ជំពូកទី 1

លំហាអឺគ្លីត

1.1 ក្រុមទី ៨

លំហាត់ 1.7 បង្ហាញថាអនុវត្តន៍ $\Phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ កំណត់ដោយ

$$\Phi((x_1, y_1),\ (x_2, y_2)) = 2x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1$$

ជាផលគុណស្កាលែមួយលើ $\mathbb{R}^2$ ។

ដំណោះស្រាយ ស្រាយថា Φ ជាផលគុណស្កាលែមួយលើ $\mathbb{R}^2$ ៖ យើងតាង $\mathbf{u} = (x_1, y_1)$ និង $\mathbf{v} = (x_2, y_2)$ ។

- លក្ខណៈឆ្លុះ ៖ យើងឃើញថា $\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 2x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1 = \Phi(\mathbf{v}, \mathbf{u})$ ។
- លក្ខណៈ Non-negativity ៖ យើងឃើញថា $\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{u}) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x$

■

លំហាត់ 1.8 $\mathbb{R}^3$ ជាលំហអឺគ្លីតប្រដាប់ដោយផលគុណស្កាលែកាណូនិក និង $\mathcal{B} = (\mathbf{u_1}, \mathbf{u_2}, \mathbf{u_3})$ ដែល $\mathbf{u_1} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{u_2} = (1, 0, 2)$ និង $\mathbf{u_3} = (1, 1, 1)$ ។

1. បង្ហាញថា $\mathcal{B}$ ជាគោលនៃ $\mathbb{R}^3$ ។
2. កំណត់គោលអរតូណរម៉ាល់ $\mathcal{B}$ តាមវិធានស្មីត (Gram-Schidt) ។

ដំណោះស្រាយ

1. បង្ហាញថា $\mathcal{B}$ ជាគោលនៃ $\mathbb{R}^3$

យើងពិនិត្យមើលម៉ាទ្រីស

$$\begin{aligned}\det B &= \left|\mathbf{u_1}\mathbf{u_2}\mathbf{u_3}\right| \\ &= \begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\end{vmatrix} \\ &= 1(-2) - 1(-1) + 1(0) \neq 0\end{aligned}$$

មានន័យថា $\mathcal{B}$ ជា span នៃ $\mathbb{R}^3$ ហើយវា Linear Independant.
ដូចនេះ: $\boxed{\mathcal{B} \text{ ជាគោលមួយនៃ } \mathbb{R}^3 \text{ ។}}$

2. កំណត់គោលអរតូណរម៉ាល់ $\mathcal{B}$ តាមវិធានស្មីត
ដំបូងយើងមាន $\mathbf{w_1} = \mathbf{u_1} = (1, 0, 1)$ ។ តាមវិធានស្មីត

$$\begin{aligned}\mathbf{w_2} &= \mathbf{u_2} - \frac{\langle \mathbf{u_2}, \mathbf{w_1}\rangle}{\|\mathbf{w_1}\|^2}\mathbf{w_1} \\ &= (1, 0, 2) - \frac{\langle (1, 0, 2), (1, 0, 1)\rangle}{1^2 + 0^2 + 1^2}(1, 0, 1) \\ &= (1, 0, 2) - \frac{3}{2}(1, 0, 1) \\ &= (-\tfrac{1}{2}, 0, \tfrac{1}{2})\end{aligned}$$

ដូចគ្នាដែរយើងបាន

$$\mathbf{w_3} = \mathbf{v_3} - \frac{\langle \mathbf{v_3}, \mathbf{w_2}\rangle}{\|\mathbf{w_2}\|}\mathbf{w_2} - \frac{\langle \mathbf{v_3}, \mathbf{w_1}\rangle}{\|\mathbf{w_1}\|}\mathbf{w_1}$$

■