Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 5: Variables Instrumentales.

Ejercicio 1.

Suponer un modelo de regresión simple:

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$,

donde x_i es, potencialmente, endógena. Además, suponer que el instrumento, z_i, es una variable binaria. Mostar que el estimador IV, en este caso, es:

$\beta_1^{IV} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}$,

donde $\bar{y}_1$, $\bar{x}_1$ ($\bar{y}_0$, $\bar{x}_0$) representan las medias cuando z= 1 (z= 0).

$$\beta^{IV} = (Z'X)^{-1} Z'y$$
$$\beta^{IV} = (\begin{bmatrix} 1_n \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_n & x \end{bmatrix})^{-1} \begin{bmatrix} 1_n \\ z \end{bmatrix} y$$
$$\beta^{IV} = \begin{bmatrix} 1_n' 1_n & 1_n' x \\ z' 1_n & z' x \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1_n' y \\ z' y \end{bmatrix}$$
$$\beta^{IV} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n z_i & \sum_{i=1}^n z_i x_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n z_i y_i \end{bmatrix}$$
$$\beta^{IV} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ n_1 & \sum_{z_i=1} x_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{z_i=1} y_i \end{bmatrix}$$
$$\beta^{IV} = \frac{1}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} \begin{bmatrix} \sum_{z_i=1} x_i & -\sum_{i=1}^n x_i \\ -n_1 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{z_i=1} y_i \end{bmatrix}$$
$$\beta^{IV} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{z_i=1} x_i}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} & \frac{-\sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} \\ \frac{-n_1}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} & \frac{n}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{z_i=1} y_i \end{bmatrix}.$$

$$\beta_1^{IV} = \frac{-n_1}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} \sum_{i=1}^n y_i + \frac{n}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i} \sum_{z_i=1} y_i$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n \sum_{z_i=1} y_i - n_1 \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{i=1}^n x_i}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n \sum_{z_i=1} y_i - n_1 (\sum_{z_i=1} y_i + \sum_{z_i=0} y_i)}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 (\sum_{z_i=1} x_i + \sum_{z_i=0} x_i)}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n \sum_{z_i=1} y_i - n_1 \sum_{z_i=1} y_i - n_1 \sum_{z_i=0} y_i}{n \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{z_i=0} x_i}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{(n - n_1) \sum_{z_i=1} y_i - n_1 \sum_{z_i=0} y_i}{(n - n_1) \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{z_i=0} x_i}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n_0 \sum_{z_i=1} y_i - n_1 \sum_{z_i=0} y_i}{n_0 \sum_{z_i=1} x_i - n_1 \sum_{z_i=0} x_i}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n_0 n_1 \bar{y}_1 - n_1 n_0 \bar{y}_0}{n_0 n_1 \bar{x}_1 - n_1 n_0 \bar{x}_0}$$
$$\beta_1^{IV} = \frac{n_0 n_1 (\bar{y}_1 - \bar{y}_0)}{n_0 n_1 (\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}$$

Juan Menduiña

$\beta_1^{IV} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}$.

Ejercicio 2.

En este ejercicio, se propone extender la simulación del Problem Set 1 a un marco en el que la asignación del tratamiento y quienes resultan tratados no son iguales.

(a) *Inicializar una muestra con 100 observaciones. Generar resultados potenciales de no recibir el tratamiento como:* $Y_0 \sim \mathcal{N}$ *(100, 30).*

Stata.

(b) *Generar, ahora, un efecto de tratamiento constante e igual a 20 para todos, es decir,* TE_i*= 20, para todo i= 1, … , n. Generar una variable aleatoria normal estándar. Generar una variable de tratamiento* D_i *igual a 1 para aquellas observaciones que poseen un valor positivo en la variable aleatoria normal.*

Stata.

(c) *Generar una aleatoria uniforme en el intervalo [0, 1]. Con ella, generar variables que indiquen el tipo de individuo. Utilizar: always taker si la variable es menor a 0,25, never taker si la variable está entre 0,25 y 0,5, defier si la variable está entre 0,5 y 0,75 y complier si la variable es mayor a 0,75. Generar la variable de si los individuos toman el tratamiento o no dependiendo del grupo en el que están.*

Stata.

(d) *Generar la variable Y observada como* $Y= DY_1 + (1 - D)\, Y_0$.

Stata.

(e) *Estimar el LATE y comparar con el ATE.*

Stata.

Ejercicio 3.

Leer el artículo "Property Rights for the Poor: Effects of Land Titling" de Galiani & Schargrodsky.

(a) *¿Qué efectos intentan estimar en el paper?*

(b) *¿Cuál es la estrategia de identicación? ¿Por qué no funciona la diferencia de medias simple?*

(c) *Replicar las resultados del paper.*

Stata.