深蓝学院
shenlanxueyuan.com

第六章作业分享

主讲人 傅师傅

作业思路简介

本章作业的核心目标是采用走廊法硬约束+贝塞尔曲线的建模方式，使用二次规划作为求解方法，解决最小snap路径生成问题。先介绍一下对其中的一些关键点的个人理解。

首先是软/硬约束的问题，单就二次规划问题来讲，软/硬约束可以认为是在建模时对同一个约束目标的不同表达方式。

硬约束是最直接的思路，即直接通过不等式约束将目标状态量或输入量进行限制，缺点在于对环境噪声之类影响造成的短暂过约束不具备容错性，会直接导致问题不可解。

软约束则是通过数学方法将约束不等式全部或一定程度的表达在优化目标函数中，可以允许瞬时的超过约束，可以施加在会因为环境影响短暂过约束的状态量上。

本次作业中要求采用较为简单的走廊法硬约束来保证安全性和动力学可行性。

作业思路简介

然后是贝塞尔曲线的问题，贝塞尔曲线是一种特殊的描述曲线的方式。相对于普通多项式的p，其各阶参数c具有实际的物理意义，即曲线控制点。

曲线的首末端必过首末控制点，且整条曲线的任何一个部分，必然包含在所有控制点组成的凸包内部，这也是它在这个问题中最重要的性质。

此外，对贝塞尔曲线进行求导得到的结果依然是贝塞尔曲线，且二者之间有确定的参数映射关系$c_i' = n*(c_{i+1} - c_i)$。

作业思路简介

最后是建模方式的问题，本章的建模方式和第5章非常相似，第5章采用7阶多项式描述每一段轨迹，将优化目标函数表示成了一个二次型，并添加位置约束和连续性约束。

本章是以此为基础进行的建模，因为贝塞尔曲线和普通多项式具有确定的一对一映射关系，故可使用映射矩阵M将多项式曲线转换为对应的贝塞尔曲线的表述形式，然后即可利用贝塞尔曲线的特殊性质解决问题。其优化的目标函数其实本质上还是最小snap的表达式。

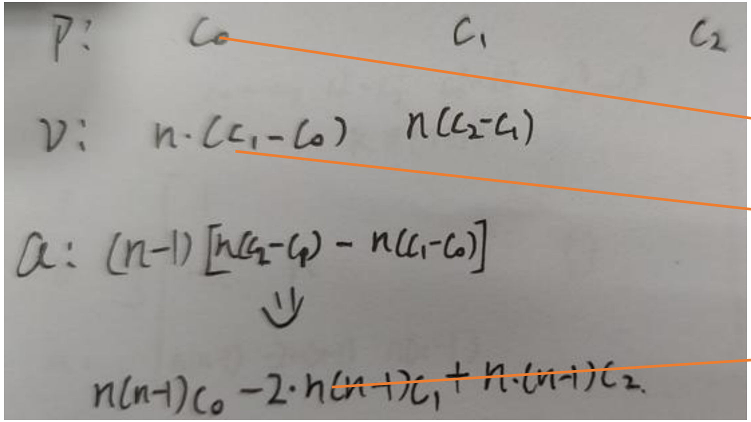
作业内容细节

STEP1求Q_0，也就是将求解的参数由P变为C后的二次型矩阵，Q矩阵和作业5中没有区别，再用确定的映射矩阵M进行变换即可。

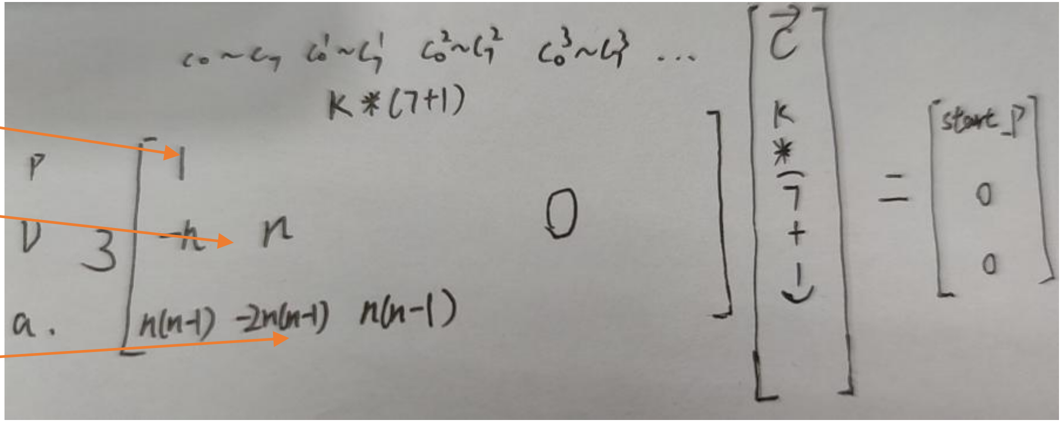
STEP2求等式约束，需要对整条轨迹首末点的pva和每段间的pva进行连续性约束。此处可结合贝塞尔曲线必过首末控制点特性和贝塞尔曲线求导特性来极大简化约束描述，并不需要像作业5中一样代入t去计算。此处给出起始点约束的表述方式如下：

起始点pva约束描述方法示例

由求导特性可知pva对应贝塞尔曲线的首个控制点可表述如下（末点同理）：



以首点约束为例，设阶数为7，段数为k，可将起始点约束关系的表达形式描述如下：



作业内容细节

段间连续性约束同理，可将Aeq行数设置为和段数相同，每行描述两段间的共点连续性约束，给出段间加速度连续性约束示例如下：

段间加速度连续性约束示例

```
Aeq_con_a = zeros(n_seg, n_all_poly);
beq_con_a = zeros(n_seg, 1);
for i=1:n_seg-1
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i-2) = n*(n-1);
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i-1) = -2*n*(n-1);
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i) = n*(n-1);
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i+1) = -n*(n-1);
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i+2) = 2*n*(n-1);
    Aeq_con_a(i, (n_order+1)*i+3) = -n*(n-1);
end
```

作业内容细节

STEP3求不等式约束，此步的核心是理解贝塞尔曲线的凸包性，即只要所有控制点都保持在上下界之间，则曲线在[0,1]上的所有部分都必在上下界之间。

且由于求导特性，凸包性对于v和a依然适用。所以此处施加的硬约束只需要保证所有控制点c均在其对应的上下界之间即可。

注意不等式约束应全部转化为小于等于形式，故上下界约束应分开描述，我在此处设置Aieq的size为[2*n_all_poly, n_all_poly]，分别为每一个控制点添加不等式约束。同样以加速度上下界约束为例，给出示例如下：

加速度不等式约束示例

```
Aieq_a = zeros(2*n_all_poly, n_all_poly);
bieq_a = zeros(2*n_all_poly, 1);
% 两组n_all_poly分别约束上下界，加速度每组只有6个控制点
for i=1:n_all_poly
    if(mod(i,(n_order+1))==0 || mod(i,(n_order+1))==7)
        continue;
    end
    Aieq_a(i,i) = n*(n-1);
    Aieq_a(i,i+1) = -2*n*(n-1);
    Aieq_a(i,i+2) = n*(n-1);
    Aieq_a(i+n_all_poly,i) = -n*(n-1);
    Aieq_a(i+n_all_poly,i+1) = 2*n*(n-1);
    Aieq_a(i+n_all_poly,i+2) = -n*(n-1);
    bieq_a(i,1) = a_max;
    bieq_a(i+n_all_poly,1) = a_max;
end
```

作业内容细节

STEP4从求解器解出的CxCy中取出控制点参数，按照贝塞尔曲线的定义式完成计算，再使用scatter()绘制控制点，plot()绘制记录的路径段即可。

这章作业总体来说相对简单，只要理解第五章QP部分的基本原理和贝塞尔曲线的原理就基本可以搞定。

我的分享到此结束，谢谢大家。

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

感谢各位聆听！

Thanks for Listening