

姓名

学号

班级专业

系、学院

线

封

密

齐鲁工业大学 2019/2020 学年下学期《概率论与数理统计》

期末考试试卷（A 卷）

（本试卷共 4 页）

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

一、填空题（满分 24 分，其中每小空格 3 分）

1. 事件 A,B 满足\_\_\_\_\_称为互不相容，事件 A,B 满足\_\_\_\_\_称为相互独立。
2. 设  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ ，已知  $EX = 3.2, DX = 1.92$ ，则参数  $n =$  \_\_\_\_\_， $p =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $X$  的分布律为

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 0   | 1   | 2   | 3   |
| P | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

$F(x)$  为其分布函数，则  $F(2) =$  \_\_\_\_\_.

4. 若随机变量  $X \sim N(-1, 9), Y \sim N(2, 16)$ ，相关系数  $\rho_{XY} = 0$ ，则  $E(X - 2Y) =$  \_\_\_\_\_， $D(X - 2Y) =$  \_\_\_\_\_.

5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  未知，给定样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，对均值作区间估计，则置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为\_\_\_\_\_.

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

二、选择题（本题满分 16 分，每小题 4 分）

1. 同时掷两颗均匀骰子，出现的点数之和等于 10 的概率为（ ）

- (a)  $\frac{1}{36}$ ;                      (b)  $\frac{2}{36}$ ;                      (c)  $\frac{3}{36}$ ;                      (d)  $\frac{4}{36}$

2. 设 A,B 是任意两个事件，则  $P(A \cup B) =$  （ ）

- (a)  $P(A) + P(B)$ ;                      (b)  $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ ;  
(c)  $P(A) - P(B) + P(AB)$ ;                      (d)  $P(A) + P(B) - P(AB)$ .

3. 随机变量  $X \sim N(-1, \sigma^2)$ ，且  $P(X > c) = P(X < c)$ ，则  $c$  等于（ ）

(a) 0 ;            (b) 1 ;            (c) - 1 ;            (d)  $\sigma$  .

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的一个简单随机样本,  $EX = \mu, DX = \sigma^2$  存在,  $\bar{X}, s^2$  分别为样本均值和样本方差, 下面结论正确的是 (            )

- (a)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的无偏估计量; (b)  $\bar{X}, s$  分别为  $\mu, \sigma$  的无偏估计量;  
(c)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的矩估计量; (d)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计量;

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

三、(本题满分 10 分)

有朋友自远方来, 他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机的概率分别是 0.3、0.2、0.1 和 0.4, 而他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机迟到的概率分别是  $1/4$ 、 $1/3$ 、 $1/12$  和 0, 实际上他迟到了, 请推测他坐哪种交通工具来的可能性最大。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

四、(本题满分 10 分)

设随机变量  $X$  在区间  $[10, 15]$  上服从均匀分布。现对  $X$  进行 10 次独立观测, 试求有两次观测值大于 14 的概率。

姓名

学号

专业班级

系、学院

线

封

密

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

五、（本题满分 12 分）

设  $X,Y$  相互独立，分布律如下：

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 1   | 2   |
|     | 1/2 | 1/8 | 3/8 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $Y$ | -1  | 1   |
|     | 1/3 | 2/3 |

求：(1)  $(X,Y)$  的概率分布表；(2)  $E(XY)$ ；(3)  $Z = X + Y$  的概率分布表

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

六、（本题满分 10 分）

设随机变量  $(X,Y)$  的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A, & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求：(1)  $A$ ；(2)  $(X,Y)$  的边缘分布；

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

七、（本题满分 8 分）

一袋盐的重量(克) $X$  服从正态分布,  $EX = 100, DX = 0.1$  , 现从中随机取出 10 袋盐，求这 10 袋盐的平均重量在 99.9~100.2 克的概率。  
 (  $\Phi(2) = 0.9772, \Phi(1) = 0.8413$  )

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

八、（本题满分 10 分）

某种电子元件的寿命  $X \sim N(\mu, 20^2)$ , 合格的标准为  $\mu \geq 2000$  小时, 现从这批电子元件中抽取 10 个, 测得寿命为（小时）：2010 1980 1950 2000 1975 2020 1990 1995 1985 1970，试在水平  $\alpha=0.05$  下检验电子元件是否合格？  
 ( $Z_{0.05} = 1.65, Z_{0.025} = 1.96, t_{0.05}(9) = 1.8331, t_{0.025}(9) = 2.2622$ )

姓名

学号

班级、专业

院系

线

封

密

齐鲁工业大学 2019/2020 学年下学期《概率论与数理统计》

期末考试试卷 A

参考答案与评分标准

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

一、填空题（满分 24 分，其中每小空格 3 分）

1. 事件 A,B 满足  $AB = \Phi$  称为互不相容，事件 A,B 满足  $P(AB) = P(A)P(B)$  称为相互独立。

2. 设  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ ，已知  $EX = 3.2, DX = 1.92$ ，则参数  $n = 8$ ， $p = 0.4$ 。

3. 设  $X$  的分布律为

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 0   | 1   | 2   | 3   |
| P | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

$F(x)$  为其分布函数,则  $F(2) = 0.8$ 。

4. 若随机变量  $X \sim N(-1, 9), Y \sim N(2, 16)$ ，相关系数  $\rho_{XY} = 0$ ，则  $E(X - 2Y) = -5$ ， $D(X - 2Y) = 73$ 。

5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$  未知，给定样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，对均值作区间估计，则置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为  $(\bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$ 。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

二、选择题（满分 16 分，其中每小题 4 分）

1. 同时掷两颗均匀骰子，出现的点数之和等于 10 的概率为 ( c )

(a)  $\frac{1}{36}$ ; (b)  $\frac{2}{36}$ ; (c)  $\frac{3}{36}$ ; (d)  $\frac{4}{36}$

2. 设 A,B 是任意两个事件，则  $P(A \cup B) =$  ( d )

(a)  $P(A) + P(B)$ ; (b)  $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ ;  
(c)  $P(A) - P(B) + P(AB)$ ; (d)  $P(A) + P(B) - P(AB)$ .

3. 随机变量  $X \sim N(-1, \sigma^2)$ ，且  $P(X > c) = P(X < c)$ ，则  $c$  等于 ( c )

(a) 0; (b) 1; (c) -1; (d)  $\sigma$ .

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的一个简单随机样本,  $EX = \mu, DX = \sigma^2$  存在,  $\bar{X}, s^2$  分别为样本均值和样本方差, 下面结论正确的是 ( a )
- (a)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的无偏估计量; (b)  $\bar{X}, s$  分别为  $\mu, \sigma$  的无偏估计量;
- (c)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的矩估计量; (d)  $\bar{X}, s^2$  分别为  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计量;

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

三、(本题满分 10 分) 有朋友自远方来, 他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机的概率分别是 0.3、0.2、0.1 和 0.4, 而他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机迟到的概率分别是  $1/4, 1/3, 1/12$  和 0, 实际上他迟到了, 请推测他坐哪种交通工具来的可能性最大。

**解:** 设事件 A,B,C,D 分别表示“坐火车”、“坐船”、“坐汽车”、“坐飞机”。E 表示“迟到”, 则有

$$\begin{aligned}
 P(E) &= P(A)P(E/A) + P(B)P(E/B) + P(C)P(E/C) + P(D)P(E/D) \\
 &= 0.3 \times \frac{1}{4} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.1 \times \frac{1}{12} + 0.4 \times 0 = \frac{3}{20} \dots\dots\dots (6 \text{ 分}) \\
 P(A/E) &= \frac{0.3 \times \frac{1}{4}}{3/20} = \frac{1}{2}, \quad P(B/E) = \frac{0.2 \times \frac{1}{3}}{3/20} = \frac{4}{9} \\
 P(C/E) &= \frac{0.1 \times \frac{1}{12}}{3/20} = \frac{1}{18}, \quad P(D/E) = \frac{0}{3/20} = 0 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})
 \end{aligned}$$

所以他坐船的可能性最大

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

四、(本题满分 10 分) 设随机变量  $X$  在区间  $[10, 15]$  上服从均匀分布。现对  $X$  进行 10 次独立观测, 试求有两次观测值大于 14 的概率。

**解:**  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & 10 \leq x \leq 15 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

A= “X 的观测值大于 14”

$$P(A) = \int_{14}^{15} \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5} \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

Y 表示这 10 次观测中观测值大于 14 的次数, 则  $Y \sim B(10, \frac{1}{5})$

姓名

学号

班级、专业

系、学院

线

封

密

..... (2 分)

$P(Y = 2) = C_{10}^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^8$  ..... (3 分)

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

五、(本题满分 12 分) 设  $X, Y$  相互独立, 分布律如下

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 1   | 2   |
|     | 1/2 | 1/8 | 3/8 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $Y$ | -1  | 1   |
|     | 1/3 | 2/3 |

求: (1)  $(X, Y)$  的概率分布表; (2)  $E(XY)$ ; (3)  $Z = X + Y$  的概率分布表

解: (1)

|                  |     |      |     |
|------------------|-----|------|-----|
| $X \backslash Y$ | -1  | 1    | 2   |
| -1               | 1/6 | 1/24 | 1/8 |
| 1                | 1/3 | 1/12 | 1/4 |

..... (4 分)

(2)

$$EX = -1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8},$$

$$EY = -1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$EXY = EX \cdot EY = \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$
 ..... (4 分)

(3)

|     |     |     |     |      |     |
|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| $Z$ | -2  | 0   | 1   | 2    | 3   |
|     | 1/6 | 3/8 | 1/8 | 1/12 | 1/4 |

..... (4 分)

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

六、(本题 10 分) 设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1)  $A$ ; (2)  $(X, Y)$  的边缘分布;

解: (1)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = \int_0^1 dx \int_x^1 A dy = A \int_0^1 (1-x) dx = \frac{A}{2} = 1$

$\therefore A = 2$  ..... (4 分)

(2)  $f_X(x) = \int_x^1 2 dy = 2(1-x), \quad 0 < x < 1$  ..... (3 分)

$$f_y(y) = \int_0^y 2dx = 2y, \quad 0 < y < 1 \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

七、(本题 8 分) 一袋盐的重量(克) $X$  服从正态分布,  $EX = 100, DX = 0.1$ , 现 从中随机取出 10 袋盐, 求这 10 袋盐的平均重量在 99.9~100.2 克的概率。(  $\Phi(2) = 0.9772, \Phi(1) = 0.8413$  )

解:  $X \sim N(100, 0.1) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

10 袋盐的平均重量  $\bar{X} \sim N(100, \frac{0.1}{10}) = N(100, 0.01)$ ,  $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$\frac{\bar{X} - 100}{0.1} \sim N(0,1) \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$$P(99.9 < \bar{X} < 100.2) = P(-1 < \frac{\bar{X} - 100}{0.1} < 2)$$

$$= \Phi(2) - \Phi(-1) = \Phi(2) + \Phi(1) - 1 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$= 0.9772 + 0.8413 - 1 = 0.8185 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 阅卷人 |  |

八、(本题 10 分) 某种电子元件的寿命  $X \sim N(\mu, 20^2)$ , 合格的标准为  $\mu \geq 2000$  小时, 现从这批电子元件中抽取 10 个, 测得寿命为 (小时): 2010 1980 1950 2000 1975 2020 1990 1995 1985 1970

试在水平  $\alpha=0.05$  下检验电子元件是否合格.

$$(Z_{0.05} = 1.65, \quad Z_{0.025} = 1.96, \quad t_{0.05}(9) = 1.8331, \quad t_{0.025}(9) = 2.2622)$$

解:  $H_0: \mu = \mu_0 = 2000, \quad H_1: \mu < \mu_0 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

由样本计算得到:  $\bar{X} = 1987.5 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

$$U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{1987.5 - 2000}{20 / \sqrt{10}} = -1.9764 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$-Z_{0.05} = -1.65 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$U < -Z_{0.05} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

所以拒绝  $H_0$ , 认为电子元件不合格..... (1 分)