chap 6 同态信号处理

> 💡 一 理解同态概念,掌握广义叠加原理, 同态系统概念, 同态系统的规范形式
>
> 二 了解乘法同态系统的规范形式实现原理和框图
>
> 三 掌握卷积同态系统规范形式实现原理和框图
>
> 四 掌握复倒谱的定义与性质和四种计算方法(按复倒谱定义计算;
>
> 复对数求导数计算方法；最小相位序列的复倒谱的计算; 递推计算方法)

同态概念

同态是从一个代数结构到同类代数结构的映射，它保持所有相关的结构不变

广义叠加原理

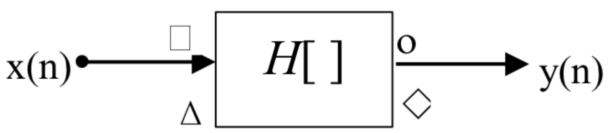
定义：满足以下条件的系统*H*称之为符合广义叠加原理：

$$\boldsymbol{H}[x_1(n) \,\square\, x_2(n)] = \boldsymbol{H}[x_1(n)] \,\mathrm{O}\, \boldsymbol{H}[x_2(n)]$$

$$\boldsymbol{H}[c \triangle x(n)] = c \diamond \boldsymbol{H}[x(n)]$$

同态系统概念

- 满足广义叠加原理的系统即为*同态系统*，其一般表示形式为：



同态系统的规范形式

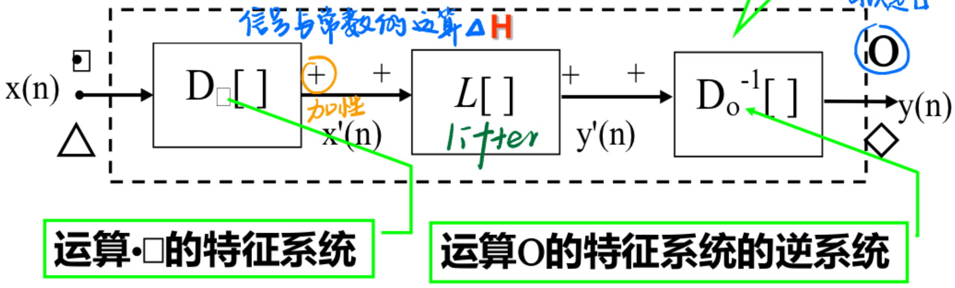
- 同态系统的**规范形式**：

信号与信号的运算□ 乘、卷积或其它

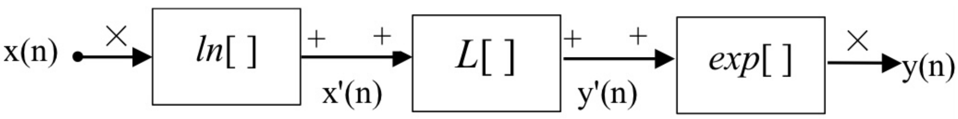
同态系统

所需求的. 可以是□

$$x(n) = [C1 \triangle x_1(n)] \square [C2 \triangle x_2(n)]$$

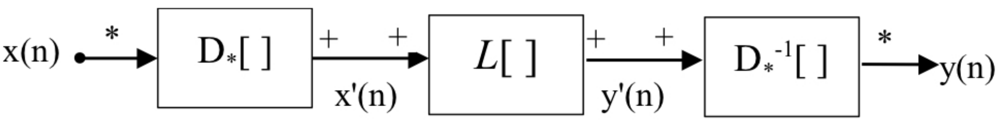


乘法同态系统的规范形式：实现原理，框图



$$x(n) = [x_1(n)]^{\alpha} \times [x_2(n)]^{\beta}$$
$$x'(n) = ln[x(n)] = \alpha ln[x_1(n)] + \beta ln[x_2(n)] = \alpha x'_1(n) + \beta x'_2(n)$$
$$y'(n) = L\{x'(n)\} = \alpha L\{x'_1(n)\} + \beta L\{x'_2(n)\} = \alpha y'_1(n) + \beta y'_2(n)$$
$$y(n) = exp\{y'(n)\} = exp[\alpha y'_1(n) + \beta y'_2(n)] = [y_1(n)]^{\alpha} \times [y_2(n)]^{\beta}$$
$$y_1(n) = exp[y'_1(n)],\ y_2(n) = exp[y'_2(n)]$$

卷积同态系统的规范形式：实现原理，框图



$$x(n) = x_1(n) * x_2(n)$$

$$x'(n) = Z^{-1}\{\ln[Z(x(n)]\} = Z^{-1}\{\ln[X_1(z)]\} + Z^{-1}\{\ln[X_2(z)]\} = x'_1(n) + x'_2(n)$$

复倒谱

$$y'(n) = L\{x'_1(n) + x'_2(n)\} = y'_1(n) + y'_2(n)$$

$$y(n) = Z^{-1}\{\exp[Z(y'(n))]\} = y_1(n) * y_2(n)$$

倒谱

复倒谱的定义

序列x(n)的复倒谱定义为：

$$x'(n) = Z^{-1}\{ln[Z(x(n))]\}$$

复倒谱的性质

- 性质1：若x(n)为实序列，x'(n)也为是实序列

$\Downarrow$

根据实序列的Z变换的性质，零、极点若是复数总是共轭出现。

零极点都在○内
b_k、d_k项 =0

x'(n)只剩n≥0的值

- 性质2：若x(n)为最小相位序列，则x'(n)为因果序列。
- 性质3：若x(n)为最大相位序列，则x'(n)为非因果序列。

- 性质4：即使x(n)为有限长的时间序列，x'(n)也总是无限长的时间序列。
- 性质5：复倒谱的衰减速度很快，至少是以1/|n|的速度衰减。

$|a_k|$、$|b_k|$… < 1

- 性质6：间隔为N_p的冲激序列的复倒谱仍然是一个间隔为N_p冲激序列。

复倒谱的四种计算方法

定义法

- 基本原理： $\overset{Z}{X(z)} — \overset{FT}{X(e^{j\omega})} — \overset{DFT}{X(e^{j\frac{2\pi}{N}k})}$

  x'(n) = Z⁻¹{*ln*[Z(x(n))]}

  x'(n) = *IDFT*{*ln*[*DFT*(x(n))]}

$$x(n) \longrightarrow \boxed{DFT} \xrightarrow{X(k)} \boxed{ln[\ ]} \xrightarrow{X'(k)} \boxed{IDFT} \longrightarrow x'_p(n)$$

$x'_p(n)=\sum_{r=-\infty}^{+\infty} x'(n+rN)$， 其中：$N$为计算$FFT$所取的点数，

无限长但快速衰减，有小混叠

频域采样离散化，时域周期延拓

要取足够大以避免混淆失真。

复对数求导法

- 基本思想：利用Z变换的微分性质以及对数函数的导数性质避免计算复对数的困难。
  - **X'(z) = *ln*[X(z)]**，求**X'(z)**的反变换的主要困难是复对数运算的存在。
  - Z变换的微分性质：**-z*d*X(z)/*dz* = Z[nx(n)]**。
  - ***dln*(x)/*dx* = 1/x**

最小相位序列的复倒谱计算

- 计算原理：最小相位条件下复倒谱**x'(n)**为因果实序列，故可由其偶序列完全决定，也就是由其傅立叶变换的实部完全决定。

$$X'(j\omega)=\ln[X(j\omega)]=\ln|X(j\omega)|+j\arg[X(j\omega)]$$

$$x'_e(n)=F^{-1}\{\ln|X(j\omega)|\}$$

$$x'_e(n)=\frac{1}{2}[x'(n)+x'(-n)]$$

$$x'(n)=\begin{cases}2x'_e(n), & n>0\\ x'_e(n), & n=0\\ 0, & n<0\end{cases}$$

递推法