ជំពូកទី 1

Operation Research

1.1 Linear Programming

លំហាត់ 1.1.1 អ្នកគណនីយម្នាក់ត្រៀមប្រមូលពន្ធសម្រាប់ការងារបុគ្គល និងការងារជាក្រុម ។ ជាមធ្យម ចំពោះការងារបុគ្គលនាងត្រូវការពេល 3h ហើយត្រូវការប្រើកុំព្យូទ័រ 1h ។ ចំណែកឯការងារជាក្រុមវិញនាងត្រូវការពេល 4h ហើយត្រូវការប្រើកុំព្យូទ័រ 2h ។ ដោយសារតែនាងជាប់រវល់ នាងមានពេលតែ 240h តែប៉ុណ្ណោះ ហើយនាងអាចប្រើកុំព្យូទ័របានតែ 100h ប៉ុណ្ណោះ ។ បើសិនជានាងអាចរកប្រាក់បាន $80 ចំពោះការងារបុគ្គល ហើយអាចរកបាន $150 ចំពោះការងារជាក្រុម តើនាងត្រូវប្រើវិធីសាស្ត្រយ៉ាងណាដើម្បីឱ្យនាងអាចរកប្រាក់បានច្រើនបំផុត ។

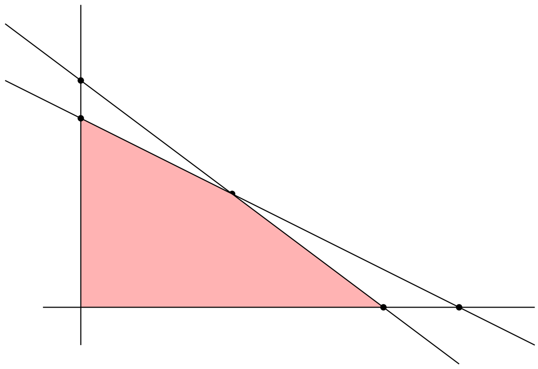
ដំណោះស្រាយ

	ការងារបុគ្គល	ការងារជាក្រុម	ពេលត្រូវការ
ពេលរបស់នាង	3	4	240h
ពេលកុំព្យូទ័រ	1	2	100h
ប្រាក់ចំណូល	$80	$80	

យើងតាង x ជាចំនួនការងារបុគ្គល ហើយ y ជាចំនួនការងារជាក្រុមដែលនាងទទួលធ្វើ ។ យើងបានសមីការគោលដៅ (objective function) គឺ $P(x,y) = 80x + 150y$ ។ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការដូចតទៅ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 4y \leq 240 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងលើយ



យើងឃើញថា

ចំណុច	$P(x,y) = 80x + 150y$
$(0,0)$	$P = 0$
$(80,0)$	$P = 6,400$
$(40,30)$	$P = 7,700$
$(0,50)$	$P = 7,500$

ដូចនេះ តម្លៃអតិបរមាត្រូវនឹងចំណុច $(40,30)$ ។ ■

1.2 Assignment

ក្រុមហ៊ុនផលិតរថយន្ត Automobile Alliance មានគម្រោងរៀបចំផលិតរថយន្តជា ៣ ប្រភេទ ៖ ប្រភេទរថយន្តដឹកទំនិញ (truck), ប្រភេទរថយន្តខ្នាតតូច (small cars), និងប្រភេទរថយន្តបែបប្រណិត (luxury cars) ។ រោងចក្រតម្លើងរថយន្តនៅក្រៅ Detroit រដ្ឋ Michigan ទទួលតម្លើងរថយន្តបែបប្រណិតចំនួន ២ ម៉ូដ ។

Auto Assembly and Luxury cars: ម៉ូតទី ១ គឺប្រភេទ Family Thrillseeker ដែលមានទ្វារបួន អមជាមួយនឹងកៅអីស្រោបដោយ vinyl ផ្នែកខាងក្នុងគ្របដោយផ្លាស្ទិកប្រភេទស្តង់ដារ និងមានប្រព័ន្ធហ្គាសដ៏ល្អ ។ រថយន្តប្រភេទនេះត្រូវបានគេប្រូម៉ូតថាជាជម្រើសល្អសម្រាប់គ្រួសារដែលមានធនធានល្មមល្មម ហើយក្រុមហ៊ុនអាចរកចំណូលដោយការលក់រថយន្តប្រភេទនេះក្រោមតម្លៃ $3,600 ក្នុងមួយគ្រឿង ។

ប្រភេទម៉ូតទី ២ មានឈ្មោះថា Classy Cruiser ដែលជារថយន្តប្រភេទ sedan ទ្វារពីរ អមជាមួយនឹងកៅអីអង្គុយស្រោមដោយស្បែកសត្វ ផ្នែកខាងក្នុងគ្របដណ្តប់ដោយឈើប្រណិត ហើយមានបច្ចេកវិទ្យា GPS ព្រមទាំងមានលក្ខណៈពិសេសៗជាច្រើនទៀត ។ វាត្រូវបានគេប្រូម៉ូតថាជាជម្រើសល្អបំផុតសម្រាប់គ្រួសារថ្នាក់កណ្តាល និងថ្នាក់ខ្ពស់ ហើយរថយន្តប្រភេទនេះអាចរកប្រាក់ចំណូលឱ្យក្រុមហ៊ុនប្រមាណ $5,400 ក្នុងមួយគ្រឿង ។

ប្រធានអ្នកគ្រប់គ្រងផ្នែកតម្លើង អ្នកស្រី Rachel Rosencrantz គឺកំពុងតែសម្រេចចិត្តក្នុងការតម្លើងរថយន្តទាំងពីរម៉ូតនេះ សម្រាប់ខែក្រោយ ។ អ្នកស្រីត្រូវសម្រេចចិត្តថាតើអ្នកស្រីគួរតម្លើងរថយន្តម៉ូតទាំងពីរនេះចំនួនប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យក្រុមហ៊ុនទទួលបានប្រាក់ចំនួនខ្ពស់ ។ អ្នកស្រីដឹងថាក្នុងរោងចក្រតម្លើងរថយន្តនេះមានចំនួនម៉ោងធ្វើការសរុប 48,000h ក្នុងមួយខែ ។ ជាងនេះទៅទៀតគេដឹងថា ចំពោះរថយន្តម៉ូត Family Thrillseeker មួយគ្រឿងត្រូវការពេលតម្លើងចំនួន 6h ។ ចំណែកឯម៉ូត Cruiser វិញត្រូវការពេល 10.5h ដើម្បីតម្លើង ។ ម៉្យាងទៀតរោងចក្រនេះគ្រាន់តែជារោងចក្រតម្លើង មានន័យថាបំណែកផ្សេងៗទៀតរបស់រថយន្តដូចជា កញ្ចក់ សំបករថយន្ត ទ្វារ បង្អួច កៅអី និងចង្កូតជាដើម ត្រូវធ្វើការនាំចូលពីរោងចក្រផ្សេងក្នុងរដ្ឋ Michigan ដើម្បីយកមកតម្លើង ។ នៅក្នុងខែក្រោយនេះ មានភាពមិនប្រក្រតីក្នុងក្រុមហ៊ុនផលិតបំណែករថយន្ត ធ្វើឱ្យគេអាចផលិតទ្វារបានតែ 20,000 ប៉ុណ្ណោះ ។ គេដឹងថារថយន្តទាំងម៉ូត Family Thillseeker និងទាំងម៉ូត Classy Cruiser ប្រើទ្វារប្រភេទដូចគ្នា ។

លើសពីនេះទៅទៀត វាត្រូវបានអ្នកជំនាញឱ្យយោបល់ថារថយន្តម៉ូត Classy Cruiser គួរតែផលិតយ៉ាងច្រើនត្រឹម 3,500 គ្រឿងបានហើយ តែចំពោះរថយន្តម៉ូត Thrillseeker មិនបានគេកំណត់ចំនួនទេ ។

(a) បង្កើត និងដោះស្រាយចំណោត LP មួយនេះដើម្បីកំណត់ចំនួនរថយន្តប្រភេទ Thrillseeker និងប្រភេទ Cruiser ដែលត្រូវតម្លើង ៖

យើងតាង x ជាចំនួនថេយន្តប្រភេទ Thrillseeker, និងតាង y ជាចំនួនថេយន្តប្រភេទ Cruiser ។

	Family Thrillseeker	Classy Cruiser
ចំនួន	$x > 0$	$0 < y < 3,500$
ចំណូល	\$3,600	\$5,400
ទ្វារ	4	2
ពេលត្រូវការ	6h	10.5h
ពេលសរុប	48,000h	
ទ្វារសរុប	20,000 ទ្វារ	

គេចង់ផលិតឡានយ៉ាងណាឱ្យទទួលបានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់បំផុត មានន័យថាគេចង់ maximize អនុគមន៍គោលដៅ

$$P(x, y) = 3,600x + 5,400y \quad ។$$

ហេតុនេះយើងបាន contraints ដូចខាងក្រោម

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 20,000 \\ 6x + 10.5y \leq 48,000 \\ x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq 3,500 \end{cases}$$

យើងនឹងដោះស្រាយចំណោត LP នេះក្នុងភាសា R:

```
library(lpSolve)

a_P = c(3600, 5400)
a_constraint = matrix( c(4,2, 6,10.5, 1,0, 0,1, 0,1), ncol
    =2, byrow=TRUE )
a_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
a_rhs = c(20000, 48000, 0, 0, 3500)

a_result = lp("max", a_P, a_constraint, a_dir, a_rhs)
```

បន្ទាប់ពីដំណើរការកូដខាងលើយើងបានលទ្ធផល

```
> a_result
Success: the objective function is 26640000
> a_result$solution
[1] 3800 2400
```

ដូចនេះមានន័យថា

$$x_a = 3,800$$
$$y_a = 2,400$$
$$P_a = 26,640,000$$

(b) នាយកដ្ឋានផ្នែកទីផ្សារបានឱ្យដឹងថាក្រុមហ៊ុនអាចចំណាយប្រាក់ $\$500,000$ ក្នុងយុទ្ធនាការសម្រាប់ធ្វើការផ្សព្វផ្សាយ ដែលនឹងធ្វើឱ្យតម្រូវការរថយន្ត Classy Cruiser កើនឡើងបាន 20% ក្នុងខែក្រោយ ។ តើគួរតែធ្វើយុទ្ធនាការបែបនេះឬទេ ?

បើយុទ្ធនាការបែបនេះកើតឡើងមែន នោះតម្រូវការរថយន្ត Classy Cruiser នឹងកើនដល់ (ខ្ពស់បំផុត) គឺ $3500 \times 1.20 = 4,200$ គ្រឿង ។ យើងបានលក្ខណៈដូចខាងលើដដែល លើកលែងតែ

$$y \leq 4,200$$

```
library(lpSolve)

b_P = c(3600, 5400)
b_constraint = matrix( c(4,2, 6,10.5, 1,0, 0,1, 0,1), ncol
    =2, byrow=TRUE )
b_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
b_rhs = c(20000, 48000, 0, 0, 4200)

b_result = lp("max", a_P, b_constraint, b_dir, b_rhs)
```

យើងទទួលបានលទ្ធផល

```
> b_result
Success: the objective function is 26640000
> b_result$solution
[1] 3800 2400
```

ក្នុងករណីនេះប្រាក់សរុបដែលក្រុមហ៊ុនអាចទទួលបានប្រាក់ចំនួនសរុបត្រឹមតែ $P_b = 26,640,000 - 500,000 = 26,140,000\$$ ។ យើងឃើញថា $P_b < P_a$ ដូចនេះក្រុមហ៊ុនមិនគួរតែធ្វើយុទ្ធនាការផ្សព្វផ្សាយនេះទេ ។

(c) Rachel ដឹងថាអ្នកស្រីអាចបង្កើនការផលិតនៅខែក្រោយដោយតម្រូវឱ្យបុគ្គលិកធ្វើការថែមហើយ ហើយការធ្វើបែបនេះនឹងទទួលបានពេលវេលាសម្រាប់ធ្វើច្រើនជាងមុន 25% ។ បើធ្វើបែបនេះ តើរថយន្ត Family Thrillseeker និង Classy Cruiser គួរតែ

ផលិតចំនួនប៉ុន្មានគ្រឿង?

បើធ្វើបែបនេះ នោះម៉ោងធ្វើការសរុបនឹងកើនដល់ $48,000 \times 1.25 = 60,000$h ។ ហេតុនេះយើងបាន contraints នៅដដែលលើកលែងតែ

$$6x + 10.5y \leq 60,000$$

```
library(lpSolve)

c_P = c(3600, 5400)
c_constraint = matrix( c(4,2, 6,10.5, 1,0, 0,1, 0,1), ncol
    =2, byrow=TRUE )
c_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
c_rhs = c(20000, 60000, 0, 0, 3500)

c_result = lp("max", c_P, c_constraint, c_dir, c_rhs)
```

យើងបានលទ្ធផល

```
> c_result
Success: the objective function is 30600000
> c_result$solution
[1] 3250 3500
```

ហេតុនេះ បើធ្វើការថែមម៉ោង ក្រុមហ៊ុននឹងបាន

$$\begin{aligned} x &= 3,250 \\ y &= 3,500 \\ P_3 &= 30,600,000 \end{aligned}$$

(d) Rachel ដឹងថាការថែមម៉ោងមិនមែនបានមកតែទទេរៗនោះទេ ។ តើអ្នកស្រីហ៊ានឱ្យតម្លៃថែមម៉ោងប៉ុន្មានក្នុងមួយម៉ោង?

ការថែមម៉ោងបែបនេះ ធ្វើឱ្យក្រុមហ៊ុនចំណេញប្រមាណ $P_3 - P_1 = 30,600,000 - 26,640,000 = 3,960,000\$$ ។ ចំនួនម៉ោងដែលកើនមាន $0.25 \times 48,000 = 12,000h$ ហេតុនេះ អ្នកស្រីហ៊ានឱ្យប្រាក់ថែមម៉ោងខ្ពស់បំផុតតែ

$$\frac{3,960,000}{12,000} = 330\$/h$$

(e) blah blah blah

យើងបាន

$$\begin{cases} P(x,y) = 3,600x + 5,400y 4x + 2y \leq 20,000 \\ 6x + 10.5y \leq 60,000 \\ x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq 4,200 \end{cases}$$

```
library(lpSolve)

e_P = c(3600, 5400)
e_constraint = matrix( c(4,2, 6,10.5, 1,0, 0,1, 0,1), ncol
    =2, byrow=TRUE )
e_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
e_rhs = c(20000, 60000, 0, 0, 4200)

e_result = lp("max", e_P, e_constraint, e_dir, e_rhs)
```

យើងបានលទ្ធផល

```
> e_result
Success: the objective function is 32400000
> e_result$solution
[1] 3000 4000
```

យើងឃើញថា

$$x_e = 3,000$$
$$y_e = 4,000$$
$$P_e = 32,400,000$$

(f) blah blah blah

ការធ្វើយុទ្ធនាការ និងការថែមម៉ោងអស់ប្រាក់សរុបចំនួន $500,000 + 1,600,000 = 2,100,000$ ដូច្នេះការធ្វើបែបនេះក្រុមហ៊ុនទទួលបានប្រាក់សរុប

$$\begin{aligned} P_f &= P_e - 2,100,000 \\ &= 32,400,000 - 2,100,000 = 30,300,000 \end{aligned}$$

យើងឃើញថា $P_f > P_a$, ដូច្នេះការសម្រេចចិត្តដូចក្នុងលំហាត់ **(f)** មានប្រសិទ្ធភាពជាង ។

(g) (g)

ម្តងនេះ constraint ទាំងអស់គឺដូចគ្នាទៅនឹងលំហាត់ **(a)** លើកលែងតែ objective function $P(x,y) = 2,800x + 5,400y$ ។

```
library(lpSolve)

g_P = c(2800, 5400)
g_constraint = matrix( c(4,2, 6,10.5, 1,0, 0,1, 0,1), ncol
    =2, byrow=TRUE )
g_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
g_rhs = c(20000, 48000, 0, 0, 3500)

g_result = lp("max", g_P, g_constraint, g_dir, g_rhs)
```

យើងបានលទ្ធផល

```
> g_result
Success: the objective function is 24150000
> g_result$solution
[1] 1875 3500
```

ដូចនេះយើងបាន

$$x_g = 1,875$$
$$y_g = 3500$$
$$P_g = 24,150,000$$

(h) (h) blah blah blah

ក្នុងករណីនេះ contraint និង objective function គឺដូចទៅនឹងលំហាត់ (**a**) ដែរ លើកលែងតែ

$$7.5x + 10.5y \leq 48,000$$

```
library(lpSolve)

h_P = c(3600, 5400)
h_constraint = matrix( c(4,2, 7.5,10.5, 1,0, 0,1, 0,1),
    ncol=2, byrow=TRUE )
h_dir = c("<=", "<=", ">", ">", "<=")
h_rhs = c(20000, 48000, 0, 0, 3500)

h_result = lp("max", h_P, h_constraint, h_dir, h_rhs)
```

យើងបានលទ្ធផល

```
> h_result
Success: the objective function is 24300000
> h_result$solution
[1] 1500 3500
```

ដូចនេះ

$$\begin{aligned}
x_h &= 1,500 \\
y_h &= 3,500 \\
P_h &= 24,300,000
\end{aligned}$$

(i) (i)

(j) (j) blah blah