

## Maestría en Econometría - UTDT

### Examen Final - Econometría de Datos de Panel

#### **PRIMERA PARTE: Propiedades de Muestra Finita en Paneles Desbalanceados.**

Considerar el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} y_{jt}^* &= \beta x_{jt} + c_j + u_{jt}, j=1, 2, \dots, N; t=1, 2, \dots, T, \\ s_{jt}^* &= \gamma_1 w_{jt} + \gamma_2 z_{jt} + \alpha_j + \epsilon_{jt}, \\ s_{jt} &= 1 \text{ si } s_{jt}^* > 0, s_{jt} = 0, \text{ en cualquier otro caso,} \\ y_{jt} &= y_{jt}^* s_{jt} \end{aligned} \quad (1)$$

Las dos variables de la ecuación de selección ( $w$  y  $z$ ) son independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza uno. La única variable de la ecuación de interés es  $x_{jt} = w_{jt}$ , por lo que se tiene una variable que está excluida de la ecuación de interés. El error idiosincrático de la ecuación de selección,  $\epsilon_{jt}$ , sigue una distribución normal con media cero y varianza uno. El error idiosincrático de la ecuación de interés (1) se define como:  $u_{jt} = 0,6\epsilon_{jt} + 0,8\psi_1$ , con  $\psi_1$  siendo una variable independiente y normal estándar. Con esta especificación, la correlación entre los errores idiosincráticos de las ecuaciones de interés y de selección es 0,6. Además, definir tres variables aleatorias:  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  y  $\psi_4$ . Estas variables son específicas de corte transversal. Son todas independientes y normales estándar. Con esta especificación general, definir tres modelos:

Modelo A: Este modelo asume que los dos términos de efectos no observables,  $c_j$  y  $\alpha_j$ , están correlacionados. Más específicamente:

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \psi_2 + \psi_4 \\ c_j &= \psi_3 + \psi_4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \\ (3) \end{aligned}$$

Modelo B: Este modelo asume que las variables observables y no observables están correlacionadas, pero que no hay correlación entre los efectos no observables entre ecuaciones.

$$\alpha_j = \psi_2 + \frac{z_{j1} + z_{j2}}{2} \quad (4)$$

$$c_j = \psi_3 + \frac{x_{j1} + x_{j2}}{2} \quad (5)$$

Modelo C: Éste es el modelo más general porque permite ambos tipos de correlación entre los dos componentes no observables y entre estos componentes y las variables observables.

$$\alpha_j = \psi_2 + \frac{z_{j1} + z_{j2}}{2} + \psi_4 \quad (6)$$

$$c_j = \psi_3 + \frac{x_{j1} + x_{j2}}{2} + \psi_4 \quad (7)$$

Todos los parámetros son iguales a uno ( $\beta = \gamma_1 = \gamma_2 = 1$ ).  $N = 20, 40, 100$  y  $T = 2, 10$ .

**Ejercicio 1.**

*Caso 1: Para cada modelo y combinación de  $N= 20, 40, 100$  y  $T= 2$ , realizar un experimento de Monte Carlo de  $S= 1000$  simulaciones y reportar el sesgo medio, el sesgo mediano, el error estándar, el RMSE y la desviación media absoluta de la estimación de Wooldridge para los tres parámetros del modelo ( $\beta$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ). Explicar los resultados.*

En las tablas 1, 2 y 3, para cada modelo (A, B, C) y tamaño de muestra 20, 40 y 100, respectivamente, se presentan el sesgo medio, el sesgo mediano, el desvío estándar, el RMSE y la desviación media absoluta de la estimación de Wooldridge para los tres parámetros del modelo ( $\beta$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ), considerando  $T= 2$  y 1000 replicaciones.

Por un lado, se puede observar que, a medida que el tamaño de muestra aumenta, para cada modelo (A, B, C) y para los tres parámetros del modelo ( $\beta$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ), mientras que el sesgo medio y el sesgo mediano aumentan, el desvío estándar, el RMSE y la AMD disminuyen. Por otro lado, se observa que, al comparar entre modelos, la estimación del modelo A se ajusta mejor al valor poblacional del parámetro  $\beta$  (ecuación de interés), mientras que la estimación del modelo B se ajusta mejor a los valores poblacionales de los parámetros  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  (ecuación de selección).

Por último, cabe mencionar que, cuando se está en presencia de un modelo como el C, en donde existen ambos tipos de correlación (entre los dos componentes no observables y entre estos componentes y las variables observables), en comparación a cuando existe sólo uno de los dos tipos de correlación pero no los dos, este método de estimación (Wooldridge bajo el enfoque de Mundlak) no se ajusta bien al valor poblacional del parámetro de la ecuación de interés (RMSE y AMD resultan considerablemente mayores).

**Tabla 1.** Simulaciones mediante estimación de Wooldridge bajo el enfoque de Mundlak (con  $N= 20$  y con 1000 replicaciones).

Resultado	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Sesgo medio $\hat{\beta}$	0,742	1,613	1,432
Sesgo mediano $\hat{\beta}$	0,477	1,222	1,035
Desvío estándar $\hat{\beta}$	3,182	3,358	5,683
RMSE $\hat{\beta}$	3,266	3,724	5,858
AMD $\hat{\beta}$	1,937	2,400	2,850
Sesgo medio $\hat{\gamma}_1$	0,124	0,038	0,098
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_1$	0,002	-0,032	0,004
Desvío estándar $\hat{\gamma}_1$	0,886	0,534	0,731
RMSE $\hat{\gamma}_1$	0,894	0,535	0,738
AMD $\hat{\gamma}_1$	0,631	0,407	0,510
Sesgo medio $\hat{\gamma}_2$	0,115	0,053	0,076
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_2$	-0,047	-0,027	-0,055
Desvío estándar $\hat{\gamma}_2$	1,003	0,564	0,741
RMSE $\hat{\gamma}_2$	1,009	0,566	0,745
AMD $\hat{\gamma}_2$	0,640	0,420	0,512

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 2.** Simulaciones mediante estimación de Wooldridge bajo el enfoque de Mundlak (con  $N=40$  y con 1000 replicaciones).

Resultado	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Sesgo medio $\hat{\beta}$	0,946	1,854	1,797
Sesgo mediano $\hat{\beta}$	0,782	1,689	1,650
Desvío estándar $\hat{\beta}$	1,742	2,183	2,610
RMSE $\hat{\beta}$	1,982	2,863	3,168
AMD $\hat{\beta}$	1,413	2,164	2,295
Sesgo medio $\hat{\gamma}_1$	0,239	0,177	0,217
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_1$	0,15	0,132	0,149
Desvío estándar $\hat{\gamma}_1$	0,643	0,394	0,487
RMSE $\hat{\gamma}_1$	0,685	0,431	0,533
AMD $\hat{\gamma}_1$	0,496	0,317	0,39
Sesgo medio $\hat{\gamma}_2$	0,261	0,184	0,232
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_2$	0,164	0,136	0,165
Desvío estándar $\hat{\gamma}_2$	0,670	0,400	0,518
RMSE $\hat{\gamma}_2$	0,719	0,440	0,568
AMD $\hat{\gamma}_2$	0,515	0,327	0,409

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 3.** Simulaciones mediante estimación de Wooldridge bajo el enfoque de Mundlak (con  $N=100$  y con 1000 replicaciones).

Resultado	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Sesgo medio $\hat{\beta}$	0,999	2,079	2,035
Sesgo mediano $\hat{\beta}$	0,932	2,013	1,958
Desvío estándar $\hat{\beta}$	0,971	1,077	1,361
RMSE $\hat{\beta}$	1,392	2,341	2,448
AMD $\hat{\beta}$	1,111	2,099	2,089
Sesgo medio $\hat{\gamma}_1$	0,332	0,221	0,274
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_1$	0,297	0,200	0,242
Desvío estándar $\hat{\gamma}_1$	0,409	0,245	0,320
RMSE $\hat{\gamma}_1$	0,527	0,330	0,422
AMD $\hat{\gamma}_1$	0,406	0,259	0,324
Sesgo medio $\hat{\gamma}_2$	0,347	0,224	0,283
Sesgo mediano $\hat{\gamma}_2$	0,296	0,216	0,261
Desvío estándar $\hat{\gamma}_2$	0,422	0,258	0,328
RMSE $\hat{\gamma}_2$	0,547	0,342	0,433
AMD $\hat{\gamma}_2$	0,421	0,272	0,336

Fuente: Elaboración propia.

**Ejercicio 2.**

*Caso 2: Para cada modelo y combinación de  $N= 20, 40, 100$  y  $T= 10$ , considerar lo siguiente:*

**(a)** *Tomar la primera generación de los datos ( $S= 1$ ) como si fuera una muestra obtenida de la realidad.*

**(b)** *Estimar el modelo por Wooldridge y guardar los coeficientes estimados (llamarlos  $\beta^{(b)}$ ,  $\gamma_1^{(b)}$  y  $\gamma_2^{(b)}$ ), como así también los residuos de la ecuación de selección,  $\hat{\epsilon}_{jt}^{(b)}$ .*

**(c)** *Realizar un procedimiento de bootstrapping para construir intervalos de 95% de confiabilidad para los tres estimadores de la siguiente manera: (i) Utilizar un procedimiento de muestreo aleatorio simple con reemplazo para obtener una nueva muestra de errores de la ecuación de selección. (Nota: Observar que se debe generar para cada  $j$  una nueva muestra de residuos  $\hat{\epsilon}_{jt}^{(b)}$  de dimensión  $T$ ). Con estos nuevos residuos, con  $\gamma_1^{(b)}$  y  $\gamma_2^{(b)}$  y con los valores originales de  $w, z$  (es decir, con los valores generados para  $S= 1$ ) y  $\alpha_j$ , construir una nueva variable dependiente del modelo de selección. (ii) Usando esta nueva variable dependiente del modelo de selección, los valores de  $\beta^{(b)}$  y  $x_{jt}$  y  $c_j$ , construir una nueva variable dependiente de la ecuación de interés. (iii) Con las nuevas variables dependientes de ambas ecuaciones construidas, estimar por Wooldridge los tres parámetros del modelo. (iv) Volver al paso (i) y repetir el procedimiento. Repetir (iv) para construir  $B= 1000$  muestras de bootstrapping y, en cada caso, guardar los coeficientes estimados por Wooldridge de  $\beta$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ . Reportar, para  $B= 1000$ , intervalos de bootstrapping de 95% de confiabilidad. Comparar estos resultados con intervalos de 95% de confiabilidad contruidos a partir de la matriz de varianzas y covarianzas asintótica para el modelo estimado con los datos de  $S= 1$ . ¿Qué conclusiones se puede sacar?*

En las tablas 4 y 5, para cada combinación de modelo (A, B, C) y tamaño de muestra (20, 40, 100), se presentan intervalos de 95% de confiabilidad contruidos a partir de *bootstrapping* (para  $B= 1000$  muestras) y a partir de la matriz de varianzas y covarianzas, respectivamente, para los tres parámetros del modelo ( $\beta$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ), considerando  $T= 10$ .

**Tabla 4.** Intervalos de 95% de confiabilidad contruidos a partir de bootstrapping (con  $B=1000$ ).

Tamaño muestra	Parámetro	Modelo A	Modelo B	Modelo C
N= 20	$\beta$	[1,654; 5,301]	[0,218; 2,058]	[0,816; 1,377]
	$\gamma_1$	[1,064; 2,705]	[0,877; 1,604]	[2,242; 3,762]
	$\gamma_2$	[1,035; 2,396]	[0,941; 1,605]	[1,865; 2,956]
N= 40	$\beta$	[6,032; 7,982]	[3,346; 5,001]	[2,522; 6,037]
	$\gamma_1$	[1,610; 2,411]	[1,576; 2,299]	[1,203; 1,969]
	$\gamma_2$	[1,968; 2,806]	[2,014; 2,729]	[1,678; 2,549]
N= 100	$\beta$	[5,650; 6,336]	[5,335; 6,007]	[6,290; 7,070]
	$\gamma_1$	[1,657; 2,042]	[1,701; 2,093]	[1,830; 2,260]
	$\gamma_2$	[1,699; 2,079]	[1,609; 1,982]	[1,643; 2,030]

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 5.** Intervalos de 95% de confiabilidad contruidos a partir de la matriz de varianzas y covarianzas asintótica.

Tamaño muestra	Parámetro	Modelo A	Modelo B	Modelo C
N= 20	$\beta$	[-1,381; 4,474]	[-1,145; 2,928]	[-1,965; 3,385]
	$\gamma_1$	[0,411; 1,615]	[0,530; 1,544]	[0,803; 2,764]
	$\gamma_2$	[0,373; 1,849]	[0,607; 1,617]	[0,826; 2,277]
N= 40	$\beta$	[0,866; 4,322]	[0,052; 3,579]	[0,143; 4,056]
	$\gamma_1$	[0,711; 1,872]	[0,867; 1,467]	[0,619; 1,642]
	$\gamma_2$	[0,771; 2,108]	[0,993; 1,805]	[0,698; 1,986]
N= 100	$\beta$	[1,561; 3,182]	[1,599; 2,962]	[1,563; 3,549]
	$\gamma_1$	[0,953; 1,611]	[0,994; 1,696]	[1,046; 1,808]
	$\gamma_2$	[1,005; 1,732]	[0,976; 1,640]	[1,015; 1,747]

Fuente: Elaboración propia.

## SEGUNDA PARTE: Propiedades de Muestra Finita en Paneles Dinámicos.

Recientemente, ha habido un renovado interés de la literatura macroeconómica en examinar el crecimiento en el largo plazo utilizando modelos dinámicos con datos de panel para países (ver Mankiw, Romer y Weil, 1992; Levine y Renelt, 1992, entre otros). También la literatura de economía laboral ha utilizado los modelos dinámicos, por ejemplo, para el análisis de la relación existente entre salarios y desempleo, la denominada “wage curve” por Blanchflower y Oswald (1994) (ver Blanchard y Katz, 1997; Galiani, 1999).

En general, la dimensión de los macropaneles para analizar este tipo de problemas está caracterizada por un valor de  $T$  entre 10 y 30 y un valor de  $N$  entre 40 y 50.

En términos de los modelos tradicionales de datos de panel, se sabe que LSDV es sesgado e inconsistente para  $T$  fijo y  $N$  tendiendo a infinito; mientras que los estimadores que utilizan procedimientos de IV o GMM son consistentes cuando  $N$  tiende a infinito.

En este trabajo, se analizará cómo estimar y hacer inferencia en paneles que no tienen una dimensión muy pequeña en  $T$  y no tienen una dimensión muy grande en  $N$ . Por ejemplo, ¿un valor de  $T=30$  es lo suficientemente grande como para ignorar el sesgo de LSDV? o ¿un valor de  $N=50$  es lo suficientemente grande para que los métodos de IV o GMM den estimadores consistentes?

Para responder este tipo de interrogantes, considerar el siguiente modelo:

$$y_{jt} = \alpha y_{jt-1} + \beta x_{jt} + c_j + u_{jt}, j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T + 10, \quad (8)$$

con  $c_j \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ,  $u_{jt} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ,  $y_{j0} = 0$  y las primeras 10 observaciones de series temporales se descartan, es decir, que el tamaño muestral es  $NT$ . El regresor adicional,  $x_{jt}$ , es una variable estrictamente exógena generada de la siguiente manera:  $x_{jt} = 0,8x_{jt-1} + v_{jt}$ , donde  $v_{jt} \sim \mathcal{N}(0, 0,9)$ .

**Ejercicio 1.**

*Caso 1:  $\beta = 0$ ,  $T = 10$ ,  $N = 30$ ,  $\alpha = 0,5$ . Realizar un experimento de Monte Carlo con 1000 simulaciones. Reportar media, desvío estándar y RMSE de la estimación de  $\alpha$  usando: LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet. Reportar el tamaño del test para  $\alpha = 0,5$  en todos los casos. Comentar los resultados obtenidos y la conclusión de qué estimador debiera utilizarse en la práctica. (Nota: AH es el estimador de Anderson-Hsiao que utiliza los niveles rezagados como instrumento para la primera diferencia; Kiviet es el estimador de LSDV corregido por el sesgo asintótico. En este último caso, utilizar AH como estimación para construir la matriz C).*

En la tabla 6, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 10$  y considerando 1000 repeticiones.

**Tabla 6.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 10$  y con 1000 repeticiones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,333	0,400	0,397	0,687	0,504	0,492
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,056	0,100	0,104	0,091	0,135	0,078
RMSE $\hat{\alpha}$	0,177	0,142	0,146	0,208	0,135	0,079
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	62,8	6,7	4,0	54,3	0,0	2,5

Fuente: Elaboración propia.

Con esta configuración de parámetros, por un lado, se puede observar que, mientras que, en las estimaciones LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2 y Kiviet, la media de  $\hat{\alpha}$  es menor al valor poblacional ( $\alpha = 0,5$ ), en las estimaciones BB-GMM1 y AH, es mayor. Por otro lado, se observa que, en la estimación BB-GMM1, el RMSE empeora (es mayor). Por último, en las estimaciones LSDV y BB-GMM1, el tamaño del test empeora (se aleja mucho del 1%).

**Ejercicio 2.**

*Repetir el ejercicio anterior con  $N= 50$ . Comparar los resultados en ambos ejercicios.*

En la tabla 7, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha= 0,5$ ,  $\beta= 0$ ,  $N= 50$  y  $T= 10$  y considerando 1000 repeticiones.

**Tabla 7.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha= 0,5$ ,  $\beta= 0$ ,  $N= 50$  y  $T= 10$  y con 1000 repeticiones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,337	0,433	0,430	0,641	0,503	0,494
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,043	0,083	0,091	0,077	0,102	0,061
RMSE $\hat{\alpha}$	0,169	0,107	0,114	0,161	0,102	0,061
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	87,3	3,7	3,1	41,4	0,0	2,8

Fuente: Elaboración propia.

Comparando con el ejercicio anterior, con esta configuración de parámetros (un  $N$  mayor y todo lo demás igual), por un lado, se puede observar que, para todas las estimaciones, la media de  $\hat{\alpha}$  se acerca más al valor poblacional ( $\alpha= 0,5$ ), el desvío estándar es menor y el RMSE mejora (es menor). Por otro lado, se observa que, mientras que, para las estimaciones LSDV y Kiviet, el tamaño del test empeora (se aleja más del 1%), para el resto de las estimaciones, mejora (se acerca más al 1%).



### **Ejercicio 3.**

Ahora, suponer que  $\beta = 0$ ,  $T = 20$ ,  $N = 30$ ,  $\alpha = 0,8$ . Repetir el ejercicio anterior.

En la tabla 8, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 20$  y considerando 1000 repeticiones.

**Tabla 8.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 20$  y con 1000 repeticiones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,691	0,666	0,630	0,961	0,873	0,779
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,034	0,060	0,088	0,016	1,569	0,044
RMSE $\hat{\alpha}$	0,114	0,146	0,191	0,162	1,570	0,049
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	84,4	41,8	9,5	100,0	0,0	7,7

Fuente: Elaboración propia.

Comparando con el ejercicio 1, con esta configuración de parámetros (un  $\alpha$  mayor, un  $T$  mayor y todo lo demás igual), por un lado, se puede observar que, para la estimación LSDV, la media de  $\hat{\alpha}$  se acerca más al parámetro poblacional ( $\alpha = 0,8$ ), el desvío estándar es menor, el RMSE mejora (es menor) y el tamaño del test empeora (se aleja más del 1%). Por otro lado, se observa que, para el resto de las estimaciones, el RMSE empeora (es mayor) y el tamaño del test también (se aleja más del 1%); en particular, para la estimación BB-GMM1, el tamaño del test es igual a 100%.

**Ejercicio 4.**

Ahora, suponer que  $\beta = 0$ ,  $T = 20$ ,  $N = 30$ ,  $\alpha = 0,92$ . Repetir el ejercicio anterior prestando particular atención al comentario de BB acerca de los instrumentos débiles. ¿Qué se puede comentar al respecto?

En la tabla 9, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,92$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 20$  y considerando 1000 repeticiones.

**Tabla 9.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,92$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 30$  y  $T = 20$  y con 1000 repeticiones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,844	0,841	0,842	1,011	0,920	0,905
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,024	0,045	0,053	0,005	0,087	0,030
RMSE $\hat{\alpha}$	0,080	0,091	0,094	0,091	0,087	0,033
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	87,7	29,9	10,0	100,0	0,0	6,5

Fuente: Elaboración propia.

Comparando con el ejercicio 1, con esta configuración de parámetros (un  $\alpha$  mayor, un  $T$  mayor y todo lo demás igual), por un lado, se puede observar que, para todas las estimaciones, la media de  $\hat{\alpha}$  se acerca más al parámetro poblacional ( $\alpha = 0,92$ ), el desvío estándar es menor, el RMSE mejora (es menor) y el tamaño del test empeora (se aleja más del 1%); en particular, para la estimación BB-GMM1, el tamaño del test es igual a 100%.

**Ejercicio 5.**

Ahora, suponer que  $\beta = 0$ ,  $T = 30$ ,  $N = 50$ ,  $\alpha = 0,5$ . Repetir el ejercicio anterior prestando particular atención al sesgo del estimador LSDV. ¿Es  $T = 30$  suficiente como para ignorar el sesgo de LSDV?

En la tabla 10, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 50$  y  $T = 30$  y considerando 1000 replicaciones.

**Tabla 10.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 50$  y  $T = 30$  y con 1000 replicaciones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,446	0,460	0,423	0,764	0,502	0,499
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,024	0,029	0,059	0,040	0,049	0,026
RMSE $\hat{\alpha}$	0,059	0,049	0,097	0,267	0,049	0,026
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	38,6	11,1	1,1	100,0	0,0	0,5

Fuente: Elaboración propia.

Comparando con el ejercicio 1, con esta configuración de parámetros (un  $T$  mayor, un  $N$  mayor y todo lo demás igual), por un lado, se puede observar que, para todas las estimaciones, la media de  $\hat{\alpha}$  se acerca más al parámetro poblacional ( $\alpha = 0,5$ ) (excepto para la estimación BB-GMM1), el desvío estándar es menor y el RMSE mejora (es menor) (excepto para la estimación BB-GMM1). Por otro lado, se observa que, mientras que, para las estimaciones LSDV, AB-GMM2 y Kiviet, el tamaño del test mejora (se acerca más al 1%), para el resto de las estimaciones, empeora (se aleja más del 1%); en particular, para la estimación BB-GMM1, el tamaño del test es igual a 100%.

Por otra parte, a pesar de las mejoras en la estimación LSDV,  $T = 30$  no es suficiente como para ignorar el sesgo de LSDV.

**Ejercicio 6.**

*Repetir el Ejercicio 1 con  $\beta = 1$ ,  $T = 7$ ,  $N = 100$ ,  $\alpha = 0,8$ . Comparar los resultados con los obtenidos por AB, Tabla 1, página 284. ¿Cuáles son las conclusiones? (Nota: Ahora, se tienen que reportar también los resultados para la estimación de  $\beta$ ).*

En la tabla 11, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  y  $\beta$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 1$ ,  $N = 100$  y  $T = 7$  y considerando 1000 replicaciones.

**Tabla 11.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 1$ ,  $N = 100$  y  $T = 7$  y con 1000 replicaciones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,728	0,768	0,766	0,853	0,995	0,810
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,019	0,073	0,079	0,042	7,162	0,054
RMSE $\hat{\alpha}$	0,075	0,079	0,085	0,068	7,161	0,055
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	92,7	0,7	0,8	22,0	0,0	0,0
Media $\hat{\beta}$	1,020	0,995	0,982	0,880	1,066	1,011
Desvío estándar $\hat{\beta}$	0,040	0,059	0,062	0,093	2,327	0,055
RMSE $\hat{\beta}$	0,045	0,059	0,065	0,152	2,327	0,056
Tamaño del test $\hat{\beta}$	2,2	1,5	1,2	17,0	0,0	2,2

Fuente: Elaboración propia.

Con esta configuración de parámetros, es posible comparar con los resultados obtenidos por BB, Tabla 2(a), página 131. Se puede observar que, tanto para  $\hat{\alpha}$  como para  $\hat{\beta}$ , las medias y los desvíos estándar son semejantes, debiéndose las pequeñas diferencias, probablemente, a la cantidad de replicaciones (AB usan 100 y, acá, se usan 1000) y a la semilla utilizada.

**Ejercicio 7.**

*Repetir el Ejercicio 1 con  $\beta = 0$ ,  $T = 4$ ,  $N = 100$ ,  $\alpha = 0,8$ . Comparar los resultados con los obtenidos por BB, Tabla 2(a), página 131.*

En la tabla 12, para cada método de estimación (LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH, Kiviet), se presentan la media, el desvío estándar, el RMSE y el tamaño del test (con un nivel de significatividad del 1%) de la estimación de  $\alpha$  del modelo (8), considerando los parámetros  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 100$  y  $T = 4$  y considerando 1000 repeticiones.

**Tabla 12.** Simulaciones mediante estimaciones por LSDV, AB-GMM1, AB-GMM2, BB-GMM1, AH y Kiviet (con  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0$ ,  $N = 100$  y  $T = 4$  y con 1000 repeticiones).

Resultado	LSDV	AB-GMM1	AB-GMM2	BB-GMM1	AH	Kiviet
Media $\hat{\alpha}$	0,287	0,205	0,185	0,895	0,974	0,403
Desvío estándar $\hat{\alpha}$	0,057	1,025	1,044	0,092	27,976	0,200
RMSE $\hat{\alpha}$	0,516	1,185	1,211	0,132	27,963	0,444
Tamaño del test $\hat{\alpha}$	100	8,5	12,1	30,0	0,0	77,1

Fuente: Elaboración propia.

Con esta configuración de parámetros, es posible comparar con los resultados obtenidos por BB, Tabla 2(a), página 131. Se puede observar que la media y el desvío estándar son semejantes, debiéndose las pequeñas diferencias, probablemente, a la cantidad de repeticiones y a la semilla utilizada.

**Ejercicio 8.**

*Comparando los resultados de los ejercicios 3, 6 y 7, ¿se puede sacar alguna conclusión acerca del comportamiento de los estimadores para las dimensiones del panel en 3 versus la dimensión en 6 y 7?*

Comparando los resultados de los ejercicios 3, 6 y 7, acerca del comportamiento de los diferentes estimadores, se puede mencionar lo siguiente:

- LSDV: son preferibles las dimensiones del ejercicio 3 ( $N=30$  y  $T=20$ ), ya que se comporta mejor el tamaño del test.
- AB-GMM1, AB-GMM2 y BB-GMM1: son preferibles las dimensiones del ejercicio 6 ( $N=100$  y  $T=7$ ), ya que se comparten mejor la media, el desvío estándar y el tamaño del test.
- AH y Kiviet: son preferibles las dimensiones del ejercicio 3 ( $N=30$  y  $T=20$ ), ya que se comparten mejor la media, el desvío estándar y el RMSE.

**TERCERA PARTE: Elasticidad Precio de Demanda de los Cigarrillos.**

*En este ejercicio, se pide estimar una serie de modelos de panel para tratar de calcular la elasticidad precio de la demanda de los cigarrillos. Los datos, "cigs.dta", tienen las siguientes columnas:*

- *sales: ventas de cigarrillos en paquetes per cápita.*
- *pimin: precio mínimo en estados cercanos por paquete de cigarrillos.*
- *ndi: ingreso disponible per cápita.*
- *cpi: índice de precios al consumidor (1983=100).*
- *pop16: población mayor a los 16 años.*
- *pop: población total.*
- *price: precio por paquete de cigarrillos.*
- *year: año.*
- *state: estado.*

La elasticidad precio de demanda,  $E_d$ , es el cambio porcentual en las ventas de cigarrillos dividido por el cambio porcentual en el precio de los cigarrillos. Sea  $S_t$  las ventas de cigarrillos en el período  $t$  y  $p_t$  el precio de los cigarrillos en el período  $t$ , entonces, la elasticidad precio de demanda es:

$$E_d = \frac{\frac{\Delta S_t}{S_t}}{\frac{\Delta p_t}{p_t}}$$

$$\log(S_{i,t}) = \gamma + \beta \log(p_{i,t}) + \alpha_1 ndi_{i,t} + \alpha_2 cpi_{i,t} + \alpha_3 pop16_{i,t} + \epsilon_{i,t} \quad (9)$$

En la tabla 13, se presenta la estimación por POLS del modelo (9). Se puede observar que la estimación de la elasticidad precio de la demanda es -0,839, lo que indica que, ante una variación de 1% en el precio de los cigarrillos, las ventas de cigarrillos disminuyen, en promedio, 0,839%, *ceteris paribus*.

Por otra parte, lo que puede estar potencialmente mal en esta estimación es que no se considera la posible presencia de heterogeneidad individual no observable (en este caso, efectos específicos de cada estado) ni tampoco la posibilidad de que sea un modelo dinámico (en este caso, que  $\log(S_{i,t-1})$  se considere como variable explicativa), con lo cual, de ser relevantes estas variables, el estimador POLS será sesgado e inconsistente.

Linear regression	Number of obs	=	1,380
	F(4, 1375)	=	76.11
	Prob > F	=	0.0000
	R-squared	=	0.2196
	Root MSE	=	.1987

ln_sales	Coefficient	Robust std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
ln_price	-.8385905	.0522926	-16.04	0.000	-.9411723	-.7360086
ndi	.0000319	4.77e-06	6.69	0.000	.0000225	.0000412
cpi	.0075624	.0007855	9.63	0.000	.0060216	.0091032
pop16	-2.53e-06	1.43e-06	-1.78	0.076	-5.33e-06	2.65e-07
_cons	7.410038	.1602936	46.23	0.000	7.095591	7.724484



**Ejercicio 2.**

Una característica importante puede ser la heterogeneidad entre estados. Sin embargo, no se sabe si se quiere modelar esta heterogeneidad como un efecto fijo o aleatorio. Realizar un contraste de hipótesis para determinar qué modelización usar. Interpretar el resultado del contraste a niveles de significación usuales.

En la tabla 14, se presenta el test de Hausman (con la opción *sigmamore*). Al realizar este contraste de hipótesis para determinar qué modelización usar, y considerando un nivel de significatividad del 1%, se encuentra que el mejor estimador es el de efectos fijos, ya que se rechaza la hipótesis nula de no correlación entre los regresores y los efectos fijos, por lo que el estimador de efectos aleatorios no es consistente.

**Tabla 14.** *Test de Hausman.*

---- Coefficients ----				
	(b)	(B)	(b-B)	$\sqrt{\text{diag}(V_b - V_B)}$
	est_fe	est_re	Difference	Std. err.
ln_price	-.3984733	-.4111023	.012629	.0033814
ndi	-.0000481	-.0000454	-2.67e-06	4.50e-07
cpi	.0105834	.0104635	.00012	.0000558
pop16	7.77e-06	6.33e-06	1.44e-06	2.37e-06

b = Consistent under H0 and Ha; obtained from xtreg.

B = Inconsistent under Ha, efficient under H0; obtained from xtreg.

Test of H0: Difference in coefficients not systematic

$\chi^2(3) = (b-B)'[(V_b - V_B)^{-1}](b-B)$   
= 36.66

Prob >  $\chi^2$  = 0.0000

En la tabla 15, se presenta la estimación por FE del modelo (9). Por un lado, se puede observar que la estimación de la elasticidad precio de la demanda es -0,398, lo que indica que, ante una variación de 1% en el precio de los cigarrillos, las ventas de cigarrillos disminuyen, en promedio, 0,398%, *ceteris paribus*. Por otro lado, se observa que este valor es considerablemente menor (en valor absoluto) que en la estimación por POLS, indicando que la omisión de los efectos fijos por estado genera un sesgo negativo en este coeficiente.

**Tabla 15.** *Estimación por FE del modelo (9).*

Fixed-effects (within) regression	Number of obs	=	1,380
Group variable: state	Number of groups	=	46
R-squared:	Obs per group:		
Within = 0.4163	min =		30
Between = 0.0194	avg =		30.0
Overall = 0.0491	max =		30
	F(4,45)	=	22.51
corr(u_i, Xb) = -0.2658	Prob > F	=	0.0000

(Std. err. adjusted for 46 clusters in state)

	ln_sales	Coefficient	Robust std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
ln_price		-.3984733	.0598727	-6.66	0.000	-.5190632	-.2778834
ndi		-.0000481	.0000101	-4.74	0.000	-.0000685	-.0000277
cpi		.0105834	.0013546	7.81	0.000	.0078551	.0133118
pop16		7.77e-06	.0000178	0.44	0.664	-.000028	.0000436
_cons		5.967983	.1848623	32.28	0.000	5.595651	6.340315
sigma_u		.20556957					
sigma_e		.09935482					
rho		.81064	(fraction of variance due to u_i)				

### Ejercicio 3.

Se empieza a creer que no sólo la heterogeneidad es importante, sino también la dinámica, así que se decide estimar el siguiente modelo:

$$\log(S_{i,t}) = \gamma + \tau \log(S_{i,t-1}) + \beta \log(p_{i,t}) + \alpha_1 \text{ndi}_{i,t} + \alpha_2 \text{cpi}_{i,t} + \alpha_3 \text{pop16}_{i,t} + \epsilon_{i,t}.$$

Aplicar la transformación de diferencias finitas al modelo del ejercicio anterior. Sea  $\Delta S_t = \log(S_{i,t}) - \log(S_{i,t-1})$  la variable dependiente de una estimación de mínimos cuadrados en dos etapas usando el procedimiento de Anderson-Hsiao. Reportar los resultados y cualquier diferencia con las estimaciones anteriores.

En la tabla 16, se presenta la estimación por IV (Anderson-Hsiao) del modelo (9). Se puede observar que ninguna variable es estadísticamente significativa a los niveles usuales de significatividad.

**Tabla 16.** Estimación por IV (Anderson-Hsiao) del modelo (9).

Instrumental variables 2SLS regression	Number of obs	=	1,288
	Wald chi2(5)	=	.
	Prob > chi2	=	.
	R-squared	=	.
	Root MSE	=	.21724

D.ln_sales	Coefficient	Robust std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]
ln_sales					
LD.	4.956136	3.604764	1.37	0.169	-2.109071 12.02134
ln_price					
D1.	-.176714	.1431834	-1.23	0.217	-.4573483 .1039204
ndi					
D1.	.0000923	.000067	1.38	0.168	-.000039 .0002236
cpi					
D1.	-.0009513	.0026053	-0.37	0.715	-.0060575 .0041549
pop16					
D1.	7.10e-06	.0000204	0.35	0.728	-.0000329 .0000471

Instrumented: LD.ln\_sales

Instruments: D.ln\_price D.ndi D.cpi D.pop16 L2.ln\_sales

Difference (null H = exogenous): chi2(4) = 1.27 Prob > chi2 = 0.866



**Tabla 19.** *Tabla comparativa de estimaciones del modelo (9) (POLS, FE, IV, GMM1, GMM2).*

	(1) POLS	(2) FE	(3) IV	(4) GMM (One-S~)	(5) GMM (Two-S~)
ln_price	-0.839*** (0.0523)	-0.398*** (0.0599)		-0.0936*** (0.0324)	-0.113*** (0.0424)
ndi	0.0000319*** (0.00000477)	-0.0000481*** (0.0000101)		0.0000160*** (0.00000363)	0.0000137*** (0.00000507)
cpi	0.00756*** (0.000785)	0.0106*** (0.00135)		-0.00165*** (0.000338)	-0.00143*** (0.000469)
pop16	-0.00000253* (0.00000143)	0.00000777 (0.0000178)		0.0000646* (0.0000380)	0.000102 (0.0000635)
LD.ln_sales			4.956 (3.605)		
L.ln_sales				0.998*** (0.0461)	0.947*** (0.0787)
D.ln_price			-0.177 (0.143)		
D.ndi			0.0000923 (0.0000670)		
D.cpi			-0.000951 (0.00261)		
D.pop16			0.00000710 (0.0000204)		
_cons	7.410*** (0.160)	5.968*** (0.185)			
N	1380	1380	1288	1288	1288
r2	0.220	0.416			

Standard errors in parentheses  
\* p<0.10, \*\* p<0.05, \*\*\* p<0.01