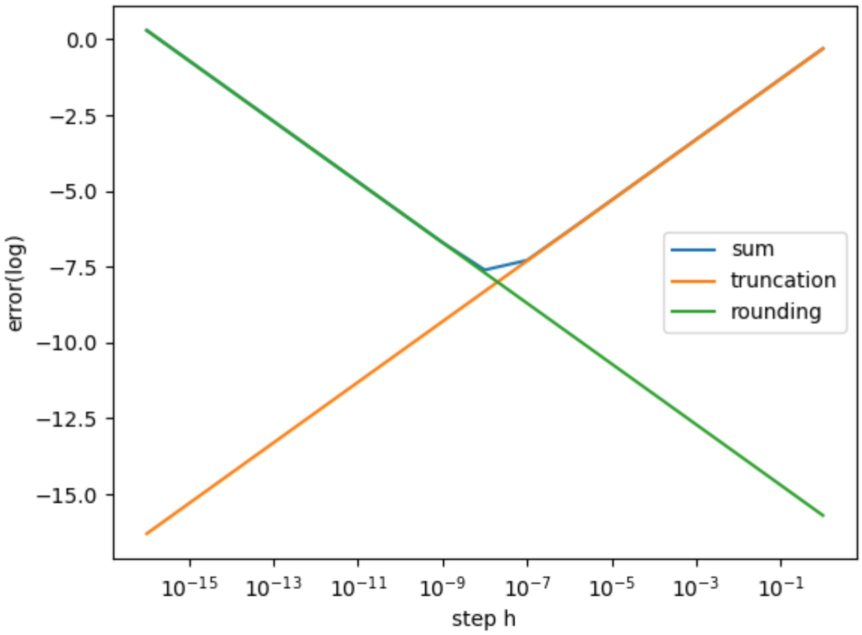
report

陈张萌 2017013678

截断误差和舍入误差



如图所示，当步长较小时舍入误差占主导地位，步长较大时截断误差占主导地位。

无穷级数求和

1. IEEE单精度浮点数对无穷级数求和，结果不再变化时，有：`n = 2097152`,此时得到的运算结果`sum = 15.403683`。
   单精度浮点数有$\epsilon_{mach} = 0.6 * 10^{-7}$。根据理论分析结果，当结果值停止变化时，会有：

   $$\frac{1}{n} \le \frac{1}{2}\epsilon_{mach}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k}$$

   而根据实验结果可知，当结果值停止变化时，有`n = 2097152`，$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k} = 15.403682$，计算可得$\frac{1}{n} = 4.5513465e - 07$，$\frac{1}{2}\epsilon_{mach}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k} = 4.6211045e - 07$，满足上式。
2. 双精度浮点数计算结果为`15.179888426694328`，误差为0.2238（保留4位有效数字）。
3. 双精度浮点数有$\epsilon_{mach} = 1.11 * 10^{-16}$，而我们发现

   $$\sum_{n=1}^{x}\frac{1}{n} = \sum_{n=1}^{x} lnx' \approx ln(x)$$

   ，因此1中的式子变为：

   $$\frac{lnn}{n} \le \frac{1}{2}\epsilon_{mach} \approx 0.55 * 10^{-16}$$

   由此估计$n \ge 7.48301 * 10^{17}$
   假设双精度浮点数每秒可以计算10^9次，则需要24年。