

# 实验一:傅里叶级数的可视化

---

## 概述

在第三节课中,我们已经学习了三角形式的傅里叶级数: 对于周期为 $T_1$ 的函数 $f(t)$ , 它的傅里叶级数展开可以写为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

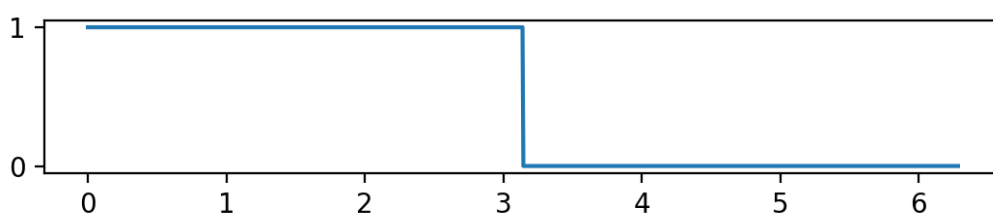
其中,  $a_0, a_n, b_n$  已经在课堂练习中求解。

在此次实验中, 我们将对信号的傅里叶级数做可视化, 以理解傅里叶级数是如何近似周期函数的, 具体的可视化流程将在下面详细介绍。

---

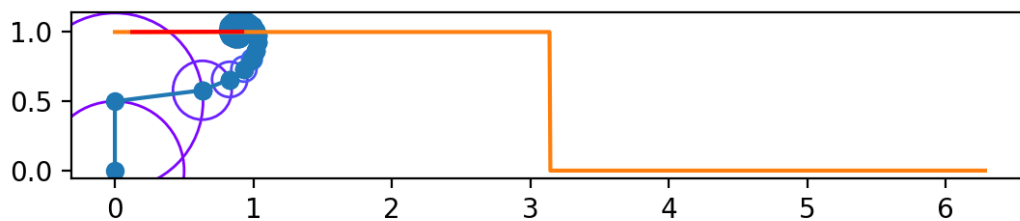
## 任务一: 可视化方波信号

我们将对周期为 $2\pi$ 的方波信号 $f(t) = 0.5\text{sgn}(\sin(t)) + 0.5$ 做傅里叶级数可视化。方波信号的图像如下:



因为方波的周期为 $2\pi$ , 此处我们令 $\omega_1 = 1$ 。

方波的傅里叶级数展开 $g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$ 如下图构造为多个在圆上运动的点 $m_i$ 纵坐标的叠加，每个点 $m_i$ 有固定的转动角频率 $n_i$ (注: 在下图中，由于 $f(t)$ 近似等于 $g(t)$ ，红线总是近似地与x轴平行的。



我们将在实验中可视化这一过程: 我们将画出圆上每一点的运动轨迹，并验证这些点纵坐标叠加后的值就近似地等于方波的函数值 $f(t)$ 。

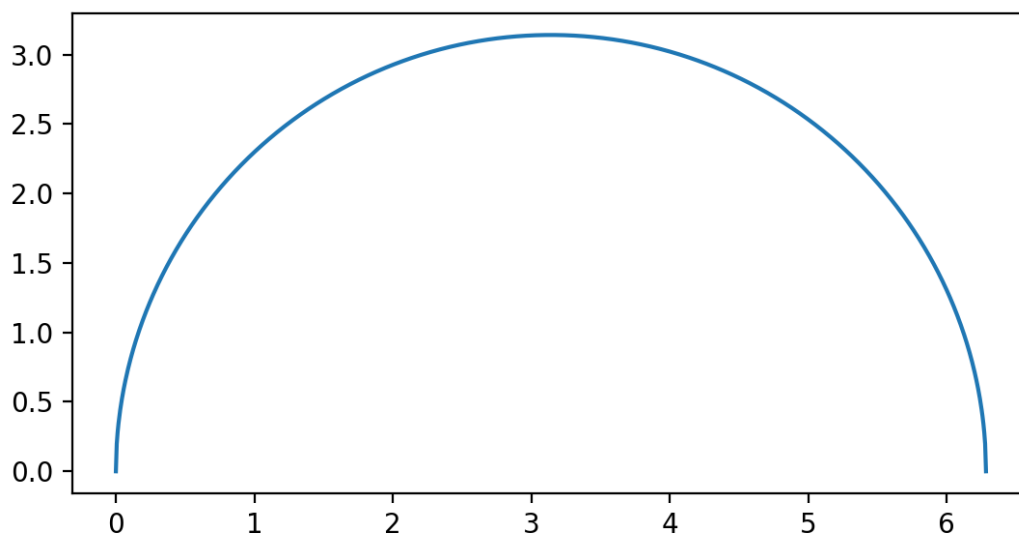
请补全exp1.py，运行exp1.py将得到可视化视频，请提交n=2, 4, 8, 16, 32, 64, 128时的可视化结果，以及实验报告(200-300字即可)。将完整的代码与实验结果打包到压缩包中，提交到网络学堂。(代码中已经实现了可视化部分，同学们需要按注释实现方波信号及其傅里叶级数的求解)

## 任务二: 可视化半圆波信号(选做)

对周期为 $2\pi$ 的半圆波信号用类似任务一的方法做可视化，半圆波信号

$$f(t) = \sqrt{\pi^2 - (t - \pi)^2}, t \in [0, 2\pi] \text{ 如下图所示。}$$

$$f(t) = f(t - 2\pi), t \notin [0, 2\pi]$$



在exp1.py实现半圆波的傅里叶级数可视化，提交n=2, 4, 8, 16, 32, 64, 128时的可视化结果

注：由于半圆波的傅里叶级数求解较为复杂，可以使用数值法求解

---

## 实验环境

python3.6+matplotlib+imageio+numpy