$$y_1 = x_1 L + b$$
$$y_2 = x_2 L + b$$
$$y_3 = x_3 L + b$$
$$y_4 = x_4 L + b$$

$\Rightarrow$

$$(y_2 - y_1) = (x_2 - x_1) L$$
$$(y_3 - y_2) = (x_3 - x_2) L$$
$$(y_4 - y_3) = (x_4 - x_3) L$$

$\Rightarrow \quad L = X^{-1} y.$

得到：

$$x = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 \\ x_4 - x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 & 3 \\ 8 & 9 & 19 \\ 3 & 6 & 12 \end{bmatrix}$$

$\det X = 8.$

$$y = \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ y_3 - y_2 \\ y_4 - y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 17 \\ 2 & 23 & 3 \\ 9 & 22 & 24 \end{bmatrix}$$

发现X不可逆

换一段.

$$x=\begin{bmatrix} x_3-x_2 \\ x_4-x_3 \\ x_5-x_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 & 9 & 19 \\ 3 & 6 & 12 \\ 17 & 22 & 3 \end{bmatrix}$$

~~det x = 13~~

~~$(\det x)^{-1}=$~~

$$y=\dots=\begin{bmatrix} 2 & 23 & 3 \\ 9 & 22 & 24 \\ 4 & 14 & 11 \end{bmatrix}.$$

还是不可逆. 尝试

$$x=\begin{bmatrix} x_4-x_3 \\ x_5-x_4 \\ x_6-x_5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 \\ 17 & 22 & 3 \\ 14 & 14 & 20 \end{bmatrix}$$

$\det x = 23$

$(\det x)^{-1} = 17.$

$$y=\dots=\begin{bmatrix} 9 & 22 & 24 \\ 4 & 14 & 11 \\ 10 & 12 & 18 \end{bmatrix}$$

得到 x 的伴随矩阵为

$$x^{*}=\begin{bmatrix} 8 & 22 & 14 \\ 14 & 22 & 13 \\ 8 & 16 & 16 \end{bmatrix} \qquad x^{-1}=\begin{bmatrix} 12 & 10 & 14 \\ 22 & 26 & 1 \\ 22 & 6 & 22 \end{bmatrix}.$$

$$L=x^{-1}y=\begin{bmatrix} 1 & 25 & 25 \\ 25 & 1 & 25 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$b=(y_1\ y_2\ y_3)-(x_1\ x_2\ x_3)L$$

$$=(18, 3, 4).$$