Microeconomía

Ingreso MECAP

Teoría de la firma

Elección óptima: maximización de beneficios

Tomás Bustos
tomasmbustos@gmail.com

Verano 2023

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Introducción

Una vez que estudiamos las restricciones tecnológicas de la firma, modelamos su comportamiento:

- La firma quiere hacer máximos sus beneficios
- En base a este objetivo, elige el plan de producción óptimo

Dependiendo de la estructura del mercado en que opera la firma, tendrá distintas herramientas y consideraciones para alcanzar su objetivo

- Comenzaremos por estudiar un mercado de competencia perfecta. La firma será tomadora de precios (precios exógenos)

Adicionalmente, dependiendo del horizonte temporal que querramos estudiar, el comportamiento de la firma cambia.

- **Corto plazo**: al menos un factor está fijo
- **Largo plazo**: todos los factores son variables

Table of Contents

Estructura de mercado y competencia perfecta

Un **mercado** es una institución que permite a los agentes intercambiar bienes y servicios. Al conjunto de características de un mercado lo llamamos **estructura del mercado**.

En términos prácticos, en un mercado de competencia perfecta los agentes toman los precios como dados (exógenos) cuando toman decisiones.

Estructura de mercado y competencia perfecta

Un **mercado** es una institución que permite a los agentes intercambiar bienes y servicios. Al conjunto de características de un mercado lo llamamos **estructura del mercado**.

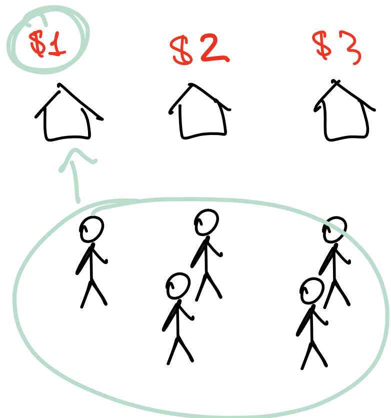
En términos prácticos, en un mercado de competencia perfecta los agentes toman los precios como dados (exógenos) cuando toman decisiones.

- El precio de venta p es el mismo para todas las firmas
- p será exógeno
- Cada firma mira el precio y decide cuánto y producir

Estructura de mercado y competencia perfecta

En términos teóricos, esta suposición es acorde a un mercado con la siguiente estructura:

- Los agentes tienen información perfecta: todos saben cuánto compra/vende cada uno y a qué precio.
- Las firmas venden bienes idénticos (homogéneos)
- Hay MUCHOS compradores/vendedores atomizados[1]



- Hay libre entrada y salida de firmas

[1] Es decir, compran/venden cantidades pequeñas en relación a la cantidad total del mercado.

Estructura de mercado y competencia perfecta

En términos teóricos, esta suposición es acorde a un mercado con la siguiente estructura:

- Los agentes tienen **información perfecta**: todos saben cuánto compra/vende cada uno y a qué precio.
- Las firmas venden **bienes idénticos** (homogéneos)
  - Consumidores deciden a quién comprar en base a P
  - Esto y lo anterior genera un único precio P en el mercado
- Hay **MUCHOS compradores/vendedores atomizados**[1]
- Hay **libre entrada y salida de firmas**

[1] Es decir, compran/venden cantidades pequeñas en relación a la cantidad total del mercado.

Estructura de mercado y competencia perfecta

En términos teóricos, esta suposición es acorde a un mercado con la siguiente estructura:

- Los agentes tienen **información perfecta**: todos saben cuánto compra/vende cada uno y a qué precio.
- Las firmas venden **bienes idénticos** (homogéneos)
  - Consumidores deciden a quién comprar en base a P
  - Esto y lo anterior genera un único precio P en el mercado
- Hay **MUCHOS compradores/vendedores atomizados**[1]
  - Nadie tiene poder para influir sobre P
  - Los compradores/vendedores toman P como dado y luego deciden cuanto consumir/producir
  - comprador/vendedor puede comprar/vender lo que quiera a ese precio
- Hay **libre entrada y salida de firmas**

[1] Es decir, compran/venden cantidades pequeñas en relación a la cantidad total del mercado.

Table of Contents

¿Como decide la firma?

En clases previas vimos características físicas de la firma como la función de producción y la función de costos.

[2] Tiene sentido dado que los propietarios de las firmas también son consumidores y más ingresos permiten mayor consumo y bienestar.

¿Como decide la firma?

En clases previas vimos características físicas de la firma como la función de producción.

Para generar comportamiento en la firma, debemos ponerle un objetivo: hacer máximos sus beneficios.[2]

[2] Tiene sentido dado que los propietarios de las firmas también son consumidores y más ingresos permiten mayor consumo y bienestar.

Objetivos alternativos para la firma

La hipótesis de que el principio rector de las decisiones de la firma es la maximización de los beneficios es convincente, pero podría tener otros objetivos.

- Maximizar ventas
- Maximizar participación en el mercado
- Prestigio de la marca
- Maximizar la cantidad de trabajadores empleados
- (...)

Elegimos la maximización de beneficios porque conduce a predicciones acertadas sobre el comportamiento de las empresas. Además, muchas hipótesis alternativas pueden verse como estrategias de corto plazo para la maximización de beneficios a largo plazo

Beneficios

$\underbrace{\text{Beneficios}}_{\pi} = \text{Ingresos} - \text{Costos}$

$= \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot y_i - \sum_{j=1}^{m} w_j \cdot x_j$

- Los beneficios se definen como los ingresos menos los costos. Supongamos que la firma produce n bienes $(y_1, \ldots, y_n)$ y utiliza m factores $(x_1, \ldots, x_m)$. Sean $(p_1, \ldots, p_n)$ los precios de los productos y $(w_1, \ldots, w_m)$ los precios de los factores. Los beneficios que obtiene la firma, π, pueden expresarse de la forma siguiente:

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

- El primer término es el ingreso y el segundo el costo.
- En este curso, trabajaremos con firmas que producen un único bien y, utilizando dos factores (x_1, x_2). En tal caso, la función de beneficios está dada por:

$$\pi = py - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

Corto plazo y Largo plazo

- Algunos insumos son difíciles de ajustar, entonces vamos a suponer que permanecen fijos durante cierto periodo de tiempo. Los llamamos **insumos fijos**.
- La firma deberá pagar por ellos, incluso en el caso que decida no producir.
- Los insumos que sí puede ajustar en el corto plazo los llamamos **insumos variables**.
- Bajo este criterio determinamos el **corto plazo** y el **largo plazo**. En el corto plazo, la firma solo puede ajustar algunos bienes, mientras que en el largo plazo puede ajustar todos.

Problema de la firma (corto plazo)

- Tomemos una firma que produce un único bien final utilizando dos insumos.
- La tecnología de producción se describe por medio de la función $\boxed{y \leq f(x_1, x_2)}$. restricción tecnológica
- Supongamos que, en el corto plazo, el factor 2 está fijo en un valor $x_2 = k$.

El problema de la firma viene dado por:

costo fijo

$$\max_{\{x_1, y\}} \quad py - w_1 x_1 - \boxed{w_2 k}$$

$$s.a: \quad y \leq f(x_1, k),$$

$$y \geq 0, \; x_1 \geq 0$$

con = si la función f(x) es monótona creciente.

$$\max_{(x_1, y)} \pi = py - w_1 x_1 - w_2 k$$

$$\text{s.a:} \quad y = f(x)$$

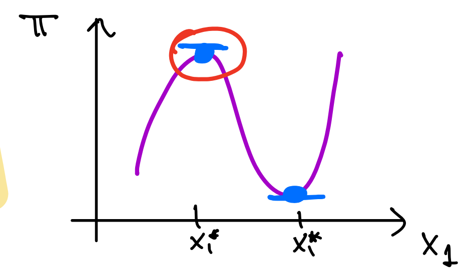
$$\max_{(x_1)} \pi = p \cdot f(x_1, k) - w_1 x_1 - w_2 k$$

Problema de la firma (corto plazo)

- Dado que f es una función monótonamente creciente, la restricción tecnológica se comple con igualdad
- Las restricciones de no negatividad las ignoramos para simplificar el problema. Luego debemos chequear que las soluciones las satisfacen

Reemplazando $y = f(x_1, k)$ en la función objetivo, el problema de la firma viene dado por:

$$\max_{\{x_1\}} \quad pf(x_1, k) - w_1 x_1 - w_2 k$$

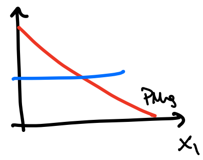


La solución al problema estará bien definida en la medida que la función objetivo sea cóncava. Para ello, basta con que $f(\cdot)$ sea cóncava en x_1.

$$\max_{(x_1)} \quad \pi = p \cdot f(x_1, K) - w_1 x_1 - w_2 K$$

CPO:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 0 \iff p \cdot \underbrace{\overbrace{\boxed{\frac{\partial f(x_1, K)}{\partial x_1}}}^{PMg_1}} = \underbrace{w_1}$$



El incremento en el Ingreso de la firma generado por esa unidad adicional x_1 contratada.

costo de contratación de esa unidad adicional x_1

CSO:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1^2} \leq 0.$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1^2} = p \cdot \frac{\partial^2 f(x_1^*, K)}{\partial x_1^2} \leq 0$$

Ejemplo: Cobb-Douglas

$$\max_{(x_1, y)} \quad \pi = p \cdot y - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

$$y \leq A x_1^{\alpha} \cdot K^{\beta}$$

$$x_1 \geq 0, \; y \geq 0$$

$$\max_{(x_1)} \quad \pi = p \cdot A x_1^{\alpha} \cdot K^{\beta} - w_1 x_1 - w_2 K$$

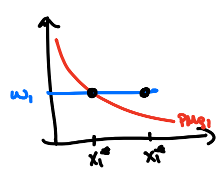
$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha - 1} K^{\beta}$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} = \underbrace{\alpha}_{>0} \underbrace{(\alpha - 1)}_{\leq 0} \underbrace{A}_{>0} \underbrace{x_1^{\alpha - 2}}_{>0} \cdot \underbrace{K^{\beta}}_{>0} \leq 0$$

$\alpha \leq 1$

$$\max_{(x_1)} \quad \pi = p \cdot A x_1^{\alpha} \cdot K^{\beta} - w_1 x_1 - w_2 K \quad , \quad \alpha \in (0, 1]$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 0 \iff p \cdot \overbrace{\alpha A x_1^{\alpha - 1} K^{\beta}}^{PMg_1} = w_1$$



$$x_1^{\alpha - 1} = \frac{1}{\alpha} \frac{w_1}{PAK^{\beta}}$$

$$x_1^{1 - \alpha} = \frac{\alpha PAK^{\beta}}{w_1} \iff \boxed{x_1^* = \left(\frac{\alpha PAK^{\beta}}{w_1} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha}}}$$

Reemplazo en $y = f(x_1, K)$ para obtener y^*.

$$y^* = A \cdot (x_1^*)^{\alpha} \cdot K^{\beta}$$

$$\boxed{y^* = A \cdot \left(\frac{\alpha\, P A K^{\beta}}{w_1}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot K^{\beta}}$$

"FUNCIÓN DE OFERTA (CORTO PLAZO)" condicional al nivel $x_2 = K$ dado.

Condición de óptimo

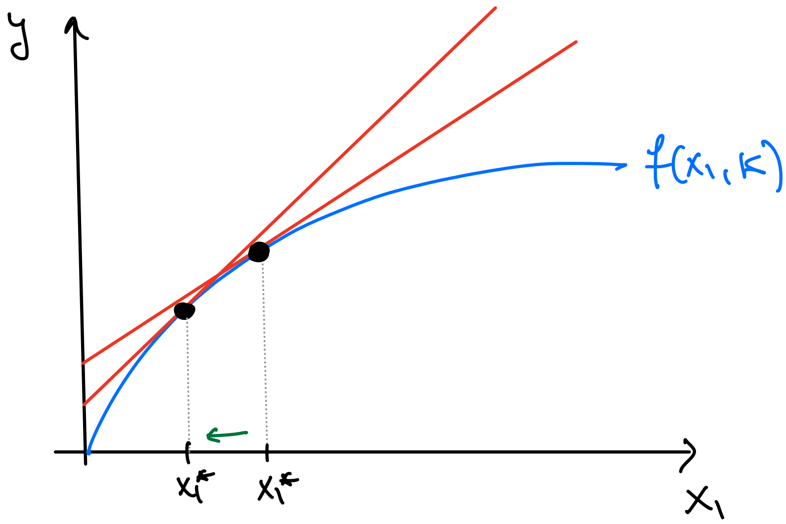
Las CPO caracterizan completamente la decisión óptima de la firma:

$$p\frac{\partial f(x_1^*, k)}{\partial x_1} = w_1$$

- Del lado izquierdo, el cambio en el ingreso de la firma al aumentar marginalmente el insumo x_1 (**ingreso marginal**)
- Del lado derecho, el cambio en el costo de la firma al aumentar marginalmente el insumo x_1 (**costo marginal**)
- En el óptimo la firma iguala el ingreso marginal con el costo marginal.
- Nunca olvidar la condición de segundo orden, $p\frac{\partial^2 f(x_1^*,k)}{\partial x_1^2} \leq 0$. Si esta condición no se cumple, entonces no podemos estar seguros de que la firma esté maximizando beneficios en el punto encontrado.

Representación Gráfica

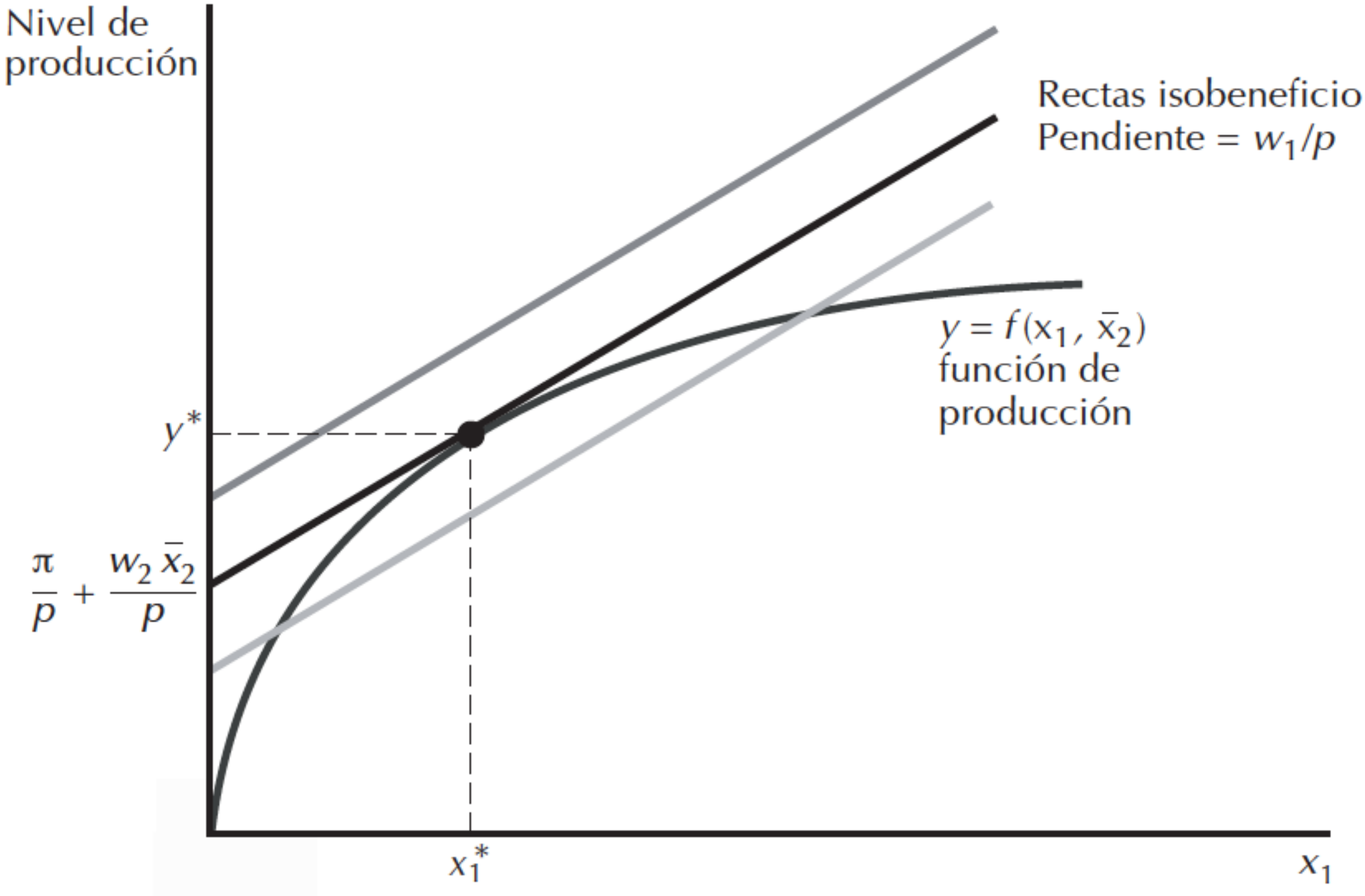
- Separemos el problema en 2 partes:
  - La restricción tecnológica: $y = f(x_1, k)$
  - La función de beneficios: $\pi = py - w_1 x_1 - w_2 k \Longrightarrow y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p} k + \frac{w_1}{p} x_1$
- Lo que hicimos en la última ecuación fue "despejar" y en función de x_1, *dado* un nivel de beneficios. Esta ecuación describe rectas **isobeneficio**.
- Se trata de combinaciones de los factores y del producto que generan todas ellas un nivel constante de beneficio. Cuando varía π obtenemos una familia de rectas paralelas que tienen todas ellas una pendiente de (w_1/p) y una ordenada en el origen de $(\pi/p + w_2 k/p)$, que mide los beneficios más los costos fijos de la firma.
- El problema de maximización del beneficio consiste, pues, en hallar el punto de la función de producción que corresponde a la recta isobeneficio más alta.



$$\pi = p \cdot y - \omega_1 x_1 - \omega_2 k$$

$$\underbrace{\frac{\pi}{p} + \frac{\omega_2 k}{p}}_{\text{o'o}} + \underbrace{\frac{\omega_1}{p}}_{\text{pend.}} x_1 = y$$

Representación Gráfica



Solución al problema de la firma

De la solución al problema de la firma competitiva obtenemos:

- De las CPO: la **demanda óptima de insumo** variable en función del precio del bien final y del precio de los insumos

$$x_1^*(w_1, p)$$

- Reemplazando x_1^* en la función de producción se obtiene la cantidad óptima de producto que ofrece la firma en el mercado como función de los precios:

$$y^*(w_1, p) = f(x_1^*(w_1, p), k)$$

- Reemplazando x_1^*, y^* en la función objetivo del problema se tiene la función de beneficios máximos de corto plazo:

$$\pi(w_1, p) = py^*(w_1, p) - w_1 x_1^*(w_1, p) - w_2 k$$

Óptimos

- En general tendremos bien definida la solución a nuestro problema, es decir, la demanda de insumo, $x_1^*(w_1, p)$ será una función de los precios que resuelva el problema de maximización de beneficios de las firmas. Sin embargo, existen características de la tecnología que pueden causar que nuestro problema no se encuentre bien definido.
- Por ejemplo, funciones del tipo $f(x_1; k) = Ax_1^2 k,\ A > 0$, o $f(x_1; k) = Ax_1 k,\ A > 0$.

Estática Comparada

- Queremos analizar cómo cambia el comportamiento de la firma si cambia algún factor que consideramos exógeno. Para ello, evitaremos darle forma funcional a la función de producción y sólo especificaremos lo mínimo posible para que el problema esté bien definido.
- Por lo tanto, necesitamos suponer que la función de producción f es cóncava en x_1 dado que no tiene sentido hacer un análisis de estática comparada (cambio en la solución), si la solución no existe.

Estática Comparada

- Si la función de producción es cóncava, entonces la solución del problema de maximización de beneficos es $x_1^*(p, w_1, w_2, k)$ tal que:
$$pPMg_1(x_1^*(p, w_1, w_2, k), k) = w_1$$
- Si se da un cambio en p:
$$PMg_1(x_1^*(.)) + p\frac{\partial PMg_1}{\partial x_1}(x_1^*(.))\frac{\partial x_1}{\partial p}(.) = 0$$
- Dado que la productividad marginal es positiva y decreciente, y $p > 0$, debe ser que $\frac{\partial x_1}{\partial p}(w_1, p, w_2, k) > 0$.

Estática Comparada

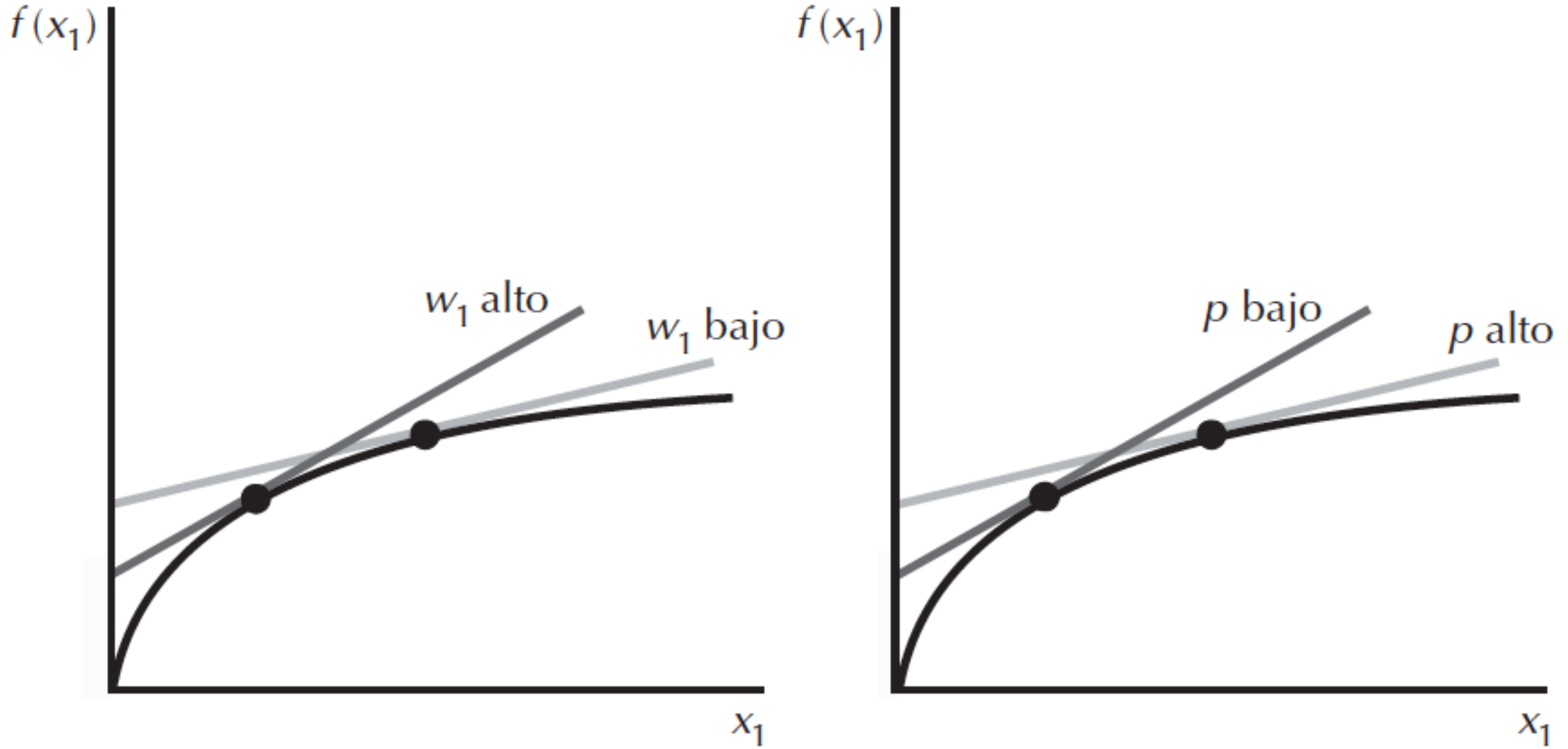
- Ante cambio en w_1:

$$p\frac{\partial PMg_1}{\partial x_1}(x_1^*(w_1,p,w_2,k),k)\frac{\partial x_1}{\partial w_1}(w_1,p,w_2,k)=1$$

- Lo cual implica que:

$$\frac{\partial x_1}{\partial w_1}(w_1,p,w_2,k)<0$$

Estática Comparada



Estática Comparada

- Supongamos ahora que varía el precio del insumo 2, w_2:

$$\frac{\partial PMg_1}{\partial x_1}(x_1^*(p, w_1, w_2, k), k)\frac{\partial x_1}{\partial w_2}(p, w_1, w_2, k) = 0$$

  lo cual implica que:

$$\frac{\partial x_1}{\partial w_2}(p, w_1, w_2, k) = 0$$

- En efecto, en este contexto en el que el insumo 2 está fijo, un cambio en w_2 es un cambio en los costos fijos, que no afectan las decisiones de producción.

Table of Contents

Maximización en el Largo Plazo

$$\max_{(x_1, x_2, y)} \; P \cdot y - w_1 \cdot x_1 - w_2 \cdot x_2$$
$$\text{s.a:} \quad y \leq f(x_1, x_2), \; x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

- Todos los insumos son variables, entonces la firma puede elegir de manera óptima la cantidad de cada insumo

$$\max_{\{x_1, x_2\}} \; pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

- En este caso, las CPO son las siguientes:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 0 \iff \quad pPMg_1(x_1, x_2) = w_1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = 0 \iff \quad pPMg_2(x_1, x_2) = w_2$$

Maximización en el Largo Plazo

- Las condiciones anteriores dan lugar al siguiente resultado:

$$TMST(x_1, x_2) = \frac{PMg_1(x_1, x_2)}{PMg_2(x_1, x_2)} = \frac{w_1}{w_2}$$

- En el óptimo, la tasa marginal de sustitución es igual al precio relativo de los insumos: la tasa a la que la firma sustituye insumos sin alterar la producción debe ser igual a la tasa a la que se intercambian los bienes en el mercado.
- De lo contrario, podría incrementar los beneficios sustituyendo insumos, lo cual contradice que nos encontrabamos en un punto óptimo.

Maximización en el Largo Plazo

- Ahora, único que resta verificar es que la función de producción sea cóncava para que las CPO sean suficientes para caracterizar la solución. Para eso, necesitamos que:

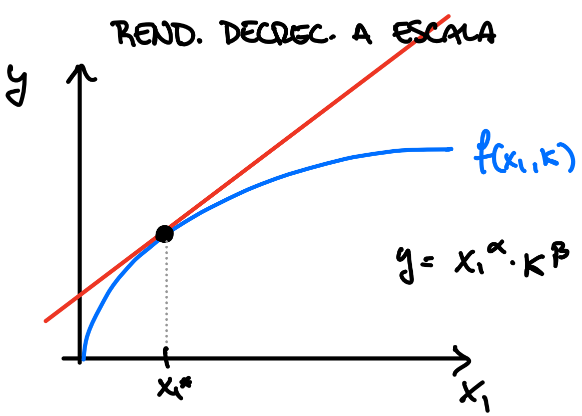
$$\frac{\partial PMg_1}{\partial x_1} \leq 0$$

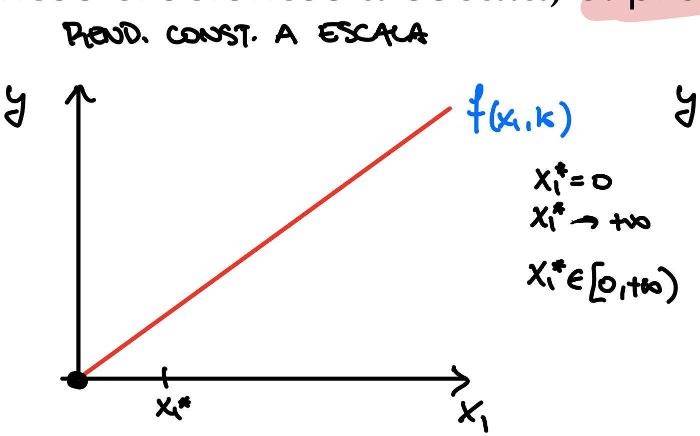
$$\frac{\partial PMg_2}{\partial x_2} \leq 0$$

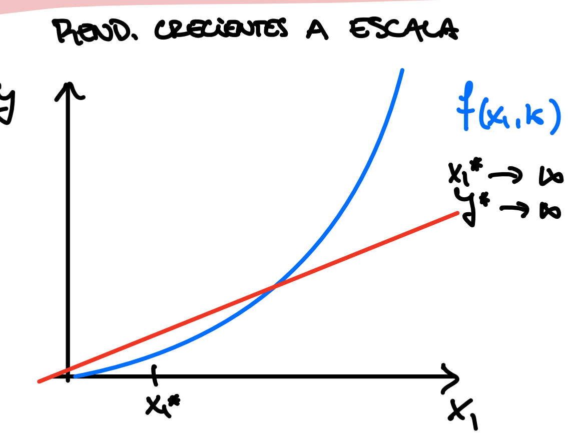
$$\begin{vmatrix} \frac{\partial PMg_1}{\partial x_1} & \frac{\partial PMg_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial PMg_2}{\partial x_1} & \frac{\partial PMg_2}{\partial x_2} \end{vmatrix} > 0$$

Maximización en el Largo Plazo

- Una forma de verificar si el problema de maximización de beneficios tiene solución, es mirar los rendimientos a escala de la firma:
  - Si la firma tiene rendimientos decrecientes a escala, entonces el problema tiene solución. En particular, la solución es única.
  - Si la firma tiene rendimientos constantes a escala, el problema puede o no tener solución. Si lo tiene, el beneficio de la firma debe ser 0, y existen infinitas solucioines.
  - Si la firma tiene rendimientos crecientes a escala, el problema no tiene solución.







Maximización en el Largo Plazo

$$\begin{matrix} x_1^*(w_1, w_2, P) \searrow \\ x_2^*(w_1, w_2, P) \nearrow \end{matrix} \quad f(x_1^*, x_2^*) = y^*(w_1, w_2, P)$$

- Los resultados de estática comparada que se extienden al caso de n insumos variables son:

$$\frac{\partial y}{\partial p}(p, \mathbf{w}) > 0$$
$$\frac{\partial x_i}{\partial w_i}(p, \mathbf{w}) < 0$$

- Es decir, la oferta del producto aumenta con su precio y la demanda del insumo i disminuye con su precio.

Propiedades

$\pi^* = p \cdot y^* - w_1 x_1^* - w_2 x_2^*$

$\pi(w_1, w_2, p)$

Propiedades

Las funciones de oferta $y(p, \mathbf{w})$ y de beneficio $\pi(p, \mathbf{w})$ satisfacen las siguientes propiedades:

- Las funciones de oferta y demanda de insumos son H^0. Para todo $t > 0$:

$$x_i(tp, tw_1, tw_2) = x_i(p, w_1, w_2); \; y(tp, tw_1, tw_2) = y(p, w_1, w_2)$$

- La función de beneficio máximo es H^1. Para todo $t > 0$:

100% 100% 100%

$\pi = p \cdot y - w_1 x_1 - w_2 x_2$

$$\pi(tp, tw_1, tw_2) = t\pi(p, w_1, w_2)$$

Lema de Hotelling

Existe una relación entre la función de beneficio máximo y las funciones de oferta y demanda de insumos:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p}(p, w_1, w_2) = y(p, w_1, w_2); \; \frac{\partial \pi}{\partial w_i}(p, w_1, w_2) = -x_i(p, w_1, w_2)$$

Ejemplo 1: Cobb-Douglas

$$\max_{(x_1,x_2)} \pi = p \cdot \underbrace{x_1^{\alpha} x_2^{\beta}}_{y} - w_1 x_1 - w_2 x_2 \ , \quad \alpha+\beta < 1$$

Para que el problema esté bien definido.

CPO:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 0 \iff p \cdot \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta} = w_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = 0 \iff p \, \beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1} = w_2 \qquad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \quad \underbrace{\frac{\alpha}{\beta} \frac{x_2}{x_1}}_{TMST_{x_1}} = \underbrace{\frac{w_1}{w_2}}_{PR_{x_1}} \iff \boxed{x_2 = \frac{w_1}{w_2} \frac{\beta}{\alpha} \cdot x_1} \qquad (3)$$

Reemplazo en (1):

$$p \cdot \alpha x_1^{\alpha-1} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2} \frac{\beta}{\alpha} \cdot x_1\right)^{\beta} = w_1$$

$$\iff \left(\frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\beta}{\alpha}\right)^{\beta} x_1^{\alpha+\beta-1} = \frac{w}{p\alpha}$$

$$\iff x_1^{\alpha+\beta-1} = \frac{w_1}{p\alpha} \cdot \left(\frac{w_2}{w_1} \frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta}$$

$x_1^*(w_1, w_2, p)$

$$\iff x_1^* = \left(\frac{p\alpha}{w_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2} \frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \iff x_1^* = (p\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{1}{w_1}\right)^{\frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{1}{w_2}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} , \quad \alpha+\beta<1$$

$$\overset{(3)}{\Rightarrow} x_2^* = \left(\frac{p\alpha}{w_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2} \frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\beta}} \iff x_2^* = (p\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{1}{w_1}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{1}{w_2}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\beta}} , \quad \alpha+\beta<1$$

$$y^* = p^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot \gamma$$

$$y^* = (x_1^*)^{\alpha} \cdot (x_2^*)^{\beta} \Rightarrow y^* = (p\alpha)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{1}{w_1}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{1}{w_2}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} , \quad \alpha+\beta<1$$

Ejemplo 2: Leontief (no diferenciable)

$$\max_{(x_1,x_2)} \ p \cdot y - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

$$y = \min\{\underbrace{a x_1}_{arg_1}, \underbrace{b x_2}_{arg_2}\} \qquad arg_1 = arg_2$$

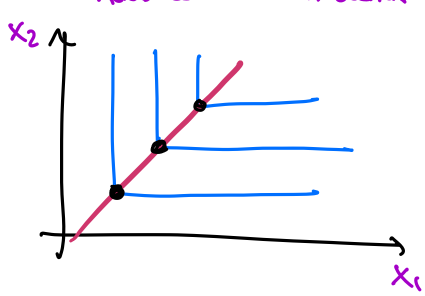
RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA:
- sin solución
- solución única (0)
- infinitas soluciones

$f(x_1, x_2) = \min\{a x_1, b x_2\}$

$f(t x_1, t x_2) = \min\{a \cdot t x_1, b \cdot t x_2\}$

$f(t x) = t \cdot \min\{a \cdot x_1, b \cdot x_2\}$

REND. CONSTANTES A ESCALA



El óptimo se debe satisfacer $\boxed{a x_1 = b x_2}$ por lo que:

$$y = \min\{a x_1, a x_1\} = a x_1 \qquad y \qquad x_2^* = \frac{a}{b} x_1$$

El problema entonces queda:

$$\max_{(x_1)} \ p \cdot a x_1 - w_1 x_1 - w_2 \frac{a}{b} x_1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \cdot a - w_1 - w_2 \frac{a}{b} = 0$$

Solución:

$$p \cdot a > w_1 + w_2 \frac{a}{b} \Rightarrow x_1^* \to +\infty, \quad x_2^* \to +\infty$$

$$p \cdot a < w_1 + w_2 \frac{a}{b} \Rightarrow x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0$$

$$p a = w_1 + w_2 \frac{a}{b} \Rightarrow x_1^* = [0, +\infty), \quad x_2^* = \frac{a}{b} x_1^*$$

Rendimientos Constantes a Escala y Largo Plazo

- En el largo plazo cuando todos los insumos son variables y la función exhibe rendimientos constantes a escala, se puede demostrar que si el problema tiene solución, entonces los beneficios de la firma son nulos.
- Esto último puede resultar beneficioso en algunos contextos en el cual nos parezca razonable, por ejemplo, que la industria no obtenga beneficios extraordinarios o cuando suponemos que existe la libre entrada de firmas en la industria.

$$y^* = p^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot \gamma$$