

Trabajo Práctico N° 2: **Extensiones de Modelos Logit y Probit.**

Ejercicio 1.

Considerar la siguiente afirmación: “La estimación de un modelo de probabilidad lineal es más robusta que Probit o Logit porque el modelo de probabilidad lineal no asume homocedasticidad ni tiene supuestos acerca de la distribución de los errores.”

En esta afirmación, se propone una comparación que no es adecuada.

Ejercicio 2: Probit con una Variable no Observable.

Considerar el modelo Probit:

$$P(y = 1 | z, q) = \Phi(z_1 \delta_1 + \gamma_1 z_2 q),$$

donde q es independiente de z y distribuido normal $(0, 1)$; el vector z es observado, pero el escalar q no lo es.

(a) Encontrar el efecto parcial de z_2 sobre la probabilidad de respuesta, a saber, $\frac{\partial P(y=1|z,q)}{\partial z_2}$.

$$\frac{\partial P(y=1|z,q)}{\partial z_2} = \phi(z_1 \delta_1 + \gamma_1 z_2 q) \gamma_1 q.$$

(b) Mostrar que $P(y = 1 | z) = \Phi\left(\frac{z_1 \delta_1}{(1 + \gamma_1^2 z_2^2)^{\frac{1}{2}}}\right)$.

Se escribe:

$$y^* = z_1 \delta_1 + r,$$

con $r = \gamma_1 z_2 q + e$, donde $e \sim \mathcal{N}(0, 1)$ y es independiente de (z, q) .

Como se asume que q es independiente de z , se tiene:

$$\begin{aligned} E(r | z) &= E(\gamma_1 z_2 q + e | z) \\ E(r | z) &= E(\gamma_1 z_2 q | z) + E(e | z) \\ E(r | z) &= \gamma_1 z_2 E(q | z) + E(e) \\ E(r | z) &= \gamma_1 z_2 E(q) + 0 \\ E(r | z) &= \gamma_1 z_2 * 0 + 0 \\ E(r | z) &= 0 + 0 \\ E(r | z) &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(r | z) &= \text{Var}(\gamma_1 z_2 q + e | z) \\ \text{Var}(r | z) &= \text{Var}(\gamma_1 z_2 q | z) + \text{Var}(e | z) + 2\gamma_1 z_2 \text{Cov}(q, e | z) \\ \text{Var}(r | z) &= \gamma_1^2 z_2^2 \text{Var}(q | z) + \text{Var}(e) + 2\gamma_1 z_2 * 0 \\ \text{Var}(r | z) &= \gamma_1^2 z_2^2 \text{Var}(q) + 1 + 0 \\ \text{Var}(r | z) &= \gamma_1^2 z_2^2 * 1 + 1 + 0 \\ \text{Var}(r | z) &= 1 + \gamma_1^2 z_2^2. \end{aligned}$$

Entonces, se puede armar la distribución de $\frac{r}{(1 + \gamma_1^2 z_2^2)^{\frac{1}{2}}}$ y ver que:

$$P(y = 1 | z) = \Phi\left(\frac{z_1 \delta_1}{(1 + \gamma_1^2 z_2^2)^{\frac{1}{2}}}\right).$$

(c) Definir $\rho_1 \equiv \gamma_1^2$. ¿Cómo se testaría la hipótesis $H_0: \rho_1 = 0$?

Definiendo $\rho_1 \equiv \gamma_1^2$, la hipótesis $H_0: \rho_1 = 0$ se podría testear usando un Score Test o un LM Test.

(d) Si se tuvieran motivos para creer que $\rho_1 > 0$, ¿cómo se estimaría δ_1 junto con ρ_1 ?

Si se tuvieran motivos para creer que $\rho_1 > 0$, δ_1 se estimaría junto con ρ_1 mediante el método de máxima verosimilitud.

Ejercicio 3.

Considerar una gran muestra aleatoria de trabajadores en un momento dado. Sea $sick_i$ una variable que vale 1 si la persona i se reportó enferma durante los últimos 90 días y vale 0 en caso contrario. Sea z_i un vector de características del individuo y del empleador. Sea $cigs_i$ el número de cigarrillos que fuma el individuo i por día (en promedio).

(a) Explicar el experimento subyacente de interés cuando se quieren examinar los efectos del tabaquismo en los días de trabajo perdidos.

El experimento subyacente de interés cuando se quieren examinar los efectos del tabaquismo en los días de trabajo perdidos es qué analizar qué efecto tendrá sobre la probabilidad de que una persona se reporte enferma durante los últimos 90 días el cambio exógeno del número de cigarrillos que fuma por día esa persona. En otras palabras, se quiere inferir causalidad, no sólo encontrar una correlación entre el ausentismo en el trabajo y el tabaquismo.

(b) ¿Por qué $cigs_i$ podría estar correlacionada con variables no observables que afectan a $sick_i$?

Dado que las personas eligen si fumar y cuánto, ciertamente, no se puede tratar a los datos como si provinieran del experimento que se tiene en mente en el inciso (a). Es decir, no se puede asignar a las personas, aleatoriamente, un consumo de cigarrillos diario.

El consumo de cigarrillos diario puede estar correlacionado con variables no observables que afectan la falta en el trabajo. Por ejemplo, los fumadores pueden ser menos saludables o tener otros atributos que les hagan faltar al trabajo con más frecuencia; o, por el contrario, el consumo de cigarrillos puede estar relacionado con rasgos de la personalidad que hacen que las personas trabajen más. En cualquier caso, el consumo de cigarrillos diarios podría estar correlacionado con elementos no observables de la ecuación.

(c) Una forma de escribir el modelo de interés es:

$$P(sick_i = 1 | z_i, cigs_i, q_i) = \Phi(z_i \delta_1 + \gamma_1 cigs_i + q_i),$$

donde z_1 es un subconjunto de z y q_1 es una variable no observable que, posiblemente, esté correlacionada con $cigs$. ¿Qué sucede si se ignora q_1 y se estima el Probit de $sick$ sobre z_1 y $cigs$?

Lo que sucede si se ignora q_1 y se estima el Probit de $sick$ sobre z_1 y $cigs$ es que los estimadores serán inconsistentes.

(d) ¿Puede $cigs$ tener una distribución normal condicional en la población? Explicar.

Dado que, en la población, hay muchas personas que no fuman, la distribución (condicional o incondicional) de consumo de cigarrillos diarios se “apila” en cero. Además, la variable *cigs* toma valores enteros positivos, por lo que no puede tener una distribución normal condicional en la población.

(e) *Explicar cómo probar si $cigs$ es exógeno. ¿Esta prueba se basa en $cigs$ que tienen una distribución normal condicional?*

Para probar si *cigs* es exógeno, se puede utilizar el procedimiento de dos etapas de Rivers y Vuong (1988).

(f) *Suponer que algunos de los trabajadores viven en estados que, recientemente, implementaron leyes de no fumar en el lugar de trabajo. ¿La presencia de las nuevas leyes sugiere un buen candidato IV para $cigs$?*

Suponiendo que las personas no se mudarán, inmediatamente, de su estado de residencia cuando el estado implemente leyes de no fumar en el lugar de trabajo y que ese estado de residencia es, aproximadamente, independiente de la salud general de la población, un indicador *dummy* que diga si la persona trabaja en un estado con una nueva ley puede funcionar como una variable exógena. Estas situaciones, a menudo, se denominan “experimentos naturales”. Además, es probable que la variable *cigs* esté correlacionada con el indicador de la ley estatal porque las personas no podrán fumar tanto como lo harían de no existir la ley. Por tanto, la presencia de las nuevas leyes sugiere un buen candidato IV para *cigs*.

Ejercicio 4.

Utilizar el conjunto de datos “BWGHT.dta” para este problema.

(a) Definir una variable binaria, *smokes*, si la mujer fuma durante el embarazo. Estimar un modelo Probit que relacione *smokes* con *motheduc*, *white* y $\log(\text{faminc})$. En *white* = 0 y *faminc* evaluado en el promedio de la muestra, ¿cuál es la diferencia estimada en la probabilidad de fumar para una mujer con 16 años de educación y una con 12 años de educación?

Probit:

```

Probit regression                                Number of obs = 1,387
                                                LR chi2(3)      = 92.67
                                                Prob > chi2     = 0.0000
Log likelihood = -546.76991                    Pseudo R2      = 0.0781

```

	smokes	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
motheduc		-.1450599	.0207899	-6.98	0.000	-.1858074	-.1043124
white		.1896765	.1098805	1.73	0.084	-.0256853	.4050383
lfaminc		-.1669109	.0498894	-3.35	0.001	-.2646923	-.0691296
_cons		1.126276	.2504611	4.50	0.000	.6353817	1.617171

La diferencia estimada en la probabilidad de fumar para una mujer con 16 años de educación y una con 12 años de educación es -0,086.

(b) ¿*faminc* es exógena en la ecuación de *smokes*? ¿Qué pasa con *motheduc*?

faminc puede llegar a ser endógena en la ecuación de *smokes*.

(c) Suponer que *motheduc* y *white* son exógenos en el Probit del inciso (a). Suponer, también, que *fatheduc* es exógeno a esta ecuación. Estimar la forma reducida de $\log(\text{faminc})$ para ver si *fatheduc* está parcialmente correlacionada con $\log(\text{faminc})$.

Probit:

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	1,191
Model	140.936735	3	46.9789115	F(3, 1187)	=	119.23
Residual	467.690904	1,187	.394010871	Prob > F	=	0.0000
Total	608.627639	1,190	.511451797	R-squared	=	0.2316
				Adj R-squared	=	0.2296
				Root MSE	=	.6277

lfaminc	Coefficient	Std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
motheduc	.0709044	.0098338	7.21	0.000	.0516109	.090198
white	.3452115	.050418	6.85	0.000	.2462931	.4441298
fatheduc	.0616625	.008708	7.08	0.000	.0445777	.0787473
_cons	1.241413	.1103648	11.25	0.000	1.024881	1.457945

(d) Contrastar la hipótesis nula de que $\log(\text{faminc})$ es exógena en el Probit del inciso (a).

Probit regression

Log likelihood = -432.06242

Number of obs = 1,191
 LR chi2(4) = 79.43
 Prob > chi2 = 0.0000
 Pseudo R2 = 0.0842

smokes	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
motheduc	-.0826247	.0465204	-1.78	0.076	-.173803	.0085536
white	.4611075	.1965245	2.35	0.019	.0759265	.8462886
lfaminc	-.7622559	.3652949	-2.09	0.037	-1.478221	-.046291
v2hat	.6107298	.3708071	1.65	0.100	-.1160387	1.337498
_cons	1.98796	.5996374	3.32	0.001	.8126927	3.163228

(1) [smokes]v2hat = 0

chi2(1) = 2.71
 Prob > chi2 = 0.0996

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 10%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que $\log(\text{faminc})$ es endógena.

Ejercicio 5.

Una preocupación común cuando se utilizan precios autoinformados en la estimación de la prevalencia del tabaquismo con una base de datos de corte transversal (por ejemplo, Global Adult Tobacco Survey o GATS) es la potencial endogeneidad de esta variable. Para abordar este problema potencial, se construyen dos variables de precios diferentes. La primera variable de precio asigna a los fumadores el precio autoinformado pagado por la última compra y utiliza una imputación de regresión aleatoria (random regression imputation, a veces denominada imputación de regresión estocástica) para asignar un precio a los no fumadores de la muestra. La segunda variable de precio asigna a fumadores y no fumadores el promedio del precio autoinformado por unidad primaria de muestreo (UPM, o PSU por Primary Sampling Unit). Siguiendo las recomendaciones en “Economics of Tobacco Toolkit: Economic Analysis of Demand Using Data from the Global Adult Tobacco Survey (GATS)” (John et al., 2019), se puede verificar la endogeneidad del precio autoinformado utilizando el test de Rivers-Vuong (1988).

(a) ¿Por qué podrían ser endógenos los precios autoinformados?

Los precios autoinformados podrían ser endógenos porque pueden estar correlacionados con variables omitidas en el modelo, que, a su vez, correlacionen con la variable dependiente.

(b) Realizar el test de Rivers-Vuong para los datos provistos en “pricedata.dta” utilizando las variables X en la primera etapa y Z en la segunda etapa.

Adjusted Wald test

```
(1) [SmokeCigs]resid1 = 0
```

```
      F( 1, 5976) = 18.77
      Prob > F = 0.0000
```

Por lo tanto, con un nivel de significancia del 1%, estos datos aportan evidencia suficiente para indicar que los precios autoinformados son endógenos.

(c) En función de los resultados, estimar la elasticidad de la prevalencia del tabaquismo con respecto a los precios.

Stata.

Ejercicio 6.

Se busca simular el siguiente modelo:

$$Pr(y=1) = F\left\{\frac{\beta_0 + \beta_1 x}{e^{\gamma_1 x_{het}}}\right\}.$$

Generar un dataset vacío con 1000 observaciones. Generar las siguientes variables:

$$\begin{aligned} x &\sim U(-1, 1), \\ x_{het} &\sim U(0, 1), \\ \sigma &\sim e^{1.5x_{het}}, \\ p &\sim \mathcal{N}\left(\frac{\beta_0 + \beta_1 x}{\sigma}\right), \end{aligned}$$

con $\beta_0 = 0,3$ y $\beta_1 = 2$ y definir la variable dependiente y como una variable binaria que vale 1 si p es mayor o igual a una variable aleatoria uniforme en el intervalo $(0, 1)$ y 0 en caso contrario. Estimar el modelo Probit heterocedástico y comparar con las estimaciones del Probit usual.

Probit heterocedástico:

```
Heteroskedastic probit model                                Number of obs      =           1,000
                                                            Zero outcomes      =             468
                                                            Nonzero outcomes    =             532

                                                            Wald chi2(1)        =             78.21
                                                            Prob > chi2          =             0.0000

Log likelihood = -563.0256
```

	y	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
	x	2.484689	.2809507	8.84	0.000	1.934036	3.035342
	_cons	.2876884	.0939283	3.06	0.002	.1035924	.4717845
lnsigma	xhet	1.734142	.2630328	6.59	0.000	1.218608	2.249677

```
LR test of lnsigma=0: chi2(1) = 51.24                      Prob > chi2 = 0.0000
```

Probit:

```
Probit regression                                           Number of obs      =           1,000
                                                            LR chi2(1)         =          204.90
                                                            Prob > chi2         =             0.0000
Log likelihood = -588.64728                                  Pseudo R2          =           0.1482
```

	y	Coefficient	Std. err.	z	P> z	[95% conf. interval]	
	x	1.054521	.0772801	13.65	0.000	.903055	1.205987
	_cons	.1085126	.0424302	2.56	0.011	.025351	.1916742

Tabla comparativa:

	(1)	(2)
	Probit	Probit
y		
x	2.485*** (0.281)	1.055*** (0.0773)
_cons	0.288*** (0.0939)	0.109** (0.0424)
lnsigma		
xhet	1.734*** (0.263)	
N	1000	1000
pseudo R-sq		0.148
Standard errors in parentheses		
* p<0.10, ** p<0.05, *** p<0.01		