



“电磁场与电磁波”课程的 Matlab 辅助教学

邵小桃, 郭 勇, 李 玫

(北京交通大学 国家级电工电子实验教学中心, 北京 100044)

摘 要: 为了提高教学的可视化, 我们在“电磁场与电磁波”课程教学中引入 Matlab 软件工具。本文针对课程中的难点和重点, 利用 Matlab 工具箱及各类函数, 对于具体的实例给出了仿真结果。Matlab 软件工具在教学中的应用, 改进了教学方法和手段, 丰富了教学内容, 取得了良好的教学效果, 为课程教学改革探索了新的思路。

关键词: 电磁场与电磁波; Matlab; 计算机辅助

中图分类号: O441; G642.4

文献标识码: A

文章编号: 1008-0686(2010)05-0111-03

Matlab-Aided Teaching in Electromagnetic Field and Electromagnetic Wave

SHAO Xiao tao, GUO Yong, LI Yi mei

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In order to stimulate students learning interest and improve teaching visualization, Matlab software tools are used in Electromagnetic Field and Electromagnetic Wave course. This paper provided some examples and simulation results of tough problems and key points in this course by use of Matlab toolbox and functions. The application of Matlab tools improved teaching methods and means. It enriches teaching content, and also obtains the better results. The new way of course reform has been researched.

Keywords: electromagnetic field and electromagnetic wave; Matlab; computer aided

Matlab 软件提供各种工具箱、各类函数以及开放的编程环境, 可以给出直观形象的两维或三维的仿真图形。本文针对“电磁场与电磁波”课程教学过程中存在的难点和重点, 借助 Matlab 软件工具, 选用 Karl 等编写的教材^[1]给出的具体实例, 对矢量分析中的梯度、散度和旋度的分布及特性, 镜像法中电场和电位的分布特征, 分别给出了直观形象的两维或三维的仿真图形, 实现了可视化教学, 丰富了教学内容, 提高了学生学习电磁场理论知识的兴趣。

1 梯度、散度和旋度的 Matlab 分析

梯度、散度和旋度是研究场论的主要数学工具, 是描述场源的主要参数。标量场有梯度, 矢量场有

散度和旋度。三度的计算通常比较复杂, 而且计算结果没有直观效果。对梯度、散度和旋度的定义及物理意义的理解和掌握, 一直都是教学的难点和重点, 在教学中我们尝试利用 Matlab 软件工具, 对三度分别进行了计算和仿真, 达到了预期的教学效果。

1.1 梯度的概念与仿真

标量场的变化率或方向导数是非常重要的概念。一个标量场 u 的梯度是一个矢量场, 在某点 M 处标量场梯度的方向为该点具有最大方向导数的方向, 与标量场的等值线或等值面垂直, 且指向标量场数值增大的方向, 梯度的模等于标量场在该点的方向导数可能取得的最大值。

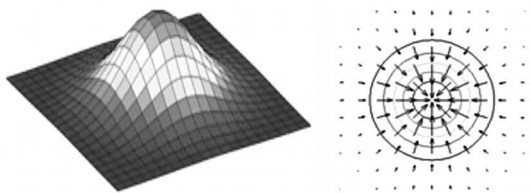
在直角坐标系中, 梯度的表达式为

$$\text{grad}u = \mathbf{a}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial u}{\partial z} = \nabla u$$

如选取某曲面函数方程为 $z = e^{-(x^2+y^2)}$, 利用梯度的定义公式则有

$$\nabla z = -2e^{-(x^2+y^2)}(x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y)$$

用 Matlab 软件做出的梯度场 ∇z 的仿真如图 1 所示。其中图 1(a) 为标量场 z 的等值线分布图, 函数 z 是一个二维标量场, 将 z 的函数值作为高度值形成第三维, 利用 Meshc 函数将其可视化。越是隆起其数值越大; 图 1(b) 为梯度场 ∇z 的分布图, 利用 Quiver 达到可视化效果。图中近似圆形的曲线为标量场 z 的等值线, 多个箭头为 ∇z 的矢量线。标量场 z 的坡度越陡, 梯度 ∇z 的模越大。梯度 ∇z 的方向指向 z 增大的方向, 故箭头指向内圈等值线, 即指向变化率最大的方向, 且与等值线垂直。在 $x=0$ 和 $y=0$ 的点处, 标量场 z 取得最大值, 无变化率, 故标量场 z 在 $(0,0)$ 处的梯度为 0。



(a) 标量场 z 的等值线分布图 (b) 梯度场的分布图

图 1 标量场梯度的 Matlab 仿真

1.2 散度的概念与仿真

矢量场在某点的散度就表示从该点发出的净通量, 矢量场在某点的散度构成一个标量场。某点的散度值取决于该点处沿 x, y, z 三个方向的变化率, 即场量的各个分量沿着各自方向的变化情况。该点处的散度值也就代表着该处是否有散度源, 以及源的强弱。

在直角坐标系中, 散度的表达式为

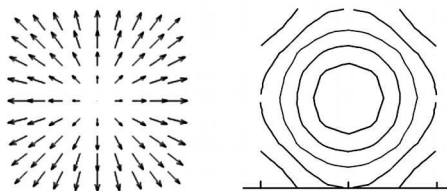
$$\text{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{A}$$

选用一个两维矢量场 $\mathbf{A} = E^{-(r/k)^2} \mathbf{r}$, $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$, $r^2 = x^2 + y^2$, k 为常数, 利用散度定义公式则有

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 2e^{-(r/k)^2} [1 - (r/k)^2]$$

用 Matlab 仿真的散度场 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 如图 2 所示。取常数 $k=1$, 图 2(a) 为两维矢量场 \mathbf{A} 的分布图。对它的可视化可以用 Quiver 函数处理。矢量场 \mathbf{A} 沿 \mathbf{r} 的方向, 某点处的散度值取决于各分量沿着自身方向的变化情况, 这种变化结果导致包围该点的闭合面

有 \mathbf{A} 的净通量发出; 图 2(b) 为 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 散度场分布的轮廓图。利用 Divergence 函数对其进行散度计算后, 利用 Meshc 函数就可以画出这个标量场。穿过 $r = \text{常数}$ 的闭合面的通量是相等的, 图形直观给出了标量场等值线的分布规律, 等值线中心有正源, 从原点向外散度值减小。



(a) 矢量场 \mathbf{A} 的分布图 (b) 散度场 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 分布轮廓图

图 2 矢量场散度的 Matlab 仿真

1.3 旋度的概念与仿真

矢量场中某点的旋度仍然是一个矢量, 其模值等于环量面密度的最大值, 其方向为使环量面密度取得最大值的面元的法线方向, 也是涡旋源的方向, 这个方向垂直于实际的涡旋面, 并与旋转方向成右手螺旋关系。矢量场的旋度揭示了场量沿其垂直方向向上的变化情况, 旋度不为零是产生涡旋的基本条件。

在直角坐标系中, 旋度的表达式为

$$\text{rot} \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \nabla \times \mathbf{A}$$

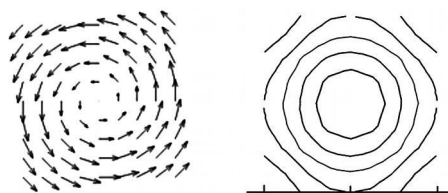
选一个两维矢量场 $\mathbf{A} = e^{-(r/k)^2} \omega \times \mathbf{r}$, $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$, $r^2 = x^2 + y^2$, $\omega = w\mathbf{a}_z$, k 和 w 均为常数。利用旋度的定义公式可推出

$$\nabla \times \mathbf{A} = 2we^{-(r/k)^2} [1 - (r/k)^2] \mathbf{a}_z$$

用 Matlab 仿真的旋度场 $\nabla \times \mathbf{A}$ 如图 3 所示。取常数 $k=1$, $w=1$ 。图 3(a) 为两维矢量场 \mathbf{A} 的图形。利用 Quiver 函数实现矢量场 \mathbf{A} 的可视化, 箭头的长短表示模量的大小, 矢量 \mathbf{A} 沿 $\omega \times \mathbf{r}$ 的方向; 图 3(b) 为 $\nabla \times \mathbf{A}$ 旋度矢量场的 z 分量的轮廓图。利用 Curl 函数实现矢量场 \mathbf{A} 的可视化, 再利用 Quiver 函数画出矢量图, 穿过 $r = \text{常数}$ 的闭合线的环境量是相等的, 图形直观给出了矢量场等值线的分布规律。越靠近原点函数值越大, 反映了涡旋源的强度。

2 直角点电荷镜像法的 Matlab 分析

镜像法是基于唯一性定理, 求解满足拉普拉斯

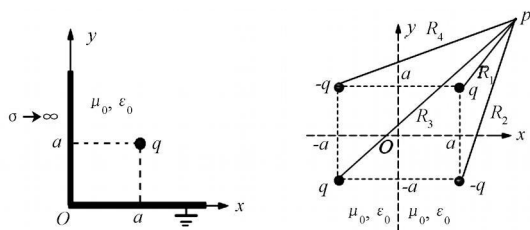


(a) 矢量场 A 的分布图 (b) 旋度场 $\nabla \times A$ 的 z 分量轮廓图

图 3 矢量场旋度的 Matlab 仿真

方程的电位边值问题中的一种非常重要的方法。利用在求解区域之外配置的一个或几个虚设的集中等效电荷代替媒质分界面上复杂分布电荷的作用。将有界的空间转换为无限大的空间, 并且保持原来的边界条件不变, 从而求出待求区域中的电位。仅仅对某些特殊的边界及特殊的电荷分布才能确定镜像电荷的大小和位置。一直以来, 教学仅仅局限于确定镜像电荷的大小和位置, 求出电位和电场的分布, 但具体分布特性如何, 却讨论甚少。

如果两个接地的半无限大导体平板分别放置在 x 轴和 y 轴上, 形成 90° 夹角, 有一正电荷 $q = 4\pi\epsilon_0$ 放置在点 (a, a) 处, 如图 4(a) 所示。根据镜像法的原理和分析方法, 可以确定三个镜像电荷 $-q$ 、 q 、 $-q$ 的大小和位置, 分别位于 $(-a, a)$ 、 $(-a, -a)$ 和 $(a, -a)$ 处, 如图 4(b) 所示。图中, R_1 – R_4 分别为源电荷及三个镜像电荷到所求场点 P 的距离。



(a) 接地导体板构成直角域内的点电荷 (b) 镜像电荷分布图

图 4 直角域内点电荷镜像法的电位计算

直角区域中任意点处的电位可通过这四个点电

荷产生的电位叠加求出, 即有

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right)$$

用 Matlab 仿真原电荷 q 周围的电位和电场分布如图 5 所示。图中近似圆形的闭合曲线为电位分布的等值线, 由 $E = -\nabla\Phi$, 多个箭头为电场的分布特性, 箭头指向电位减小的方向, 且电力线与电位线垂直。该图形直观清楚, 准确的示意了 90° 夹角的无限大导体平板中一个正电荷 q 的电位和电场分布, 有利于掌握镜像法的基本原理和计算方法。

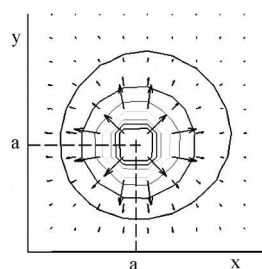


图 5 直角点电荷电位和电力线的 Matlab 仿真

3 结语

我们针对矢量分析中的梯度、散度和旋度的计算及物理意义, 镜像法中电场和电位的分布特性, 利用 Matlab 软件工具, 通过具体应用实例, 给出了直观形象的仿真图形, 丰富了教学内容, 达到了一定的教学效果, 为课程教学方法和手段的改革探索了新的思路。

参考文献:

- [1] Karl E. Lonngren, Sava V. Savov, Randy J. Jost. Fundamentals of Electromagnetics with MATLAB, Second Edition, SciTech, Canada, 2006: 10
- [2] 谢处方. 电磁场与电磁波[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 1
- [3] 姚江宏, 邓浩亮等. 电磁学教学改革探索与实践[J]. 广州: 高教探索, 2008, 9: 135-136

(上接第 80 页闫敬文等文)

我院的 EIP-CDIO 教学改革从培养具备国际视野工程师着手, 全面推动各项教学改革工作。作为 EIP-CDIO 工程教育改革项目中的三级项目, 本课程设计的项目是经过多年实践精心设计的。同时由于笔者具备电子通信和微波技术知识背景, 设计时更有针对性, 从而取到良好的预期效果。

参考文献:

- [1] 王新稳. 微波技术与天线(第二版). 北京: 电子工业出版社, 2006, 12
- [2] 陈怀琛. Matlab 及在电子信息课程中的应用(第 3 版). 北京: 电子工业出版社, 2006, 03