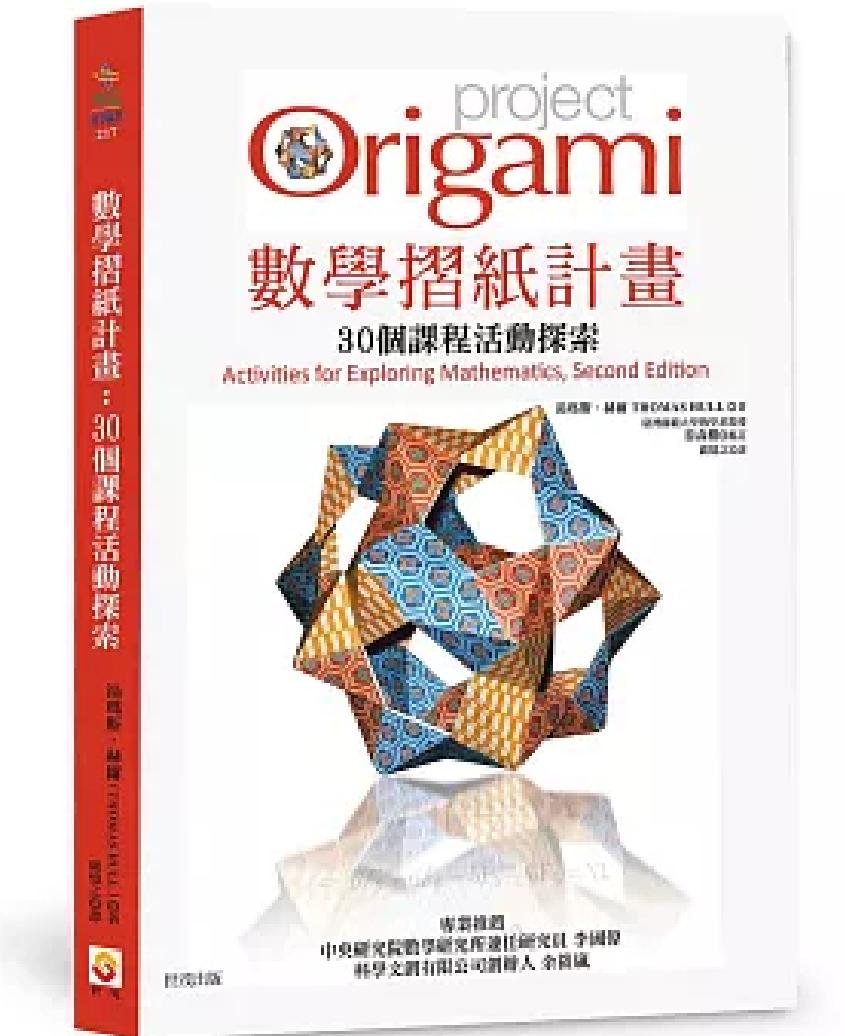


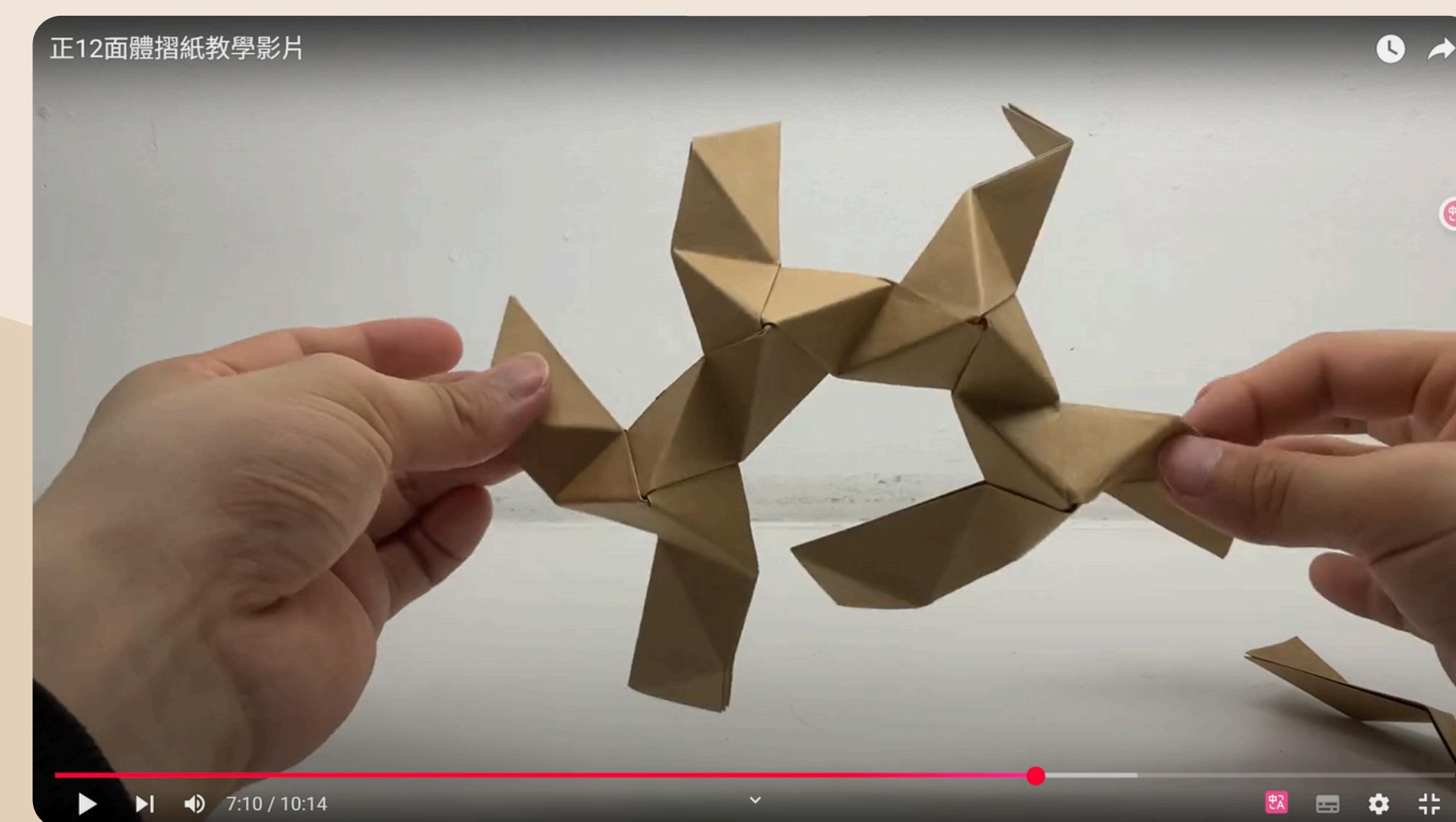
正十二面體小夜燈



- 正十二面體的製作與著色內容參考資料為
《數學摺紙計畫：30個課程活動探索》

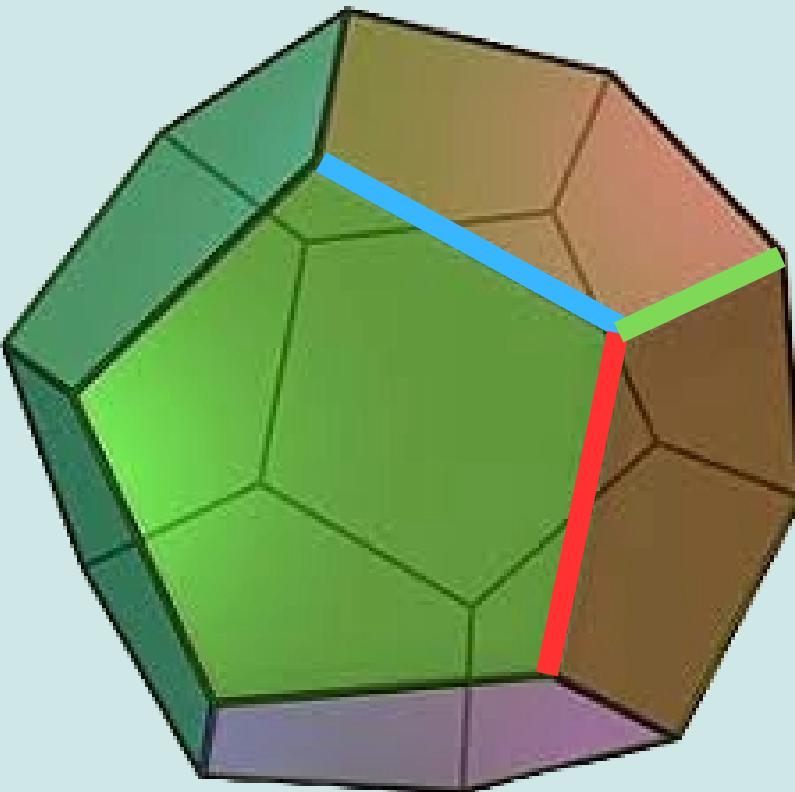


正十二面體燈罩教學影片

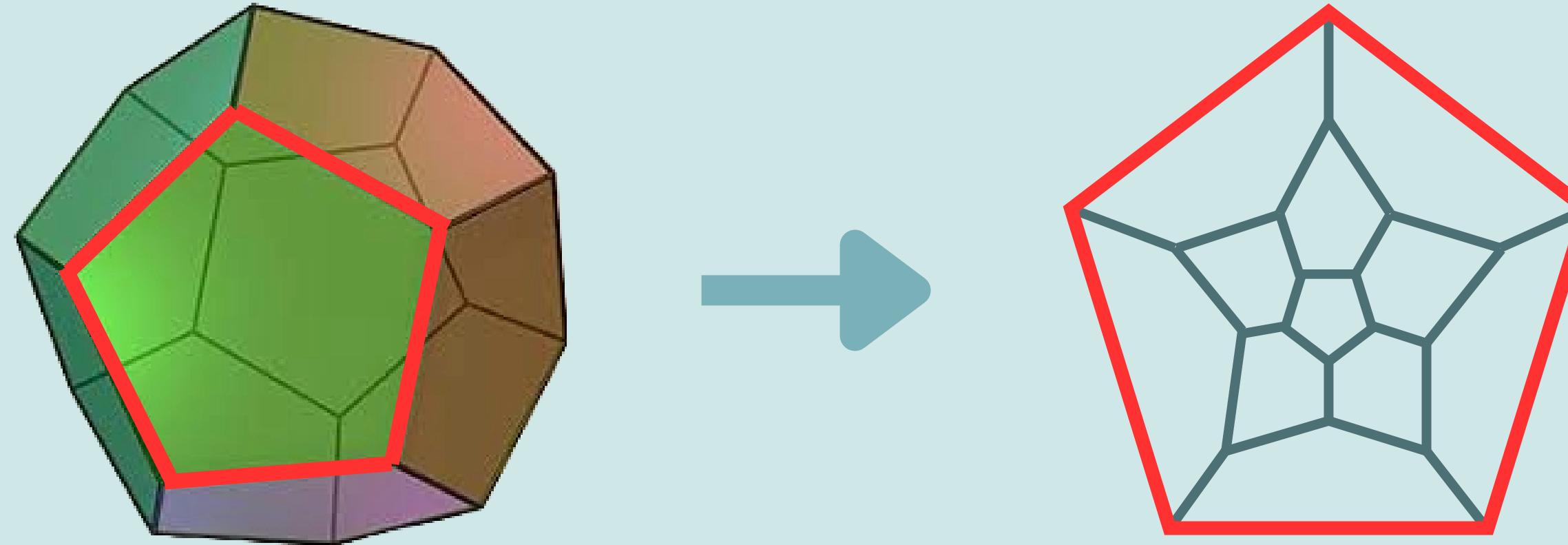


<https://www.youtube.com/watch?v=snkkAGWZYkQ>

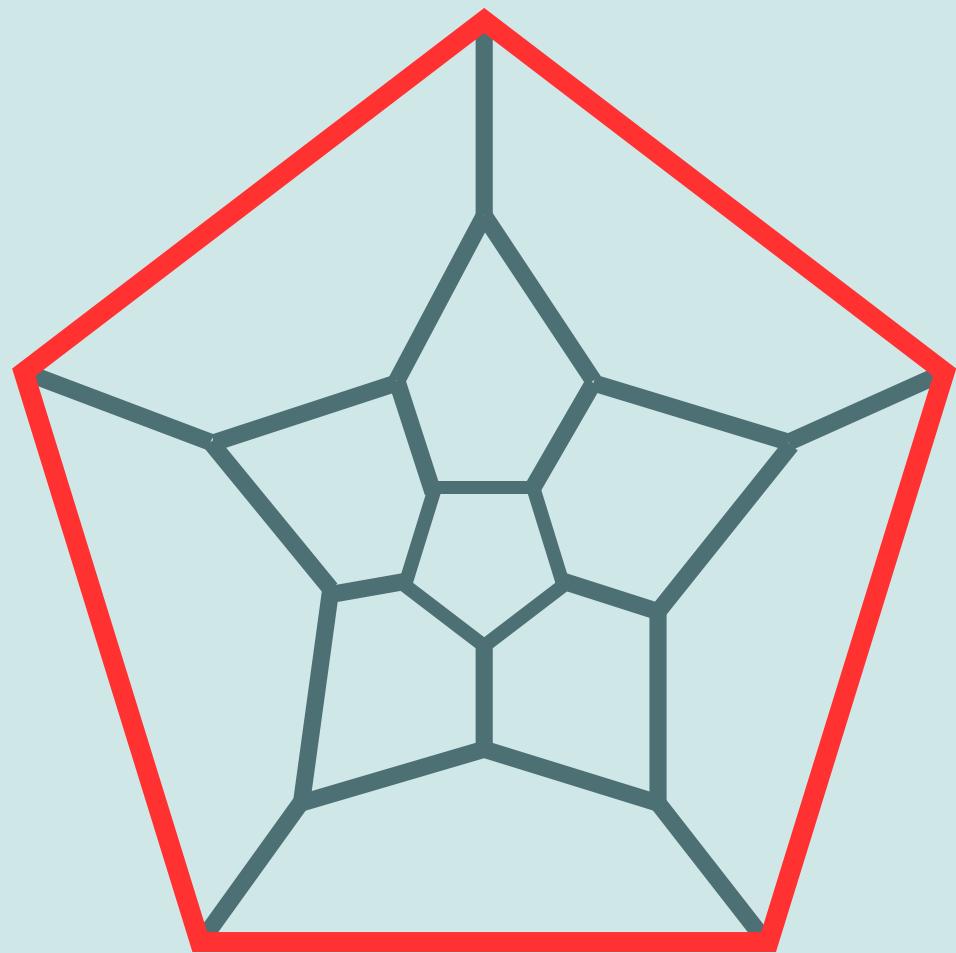
三邊著色方法



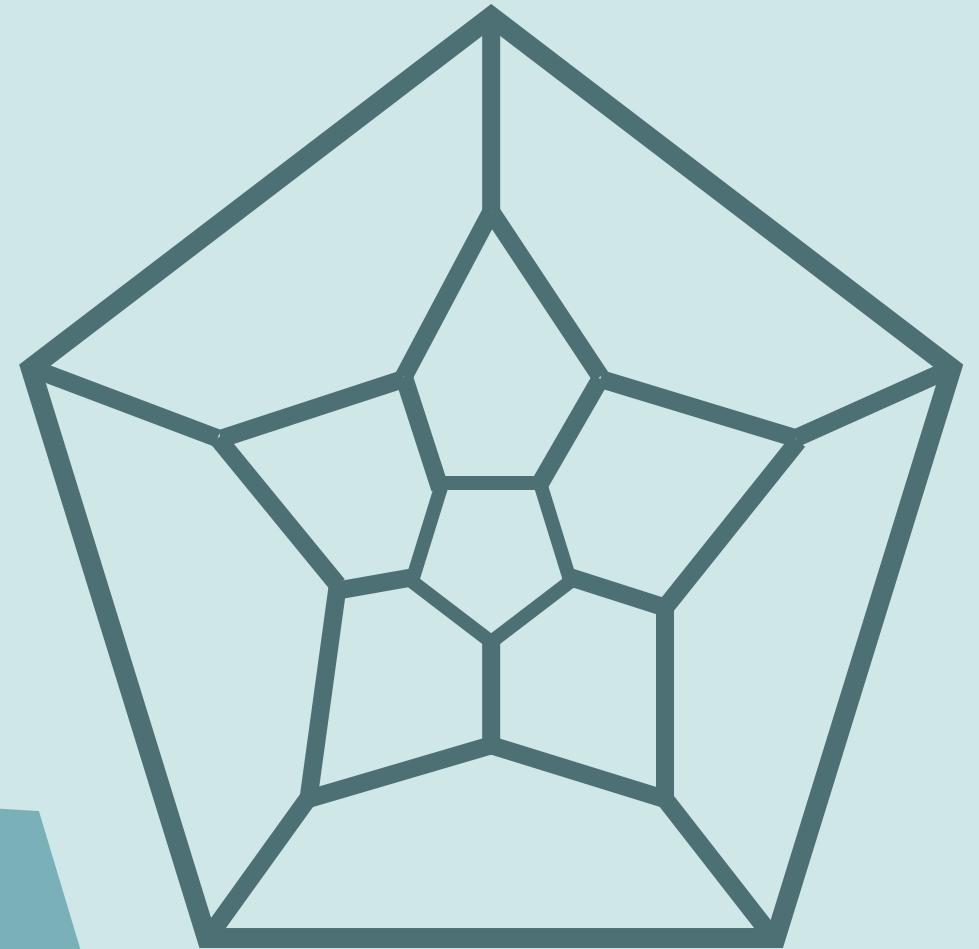
- 正十二面體的每一個頂點都是由三條邊組合，如果我們選三種不同的顏色(如藍、紅、綠)，構成每個頂點的三條邊都要有這三種顏色，我們要如何才可以讓相同的顏色不會相鄰呢？



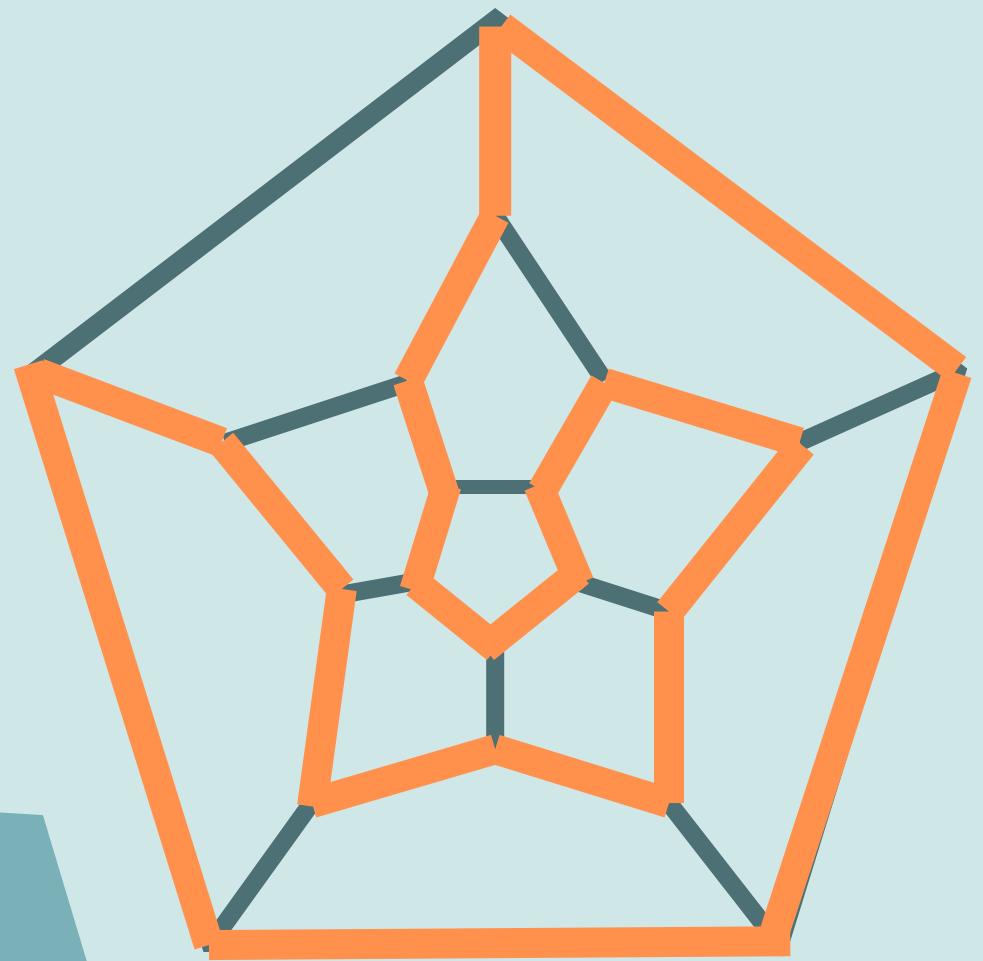
- 首先，我們必須將立體的模型轉成平面圖(並不是展開圖)，把立體模型的邊想像成是橡皮筋做的，從紅色五邊形的地方往外擴張，有點像剝柚子皮但我們不會把柚子皮撕破。



- 完成的平面圖我們可以看到它保留了原本立體模型邊與邊之間接合的位置，但原本的正五邊形變形了，不過這並不影響我們等一下的畫圖。



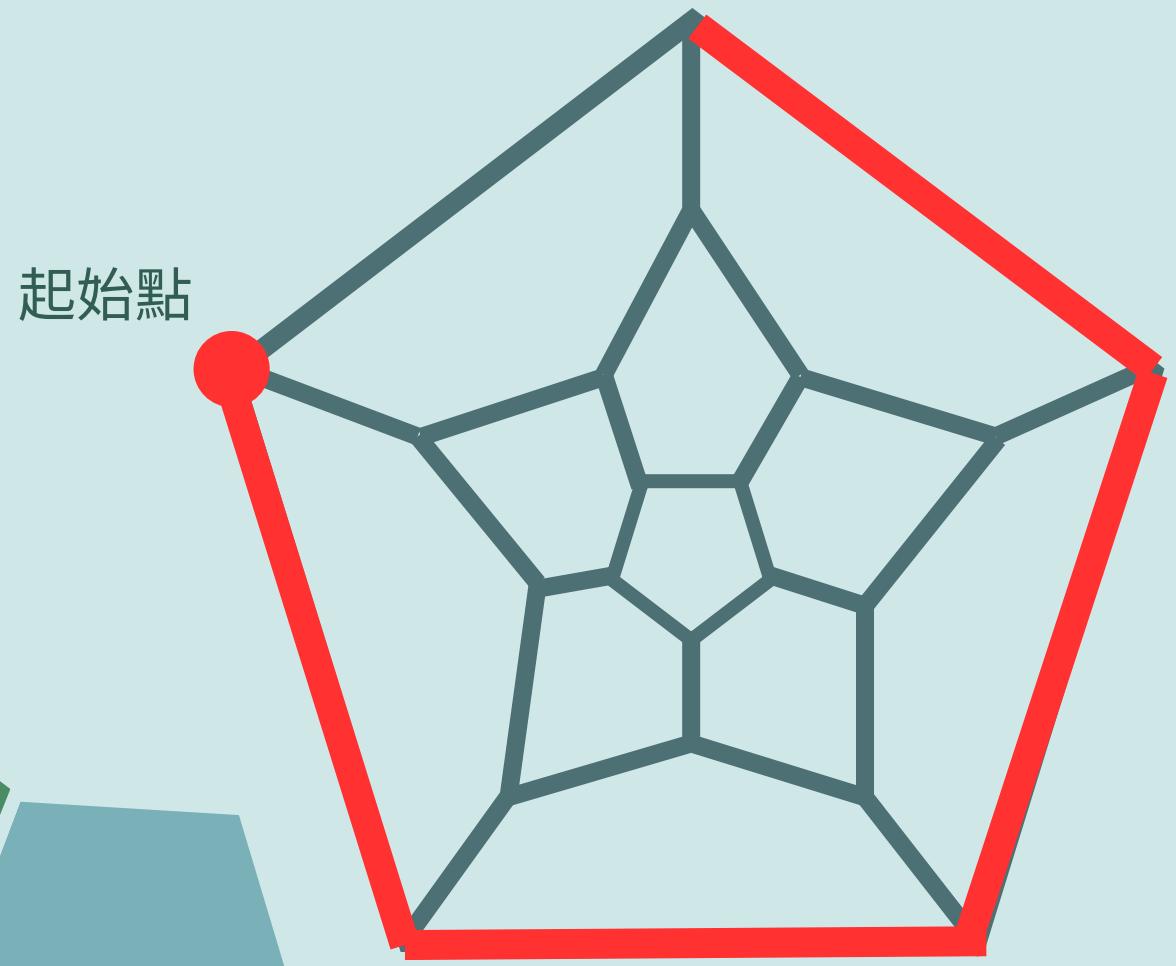
- 再來我們畫出平面圖中的漢米爾頓迴圈，必須滿足以下兩點：
 - 1.從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。
 - 2.迴圈路徑不能相交。



- 左邊是漢米爾頓迴圈的一種畫法，想找出迴圈有一個小技巧：
可以利用 "螺旋" 的方式畫。

規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。
2. 迴圈路徑不能相交。

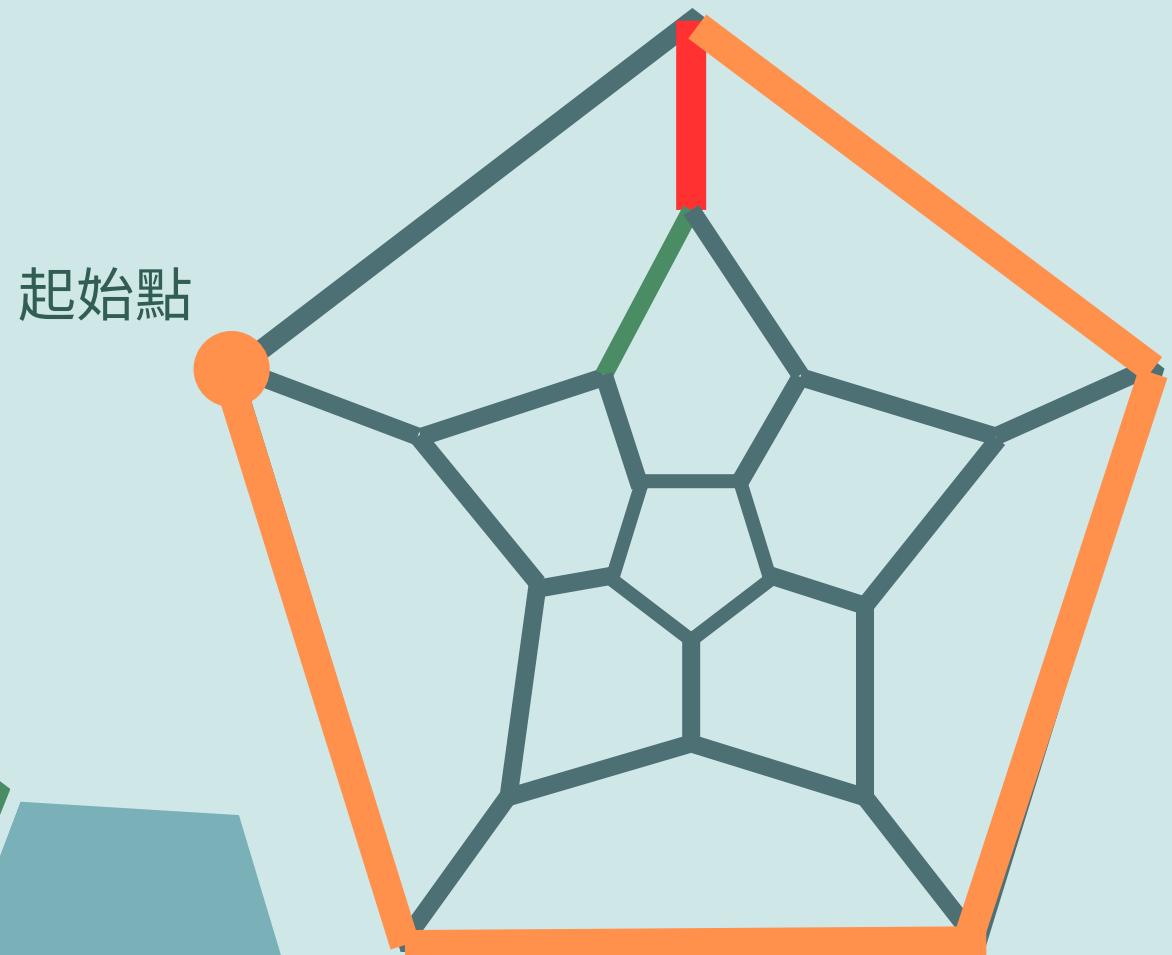


- 再最外面找一點開始，順逆時針都行（圖中是逆時針方向），直到畫到左圖的位置

規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。

2. 迴圈路徑不能相交。

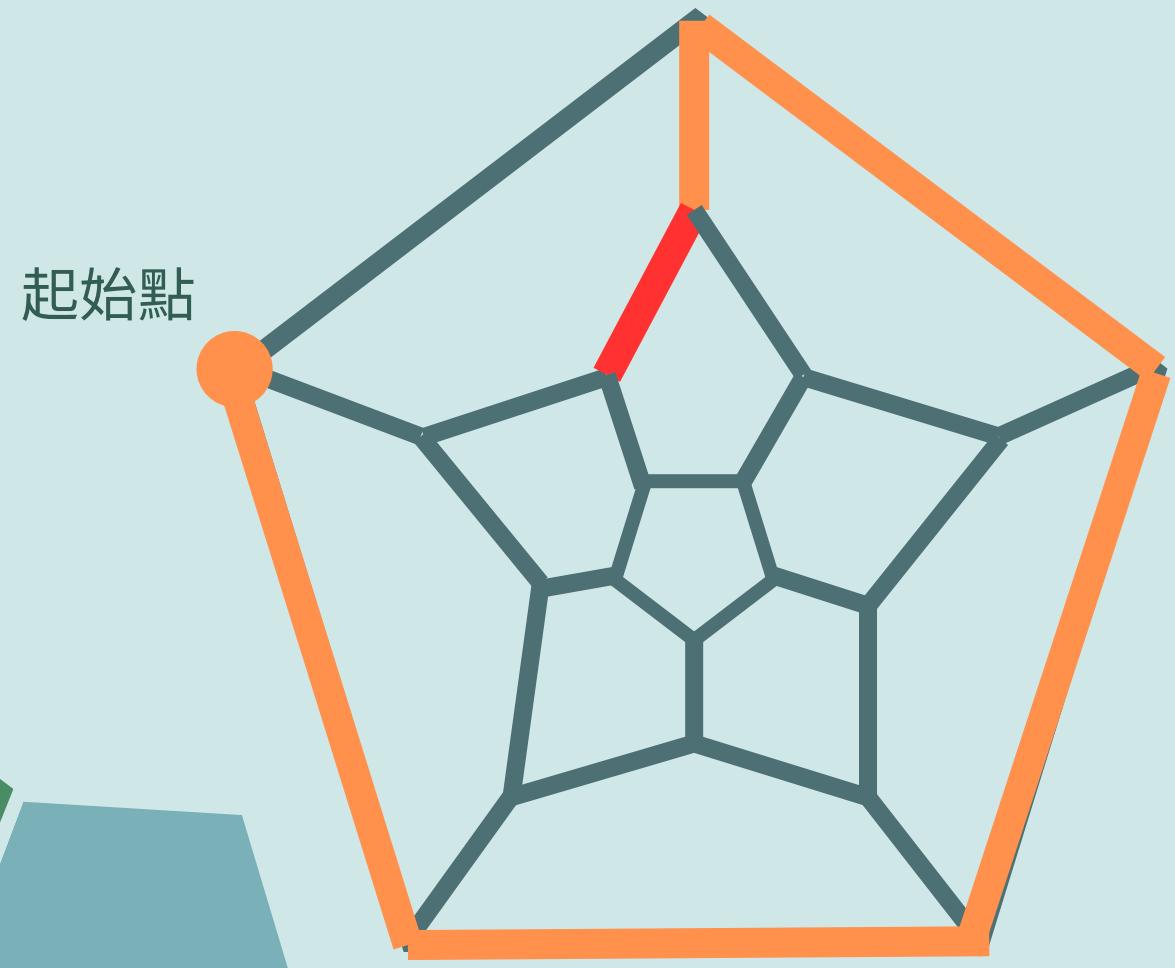


- 如果再往左走就會回到起始點，但是還沒有經過所有的頂點，所以我們必須**往**到左圖位置。

規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。

2. 迴圈路徑不能相交。

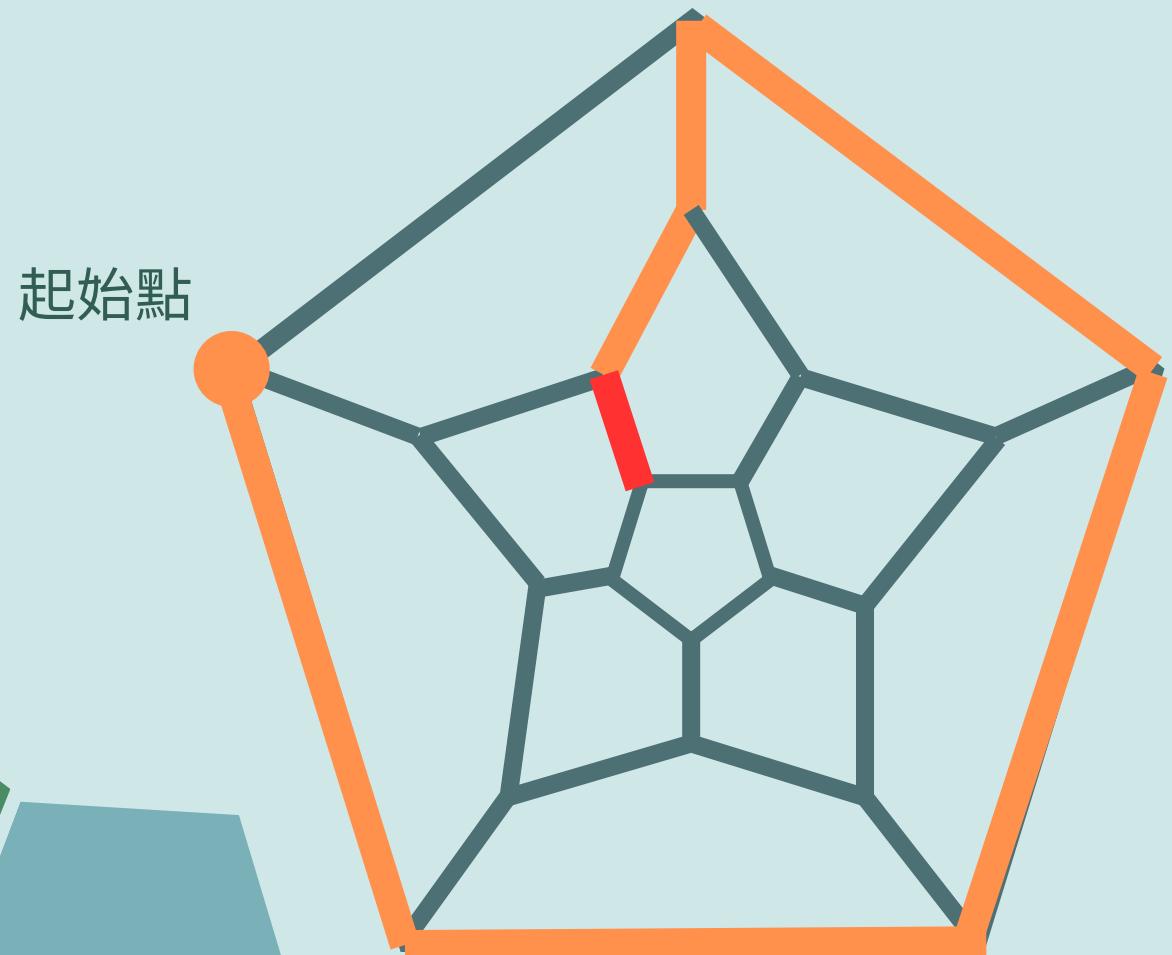


- 依照逆時針 "螺旋" 的方式到左圖位置。

規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。

2. 迴圈路徑不能相交。



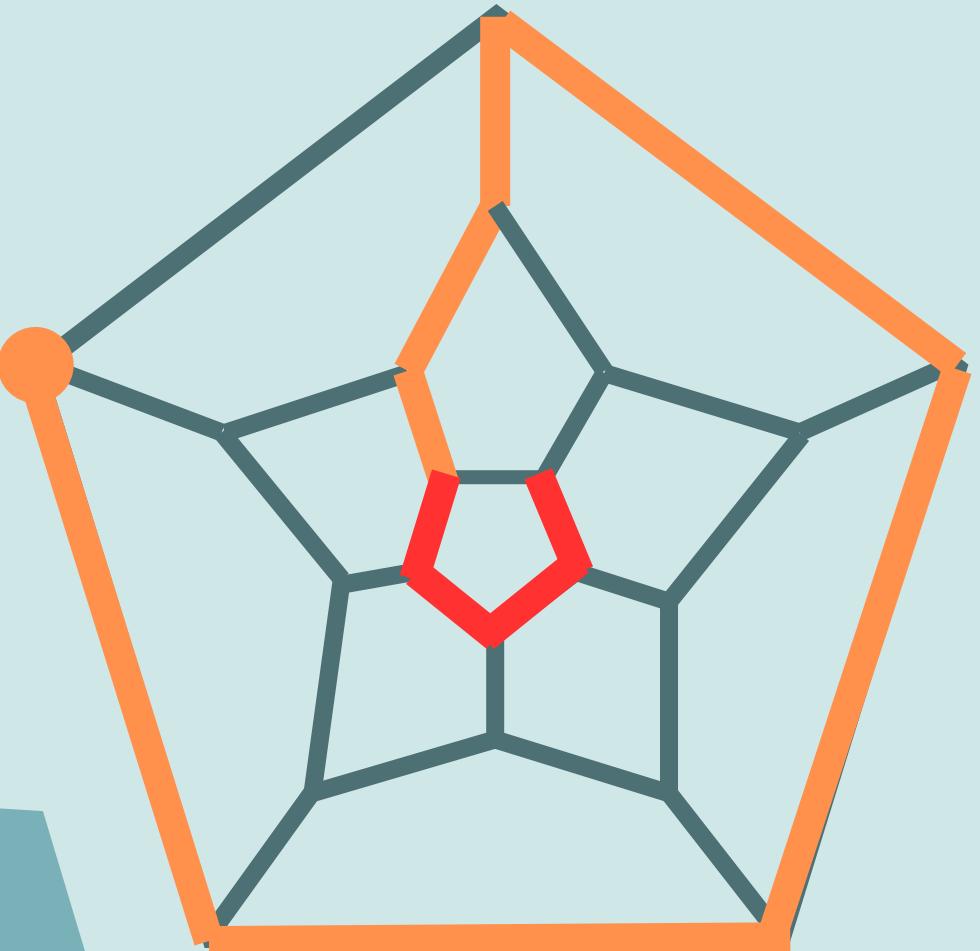
- 這一部最重要！因為必須預留一條路徑，等我們繞道最裡面時可以反向繞出來回到起始點，所以我們選則**往右下走一步**。

規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。

2. 迴圈路徑不能相交。

起始點

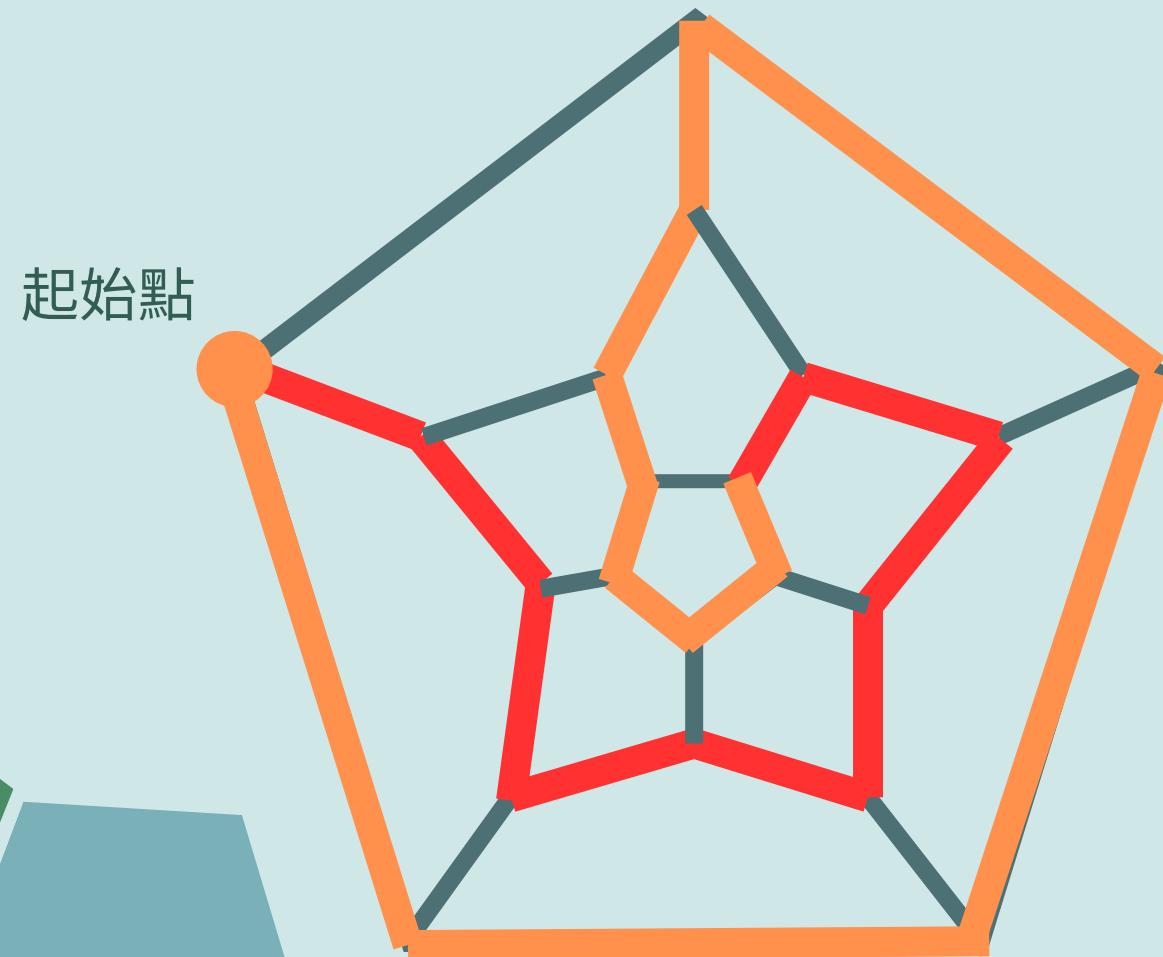


- 依照逆時針 "螺旋" 的方式到左圖位置。

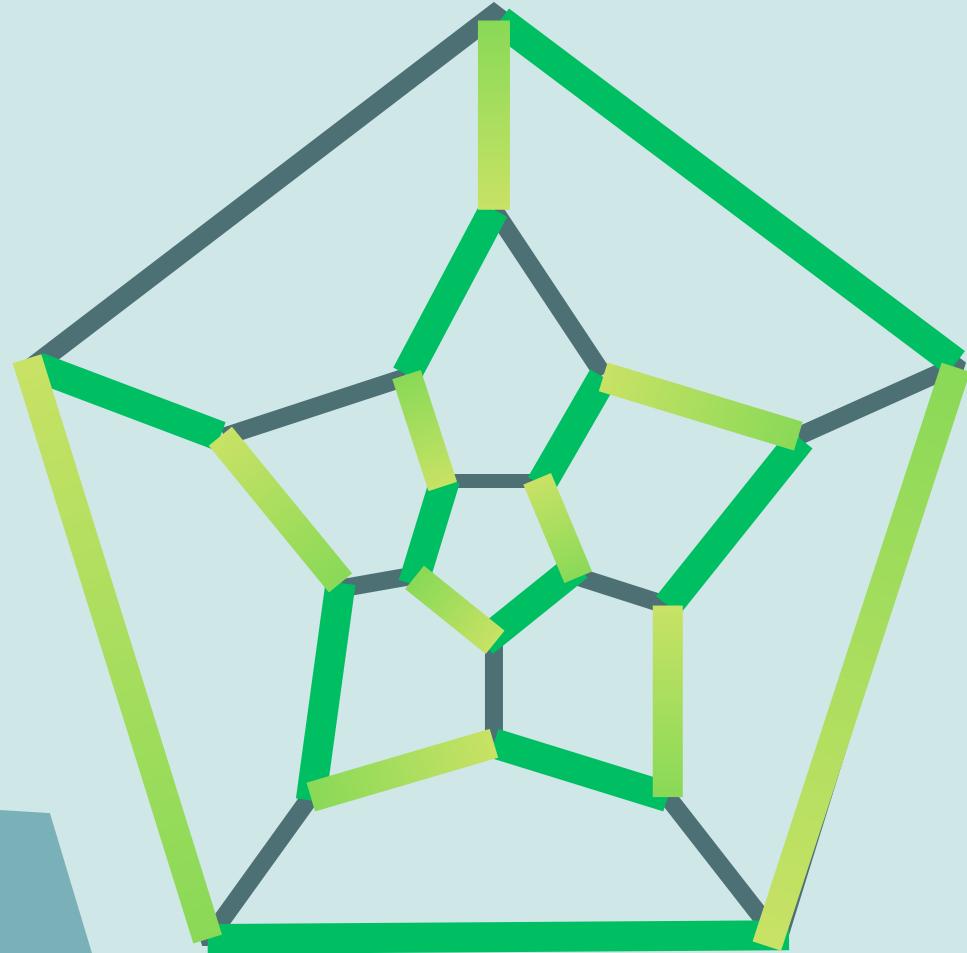
規則

1. 從一頂點出發，路徑必需經過平面圖上的每一點，最後回到出發的這一點形成封閉的迴圈。

2. 迴圈路徑不能相交。

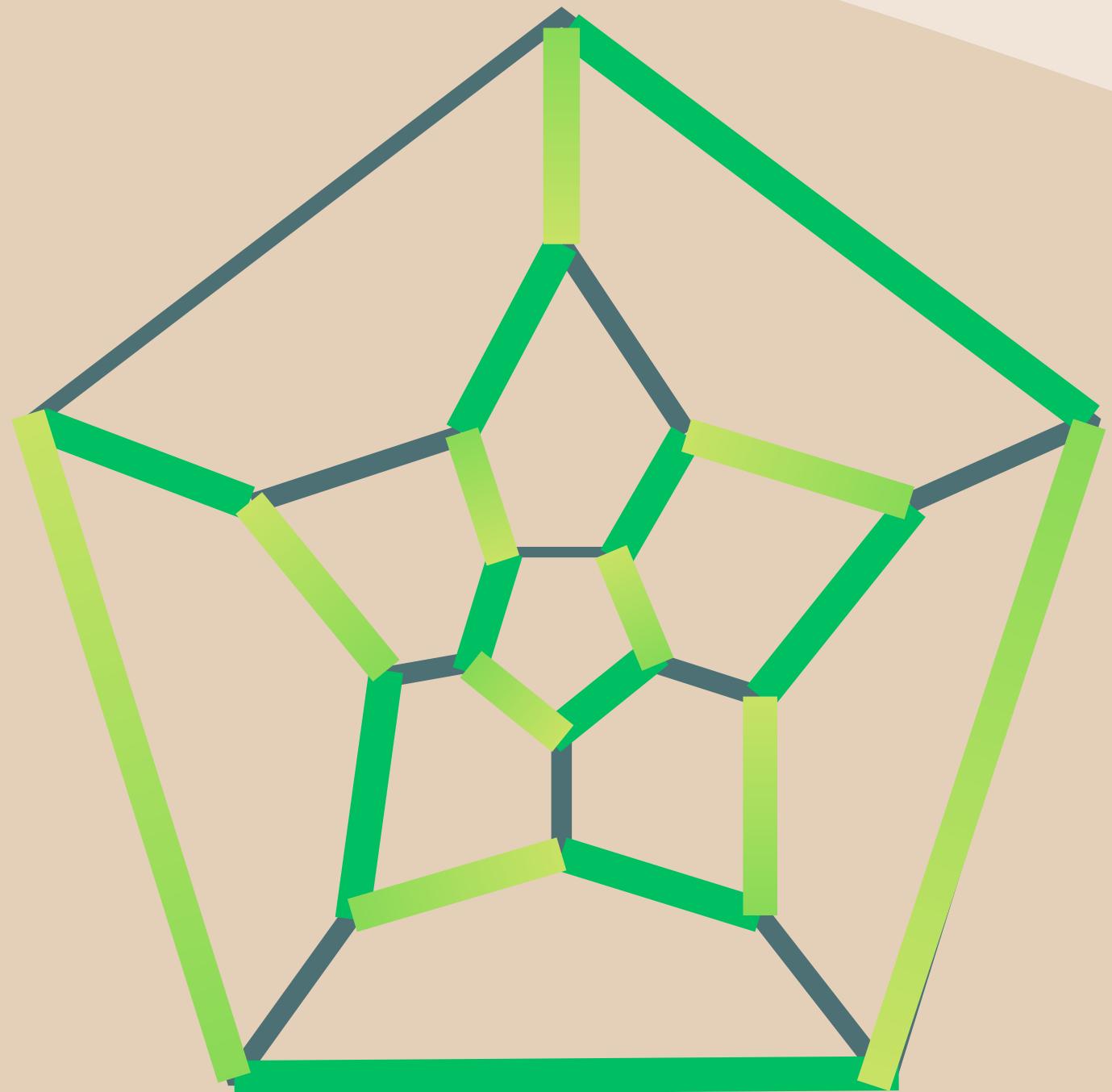


- 我們已經逆時針 "螺旋" 繞到了平面圖的最中心，根據路徑不相交與必需回到起始點的規則，這時就變成反向順時針 "螺旋" 的方式回到起始點！我們的漢米爾頓迴圈就完成了！

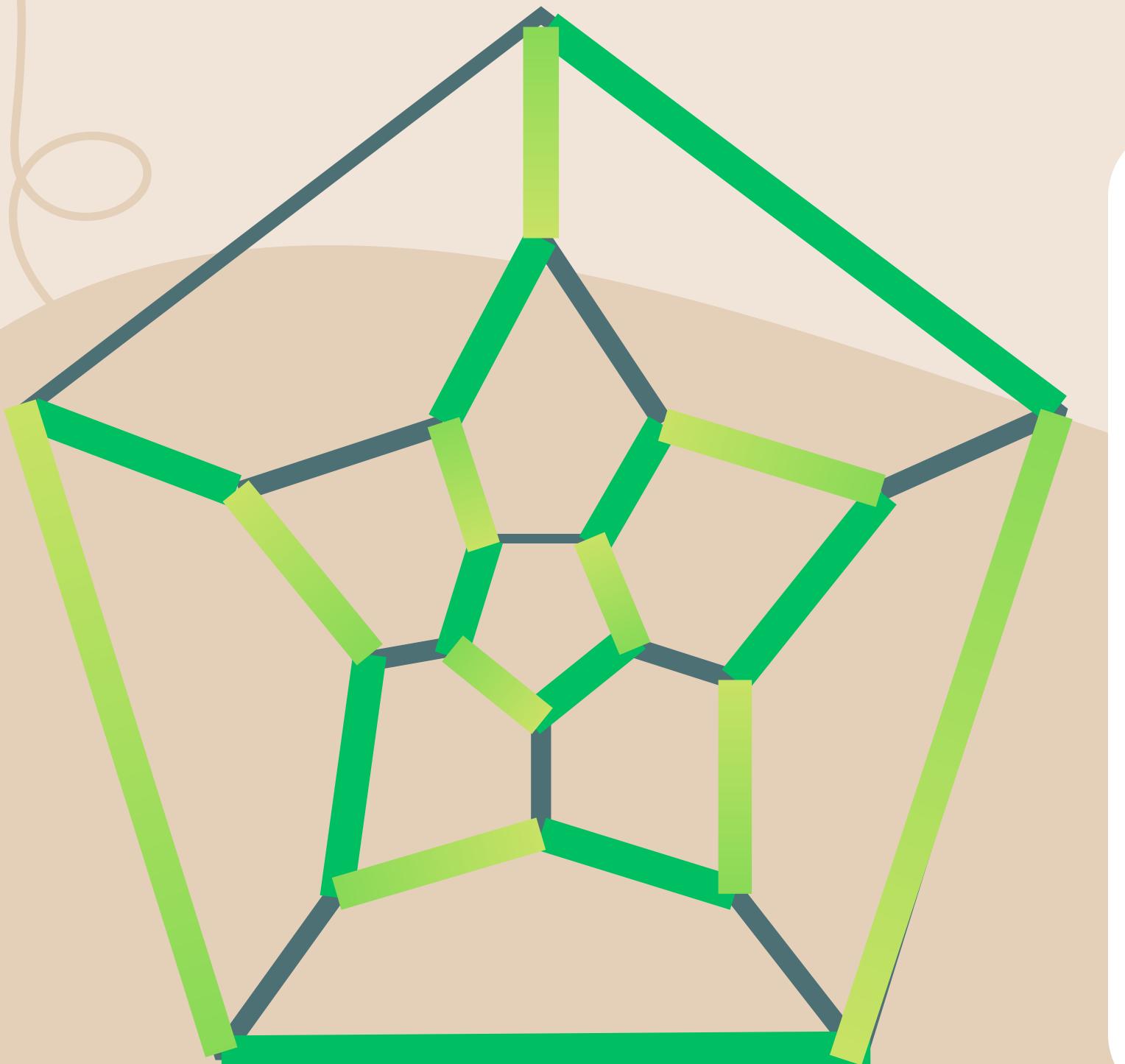


- 最後我們只要將你挑選的三個顏色中的兩個顏色 "間隔" 塗在迴圈的路徑上，就可以發現每個頂點的三條邊都有三個顏色，但同樣的顏色絕對不會相鄰！

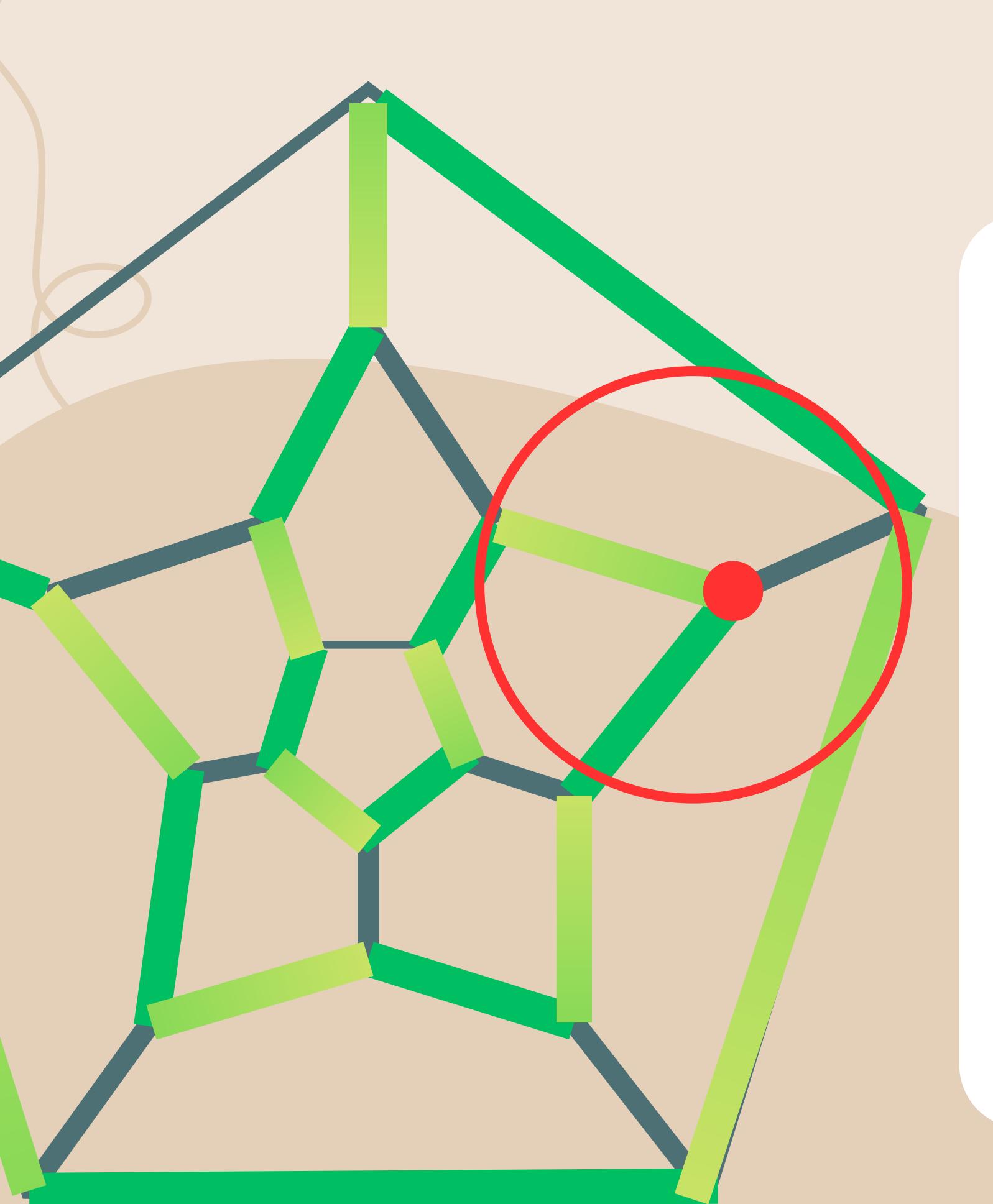
三邊著色原理



- 正十二面體的每個頂點都是由三條邊組成，這點很重要！這決定了為何我們可以用漢米爾頓迴圈進行三邊著色
- 因為我們知道頂點是由三邊組成，因此假設頂點數為 v ，那麼我們就可以知道正十二面體的邊 $E=3v/2$ (頂點數乘以3可以發現每條邊都剛好多算了一次，故除以2)



- 得到 $E=3V/2$ 後我們兩邊同乘2，得到 $2E=3V$ ， $3V$ 等於2的倍數也就是偶數，因此又再得 V 是偶數，也就是正十二面體的頂點數是偶數
- 還記得我們的漢米爾頓迴圈是封閉且經過每個頂點的嗎，也就是說漢米爾頓迴圈的邊數等於頂點數也是偶數。



- 因為漢米爾頓迴圈的邊數是偶數，所以我們才可以選兩種顏色間隔著色，這樣我們選的兩個顏色才不會畫到最後同色相鄰。
- 而當我們畫迴圈時每經過一個頂點，其實就已經決定了經過的那個頂點的三邊顏色。路徑碰到頂點並從頂點離開，我們又在路徑上間隔畫兩種顏色，那當然第三種顏色就間接被決定了。

- 將製作好的正十二面體放在專屬檯座上，
並在中心放入銅線燈就大功告成了！



成果展示



WELL DONE!