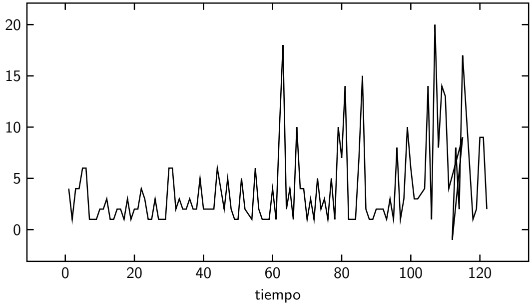
Ecuaciones en Diferencias

Maestría en Econometría–Matemática

1er Trimestre 2023

Series Temporales

Una **serie temporal** (o serie de tiempo) es el resultado de observar una variable a lo largo del tiempo en intervalos regulares (cada día, cada mes, cada año, etc).

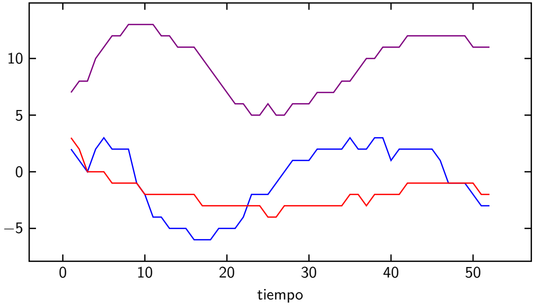


Series Temporales

Vamos a suponer que las observaciones están ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, así los datos usualmente son dependientes entre sí.

Series Temporales

Vamos a suponer que las observaciones están ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, así los datos usualmente son dependientes entre sí.
El objetivo del análisis de series temporales es desarrollar modelos capaces de predecir, interpretar y testear hipótesis relativas a datos económicos



Series Temporales

Formalmente una serie temporal es una función

$$y = f(t)$$

donde t es la variable independiente y toma valores en un conjunto discreto D. Como asumimos que las observaciones están ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, asumimos que D es un subconjunto de $\mathbb{Z}$.

Series Temporales

Formalmente una serie temporal es una función

$$y = f(t)$$

donde t es la variable independiente y toma valores en un conjunto discreto D. Como asumimos que las observaciones están ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, asumimos que D es un subconjunto de $\mathbb{Z}$.
Si notamos de la siguiente manera

$$y_t = f(t)$$

tenemos una sucesión $\{y_t\}_{t \in D}$, y esta sucesión es a la que denominamos serie temporal.

Ecuaciones en diferencias

- **Primera diferencia**

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1};$$

Ecuaciones en diferencias

- **Primera diferencia**

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1};$$

- **Segunda diferencia**

$$\begin{aligned}\Delta^2 y_t &:= \Delta(\Delta y_t)\\ &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})\\ &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2};\end{aligned}$$

Ecuaciones en diferencias

- **Primera diferencia**

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1};$$

- **Segunda diferencia**

$$\begin{aligned}\Delta^2 y_t &:= \Delta(\Delta y_t)\\ &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})\\ &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2};\end{aligned}$$

- **$n-$ésima diferencia**

$$\Delta^n y_t := \Delta(\Delta^{n-1} y_t).$$

Ecuaciones en diferencias

- **Primera diferencia**

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1};$$

- **Segunda diferencia**

$$\begin{aligned}\Delta^2 y_t &:= \Delta(\Delta y_t)\\ &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})\\ &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2};\end{aligned}$$

- **n−ésima diferencia**

$$\Delta^n y_t := \Delta(\Delta^{n-1} y_t).$$

Ecuaciones en diferencias

- **Primera diferencia**

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1};$$

- **Segunda diferencia**

$$\begin{aligned}\Delta^2 y_t &:= \Delta(\Delta y_t) \\ &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) \\ &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2};\end{aligned}$$

- **$n-$ésima diferencia**

$$\Delta^n y_t := \Delta(\Delta^{n-1} y_t).$$

Δ se denomina el **operador de diferencias**

Ecuaciones en diferencias

Una **ecuación en diferencias** es una expresión del tipo

$$G(y_t, y_{t-1}, \ldots, y_{t-n}, t) = 0 \quad \forall t \in D$$

donde $\{y_t\}_{t \in D}$ es una serie temporal.

Ecuaciones en diferencias

Una **ecuación en diferencias** es una expresión del tipo

$$G(y_t, y_{t-1}, \ldots, y_{t-n}, t) = 0 \quad \forall t \in D$$

donde $\{y_t\}_{t \in D}$ es una serie temporal.

Ejemplo 1. La ecuación

$$5y_t - 4y_{t-2} + y_{t-3} + (t-6)^3 = 0$$

es una ecuación en diferencias.

Ecuaciones lineales

Una ecuación en diferencias se dice **lineal** si se puede expresar de la siguiente manera

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

Ecuaciones lineales

Una ecuación en diferencias se dice **lineal** si se puede expresar de la siguiente manera

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

El número n se denomina el **orden de la ecuación**, los coeficientes $a_1, \ldots, a_n$ se denominan los **coeficientes de la ecuación** y x_t se denomina el **proceso de forzamiento** de la ecuación.

Ecuaciones lineales

Una ecuación en diferencias se dice **lineal** si se puede expresar de la siguiente manera

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

El número n se denomina el **orden de la ecuación**, los coeficientes $a_1, \ldots, a_n$ se denominan los **coeficientes de la ecuación** y x_t se denomina el **proceso de forzamiento** de la ecuación.

- Cuando $x_t \equiv 0$ decimos que la ecuación en difenrencias lineal es **homogénea**.

Ecuaciones lineales

Una ecuación en diferencias se dice **lineal** si se puede expresar de la siguiente manera

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

El número n se denomina el **orden de la ecuación**, los coeficientes $a_1, \ldots, a_n$ se denominan los **coeficientes de la ecuación** y x_t se denomina el **proceso de forzamiento** de la ecuación.

- Cuando $x_t \equiv 0$ decimos que la ecuación en difenrencias lineal es **homogénea**.
- Cuando los coeficientes de la ecuación no dependen del tiempo diremos que la ecuación en diferencias lineal es de coeficientes constantes.

Ecuaciones lineales

Observemos que cualquier ecuación en diferencias lineal

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

se puede rescribir de la siguiente manera

$$y_t - y_{t-1} = (a_1(t) - 1) y_{t-1} + \sum_{i=2}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t$$

Ecuaciones lineales

Observemos que cualquier ecuación en diferencias lineal

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

se puede rescribir de la siguiente manera

$$y_t - y_{t-1} = (a_1(t) - 1) y_{t-1} + \sum_{i=2}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t$$

es decir

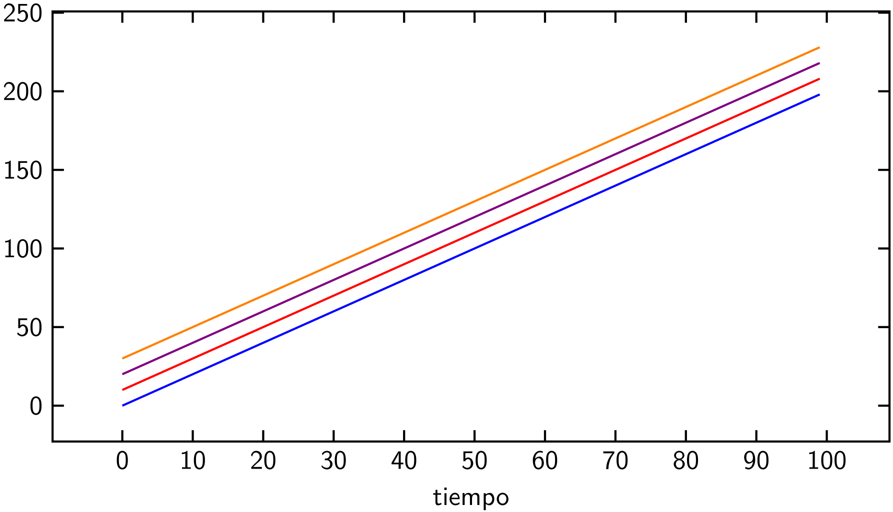
$$\Delta y_t = (a_1(t) - 1) y_{t-1} + \sum_{i=2}^{n} a_i(t) y_{t-i} + x_t.$$

Ecuaciones lineales

Ejemplo 2. Resolver la siguiente ecuación en diferencias

$$\Delta y_t = 2$$

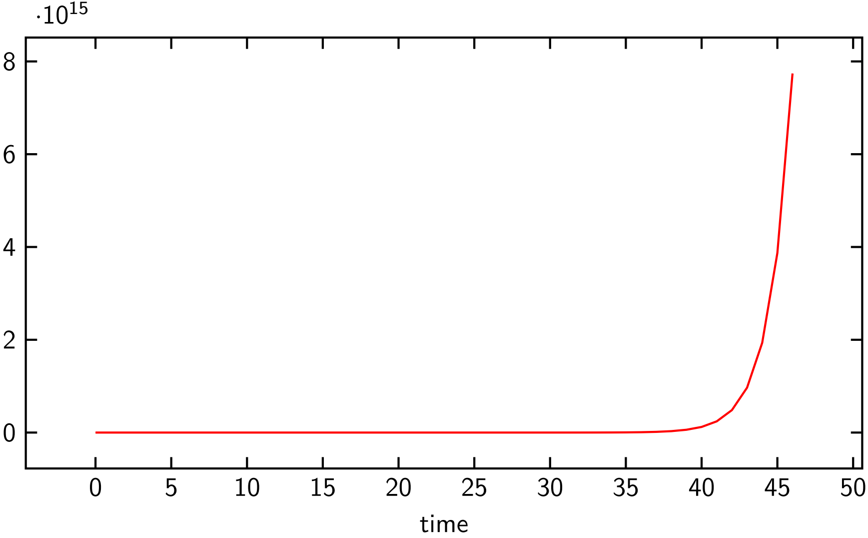
Ecuaciones lineales



Ecuaciones lineales

Ejemplo 3. Supongamos que una determinada población de insectos con 100 individuos, duplica su numero en cada generación, y que ademas, 10 nuevos individuos se incorporan en cada generación procedente de otro lugar. Construir una ecuación en diferencias que modele esta situación y posteriormente resolverla.

Ecuaciones lineales



Ecuaciones lineales

Ejemplo 4. Resolver $y_t = 0{,}7 y_{t-1} + x_t \;\; t \in \mathbb{Z}$, sabiendo que x_t y y_t son acotadas.

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0.

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.
Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$y_1 = ay_0 + x_1$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.
Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned} y_1 &= ay_0 + x_1 \\ y_2 &= ay_1 + x_2 \end{aligned}$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned} y_1 &= ay_0 + x_1 \\ y_2 &= ay_1 + x_2 = a(ay_0 + x_1) + x_2 \end{aligned}$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.
Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned} y_1 &= ay_0 + x_1 \\ y_2 &= ay_1 + x_2 = a(ay_0 + x_1) + x_2 = a^2 y_0 + ax_1 + x_2 \end{aligned}$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned} y_1 &= ay_0 + x_1 \\ y_2 &= ay_1 + x_2 = a(ay_0 + x_1) + x_2 = a^2 y_0 + ax_1 + x_2 \\ y_3 &= ay_2 + x_3 \end{aligned}$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned}
y_1 &= ay_0 + x_1 \\
y_2 &= ay_1 + x_2 = a(ay_0 + x_1) + x_2 = a^2 y_0 + ax_1 + x_2 \\
y_3 &= ay_2 + x_3 = a(a^2 y_0 + ax_1 + x_2) + x_3
\end{aligned}$$

Método iterativo

Con condición inicial. Si se conoce el valor de y en algún período específico, un método directo para hallar la solución es iterar hacia adelante desde ese período. Denominamos al valor conocido de y como la **condición inicial** o el valor de y para $t = 0$.

Para ilustrar el proceso consideremos la siguiente ecuación en diferencia de orden uno

$$y_t = ay_{t-1} + x_t,$$

con condición inicial y_0. Entonces

$$\begin{aligned}
y_1 &= ay_0 + x_1 \\
y_2 &= ay_1 + x_2 = a(ay_0 + x_1) + x_2 = a^2 y_0 + ax_1 + x_2 \\
y_3 &= ay_2 + x_3 = a(a^2 y_0 + ax_1 + x_2) + x_3 = a^3 y_0 + a^2 x_1 + ax_2 + x_3.
\end{aligned}$$

Método iterativo

Por lo tanto la solución es

$$y_t = \sum_{i=0}^{t-1} a^i x_{t-i} + a^t y_0 \quad t > 0.$$

Método iterativo

Por lo tanto la solución es

$$y_t = \sum_{i=0}^{t-1} a^i x_{t-i} + a^t y_0 \quad t > 0.$$

¿Es la única solución?

Método iterativo

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$y_t = ay_{t-1} + x_t$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$\begin{aligned} y_t &= a y_{t-1} + x_t \\ &= a(a y_{t-2} + x_{t-1}) + x_t \end{aligned}$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= ay_{t-1} + x_t \\
&= a(ay_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + ax_{t-1} + x_t
\end{aligned}
$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= ay_{t-1} + x_t \\
&= a(ay_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + ax_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + ax_{t-1} + x_t
\end{aligned}
$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= ay_{t-1} + x_t \\
&= a(ay_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + ax_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + ax_{t-1} + x_t = a^3 y_{t-3} + a^2 x_{t-2} + ax_{t-1} + x_t
\end{aligned}
$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= a y_{t-1} + x_t \\
&= a(a y_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + a x_{t-1} + x_t = a^3 y_{t-3} + a^2 x_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&\vdots \\
&= a^m y_{t-m} + \sum_{i=0}^{m-1} a^i x_{t-i}.
\end{aligned}
$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= a y_{t-1} + x_t \\
&= a(a y_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + a x_{t-1} + x_t = a^3 y_{t-3} + a^2 x_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&\ \vdots \\
&= a^m y_{t-m} + \sum_{i=0}^{m-1} a^i x_{t-i}.
\end{aligned}
$$

Si $|a| < 1$, y_t es acotada, y la serie converge, entonces $a^m y_{t-m} \to 0$ cuando $m \to \infty$.

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$\begin{aligned}
y_t &= ay_{t-1} + x_t \\
&= a(ay_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + ax_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + ax_{t-1} + x_t = a^3 y_{t-3} + a^2 x_{t-2} + ax_{t-1} + x_t \\
&\vdots \\
&= a^m y_{t-m} + \sum_{i=0}^{m-1} a^i x_{t-i}.
\end{aligned}$$

Si $|a| < 1$, y_t es acotada, y la serie converge, entonces $a^m y_{t-m} \to 0$ cuando $m \to \infty$. Por lo tanto

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a^i x_{t-i}.$$

Método iterativo

Sin condición inicial. En el caso de no tener un condición inicial, no tenemos un tiempo t_0 donde parar nuestra iteración y por lo tanto

$$
\begin{aligned}
y_t &= a y_{t-1} + x_t \\
&= a(a y_{t-2} + x_{t-1}) + x_t = a^2 y_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&= a^2 a(y_{t-3} + x_{t-2}) + a x_{t-1} + x_t = a^3 y_{t-3} + a^2 x_{t-2} + a x_{t-1} + x_t \\
&\vdots \\
&= a^m y_{t-m} + \sum_{i=0}^{m-1} a^i x_{t-i}.
\end{aligned}
$$

Si $|a| < 1$, y_t es acotada, y la serie converge, entonces $a^m y_{t-m} \to 0$ cuando $m \to \infty$. Por lo tanto

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a^i x_{t-i}.$$

¿Es la única solución?

Método iterativo

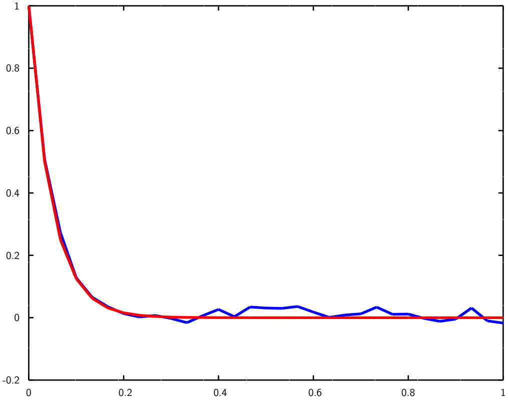
La solución de la ecuación lineal homogénea

$$y_t = ay_{t-1}$$

con condición inicial y_0 es

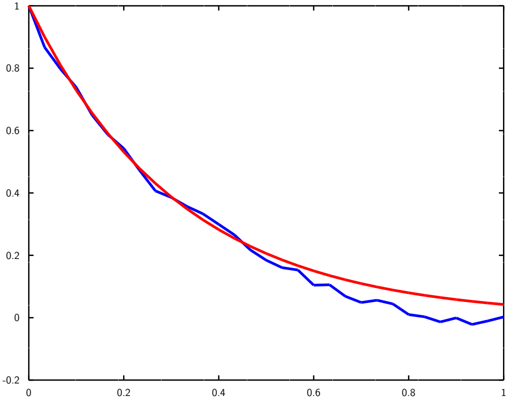
$$y_t = y_0 a^t.$$

Dependencia de a



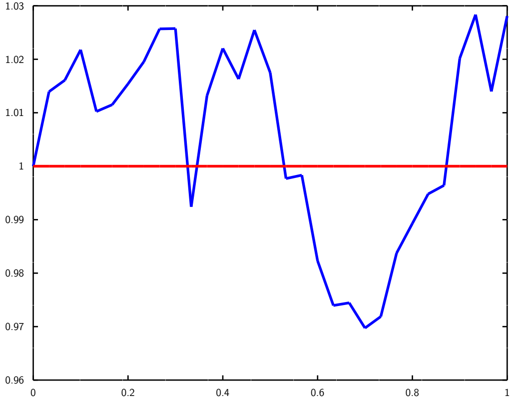
$$a = 0{,}5 \text{ y } y_0 = 1$$

Dependencia de a



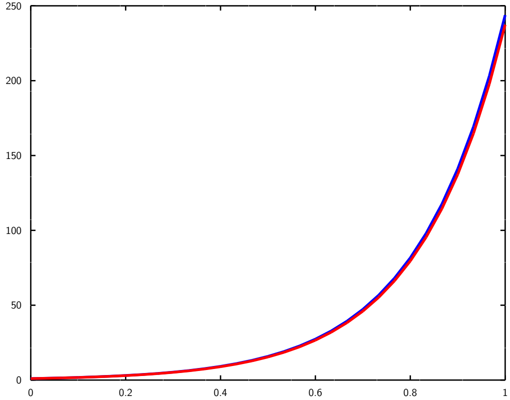
$$a = 0{,}9 \text{ y } y_0 = 1$$

Dependencia de a



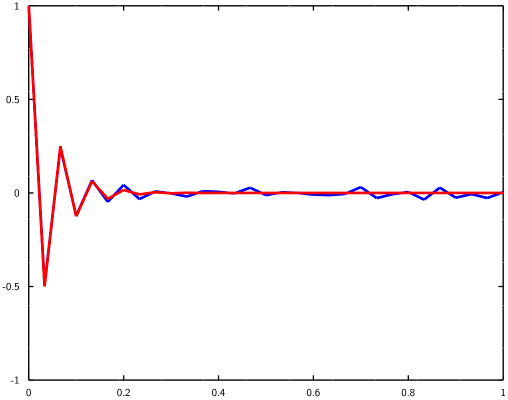
$$a = 1 \text{ y } y_0 = 1$$

Dependencia de a



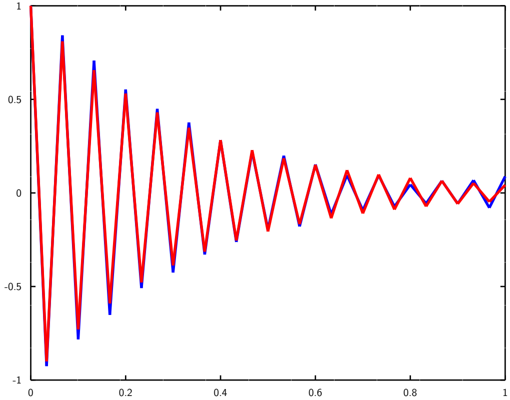
$$a = 1{,}2 \text{ y } y_0 = 1$$

Dependencia de a



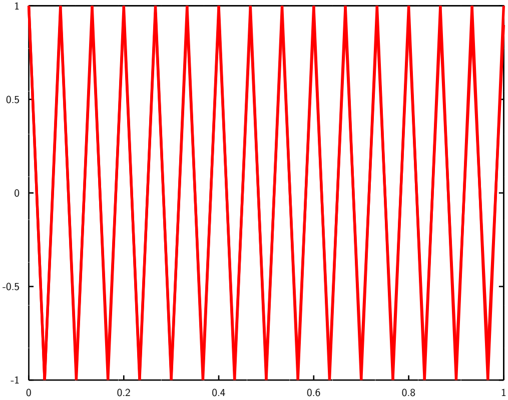
$$a = -0{,}5 \text{ y } y_0 = 1$$

Dependencia de a



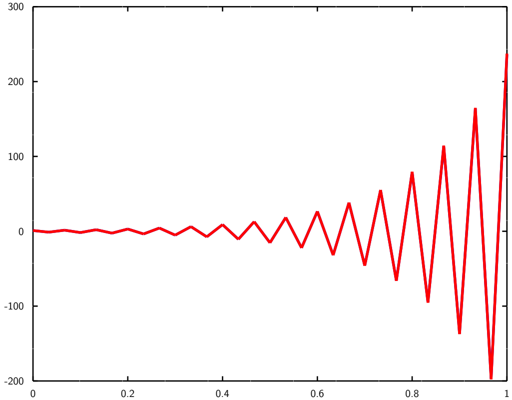
$a = -0{,}9$ y $y_0 = 1$

Dependencia de a



$a = -1$ y $y_0 = 1$

Dependencia de a



$a = -1{,}2$ y $y_0 = 1$

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);
- Si $a < 0$ entonces y oscila;

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);
- Si $a < 0$ entonces y oscila;
- Si $|a| < 1$ entonces $y_t \to 0$ cuando $t \to \infty$.

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);
- Si $a < 0$ entonces y oscila;
- Si $|a| < 1$ entonces $y_t \to 0$ cuando $t \to \infty$.
- Si $|a| > 1$ entonces $|y_t| \to \infty$ cuando $t \to \infty$ en este caso decimos que la solución es **no estable**.

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);
- Si $a < 0$ entonces y oscila;
- Si $|a| < 1$ entonces $y_t \to 0$ cuando $t \to \infty$.
- Si $|a| > 1$ entonces $|y_t| \to \infty$ cuando $t \to \infty$ en este caso decimos que la solución es **no estable**.
- Si $a = 1$ entonces $y_t \equiv y_0$.

Ec. lineales homogéneas

Si $y_0 \neq 0$ se observa lo siguiente

- Si $y_0 > 0$ ($y_0 < 0$), $a > 1$ entonces y es creciente (decreciente);
- Si $a < 0$ entonces y oscila;
- Si $|a| < 1$ entonces $y_t \to 0$ cuando $t \to \infty$.
- Si $|a| > 1$ entonces $|y_t| \to \infty$ cuando $t \to \infty$ en este caso decimos que la solución es **no estable**.
- Si $a = 1$ entonces $y_t \equiv y_0$.
- Si $a = -1$ entonces

$$y_t = \begin{cases} y_0 & \text{si } t \text{ es par,} \\ -y_0 & \text{si } t \text{ es impar.} \end{cases}$$

En este caso decimos que la solución es **meta estable**.

Ec. lineales homogéneas

Teorema.

Las soluciones de una ecuación en diferencias lineal homogénea forman un espacio vectorial. La dimensión de este espacio es el orden de la ecuación.

Otro método

Comencemos observando que si y^1 e y^2 son soluciones de

$$y_t = ay_{t-1} + x_t \tag{1}$$

entonces $y^1 - y^2$ es solución de la ecuación homogénea asociada a (1) es decir

$$y_t = ay_{t-1}.$$

Otro método

Comencemos observando que si y^1 e y^2 son soluciones de

$$y_t = ay_{t-1} + x_t \tag{1}$$

entonces $y^1 - y^2$ es solución de la ecuación homogénea asociada a (1) es decir

$$y_t = ay_{t-1}.$$

Entonces, por lo que vimos existe una constante C tal que

$$(y^1 - y^2)_t = Ca^t,$$

Otro método

Comencemos observando que si y^1 e y^2 son soluciones de

$$y_t = ay_{t-1} + x_t \tag{1}$$

entonces $y^1 - y^2$ es solución de la ecuación homogénea asociada a (1) es decir

$$y_t = ay_{t-1}.$$

Entonces, por lo que vimos existe una constante C tal que

$$(y^1 - y^2)_t = Ca^t,$$

por lo tanto

$$y_t^1 = Ca^t + y_t^2.$$

Otro método

Teorema.

La soluciones de una ecuación en diferencias lineal son las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más una solución particular.

Otro método

Teorema.

La soluciones de una ecuación en diferencias lineal son las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más una solución particular.

Ejemplo 5. Probamos que la soluciones de

$$y_t = a y_{t-1} + x_t$$

son

$$y_t = C a^t + \sum_{i=0}^{\infty} a^i x_{t-i}$$

Otro método

Teorema.

La soluciones de una ecuación en diferencias lineal son las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más una solución particular.

Ejemplo 5. Probamos que la soluciones de

$$y_t = ay_{t-1} + x_t$$

son

$$y_t = Ca^t + \sum_{i=0}^{\infty} a^i x_{t-i} = y_t^h + y^p.$$

Otro método

Paso 1. Hallar las soluciones de la ecuación homogénea asociada a mi ecuación en diferencias lineal.

Otro método

Paso 1. Hallar las soluciones de la ecuación homogénea asociada a mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 2. Hallar una solución particular de mi ecuación en diferencias lineal.

Otro método

Paso 1. Hallar las soluciones de la ecuación homogénea asociada a mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 2. Hallar una solución particular de mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 3. Obtener las solución general de mi ecuación en diferencias como la suma de las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más la solución particular.

Otro método

Paso 1. Hallar las soluciones de la ecuación homogénea asociada a mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 2. Hallar una solución particular de mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 3. Obtener las solución general de mi ecuación en diferencias como la suma de las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más la solución particular.

Paso 4. En caso de tener condiciones iniciales, imponerlas para fijar las constantes que aparecen en la solución general.

Otro método

Paso 1. Hallar las soluciones de la ecuación homogénea asociada a mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 2. Hallar una solución particular de mi ecuación en diferencias lineal.

Paso 3. Obtener las solución general de mi ecuación en diferencias como la suma de las soluciones de la ecuación homogénea asociada a esta más la solución particular.

Paso 4. En caso de tener condiciones iniciales, imponerlas para fijar las constantes que aparecen en la solución general.

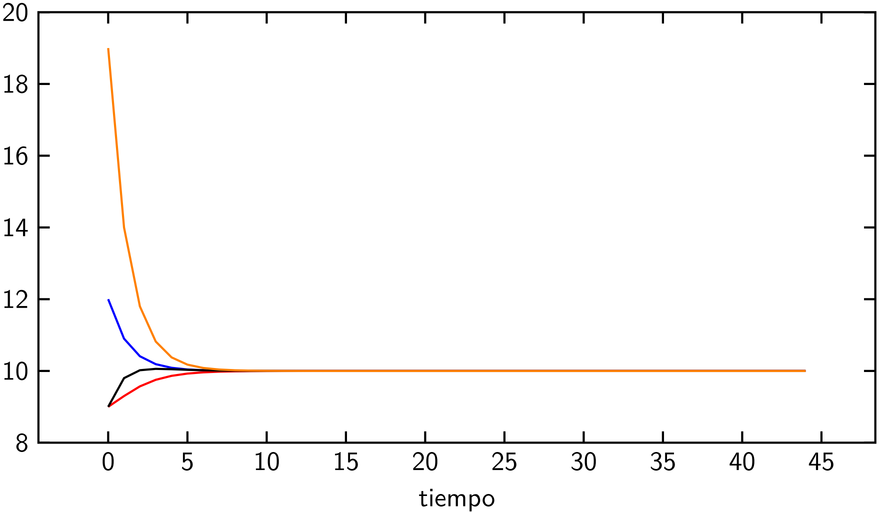
Paso 5. Chequear!

Segundo orden

Ejemplo 6. Hallar las soluciones de

$$y_t = 0{,}9y_{t-1} - 0{,}2y_{t-2} + 3.$$

Segundo orden

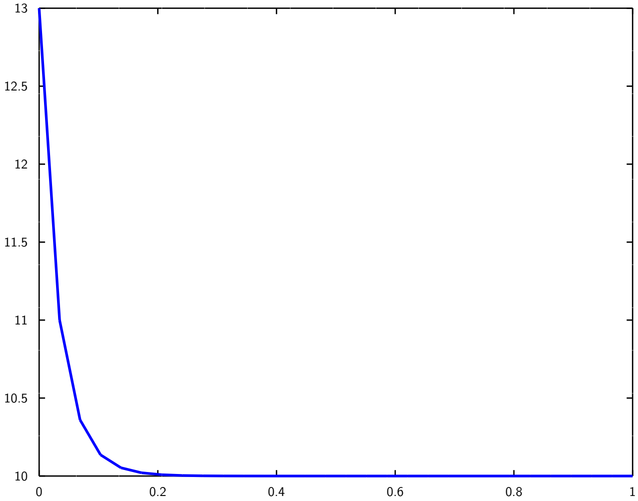


Segundo orden

Ejemplo 7. Hallar las soluciones de

$$\begin{cases} y_t = 0{,}9y_{t-1} - 0{,}2y_{t-2} + 3 \\ y_0 = 13 \\ y_1 = 11{,}3 \end{cases}$$

Segundo orden



Segundo orden

Buscamos las soluciones de la siguiente ecuación en diferencias de segundo orden

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

Segundo orden

Buscamos las soluciones de la siguiente ecuación en diferencias de segundo orden

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

Vimos que las soluciones de esta ecuación son las soluciones de la ecuación homogénea asociada más una solución particular.

Segundo orden

Buscamos las soluciones de la siguiente ecuación en diferencias de segundo orden

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

Vimos que las soluciones de esta ecuación son las soluciones de la ecuación homogénea asociada más una solución particular.

- Comencemos por encontrar una solución particular.

Segundo orden

Buscamos las soluciones de la siguiente ecuación en diferencias de segundo orden

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

Vimos que las soluciones de esta ecuación son las soluciones de la ecuación homogénea asociada más una solución particular.

- Comencemos por encontrar una solución particular.
- Buscamos las soluciones de la ecuación homogénea asociada

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = 0.$$

Segundo orden

Buscamos las soluciones de la siguiente ecuación en diferencias de segundo orden

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

Vimos que las soluciones de esta ecuación son las soluciones de la ecuación homogénea asociada más una solución particular.

- Comencemos por encontrar una solución particular.
- Buscamos las soluciones de la ecuación homogénea asociada

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = 0.$$

Sabemos que las soluciones del caso homogéneo forman un espacio vectorial de dimensión 2, por lo tanto necesitamos encontrar dos soluciones linealmente independientes para tener una base del espacio de soluciones.

Segundo orden - Raíz doble

Segundo orden - Raíces complejas