Universidad Torcuato Di Tella
Maestrías en Economía y Econometría
2022

Microeconometría II
Práctica 2
Matching

1. Exact Matching

(Basado en Cunningham)Este ejercicio propone utilizar el procedimiento de matching sobre una variable para pensar en términos simples de dónde provienen los estimadores de Matching. Hoy en día es conocimiento común que fumar aumenta la tasa de mortalidad. Sin embargo, esta afirmación no proviene de datos experimentales.

1. Considere los datos de mortalidad y condición de fumador de la Tabla 1. ¿Qué resultado da la diferencia de medias entre grupos de fumadores en términos de tasa de mortalidad? ¿Qué pide el supuesto de independencia? En particular, comente qué espera que pase con otras variables observables.

2. Considere la edad de las personas. ¿Qué puede decir sobre el supuesto de independencia?

3. Estime el efecto correcto.

Table 5.1: Death rates per 1,000 person-years (Cochran 1968)

Smoking group	Canada	UK	US
Non-smokers	20,2	11,3	13,5
Cigarettes	20,5	14,1	13,5
Cigars/pipes	35,5	20,7	17,4

Table 5.2: Mean ages, years (Cochran 1968).

Smoking group	Canada	UK	US
Non-smokers	54,9	49,1	57,0
Cigarettes	50,5	49,8	53,2
Cigars/pipes	65,9	55,7	59,7

Table 5.2: Mean ages, years (Cochran 1968).

Smoking group	Canada	UK	US
Non-smokers	54,9	49,1	57,0
Cigarettes	50,5	49,8	53,2
Cigars/pipes	65,9	55,7	59,7

Solution:

1. La diferencia de medias simple sugiere que fumar pipas y habanos está asociado a una mayor tasa de mortalidad. El supuesto de independencia sugiere que la media los resultados potenciales es iguales entre grupos,

$$\begin{aligned} E\left[Y^1 \mid \text{ Cigarette }\right] &= E\left[Y^1 \mid \text{ Pipe }\right] = E\left[Y^1 \mid \text{ Cigar }\right] \\ E\left[Y^0 \mid \text{ Cigarette }\right] &= E\left[Y^0 \mid \text{ Pipe }\right] = E\left[Y^0 \mid \text{ Cigar }\right]. \end{aligned} \tag{1}$$

   Es decir, si se cumple, debería suceder que la mortalidad si se deciden a fumar no debería variar entre no fumadores, fumadores de cigarrillos y fumadores de habanos y pipas, tanto si fumaran como si no fumaran. También debería ser cierto que que las características observables entre fumadores no deberían ser, en promedio, diferentes. Es decir, los grupos deberían estar balanceados.

2. La diferencia en edades por grupo (variable observada) está relacionada al no cumplimiento del supuesto de independencia.

2. Teorema de Rosenbaum y Rubin

Demuestre el siguiente teorema. Sean $Y(0), Y(1)$ resultados potenciales, X un tratamiento binario, W un vectr de características observables. Suponiendo que vale el supuesto de *unconfoundedness*, se define $e(W)$ como la probabilidad de recibir el tratamiento en función de variables observables. Luego $(Y(0), Y(1) \perp X | e(W))$. Como corolario,

$$ATE = E\left[E[Y^{obs}|X = 1, e(W)] - E[Y^{obs}|X = 0, e(W)]\right]. \tag{2}$$

Solution: Por la definición de independencia, es suficiente probar que

$$P(X = 1|Y(0), Y(1), e(W)) = P(X = 1|e(W)) \tag{3}$$

Como X es binaria,

$$\begin{aligned} P(X = 1|Y(0), Y(1), e(W)) &= E(X|Y(0), Y(1), e(W)) \\ &= E\left(E(X|Y(0), Y(1), e(W), W)|Y(0), Y(1), e(W)\right) \qquad \text{LIE} \\ &= E\left(E(X|Y(0), Y(1), W)|Y(0), Y(1), e(W)\right) \\ &= E\left(E(X|W)|Y(0), Y(1), e(W)\right) \qquad \text{unconfoundedness} \\ &= E\left(e(W)|Y(0), Y(1), e(W)\right) \qquad e : W \to [0, 1] \\ &= e(W) \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$P(X = 1|Y(0), Y(1), e(W)) = P(X = 1|e(W)) = P(X = 1|W) = e(W) \tag{4}$$

El resultado implica que los resultados potenciales son independientes del tratamiento habiendo condicionado en la probabilidad de recibir el tratamiento, $e(W)$ (el llamado *propensity score*). Como tenemos el resultado demostrado al nivel de la probabilidad, esto implica el resultado deseado para las esperanzas, y podemos calcular el ATE habiendo condicionado en el puntaje de propensión en vez de en todas las características W.

$$ATE = E\left[E[Y^{obs}|X = 1, e(W)] - E[Y^{obs}|X = 0, e(W)]\right]. \tag{5}$$

Notar que

1. Si hay 2 unidades en tratamiento y control con igual probabilidad de recibir el tratamiento, en promedio tienen los mismos resultados potenciales. Es decir, si antes *unconfoundedness* pedía

$$E[Y(d)|X = 1, W] = E[Y(d)|X = 0, W], \quad d \in \{0, 1\}, \tag{6}$$

   ehora podemos relajar la condición a

$$E[Y(d)|X = 1, e(W)] = E[Y(d)|X = 0, e(W)], \quad d \in \{0, 1\}. \tag{7}$$

2. El teorema de Rosenbaum y Rubin sugiere un procedimiento aplicado para estimar los efectos promedios de trataminto: calcular la probabilidad $e(W)$ de recibir el tratamiento en función de las características W, y hacer un matching en esta variable que resume las anteriores. Esto, además, simplifica el problema de dimensionalidad de emparejar muchas variables con algunas potencialmente continuas.
3. El supuesto de *unconfoundedness* es necesario para el teorema de Rosenbaum y Rubin. No se puede reemplazar fallas en este supuesto y esperar que se solucione haciendo Propensity Score Matching.

3. Propensity Score Matching

Para solucionar el problema de la dimensionalidad utilizando matching sobre múltiples variables se puede reducir el conjunto de variables en una sola, la llamada *propensity score*, puntaje de propensión o probabilidad de recibir el tratamiento. En este ejercicio se propone realizar una evaluación del impacto de fumar durante el embarazo sobre el peso de los bebés en base a datos observacionales. Utilizando la base de datos `cattaneo2.dta` que utiliza Cattaneo (XX), responda las siguientes preguntas.

1. Compruebe si los grupos de control y de tratamiento están balanceados.

2. ¿Cuál es la diferencia de medias simple?
3. Estime la probabilidad de recibir el tratamiento con un modelo Logit. Utilice como variables explicativas `mmarried deadkids nprenatal monthslb prenatal fbaby alcohol`. Defina una sección de soporte común.
4. Estime el efecto promedio de tratamiento sobre los tratados utilizando Propensity Score Matching implementando nearest-neighbor matching, radius matching, kernel matching y stratification matching.
5. Estime el efecto promedio de tratamiento utilizando nearest-neighbour matching.
6. Estime el efecto promedio de tratamiento utilizando ajuste por regresión.
7. Estime el efecto promedio de tratamiento utilizando *inverse probability weighting*.
8. Estime el efecto promedio de tratamiento utilizando el estimador doblemente robusto.

4. Estimador de matching sin características oservables

Suponga que vale el supuesto de *unconfoundedness*. En este ejercicio se propone computar la expresión analítica del estimador de PSM cuando la probabilidad de recibir el tratamiento no depende de características oservables. Utilice el corolario del ejercicio 2.

Solution: Si vale *unconfoundedness* sin condicionar en otras variables explicativas, entonces $X \perp Y$. El ATE es

$$ATE = E\left[E[Y^{obs}|X=1] - E[Y^{obs}|X=0]\right]. \tag{8}$$

Definimos

$$\mu_X = E(Y^{obs}|X=x) \tag{9}$$

Como estimador, tomamos el análogo muestral, porque converge en probabilidad al parámetro de interés. Entonces,

$$\hat{\mu}_X = \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs}\mathbb{I}\{X_i = x\}}{n^{-1}\sum_{i=1}^n \mathbb{I}\{X_i = x\}} \tag{10}$$

Luego, el estimador del ATE es la diferencia de medias.

$$\widehat{ATE} = \hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_0.$$

Utilizando la expresión del estimador de las medias,

$$\begin{aligned}
\widehat{ATE} &= \hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_0 \\
&= \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs} x_i}{n^{-1}\sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs}(1-x_i)}{n^{-1}\sum_{i=1}^n (1-x_i)} \\
&= \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs} x_i}{\overline{x}} - \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs}(1-x_i)}{(1-\overline{x})} \\
&= n^{1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs}\left(\frac{x_i}{\overline{x}} - \frac{1-x_i}{1-\overline{x}}\right) \\
&= n^{-1}\sum_{i=1}^n Y_i^{obs}\frac{x_i - \overline{x}}{\overline{x}(1-\overline{x})}
\end{aligned}$$