstico a la muerte (o censura)	$7-1363$
months	tiempo (en meses) desde el diagnóstico a la muerte (o censura)	$0{,}45-45{,}5$

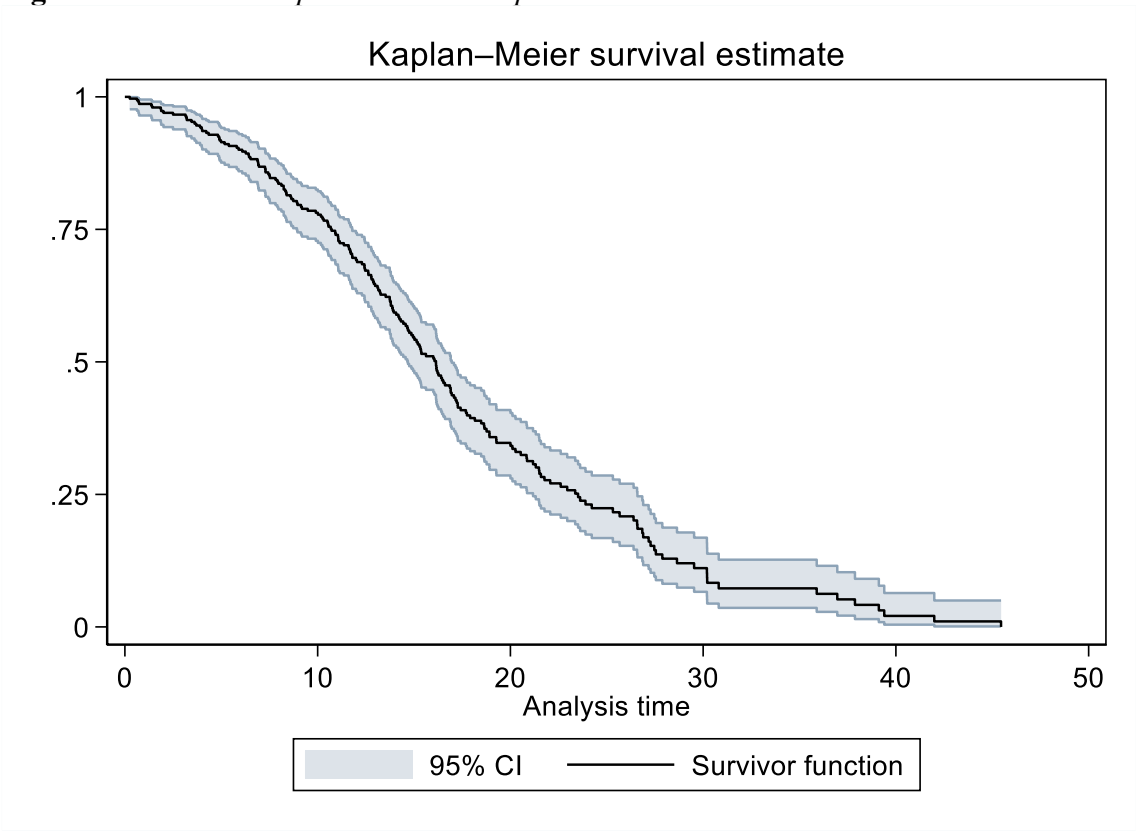
1. Introducción al Análisis de Supervivencia.

Ejercicio 1.

Generar una tabla de Kaplan-Meier para los datos mensuales. ¿Qué proporción de perros sobreviven 1 año, 2 años y 5 años? Generar la curva de supervivencia e incluir intervalos de confianza alrededor de dicha curva.

Se genera la tabla de Kaplan-Meier para los datos mensuales (ver cálculos en *do-file*). En ella, se puede observar que la proporción de perros que sobreviven 1 año, 2 años y 5 años, es 0,688, 0,224 y 0, respectivamente. En la figura 1, se presenta la curva de Kaplan-Meier de supervivencia, con intervalos de confianza al 95%.

Figura 1. *Curva de Kaplan-Meier de supervivencia.*



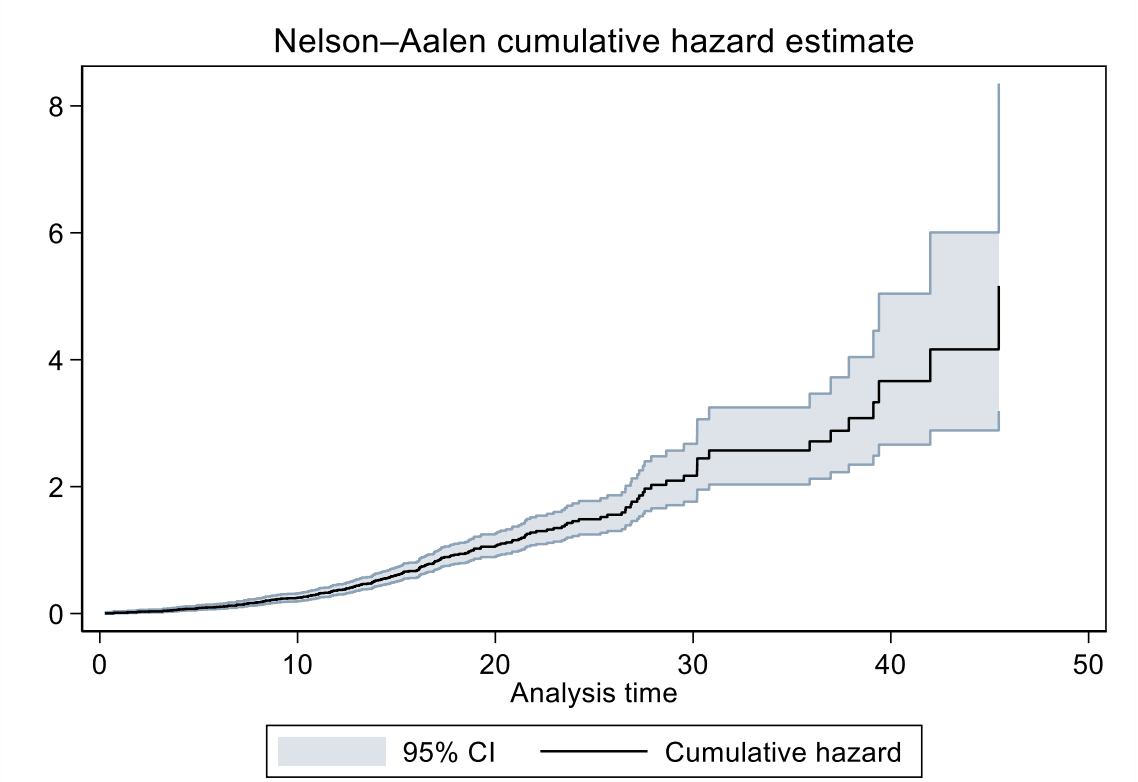
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 2.

Generar la curva de Nelson-Aalen de hazard acumulada. ¿En qué punto la función de hazard acumulada llega a 1? Generar un gráfico con el hazard suavizada. Interpretar el gráfico de la función de hazard.

En la figura 2, se presenta la curva Nelson-Aalen de *hazard* acumulada. La función de *hazard* acumulada llega a 1 a los 18,91 meses.

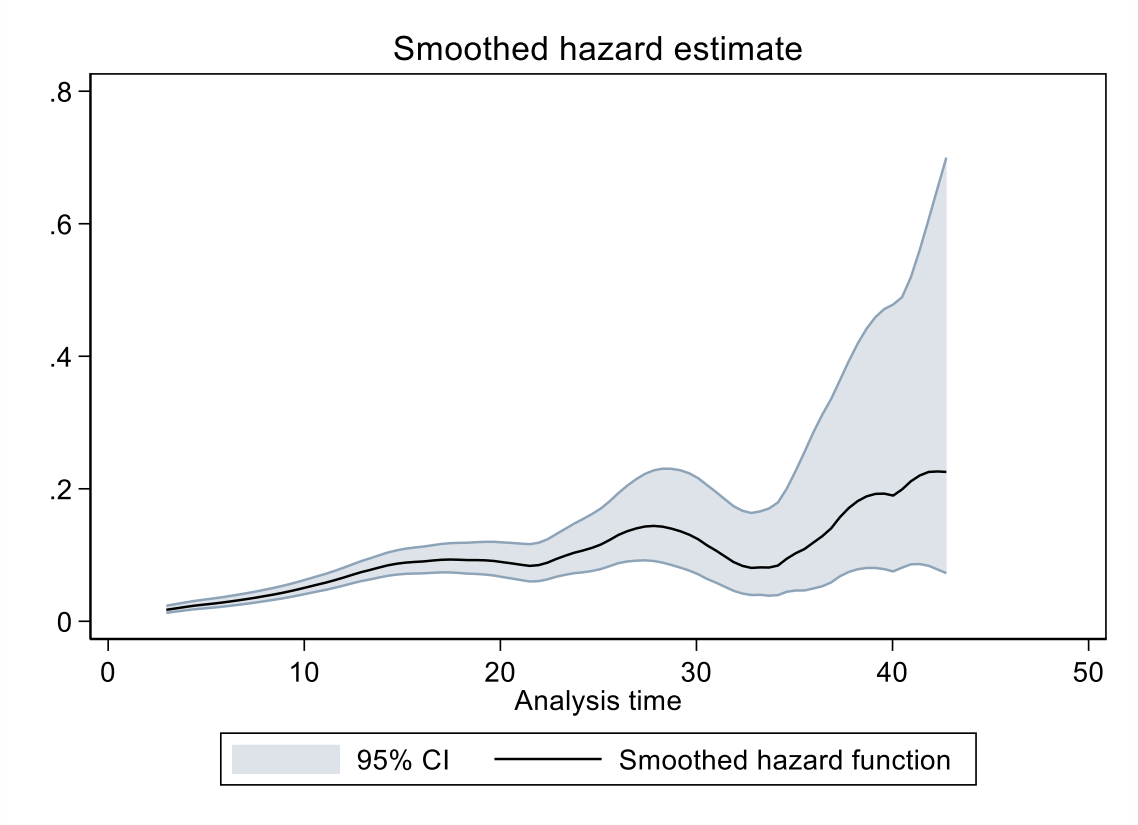
Figura 2. *Curva de Nelson-Aalen de hazard acumulada.*



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 3, se presenta la función *hazard* suavizada. Esta función permite visualizar cómo cambia la tasa de riesgo de ocurrencia de un evento a lo largo del tiempo; representa la probabilidad instantánea de que ocurra un evento en un momento dado, dado que el sujeto de estudio ha sobrevivido hasta ese momento; en otras palabras, es una medida de la tasa de riesgo en un momento específico del tiempo.

Figura 3. *Función hazard suavizada.*



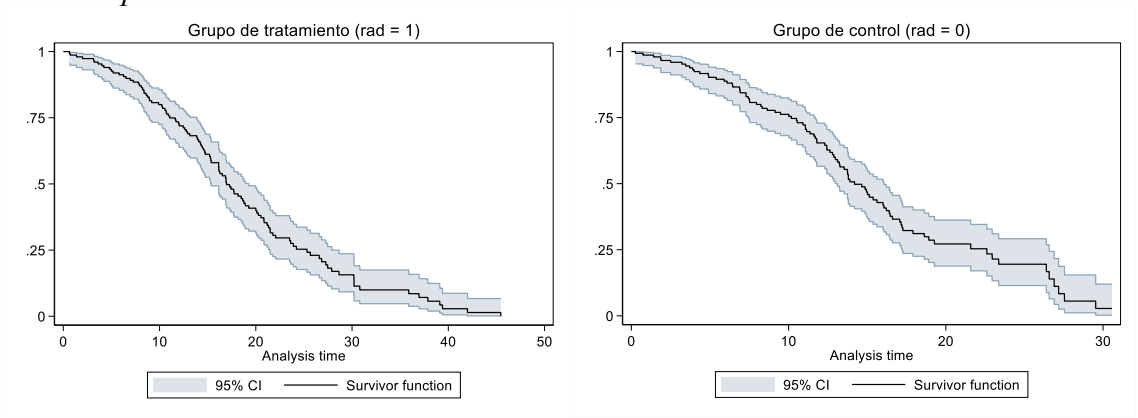
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 3.

Generar la curva de Kaplan-Meier de supervivencia para evaluar los efectos de radiación en las expectativas de supervivencia de los perros de la muestra. Generar un gráfico de los tiempos de supervivencia para el grupo de tratamiento y para el grupo de control. Repetir el ejercicio para cuando se aplica quimioterapia.

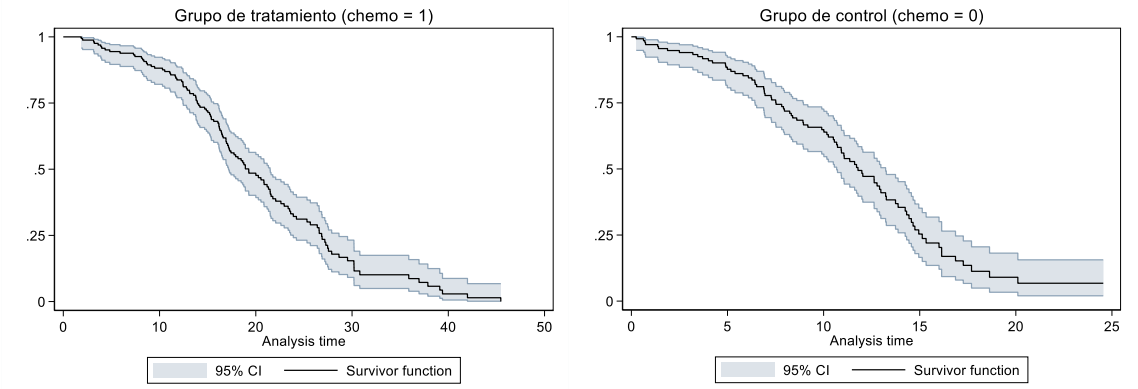
En las figuras 4 y 5, se presentan las curvas de Kaplan-Meier de supervivencia para grupo de tratamiento y grupo de control para los tratamientos de radioterapia y quimioterapia, respectivamente. En ambos casos, se puede observar que la curva correspondiente al grupo de tratamiento se encuentra más elevada que la correspondiente al grupo de control, indicando que, para los grupos de tratamiento, para cada momento del tiempo, hay una mayor proporción de perros que sobreviven.

Figura 4. *Curvas de Kaplan-Meier de supervivencia para evaluar los efectos de la radiaterapia.*



Fuente: Elaboración propia.

Figura 5. *Curvas de Kaplan-Meier de supervivencia para evaluar los efectos de la quimioterapia.*



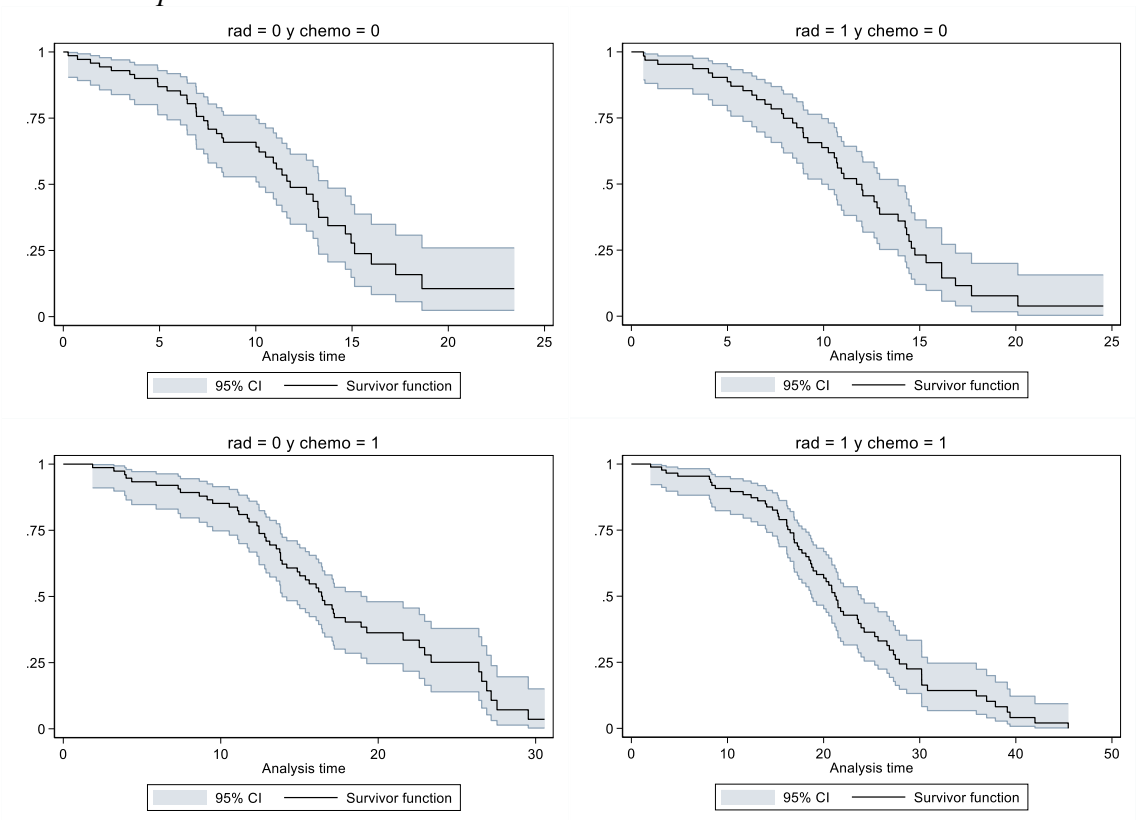
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 4.

Crear una nueva variable que represente cada una de las cuatro combinaciones de tratamiento posibles. Generar un gráfico mostrando cada una de las funciones de supervivencia.

En la figura 6, se presenta la curva de Kaplan-Meier de supervivencia para cada de las cuatro combinaciones de tratamiento posibles. Se puede observar que la curva correspondiente al grupo que recibe los dos tratamientos (*rad*= 1 y *chemo*= 1) se encuentra más elevada que las otras tres curvas, indicando que, para este grupo, para cada momento del tiempo, hay una mayor proporción de perros que sobreviven.

Figura 6. *Curva de Kaplan-Meier de supervivencia para cada combinación de tratamiento posible.*



Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 5.

Usar un test de Wilcoxon (revisar la literatura) para determinar si hay diferencias estadísticamente significativas entre las cuatro combinaciones de tratamiento.

Se realizan dos test Wilcoxon por separado, uno para la variable *rad* y otro para la variable *chemo*[1]. En ambos casos, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los grupos analizados (por un lado, rad= 0 versus rad= 1 y, por otro lado, chemo= 0 y chemo= 1) son estadísticamente diferentes.

[1] No encontré un test de Wilcoxon que me pudiera analizar una variable con más de dos categorías.

2. Estimando un Modelo de Cox (Cox Proportional Hazard Model).

Ejercicio 1.

Estimar un modelo de Cox con chemo y rad como predictores. ¿Qué efecto tienen los tratamientos en las probabilidades de supervivencia? Usar el tiempo definido en días.

En la tabla 1 (tabla 2), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox con *age*, *rad* y *chemo* como predictores. Se puede observar que ambos tratamientos tienen un efecto positivo sobre la probabilidad de supervivencia, ya que, como ambos coeficientes estimados son negativos, los perros que reciben los tratamientos tienen un riesgo relativo más bajo de experimentar el estado "muerte" en comparación con los perros que no reciben los tratamientos. En relación a esto, en la tabla 2, se observa que los *hazard ratio* de estas variables son menores a 1 (lo cual es consistente con coeficientes estimados negativos) y, dado que el *hazard* es una medida inversa de la supervivencia, un *hazard ratio* menor 1 implica una mayor (menor) supervivencia para la categoría correspondiente a *dummy*= 1 (*dummy*= 0), siendo, en este caso, *dummy* igual a *rad* o a *chemo*.

Tabla 1. *Modelo de Cox 1 (coeficientes).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        LR chi2(3)    =  72.93
Log likelihood = -931.6115                              Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1045706   .0273839     3.82   0.000     .0508991    .1582422
         rad |  -.2917368   .1466947    -1.99   0.047    -.5792531   -.0042204
       chemo |  -1.233281   .1649521    -7.48   0.000    -1.556581   -.9099809
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2. *Modelo de Cox 1 (hazard ratios).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        LR chi2(3)    =  72.93
Log likelihood = -931.6115                              Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.110234   .0304026     3.82   0.000     1.052217     1.17145
         rad |   .7469651   .1095758    -1.99   0.047     .5603167    .9957885
       chemo |   .2913351   .0480563    -7.48   0.000     .2108557    .4025319
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 2.

El estudio fue realizado en 7 clínicas y podría ser una confounding variable. Agregar la variable clinic al modelo y determinar si agregar esta variable tiene algún efecto en los coeficientes de chemo y rad.

En la tabla 3 (tabla 4), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox con *age*, *rad* y *chemo* como predictores, pero, ahora, agregando a la variable *clinic*. Se puede observar que agregar esta variable no tiene un efecto muy relevante en los coeficientes de *chemo* y *rad*, ya que estos varían mínimamente, al igual que su significatividad estadística (la cual empeora un poco para el caso de la variable *rad*).

Tabla 3. *Modelo de Cox 2 (coeficientes).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        LR chi2(9)    =  85.52
Log likelihood = -925.3136                              Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1156871   .0280631     4.12   0.000     .0606844    .1706899
         rad |  -.2796114    .148758    -1.88   0.060    -.5711717    .0119488
       chemo |  -1.254296   .1675252    -7.49   0.000    -1.582639   -.9259523
  _Iclinic_2 |  -.4824995   .2881326    -1.67   0.094    -1.047229    .0822301
  _Iclinic_3 |  -.0506161   .2554809    -0.20   0.843    -.5513494    .4501171
  _Iclinic_4 |  -.2359797   .2552263    -0.92   0.355    -.7362141    .2642547
  _Iclinic_5 |  -.0951635   .2496705    -0.38   0.703    -.5845086    .3941817
  _Iclinic_6 |  -.3706164    .267898    -1.38   0.167    -.8956869    .1544541
  _Iclinic_7 |  -.7563722   .2692629    -2.81   0.005    -1.284118   -.2286267
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. *Modelo de Cox 2 (hazard ratios).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        LR chi2(9)    =  85.52
Log likelihood = -925.3136                              Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.122645   .0315049     4.12   0.000     1.062564    1.186123
         rad |   .7560775   .1124726    -1.88   0.060     .5648632    1.012021
       chemo |   .2852767    .047791    -7.49   0.000     .2054322     .396154
  _Iclinic_2 |   .6172387   .1778466    -1.67   0.094     .3509087    1.085706
  _Iclinic_3 |   .9506435   .2428712    -0.20   0.843     .5761718    1.568496
  _Iclinic_4 |   .7897967   .2015769    -0.92   0.355     .4789236     1.30246
  _Iclinic_5 |   .9092243   .2270065    -0.38   0.703     .5573797     1.48317
  _Iclinic_6 |   .6903087   .1849323    -1.38   0.167      .408327    1.167021
  _Iclinic_7 |   .4693661   .1263829    -2.81   0.005     .2768947    .7956255
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 3.

Utilizar tanto un test de Wald como un test de cociente de verosimilitud para evaluar la significatividad de la variable clinic como predictor. Utilizar el criterio de información de Akaike para determinar si el modelo que mejor ajusta los datos es el que incorpora la variable clinic o el que no la incorpora.

Se pretende evaluar la significatividad de la variable *clinic* como predictor. Por un lado, utilizando un test de Wald, con un nivel de significancia del 5%, la variable *clinic* no es estadísticamente significativa. Por otro lado, utilizando un test de cociente de verosimilitud, con un nivel de significancia del 5%, se rechaza la hipótesis nula de que el modelo más simple (el que no incorpora la variable *clinic*) es el que mejor ajusta a los datos. Por último, al utilizar el criterio de información de Akaike para determinar el modelo que mejor ajusta a los datos, resulta que el modelo que incorpora la variable *clinic* es el que tiene un menor AIC (1.868,627 versus 1.869,223), por lo que se concluye que este modelo es el que mejor ajusta a los datos.

Ejercicio 4.

¿Hay alguna evidencia de la interacción entre chemo y rad? ¿Cuál es el efecto de recibir ambos tratamientos sobre la probabilidad de morir?

En la tabla 5 (tabla 6), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox con *age*, *rad*, *chemo* y *clinic* como predictores, pero, ahora, agregando a la interacción entre *rad* y *chemo*. Se puede observar que el efecto de recibir ambos tratamientos sobre la probabilidad de morir es negativo, es decir, la interacción de ambos tratamientos tiene un efecto positivo sobre la probabilidad de supervivencia. Además, es notable destacar que, ahora, cuando sólo se recibe el tratamiento de radioterapia, el efecto sobre la probabilidad de morir es positivo (anteriormente, cuando no incorporábamos la interacción, era negativo), aunque no es estadísticamente significativo.

Tabla 5. *Modelo de Cox 3 (coeficientes).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(10)   =  95.57
Log likelihood = -920.29014                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1252957    .028208     4.44   0.000     .0700091    .1805824
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |  -.8118311    .218913    -3.71   0.000    -1.240893   -.3827696
     yes#no  |   .2554841   .2232517     1.14   0.252    -.1820812    .6930493
    yes#yes  |   -1.51176   .2268242    -6.66   0.000    -1.956327   -1.067193
             |
  _Iclinic_2 |  -.5079383   .2887136    -1.76   0.079    -1.073807    .0579301
  _Iclinic_3 |  -.1381408   .2576148    -0.54   0.592    -.6430565    .3667748
  _Iclinic_4 |  -.3703841   .2603957    -1.42   0.155    -.8807502    .1399821
  _Iclinic_5 |  -.1969114    .252787    -0.78   0.436    -.6923647     .298542
  _Iclinic_6 |  -.4020562   .2680656    -1.50   0.134     -.927455    .1233427
  _Iclinic_7 |  -.9039418   .2735173    -3.30   0.001    -1.440026   -.3678576
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6. *Modelo de Cox 3 (hazard ratios).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(10)   =  95.57
Log likelihood = -920.29014                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.133484   .0319733     4.44   0.000     1.072518    1.197915
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |   .4440442    .097207    -3.71   0.000      .289126      .68197
     yes#no  |   1.291086   .2882372     1.14   0.252     .8335337    1.999804
    yes#yes  |   .2205216   .0500196    -6.66   0.000     .1413767    .3439728
             |
  _Iclinic_2 |   .6017349   .1737291    -1.76   0.079     .3417053    1.059641
  _Iclinic_3 |    .870976   .2243763    -0.54   0.592     .5256832    1.443073
  _Iclinic_4 |   .6904691   .1797952    -1.42   0.155     .4144719    1.150253
  _Iclinic_5 |   .8212634   .2076047    -0.78   0.436     .5003914    1.347892
  _Iclinic_6 |   .6689432   .1793206    -1.50   0.134     .3955591    1.131272
  _Iclinic_7 |   .4049702   .1107664    -3.30   0.001     .2369216    .6922157
------------------------------------------------------------------------------
```

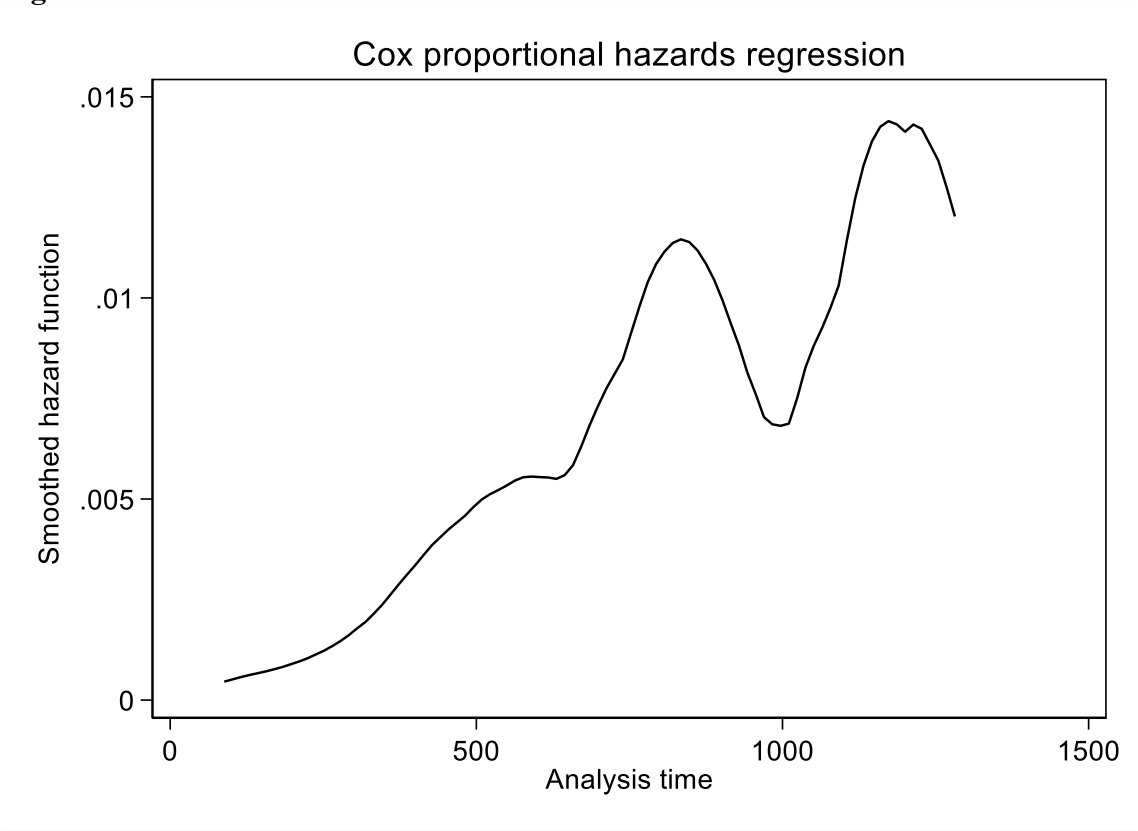
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 5.

¿Cuál es la forma de la hazard en el baseline hazard?

En la figura 7, se presenta la función *hazard* en el *baseline hazard* (considerando el modelo de Cox 3).

Figura 7. *Función hazard suavizada en el baseline hazard.*



Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 6.

Realizar un análisis estratificado por clínica (strata(clinic)) de chemo, rad y su interacción. Comparar este modelo con el que incluye la variable clinic como efecto fijo. ¿Cómo difieren estos modelos? ¿Cuál tiene la mayor log-verosimilud? ¿Son los coeficientes para las variables de tratamiento similares? Explicar, en sus propias palabras, cuáles son los efectos de cada uno de los tratamientos sobre la probabilidad de que un perro sobreviva. Estimar un modelo que determine si el efecto de quimioterapia varía de una clínica a la otra.

En la tabla 7 (tabla 8), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox estratificado por clínica con *age*, *rad*, *chemo* y su interacción como predictores. Al comparar este modelo con el que incluye la variable *clinic* como efecto fijo, se puede observar que el modelo aquí estimado, por un lado, tiene un mayor efecto absoluto de *chemo* y de la interacción y, por otro lado, tiene la mayor log-verosimilud (menos negativa).

Los efectos de cada uno de los tratamientos son:

- *rad*= 0 y *chemo*= 1: efecto positivo sobre la probabilidad de que un perro sobreviva de recibir el tratamiento de quimioterapia pero no de radioterapia.
- *rad*= 1 y *chemo*= 0: efecto negativo (pero no significativo) sobre la probabilidad de que un perro sobreviva de recibir el tratamiento de radioterapia pero no de quimioterapia.
- *rad*= 1 y *chemo*= 1: efecto positivo sobre la probabilidad de que un perro sobreviva de recibir ambos tratamientos.

Tabla 7. *Modelo de Cox 4 (coeficientes).*

```
Stratified Cox regression with Breslow method for ties
Strata variable: clinic

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(4)    =  77.11
Log likelihood = -541.46723                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |    .110702   .0290864     3.81   0.000     .0536938    .1677102
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |  -.8747791   .2255114    -3.88   0.000    -1.316773   -.4327849
     yes#no  |   .1865514   .2313938     0.81   0.420     -.266972    .6400749
    yes#yes  |  -1.508527   .2349946    -6.42   0.000    -1.969108   -1.047947
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. *Modelo de Cox 4 (hazard ratios).*

```
Stratified Cox regression with Breslow method for ties
Strata variable: clinic

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(4)    =  77.11
Log likelihood = -541.46723                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.117062   .0324913     3.81   0.000     1.055161    1.182594
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |   .4169541   .0940279    -3.88   0.000     .2679987       .6487
     yes#no  |   1.205087   .2788496     0.81   0.420     .7656945    1.896623
    yes#yes  |   .2212355   .0519891    -6.42   0.000     .1395813    .3506571
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 9 (tabla 10), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox con *age*, *rad*, *chemo*, su interacción y la interacción entre *chemo* y *clinic* como predictores. Se puede observar que la gran mayoría de las interacciones no son estadísticamente significativas y, para los casos en que sí lo son, no hay grandes diferencias en sus efectos, por lo que concluiría que el efecto de quimioterapia no varía de una clínica a otra.

Tabla 9. *Modelo de Cox 5 (coeficientes).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(16)   =  98.96
Log likelihood = -918.59407                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1256619   .0294777     4.26   0.000     .0678867    .1834371
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |  -1.769954   .4163616    -4.25   0.000    -2.586008   -.9539003
     yes#no  |   .3499103    .236425     1.48   0.139    -.1134742    .8132948
    yes#yes  |  -2.450626    .430462    -5.69   0.000    -3.294316   -1.606936
             |
chemo#clinic |
       no#2  |  -.4072162   .4230318    -0.96   0.336    -1.236343    .4219109
       no#3  |  -.3877265   .4126055    -0.94   0.347    -1.196418    .4209654
       no#4  |  -.6833391   .4369149    -1.56   0.118    -1.539677    .1729984
       no#5  |  -.3144385   .4064653    -0.77   0.439    -1.111096    .4822188
       no#6  |  -.2561675   .4422568    -0.58   0.562    -1.122975    .6106399
       no#7  |  -1.121181   .4751976    -2.36   0.018    -2.052551   -.1898104
      yes#1  |   .8234076   .3352236     2.46   0.014     .1663813    1.480434
      yes#2  |   .1344455   .4162758     0.32   0.747    -.6814401     .950331
      yes#3  |   .8558539   .3416664     2.50   0.012        .1862    1.525508
      yes#4  |    .641404   .3314385     1.94   0.053    -.0082036    1.291012
      yes#5  |   .6625776   .3404581     1.95   0.052    -.0047081    1.329863
      yes#6  |   .3410004   .3441839     0.99   0.322    -.3335876    1.015588
      yes#7  |          0  (omitted)
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 10. *Modelo de Cox 5 (hazard ratios).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(16)   =  98.96
Log likelihood = -918.59407                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.133899   .0334247     4.26   0.000     1.070244    1.201339
             |
   rad#chemo |
     no#yes  |   .1703408   .0709234    -4.25   0.000     .0753201    .3852356
     yes#no  |    1.41894    .335473     1.48   0.139     .8927272    2.255327
    yes#yes  |   .0862395   .0371228    -5.69   0.000     .0370934    .2005009
             |
chemo#clinic |
       no#2  |   .6655003   .2815278    -0.96   0.336     .2904443    1.524873
       no#3  |   .6785979   .2799932    -0.94   0.347     .3022749    1.523432
       no#4  |   .5049281   .2206107    -1.56   0.118     .2144504    1.188864
       no#5  |   .7301987   .2968005    -0.77   0.439      .329198    1.619664
       no#6  |   .7740123   .3423122    -0.58   0.562     .3253106    1.841609
       no#7  |   .3258948   .1548644    -2.36   0.018      .128407    .8271159
      yes#1  |    2.27825   .7637232     2.46   0.014     1.181023    4.394852
      yes#2  |   1.143902   .4761788     0.32   0.747     .5058879    2.586566
      yes#3  |   2.353383    .804072     2.50   0.012     1.204663    4.597478
      yes#4  |   1.899145     .62945     1.94   0.053       .99183    3.636463
      yes#5  |   1.939786   .6604159     1.95   0.052      .995303    3.780527
      yes#6  |   1.406354   .4840443     0.99   0.322     .7163491    2.760987
      yes#7  |          1  (omitted)
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 7.

Estimar un modelo que use como variable explicativa una variable categórica que represente los cuatro grupos de tratamiento (es decir, cada uno de los dos tratamientos y su interacción) y efectos fijos por clínica y evaluar el supuesto de proportional hazard utilizando un gráfico de la función hazard acumulada. ¿Qué se puede concluir?

En la tabla 11 (tabla 12), se presentan los coeficientes (*hazard ratios*) de un modelo de Cox con *age*, *terapy* (considera las cuatro combinaciones de tratamientos posibles) y *clinic* como predictores. Como era de esperar, los resultados son, exactamente, los mismos que los obtenidos en el modelo de Cox 3 (Ejercicio 4).

Tabla 11. *Modelo de Cox 6 (coeficientes).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        LR chi2(10)   =  95.57
Log likelihood = -920.29014                             Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1252957    .028208     4.44   0.000     .0700091    .1805824
  _Iterapy_2 |  -.8118311    .218913    -3.71   0.000    -1.240893   -.3827696
  _Iterapy_3 |   .2554841   .2232517     1.14   0.252    -.1820812    .6930493
  _Iterapy_4 |   -1.51176   .2268242    -6.66   0.000    -1.956327   -1.067193
  _Iclinic_2 |  -.5079383   .2887136    -1.76   0.079    -1.073807    .0579301
  _Iclinic_3 |  -.1381408   .2576148    -0.54   0.592    -.6430565    .3667748
  _Iclinic_4 |  -.3703841   .2603957    -1.42   0.155    -.8807502    .1399821
  _Iclinic_5 |  -.1969114    .252787    -0.78   0.436    -.6923647     .298542
  _Iclinic_6 |  -.4020562   .2680656    -1.50   0.134     -.927455    .1233427
  _Iclinic_7 |  -.9039418   .2735173    -3.30   0.001    -1.440026   -.3678576
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

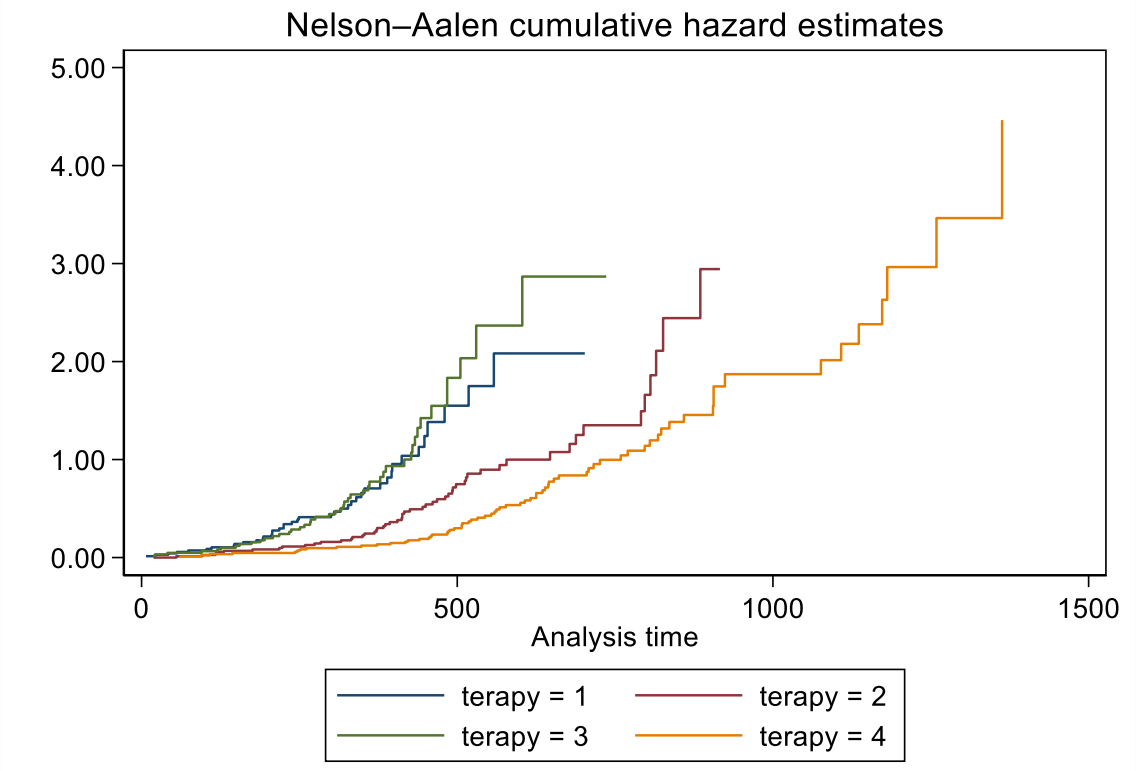
Tabla 12. *Modelo de Cox 6 (hazard ratios).*

```
Cox regression with Breslow method for ties

No. of subjects =     300                                 Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                          LR chi2(10)   =  95.57
Log likelihood = -920.29014                               Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
          _t | Haz. ratio   Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   1.133484   .0319733     4.44   0.000     1.072518    1.197915
  _Iterapy_2 |   .4440442    .097207    -3.71   0.000      .289126      .68197
  _Iterapy_3 |   1.291086   .2882372     1.14   0.252     .8335337    1.999804
  _Iterapy_4 |   .2205216   .0500196    -6.66   0.000     .1413767    .3439728
  _Iclinic_2 |   .6017349   .1737291    -1.76   0.079     .3417053    1.059641
  _Iclinic_3 |    .870976   .2243763    -0.54   0.592     .5256832    1.443073
  _Iclinic_4 |   .6904691   .1797952    -1.42   0.155     .4144719    1.150253
  _Iclinic_5 |   .8212634   .2076047    -0.78   0.436     .5003914    1.347892
  _Iclinic_6 |   .6689432   .1793206    -1.50   0.134     .3955591    1.131272
  _Iclinic_7 |   .4049702   .1107664    -3.30   0.001     .2369216    .6922157
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 8, se presenta la curva Nelson-Aalen de *hazard* acumulada para la variable *terapy*. Se puede concluir que se cumple el supuesto de *proportional hazard*, es decir, que la relación entre la variable explicativa y el riesgo de ocurrencia del evento de interés es constante a lo largo del tiempo, ya que las curvas son, aproximadamente, paralelas a lo largo del tiempo.

Figura 8. *Curva de Nelson-Aalen de hazard acumulada para la variable terapy.*



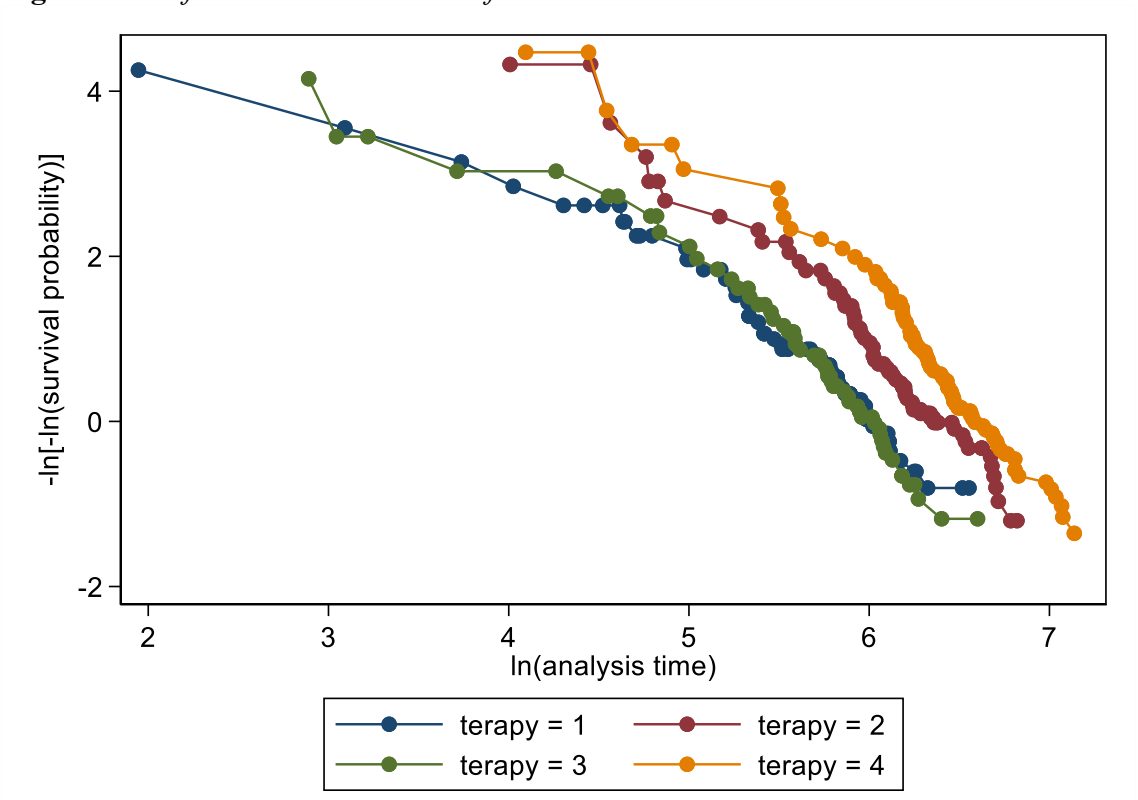
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 8.

Evaluar también el supuesto de proportional hazard utilizando gráficos de residuos Schoenfeld escalados y un test estadístico de proporcionalidad basado en los residuos de Schoenfeld (ayuda: ver schoenfeld y scaledsch en Stata).

En la figura 9 y en la tabla 13, se evalúa el supuesto de *proportional hazard* utilizando gráficos de residuos Schoenfeld escalonados y un test estadístico de proporcionalidad basado en los residuos de Schoenfeld, respectivamente. En el primer caso, se puede observar que las curva son, relativamente, paralelas, por lo que no se viola el supuesto de *proportional hazard*. En el segundo caso, no se rechaza la hipótesis nula de *proportional hazard*. Por lo tanto, se puede concluir que se cumple el supuesto de *proportional hazard*.

Figura 9. *Gráfico de residuos Schoenfeld escalonados.*



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13. *Test estadístico de proporcionalidad basado en los residuos de Schoenfeld.*

```
Test of proportional-hazards assumption

Time function: Analysis time
-----------------------------------------------
             |     chi2       df       Prob>chi2
-------------+---------------------------------
 Global test |     4.66       10           0.9128
-----------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

3. Modelos Paramétricos.

En este ejercicio, se tienen que calcular estimaciones para diferentes tipos de modelos de supervivencia paramétricos. Las variables explicativas de los modelos serán: la edad del diagnóstico, su cuadrado y los tratamientos rad y chemo.

Ejercicio 1.

Ajustar modelos paramétricos con el tiempo de supervivencia modelado mediante: una distribución exponencial, una Weibull y una distribución lognormal.

En las tablas 14, 15 y 16, se presentan las estimaciones de modelos paramétricos con el tiempo de supervivencia modelado mediante una distribución exponencial, una Weibull y una lognormal, respectivamente.

Tabla 14. *Modelo paramétrico (distribución exponencial).*

```
Exponential PH regression

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        Wald chi2(5)  =  41.98
Log pseudolikelihood = -315.62373                       Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
          _t | Coefficient  std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |  -.0337868   .0900661    -0.38   0.708     -.210313    .1427394
        age2 |   .0066531   .0058958     1.13   0.259    -.0049024    .0182086
         rad |   .1583477    .159347     0.99   0.320    -.1539666    .4706621
       chemo |  -.2735383   .1530009    -1.79   0.074    -.5734146     .026338
   rad_chemo |   -.349043   .1979503    -1.76   0.078    -.7370185    .0389325
       _cons |  -6.345979   .3360271   -18.89   0.000     -7.00458   -5.687378
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 15. *Modelo paramétrico (distribución Weibull).*

```
Weibull PH regression

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        Wald chi2(5)  =  78.17
Log pseudolikelihood = -243.48756                       Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
          _t | Coefficient  std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |  -.0437837    .134874    -0.32   0.745     -.308132    .2205645
        age2 |   .0098644   .0090807     1.09   0.277    -.0079335    .0276623
         rad |   .1379884   .2168381     0.64   0.525    -.2870064    .5629832
       chemo |  -.7562293   .2126099    -3.56   0.000    -1.172937   -.3395216
   rad_chemo |  -.6779556   .2786234    -2.43   0.015    -1.224047   -.1318637
       _cons |  -13.78937   1.018176   -13.54   0.000    -15.78496   -11.79379
-------------+----------------------------------------------------------------
       /ln_p |   .8068914   .0672935    11.99   0.000     .6749986    .9387842
-------------+----------------------------------------------------------------
           p |   2.240931      .1508                      1.96403    2.556871
         1/p |   .4462431   .0300292                      .3911031    .5091571
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16. *Modelo paramétrico (distribución lognormal).*

```
Lognormal AFT regression

No. of subjects =     300                               Number of obs =    300
No. of failures =     207
Time at risk    = 127,744
                                                        Wald chi2(5)  =  64.04
Log pseudolikelihood = -280.49695                       Prob > chi2   = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
          _t | Coefficient  std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .0665496    .079323     0.84   0.401    -.0889206    .2220198
        age2 |  -.0091573   .0054042    -1.69   0.090    -.0197494    .0014347
         rad |  -.0304744   .1575335    -0.19   0.847    -.3392344    .2782855
       chemo |   .4473685   .1372041     3.26   0.001     .1784533    .7162837
   rad_chemo |   .2797488   .1875355     1.49   0.136     -.087814    .6473115
       _cons |   5.811232   .2803129    20.73   0.000     5.261829    6.360635
-------------+----------------------------------------------------------------
    /lnsigma |  -.3324743   .0923369    -3.60   0.000    -.5134513   -.1514973
-------------+----------------------------------------------------------------
       sigma |   .7171471   .0662191                      .5984267    .8594202
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 2.

Interpretar los coeficientes estimados cuidadosamente.

Seguidamente, se presenta una breve descripción de cómo se interpretan estos coeficientes estimados en cada distribución:

- Distribución exponencial:

En un modelo con distribución exponencial, el coeficiente estimado para una covariable continua representa el cambio en el logaritmo del *hazard* (tasa de riesgo) por un incremento unitario en la covariable, manteniendo todas las demás covariables constantes. Por ejemplo, el coeficiente estimado de la covariable *age*, para un perro con 5 años de edad en el momento del diagnóstico de linfosarcoma, es 0,033 (= -0,034 + 2 * 0,007 * 5), que significa que un incremento en un año de edad en el momento del diagnóstico está asociado con un incremento del 3,3% en el *hazard* (tasa de riesgo), manteniendo todas las demás covariables constantes.

En el caso de las covariables discretas (*rad*, *chemo* y su interacción), haciendo uso de los coeficientes estimados ($e^{\widehat{\beta}_k}$ - 1), se llega a cuál es la brecha en la tasa de riesgo entre la $categoria_k$, k= 1, 2, 3, y la $categoria_0$, manteniendo todas las demás covariables constantes. Por ejemplo, el coeficiente estimado para la variable *rad* es 0,158, que implica que la brecha en la tasa de riesgo entre los perros que recibieron sólo el tratamiento de radioterapia (*rad*= 1 y *chemo*= 0) y los que no recibieron ningún tratamiento es igual a 0,172 (= $e^{0,158}$ - 1), manteniendo todas las demás covariables constantes. Los respectivos valores para la $categoria_2$ y la $categoria_3$ son negativos e iguales a -0,239 (= $e^{-0,274}$ - 1) y -0,371 (= $e^{0,158-0,274-0,349}$ - 1), respectivamente.

- Distribución Weibull:

En un modelo con distribución Weibull, la interpretación del coeficiente estimado es similar a la con distribución exponencial. Sin embargo, debido a la flexibilidad adicional de la distribución Weibull, el efecto de una covariable puede ser no lineal en términos de la tasa de riesgo. Por lo tanto, la interpretación del coeficiente en la distribución Weibull sigue siendo un cambio en el logaritmo del *hazard* por un incremento unitario en la covariable, manteniendo todas las demás covariables constantes, pero la forma exacta del cambio puede variar dependiendo de los parámetros de forma y escala de la distribución Weibull.

- Distribución lognormal:

En un modelo con distribución lognormal, el coeficiente estimado para una covariable continua representa el cambio en la mediana (o la media, dependiendo de la parametrización) del tiempo hasta el evento por un incremento unitario en la covariable, manteniendo todas las demás covariables constantes. Por ejemplo, el coeficiente estimado de la covariable *age*, para un perro con 5 años de edad en el momento del diagnóstico de linfosarcoma, es -0,025 (= 0,067 + 2 (-0,009) * 5), significa que un incremento en un año de edad en el momento del diagnóstico está asociado con un decremento del 2,5% en la mediana del tiempo hasta el evento, manteniendo todas las demás covariables constantes.

En el caso de las covariables discretas (*rad*, *chemo* y su interacción), haciendo uso de los coeficientes estimados ($e^{\widehat{\beta}_k}$ - 1), se llega a cuál es la brecha en la mediana del tiempo hasta el evento entre la $categoria_k$, k= 1, 2, 3, y la $categoria_0$, manteniendo todas las demás covariables constantes. Por ejemplo, el coeficiente estimado de la variable *rad* es -0,03, que implica que la brecha en la mediana del tiempo hasta el evento entre los perros que recibieron sólo el tratamiento de radioterapia (*rad*= 1 y *chemo*= 0) y los que no recibieron ningún tratamiento es igual a -0,03 (= $e^{-0,03}$ - 1), manteniendo todas las demás covariables constantes. Los respectivos valores para la $categoria_2$ y la $categoria_3$ son positivos e iguales a 0,564 (= $e^{0,447}$ - 1) y 1,01 (= $e^{-0,03+0,447+0,28}$ - 1), respectivamente.

Ejercicio 3.

Comparar cuál de los tres modelos ajusta mejor a los datos.

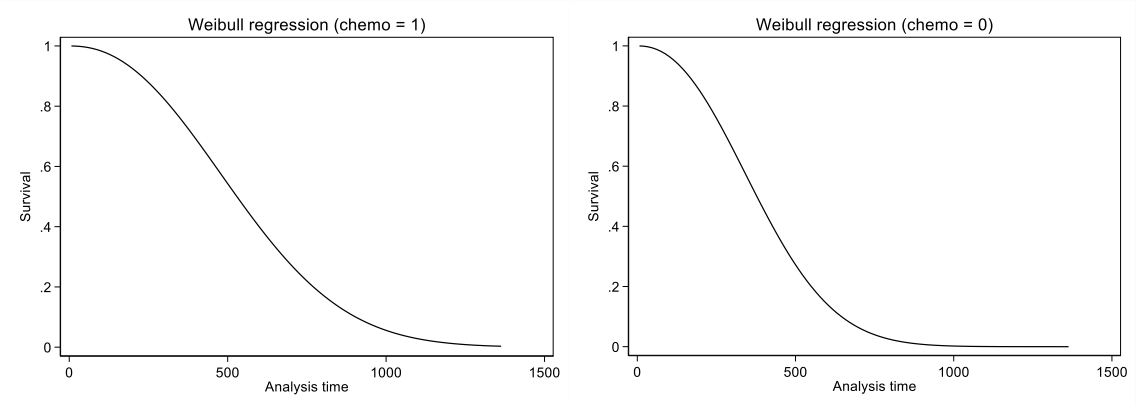
Los AIC (BIC) de los modelos que usan distribución exponencial, Weibull y lognormal son 643,247, 500,975 y 574,994 (665,47, 526,902 y 600,92), respectivamente, por lo que se concluye que el modelo con distribución Weibull es el que ajusta mejor a los datos.

Ejercicio 4.

Calcular la curva de supervivencia para cada grupo de quimioterapia para los modelos que usan distribuciones de Weibull y lognormal.

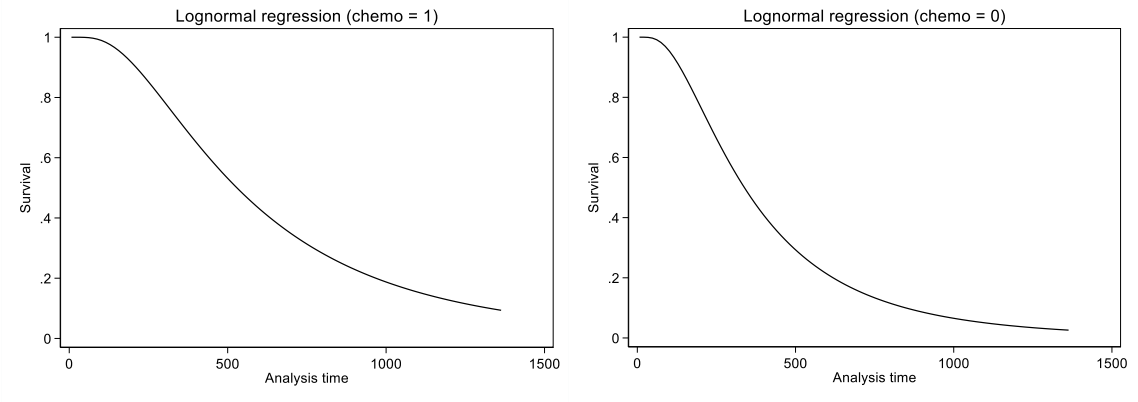
En las figuras 10 y 11, se presentan las curvas de supervivencia para grupo de tratamiento y grupo de control para el tratamiento de quimioterapia en los modelos que usan distribución Weibull y lognormal, respectivamente. En ambos modelos, se puede observar que la curva correspondiente al grupo de tratamiento se encuentra más elevada que la correspondiente al grupo de control, indicando que, para los grupos de tratamiento, para cada momento del tiempo, hay una mayor proporción de perros que sobreviven.

Figura 10. *Curvas de supervivencia para tratamiento de quimioterapia en modelo paramétrico (distribución Weibull).*



Fuente: Elaboración propia.

Figura 11. *Curvas de supervivencia para tratamiento de quimioterapia en modelo paramétrico (distribución lognormal).*



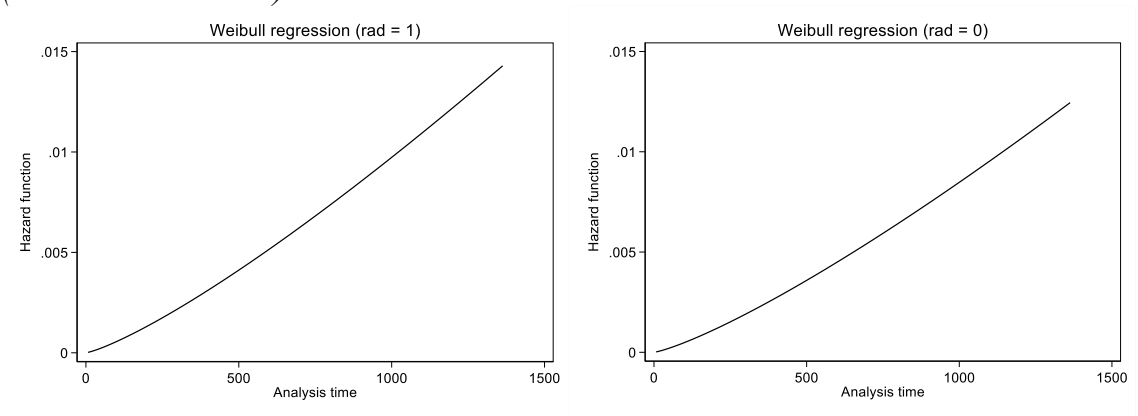
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 5.

Dibujar la hazard en la línea de base para cada grupo de radiación para los modelos que usan distribuciones de Weibull y lognormal.

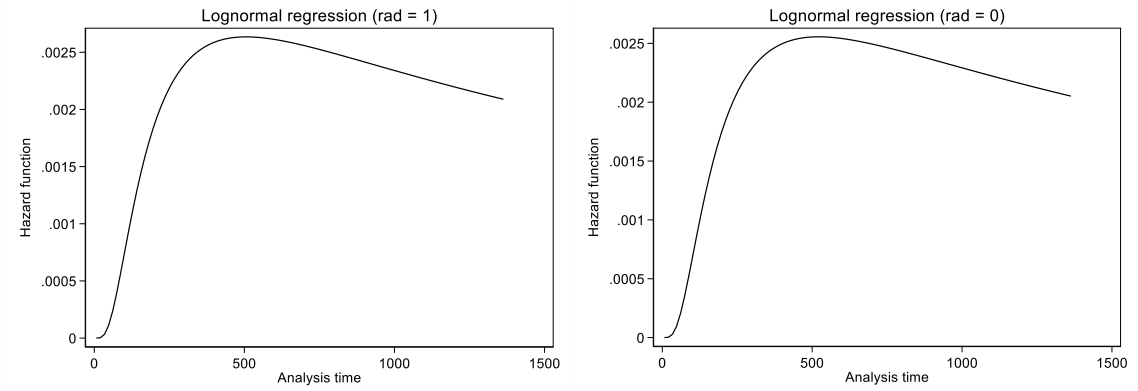
En las figuras 12 y 13, se presentan las funciones *hazard* para grupo de tratamiento y grupo de control para el tratamiento de radiación en los modelos que usan distribución Weibull y lognormal, respectivamente. Por un lado, al comparar grupos, no pareciera haber grandes diferencias entre grupo de tratamiento y grupo de control, indicando una tasa de riesgo semejante a lo largo del tiempo. Por otro lado, al comparar ambos modelos, mientras que la función *hazard* en el modelo que usa distribución lognormal no crece en todo el período (empieza a decrecer alrededor del día 500), la función *hazard* en el modelo que usa distribución Weibull crece en todo el período.

Figura 12. *Funciones hazard para tratamiento de radiación en modelo paramétrico (distribución Weibull).*



Fuente: Elaboración propia.

Figura 13. *Funciones hazard para tratamiento de radiación en modelo paramétrico (distribución lognormal).*



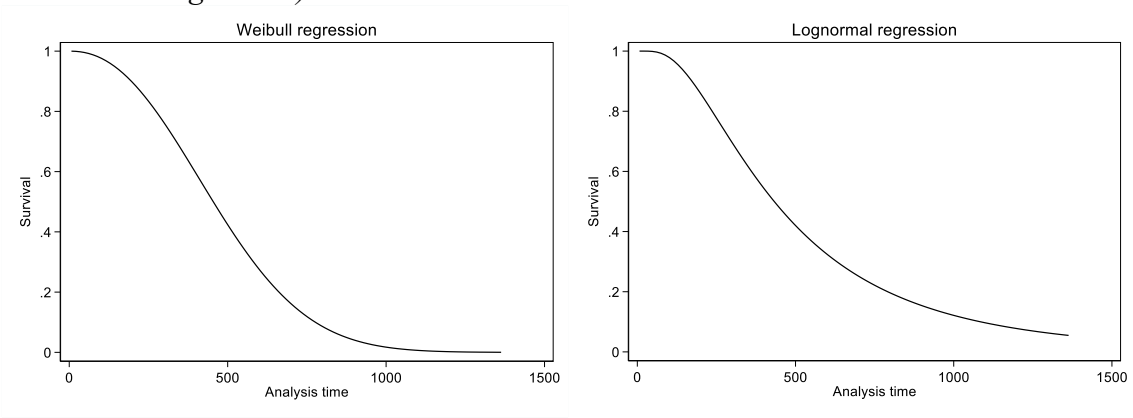
Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 6.

Evaluar el ajuste de los modelos que usan distribuciones de Weibull y lognormal.

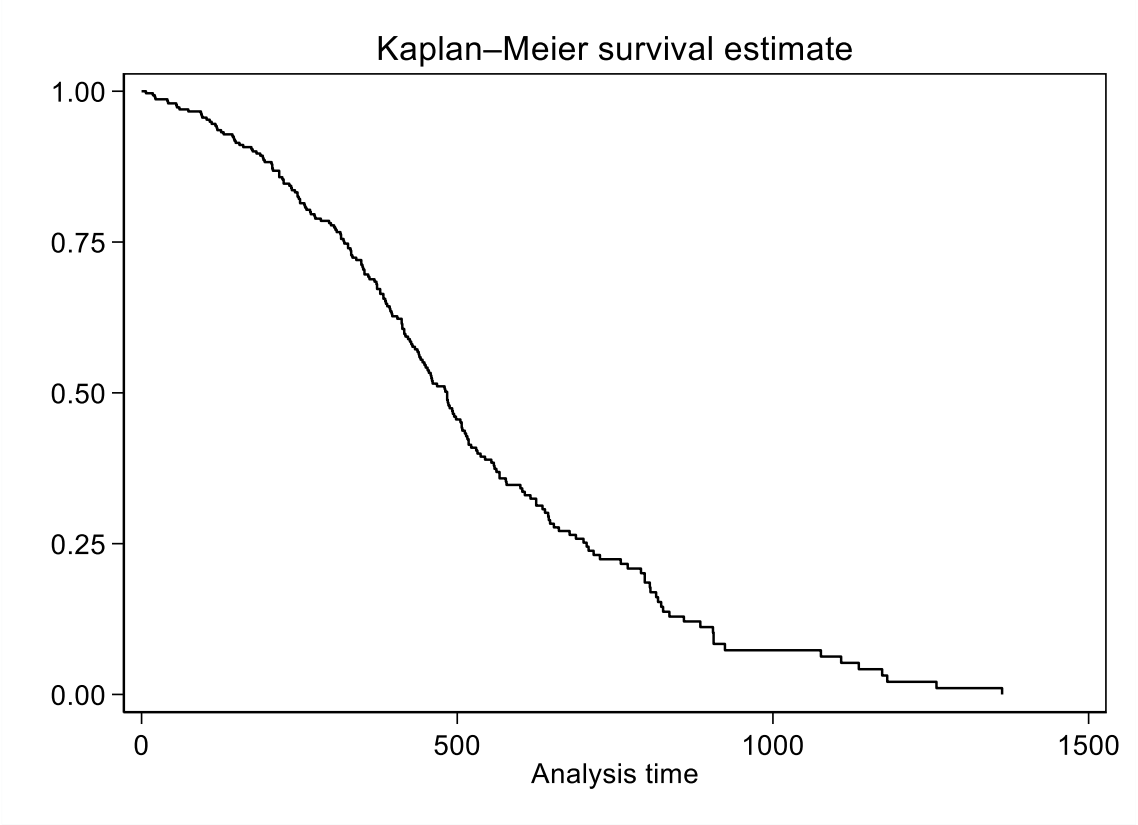
En la figura 14, se presentan las curvas de supervivencia de los modelos que usan distribución Weibull y lognormal, respectivamente, mientras que, en la figura 15, se presenta la curva de Kaplan-Meier de supervivencia. Siguiendo este criterio, se puede observar que el modelo que usa distribución Weibull ajusta mejor a los datos, ya que su curva de supervivencia se asemeja más a la curva de Kaplan-Meier que lo que se asemeja la curva de supervivencia del modelo que usa distribución log-normal.

Figura 14. *Curvas de supervivencia en modelos paramétricos (distribución Weibull y distribución lognormal).*



Fuente: Elaboración propia.

Figura 15. *Curva de Kaplan-Meier de supervivencia.*



Fuente: Elaboración propia.

En las tablas 17 y 18, se presentan los criterios de información de los modelos que usan distribución Weibull y lognormal, respectivamente. Siguiendo este criterio, se puede observar que el modelo que usa distribución Weibull ajusta mejor a los datos, ya que tanto AIC como BIC son menores a los del modelo que usa distribución lognormal.

Tabla 17. *Criterios de información en modelo paramétrico (distribución Weibull).*

```
Akaike's information criterion and Bayesian information criterion

------------------------------------------------------------------------------
       Model |          N   ll(null)  ll(model)      df        AIC        BIC
-------------+----------------------------------------------------------------
           . |        300  -278.6239  -243.4876       7   500.9751   526.9016
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18. *Criterios de información en modelo paramétrico (distribución lognormal).*

```
Akaike's information criterion and Bayesian information criterion

------------------------------------------------------------------------------
       Model |          N   ll(null)  ll(model)      df        AIC        BIC
-------------+----------------------------------------------------------------
           . |        300  -309.5887  -280.4969       7   574.9939   600.9204
------------------------------------------------------------------------------
```

Fuente: Elaboración propia.

Ejercicio 7.

Resumir las principales conclusiones del análisis.

Las principales conclusiones del análisis son:

- Para el grupo de tratamiento de quimioterapia, para cada momento del tiempo, hay una mayor proporción de perros que sobreviven.
- El modelo que usa distribución Weibull es que el ajusta mejor a los datos.

Referencias.

Berndt, E. R. (1991). The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary. Addison-Wesley Publishing Company.

Mroz, T. A. (1987). The Sensitivity of an Empirical Model of Married Women's Hours of Work to Economic and Statistical Assumptions. *Econometrica, 55*(4), 765-799. Recuperado de https://www.jstor.org/stable/1911029