Informe de Laboratorio N°3

Alumno: Méndez Martín
Docentes: Dra. Marconi Verónica I.; Dr. Banchio Adolfo
Universidad Nacional de Córdoba (UNC)
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FaMAF)
Curso de Física Computacional: Problema N°3

I. Introducción

I-1. Problema 3 - Integración de Monte Carlo

$f(x) = x^n$

- a) Escriba un programa que estime la integral de la función $f(x) = x^n$ en el intervalo $[0, 1]$ usando el método de Monte Carlo. Para el caso $n = 3$, estime la integral usando $N = 10 \cdot i; i \in N$ evaluaciones de la función. Calcule la diferencia entre el valor exacto de la integral, $I = 1/(n + 1)$, y el obtenido usando el método de Monte Carlo, y grafique el valor absoluto de ésta función de N (use escala logarítmica). El error debe .^{es}calearçomo $N^{-1/2}$.
- b) Modifique el programa del inciso anterior para calcular la misma integral, pero ahora utilizando ïmportance sampling", con la distribución de probabilidad $p(x) = (k + 1) \cdot x^k$, con $k < n$. Recuerde que puede obtener números aleatorios distribuidos de acuerdo a una ley de potencia, transformando números aleatorios, x, distribuciones uniformemente en el intervalo $[0, 1]$, de la siguiente manera:

$$y = x^{1/(k+1)} \tag{1}$$

Calcule la diferencia entre el valor exacto de integral, $I = 1/(n + 1)$, y el obtenido el método de Monte Carlo con ïmportance sampling"para el caso $k = 2, 3$ y grafique el absoluto de ésta (i.e el error) en función de N. Compare con los resultados del inciso anterior (en la misma gráfica).

II. Resultados y Discusiones

II-A. Método de Monte Carlo

Tanto para la integración estándar del método de Monte Carlo, como para la integración incorporando ïmportance sampling"se calculo el error relativo definido como:

$$\epsilon_{rel} = \frac{exact - aprox}{exact} \tag{2}$$

Los resultados obtenidos fueron, para $f(x) = x^2$ (ver figura 1) y para $f(x) = x^3$ (ver figura 2).

Notemos que para la integración estándar en las dos integraciones se cumple la ley de potencias para la variación del error relativo $1/\sqrt{N}$, sin embargo, para la integración con ïmportance sampling.^{el} error relativo escala como debería sólo para $f(x) = x^2$, esto se debe a que, al aplicar el método de función inversa para "mapear"la distribución uniforme en una distribución como ley de potencias, el valor de la potencia k debe cumplir que $k < 3$, sin embargo, no existe una restricción explícita en las cuentas donde se pueda deducir este resultado, la única restricción explícita que existe sería $k > -2$ (suponiendo que $k \in Z$ para que la distribución de probabilidad $p(x)$ sea definida positiva.

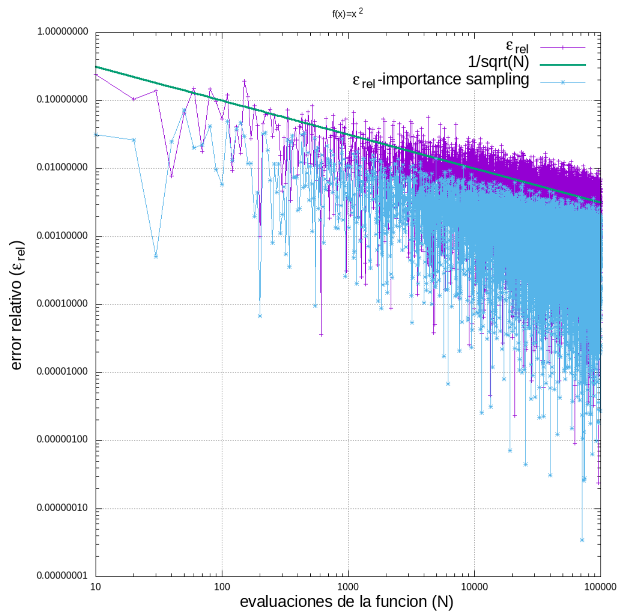

Fig. 1. error relativo $f(x) = x^2$ vs evaluaciones de la función

Por otro lado, notemos que, al utilizar ïmportance sampling.^{el} error se reduce en un orden de magnitud respecto al método estándar usando distribución de probabilidad uniforme.

II-B. Test generadores de números aleatorios

Para utilizar el método de ïmportance sampling.^{en} este problema partícular (ley de potencia) como en los problemas subsiguientes se testearon los generadores *ran0*, *ran2*, *mzran* de Marsaglia y Zaman y *mt19937* Mersenne Twister.

Se mapearon las distribuciones uniformes de cada uno de los generados en las distribuciones **ley de potencias**, **gaussiana** y **exponencial**. Los histogramas obtenidos se muestran en las figuras 3, 4, 5.

III. Códigos

Repositorio de GitHub

- https://github.com/mendzmartin/fiscomp2022.git

Repositorio GitHub del problema

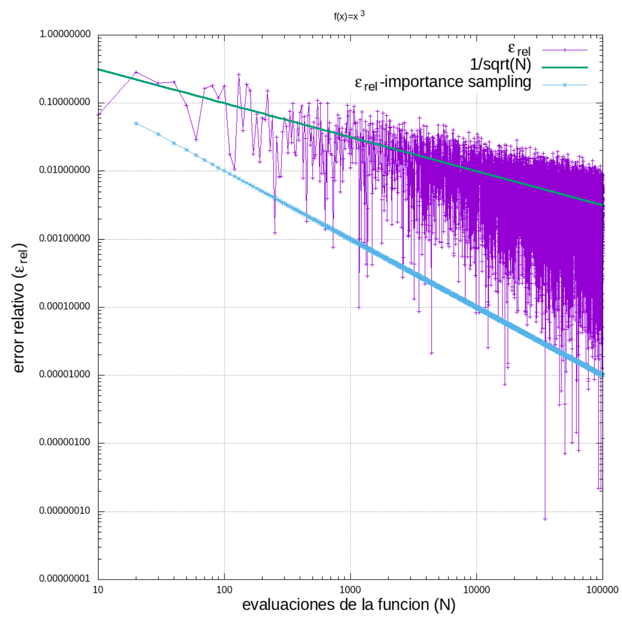

Fig. 2. error relativo $f(x) = x^3$ vs evaluaciones de la función

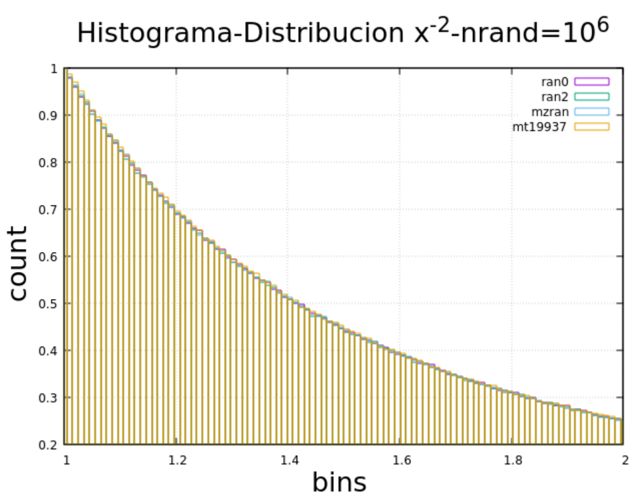

Fig. 3. ley de potencia $f(x) = x^{-2}, x \in [1, \infty]$

- https://github.com/mendzmartin/fiscomp2022/tree/main/lab03/prob03

Códigos principales y Makefile

- https://github.com/mendzmartin/fiscomp2022/blob/main/lab03/prob03/code/mc_integration.f90
- https://github.com/mendzmartin/fiscomp2022/blob/main/lab03/prob03/code/mc_integration_imp_sampling.f90
- https://github.com/mendzmartin/fiscomp2022/blob/main/lab03/prob03/code/Makefile

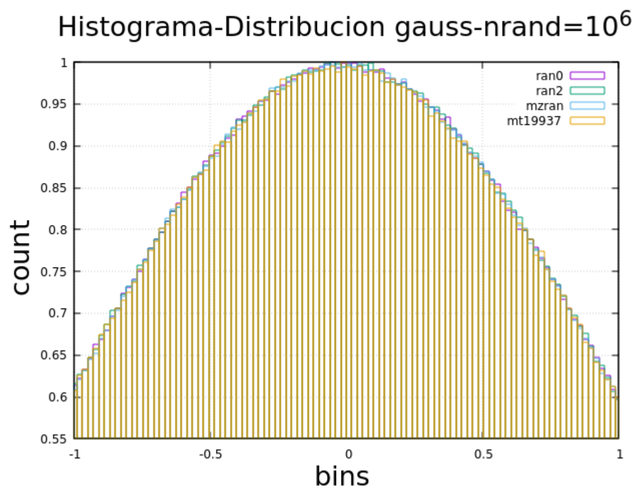

Fig. 4. gaussiana $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], x \in [-\infty, \infty]$

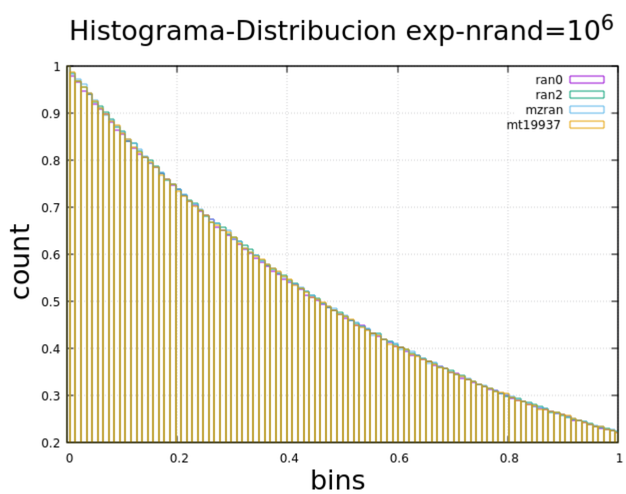

Fig. 5. exponencial $f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-x/\lambda\right), x \in [0, \infty]$