Microeconomía

Ingreso MECAP

Teoría del consumidor

Estatica comparada

Tomás Bustos
tomasmbustos@gmail.com

Verano 2022

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Estática Comparativa

- El estudio de las respuestas a los cambios del entorno económico se denomina estática comparativa.
- "Comparativa" porque se trata de comparar dos situaciones: el antes y después de la variación del entorno económico; "estática" porque no interesan los procesos de ajuste.

En este contexto, queremos estudiar como cambian las cantidades consumidas x_1, x_2 cuando cambian p_1, p_2, m por separado.

- Cambios de p_1, p_2, m modifican el conjunto presupuestario
- En particular, modifican la RP y, por tanto, **la canasta óptima del consumidor**
- Importante: **NO cambian las preferencias**. Los cambios de p_1, p_2, m no modifican el mapa de indiferencia

Table of Contents

Ingreso y bienestar

- Recordar que cuando aumenta el ingreso, el conjunto presupuestario se expande.
- Entonces, la elección óptima original sigue estando disponible y además, surgen nuevas canastas de consumo factibles.

Proposición (Ingreso y bienestar)

La utilidad del individuo no disminuye cuando aumenta el ingreso.

$$\frac{\partial v}{\partial m}(\mathbf{p}, m) \geq 0$$

Si las preferencias son monótonas, entonces

$$\frac{\partial v}{\partial m}(\mathbf{p}, m) > 0$$

Bienes normales e inferiores

Definición: Bienes normales y bienes inferiores

Si la cantidad demandada aumenta con el ingreso, es un **bien normal**:

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial m}(\mathbf{p}, m) > 0$$

Si la cantidad demandada disminuye con el ingreso, es un **bien inferior**:

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial m}(\mathbf{p}, m) < 0$$

No pueden ser todos inferiores

Proposición

Si las preferencias son monótonas, entonces el consumo de al menos un bien aumenta ante un aumento del ingreso.

Demostración.

Por monotonicidad,

$$p_1 x_1^M(\mathbf{p}, m) + p_2 x_2^M(\mathbf{p}, m) = m$$

Diferenciando ambos miembros con respecto a m:

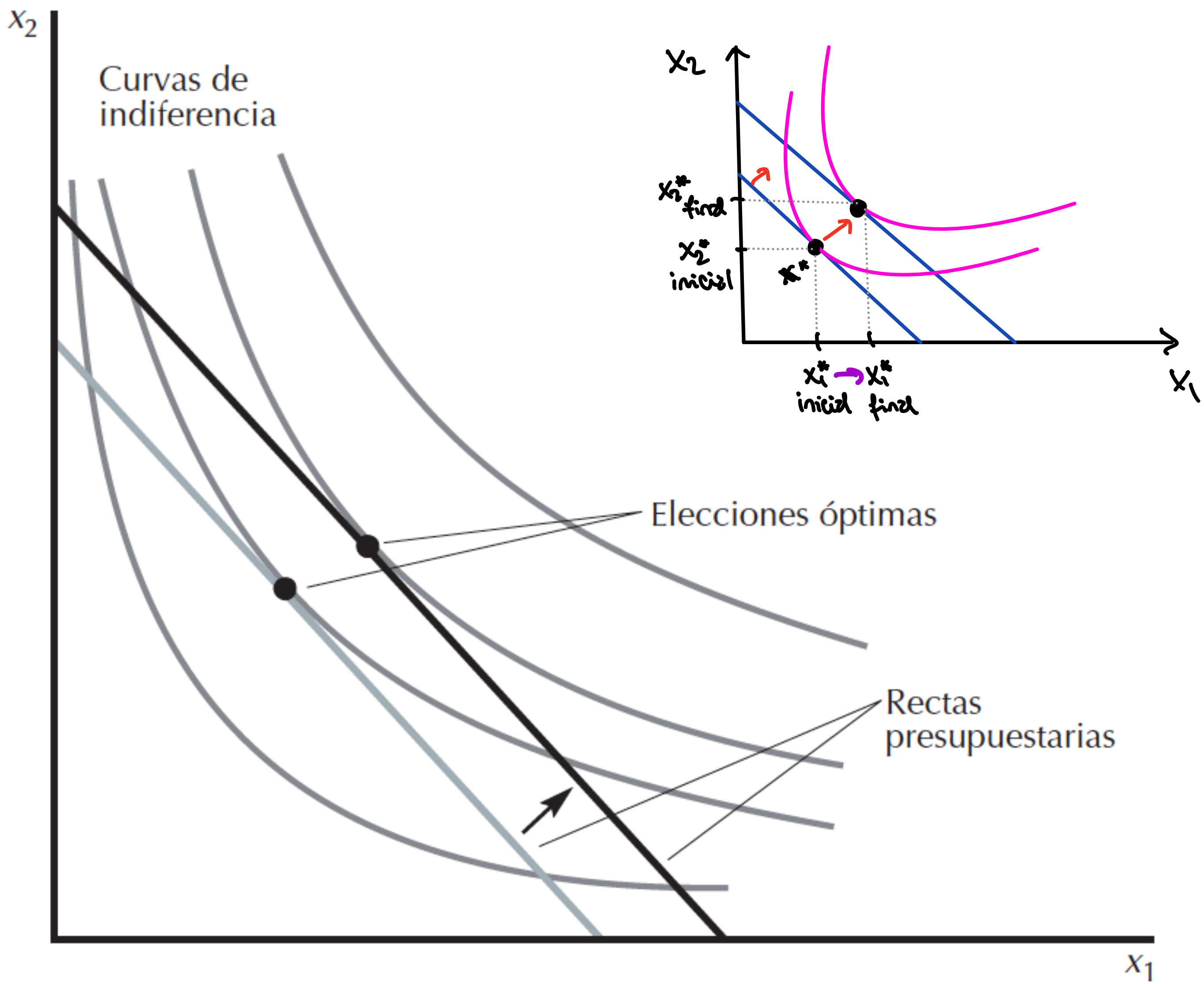
$$\underbrace{p_1 \overbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial m}(\mathbf{p}, m)} + p_2 \overbrace{\frac{\partial x_2^M}{\partial m}(\mathbf{p}, m)}}_{>0} = \underbrace{1}_{>0}$$

Como el lado derecho es positivo, el lado izquierdo debe ser positivo. Es decir, al menos una de las derivadas debe ser positiva siempre. □

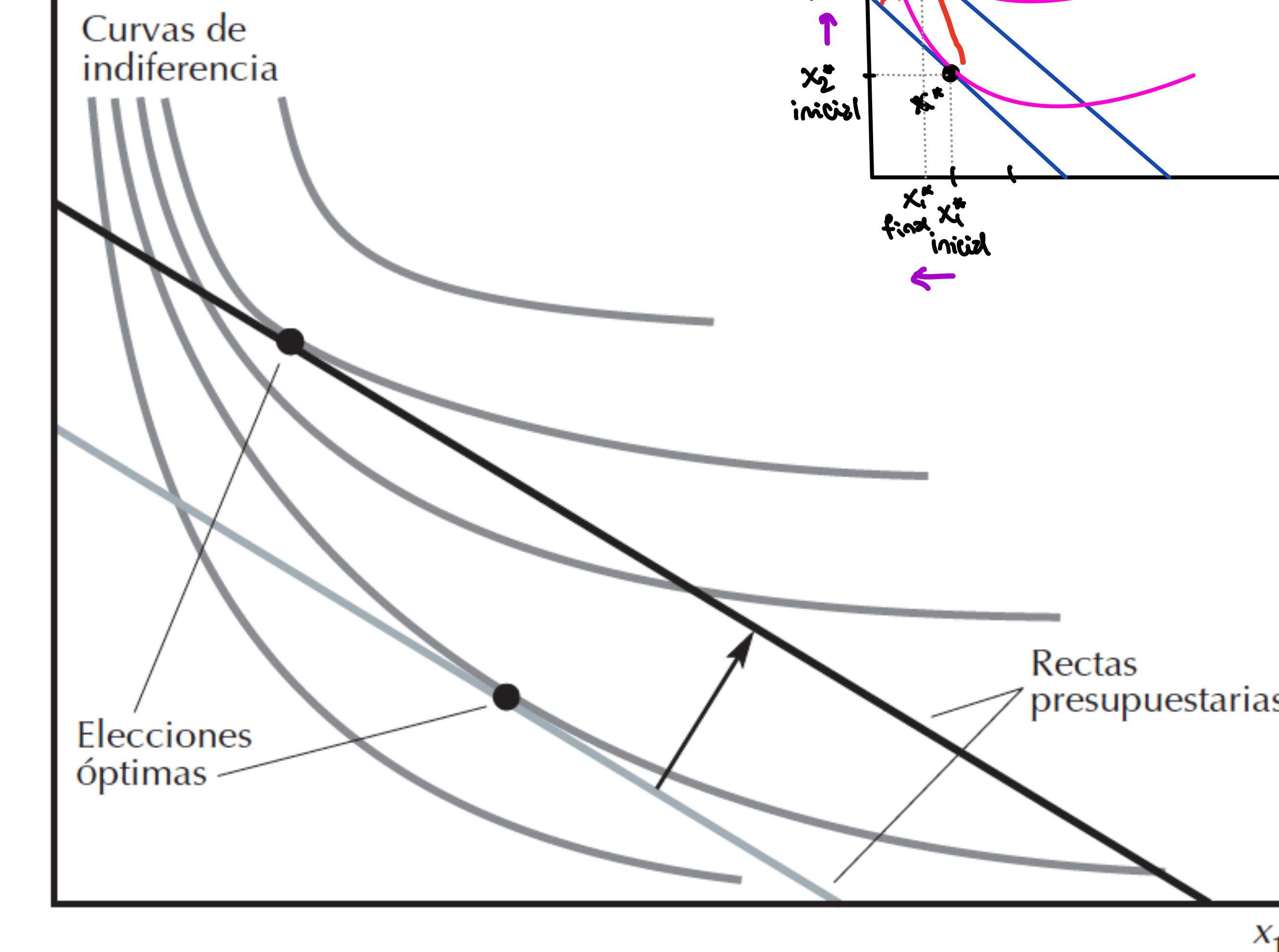
No pueden ser todos inferiores

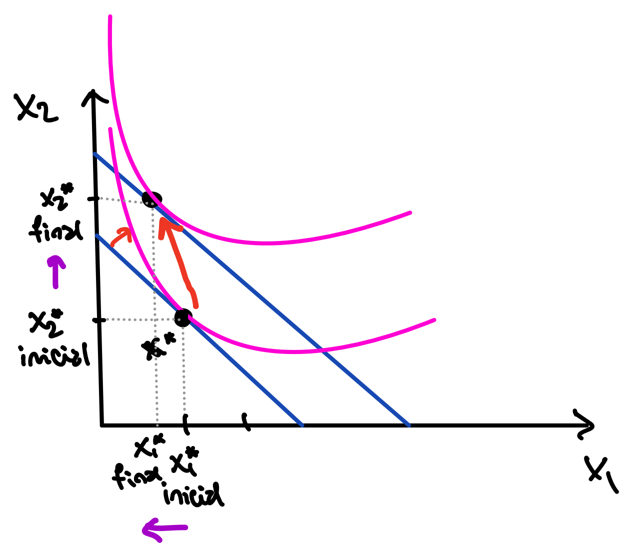
- En consecuencia, nunca puede suceder que todos los bienes sean inferiores.
- La clasificación de bienes en normales e inferiores depende tanto de las preferencias como de los parámetros (precios e ingreso)
  - Por ejemplo, para bajos niveles de ingreso, el consumo de arroz puede ser un bien normal
  - Pero a partir de cierto nivel de ingreso, se espera que su consumo disminuya conforme el agente aumente su ingreso.

Bienes normales



Bien inferior





Aumento de m

Las funciones de demanda nos dicen las cantidades óptimas X^* e Y^* que elige el consumidor para cada P_x, P_y, M. Eso es exactamente lo que necesitamos:

Cómo cambia X^*, Y^* cuando aumenta M?

Cobb-Douglas: $$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{m}{p_1}, \quad x_2^M(\mathbf{p}, m) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{m}{p_2}$$

$$\uparrow m \quad \Rightarrow \quad \uparrow x_1^M, \uparrow x_2^M$$

https://www.geogebra.org/calculator/heramccn

Complementarios: $$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \frac{a}{bp_1+ap_2}m, \quad x_2^M(\mathbf{p}, m) = \frac{b}{bp_1+ap_2}m$$

$$\uparrow m \quad \Rightarrow \quad \uparrow x_1^M, \uparrow x_2^M$$

https://www.geogebra.org/calculator/vpjgkqsw

Aumento de m

Cómo cambia X^*, Y^* cuando aumenta M?

$$\text{Sustitutos:} \quad x_1^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1}, & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \left[0, \frac{m}{p_1}\right], & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ 0, & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

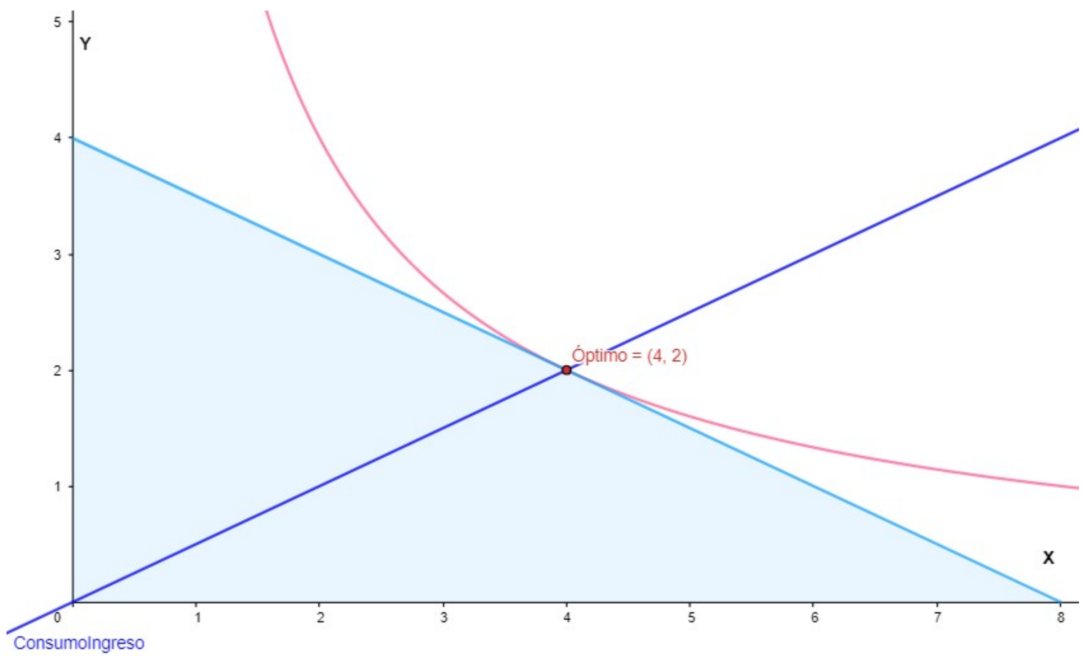
$$x_2^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} 0, & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1^M, & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ \frac{m}{p_2}, & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \uparrow m \quad &\Rightarrow \quad \uparrow x_1^M, \overline{x_2^M} \quad && \text{si } TMS > p_1/p_2 \\ \uparrow m \quad &\Rightarrow \quad \uparrow x_1^M, \uparrow x_2^M \quad && \text{si } TMS = p_1/p_2 \\ \uparrow m \quad &\Rightarrow \quad \overline{x_1^M}, \uparrow x_2^M \quad && \text{si } TMS < p_1/p_2 \end{aligned}$$

Sendero de expansión del ingreso

Curva consumo-ingreso/Sendero de expansión del ingreso

Es la curva que muestra las cantidades demandadas x_1^M y x_2^M para cada ingreso m



https://www.geogebra.org/calculator/heramccn

Sendero de expansión del ingreso

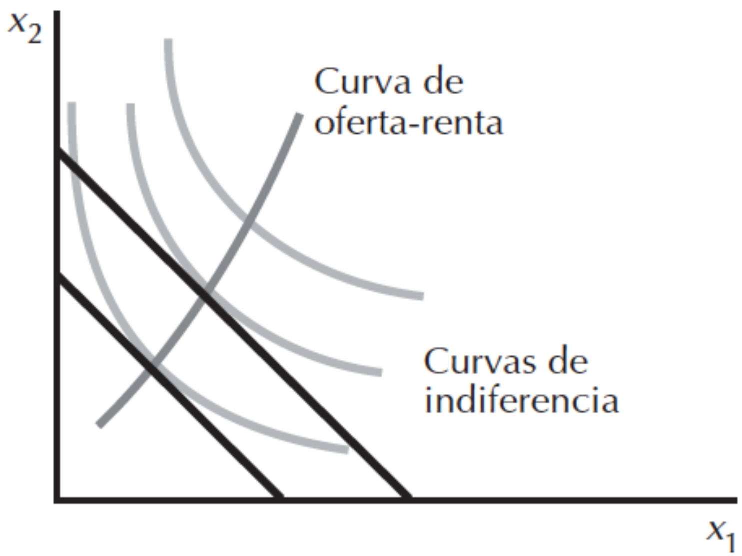
- Si los dos bienes son normales, el sendero es creciente
- Si alguno de los dos bienes es inferior, el sendero es decreciente
- En la figura anterior (Cobb-Douglas) es una recta, pero no necesariamente debe ser así

Curva de Engel

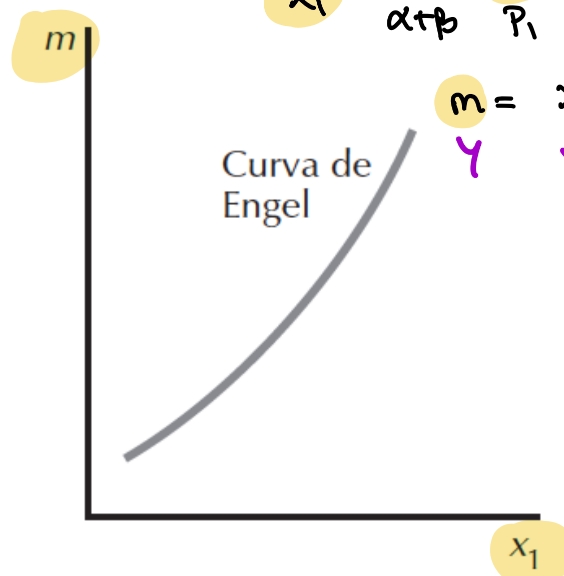
Otra forma de ver gráficamente la respuesta del consumidor a cambios en el ingreso es:

Curva de Engel

El gráfico de la demanda marshaliana del bien i en el plano (x_i, m).
Resume gráficamente las decisiones óptimas de x_i para cada m



A Curva de oferta-renta



B Curva de Engel

$$X_1^M = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\cdot\frac{m}{P_1}$$

$$\underbrace{m}_{Y} = \underbrace{x_1}_{X}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{P_1\cdot(\alpha+\beta)}{\alpha}}}_{\text{pendiente}} + \underbrace{0}_{\text{ordenada}}$$

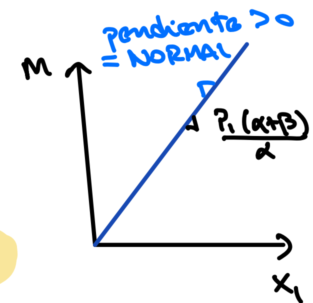
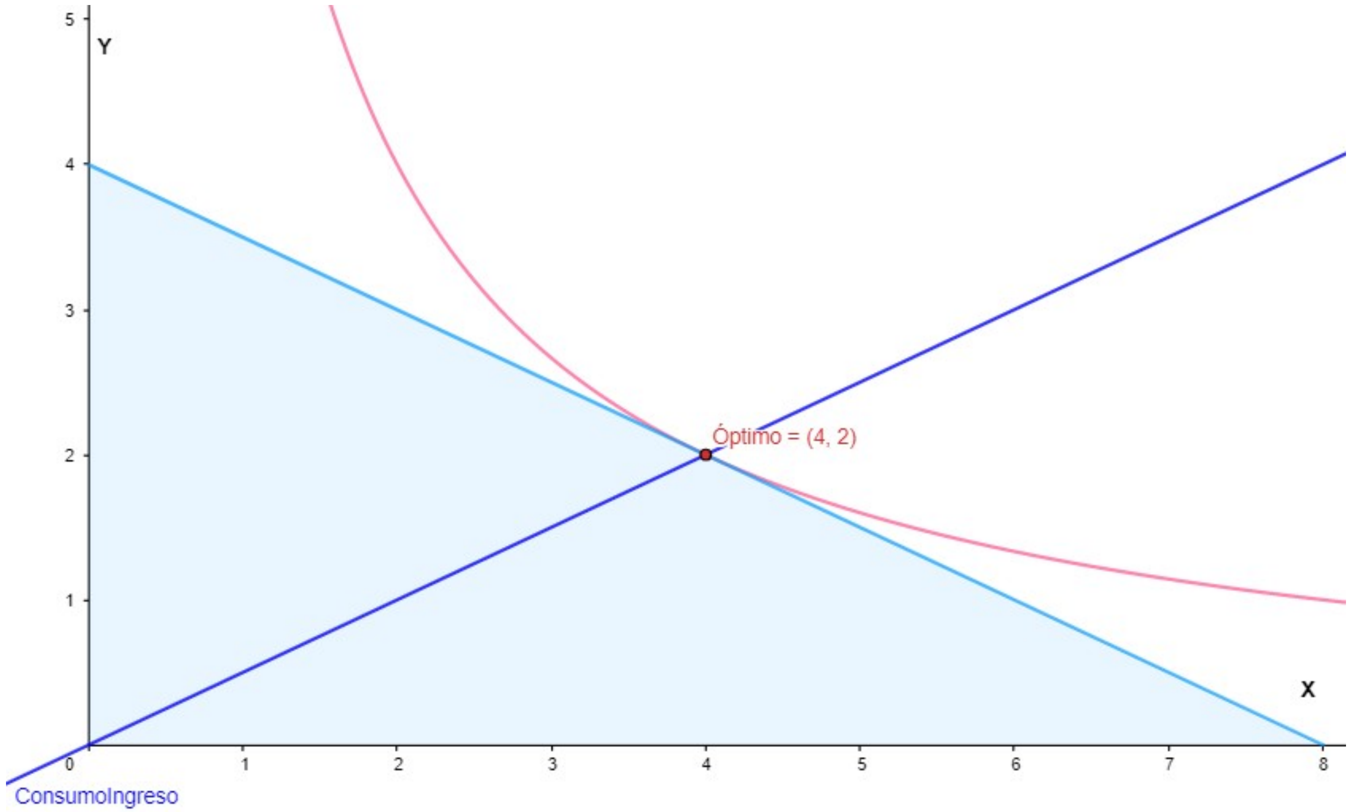


Table of Contents

UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Cobb-Douglas - Sendero de expansión del ingreso



https://www.geogebra.org/calculator/heramccn

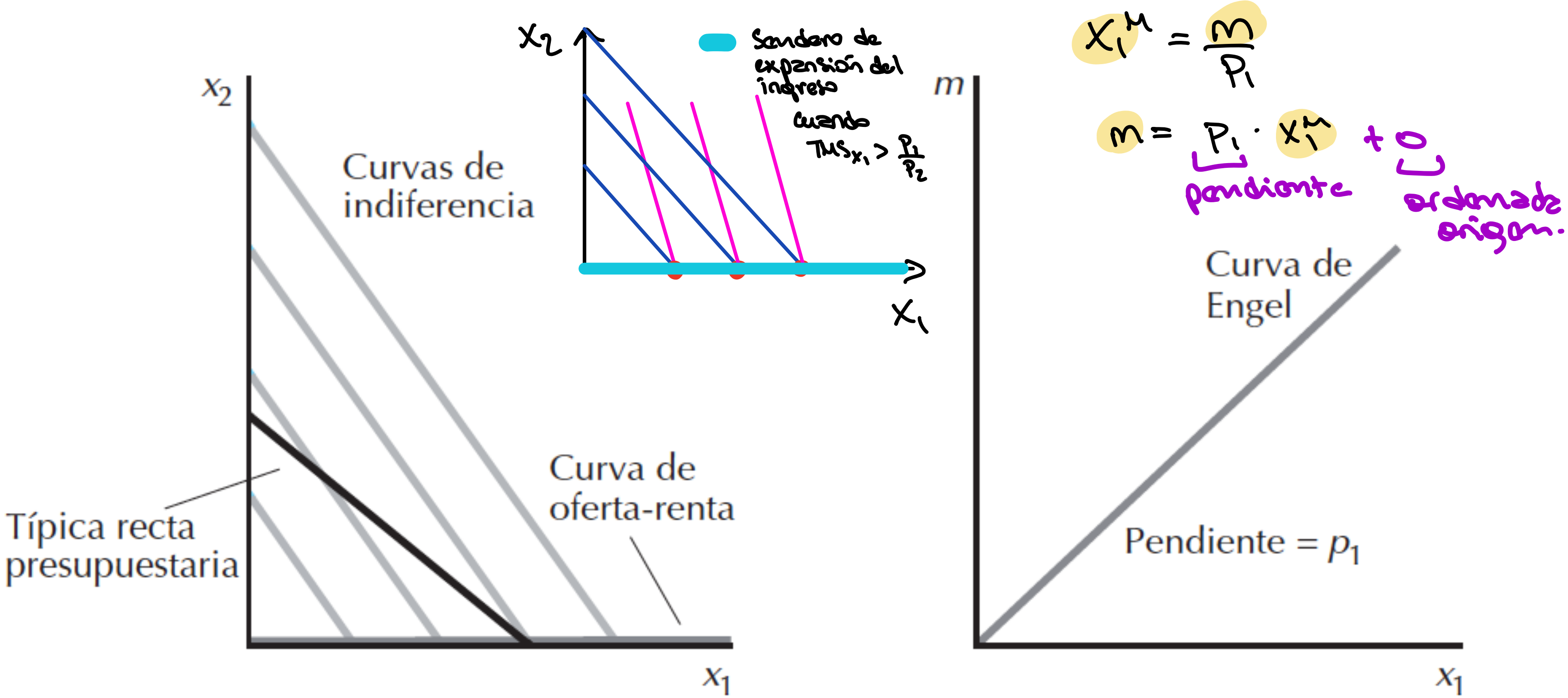
Curva de Engel

Graficando la demanda marshalliana en el plano (x_1, m) se obtiene la curva de Engel para el bien 1.

$$m = p_1 \, \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \cdot x_1^M$$

Sustitutos Perfectos

Tomemos $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Supongamos además que $p_1 < p_2$. Luego, $x_1^M(.) = m/p_1$. El sendero de expansión coincide con el eje de abscisas y la curva de Engel es $m = p_1 x_1$. Gráficamente:[1]



A Curva de oferta-renta

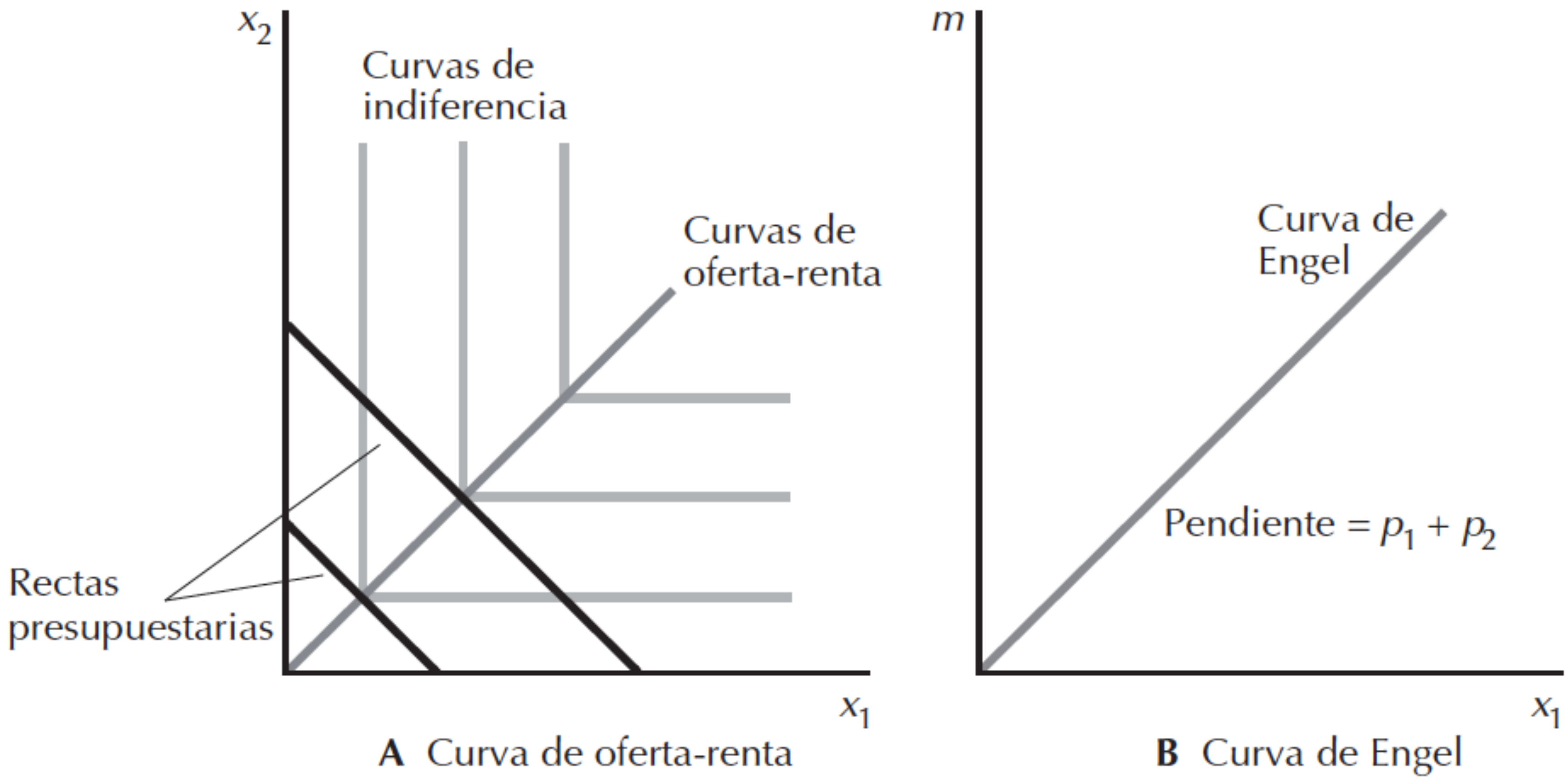
B Curva de Engel

[1] https://www.geogebra.org/calculator/zzs3gvvc

Complementarios Perfectos

Tomemos $U(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$. Las demandas vienen dadas por $x_1^M(.) = x_2^M(.) = m/(p_1 + p_2)$. El sendero de expansión es una recta 45^o que parte del origen y la curva de Engel es $m = (p_1 + p_2)x_i$.

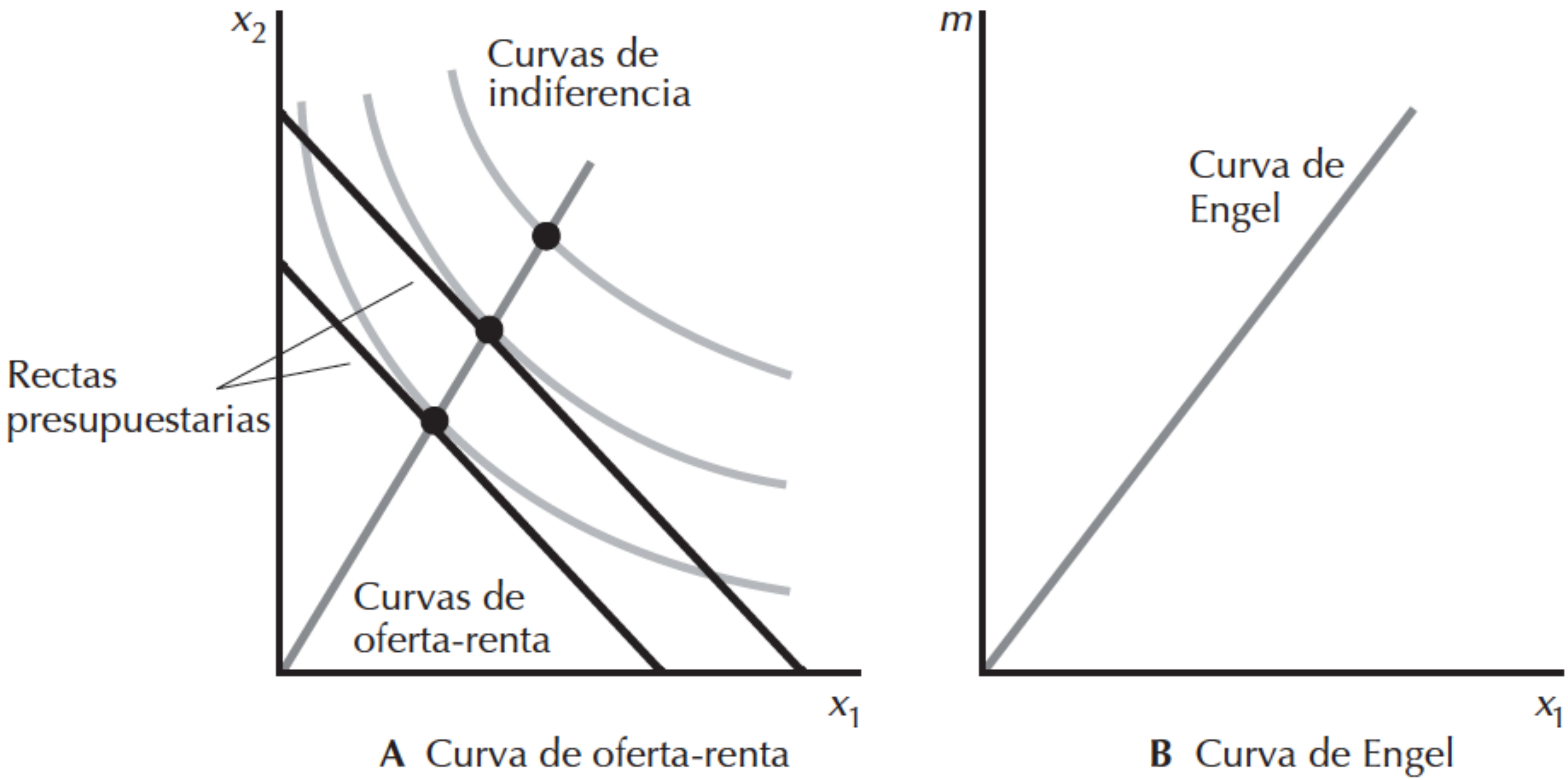
Gráficamente:



Preferencias Homotéticas

- Los senderos de expasión y curvas de Engel de los ejemplos anteriores eran rectas, pero podría no haber sido así.
- En general, cuando aumenta el ingreso, la demanda de un bien puede aumentar en mayor o menor proporción que el ingreso. Si aumenta más, decimos que es un **bien de lujo** (elasticidad-ingreso alta) y si aumenta menos, decimos que es un **bien necesario** (elasticidad-ingreso baja).
- La línea divisoria es el caso en que la demanda de un bien aumenta en la misma proporción que el ingreso. Este es el caso de las preferencias homotéticas, donde el sendero de expansión y las curvas de Engel son rectas que parten del origen.
- Una función de utilidad representa preferencias homotéticas cuando es homogénea o bien es una transformación monótona creciente de una función homogénea.

Ejemplo: Preferencias Homotéticas



Ejemplo: Preferencias Cuasilineales

- Tomemos $u(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2$ con $f' > 0$ y $f'' \leq 0$. Notar que estas preferencias no son homotéticas.
- Recordar que para estas preferencias, las curvas de indiferencia son traslaciones verticales.
- ¿Qué ocurre si desplazamos la recta presupuestaria hacia fuera? En este caso, si una curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria en una canasta (x_1^*, x_2^*), otra curva de indiferencia también debe ser tangente a $(x_1^*, x_2^* + k)$ para cualquier constante k.
- El incremento del ingreso no altera la demanda del bien 1 y todo el ingreso adicional se destina enteramente al consumo del bien 2. Si las preferencias son cuasilineales, a veces decimos que "el efecto-ingreso es nulo" en el caso del bien 1.
- Por lo tanto, la curva de Engel es una línea vertical: cuando varía el ingreso, la demanda del bien 1 permanece constante.

Ejemplo: Preferencias Cuasilineales

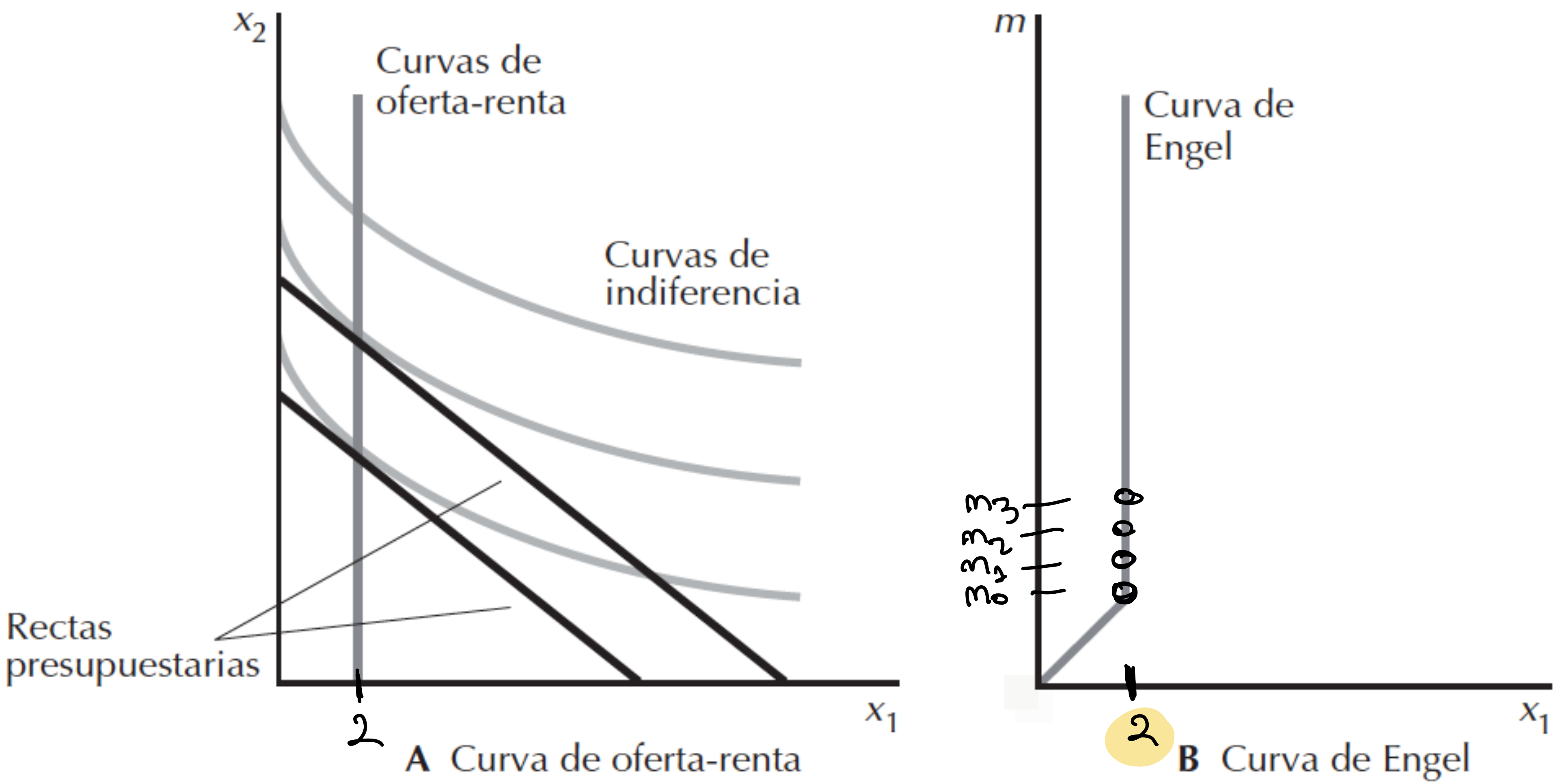


Table of Contents

Precio y bienestar

- Recordar que cuando aumenta el precio de un bien, el conjunto presupuestario se reduce.

Proposición (Precio y bienestar)

La utilidad del individuo no aumenta cuando el precio de un bien aumenta.

$$\frac{\partial v}{\partial p_i}(\mathbf{p}, m) \leq 0$$

No podemos asegurar que la utilidad disminuya estrictamente, pues, si aumenta el precio de un bien que el agente no consume, entonces su utilidad no se ve afectada.

Bienes ordinarios e Giffen

Definición: Bienes ordinarios y bienes Giffen

Si la cantidad disminuye con el precio del bien en cuestión, es un **bien ordinario**:

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial p_i}(\mathbf{p}, m) < 0$$

Si la cantidad aumenta con el precio del bien en cuestión, es un **bien Giffen**:

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial p_i}(\mathbf{p}, m) > 0$$

Al menos un ordinario

Proposición

Si las preferencias son monótonas, entonces el consumo de al menos un bien disminuye ante un aumento de p_i.

Demostración.

Por monotonicidad: $p_1 x_1^M(\mathbf{p}, m) + p_2 x_2^M(\mathbf{p}, m) = m$. Diferenciando ambos miembros con respecto a p_1:

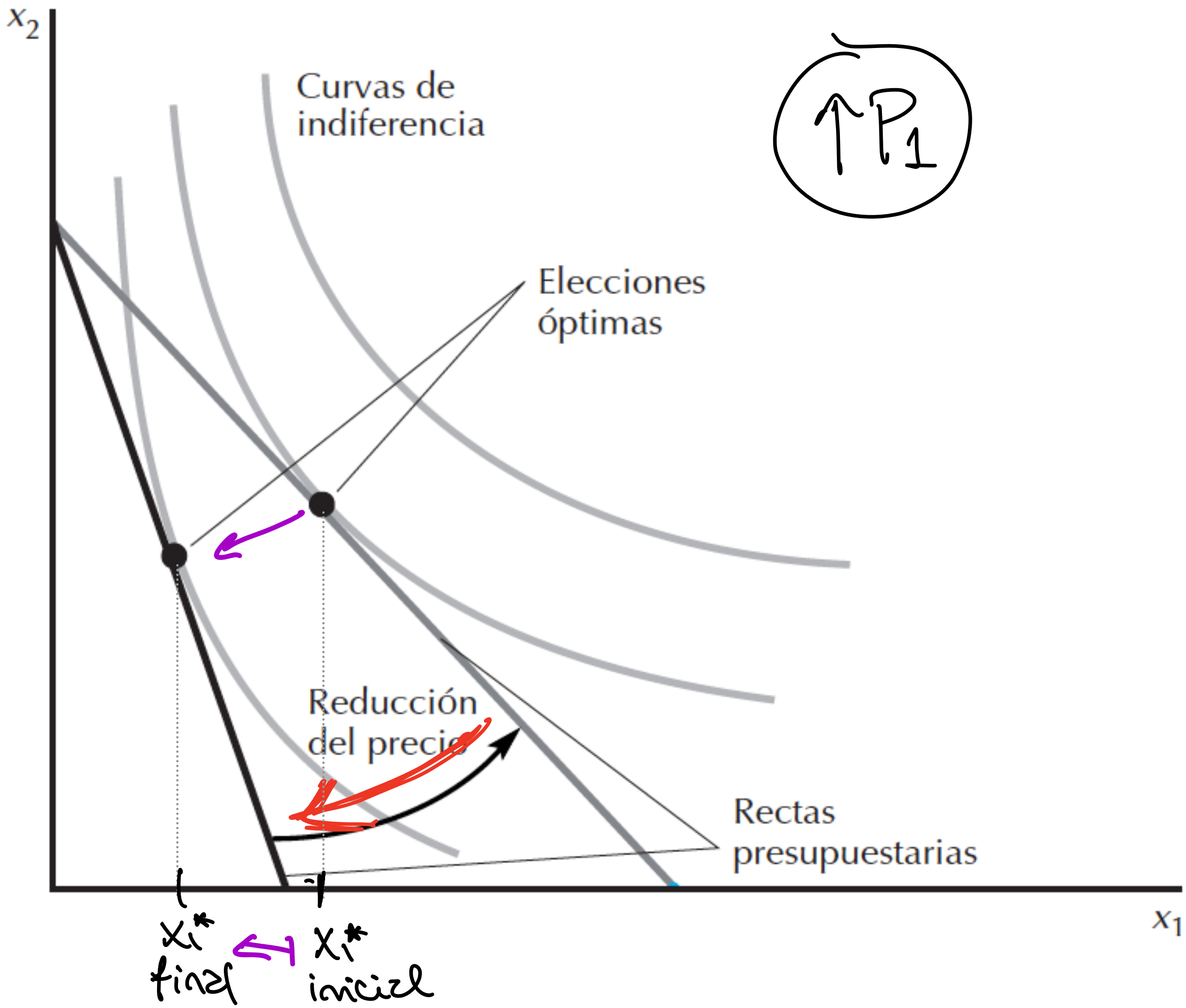
$$p_1 \frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}(\mathbf{p}, m) + p_2 \frac{\partial x_2^M}{\partial p_1}(\mathbf{p}, m) = -x_1^M(\mathbf{p}, m) \leq 0$$

Como el lado derecho es menor o igual que cero, el lado izquierdo también debe serlo. Es decir, alguna de las derivadas parciales debe ser menor o igual a cero siempre. $\square$

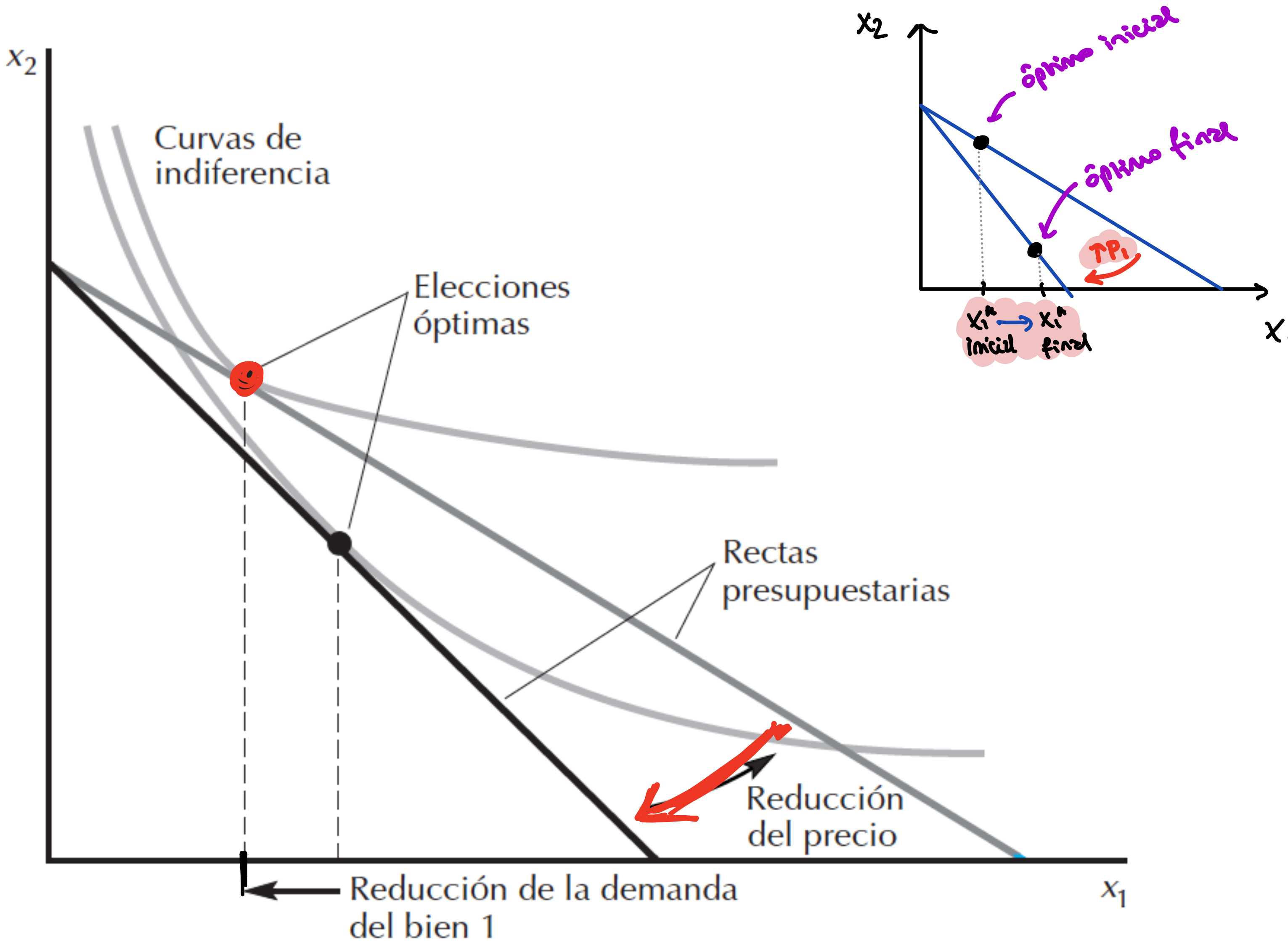
Al menos un ordinario

- En consecuencia, siempre debe haber al menos un bien ordinario.
- La clasificación de bienes en normales e inferiores depende tanto de las preferencias como de los parámetros (precios e ingreso)
- No existen preferencias representables por funciones de utilidad que generen bienes Giffen para cualquier valor de m y $\mathbf{p}$. Sin embargo, sí es posible encontrar comportamiento Giffen para ciertos niveles de ingreso (Haagsma, 2012).

Bien ordinario



Bien Giffen



x_2
Curvas de indiferencia
Elecciones óptimas
Rectas presupuestarias
Reducción del precio
Reducción de la demanda del bien 1
x_1
x_2
óptimo inicial
óptimo final
$\uparrow P_1$
x_1^* inicial
x_1^* final
x_1

Bienes sustitutos y complementarios

Definición: Bienes sustitutos y bienes complementarios

Si la cantidad del bien i disminuye con el precio del bien j, estos bienes son **complementarios**:

↓ P_{YERBA} ↑ AZUCAR*

↑ P_{YERBA} ↓ AZUCAR*

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial p_j}(\mathbf{p}, m) < 0$$

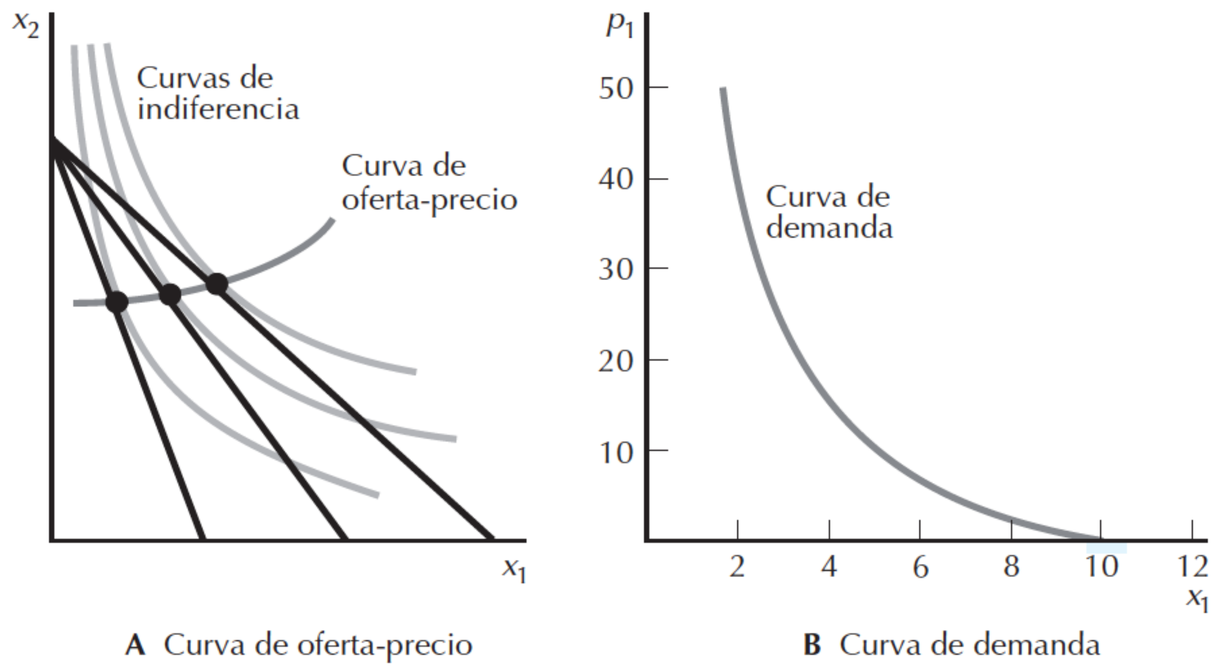
Si la cantidad del bien i aumenta con el precio del bien j, estos bienes son **sustitutos**:

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial p_j}(\mathbf{p}, m) > 0$$

↑ P_{PEPSI} ↑ Coca-Cola*

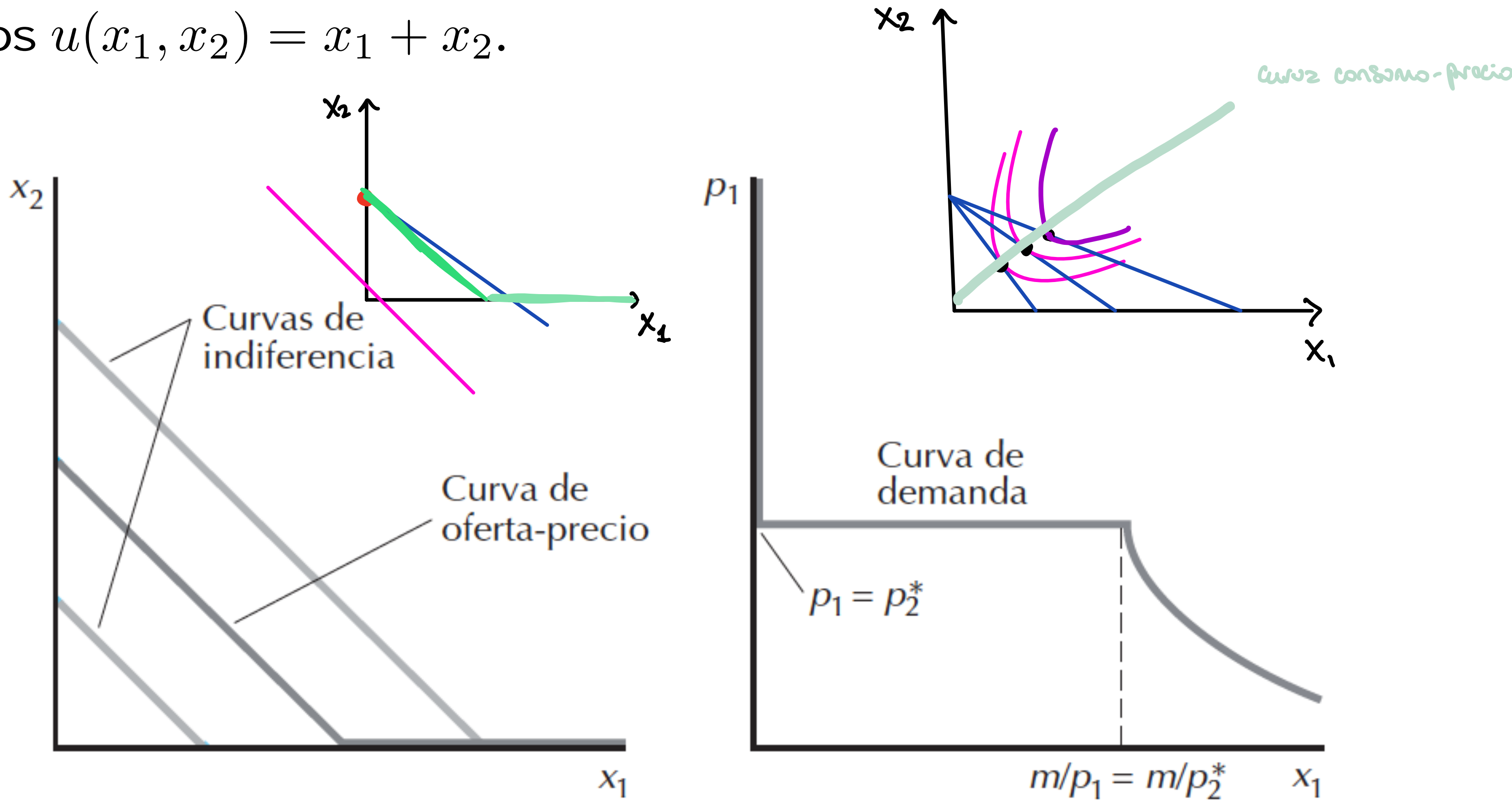
Curva de Demanda

- Definimos como **sendero de expansión del precio** del bien i a la curva que une las canastas óptimas a medida que cambia el precio del bien i (también conocida como curva de precio-consumo u oferta-precio). La pendiente dependerá de si el bien i es ordinario o Giffen, o si el bien j es sustituto o complementario.
- Se puede graficar la demanda del bien i como función de su precio p_i.



Ejemplo: Sustitutos Perfectos

Tomemos $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.

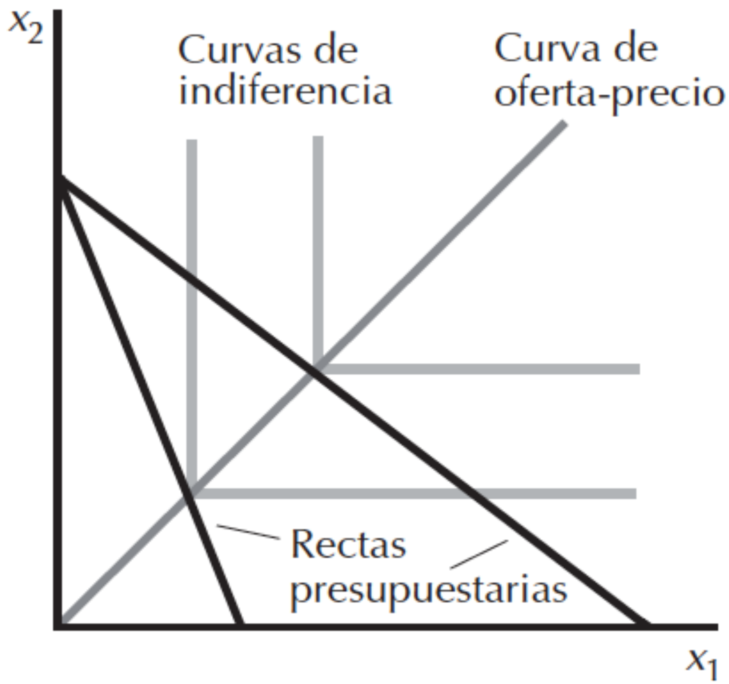


A Curva de oferta-precio

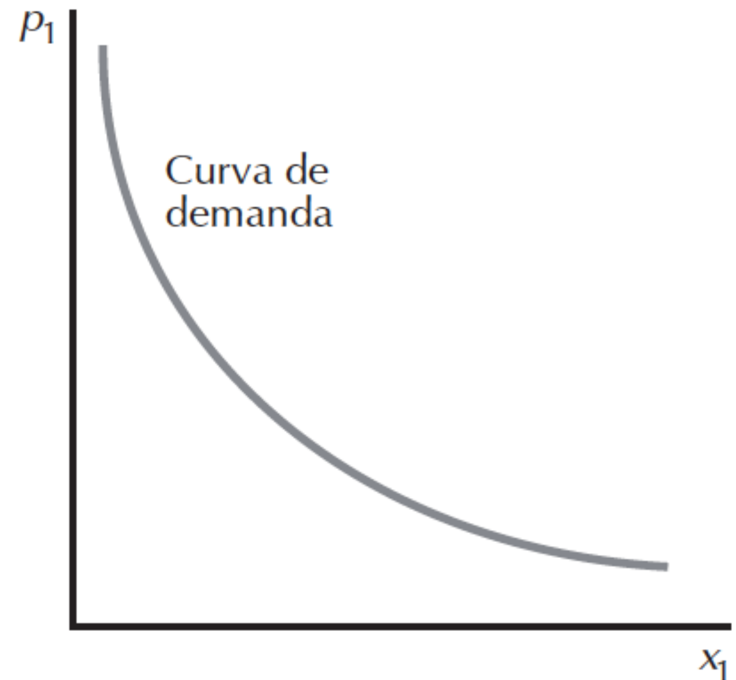
B Curva de demanda

Ejemplo: Complementarios Perfectos

Tomemos $u(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$.



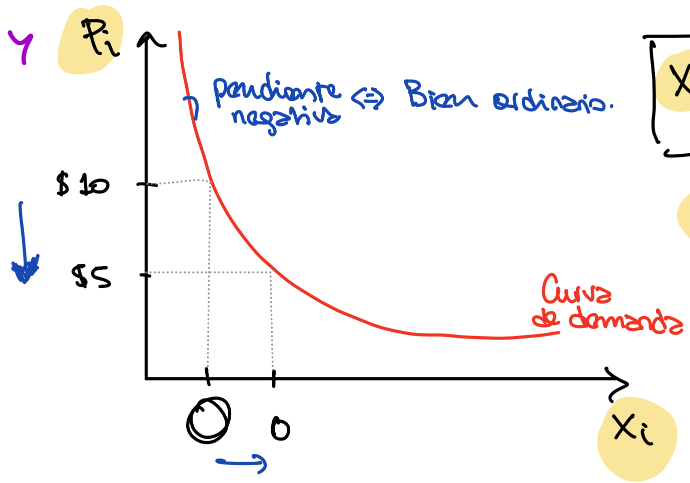
A Curva de oferta-precio



B Curva de demanda

CURVA DE DEMANDA

Gráfico X_i^M en el plano (X_i, P_i).



$$\boxed{X_1^M = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot \frac{m}{P_1}}$$

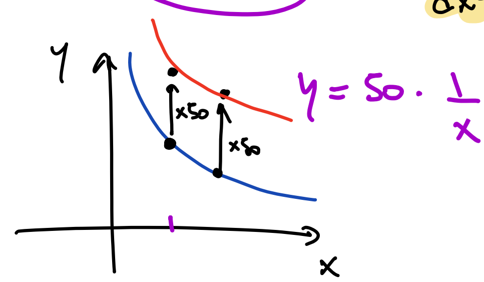
$$P_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot m \cdot \frac{1}{X_1}$$

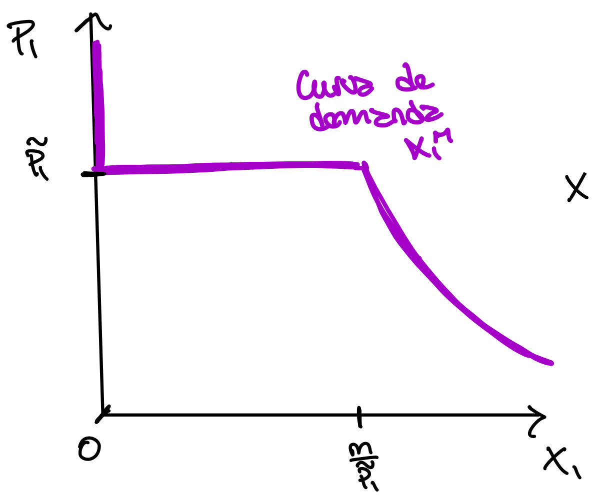
$$y = \frac{1}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} < 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x^3} > 0$$

$$y = \frac{1}{x}$$





3

$$X_1^M = \begin{cases} 0, & TMS_{x_1} < \frac{P_1}{P_2} \\ \left[0, \frac{m}{P_1}\right], & TMS_{x_1} = \frac{P_1}{P_2} \\ \frac{m}{P_1}, & TMS_{x_1} > \frac{P_1}{P_2} \end{cases}$$

$$x_1^M = \frac{m}{P_1}$$

$$P_1 = \frac{m}{x_1}$$