Transformaciones Geométricas

Semestre 02, 2025

Objetivo

- Comprender las transformaciones geométricas básicas: **traslación**, **escalado** y **rotación**.
- Aplicar estas transformaciones usando **matrices**.
- Entender su implementación en el render loop de una aplicación gráfica en tiempo real.

Transformaciones geométricas

Una transformación geométrica permite **modificar la posición, tamaño u orientación** de un objeto en el espacio.

En gráficos por computadora, representamos los objetos como **vértices**, y transformamos esos vértices con **matrices**.

El uso de matrices permite representar todas las transformaciones lineales (rotación, escalado, reflexión) y transformaciones afines (traslación) de forma uniforme mediante multiplicación matricial.

Transformaciones básicas

Traslación

Desplaza un objeto en el espacio. No cambia su tamaño ni su orientación.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde t_x y t_y son las componentes del vector de traslación.

Escalado

Modifica el tamaño del objeto (ampliar o reducir).

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde s_x y s_y son los factores de escala en cada eje.

Rotación

Rota un objeto alrededor del origen (0,0), o de un punto específico.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para rotar alrededor de un centro, primero se traslada el objeto a (0,0), se rota, y luego se traslada de nuevo a su posición original.

Composición de transformaciones

Las transformaciones se pueden **combinar** multiplicando las matrices en el orden adecuado. La clave está en que el orden **importa**. Por ejemplo:

- Primero trasladas al origen.
- Luego escalas o rotas.
- Finalmente, trasladas de vuelta a su posición original.

$$T_{final} = T_{back} \cdot S \cdot R \cdot T_{to\_origin}$$

Sigla	Significado

| `T_toorigin` | **Translation to origin** – mueve el objeto para centrarlo en (0,0) |

| `R` | **Rotation** – aplica rotación alrededor del origen |

| `S` | **Scale** – aplica la escala desde el origen |

| `T_back` | **Translation back** – mueve el objeto de regreso a su posición |

| `T_final` | **Final transformation matrix** – resultado de aplicar todo |

Matrices 3x3

Se usan **coordenadas homogéneas** para representar (x, y) como $(x, y, 1)$.

Esto permite incluir la traslación como parte de la multiplicación matricial.

Las matrices 3×3 permiten combinar rotación, escalado y traslación en una sola operación eficiente.

En 3D se usan matrices 4×4 para incluir transformaciones en 3 dimensiones.