Guía Práctica 4

1. Utilice el método de Lagrange para encontrar los máximos y mínimos de los siguientes problemas:

   a) $\max\limits_{x,y} xy$ s.a. $x + 3y = 24$

   b) $\max\limits_{x,y} 10x^{1/2}y^{1/3}$ s.a. $2x + 4y = m$

   c) $\min\limits_{x,y} x^2 + 3xy + y^2$ s.a. $x + y = 100$

   d) $\max\limits_{x,y} \sqrt{x} + \sqrt{y}$ s.a. $x^2 + y^2 = 100$

   e) $\min\limits_{x,y} 6x + 8y$ s.a. $xy = 20$

2. Utilice el método de Lagrange para resolver el siguiente problema:

$$\min_{Q_1,Q_2} -40Q_1 + Q_1^2 - 2Q_1Q_2 - 20Q_2 + Q_2^2 \text{ s.a. } Q_1 + Q_2 = 15$$

3. Considere el problema $\max\limits_{x,y} U(x,y) = 100 - e^{-x} - e^{-y}$ s.a. $p_x x + p_y y = m$.

   a) Encuentre las condiciones de primer orden del problema. Encuentre la solución al problema en términos de p_x, p_y y m. ¿Qué supuestos debemos realizar para que la solución sea no negativa?

   b) Verifique que x e y son homogéneas de grado 0 respecto a p_x, p_y y m. Eso implica que si tanto los precios como el ingreso del individuo se multiplicaran por t, entonces la elección óptima no cambiaría, porque

      - $x^*(p_x, p_y, m) = x^*(tp_x, tp_y, tm)$
      - $y^*(p_x, p_y, m) = y^*(tp_x, tp_y, tm)$

4. Resuelva los siguientes problemas:

   a) $\max\limits_{x,y} 3xy$ s.a. $x^2 + y^2 = 8$

   b) $\max\limits_{x,y} x + y$ s.a. $x^2 + 3xy + y^2 = 3$

   c) $\max\limits_{x,y} x^2 + y^2 - 2x + 1$ s.a. $x^2 + 4y^2 = 16$

   d) $\min\limits_{x,y} -\ln\left(2 + x^2\right) + y^2$ s.a. $x + 2y = 1$

   e) $\max\limits_{x,y} 24x - x^2 + 16y - 2y^2$ s.a. $x^2 + 2y^2 = 44$