

Microeconomía

Ingreso MECAP

Teoría del consumidor

Elección óptima: maximización de la utilidad

Tomás Bustos

tomasmbusters@gmail.com

Verano 2023



UNIVERSIDAD TORCUATO DI TELLA

Table of Contents

- 1 Introducción
- 2 Análisis gráfico
- 3 Problema del consumidor
- 4 Demandas Marshallianas
- 5 Función de utilidad indirecta

Teoría del consumidor - Avance

Estamos desarrollando una teoría sobre cómo se comportan los consumidores de un mercado para luego estudiar sus predicciones



Teoría del consumidor - Avance

Estamos desarrollando una teoría sobre cómo se comportan los consumidores de un mercado para luego estudiar sus predicciones

- ▶ **¿Cuáles son las canastas que puede comprar?** Ya describimos el conjunto presupuestario del consumidor



Teoría del consumidor - Avance

Estamos desarrollando una teoría sobre cómo se comportan los consumidores de un mercado para luego estudiar sus predicciones

- ▶ **¿Cuáles son las canastas que puede comprar?** Ya describimos el conjunto presupuestario del consumidor
- ▶ **¿Cómo valora las canastas de consumo?** Ya estudiamos una teoría sobre cómo los agentes ordenan de mejor a peor cada plan de consumo de acuerdo a sus gustos



Teoría del consumidor - Avance

Estamos desarrollando una teoría sobre cómo se comportan los consumidores de un mercado para luego estudiar sus predicciones

- ▶ **¿Cuáles son las canastas que puede comprar?** Ya describimos el conjunto presupuestario del consumidor
- ▶ **¿Cómo valora las canastas de consumo?** Ya estudiamos una teoría sobre cómo los agentes ordenan de mejor a peor cada plan de consumo de acuerdo a sus gustos
- ▶ **¿Qué elige el consumidor?** Combinamos estos dos pilares estudiados para responder a esta pregunta



Elección óptima

El conjunto presupuestario va a limitar los deseos del consumidor que estudiamos hasta ahora. Esto es porque, en la práctica, no basta con desear tener un bien, sino que debemos tener el ingreso para comprarlo

Elección óptima

El postulado de la teoría es bastante intuitivo: el consumidor elegirá la canasta de consumo que más le gusta entre todas las canastas factibles

Elección óptima

El postulado de la teoría es bastante intuitivo: el consumidor elegirá la canasta de consumo que más le gusta entre todas las canastas factibles

- ▶ Las canastas de consumo factibles son las **canastas del conjunto presupuestario**

Elección óptima

El postulado de la teoría es bastante intuitivo: el consumidor elegirá la canasta de consumo que más le gusta entre todas las canastas factibles

- ▶ Las canastas de consumo factibles son las **canastas del conjunto presupuestario**
- ▶ La **canasta preferida** del conjunto presupuestario es aquella que alcanza **el mayor nivel de utilidad**.

Elección óptima

El postulado de la teoría es bastante intuitivo: el consumidor elegirá la canasta de consumo que más le gusta entre todas las canastas factibles

- ▶ Las canastas de consumo factibles son las **canastas del conjunto presupuestario**
- ▶ La **canasta preferida** del conjunto presupuestario es aquella que alcanza **el mayor nivel de utilidad**.

Bajo los supuestos realizados sobre el conjunto presupuestario y las preferencias, va a haber al menos una canasta óptima. Podrían haber varias dependiendo de cual sea la función de utilidad

Problema del consumidor

Sea un consumidor que enfrenta:

- ▶ Dos bienes: x_1, x_2
- ▶ Precios positivos dados: p_1, p_2
- ▶ Ingreso positivo dado: m

Problema del consumidor

Sea un consumidor que enfrenta:

- ▶ Dos bienes: x_1, x_2
- ▶ Precios positivos dados: p_1, p_2
- ▶ Ingreso positivo dado: m
- ▶ El consumidor tiene una relación de preferencias sobre las canastas de consumo (x_1, x_2) representadas por una función de utilidad $U(x_1, x_2)$

Problema del consumidor

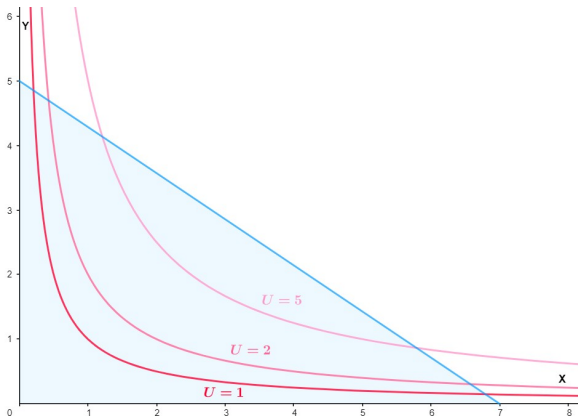
Sea un consumidor que enfrenta:

- ▶ Dos bienes: x_1, x_2
- ▶ Precios positivos dados: p_1, p_2
- ▶ Ingreso positivo dado: m
- ▶ El consumidor tiene una relación de preferencias sobre las canastas de consumo (x_1, x_2) representadas por una función de utilidad $U(x_1, x_2)$

El consumidor debe encontrar la canasta que le brinda mayor utilidad dentro del conjunto presupuestario.

Problema del consumidor

Gráficamente, debemos encontrar el punto que alcanza la curva de indiferencia más alta.¹



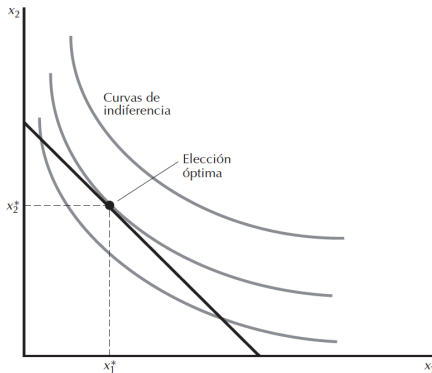
¹Ver: <https://www.geogebra.org/calculator/ww6zge5v>

Table of Contents

- 1 Introducción
- 2 Análisis gráfico
- 3 Problema del consumidor
- 4 Demandas Marshallianas
- 5 Función de utilidad indirecta

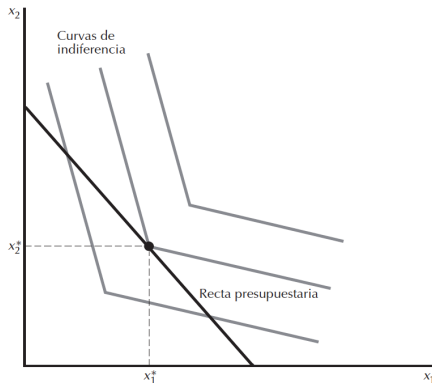
Elección óptima: Análisis Gráfico

- Comencemos con el caso de un individuo con preferencias racionales, estrictamente monótonas y estrictamente convexas.
- El consumidor elegirá la canasta de bienes que sea factible y que se encuentra en la curva de indiferencia lo más alejada del origen.



Elección óptima: Análisis Gráfico

- En el caso anterior, la curva de indiferencia y la recta presupuestaria son tangentes en el punto óptimo. ¿Debe suceder esto necesariamente? No.



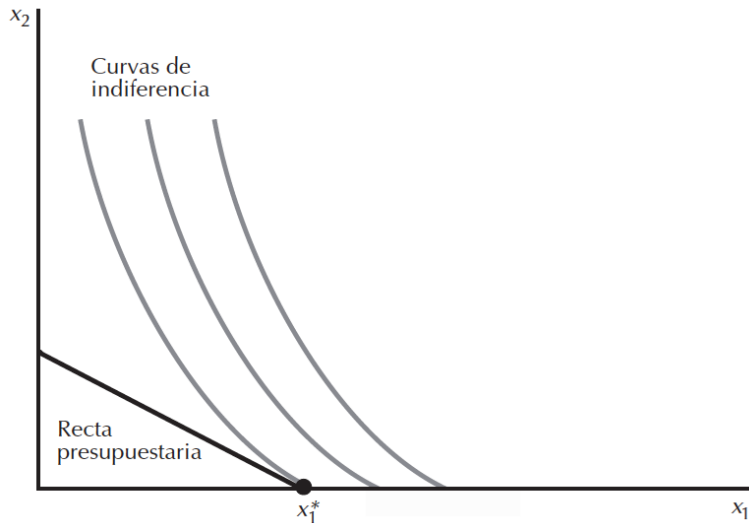
Elección óptima: Análisis Gráfico

Las excepciones:

- 1 En primer lugar, la curva de indiferencia podría no tener una tangente (ver figura anterior) en la que la elección óptima se encuentra en un **vértice**. De la misma manera, la recta presupuestaria podría no tener tangente (pensar en racionamiento).
- 2 En segundo lugar, el punto óptimo se puede encontrar donde el consumo de un bien es negativo, (ver figura de la siguiente slide). En ese caso, la pendiente de la curva de indiferencia y la pendiente de la recta presupuestaria son diferentes, pero la curva de indiferencia tampoco corta la recta presupuestaria. Algo similar ocurre con preferencias cóncavas.

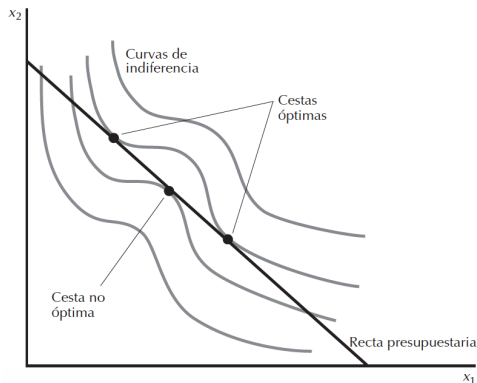
Las soluciones donde uno de los bien es 0 son llamadas **Soluciones de esquina**, mientras que las soluciones donde ambos bienes son positivos son llamadas **Soluciones interiores**.

Elección óptima: Análisis Gráfico



Elección óptima: Análisis Gráfico

- Si las curvas de indiferencia son “suaves” (diferenciables en todo punto) –y evitamos las preferencias que llevan a soluciones de esquina– entonces una condición necesaria de óptimo es la tangencia de la CDI y la RP. Pero, ¿es condición suficiente? NO.



Elección óptima: Análisis Gráfico

- ▶ El gráfico anterior muestra que generalmente la condición de tangencia es una condición necesaria pero no suficiente para la optimalidad. Sin embargo:

Axiomas y condiciones de óptimo

- ▶ **Ley de Walras:** Si el consumidor tiene preferencias monótonas, en el óptimo se gasta todo su ingreso (el óptimo está sobre la RP).^a
- ▶ **Condición suficiente de óptimo:** Si el consumidor tiene preferencias convexas y encontramos un punto de tangencia entre la curva de indiferencia y la recta presupuestaria, éste punto es una canasta de consumo óptima (no tengo el problema de la slide anterior).
- ▶ **Unicidad:** Si además el consumidor tiene preferencias estrictamente convexas, el óptimo es único.

^aEn realidad, este resultado se alcanza con un axioma más débil llamado **insaciabilidad local** que se cumple siempre.

Interpretación de las condiciones de óptimo

¿Qué significa desde el punto de vista económico la condición de óptimo para una solución interior?

$$TMS = \frac{p_1}{p_2}$$

La **TMS** indica cuántas unidades del bien 2 el consumidor está dispuesto a intercambiar para obtener una unidad más del bien 1 (en un punto). El **precio relativo** p_1/p_2 indica cuántas unidades del bien 2 se necesitan en el mercado para obtener una unidad del bien 1.

Notar que una es una tasa de cambio subjetiva y la otra es una objetiva. En el óptimo, las dos deben ser iguales.

Interpretación de las condiciones de óptimo

¿Qué sucede si esa igualdad no se satisface? Podríamos mejorar y ese no sería un óptimo

- Suponga que hay una canasta sobre la recta presupuestaria tal que:

$$TMS > \frac{p_1}{p_2}$$

¿Puede ser óptima? **NO**. Comprando una unidad del bien 1 el agente renuncia a menos unidades del bien 2 de las que necesita para seguir sobre la misma curva de indiferencia. Esa cantidad adicional de bienes aumenta su utilidad. De esta manera, la canasta inicial no era óptima.

- **El consumidor puede mejorar su bienestar aumentando x_1 y reduciendo x_2 (sobre la RP)**

Interpretación de las condiciones de óptimo

¿Qué sucede si esa igualdad no se satisface? Podríamos mejorar y ese no sería un óptimo

- Suponga que hay una canasta sobre la recta presupuestaria tal que:

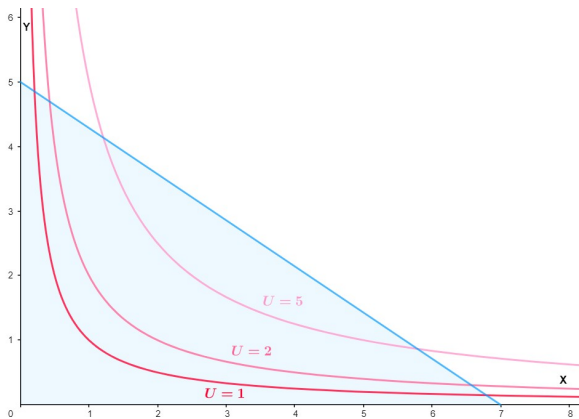
$$TMS < \frac{p_1}{p_2}$$

¿Puede ser óptima? **NO**. Renunciando a una unidad del bien 1 el agente puede obtener más unidades del bien 2 de las que necesita para seguir sobre la misma curva de indiferencia. Entonces, se moverá a una curva de indiferencia mayor. De esta manera, no es posible que esta canasta sea óptima.

- **El consumidor puede mejorar su bienestar aumentando x_2 y reduciendo x_1 (sobre la RP)**

Problema del consumidor

Gráficamente:²



²Ver: <https://www.geogebra.org/calculator/ww6zge5v>

Elección óptima: Utilidad marginal del dinero

- ▶ Otra forma de ver que necesariamente $TMS = \frac{p_1}{p_2}$, es desde el punto de vista del dinero invertido en cada bien.

$$\frac{UMg_{x_1}}{p_1} \quad \text{vs.} \quad \frac{UMg_{x_2}}{p_2}$$

- ▶ Como ya vimos, la utilidad que nos brinda un bien adicional de x_1 es UMg_{x_1} . Dado que el precio del bien uno es p_1 , la utilidad marginal de una unidad monetaria invertida en x_1 es UMg_{x_1}/p_1 , mientras que para el bien x_2 es UMg_{x_2}/p_2 .
- ▶ Si por ejemplo

$$\frac{UMg_{x_1}}{p_1} > \frac{UMg_{x_2}}{p_2}$$

esta canasta no puede ser óptima, ya que podríamos una unidad monetaria más en x_1 y una menos en x_2 y obtener una utilidad mayor (la otra desigualdad es análoga)

Interpretación de las condiciones de óptimo

- ▶ Por lo tanto, en el óptimo, debe cumplirse que:

$$\frac{UMg_{x_1}}{p_1} = \frac{UMg_{x_2}}{p_2} \Rightarrow TMS = \frac{UMg_{x_1}}{UMg_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

- ▶ En el óptimo, la utilidad marginal de invertir más dinero es igual para ambos bienes.
- ▶ Si la “felicidad” (adicional) por peso gastado no es igual entre los dos bienes, estoy gastando mal mi plata.

Meme resumen

Los agentes optimizadores, bajo ciertas condiciones muy generales, quieren que su utilidad (adicional) por peso gastado en X sea igual a su utilidad (adicional) por peso gastado en Y



$$\frac{UM_{gX}}{P_x} > \frac{UM_{gY}}{P_y}$$

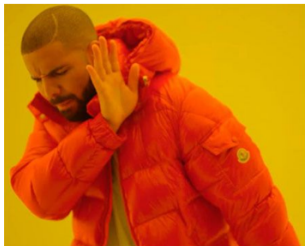
$$\frac{UM_{gX}}{P_x} < \frac{UM_{gY}}{P_y}$$



$$\frac{UM_{gX}}{P_x} = \frac{UM_{gY}}{P_y}$$

Meme resumen

Los agentes optimizadores, bajo ciertas condiciones muy generales, quieren que su Tasa Marginal de Sustitución sea igual al relativo de precios.



$$\frac{P_x}{P_y} > \frac{UMgX}{UMgY}$$

$$\frac{P_x}{P_y} < \frac{UMgX}{UMgY}$$



$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{UMgX}{UMgY}$$

Table of Contents

- 1 Introducción
- 2 Análisis gráfico
- 3 Problema del consumidor
- 4 Demandas Marshallianas
- 5 Función de utilidad indirecta

Problema del Consumidor

Pasamos a definir formalmente el problema del consumidor.

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a :} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- ▶ Tenemos un problema con tres restricciones: restricción presupuestaria y restricciones de no negatividad.
- ▶ Podemos simplificar el problema utilizando algunas propiedades.

Simplificar el problema del Consumidor

- ▶ **Diferenciabilidad:** Si asumimos a $u(x_1, x_2)$ diferenciable en \mathbb{R}^2 , se pueden usar métodos de cálculo diferencial para explorar el comportamiento de la demanda.
- ▶ **Ley de Walras:** Si el consumidor tiene **preferencias monótonas**, en el óptimo se gasta todo su ingreso (el óptimo está sobre la RP).³
 - ▶ La RP se satisface con igualdad
- ▶ **Restricciones de no negatividad:** pueden ser ignoradas con el propósito de simplificar el problema, pero luego hay que verificar que la solución las satisfaga.

Con esto, podemos usar el **método de los multiplicadores de Lagrange** para hallar el óptimo del consumidor

³En realidad, este resultado se alcanza con un axioma más débil llamado **insaciabilidad local** que se cumple siempre.

Simplificar el problema del Consumidor

Las condiciones de primer orden del método de Lagrange:

- ▶ **Son condiciones necesarias y suficientes de óptimo si el consumidor tiene preferencias convexas:** Lo que voy a encontrar es el óptimo (los óptimos).
- ▶ **Unicidad:** Si además el consumidor tiene **preferencias estrictamente convexas**, la solución al problema es única (solo hay una canasta óptima).

Problema del Consumidor

Finalmente, el problema del consumidor se vuelve bastante simple:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a :} \quad & p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{aligned}$$

El lagrangiano asociado al problema es:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

Las condiciones de primer orden (CPO) son:

Problema del Consumidor

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0$$

- Noten que podemos reorganizar las dos primeras CPO y obtenemos:

$$\frac{\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

- Es decir, $TMS = p_1/p_2$.

Consideraciones

- ▶ Para los valores de p y m que no se cumplan las condiciones de no negatividad, tendremos una **solución de esquina**.
- ▶ Si las preferencias no son convexas, es útil verificar si las curvas de indiferencia son cóncavas, ya que si lo son, **sabemos que la solución estará en una esquina y simplemente basta con verificar cuál de las dos esquinas nos da una mayor utilidad**.
- ▶ Si las curvas de indiferencia no son cóncavas ni convexas, o no existe un punto de tangencia, la representación gráfica será –generalmente– la mejor opción.

Table of Contents

- 1 Introducción
- 2 Análisis gráfico
- 3 Problema del consumidor
- 4 Demandas Marshallianas
- 5 Función de utilidad indirecta

Demandas marshallianas

- ▶ La solución a este problema es

$$(x_1^M(\mathbf{p}, m), x_2^M(\mathbf{p}, m), \lambda^M(\mathbf{p}, m))$$

- ▶ A $x_1^M(\mathbf{p}, m)$ y $x_2^M(\mathbf{p}, m)$ las llamamos *demandas marshallianas*.
- ▶ Nos indican cuánto demanda el agente de cada bien como función de los precios y el ingreso.
- ▶ Si las preferencias son regulares, las demandas marshallianas satisfacen:

Homog. de grado 0 en (\mathbf{p}, m) : $x_i^M(t\mathbf{p}, tm) = x_i^M(\mathbf{p}, m), \forall i = 1, 2$

En otras palabras, los agentes no sufren de ilusión monetaria.

Table of Contents

4 Demandas Marshallianas

- Preferencias Cobb-Douglas (all too well)
- Preferencias Cuasilineales (cuidado: no negatividad)
- Sustitutos perfectos (cuidado: soluciones múltiples)
- Complementarios perfectos (cuidado: no es diferenciable)

Problema del consumidor

Dados (\mathbf{p}, m) , el problema del consumidor viene dado por:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & U = x_1 x_2^2 \\ \text{s.a :} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{aligned}$$

Las funciones de utilidad Cobb-Douglas son diferenciables y representan preferencias estrictamente monótonas y estrictamente convexas. El Lagrangiano asociado al problema es:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1 x_2^2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Demandas marshallianas

► Las CPO:

$$x_2^2 - \lambda p_1 = 0$$

$$2x_1x_2 - \lambda p_2 = 0$$

$$m - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

► La solución al problema es:

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \frac{1}{3} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2^M(\mathbf{p}, m) = \frac{2}{3} \frac{m}{p_2}$$

$$\lambda^M(\mathbf{p}, m) = \frac{4}{9} \frac{m^2}{p_1 p_2^2}$$

Table of Contents

4 Demandas Marshallianas

- Preferencias Cobb-Douglas (all too well)
- Preferencias Cuasilineales (cuidado: no negatividad)
- Sustitutos perfectos (cuidado: soluciones múltiples)
- Complementarios perfectos (cuidado: no es diferenciable)

Problema del consumidor

Dados (\mathbf{p}, m) , el problema del consumidor viene dado por:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & U = ax_1 + \ln(x_2) \\ \text{s.a :} \quad & p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{aligned}$$

Las funciones de utilidad cuasilineales son diferenciables y, en particular estas, representan preferencias estrictamente monótonas y estrictamente convexas. El Lagrangiano asociado al problema es:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = ax_1 + \ln(x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

Condiciones de primer orden

Las CPO:

$$a - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{1}{x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$m - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0$$

Solución:

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{1}{a}$$

$$x_2^M(\mathbf{p}, m) = \frac{p_1}{a p_2}$$

$$\lambda^M(\mathbf{p}, m) = \frac{4}{9} \frac{a}{p_1}$$

Demandas marshallianas

Lo anterior es la solución del problema siempre y cuando las demandas sean no negativas. Por eso, las demandas marshallianas son:

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1} - \frac{1}{a}, & \text{si } \frac{m}{p_1} \geq \frac{1}{a} \\ 0, & \text{si } \frac{m}{p_1} < \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$x_2^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} \frac{p_1}{ap_2}, & \text{si } \frac{m}{p_1} \geq \frac{1}{a} \\ \frac{m}{p_2}, & \text{si } \frac{m}{p_1} < \frac{1}{a} \end{cases}$$

Table of Contents

4 Demandas Marshallianas

- Preferencias Cobb-Douglas (all too well)
- Preferencias Cuasilineales (cuidado: no negatividad)
- Sustitutos perfectos (cuidado: soluciones múltiples)
- Complementarios perfectos (cuidado: no es diferenciable)

Problema del consumidor

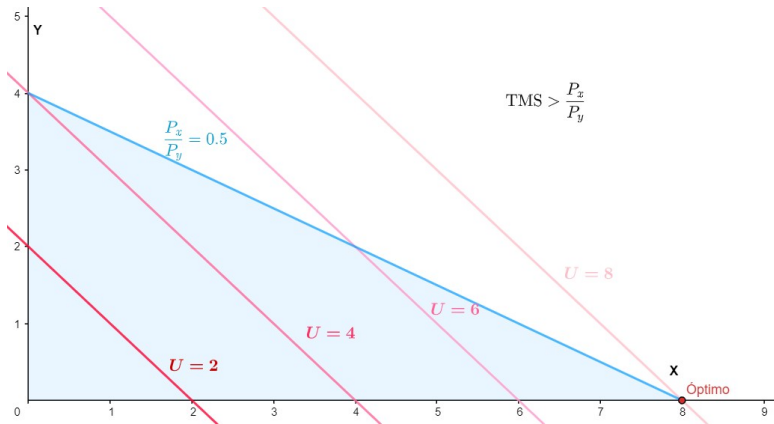
Dados (\mathbf{p}, m) , el problema del consumidor viene dado por:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & U = a x_1 + b x_2 \\ \text{s.a :} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{aligned}$$

Podríamos buscar las condiciones de primer orden, pero veamos gráficamente lo que sucede.

Óptimo del consumidor – Caso 1

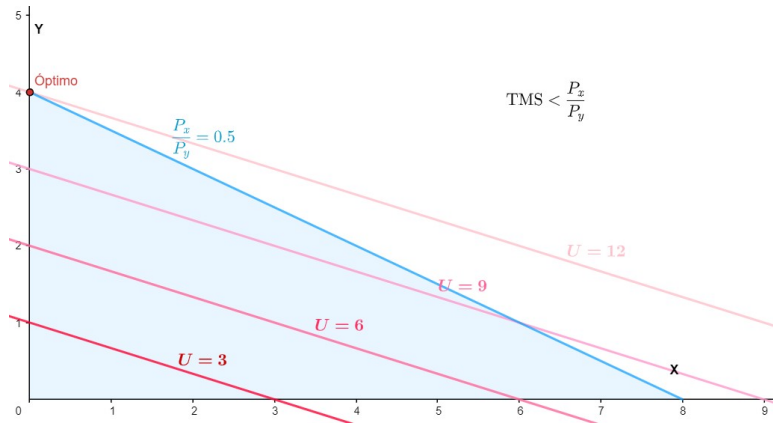
En caso de tener preferencias del tipo **sustitutos perfectos**, el óptimo se alcanza cuando⁴:



⁴Ver: <https://www.geogebra.org/calculator/uxxx3jwe>.

Óptimo del consumidor – Caso 2

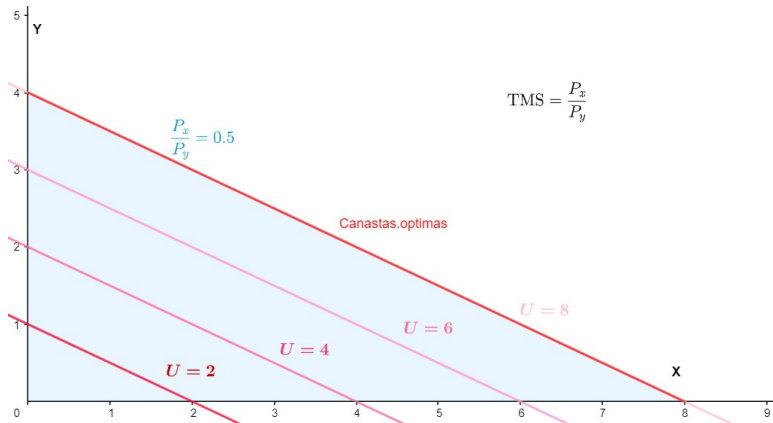
En caso de tener preferencias del tipo Sustitutos Perfectos, el óptimo se alcanza cuando⁵:



⁵Ver: <https://www.geogebra.org/calculator/uxxx3jwe>.

Óptimo del consumidor – Caso 3

En caso de tener preferencias del tipo Sustitutos Perfectos, el óptimo se alcanza cuando⁶:



⁶Ver: <https://www.geogebra.org/calculator/uxxx3jwe>.

Óptimo del consumidor – Sustitutos Perfectos

La relación entre TMS y P_x/P_y depende únicamente de los valores que adopten a , b , p_1 y P_2 .

- ▶ Si para unos (a, b, p_1, p_2) dados, se satisface que:

$$\frac{a}{b} > \frac{p_1}{p_2}$$

el consumidor siempre mejora su bienestar comprando más x_1 . El óptimo será

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \frac{m}{p_1}, \quad x_2^M(\mathbf{p}, m) = 0$$

- ▶ Si para unos (a, b, p_1, p_2) dados, se satisface que:

$$\frac{a}{b} < \frac{p_1}{p_2}$$

el consumidor siempre mejora su bienestar comprando más x_1 . El óptimo será

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = 0, \quad x_2^M(\mathbf{p}, m) = \frac{m}{p_2}$$

Demandas marshallianas

Las demandas marshallianas vienen dadas por:

$$x_1^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1}, & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \left[0, \frac{m}{p_1}\right], & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ 0, & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

$$x_2^M(\mathbf{p}, m) = \begin{cases} 0, & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1^M, & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ \frac{m}{p_2}, & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

Table of Contents

4 Demandas Marshallianas

- Preferencias Cobb-Douglas (all too well)
- Preferencias Cuasilineales (cuidado: no negatividad)
- Sustitutos perfectos (cuidado: soluciones múltiples)
- Complementarios perfectos (cuidado: no es diferenciable)

Problema del consumidor

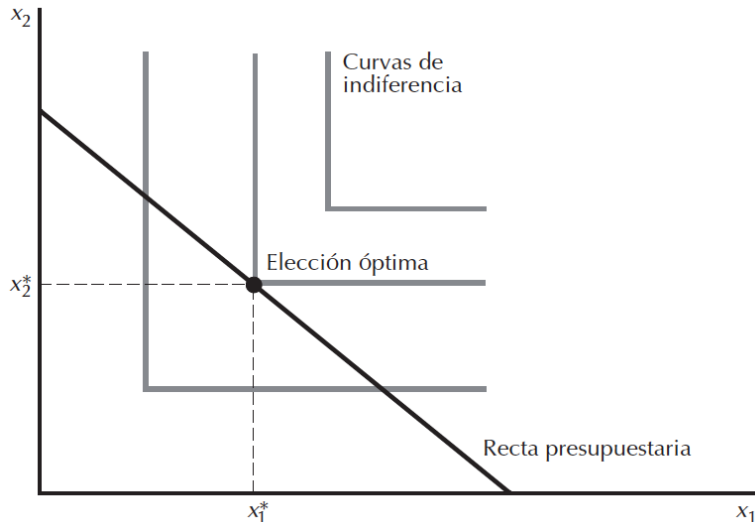
Dados (\mathbf{p}, m) , el problema del consumidor viene dado por:

$$\max_{\{x_1, x_2\}} U = \min\{ax_1, bx_2\}$$

$$s.a : p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

La función de utilidad no es diferenciable. No obstante, notamos que lo óptimo es elegir canastas de consumo a lo largo del rayo que contiene a todos los vértices de las curvas de indiferencia.

Análisis gráfico



Condiciones de óptimo

- ▶ Lo óptimo es elegir canastas de consumo a lo largo del rayo

$$ax_1 = bx_2.$$

- ▶ Sustituimos $x_2 = \frac{a}{b}x_1$ en la restricción presupuestaria:

$$p_1x_1 + p_2\frac{a}{b}x_1 = m \implies x_1 = \frac{m}{p_1 + \frac{a}{b}p_2}$$

$$\implies x_1^M(\mathbf{p}, m) = b \frac{m}{bp_1 + ap_2}$$

$$\implies x_2^M(\mathbf{p}, m) = a \frac{m}{bp_1 + ap_2}$$

Table of Contents

- 1 Introducción
- 2 Análisis gráfico
- 3 Problema del consumidor
- 4 Demandas Marshallianas
- 5 Función de utilidad indirecta

Función de Utilidad Indirecta

- ▶ $u(\mathbf{x})$ representa las preferencias del consumidor directamente
- ▶ Dados (\mathbf{p}, m) , el consumidor elige la canasta que maximiza la utilidad
- ▶ El nivel de utilidad alcanzado cuando se elige x^M es el más alto permitido por la RP
- ▶ Cambios en la RP dan lugar a diferentes opciones para el consumidor y, por lo tanto, diferentes niveles de utilidad máxima.

Función de utilidad indirecta

La función de utilidad indirecta es la función $v : \mathbb{R}_+^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ que determina la utilidad máxima alcanzada para un vector de parámetros determinado (precios e ingreso).

$$v(\mathbf{p}, m) = u(x^M(\mathbf{p}, m))$$

Propiedades

Si las preferencias son monótonas, entonces $v(\mathbf{p}, m)$ cumple las siguientes propiedades:

- ▶ Homogeneidad de grado cero en (\mathbf{p}, m) .
- ▶ Estrictamente creciente en m .
- ▶ No creciente en \mathbf{p} .

Identidad de Roy

A partir de la función de utilidad indirecta puedo recuperar las demandas marshallianas:

Identidad de Roy

Si $v(\mathbf{p}, m)$ es diferenciable y $\partial v / \partial m \neq 0$ entonces:

$$-\frac{\frac{\partial v}{\partial p_i}(\mathbf{p}, m)}{\frac{\partial v}{\partial m}(\mathbf{p}, m)} = x_i^M(\mathbf{p}, m)$$

Este resultado son da una interpretación interesante sobre el bienestar y los aumentos de precios.

Identidad de Roy

$$\frac{\partial v}{\partial p_i}(\mathbf{p}, m) = -\frac{\partial v}{\partial m}(\mathbf{p}, m)x_i^M(\mathbf{p}, m)$$

La pérdida de bienestar que le genera al consumidor el aumento de un precio está relacionada con la pérdida de bienestar que le genera perder ingreso aumentado por la cantidad que se consume del bien cuyo precio aumentó.

Multiplicadores de Lagrange como precios sombra

- ▶ El multiplicador de Lagrange refleja el cambio en la función objetivo que genera relajar marginalmente la restricción del problema.
- ▶ En nuestro caso particular, el multiplicador refleja el cambio en la utilidad del consumidor por aumentar marginalmente m .
- ▶ Puede demostrarse que:

$$\lambda = \frac{\partial v(p, m)}{\partial m}$$

A esto se le llama el precio sombra (subjetivo, o no observable) de la riqueza

- ▶ Además, reordenando las CPO del problema del consumidor se tiene:

$$\lambda = \frac{UMg_1}{p_1} = \frac{UMg_2}{p_2}$$

- ▶ Que se interpretaba como la utilidad marginal de invertir una unidad monetaria adicional en alguno de los bienes (son iguales)